

অধ্যায় - ১

প্রাত্যহিক জীবনে সেট – Class 9 Math BD 2024 – প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

প্রাত্যহিক জীবনে সেট

প্রিয় শিক্ষার্থী, আমরা এই অংশে শুধুমাত্র প্রাত্যহিক জীবনে সেট অধ্যায়ে প্রদত্ত অনুশীলনীর সমাধান প্রদান করেছি। পাঠ্য বইয়ে প্রদত্ত ১-১১ পর্যন্ত গাণিতিক সমাধান এখানে দেয়া হয়েছে। এবং এই অধ্যায়ের আরও কিছু আলোচনা অংশের সমাধান বাকী রয়েছে যেমনঃ মাথা খাটাও, যাচাই করো, একক কাজ, জোড়াস কাজ, ভেবে দেখো, দলগত কাজ। এগুলো পর্যায়ক্রমে আপলোড করা হবে।

১। তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো :

$$\text{ক) } A = \{x \in \mathbb{N} : -3 < x \leq 5\}$$

সমাধানঃ

$$\text{ক) } A = \{x \in \mathbb{N} : -3 < x \leq 5\}$$

$$\text{এখানে, } \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

-3 থেকে বড় সংখ্যাগুলো হলোঃ -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,

5 এর সমান ও ছোট সংখ্যাগুলো হলোঃ 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3,

অর্থাৎ,

-3 < x ≤ 5 শর্ত পূরণ করা সংখ্যাগুলো হলোঃ -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

তাহলে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ [Ans.]

খ) $B = \{x \in \mathbf{Z} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 \leq 50\}$

সমাধানঃ

এখানে,

$\mathbf{Z} =$ পূর্ণ সংখ্যার সেট $= \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

মৌলিক সংখ্যাগুলো হলোঃ 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots

এখন,

$$2^2 = 4 \leq 50$$

$$3^2 = 9 \leq 50$$

$$5^2 = 25 \leq 50$$

$$7^2 = 49 \leq 50$$

$$11^2 = 121 > 50$$

অতএব, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ [Ans.]

গ) $C = \{x \in \mathbf{Z} : x^4 < 264\}$

সমাধানঃ

এখানে,

$\mathbf{Z} =$ পূর্ণ সংখ্যার সেট $= \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

এখন,

$$0^4 = 0 < 264$$

$$1^4 = 1 < 264$$

$$(-1)^4 = 1 < 264$$

$$2^4 = 16 < 264$$

$$(-2)^4 = 16 < 264$$

$$(3)^4 = 81 < 264$$

$$(-3)^4 = 81 < 264$$

$$4^4 = 256 < 264$$

$$(-4)^4 = 256 < 264$$

$$5^4 = 625 > 264$$

$$(-5)^4 = 625 > 264$$

অতএব, $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ [Ans.]

এই পোস্টটি হলো প্রাত্যহিক জীবনে সেট অধ্যয়ের অনুশীলনী ভিত্তিক সমাধান অংশ, ১-১১টি প্রশ্নের সমাধান এখানে দেয়া হয়েছে। চলুন এগিয়ে যাই।

২। সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করো :

ক) $A = \{1, 3, 5, \dots, 101\}$

সমাধানঃ

এখানে, $A = \{1, 3, 5, \dots, 101\}$

অর্থাৎ, x এর মান সর্বনিম্ন 1 এবং সর্বোচ্চ 101 এবং এখানে সকল সংখ্যা স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, \text{ স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যেখানে, } 1 \leq x \leq 101\}$ [Ans.]

খ) $B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$

সমাধানঃ

এখানে,

$$B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$$

$$= \{2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2, 10^2\}$$

তাহলে, x এর মানগুলো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ এবং এই সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সর্বনিম্ন মান 2 এবং সর্বোচ্চ মান 10.

$$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, \text{ স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ যেখানে, } 2 \leq N \leq 10\} \text{ [Ans.]}$$

৩। যদি $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 1, 3, 5, 6\}$ এবং $C = \{1, 5, 6\}$ হয়, তবে নিচের সেটগুলো নির্ণয় করো।

ক) $A \cup B$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{0, 1, 3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{0, 1, 3, 5, 6\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ [Ans.]}$$

খ) $A \cap C$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, C = \{1, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 5, 6\}$$

$$= \{1, 5\} \text{ [Ans.]}$$

গ) $B \setminus C$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$B = \{0, 1, 3, 5, 6\}, C = \{1, 5, 6\}$$

$$\therefore B \setminus C = \{0, 1, 3, 5, 6\} \setminus \{1, 5, 6\}$$

$$= \{0, 3\} \text{ [Ans.]}$$

ঘ) $A \cup (B \cap C)$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{0, 1, 3, 5, 6\} \text{ এবং } C = \{1, 5, 6\}$$

$$\therefore B \cap C$$

$$= \{0, 1, 3, 5, 6\} \cap \{1, 5, 6\}$$

$$= \{1, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup (B \cap C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ [Ans.]}$$

ঙ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{0, 1, 3, 5, 6\} \text{ এবং } C = \{1, 5, 6\}$$

$$\therefore B \cup C$$

$$= \{0, 1, 3, 5, 6\} \cup \{1, 5, 6\}$$

$$= \{0, 1, 3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cap (B \cup C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{0, 1, 3, 5, 6\}$$

$$= \{1, 3, 5\} \text{ [Ans.]}$$

8। যদি $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ হয়, তবে নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই করো :

$$\text{ক) } (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{0, 2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

এখন,

বামপক্ষ

$$= (A \cup B)^c$$

$$= U - (A \cup B)$$

$$= U - (\{1, 3, 5, 7\} \cup \{0, 2, 4, 6\})$$

$$= U - \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{8, 9\}$$

ডানপক্ষ

$$= A^c \cap B^c$$

$$= (U - A) \cap (U - B)$$

$$= (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{1, 3, 5, 7\}) \cap (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{0, 2, 4, 6\})$$

$$= \{0, 2, 4, 6, 8, 9\} \cap \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$$

$$= \{8, 9\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

$$\text{খ) } (B \cap C)^c = B^c \cup C^c$$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{0, 2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

বামপক্ষ

$$= (B \cap C)^c$$

$$= U - (B \cap C)$$

$$= U - (\{0, 2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\})$$

$$= U - \{4, 6\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 6\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$$

ডানপক্ষ

$$= B^c \cup C^c$$

$$= (U-B) \cup (U-C)$$

$$= (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{0, 2, 4, 6\}) \cup (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{3, 4, 5, 6, 7\})$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 8, 9\} \cup \{0, 1, 2, 8, 9\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

$$\text{গ) } (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{0, 2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

বামপক্ষ

$$= (A \cup B) \cap C$$

$$= (\{1, 3, 5, 7\} \cup \{0, 2, 4, 6\}) \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

ডানপক্ষ

$$= (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$= (\{1, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}) \cup (\{0, 2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\})$$

$$= \{3, 5, 7\} \cup \{4, 6\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

$$\text{ঘ) } (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{0, 2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

বামপক্ষ

$$= (A \cap B) \cup C$$

$$= (\{1, 3, 5, 7\} \cap \{0, 2, 4, 6\}) \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \emptyset \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

ডানপক্ষ

$$= (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$= (\{1, 3, 5, 7\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}) \cap (\{0, 2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\})$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

৫। মান নির্ণয় করো:

ক) $\mathbb{N} \cap 2\mathbb{N}$

খ) $\mathbb{N} \cap \mathbb{A}$

গ) $2\mathbb{N} \cap \mathbb{P}$

যেখানে, N সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $2N$ সকল ধনাত্মক জোড় সংখ্যার সেট, A সকল বিজোড় সংখ্যার সেট, P সকল মৌলিক সংখ্যার সেট।

সমাধানঃ

প্রশ্নমতে,

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$2N = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$A = \{\dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$P = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

তাহলে,

ক) $N \cap 2N$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \text{ [Ans.]}$$

খ) $N \cap A$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \cap \{\dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, \dots\} \text{ [Ans.]}$$

গ) $2N \cap P$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \cap \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \text{ [Ans.]}$$

৬। ধরি U সকল ত্রিভুজের সেট হয় এবং A সকল সমকোণী ত্রিভুজের সেট। তাহলে সেট A^c বর্ণনা করো।

সমাধানঃ

প্রশ্নমতে,

← প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

U = সকল ত্রিভুজের সেট

A = সকল সমকোণী ত্রিভুজের সেট

= সেইসকল ত্রিভুজের সেট যেসকল ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ

$\therefore A^c$ = সেইসকল ত্রিভুজের সেট যেসকল ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ নয়

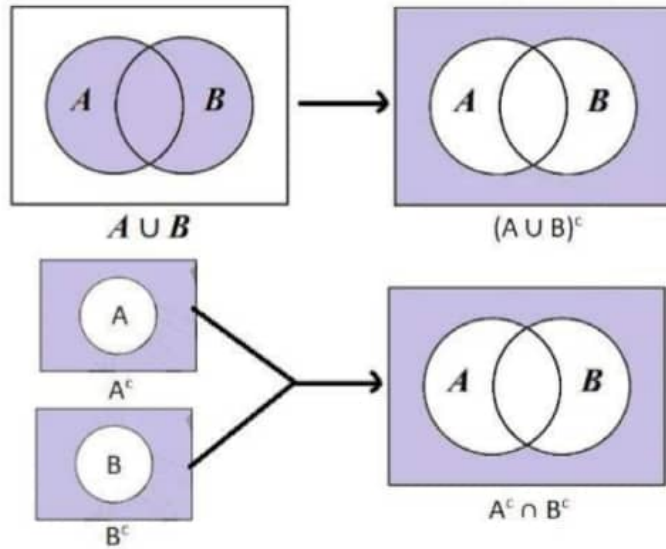
= সকল সূক্ষ্মকোণী ও সূতলকোণী ত্রিভুজের সেট।

৭। ভেন চিত্রের মাধ্যমে দেখাও যে, যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য

$$\text{ক) } (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

সমাধানঃ

যে কোনো সেট A, B এর জন্য $(A \cup B)^c$ ও $A^c \cap B^c$ এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ



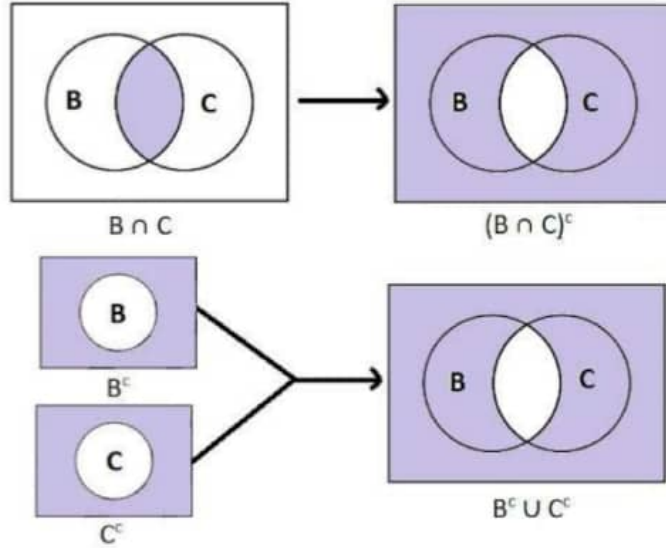
অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$$\text{খ) } (B \cap C)^c = B^c \cup C^c$$

← প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

সমাধানঃ

যে কোনো সেট B, C এর জন্য $(B \cap C)^c$ ও $B^c \cup C^c$ এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ

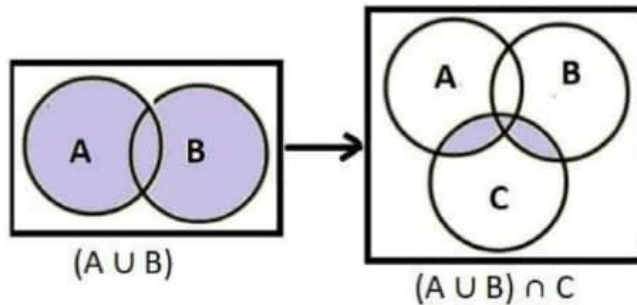


অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, $(B \cap C)^c = B^c \cup C^c$

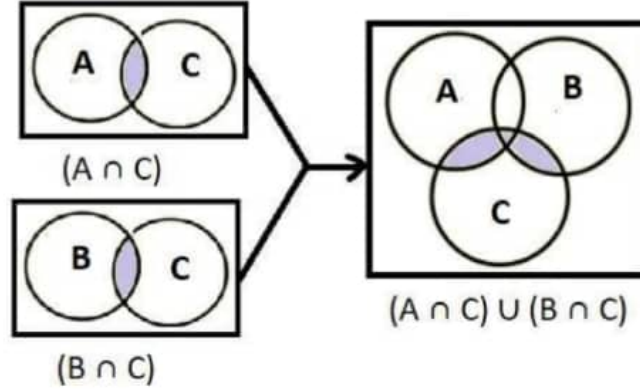
গ) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

সমাধানঃ

যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য $(A \cup B) \cap C$ ও $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ



← প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

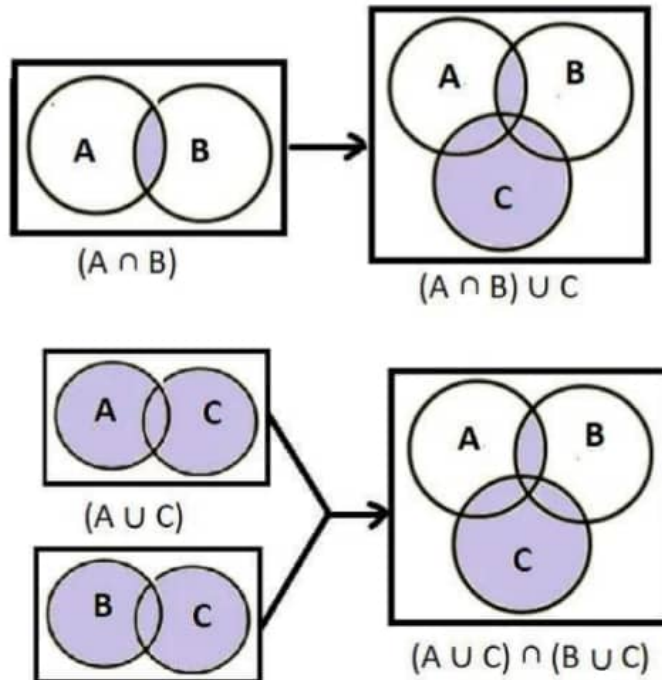


অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

ঘ) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধানঃ

যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য $(A \cap B) \cup C$ ও $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ

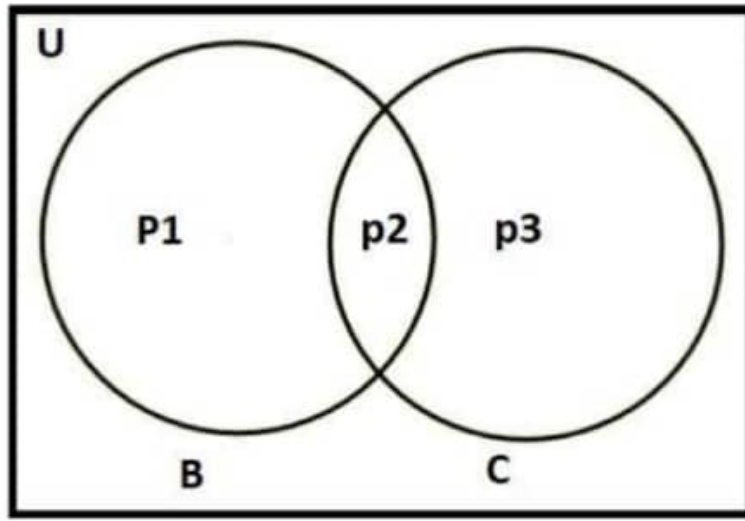


(B U C)

অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, $(A \cap B) \cup C$ ও $(A \cup C) \cap (B \cup C)$

৮। কোনো শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 25 জন পাখি পছন্দ করে এবং 15 জন বিড়াল পছন্দ করে। পাখি ও বিড়াল দুটি প্রাণীই পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10 জন। কতজন শিক্ষার্থী পাখি ও বিড়াল কোনোটিই পছন্দ করে না তা ভেন চিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



ভেন চিত্রে,

40 জন শিক্ষার্থীর সেট U আয়তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

25 জন শিক্ষার্থী যারা পাখি পছন্দ করে তাদের সেট B বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

15 জন শিক্ষার্থী যারা বিড়াল পছন্দ করে তাদের সেট C বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

চিত্র অনুসারে,

পাখি ও বিড়াল দুইটিই পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $p_2 = 10$ জন।

শুধু পাখি পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $p_1 = B - p_2 = 25 - 10 = 15$ জন।

শুধু বিড়াল পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $p_3 = C - p_2 = 15 - 10 = 5$ জন।



প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

∴ শুধু পাখি+উভয়+শুধু বিড়াল পছন্দ করে $p_1+p_2+p_3 = 15+10+5 = 30$ জন।

তাহলে,

পাখি বা বিড়াল এর কোনটিই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= U - (p_1+p_2+p_3) = 40 - 30 = 10$ জন।

∴ নির্ণেয় উত্তরঃ 10 জন।

প্রাত্যহিক জীবনে সেট এর অনুশীলনীর সমাধান অর্থাৎ ৯ম শ্রেণির নতুন কারিকুলামের ১ম অধ্যায়ের অনুশীলনীর সকল প্রশ্নের পূর্ণাঙ্গ সমাধান প্রদান করা হয়েছে এখানে, সাথে চলার জন্য ধন্যবাদ। ১০০% সঠিক সমাধানে সচেষ্ট আমরা সর্বদা, চল এগিয়ে যাই।

৯। যদি $P = \{a, b\}$, $Q = \{0, 1, 2\}$ এবং $R = \{0, 1, a\}$ হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় করো।

ক) $P \times Q$, $P \times P$, $Q \times Q$, $Q \times P$ এবং $P \times \emptyset$

সমাধানঃ

$P \times Q$

$$= \{a, b\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(a, 0), (a, 1), (a, 2), (b, 0), (b, 1), (b, 2)\}$$

$P \times P$

$$= \{a, b\} \times \{a, b\}$$

$$= \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$$

$Q \times Q$

$$= \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

$Q \times P$

$$= \{0, 1, 2\} \times \{a, b\}$$





প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

$$= \{(0,a), (a,b), (1,a), (1,b), (2,a), (2,b)\}$$

এবং

$$P \times \emptyset$$

$$= \emptyset$$

$$\text{খ) } (P \times Q) \cap (P \times R)$$

সমাধানঃ

$$(P \times Q) \cap (P \times R)$$

$$= (\{a,b\} \times \{0,1,2\}) \cap (\{a,b\} \times \{0,1,a\})$$

$$= \{(a,0), (a,1), (a,2), (b,0), (b,1), (b,2)\} \cap \{(a,0), (a,1), (a,a), (b,0), (b,1), (b,a)\}$$

$$= \{(a,0), (a,1), (b,0), (b,1)\}$$

$$\text{গ) } P \times (Q \cap R)$$

সমাধানঃ

$$P \times (Q \cap R)$$

$$= \{a,b\} \times (\{0,1,2\} \cap \{0,1,a\})$$

$$= \{a,b\} \times \{0,1\}$$

$$= \{(a,0), (a,1), (b,0), (b,1)\}$$

$$\text{ঘ) } (P \times Q) \cap R$$

সমাধানঃ

$$(P \times Q) \cap R$$



প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

$$= (\{a, b\} \times \{0, 1, 2\}) \cap \{0, 1, a\}$$

$$= \{(a, 0), (a, 1), (a, 2), (b, 0), (b, 1), (b, 2)\} \cap \{0, 1, a\}$$

$$= \emptyset$$

ঙ) $n(P \times Q)$, $n(Q \times Q)$

সমাধানঃ

$$P \times Q$$

$$= \{a, b\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(a, 0), (a, 1), (a, 2), (b, 0), (b, 1), (b, 2)\}$$

এখানে, $P \times Q$ এর উপাদান সংখ্যা 6 টি।

$$\therefore n(P \times Q) = 6$$

আবার,

$$Q \times Q$$

$$= \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

এখানে, $Q \times Q$ এর উপাদান সংখ্যা 9 টি।

$$\therefore n(Q \times Q) = 9$$

চ) (গ) এবং (ঘ) এর সমতার বিষয়ে তোমার যুক্তি উপস্থাপন করো।

সমাধানঃ

সমাধান পরে দেয়া হবে।

১০। $P = \{0, 1, 2, 3\}$, $Q = \{1, 3, 4\}$ এবং $R = P \cap Q$ হলে,





প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

(i) $P \times R$ এবং $R \times Q$ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$P = \{0, 1, 2, 3\}, Q = \{1, 3, 4\} \text{ এবং } R = P \cap Q$$

এখন,

R

$$= P \cap Q$$

$$= \{0, 1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 4\}$$

$$= \{1, 3\}$$

$$\therefore P \times R$$

$$= \{0, 1, 2, 3\} \times \{1, 3\}$$

$$= \{(0,1), (0,3), (1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,3)\}$$

এবং $R \times Q$

$$= \{1, 3\} \times \{1, 3, 4\}$$

$$= \{(1,1), (1,3), (1,4), (3,1), (3,3), (3,4)\}$$

(ii) $n(P \times R)$ এবং $n(R \times Q)$ এর মান বের করো।

সমাধানঃ

(i) নং হতে পাই,

$P \times R$ এর গুণফলে উপাদান সংখ্যা ৪টি

এবং $R \times Q$ এর গুণফলে উপাদান সংখ্যা ৬টি





প্রথম অধ্যায় (অনুশীলনী অংশ)

তাহলে,

$$n(P \times R) = 8 \text{ এবং } n(R \times Q) = 6$$

১১। যদি $P \times Q = \{(0, a), (1, c), (2, b)\}$ হয়, তবে P এবং Q নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $P \times Q = \{(0, a), (1, c), (2, b)\}$

এখানে,

$P \times Q$ এর উপাদানগুলোর ১ম রাশিগুলো হলোঃ 0,1,2 এবং ২য় রাশিগুলো হলোঃ a,c,b

তাহলে, $P = \{0,1,2\}$ এবং $Q = \{a,c,b\}$

বিঃদ্রঃ এই হিসেবে $P = \{0,1,2\}$ এবং $Q = \{a,c,b\}$ হতে হলে $P \times Q = \{(0,a),(0,c),(0,b),(1,a), (1,c),(1,b),(2,a),(2,c),(2,b)\}$ হবে। [আশা করি পরে আরও বিশদে এই সমস্যা নিয়ে আলোচনা কর হবে]





অধ্যায় - ২

অনুক্রম ও ধারা – Class 9 Math BD 2024 – দ্বিতীয় অধ্যায়
(অনুশীলনীর প্রশ্নঃ ১-৪ পর্যন্ত)

অনুক্রম ও ধারা

এটা হলো নবম শ্রেণির গণিতের নতুন কারিকুলামের দ্বিতীয় অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে অনুক্রম ও ধারা। এই অংশে আমরা অনুশীলনীর ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করব এবং পরের পোস্টে বাকী সমাধান করব। এখানে আমরা শিখব-

- ① সমান্তর অনুক্রম
- ② গুণোত্তর অনুক্রম
- ③ ফিবোনাচ্চি অনুক্রম
- ④ সমান্তর ধারা
- ⑤ গুণোত্তর ধারা

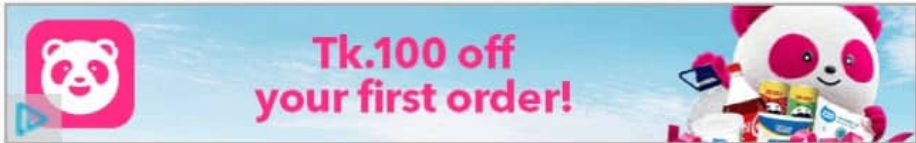
তাহলে চল শুরু করি, তোমার মতামত অবশ্যই জানাবে।

১. নিচের অনুক্রমগুলো সমান্তর, গুণোত্তর, ফিবোনাচ্চি নাকি কোনোটিই নয়? কেন? সাধারণ পদ নির্ণয়সহ ব্যাখ্যা করো।

(i) 2, 5, 10, 17,.....

সমাধানঃ

এটি সমান্তর নয় কারণ এর সাধারণ অন্তর ভিন্ন ভিন্ন।



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

যেমনঃ

$$২য় পদ - ১ম পদ = 5 - 2 = 3$$

$$৩য় পদ - ২য় পদ = 10 - 5 = 5$$

আবার,

এটি গুণোত্তর নয় কারণ এর সাধারণ অনুপাত ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = 5 \div 2 = 2.5$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = 10 \div 5 = 2$$

এটি ফিবোনাচ্চি নয় কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান নয়।

যেমনঃ

$$১ম পদ + ২য় পদ = 2+5 \neq 10 \text{ (৩য় পদ);}$$

$$২য় পদ + ৩য় পদ = 5+10 \neq 17 \text{ (৪র্থ পদ)}$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

লক্ষ করি,

প্রদত্ত অনুক্রমঃ 2, 5, 10, 17,.....

১ম পার্থক্যঃ 3 5 7

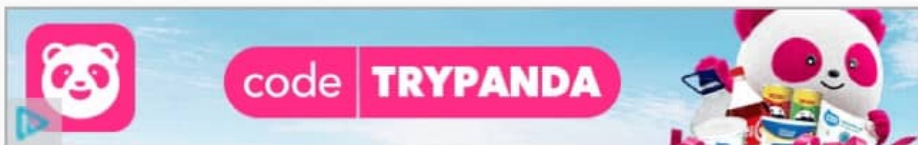
২য় পার্থক্যঃ 2 2

এখান থেকে লিখতে পারি,

$$(৩য় পদ - ২য় পদ) + 2 + ৩য় পদ = ৪র্থ পদ$$

$$\text{বা, } 2 \times ৩য় পদ - ২য় পদ + 2 = ৪র্থ পদ$$

$$\text{বা, } 2 \cdot a_3 - a_2 + 2 = a_4$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

বা, $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2$ [নির্নৈয় সাধারণ পদ]

(ii) 2, 7, 12, 17,.....

সমাধানঃ

এটি সমান্তর কারণ এর সাধারণ অন্তর অভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ - ১ম পদ = 7 - 2 = 5$$

$$৩য় পদ - ২য় পদ = 12 - 7 = 5$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a , সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তর অনুরূপের বীজগণিতীয় রূপঃ $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$

এই অনুসারে, n তম পদ, $a_n = a + (n-1)d = 2 + (n-1)5$ [নির্নৈয় সাধারণ পদ]

(iii) -12, 24, -48, 96,.....

সমাধানঃ

এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

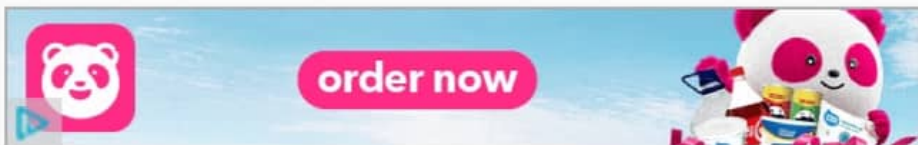
$$২য় পদ \div ১ম পদ = 24 \div (-12) = -2$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = (-48) \div 24 = -2$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a , সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুরূপের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar^2, ar^3, \dots



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

এই অনুসারে, n তম পদ, $a_n = ar^{n-1} = -12.(-2)^{n-1}$ [নির্নৈয় সাধারণ পদ]

(iv) 13, 21, 34, 55,.....

সমাধানঃ

এটি ফিবোনাচ্চি কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান।

যেমনঃ

$$৩য় পদ = ১ম পদ + ২য় পদ = ১৩+২১ = ৩৪$$

$$৪র্থ পদ = ২য় পদ + ৩য় পদ = ২১+৩৪ = ৫৫$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

পদ কে F দ্বারা চিহ্নিত করলে, সূত্রমতে n তম পদ, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ [নির্নৈয় সাধারণ পদ]

(v) 5, -3, $\frac{9}{5}$, $-\frac{27}{25}$,.....

সমাধানঃ

এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = (-3) \div 5 = -\frac{3}{5}$$

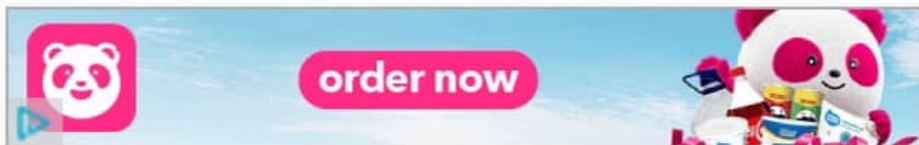
$$৩য় পদ \div ২য় পদ = \frac{9}{5} \div (-3) = -\frac{3}{5}$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a , সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar^2, ar^3, \dots

এই অনুসারে, n তম পদ, $a_n = ar^{n-1} = 5.(-\frac{3}{5})^{n-1}$ [নির্নৈয় সাধারণ পদ]



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

(vi) $1/3, 2/3, 4/3, 8/3, \dots$

সমাধানঃ

এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = 2/3 \div 1/3 = 2$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = 4/3 \div 2/3 = 2$$

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a , সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar^2, ar^3, \dots

এই অনুসারে, n তম পদ, $a_n = ar^{n-1} = 1/3 \cdot 2^{n-1}$ [নির্নেয় সাধারণ পদ]

২. নিচের অনুক্রমগুলোর শূন্যস্থান পূরণ করো।

(i) 2, 9, 16, _____, 37, _____.

(ii) -35, _____, -5, 5, _____.

(iii) _____, _____, 5, -4, _____.

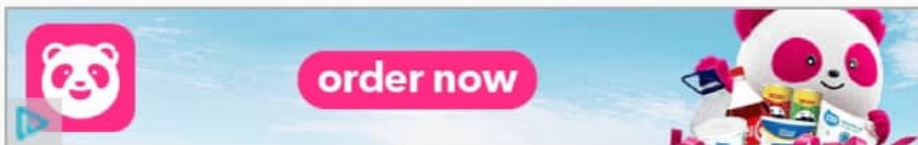
(iv) _____, $10x^2$, $50x^3$, _____, _____.

সমাধানঃ

(i) 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44.

[Hint: $a_n = a + (n-1)d$ সূত্রমতে]

(ii) -35, -25, -15, -5, 5, 15.



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

[Hint: $a_n = a + (n-1)d$ সূত্রমতে]

(iii) 32, 23, 14, 5, -4, -13.

[Hint: $a_n = a + (n-1)d$ সূত্রমতে]

(iv) $2x, 10x^2, 50x^3, 250x^4, 1250x^5$,

[Hint: $a_n = ar^{n-1}$ সূত্রমতে]

৩. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

[বিদ্রঃ আমরা এই ছকেই সমাধানের ফল দ্বারা খালি ঘরগুলো পূরণ করে দিয়েছি, আর নিম্নে সমাধানের পদ্ধতি বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

ক্রমিক নং	১ম পদ a	সাধারণ অন্তর d	পদসংখ্যা n	nতম পদ a_n	S_n
i.	2	5	10	47	245
ii.	-37	4	10	-1	-190
iii.	29	-4	14	-23	42
iv.	34	-2	13	10	286
v.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	15	$3\frac{1}{4}$	255
vi.	9	-2	18	-25	-144
vii.	7	$\frac{7}{3}$	13	35	$182\frac{2}{3}$
viii.	-4	7	25	164	2000
ix.	8	$-\frac{3}{4}$	15	$-5\frac{1}{2}$	$165\frac{1}{4}$
x.	2	2	50	100	2550

সমাধানঃ

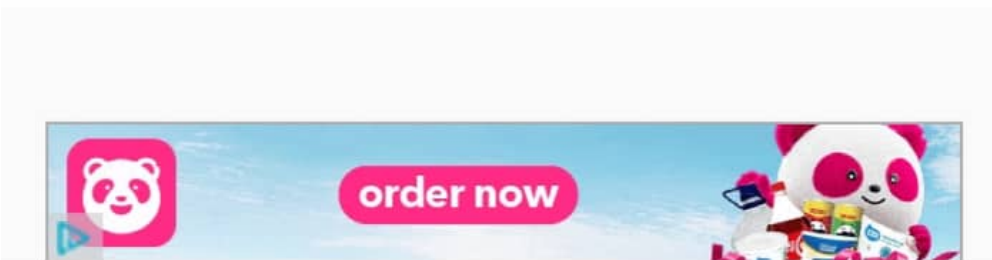
i.

$$n\text{তম পদ } a_n = a + (n-1)d = 2 + (10-1)5 = 2 + 9 \times 5 = 2 + 45 = 47$$

$$\text{সমষ্টি } S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n-1)d\} = \frac{1}{2} \times 10 \{2 \times 2 + (10-1)5\} = 5(4+9 \times 5) = 5 \times 49 = 245$$

ii.

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে S_n এর মান -180 দেওয়া আছে, আমরা যাচাই বাছাই করে পেয়েছি এটা -190 হলে গ্রহণযোগ্য হয় এবং সেই অনুসারে সমাধান দেয়া হলো। তোমাদের মতামত থাকলে আমাদের জানিও।]





দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2S_n = n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2 \times -190 = n\{2 \cdot -37 + (n - 1)4\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } -380 = n(-74 + 4n - 4)$$

$$\text{বা, } -380 = -74n + 4n^2 - 4n$$

$$\text{বা, } -190 = -37n + 2n^2 - 2n$$

$$\text{বা, } -190 = -39n + 2n^2$$

$$\text{বা, } -39n + 2n^2 + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 39n + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 20n - 19n + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n(n - 10) - 19(n - 10) = 0$$

$$\text{বা, } (2n - 19)(n - 10) = 0$$

$$\text{বা, } 2n = 19 \text{ অথবা, } n = 10$$

$$\text{বা, } n = 9.5 \text{ [n এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না]}$$

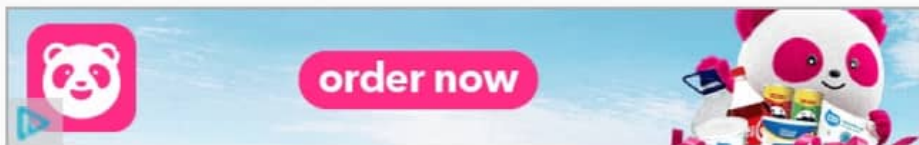
$$\text{তাহলে, } n = 10$$

আবার,

সূত্রমতে,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } a_n = -37 + (10 - 1)4 \text{ [মান বসিয়ে]}$$





দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } a_n = -37 + 9 \times 4$$

$$\text{বা, } a_n = -37 + 36$$

$$\text{বা, } a_n = -1$$

iii.

আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } -23 = 29 + (n - 1) \times (-4) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } -23 = 29 - 4n + 4$$

$$\text{বা, } 4n = -23 - 29 - 4$$

$$\text{বা, } 4n = -56$$

$$\text{বা, } n = -56/4 = 14$$

আবার,

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

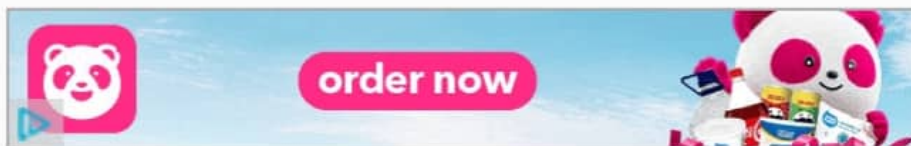
$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 14 \{2 \times 29 + (14 - 1)(-4)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = 7 \{58 + 13(-4)\}$$

$$\text{বা, } S_n = 7(58 - 52)$$

$$\text{বা, } S_n = 7 \times 6$$

$$\text{বা, } S_n = 42$$





দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

iv.

আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } 10 = a + (13-1)(-2) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 10 = a + 12 \times (-2)$$

$$\text{বা, } 10 = a - 24$$

$$\text{বা, } a = 10 + 24$$

$$\text{বা, } a = 34$$

আবার,

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{2 \times 34 + (13 - 1)(-2)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{68 + 12(-2)\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{68 - 24\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \times 44$$

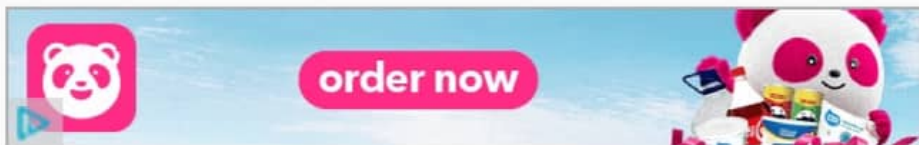
$$\text{বা, } S_n = 286$$

v.

আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } \frac{31}{4} = \frac{3}{4} + (n-1)\frac{1}{2} \text{ [মান বসিয়ে]}$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

বা, $31 = 3 + (n-1) \cdot 2$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $31 = 3 + 2n - 2$

বা, $31 = 2n + 1$

বা, $2n = 31 - 1$

বা, $2n = 30$

বা, $n = 15$

আবার,

$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n-1)d\}$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{2 \times \frac{3}{4} + (15-1) \cdot \frac{1}{2}\}$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{\frac{3}{2} + (14) \cdot \frac{1}{2}\}$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{\frac{3}{2} + \frac{14}{2}\}$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{\frac{17}{2}\}$

বা, $S_n = 255$

vi.

আমরা জানি,

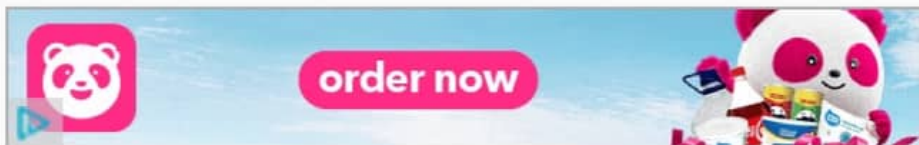
$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n-1)d\}$

বা, $2S_n = n \{2a + (n-1)d\}$

বা, $2 \times -144 = n \{2 \times 9 + (n-1)(-2)\}$ [মান বসিয়ে]

বা, $-288 = n(18 - 2n + 2)$

বা, $-288 = 18n - 2n^2 + 2n$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } -288 = 20n - 2n^2$$

$$\text{বা, } 20n - 2n^2 + 288 = 0$$

$$\text{বা, } -2n^2 + 20n + 288 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 20n - 288 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n-18)(n+8) = 0$$

$$\text{বা, } n=18 \text{ অথবা, } n=-8 \text{ [গ্রহণযোগ্য নয়]}$$

$$\text{তাহলে, } n=18$$

আবার,

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\text{বা, } a_n = 9 + (18-1)(-2) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

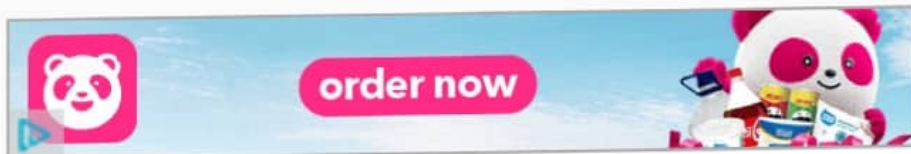
$$\text{বা, } a_n = 9 + 17(-2)$$

$$\text{বা, } a_n = 9 - 34$$

$$\text{বা, } a_n = -25$$

vii.

আমরা জানি,



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, $35 = 7 + (13 - 1)d$ [মান বসিয়ে]

বা, $35 = 7 + 12d$

বা, $12d = 35 - 7$

বা, $12d = 28$

বা, $d = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$

আবার,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{2 \times 7 + (13 - 1) \frac{7}{3}\}$ [মান বসিয়ে]

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{14 + (34) \times \frac{7}{3}\}$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 (14 + \frac{238}{3})$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 (\frac{42}{3} + \frac{238}{3})$

বা, $S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 (\frac{280}{3})$

বা, $S_n = \frac{3640}{6}$

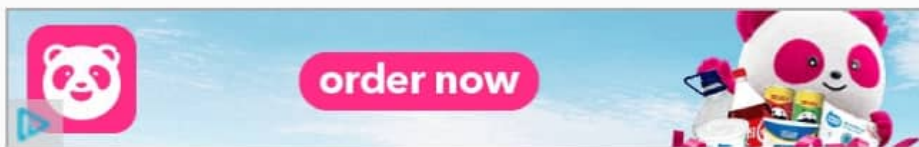
বা, $S_n = \frac{1820}{3}$

viii.

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

বা, $2000 = \frac{1}{2} \cdot 25 \{2a + (25 - 1)7\}$ [মান বসিয়ে]



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } 2000 = \frac{1}{2} \cdot 25(2a + 24 \times 7)$$

$$\text{বা, } 2000 = \frac{1}{2} \cdot 25(2a + 168)$$

$$\text{বা, } (2a + 168) = \frac{2000 \times 2}{25}$$

$$\text{বা, } 2a + 168 = 160$$

$$\text{বা, } 2a = 160 - 168$$

$$\text{বা, } 2a = -8$$

$$\text{বা, } a = -4$$

আবার,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = -4 + (25 - 1)7 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$a_n = -4 + 24 \times 7$$

$$a_n = -4 + 168$$

$$a_n = 164$$

ix.

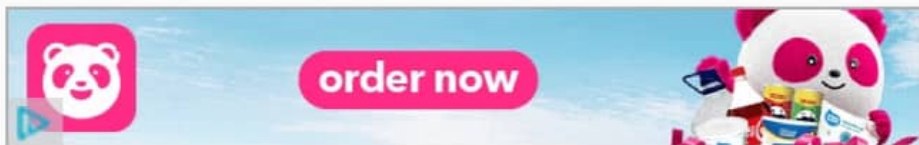
আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15 \{2a + (15 - 1)(-\frac{3}{4})\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15 \{2a + 14 \times (-\frac{3}{4})\}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15(2a - \frac{21}{2})$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \cdot 15(2a - \frac{21}{2}) = \frac{165}{4}$$

$$\text{বা, } (2a - \frac{21}{2}) = \frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } 2a = \frac{11}{2} + \frac{21}{2}$$

$$\text{বা, } 2a = \frac{32}{2}$$

$$\text{বা, } a = \frac{32}{4}$$

$$\text{বা, } a = 8$$

আবার,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = 8 + (15 - 1)(-\frac{3}{4}) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$a_n = 8 + 14 \times (-\frac{3}{4})$$

$$a_n = 8 - \frac{21}{2}$$

$$a_n = \frac{16}{2} - \frac{21}{2}$$

$$a_n = -\frac{5}{2}$$

x.

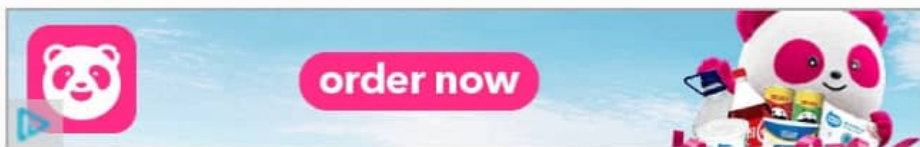
আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2S_n = n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2 \times 2550 = n \{2 \cdot 2 + (n - 1)2\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 5100 = n(4 + 2n - 2)$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } 5100 = 4n + 2n^2 - 2n$$

$$\text{বা, } 5100 = 2n + 2n^2$$

$$\text{বা, } 2550 = n + n^2$$

$$\text{বা, } n + n^2 + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + n + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\text{বা, } n = 50 \text{ অথবা, } n = -51 \text{ [গ্রহণযোগ্য নয়]}$$

$$\text{তাহলে, } n = 50$$

আবার,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } a_n = 2 + (50-1)2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

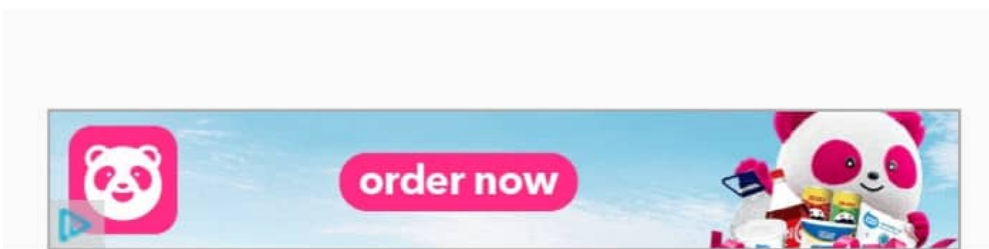
$$\text{বা, } a_n = 2 + 49 \times 2$$

$$\text{বা, } a_n = 2 + 98$$

$$\text{বা, } a_n = 100$$

৪. তোমার পড়ার ঘরের মেঝেতে তুমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির একটি মোজাইক করতে চাও, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 12 ফুট। মোজাইকে সাদা ও নীল রঙের টাইলস থাকবে। প্রতিটি টাইলস 12 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সুসম ত্রিভুজাকৃতি। টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসিয়ে মোজাইকটি সম্পূর্ণ করতে হবে।

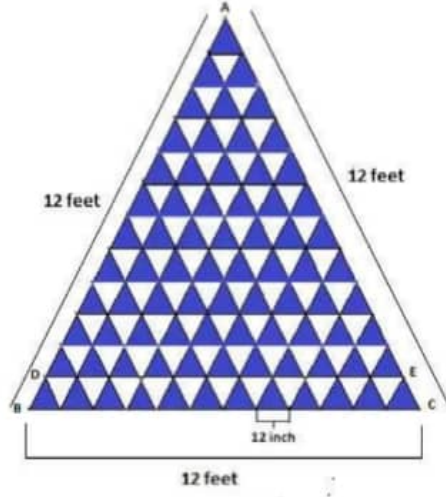
ক) ত্রিভুজাকৃতির মোজাইকটির একটি মডেল তৈরি করো।



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

সমাধানঃ

আমি আমার ঘরে সমবাহু ত্রিভুজ আকৃতির একটা মোজাইক করতে চাই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ফুট। এবং এই মোজাইক করার জন্য আমি কতগুলো নীল ও কতগুলো সাদা টাইলস বেছে নিয়েছি যেখানে প্রতিটি টাইলস সমবাহু এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি। এখন টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসানোর জন্য আমি একটি মডেল তৈরি করেছি, মডেলটি নিম্নরূপঃ



খ) প্রত্যেক রঙের কয়টি করে টাইলস লাগবে?

সমাধানঃ

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু $AB = BC = CA = 12$ ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

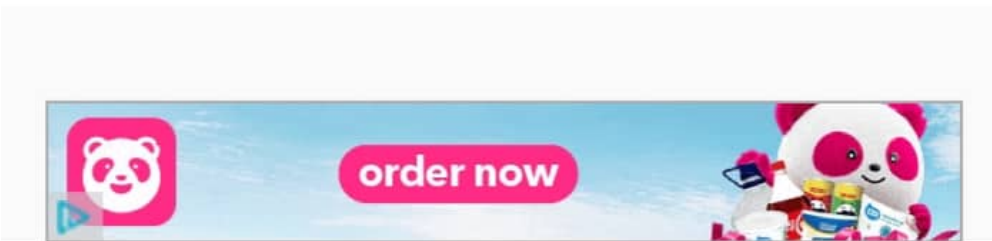
তাহলে, মডেল অনুসারে, ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু BC বরাবর স্থাপিত নীল টাইলস এর সংখ্যা = $(12 \div 1)$ টি = 12 টি।

অর্থাৎ ১ম ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা $a = 12$

আবার,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক ABC এর উচ্চতা = $(\sqrt{3}/2) \cdot 12$ ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর উচ্চতা = $(\sqrt{3}/2) \cdot 1$ ফুট।



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

তাহলে,

$$\text{মডেলটিতে, মোট ধাপ সংখ্যা } n = (\sqrt{3}/2) \cdot 12 \div (\sqrt{3}/2) \cdot 1 = 12$$

$$\text{এবং, ADE এর উচ্চতা} = (\sqrt{3}/2) \cdot 12 - (\sqrt{3}/2) \cdot 1 = (\sqrt{3}/2) \cdot 11 \text{ ফুট।}$$

এখন আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $= (\sqrt{3}/2) \cdot a$, এই সূত্র অনুসারে $(\sqrt{3}/2) \cdot 11$ উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমবাহু হবে এবং যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 11 ফুট।

$$\text{অর্থাৎ, } DE = 11 \text{ ফুট।}$$

তাহলে, DE বরাবর নীল টাইলস রাখা যাবে $(11 \div 1)$ টি = 11 টি।

$$\text{অর্থাৎ ২য় ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা} = 11$$

$$\text{তাহলে, সমান্তর ধারা অনুসারে, সাধারণ অন্তর } d = (11 - 12) = -1$$

সুতরাং,

মেডেলটিতে মোট নীল টাইলস এর সংখ্যা S_n

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \{2 \cdot 12 + (12 - 1)(-1)\}$$

$$= 6 \{24 + 11(-1)\}$$

$$= 6(24 - 11)$$

$$= 6 \times 13$$

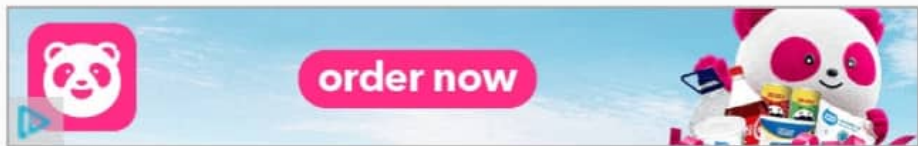
$$= 78 \text{ টি}$$

এখন আবার,

মেডেল অনুসারে, DE বরাবর সাদা টাইলস আছে 11টি কারণ DE = 11 ফুট।

নীল টাইলসের ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত সকল সূত্র ও নিয়ম সাদা টাইলস এর ক্ষেত্রে ব্যবহার করলে সেক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$a = 11, n = 11, d = -1$$



তাহলে,

মোট সাদা টাইলস এর সংখ্যা S_n

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \{2 \cdot 11 + (11 - 1)(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \{22 + 10(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 (22 - 10)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \times 12$$

$$= 66 \text{ টি}$$

গ) মোট কতগুলো টাইলস প্রয়োজন হবে?

সমাধানঃ

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ফুট।

∴ সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (12)^2$ বর্গ ফুট।

আবার,

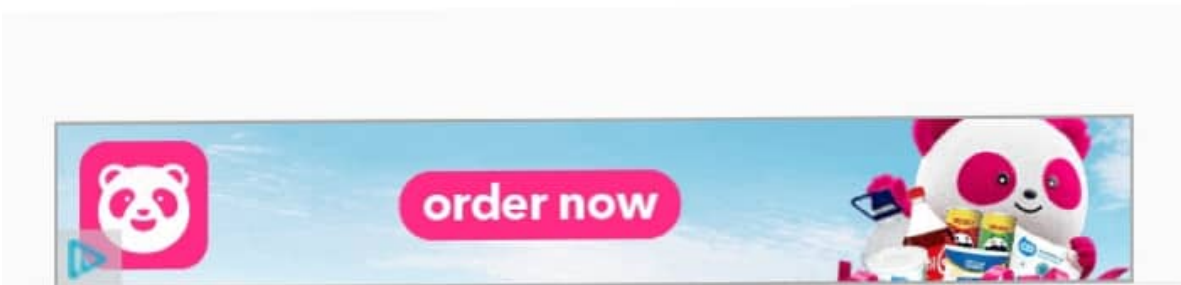
সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

∴ সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1)^2$ বর্গ ফুট।

অর্থাৎ,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক সম্পূর্ণ করতে সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস লাগবে

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (12)^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1)^2} \text{ টি} \\ & = (12)^2 \text{ টি} \end{aligned}$$

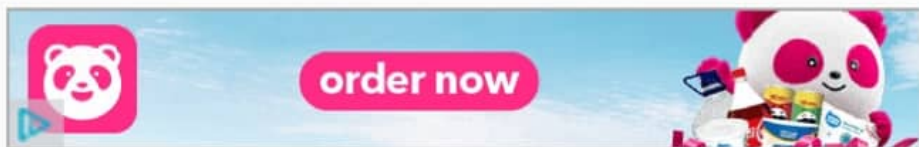




দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

= 144 টি।

www.facebook.com/jpthedeveloper



অধ্যায় - ২

অনুক্রম ও ধারা (২) – Class 9 Math BD 2024 – দ্বিতীয় অধ্যায়
(অনুশীলনীর প্রশ্নঃ ৫- ১১ পর্যন্ত)

অনুক্রম ও ধারা

এটা অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের ২য় অংশ যেখানে ৫-১১ পর্যন্ত সমাধান করা হয়েছে। অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের অনুশীলনীতে কিছু সমস্যা আমরা খুঁজে পেয়েছি যেগুলো আমরা আরও বিস্তারিত বিশ্লেষণ সাপেক্ষে সমাধান প্রদান করব যা আমরা প্রশ্নের সাথে উল্লেখ করেছি। তাহলে চল শুরু করি। উল্লেখ এই অধ্যায়ের আলোচনা অংশের অংশগুলো পরে প্রকাশ করব। ধন্যবাদ।

(১-৪) এর সমাধান লিঙ্ক

৫. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

[বিদ্রঃ অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের এই ৫ নং সমস্যার ছক পূরণ করেই প্রকাশ করা হলো। কিভাবে ছক এ উত্তর বসানো হয়েছে তা ছকের নিচে সূত্র সহকারে বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

ক্রমিক নং	১ম পদ a	সাধারণ অনুপাত r	পদসংখ্যা n	nতম পদ a _n	সমষ্টি S _n
i.	128	½	9	½	511/2
ii.	1	-3	8	-2187	-1640
iii.	1/√2	-√2	9	8√2	(³¹ √2 - 7)
iv.	2	-2	7	128	86
v.	2	2	7	128	254
vi.	12	2	7	768	1524
vii.	27	1/3	5	1/3	121/3
viii.	3	4	6	3072	4095

সমাধানঃ

i.

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = 128\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 9$$

আবার,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } S_n = 128(1 - \frac{1}{2}^9) \div (1 - \frac{1}{2}) \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } S_n = 128(1 - \frac{1}{512}) \div \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } S_n = 128\left(\frac{511}{512}\right) \times 2$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{511}{2}$$

ii.

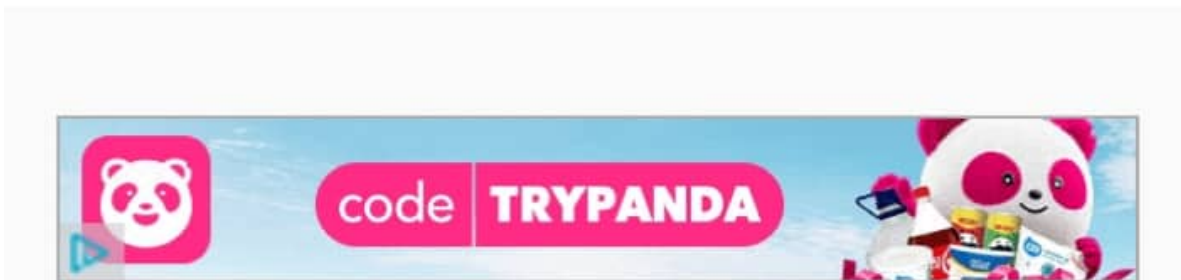
$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } -2187 = a(-3)^{8-1} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } -2187 = a(-3)^7$$

$$\text{বা, } -2187 = -2187a$$

$$\text{বা, } a = 1$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

এবং,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$S_n = 1\{1-(-3)^8\} \div \{1-(-3)\} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$S_n = (1-6561) \div 4$$

$$S_n = -6560 \div 4$$

$$S_n = -1640$$

iii.

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } 8\sqrt{2} = (1/\sqrt{2})(-2)^{n-1} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } 8\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (-2)^{n-1}$$

$$\text{বা, } 16 = (-2)^{n-1}$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = (-2)^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 9$$

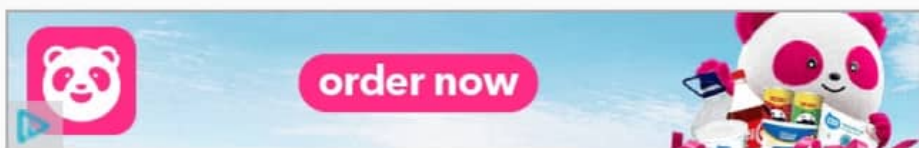
আবার,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } S_n = (1/\sqrt{2})\{1-(-2)^9\} \div \{1-(-2)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = (1/\sqrt{2})\{1^9-(-2)^9\} \div \{1-(-2)\}$$

$$\text{বা, } S_n = (1/\sqrt{2})\{1^9-(-2)^9\} \div \{1-(-2)\}$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}[\{(1^3 - (-\sqrt{2})^3)\{(1^3)^2 + 1^3 \cdot (-\sqrt{2})^3 + \{(-\sqrt{2})^3\}^2\} \div \{1 - (-\sqrt{2})\}]$ [সূত্র $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ব্যবহার করে]

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}[\{1 - (-\sqrt{2})\}\{1^2 + 1 \cdot (-\sqrt{2}) + (-\sqrt{2})^2\}\{1 - 2\sqrt{2} + 8\}] \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$ [সূত্র $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ব্যবহার করে]

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}[\{1 - (-\sqrt{2})\}(1 - \sqrt{2} + 2)\{1 - 2\sqrt{2} + 8\} \div \{1 - (-\sqrt{2})\}]$

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \sqrt{2} + 2)(1 - 2\sqrt{2} + 8)$

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 4 + 4\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 16)$

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(-7\sqrt{2} + 31)$

বা, $S_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(31 - 7\sqrt{2})$

বা, $S_n = \frac{31}{\sqrt{2}} - 7$

iv.

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } 128 = a(-2)^{7-1}$$

$$\text{বা, } 128 = a(-2)^6$$

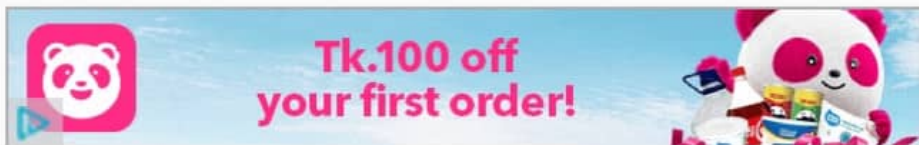
$$\text{বা, } 128 = 64a$$

$$\text{বা, } a = 2$$

এবং,

$$S_n = a(1 - r^n) \div (1 - r)$$

$$\text{বা, } S_n = 2\{1 - (-2)^7\} \div \{1 - (-2)\}$$





$$\text{বা, } S_n = 2\{1 - (-128)\} \div (1+2)$$

$$\text{বা, } S_n = 2(1+128) \div (1+2)$$

$$\text{বা, } S_n = 2 \times 129 \div 3$$

$$\text{বা, } S_n = 86$$

v.

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } 254 = 2(1-2^n) \div (1-2)$$

$$\text{বা, } 254 = 2(1-2^n) \div (-1)$$

$$\text{বা, } 254 = -2(1-2^n)$$

$$\text{বা, } 1-2^n = -127$$

$$\text{বা, } -2^n = -128$$

$$\text{বা, } 2^n = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

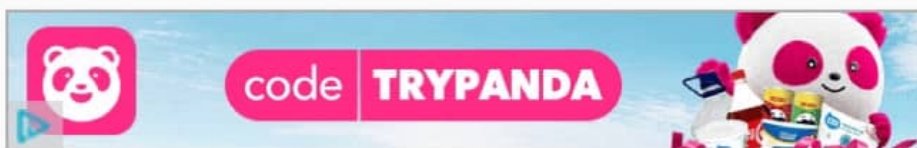
$$\text{বা, } n = 7$$

আবার,

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } a_n = 2 \cdot 2^{7-1}$$

$$\text{বা, } a_n = 128$$





vi.

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } 768 = 12r^{n-1}$$

$$\text{বা, } r^{n-1} = 768/12$$

$$\text{বা, } r^{n-1} = 64$$

$$\text{বা, } r^n/r = 64$$

$$\text{বা, } r^n = 64r \dots\dots(i)$$

আবার,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } 1524 = 12(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } (1-r^n) \div (1-r) = 1524/12$$

$$\text{বা, } (1-r^n) \div (1-r) = 127$$

$$\text{বা, } (1-r^n) = 127(1-r)$$

$$\text{বা, } 1-r^n = 127-127r$$

$$\text{বা, } -r^n = 127-127r - 1$$

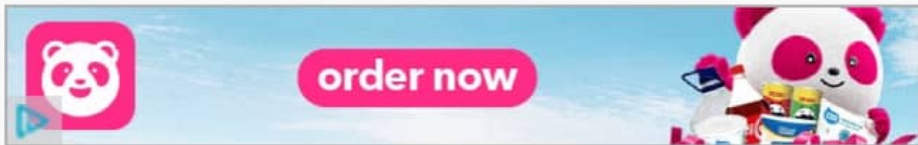
$$\text{বা, } -r^n = 126-127r$$

$$\text{বা, } r^n = 127r - 126 \dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$$64r = 127r - 126$$

$$\text{বা, } 64r - 127r = 126$$





$$\text{বা, } 63r = 126$$

$$\text{বা, } r = 126/63$$

$$\text{বা, } r = 2$$

এখন, r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2^n = 64 \times 2$$

$$\text{বা, } 2^n = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

$$\text{বা, } n = 7$$

vii.

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\text{বা, } 1/3 = 27(1/3)^{n-1}$$

$$\text{বা, } 27(1/3)^{n-1} = 1/3$$

$$\text{বা, } (1/3)^{n-1} = 1/3 \times 27$$

$$\text{বা, } (1/3)^{n-1} = 1/81$$

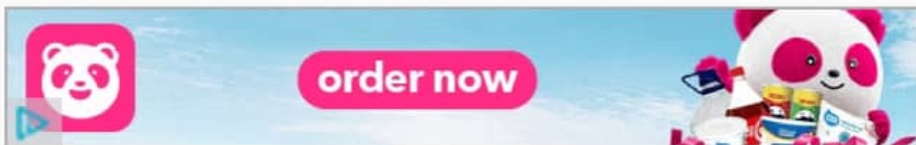
$$\text{বা, } (1/3)^{n-1} = (1/3)^4$$

$$\text{বা, } n-1 = 4$$

$$\text{বা, } n = 5$$

এবং,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$





$$\text{বা, } S_n = 27\{1 - (1/3)^5\} \div (1 - 1/3)$$

$$\text{বা, } S_n = 27\{1 - 1/243\} \div (1 - 1/3)$$

$$\text{বা, } S_n = (27 - 27/243) \div (1 - 1/3)$$

$$\text{বা, } S_n = (27 - 1/9) \div (1 - 1/3)$$

$$\text{বা, } S_n = (243/9 - 1/9) \div (3/3 - 1/3)$$

$$\text{বা, } S_n = 242/9 \div 2/3$$

$$\text{বা, } S_n = 242/9 \times 3/2$$

$$\text{বা, } S_n = 121/3$$

viii.

$$S_n = a(1 - r^n) \div (1 - r)$$

$$\text{বা, } 4095 = a(1 - 4^6) \div (1 - 4)$$

$$\text{বা, } 4095 = a(1 - 4096) \div (-3)$$

$$\text{বা, } 4095 = a(-4095) \div (-3)$$

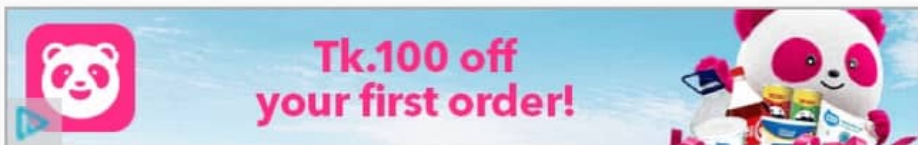
$$\text{বা, } 4095 = 1365a$$

$$\text{বা, } a = 4095/1365$$

$$\text{বা, } a = 3$$

আবার,

$$a_n = ar^{n-1}$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

বা, $a_n = 3.4^{6-1}$

বা, $a_n = 3.4^5$

বা, $a_n = 3072$

৬.

চিত্র নং	চিত্র	কয়েন সংখ্যা
1	•	1
2	•••	3
3	••• •••	6
4	••• ••• •••	10
.....

ছক - ১

n	সারির সংখ্যাগুলো	সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি
1	1 1	1 + 1 = 2
2	1 2 1	1 + 2 + 1 = 4
3	1 3 3 1	1 + 3 + 3 + 1 = 8
4	1 4 6 4 1	1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16
.....

ছক - ২

ক) ছক- ১ এর অনুক্রমটি নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করো। অতঃপর ১০ম চিত্রটি গঠন করে কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ছক - ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে,

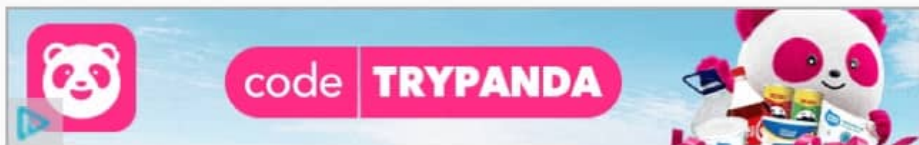
১০ম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা $n = 10$

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর $d = 1$

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা $a = 1$

অতএব,



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

১০ম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা S_n

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \{2 \cdot 1 + (10 - 1)1\}$$

$$= 5(2 + 9 \cdot 1)$$

$$= 5(2 + 9)$$

$$= 5 \times 11$$

$$= 55$$

ফলে, দশম পদ 55 এর জন্য চিত্রটি নিম্নরূপঃ



খ) প্রদত্ত তথ্যের আলোকে n তম চিত্রের কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ছক - ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

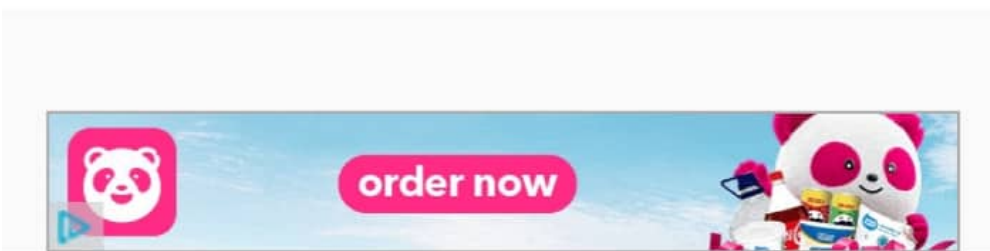
তাহলে,

n তম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা = n

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর $d = 1$

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা $a = 1$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

অতএব,

n তম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা S_n

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n - 1)1\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2 + (n - 1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n (2 + n - 1)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n (n + 1) \text{ [Ans.]}$$

গ) $n = 5$ হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলো নির্ণয় করে এবং দেখাও যে, n তম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি 2^n সূত্রকে সমর্থন করে।

সমাধানঃ

ছক - ২ পর্যবেক্ষন করে পাই,

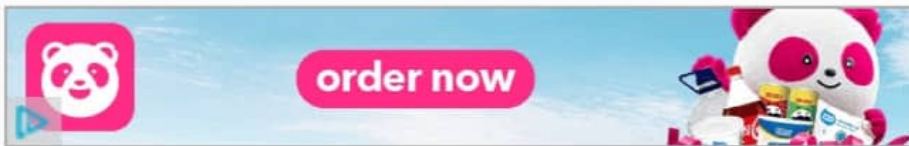
প্রতিটি সারিতে ১ম ও শেষ সংখ্যা হলো 1 এবং মাঝের সংখ্যাগুলো হলো পূর্বের সারির পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার যোগফলের সমান।

সেইঅনুসারে, $n = 5$ এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,

n	সারির সংখ্যাগুলো
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1

অতএব,

$n = 5$ হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলোঃ 1, 5, 10, 10, 5, 1



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টিঃ

$$১ম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2 = 2^1$$

$$২য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 4 = 2^2$$

$$৩য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 8 = 2^3$$

$$৪র্থ সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 16 = 2^4$$

$$\therefore nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2^n \text{ [দেখানো হলো]}$$

ঘ) প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করে এবং ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2046 হলে, n এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করা হলো যা নিম্নরূপঃ

$$2 + 4 + 8 + 16 + \dots$$

এখন,

$$\text{ধারাটিতে, } ১ম \text{ পদ } a = 2$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = 4 \div 2 = 2$$

$$\text{পদসংখ্যা} = n$$

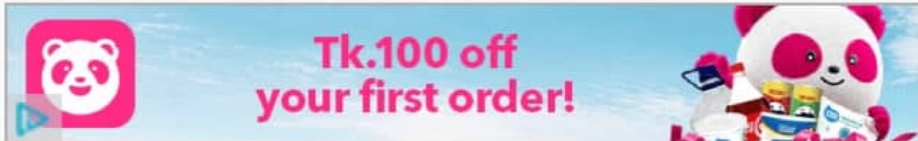
$$\text{সমষ্টি } S_n = 2046$$

আমরা জানি,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } 2046 = 2(1-2^n) \div (1-2)$$

$$\text{বা, } 2046 = 2(1-2^n) \div (-1)$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } 2046 = -2(1-2^n)$$

$$\text{বা, } -2(1-2^n) = 2046$$

$$\text{বা, } 1-2^n = -1023$$

$$\text{বা, } -2^n = -1023 - 1$$

$$\text{বা, } -2^n = -1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^{10}$$

$$\text{বা, } n = 10$$

৭. n এর মান নির্ণয় করো, যেখানে $n \in \mathbf{N}$.

[বিদ্রঃ Σ এর উপর n এবং নিচে $k=1$ সাইটে লেখা না যাওয়ায় শুধুমাত্র Σ দ্বারা প্রকাশ করেছি; তোমর পাঠ্যপুস্তক অনুসারে লিখবে।]

$$\text{i. } \Sigma (20 - 4k) = -20$$

সমাধানঃ

এখানে, $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (20 - 4 \cdot 1) + (20 - 4 \cdot 2) + (20 - 4 \cdot 3) + \dots + (20 - 4n) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 4(1+2+3+\dots+n) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1\} = -20 \quad [S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n-1)d\} \text{ এর সূত্র প্রয়োগ করে}]$$

$$\text{বা, } 20n - 2 \cdot n(2 + n - 1) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 2n(n + 1) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 2n^2 - 2n = -20$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } -2n^2 + 18n = -20$$

$$\text{বা, } -2n^2 + 18n + 20 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 18n - 20 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 9n - 10 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n + n - 10 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-10) + 1(n-10) = 0$$

$$\text{বা, } (n+1)(n-10) = 0$$

$$\text{বা, } n+1 = 0 \text{ অথবা, } n-10 = 0$$

$$\text{বা, } n = -1 \text{ বা, } n = 10$$

n এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না; অর্থাৎ $n = 10$.

$$\text{ii. } \sum (3k + 2) = 1105$$

সমাধানঃ

এখানে, $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (3 \cdot 1 + 2) + (3 \cdot 2 + 2) + (3 \cdot 3 + 2) + \dots + (3 \cdot n + 2) = 1105$$

$$\text{বা, } 3(1+2+3+\dots+n) + 2n = 1105$$

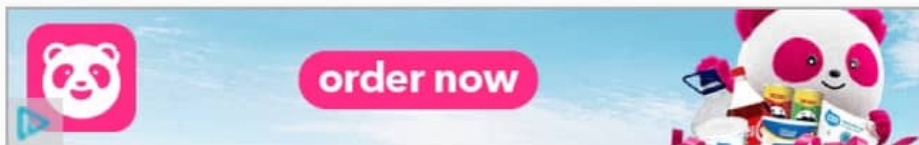
$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1\} + 2n = 1105 \text{ [} S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n-1)d\} \text{ এর সূত্র প্রয়োগ করে]}$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 + n - 1\} + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n(n+1) + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (n^2 + n) + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot (n^2 + n) + 4n = 2210 \text{ [উপয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]}$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } 3n^2 + 3n + 4n = 2210$$

$$\text{বা, } 3n^2 + 7n - 2210 = 0$$

$$\text{বা, } 3n^2 - 78n + 85n - 2210 = 0$$

$$\text{বা, } 3n(n-26) + 85(n-26) = 0$$

$$\text{বা, } (n-26)(3n+85) = 0$$

$$\text{বা, } n-26 = 0 \text{ অথবা, } 3n+85 = 0$$

$$\text{বা, } n = 26 \text{ বা, } 3n = -85 \text{ [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]}$$

$$\therefore n = 26$$

$$\text{iii. } \sum (-8) \cdot (0.5)^{k-1} = -255/16$$

সমাধানঃ

এখানে, $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (-8) \cdot (0.5)^{1-1} + (-8) \cdot (0.5)^{2-1} + (-8) \cdot (0.5)^{3-1} + \dots + (-8) \cdot (0.5)^{n-1} = -255/16$$

$$\text{বা, } (-8) \cdot \{(0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1}\} = -255/16$$

$$\text{বা, } (-8) \cdot \{(0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1}\} = -255/16$$

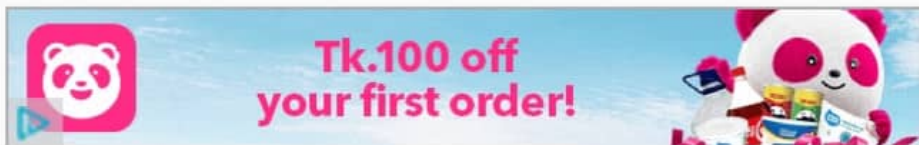
$$\text{বা, } (0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1} = 255/128$$

$$\text{বা, } \{(0.5)^0\} \cdot (1-0.5^n) \div (1-0.5) = 255/128 \quad [S_n = a(1-r^n) \div (1-r) \text{ সূত্রমতে}]$$

$$\text{বা, } 1 \cdot (1-0.5^n) \div 0.5 = 255/128$$

$$\text{বা, } (1-0.5^n) \div 0.5 = 255/128$$

$$\text{বা, } (1-1/2^n) \div 1/2 = 255/128$$





$$\text{বা, } (1 - \frac{1}{2}^n) = \frac{255}{256}$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = \frac{255}{256} - 1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = \frac{255}{256} - 1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = -\frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}^n = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}^n = \frac{1}{2^8}$$

$$\text{বা, } n = 8$$

$$\text{iv. } \sum (3)^{k-1} = 3280$$

সমাধানঃ

এখানে, $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (3)^{1-1} + (3)^{2-1} + (3)^{3-1} + \dots + (3)^{n-1} = 3280$$

$$\text{বা, } (3)^0 + (3)^1 + (3)^2 + \dots + (3)^{n-1} = 3280$$

$$\text{বা, } (3)^0 \cdot (1-3^n) \div (1-3) = 3280$$

$$\text{বা, } 1 \cdot (1-3^n) \div (-2) = 3280$$

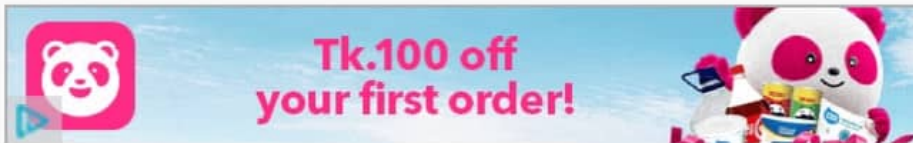
$$\text{বা, } (1-3^n) = 3280 \times (-2)$$

$$\text{বা, } 1-3^n = -6560$$

$$\text{বা, } -3^n = -6560-1$$

$$\text{বা, } -3^n = -6561$$

$$\text{বা, } 3^n = 6561$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$\text{বা, } 3^n = 3^8$$

$$\text{বা, } n = 8$$

৮. একটি সমান্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় ও ১০তম পদ যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম, চতুর্থ ও ১৭তম পদের সমান।

ক) সমান্তর ধারার ১ম পদ a , সাধারণ অন্তর d এবং গুণোত্তর সাধারণ অনুপাত r হলে, ধারা দুইটি সমন্বয়ে দুইটি সমীকরণ গঠন করো।

সমাধানঃ

সূত্র অনুসারে,

$$\text{সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে } n\text{তম পদ } a_n = a + (n-1)d$$

$$\text{গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে } n\text{তম পদ } b_n = a \cdot r^{(n-1)}$$

প্রদত্ত সমান্তর ধারায়,

$$১\text{ম পদ} = a$$

$$২\text{য় পদ} = a + d$$

$$১০\text{ম পদ} = a + (10-1)d = a + 9d$$

প্রদত্ত গুণোত্তর ধারায়,

$$১\text{ম পদ} = a$$

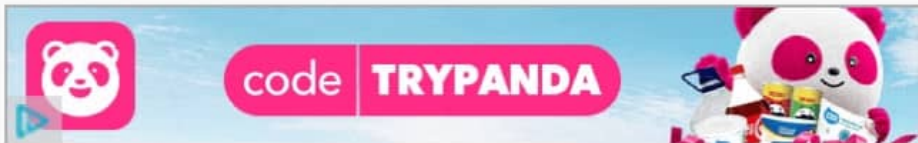
$$৪\text{র্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$১৭\text{তম পদ} = ar^{17-1} = ar^{16}$$

শর্ত অনুসারে,

$$a + d = ar^3 \text{ [সমান্তরের } ২\text{য় পদ} = \text{গুণোত্তরের } ৪\text{র্থ পদ]}$$

$$a + 9d = ar^{16} \text{ [সমান্তরের } ১০\text{ম পদ} = \text{গুণোত্তরের } ১৭\text{তম পদ]}$$



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

∴ নির্ণেয় দুইটি সমীকরণঃ $a+d = ar^3$ ও $a+9d = ar^{16}$

খ) সাধারণ অনুপাত r এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ক হতে পাই,

$$a+d = ar^3$$

বা, $1+d/a = r^3$ [a দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } r = \sqrt[3]{(1+d/a)} \dots\dots(i)$$

গ) গুণোত্তর ধারাটির ১০তম পদ 5120 হলে, a ও d এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

পরে দেয়া হবে.....

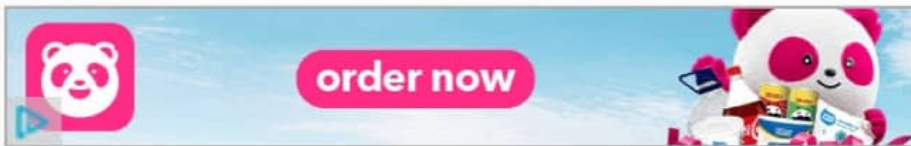
ঘ) সমান্তর ধারাটির ১ম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

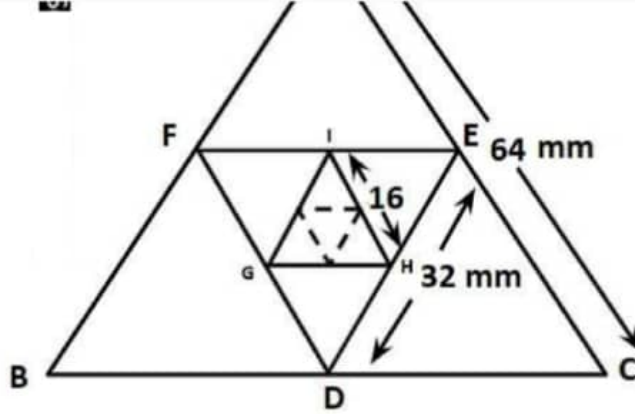
পরে দেয়া হবে.....

৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। ওই ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ অঙ্কন করলে এবং সর্ববহিঃস্থ ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি হলে, সবগুলো ত্রিভুজের পরিসীমার সমষ্টি কত হবে নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...



একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি অর্থাৎ ABC ত্রিভুজের পরিসীমা = $3 \times 64 \text{ mm} = 192 \text{ mm}$. এখন ABC এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ DEF আঁকি। এখন আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা উহার তৃতীয় বাহুর অর্ধেক। তাহলে, $DF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 64 \text{ mm} = 32 \text{ mm}$. এখন, যেহেতু অঙ্কিত DEF সমবাহু ত্রিভুজ সেহেতু $DE=EF=DF=32 \text{ mm}$ অর্থাৎ DEF এর পরিসীমা = $3 \times 32 \text{ mm} = 96 \text{ mm}$. আবার, DEF এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ GHI আঁকি। তাহলে, $GH=HI=IG = \frac{1}{2} \times 32 \text{ mm} = 16 \text{ mm}$ অর্থাৎ GHI এর পরিসীমা = $3 \times 16 \text{ mm} = 48 \text{ mm}$. একইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ আঁকি।

এখন, এইভাবে পর্যায়ক্রমে যদি অসীম ত্রিভুজ আঁকা হয় তাহলে আমরা ত্রিভুজগুলোর পরিসীমাগুলোকে একটি ধারা আকারে লিখতে পারি যা নিম্নরূপঃ

$$192 + 96 + 48 + \dots$$

ধারাটিতে, ১ম পদ $a = 192$

সাধারণ অনুপাত $r = 96 \div 192 = \frac{1}{2}$

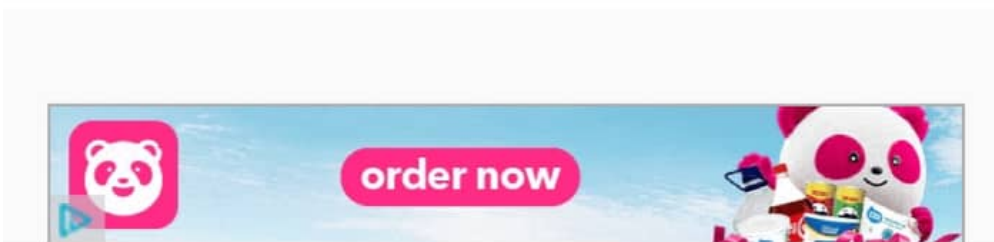
তাহলে,

এই ধারার n তম পদের সমষ্টি S_n

$$= a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$= 192(1 - \frac{1}{2}^n) \div (1 - \frac{1}{2})$$

শর্তানুসারে, অঙ্কিত ত্রিভুজ সংখ্যা 10 অর্থাৎ $n=10$ এর ক্ষেত্রে, ধারাটির সমষ্টি



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

$$= 192(1 - \frac{1}{2}^{10}) \div (1 - \frac{1}{2})$$

$$= 192(1 - \frac{1}{2}^{10}) \div \frac{1}{2}$$

$$= 384(1 - \frac{1}{2}^{10})$$

$$= 384(1 - \frac{1}{1024})$$

$$= 384 - \frac{384}{1024}$$

$$= 384 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{384 \times 8 - 3}{8}$$

$$= \frac{3069}{8} \text{ মিমি (Ans.)}$$

১০. শাহানা তার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে একটি চারা গাছ রোপণ করল। এক বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা 1.5 ফুট হলো। পরবর্তী বছর এর উচ্চতা 0.75 ফুট বৃদ্ধি পেল। প্রতি বছর গাছটির উচ্চতা পূর্বের বছরের বৃদ্ধিপ্ৰাপ্ত উচ্চতার 50% বাড়ে। এভাবে বাড়তে থাকলে 20 বছর পরে গাছটির উচ্চতা কত ফুট হবে?

সমাধানঃ

১ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা = 1.5 ফুট

২ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 ফুট

৩ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 এর 50% ফুট = 0.375 ফুট

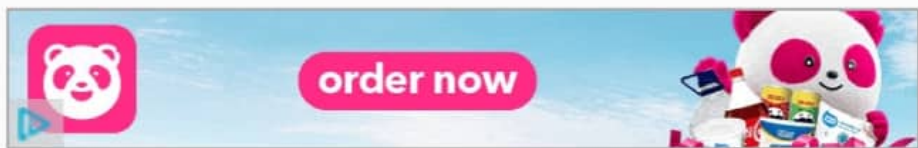
৪ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.375 এর 50% ফুট = 0.1875 ফুট

তাহলে, উচ্চতা বৃদ্ধির ধারাঃ 0.75 + 0.375 + 0.1875 +

এখানে,

$$a = 0.75; r = 0.375 \div 0.75 = 0.1875 \div 0.375 = \frac{1}{2};$$

এবং, $n = 19$ কারণ গাছের বৃদ্ধি ২য় বছর থেকে শুরু হয়।



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

তাহলে, n তম বছরে গাছের মোট বৃদ্ধির পরিমাণ S_n

$$= a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$= 0.75(1- \frac{1}{2}^{19}) \div (1- \frac{1}{2})$$

$$= 0.75(1- \frac{1}{2}^{19}) \div \frac{1}{2}$$

$$= 1.5(1- \frac{1}{2}^{19})$$

$$= 1.5(1- \frac{1}{524288})$$

$$= 1.5(\frac{524287}{524288})$$

$$= 1.49999714 \text{ ফুট}$$

তাহলে, ২০ বছরে গাছটির উচ্চতা হবে

$$= ১ম বছরের গাছের উচ্চতা + ১৯ বছরের গাছটির বৃদ্ধি$$

$$= 1.5 + 1.49999714 \text{ ফুট}$$

$$= 2.99999714 \text{ ফুট}$$

১১. তুমি তোমার পরিবারের গত ছয় মাসের খরচের হিসাব জেনে নাও। প্রতি মাসের খরচকে একেকটি পদ বিবেচনা করে সম্ভব হলে একটি ধারায় রূপান্তর করো। তারপর নিচের সমস্যাগুলো সমাধানের চেষ্টা করো।

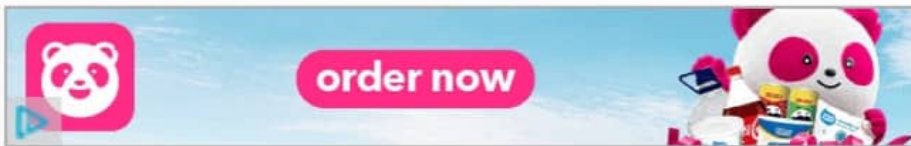
ক) ধারা তৈরি করা সম্ভব হয়েছে কী? হলে, কোন ধরনের ধারা পেয়েছ ব্যাখ্যা করো।

সমাধানঃ

হ্যাঁ ধারা তৈরি করা হয়েছে। আমি একটি সামান্তর ধারা পেয়েছি।

গত ছয় মাসে আমার পরিবারের খরচ নিম্নরূপঃ

মাস	খরচ (টাকা)
১ম	6000
২য়	6200



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

তম	6400
৪র্থ	6600
৫ম	6800
৬ষ্ঠ	7000

এখানে, $a = 6000$; $d = 6200 - 6000 = 200$; $n = 6$; অর্থাৎ, এটি একটি সমান্তর ধারা।

খ) ধারার সমষ্টিতে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

সমাধানঃ

উপরোক্ত তথ্য হতে আমরা যে ধারাটি পাই তা নিম্নরূপঃ

$$6000 + 6200 + 6400 + \dots$$

$$= 6000 + (6000+200) + (6000 + 200 + 200) + \dots$$

$$= a + (a+d) + (a+d+d) + \dots \quad [1\text{ম পদ, } 6000 = a, \text{ সাধারণ অন্তর } 200 = d \text{ ধরে}]$$

$$= a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+nd) \quad [পদসংখ্যা n হলে]$$

$$= an + d\{1+2+3+\dots+(n-1)\}$$

$$= an + d \cdot \frac{n}{2}(n-1) \quad [1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{n}{2}(n-1) \text{ সূত্রমতে}]$$

$$= \frac{2an}{2} + d \cdot \frac{n}{2}(n-1)$$

$$= \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$$

$$= \text{ধারার সমষ্টি } S_n$$

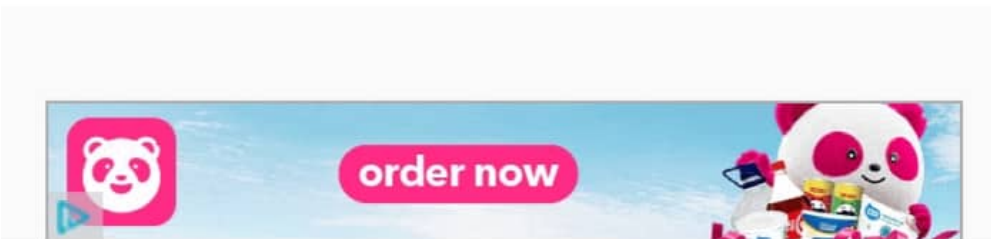
$$\text{অতএব, প্রাপ্ত সমীকরণ, } S_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \{2a + (n-1)d\}$$

গ) পরবর্তী ছয় মাসে সম্ভাব্য মোট কত খরচ হতে পারে তা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

উপরোক্ত তথ্য হতে, পরবর্তী ১ম মাসের খরচ = $7000 + 200 = 7200$

∴ পরবর্তী ছয় মাসের মোট খরচ



← দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ...

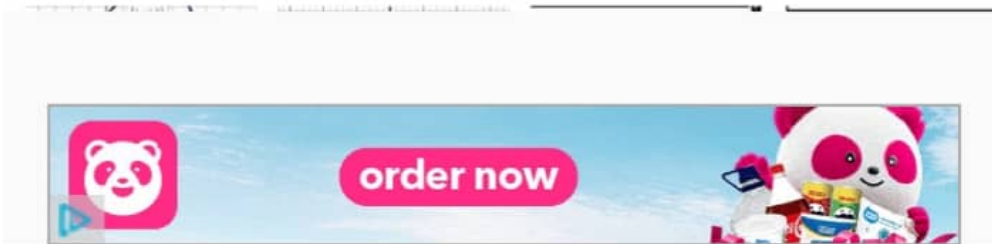
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6 \{2 \cdot 7000 + (6 - 1)200\} \\ &= 3(14000 + 5 \times 200) \\ &= 3(14000 + 1000) \\ &= 3 \times 15000 \\ &= 45000 \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

ঘ) পরিবারের মাসিক/বার্ষিক খরচ সম্পর্কে তোমার উপলব্ধিবোধ লিপিবদ্ধ করো।

সমাধানঃ

পারিবারিক খরচ সম্পর্কে আমার উপলব্ধি হলো বর্তমান বাজার ব্যবস্থায় আমাদের খরচ দিন দিন বৃদ্ধি পাচ্ছে।

<https://www.youtube.com/@somratjahangir>





অধ্যায় - ৩

লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ - Class 9 Math BD 2024 – তৃতীয় অধ্যায়
(অনুশীলনীর 1 - 9 পর্যন্ত)

লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ

বন্ধুরা, আমরা এখানে লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ অধ্যায়ের অনুশীলনীর সকল গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান করেছি। এই অনুশীলনীতে মোট ৯টি প্রশ্ন আছে। এই প্রশ্ন ও সমাধান থেকে আমরা লগারিদমের বিভিন্ন সূত্র ও প্রয়োগ শিখতে পারব। এছাড়া বিভিন্ন বাস্তব সমস্যার সমাধান জানতে পারব। এছাড়া লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পাঠ্যবইয়ে যে আলোচনা অংশ আছে তার সমাধানও আমরা শীঘ্রই নিয়ে আসব। আমাদের সমাধান বুঝতে বা কোন সমস্যা থাকলে কিংবা কোন মতামতের জন্য আমাদের লিখে জানাও। তাহলে চलो শুরু করি।

লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ

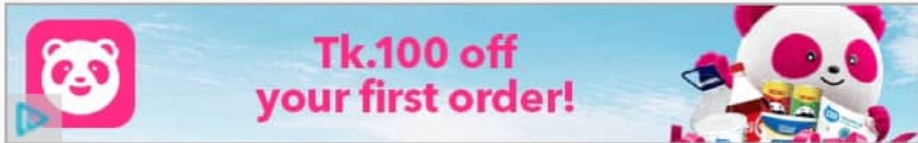
এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে-

- সূচকের বৈশিষ্ট্য
- লগারিদমের ধারণা
- সূচক ও লগারিদমের মধ্যে সম্পর্ক
- লগারিদমের ভিত্তি ও তার সীমাবদ্ধতা
- লগারিদমের আরগুমেন্ট ও তার সীমাবদ্ধতা
- লগারিদমের সূত্রাবলি ও তাদের প্রমাণ
- লগারিদমের বৈশিষ্ট্য
- লগারিদমের প্রয়োগ

অনুশীলনী-৩

1. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে মান নির্ণয় করো:

(i) $2^3\sqrt{343} + 2^5\sqrt{243} - 12^6\sqrt{64}$



সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & 2^3\sqrt[3]{343} + 2^5\sqrt[5]{243} - 12^6\sqrt[6]{64} \\ &= 2^3\sqrt[3]{(7^3)} + 2^5\sqrt[5]{(3^5)} - 12^6\sqrt[6]{(2^6)} \\ &= 2(7^3)^{1/3} + 2(3^5)^{1/5} - 12(2^6)^{1/6} \\ &= 2 \times 7 + 2 \times 3 - 12 \times 2 \\ &= 14 + 6 - 24 \\ &= -4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{y^{a+b}}{y^{2c}} \times \frac{y^{b+c}}{y^{2a}} \times \frac{y^{c+a}}{y^{2b}}$$

সমাধানঃ

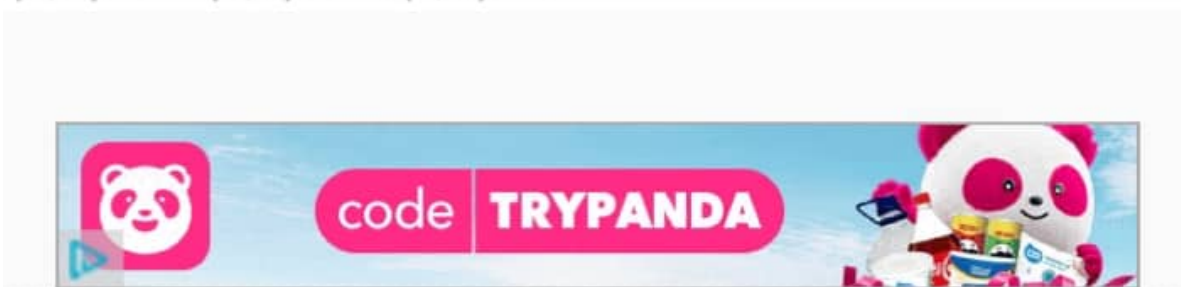
$$\begin{aligned} & \frac{y^{a+b}}{y^{2c}} \times \frac{y^{b+c}}{y^{2a}} \times \frac{y^{c+a}}{y^{2b}} \\ &= y^{a+b-2c} \times y^{b+c-2a} \times y^{c+a-2b} \\ &= y^{a+b-2c+b+c-2a+c+a-2b} \\ &= y^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

2. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে,

$$(z^a/z^b)^{a+b-c} \times (z^b/z^c)^{b+c-a} \times (z^c/z^a)^{c+a-b} = 1$$

সমাধানঃ

$$(z^a/z^b)^{a+b-c} \times (z^b/z^c)^{b+c-a} \times (z^c/z^a)^{c+a-b}$$



← তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$= z^{(a-b)(a+b-c)} \times z^{(b-c)(b+c-a)} \times z^{(c-a)(c+a-b)}$$

$$= z^{(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)}$$

এখন,

$$(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)$$

$$= (a^2-ab+ab-b^2-ca+bc) + (b^2-bc+bc-c^2-ab+ca) + (c^2-ca+ca-a^2-bc+ab)$$

$$= (a^2-b^2-ca+bc) + (b^2-c^2-ab+ca) + (c^2-a^2-bc+ab)$$

$$= (a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2) + (-ca+bc-ab+ca-bc+ab)$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$

অতএব,

$$z^{(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)}$$

$$= z^0$$

$$= 1 \text{ [proved]}$$

3. নিচের সূচক সমতাকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করো এবং বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে x এর মান বের করো।

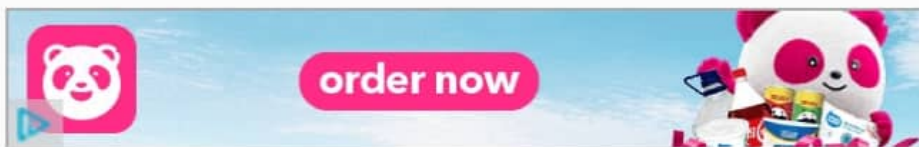
$$(i) 2^x = 64$$

সমাধানঃ

$$2^x = 64$$

$$\text{বা, } \log_2(2^x) = \log_2(64) \text{ [উভয় পাশে } \log_2 \text{ নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \log_2(2^x) = \log_2(64)$$





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$\text{বা, } x \cdot \log_2^x = \log_2(64)$$

$$\text{বা, } x \cdot 1 = \log_2(64) \text{ [যেহেতু, } \log_a^a = 1 \text{]}$$

$$\text{বা, } x \cdot 1 = 6 \text{ [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]}$$

$$\text{বা, } x = 6 \text{ [Ans]}$$

$$(ii) (1.2)^x = 100$$

সমাধানঃ

$$(1.2)^x = 100$$

$$\text{বা, } \log_{1.2}(1.2^x) = \log_{1.2}(100) \text{ [উভয় পাশে } \log_{1.2} \text{ নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } x \cdot \log_{1.2}^{1.2} = \log_{1.2}(100)$$

$$\text{বা, } x \cdot 1 = \log_{1.2}(100) \text{ [যেহেতু, } \log_a^a = 1 \text{]}$$

$$\text{বা, } x \cdot 1 = 25.2585 \text{ (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]}$$

$$\text{বা, } x = 25.2585 \text{ (প্রায়) [Ans]}$$

$$(iii) 7^x = 5$$

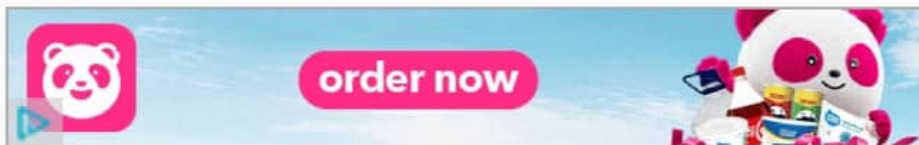
সমাধানঃ

$$7^x = 5$$

$$\text{বা, } \log_7(7^x) = \log_7(5) \text{ [উভয় পাশে } \log_7 \text{ নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \log_7(7^x) = \log_7(5)$$

$$\text{বা, } x \cdot \log_7^7 = \log_7(5)$$



← তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

বা, $x \cdot 1 = \log_7(5)$ [যেহেতু, $\log_a^a = 1$]

বা, $x \cdot 1 = 0.8271$ (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, $x = 0.8271$ (প্রায়) [Ans]

(iv) $(\frac{2}{3})^x = 7$

সমাধান:

$(\frac{2}{3})^x = 7$

বা, $\log_{2/3}(\frac{2}{3}^x) = \log_{2/3}(7)$ [উভয় পাশে $\log_{2/3}$ নিয়ে]

বা, $\log_7(7^x) = \log_{2/3}(7)$

বা, $x \cdot \log_7 7 = \log_{2/3}(7)$

বা, $x \cdot 1 = \log_{2/3}(7)$ [যেহেতু, $\log_a^a = 1$]

বা, $x \cdot 1 = -4.799$ (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, $x = -4.799$ (প্রায়) [Ans]

4. 10% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে 3 গুণ হবে?

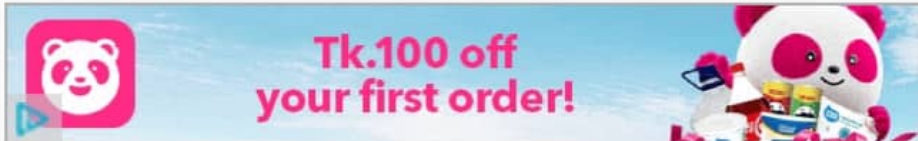
সমাধান:

ধরি, প্রারম্ভিক মূলধন = P, চক্রবৃদ্ধি মূলধন A = 3P এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার $r = 10\% = 10/100 = 0.1$.

সুতরাং সূত্র থেকে আমরা পাই,

$3P = P(1 + 0.1)^n$ [চক্রবৃদ্ধির সূত্র $A = P(1+r)^n$ মতে]

বা, $3 = (1+0.1)^n$





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$\text{বা, } 3 = (1.1)^n$$

$$\text{বা, } n = \log_{1.1} 3 \approx 11.5267$$

সুতরাং মূলধন প্রায় 11.5267 বছরে দ্বিগুণ হবে।

5. করোনা ভাইরাসের নাম তোমরা সবাই জানো। এই ভাইরাস দ্রুত ছড়ায়। যদি করোনা ভাইরাস 1 জনের থেকে প্রতিদিন 3 জনে ছড়ায়, তবে 1 জন থেকে 1 মাসে মোট কতোজন করোনা ভাইরাসে আক্রান্ত হবে? কতোদিনে 1 কোটি মানুষ আক্রান্ত হবে?

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$\text{প্রাথমিক আক্রান্তের সংখ্যা} = 1$$

$$\text{আক্রান্তের হার} = \text{প্রতিদিন } 3 \text{ জন}$$

$$\text{আক্রান্তের সময়কাল} = 1 \text{ মাস} = 30 \text{ দিন।}$$

তাহলে,

মোট আক্রান্তের সংখ্যা

$$= \text{প্রাথমিক আক্রান্তের সংখ্যা} \times (\text{আক্রান্তের হার})^{\text{আক্রান্তের সময়কাল}}$$

$$= 1 \times 3^{30} \text{ জন}$$

$$= 205891132094649 \text{ জন}$$

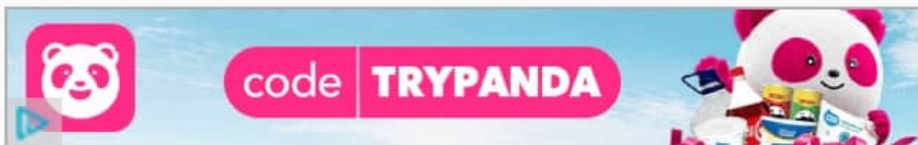
আবার, 1 কোটি মানুষ আক্রান্তের ক্ষেত্রে সময়কাল T দিন হলে,

$$1 \times 3^T = 10000000$$

$$\text{বা, } 3^T = 10000000$$

$$\text{বা, } \log_3(3^T) = \log_3(10000000) \text{ [উভয়পক্ষে } \log_3 \text{ নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } T \cdot \log_3 3 = \log_3(10000000)$$





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

বা, $T.1 = \log_3(10000000) [\because \log_a a^x = x]$

বা, $T = \log_3(10000000)$

বা, $T = 14.6713$ দিন (প্রায়)

∴ প্রায় 14.6713 দিনে 1 কোটি মানুষ আক্রান্ত হবে।

6. সেতুর চাচার 3 বিঘা জমি আছে। তিনি তাঁর জমির উর্বরতা ঠিক রাখার জন্য প্রতিবছর 30 কেজি জৈব সার প্রয়োগ করেন। প্রতি কেজি সারে যদি প্রতি কাঠা জমির উর্বরতা 3% বৃদ্ধি করে, তবে সেতুর চাচার জমির অবচয় বের করো? তিনি যদি জমিতে সার প্রয়োগ না করতেন, তাহলে কত বছর পরে তাঁর জমিতে আর কোনো ফসল হবে না?

সমাধানঃ

3 বিঘা = 20×3 কাঠা = 60 কাঠা

ধরি, সার প্রয়োগের আগে প্রতি কাঠা জমির উর্বরতার = P

তাহলে, সার প্রয়োগের পর,

1 কেজি সারের জন্য 1 কাঠার উর্বরতা = $P + P \times 3\% = P + 0.03P = 1.03P$

∴ 30 কেজি সারের জন্য 30 কাঠার উর্বরতা = $30 \times 1.03P = 30.9P$

শর্ত অনুসারে, বাকী 30 কাঠা জমির উর্বরতা বৃদ্ধি পায় না।

সেক্ষেত্রে, এই 30 কাঠার জমির উর্বরতা = 30P

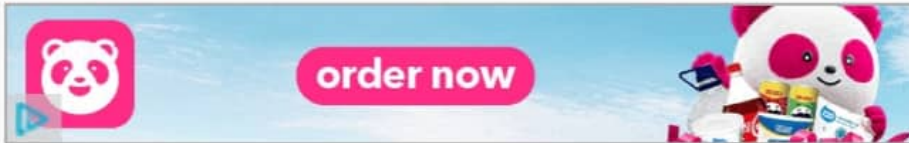
তাহলে,

3 বিঘা বা 60 কাঠা জমির উর্বরতা (সার প্রয়োগের পর) = $30.9P + 30P = 60.9P$

এবং 3 বিঘা বা 60 কাঠা জমির উর্বরতা (সার প্রয়োগের আগে) = 60P

এখন যেহেতু সার প্রয়োগ করে জমির উর্বরতা ঠিক রাখা হয়, সেহেতু 60.9P হলো জমির প্রাথমিক উর্বরতা এবং সার প্রয়োগ না করলে অর্থাৎ জমির অবচয়ের ফলে জমির উর্বরতা কমে হয় 60P।

তাহলে, জমির অবচয়ের হার



← তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$= (60.9P - 60P) / 60.9P \times 100 = 1.4778\% \text{ (প্রায়)}$$

কত বছর পর আর ফসল হবে না, সেই সময় নির্ণয়ঃ

$$\text{আমরা জানি, জমির অবচয়ের সূত্রঃ } P_T = P(1 - R)^T$$

এখানে, $P = 60P$ [যেহেতু সার প্রয়োগ করা যাবে না]

$$R = 1.4778\% \text{ (প্রায়)}$$

$P_T = ?$; যেহেতু জমির উর্বরতা 1.4778% হারে কমতে থাকে সেহেতু P_T এর মান কখনো শূন্য হবে না।
তাই আমরা $P_T = 0.6P$ ধরি যা 60P এর থেকে 99% কম।

$T = ?$, আমাদের নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{বা, } 0.6P = 60P(1 - 1.4778\%)^T \text{ [উপরের প্রাপ্ত তথ্য হতে মান বসিয়ে, এখানে T হলো সময়কাল]}$$

$$\text{বা, } 0.6P / 60P = (1 - 0.014778)^T$$

$$\text{বা, } 0.6 / 60 = (0.985222)^T$$

$$\text{বা, } 0.01 = (0.985222)^T$$

$$\text{বা, } T = \log_{0.985222} 0.01$$

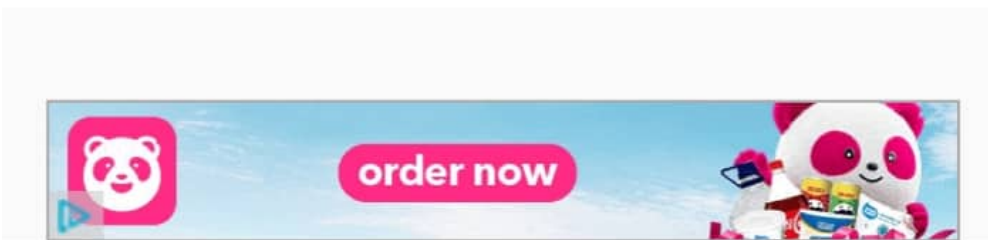
$$\text{বা, } T = 309.315 \text{ (প্রায়)}$$

∴ নির্ণেয় সময়কাল = 309 বছর এর বেশি।

7. 1918 সালের 8 জুলাই মৌলভীবাজারের শ্রীমঙ্গলে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 7.6 এবং 1997 সালের 22 নভেম্বর চট্টগ্রামে যে ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যার মাত্রা 6.0 রেকর্ড করা হয়। শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পটি চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের চেয়ে কতগুণ বেশি শক্তিশালী ছিল?

সমাধানঃ

মনে করি,





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

I_1 = শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পের তীব্রতা

I_2 = চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_1/S)$ এবং

চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_2/S)$

প্রশ্নমতে,

$$\log_{10}(I_1/S) = 7.6 \dots\dots(i)$$

$$\log_{10}(I_2/S) = 6 \dots\dots(ii)$$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$\log_{10}(I_1/S) - \log_{10}(I_2/S) = 7.6 - 6$$

$$\text{বা, } (\log_{10}I_1 - \log_{10}S) - (\log_{10}I_2 - \log_{10}S) = 1.6$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}S - \log_{10}I_2 + \log_{10}S = 1.6$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}I_2 = 1.6$$

$$\text{বা, } \log_{10}(I_1/I_2) = 1.6$$

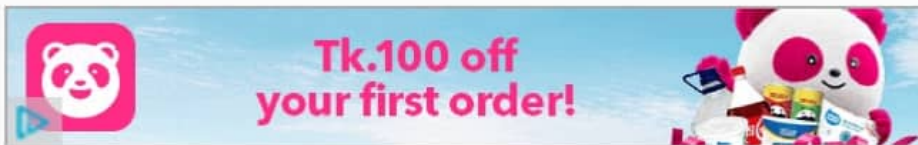
এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$$10^{1.6} = (I_1/I_2)$$

$$\text{বা, } (I_1/I_2) = 39.8107171$$

$$\text{বা, } I_1 = 39.8107171 \times I_2$$

সুতরাং, শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পটি চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের চেয়ে 39.8107171 গুণ শক্তিশালী ছিল।





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

৪. কোনো এক সময় জাপানে একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয়, রিক্টার স্কেলে যার মাত্রা ৪ রেকর্ড করা হয়। ওই একই বছরে সেখানে আরও একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যা পূর্বের চেয়ে ৬ গুণ বেশি শক্তিশালী। রিক্টার স্কেলে পরবর্তী ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?

সমাধানঃ

মনে করি,

I_1 = ১ম ভূমিকম্পের তীব্রতা

I_2 = ২য় ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

১ম ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_1/S)$ এবং

২য় ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_2/S)$

প্রশ্নমতে,

$$\log_{10}(I_1/S) = 8 \dots\dots(i)$$

$$\log_{10}(I_2/S) = x \text{ [ধরে]} \dots\dots(ii)$$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$\log_{10}(I_1/S) - \log_{10}(I_2/S) = 8 - x$$

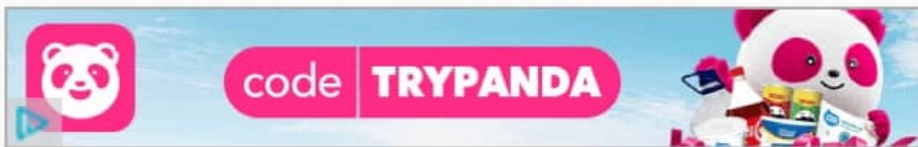
$$\text{বা, } (\log_{10}I_1 - \log_{10}S) - (\log_{10}I_2 - \log_{10}S) = 8 - x$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}S - \log_{10}I_2 + \log_{10}S = 8 - x$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}I_2 = 8 - x$$

$$\text{বা, } \log_{10}(I_1/I_2) = 8 - x$$

এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$10^{8-x} = (I_1/I_2)$$

$$\text{বা, } (I_1/I_2) = 10^{8-x}$$

$$\text{বা, } I_1 = 10^{8-x} \times I_2 \dots\dots\dots(\text{iii})$$

কিন্তু শর্ত অনুসারে,

$$I_2 = I_1 \times 6$$

$$\text{বা, } I_1 = \frac{1}{6} \cdot I_2 \dots\dots\dots(\text{iv})$$

তাহলে, সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাই,

$$10^{8-x} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \log_{10}(10^{8-x}) = \log_{10}(\frac{1}{6}) \text{ [উভয় দিকে } \log_{10} \text{ যোগ করে]}$$

$$\text{বা, } (8-x) \cdot \log_{10} 10 = \log_{10}(\frac{1}{6})$$

$$\text{বা, } 8-x = \log_{10}(\frac{1}{6})$$

$$\text{বা, } -x = \log_{10}(\frac{1}{6}) - 8$$

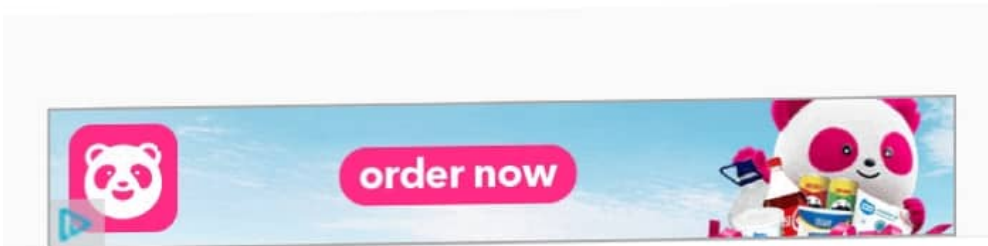
$$\text{বা, } x = 8 - \log_{10}(\frac{1}{6}) = 8 - (-0.77815124951505) = 8.77815125 \text{ (প্রায়)}$$

∴ নির্ণেয় ভূমিকম্পের মাত্রা = 8.77815125 (প্রায়)

9. 1999 সালের জুলাই মাসে কক্সবাজারের মহেশখালিতে যে ভূমিকম্প হয় তার মাত্রা রেকর্ড করা হয়েছিল 5.2 এবং 2023 সালের 6 ফেব্রুয়ারি তুরস্কের দক্ষিণাংশে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় তা মহেশখালির ভূমিকম্পের তীব্রতার চেয়ে 398 গুণ বেশি শক্তিশালী ছিল। তুরস্কের দক্ষিণাংশের ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?

সমাধানঃ

মনে করি,



← তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

I_1 = তুরস্কের ভূমিকম্পের তীব্রতা

I_2 = মহেশখালির ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

তুরস্কের ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_1/S)$ এবং

মহেশখালির ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}(I_2/S)$

প্রথমতে,

$$\log_{10}(I_1/S) = x \text{ [ধরে](i)}$$

$$\log_{10}(I_2/S) = 5.2 \text{(ii)}$$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$\log_{10}(I_1/S) - \log_{10}(I_2/S) = x - 5.2$$

$$\text{বা, } (\log_{10}I_1 - \log_{10}S) - (\log_{10}I_2 - \log_{10}S) = x - 5.2$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}S - \log_{10}I_2 + \log_{10}S = x - 5.2$$

$$\text{বা, } \log_{10}I_1 - \log_{10}I_2 = x - 5.2$$

$$\text{বা, } \log_{10}(I_1/I_2) = x - 5.2$$

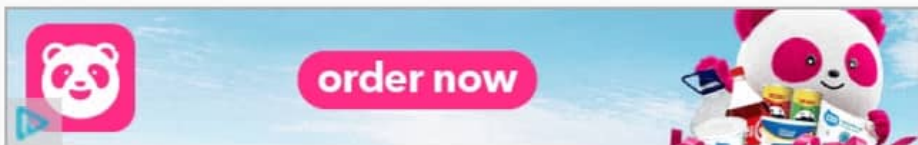
এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$$10^{x-5.2} = (I_1/I_2)$$

$$\text{বা, } (I_1/I_2) = 10^{x-5.2}$$

$$\text{বা, } I_1 = 10^{x-5.2} \times I_2 \text{(iii)}$$

কিন্তু শর্ত অনুসারে,





তৃতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর 1 - 9...

$$I_1 = I_2 \times 398 \dots (iv)$$

তাহলে, সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাই,

$$10^{x-5.2} = 398$$

বা, $\log_{10}(10^{x-5.2}) = \log_{10}(398)$ [উভয় দিকে \log_{10} যোগ করে]

$$\text{বা, } (x-5.2) \cdot \log_{10} 10 = \log_{10}(398)$$

$$\text{বা, } x-5.2 = \log_{10}(398) [\because \log_a a = 1]$$

$$\text{বা, } x = \log_{10}(398) + 5.2$$

$$\text{বা, } x = 2.5998830720737 + 5.2 \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{বা, } x = 7.79988307 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore নির্ণেয় ভূমিকম্পের মাত্রা = 7.79988307 (প্রায়)

<https://www.youtube.com/@somratjahangir>

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



অধ্যায় - 8

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি (Polynomial Expression)- Class 9
Math BD 2024 – চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 পর্যন্ত)

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি

আমাদের সমাধানকৃত এই অধ্যায় হলো নতুন কারিকুলামভুক্ত ৯ম শ্রেণির চতুর্থ অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি। এখানে আমরা অনুশীলনীর প্রশ্নের সমাধান করেছি এবং পাঠ্যবইয়ের আলোচনা অংশের সমাধান দ্রুত নিয়ে আসছি। এর জন্য আমাদের সাথে থাক।

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি

এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে-

- বহুপদী রাশির গঠন প্রক্রিয়া।
- বহুপদী রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ।
- বহুপদী রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণের পদ্ধতি।
- উৎপাদক উপপাদ্য।
- পূর্ণবর্গ রাশির উৎপাদক।
- ঘনরাশির যোগফলের ও বিয়োগফলের উৎপাদক।
- আংশিক ভগ্নাংশে পরিবর্তনের বিভিন্ন পদ্ধতি।

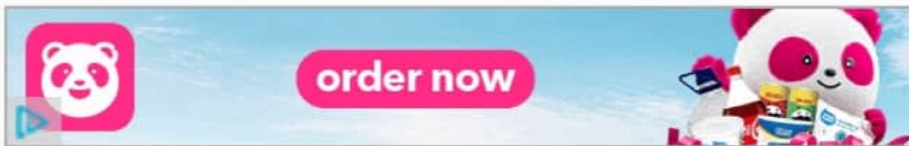
অনুশীলনী-৪

১. তিনটি বাস্তব উদাহরণ থেকে বহুপদী রাশি গঠন করো।

সমাধানঃ

(i) টাকা জমানোর প্লান এর উদাহরণঃ

রহিমের কাছে 100 টাকা আছে এবং সে প্রতি মাসে 50 টাকা করে জমাতে চায়। তাহলে n মাস পর



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

জমা টাকার পরিমাণ $S(n)$ হলে, উক্ত টাকা জমানোর প্রানের বহুপদী রাশিঃ

$$S(n) = 50n + 100$$

(ii) চাল-ডালের হিসাবের উদাহরণঃ

করিম বাজারে গিয়ে দেখল প্রতি কেজি চাল ও ডালের দাম যথাক্রমে x ও y টাকা। তিনি 6 কেজি চাল ও 2 কেজি ডাল কিনলেন। তাহলে, করিম সাহেবের চাল ডাল বাবদ খরচকে আমরা নিম্নোক্ত বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি।

$$\text{মোট খরচ} = 6x + 2y$$

(iii) জমির ক্ষেত্রফলের উদাহরণঃ

সমরেশ বাবুর একখন্ড আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y . তাহলে, সমরেশ বাবুর জমির ক্ষেত্রফলকে আমরা বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি যা নিম্নরূপ।

$$\text{জমির ক্ষেত্রফল} = xy$$

২. নিচের নির্দেশনা মোতাবেক বহুপদী রাশির উদাহরণ দাও।

- এক চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী
- এক চলক, ত্রিমাত্রিক, চতুপদী
- দুই চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী
- দুই চলক, ত্রিসমমাত্রিক, ত্রিপদী
- চার চলক, চক্রক্রমিক, চতুর্মাত্রিক

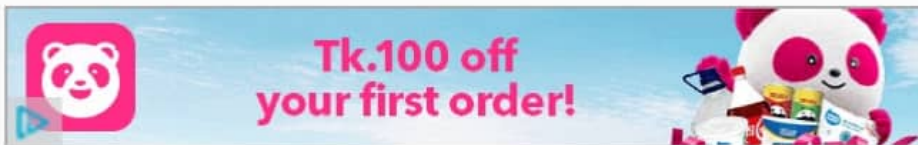
সমাধানঃ

$$(i) 3x^3 - 2x$$

$$(ii) 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$$

$$(iii) x^3 + y^3$$

$$(iv) x^3 + x^2y + xy^2$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$(v) x^4 + y^4 + z^4 + m^4$$

[আমাদের এই অংশ বা অধ্যায়ের নাম প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি, যা অনুশীলনীভিত্তিক সমাধান নিয়ে সাজানো। আমাদের সাথে থাকার জন্য ধন্যবাদ।]

৩. উদাহরণ দাও:

- সমমাত্রিক, প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি,
- সমমাত্রিক, প্রতিসম বহুপদী রাশি কিন্তু চক্রক্রমিক নয়,
- সমমাত্রিক, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি কিন্তু প্রতিসম নয়,
- প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি, কিন্তু সমমাত্রিক নয়।

সমাধান:

$$(i) x^2 + y^2 + z^2$$

$$(ii) x^2 + y^2 - z^2$$

$$(iii) xy + yz + zx$$

$$(iv) x^3 + y^3 + z^3 - 3x^2y^2z^2$$

8.

- ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে $x^4 - 3x^2 + 1$ কে $2x^2 - 3$ দ্বারা ভাগ করো।

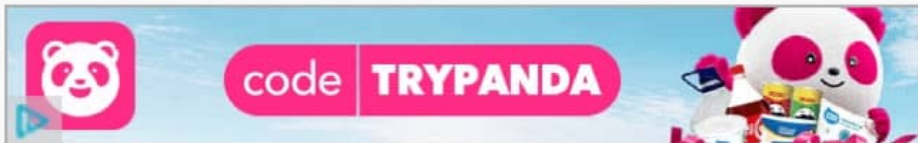
সমাধান:

$$2x^2 - 3 \quad x^4 - 3x^2 + 1 \quad \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4} \right)$$

$$-(x^4 - \frac{3}{2}x^2)$$

$$-\frac{3}{2}x^2 + 1$$

$$-(-\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4})$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$-5/4$$

∴ নির্ণেয় ভাগফল

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4} - \frac{5/4}{2x^2-3}$$

ii) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে $5x^3 - 3x - 2$ কে $3x - 2$ দ্বারা ভাগ করো এবং ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে তোমার পাওয়া ভাগশেষের সত্যতা যাচাই করো।

সমাধানঃ

$$3x - 2 \) \ 5x^3 - 3x - 2 \ (\ \frac{5}{3}x^2 + \frac{10}{9}x - \frac{7}{27}$$

$$- (5x^3 - \frac{10}{3}x^2)$$

$$\frac{10}{3}x^2 - 3x$$

$$- (\frac{10}{3}x^2 - \frac{20}{9}x)$$

$$-\frac{7}{9}x - 2$$

$$- (-\frac{7}{9}x + \frac{14}{27})$$

$$-\frac{68}{27}$$

∴ প্রাপ্ত ভাগশেষ = $-\frac{68}{27}$

ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রাপ্ত ভাগশেষের সত্যতা যাচাইঃ

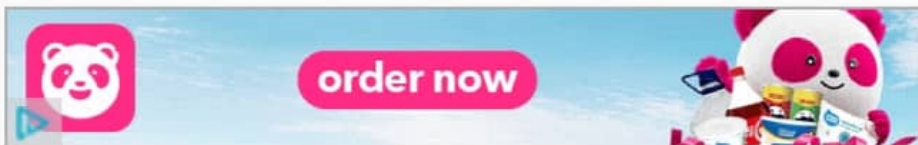
$$\text{এখানে, } P(x) = 5x^3 - 3x - 2$$

এবং $3x - 2$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।

তাহলে, $x = \frac{2}{3}$ ধরে $P(x)$ এর মান নির্ণয় করি।

$$P(\frac{2}{3}) = 5(\frac{2}{3})^3 - 3(\frac{2}{3}) - 2$$

$$= 5 \cdot \frac{8}{27} - 2 - 2$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$= \frac{40}{27} - 4$$

$$= \frac{40 - 108}{27}$$

$$= \frac{-68}{27}$$

= প্রাপ্ত ভাগশেষের সমান [সত্যতা যাচাই করা হলো]

৫. নিচের বহুপদী রাশিগুলোর কোনটি বাস্তব মৌলিক রাশি তা নির্ণয় করো। যেগুলো বাস্তব মৌলিক রাশি নয় সেগুলোকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

i) $x^2 - 5x - 14$

সমাধানঃ

ধরি, $P(x) = x^2 - 5x - 14$

এখন, $x = 7$ হলে,

$$P(7) = 7^2 - 5 \cdot 7 - 14 = 49 - 35 - 14 = 49 - 49 = 0$$

∴ $(x-7)$, প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ $x^2 - 5x - 14$ একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

$$x^2 - 5x - 14$$

$$= x^2 - 7x + 2x - 14$$

$$= x(x-7) + 2(x-7)$$

$$= (x-7)(x+2)$$

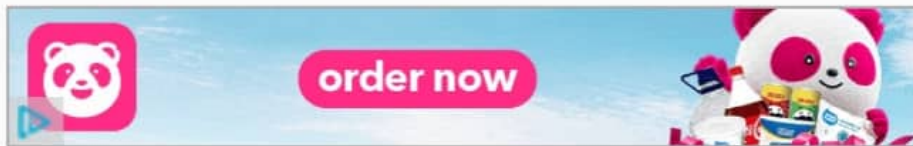
ii) $x^2 - 5x + 2$

সমাধানঃ

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

আমরা জানি,

$ax^2+bx+c = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$$

তাহলে, $x^2 - 5x + 2 = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4.1.2}}{2.1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

এখন $\sqrt{17}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য $x^2 - 5x + 2$ কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, $x^2 - 5x + 2$, [$x \neq 0$] দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

iii) $2x^2 + 3x + 1$

সমাধানঃ

ধরি, $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$

এখন, $x = -1$ হলে,

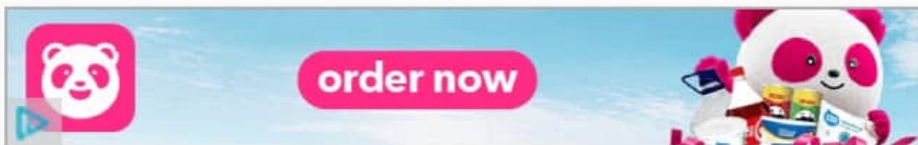
$$P(-1) = 2.(-1)^2 + 3.(-1) + 1 = 2 - 3 + 1 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore (x+1)$, প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ $2x^2 + 3x + 1$ একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

$$2x^2 + 3x + 1$$

$$= 2x^2 + 2x + x + 1$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$= 2x(x+1)+1(x+1)$$

$$= (x+1)(2x+1)$$

$$\text{iv) } 3x^2 + 4x - 1$$

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$ax^2+bx+c = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$$

তাহলে, $3x^2 + 4x - 1 = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4^2-4.3.-1)}}{2.3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{6}$$

এখন $\sqrt{28}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য $3x^2 + 4x - 1$ কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, $3x^2 + 4x - 1$, $[x \neq 0]$ দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

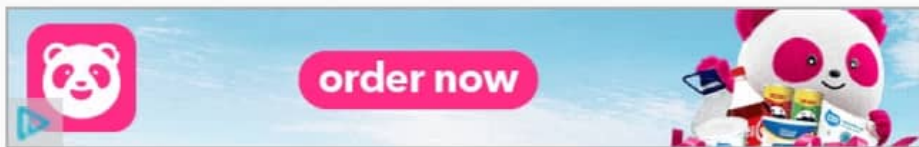
৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$\text{i) } x^3 - 5x + 4$$

সমাধানঃ

$$\text{ধরি, } P(x) = x^3 - 5x + 4$$

এখন, $x=1$ হলে,



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$P(1) = 1^3 - 5 \cdot 1 + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$$

তাহলে, $(x-1)$ হলো $x^3 - 5x + 4$ এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

$$x^3 - 5x + 4$$

$$= x^2(x-1) + x(x-1) - 4(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2+x-4) \text{ [Ans.]}$$

If it is helpful for you,
donate us please

$$\text{ii) } x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

Bkash Personal

সমাধানঃ

01916973743

$$\text{ধরি, } P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

এখন, $x = 2$ হলে,

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 2 = 8 - 12 + 6 - 2 = 14 - 14 = 0$$

তাহলে, $(x-2)$ হলো $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

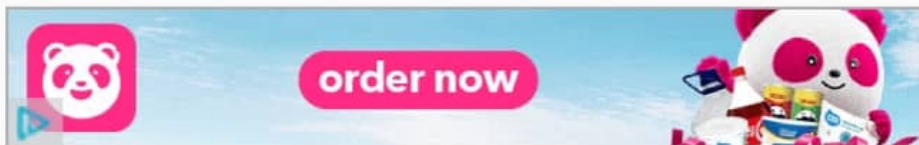
$$= x^2(x-2) - x(x-2) + 1(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2-x+1) \text{ [Ans.]}$$

$$\text{iii) } x^5 - 16xy^4$$

সমাধানঃ

$$x^5 - 16xy^4$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$\begin{aligned}
 &= x(x^4-16y^4) \\
 &= x\{x^4-(2y)^4\} \\
 &= x\{(x^2)^2-\{(2y)^2\}^2\} \\
 &= x\{x^2+(2y)^2\}\{x^2-(2y)^2\} \\
 &= x(x^2+4y^2)(x+2y)(x-2y) \text{ [Ans.]}
 \end{aligned}$$

৭. একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য অন্য একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্যের বিপরীত গুণিতক। চৌবাচ্চা দুইটির দৈর্ঘ্যের যোগফল ৩ ফুট হলে, তাদের আয়তনের যোগফল কত?

সমাধানঃ

ধরি, ১ম ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = x

∴ ২য় ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = $1/x$

শর্তানুসারে,

$$x + 1/x = 3$$

বা, $x^2 + 1 = 3x$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

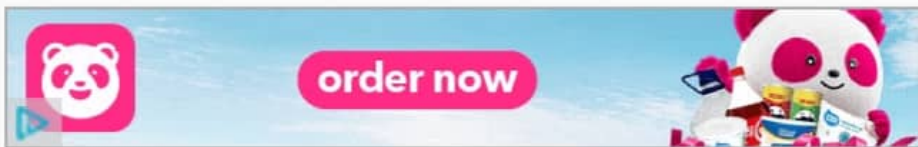
এখন, আমরা জানি,

$ax^2 + bx + c = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$$

তাহলে, $x^2 - 3x + 1 = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$3 \pm \sqrt{\{(-3)^2 - 4.1.1\}}$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$x = \frac{2.1}{3 \pm \sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2.1}{2}$$

$$\text{বা, } x = 0.38196 \text{ ফুট (প্রায়) অথবা, } x = 2.61803 \text{ ফুট (প্রায়)}$$

$$\text{বা, } 1/x = 1/0.38196 = 2.61803 \text{ ফুট (প্রায়) অথবা, } 1/x = 1/2.61803 = 0.38196 \text{ ফুট (প্রায়)}$$

তাহলে,

ঘনক দুইটির আয়তনের যোগফল

$$= x^3 + (1/x)^3$$

$$= (0.38196)^3 + (2.61803)^3$$

$$= 18 \text{ ঘন ফুট (প্রায়) [Ans.]}$$

৮. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$$\text{i) } \frac{x+1}{(x-1)^2(x^2+1)^2}$$

সমাধানঃ

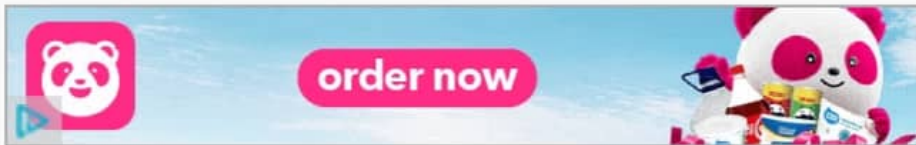
এর সমাধান পরে দেওয়া হবে, ধন্যবাদ।

$$\text{ii) } \frac{x^3+1}{x^2+1}$$

সমাধানঃ

$$(x^2 + 1) x^3 + 1 (x$$

$$-(x^3 + x)$$



← চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 প...

$$-x + 1$$

এখানে, ভাগফল = x ও ভাগশেষ = $-x+1$

$$\begin{array}{r} x^3+1 \\ \overline{) \\ x^2+1 \\ \hline -x+1 \end{array}$$

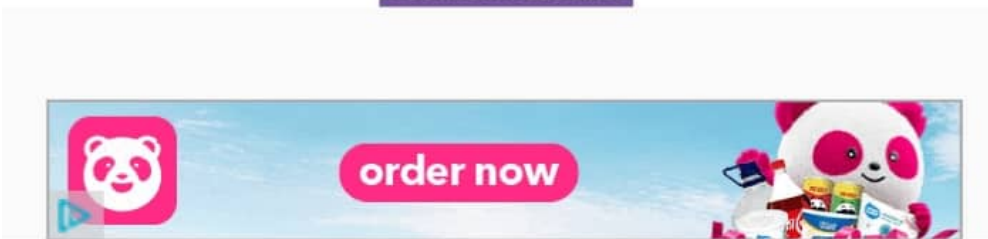
$$= x + \frac{-x+1}{x^2+1}$$

অর্থাৎ, $\frac{-x+1}{x^2+1}$ হলো
একটি আংশিক ভগ্নাংশ।

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



অধ্যায় - ৫

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ - Class 9 Math BD 2024 – পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ পর্যন্ত)

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ

এই অধ্যায়টি হলো ৯ম শ্রেণির নতুন কারিকুলামের বই এর ৫ম অধ্যায় যার বিষয়বস্তু হলো সহসমীকরণ (Synchronization)। আর এই বিষয় নিয়ে বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ নামে আজকের অনুশীলনীতে আমরা এই অংশে ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করেছি যা part 1 এবং অন্য পোস্টে আমরা part 2 প্রকাশ করেছি। আমরা এই অংশে যা যা শিখব-

- ১ সমীকরণ জোটে অনুপাতগুলোর তুলনা, লেখচিত্রে অবস্থান, সমঞ্জস বা অসমঞ্জস এবং বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত
- ২ লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোড়ের সমাধান
- ৩ প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোড়ের সমাধান
- ৪ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোড়ের সমাধান

অনুশীলনী-৫

1. সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে তুলনা করে নিচের ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

ক্রমিক নং	সমীকরণ জোট	a_1/a_2	b_1/b_2	c_1/c_2	অনুপাত গুলোর তুলনা	লেখচিত্রে অবস্থান	সমঞ্জস/ অসমঞ্জস	বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত
(i)	$x+3y=1$ $2x+6y=2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{6}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{a_1}{a_2}$ $=\frac{b_1}{b_2}$ $=\frac{c_1}{c_2}$	দুইটি সমাপতিত সরলরেখা	সমঞ্জস	অসংখ্য সাধারণ সমাধান

অধ্যায় - ৫

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ - Class 9 Math BD 2024 – পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ পর্যন্ত)

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ

এই অধ্যায়টি হলো ৯ম শ্রেণির নতুন কারিকুলামের বই এর ৫ম অধ্যায় যার বিষয়বস্তু হলো সহসমীকরণ (Synchronization)। আর এই বিষয় নিয়ে বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ নামে আজকের অনুশীলনীনে আমরা এই অংশে ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করেছি যা part 1 এবং অন্য পোস্টে আমরা part 2 প্রকাশ করেছি। আমরা এই অংশে যা যা শিখব-

- ১ সমীকরণ জোটে অনুপাতগুলোর তুলনা, লেখচিত্রে অবস্থান, সমঞ্জস বা অসমঞ্জস এবং বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত
- ২ লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটের সমাধান
- ৩ প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান
- ৪ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান

অনুশীলনী-৫

১. সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে তুলনা করে নিচের ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

ক্রমিক নং	সমীকরণ জোট	a_1/a_2	b_1/b_2	c_1/c_2	অনুপাত গুলোর তুলনা	লেখচিত্রে অবস্থান	সমঞ্জস/ অসমঞ্জস	বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত
(i)	$x+3y=1$ $2x+6y=2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{6}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{a_1}{a_2}$ $= \frac{b_1}{b_2}$ $= \frac{c_1}{c_2}$	দুইটি সমাপ্তিত সরলরেখা	সমঞ্জস	অসংখ্য সাধারণ সমাধান

← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

(ii)	$2x-5y=3$ $x+3y=1$	2	$-5/3$	3	a_1/a_2 $\neq b_1/b_2$	দুইটি পরস্পর ছেদী সরলরেখা	সমঞ্জস	আছে একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে
(iii)	$2x-4y=7$ $x-3y=-2$	2	$4/3$	$7/-2$	a_1/a_2 $\neq b_1/b_2$	দুইটি পরস্পর ছেদী সরলরেখা	সমঞ্জস	একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে
(iv)	$-1/2x-y=0$ $x-2y=1$	$-1/2$	$1/2$	0	a_1/a_2 $\neq b_1/b_2$	দুইটি পরস্পর ছেদী সরলরেখা	সমঞ্জস	একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে

2. নিচের প্রতিজোড়া সমীকরণগুলোর মধ্যে যেগুলো সমাধানযোগ্য তাদের লেখচিত্র ঐকে সমাধান করে এবং অসংখ্য সমাধানের ক্ষেত্রে কমপক্ষে তিনটি সমাধান লেখো।

(i)

$$2x+y=8$$

$$2x-2y=5$$

সমাধানঃ

সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

$$a_1/a_2 = 2/2 = 1$$

$$b_1/b_2 = 1/-2 = -1/2$$

$$c_1/c_2 = 8/5$$

অর্থাৎ, $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$

∴ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র ঐকে সমাধানঃ

$$2x+y=8$$

$$\text{বা, } y = 8 - 2x \text{(i)}$$

← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

x এর মান	y এর মান
1	6
2	4
3	2

আবার,

$$2x - 2y = 5$$

$$\text{বা, } -2y = 5 - 2x$$

$$\text{বা, } 2y = 2x - 5$$

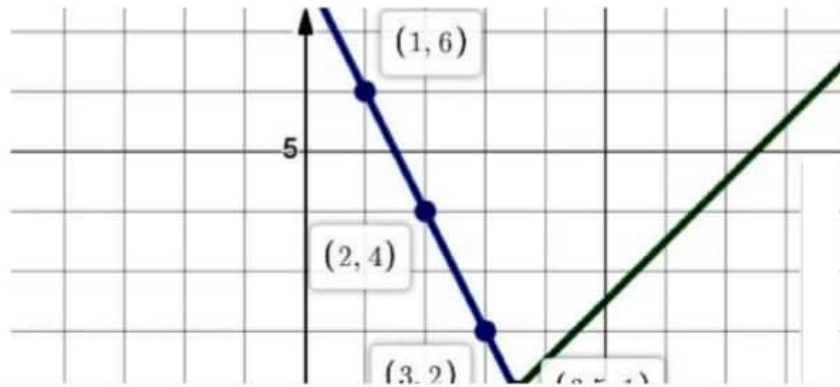
$$\text{বা, } y = (2x - 5)/2 \dots \dots (ii)$$

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

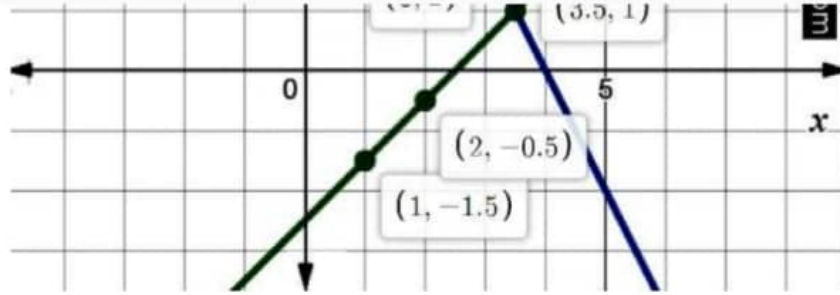
ছক-২

x এর মান	y এর মান
1	-1.5
2	-0.5
3.5	1

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (1,6), (2,4) ও (3,2) এবং ছক-২ এর জন্য (1,-1.5), (2,-0.5) ও (3.5,1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে $(3.5, 1)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (1, 7/2)$

(ii)

$$2x + 5y = -14$$

$$4x - 5y = 17$$

সমাধানঃ

সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

$$a_1/a_2 = 2/4 = 1/2$$

$$b_1/b_2 = 5/-5 = -1$$

$$c_1/c_2 = -14/17$$

অর্থাৎ, $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$

∴ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র একে সমাধানঃ

$$2x + 5y = -14$$

$$\text{বা, } 5y = -14 - 2x$$



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

বা, $y = (-14-2x)/5$ (i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

x এর মান	y এর মান
-7	0
-2	-2
0.5	-3

আবার,

$$4x-5y=17$$

$$\text{বা, } -5y = 17-4x$$

$$\text{বা, } 5y = 4x-17$$

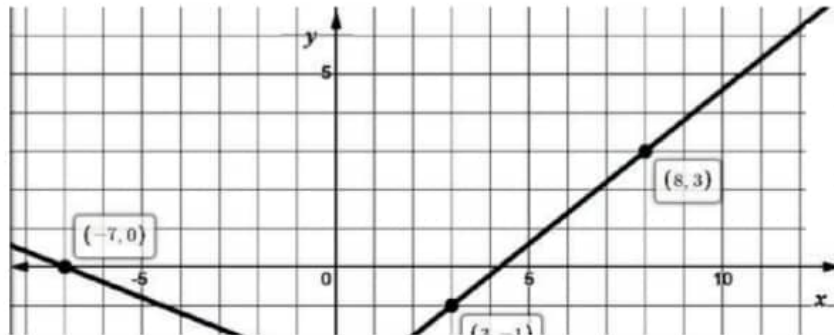
$$\text{বা, } y = (4x-17)/5 \text{.....(ii)}$$

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-২

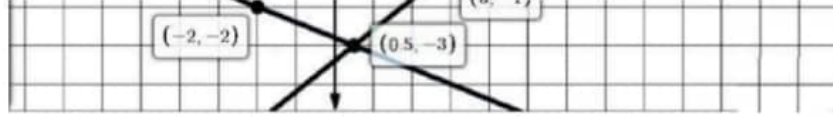
x এর মান	y এর মান
0.5	-3
3	-1
8	3

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য $(-7,0)$, $(-2,-2)$ ও $(0.5,-3)$ এবং ছক-২ এর জন্য $(0.5,-3)$, $(3,-1)$ ও $(8,3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে $(0.5, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (0.5, -3)$

(iii)

$$x/2 + y/3 = 8$$

$$5x/4 - 3y = -3$$

সমাধানঃ

সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

$$a_1/a_2 = 1/2 \div 5/4 = 2/5$$

$$b_1/b_2 = 1/3 \div -3 = -1/9$$

$$c_1/c_2 = -8/3$$

অর্থাৎ, $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$

∴ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

$$x/2 + y/3 = 8$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 48 \text{ [6 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 2y = 48 - 3x$$

$$\text{বা, } y = (48 - 3x)/2 \dots\dots(i)$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

x এর মান	y এর মান
10	9
8	12
12	6

আবার,

$$5x/4 - 3y = -3$$

$$\text{বা, } 5x - 12y = -12$$

$$\text{বা, } -12y = -12 - 5x$$

$$\text{বা, } 12y = 12 + 5x$$

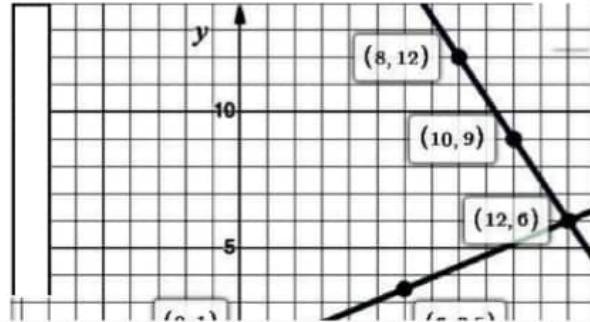
$$\text{বা, } y = (12 + 5x)/12 \dots \dots (ii)$$

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

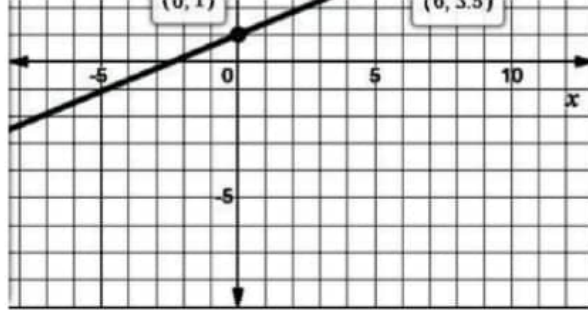
ছক-২

x এর মান	y এর মান
12	6
6	3.5
0	1

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (10,9), (8,12) ও (12,6) এবং ছক-২ এর জন্য (12,6), (6,3.5) ও (0,1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে $(12,6)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y)=(12,6)$

(iv)

$$-7x+8y=9$$

$$5x-4y=-3$$

সমাধানঃ

সহসমীকরণ $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

$$a_1/a_2 = -7/5$$

$$b_1/b_2 = -8/4 = -2$$

$$c_1/c_2 = -9/3 = -3$$

অর্থাৎ, $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$

∴ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

$$-7x+8y=9$$

$$\text{বা, } 8y = 9+7x$$

← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

বা, $y = (9+7x)/8$ (i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

x এর মান	y এর মান
1	2
5	5.5
9	9

আবার,

$$5x-4y=-3$$

বা, $-4y = -3-5x$

বা, $4y = 3+5x$

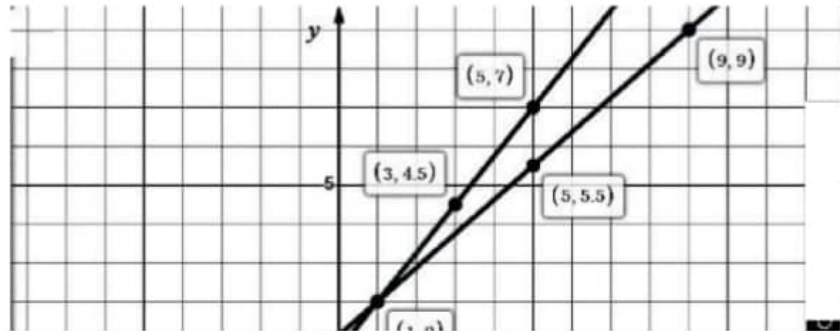
বা, $y = (3+5x)/4$(ii)

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

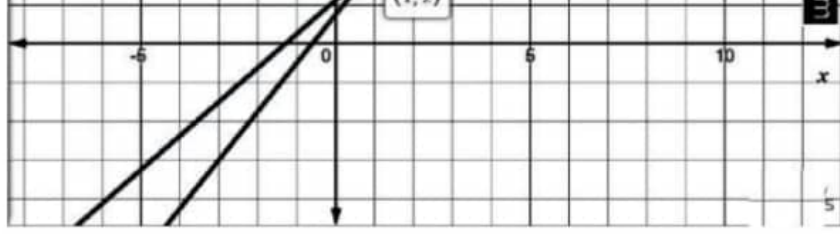
ছক-২

x এর মান	y এর মান
1	2
3	4.5
5	7

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (1,2), (5,5.5) ও (9,9) এবং ছক-২ এর জন্য (1,2), (3,4.5) ও (5,7) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে (1,2) বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (1,2)$

3. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করো:

(i)

$$7x-3y=31$$

$$9x-5y=41$$

সমাধানঃ

$$7x-3y=31.....(i)$$

$$9x-5y=41.....(ii)$$

(i) নং হতে,

$$7x = 31+3y$$

$$\text{বা, } x = \frac{(31+3y)}{7}.....(iii)$$

এখন, x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$9 \cdot \frac{(31+3y)}{7} - 5y = 41$$

$$\text{বা, } \frac{(279+27y)}{7} - 5y = 41$$

$$\text{বা, } 27y+279-35y = 287 \text{ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা গুণ করে]}$$





$$\text{বা, } -8y + 279 = 287$$

$$\text{বা, } -8y = 287 - 279$$

$$\text{বা, } -8y = 8$$

$$\text{বা, } y = -1$$

এখন, y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = (31 + 3 \cdot (-1)) / 7$$

$$\text{বা, } x = (31 - 3) / 7$$

$$\text{বা, } x = 28 / 7 = 4$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (4, -1)$

(ii)

$$(x+2)(y-3) = y(x-1)$$

$$5x - 11y - 8 = 0$$

সমাধানঃ

$$(x+2)(y-3) = y(x-1) \dots (i)$$

$$5x - 11y - 8 = 0 \dots (ii)$$

(i) নং হতে পাই,

$$xy + 2y - 3x - 6 = xy - y$$

$$\text{বা, } xy + 2y - 3x - 6 - xy + y = 0$$

$$\text{বা, } 3y = 3x + 6$$

$$\text{বা, } y = x + 2 \dots (iii)$$





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

এখন, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5x-11(x+2)-8=0$$

$$\text{বা, } 5x-11x-22-8=0$$

$$\text{বা, } -6x = 22+8$$

$$\text{বা, } -6x = 30$$

$$\text{বা, } x = -5$$

এখন, x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y=-5+2 = -3$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (-5,-3)$

(iii)

$$x/a+y/b=2$$

$$ax+by=a^2+b^2$$

সমাধানঃ

$$x/a+y/b=2\dots(i)$$

$$ax+by=a^2+b^2\dots(ii)$$

(i) নং হতে পাই,

$$xb+ya=2ab \text{ [(i) নং এর উভয়পক্ষকে } ab \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } xb=2ab-ya$$

$$\text{বা, } x = 2a-ya/b\dots(iii) \text{ [উভয়পক্ষকে } b \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

এখন x এর এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





$$a(2a - \frac{y^2}{b}) + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } a \cdot 2a - (\frac{y^2}{b}) \cdot a + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } -(\frac{y^2}{b}) \cdot a = a^2 + b^2 - a \cdot 2a - by$$

$$\text{বা, } -(\frac{y^2}{b}) \cdot a = a^2 + b^2 - 2a^2 - by$$

$$\text{বা, } -(\frac{y^2}{b}) \cdot a = b^2 - a^2 - by$$

$$\text{বা, } -ya \cdot a = b(b^2 - a^2 - by)$$

$$\text{বা, } -ya^2 = b^3 - a^2b - b^2y$$

$$\text{বা, } -ya^2 + b^2y = b(b^2 - a^2)$$

$$\text{বা, } y(b^2 - a^2) = b(b^2 - a^2)$$

$$\text{বা, } y = b$$

এখন, b এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2a - \frac{ba}{b}$$

$$\text{বা, } x = 2a - a = a$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (a, b)$

(iv)

$$\frac{x}{14} + \frac{y}{18} = 1$$

$$\frac{(x+y)}{2} + \frac{(3x+5y)}{2} = 2$$

সমাধানঃ

$$\frac{x}{14} + \frac{y}{18} = 1 \dots\dots (i)$$





$$(x+y)/2+(3x+5y)/2 = 2....(ii)$$

(ii) নং এর উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x+y+3x+5y = 4$$

$$\text{বা, } 4x+6y = 4$$

$$\text{বা, } 2x+3y = 2$$

$$\text{বা, } 2x = 2-3y$$

$$\text{বা, } x = (2-3y)/2....(iii)$$

এখন x এর এই মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$(2-3y)/28+y/18=1$$

$$\text{বা, } 9(2-3y)+14y = 252 \text{ [উভয়পক্ষকে 252 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 18-27y+14y = 252$$

$$\text{বা, } -13y = 252-18$$

$$\text{বা, } -13y = 234$$

$$\text{বা, } y = -18$$

এখন, y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = \{2-3*(-18)\}/2 = (2+54)/2 = 56/2 = 28$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(28,-18)

$$v) p(x + y) = q(x - y) = 2pq$$

সমাধানঃ

$$p(x + y) = 2pq....(i)$$





$$q(x - y) = 2pq \dots (ii)$$

(i) নং হতে পাই,

$$x + y = 2q$$

$$\text{বা, } x = 2q - y \dots (iii)$$

এখন, x এর এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$q(2q - y - y) = 2pq$$

$$\text{বা, } q(2q - 2y) = 2pq$$

$$\text{বা, } q2(q - y) = 2pq$$

$$\text{বা, } (q - y) = p$$

$$\text{বা, } -y = p - q$$

$$\text{বা, } y = q - p$$

এখন, y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2q - (q - p) = 2q - q + p = q + p$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (q + p, q - p)$

4. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করো।

(i)

$$3x - 5y = -9$$

$$5x - 3y = 1$$

সমাধানঃ

$$3x - 5y = -9$$



পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

বা, $9x-15y = -27$... (i) [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

আবার,

$$5x-3y=1$$

বা, $25x-15y=5$ (ii) [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা গুণ করে]

এখন, (ii) - (i) করে পাই,

$$16x = 32$$

$$\text{বা, } x = 2$$

এখন, (ii) নং এ $x=2$ বসিয়ে পাই,

$$25x-15y=5$$

$$\text{বা, } 25 \cdot 2 - 15y = 5$$

$$\text{বা, } 50 - 15y = 5$$

$$\text{বা, } -15y = 5 - 50$$

$$\text{বা, } -15y = -45$$

$$\text{বা, } y = 3$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y)=(2,3)$

(ii)

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$$

সমাধানঃ



পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৪ প...

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

$$y+1 = 5$$

$$\text{বা, } 5(x+1) = 4(y+1)$$

$$\text{বা, } 5x+5 = 4y+4$$

$$\text{বা, } 5x-4y = 4-5$$

$$\text{বা, } 5x-4y = -1 \dots (i)$$

আবার,

$$x-5$$

$$\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$$

$$y-5$$

$$\text{বা, } 2(x-5) = 1(y-5)$$

$$\text{বা, } 2x-10 = y-5$$

$$\text{বা, } 2x-y = -5+10$$

$$\text{বা, } 2x-y = 5$$

$$\text{বা, } 8x-4y = 20 \dots (ii) \text{ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]}$$

এখন, (i) - (ii) করে পাই,

$$-3x = -1-20$$

$$\text{বা, } -3x = -21$$

$$\text{বা, } x = 7$$

এখন, $x=7$, (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8 \cdot 7 - 4y = 20$$

$$\text{বা, } 56 - 4y = 20$$

$$\text{বা, } -4y = 20 - 56$$





বা, $-4y = -36$

বা, $y = 9$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y)=(7,9)$

(iii)

$$2x + \frac{3}{y} = 5$$

$$5x - \frac{2}{y} = 3$$

সমাধানঃ

$$2x + \frac{3}{y} = 5$$

বা, $4x + \frac{6}{y} = 10 \dots (i)$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

আবার,

$$5x - \frac{2}{y} = 3$$

বা, $15x - \frac{6}{y} = 9 \dots (ii)$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

এখন, (i)+(ii) যোগ করে পাই,

$$19x = 19$$

বা, $x = 1$

এখন, $x=1$, এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$15 \cdot 1 - \frac{6}{y} = 9$$

বা, $-\frac{6}{y} = 9 - 15$

বা, $-\frac{6}{y} = -6$





বা, $-6y = -6$

বা, $y = 1$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y)=(1,1)$

(iv)

$ax+by=1$

$bx+ay=2ab/(a^2+b^2)$

সমাধানঃ

$ax+by=1$

বা, $abx+b^2y=b$(i) [উভয়পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

আবার,

$bx+ay=2ab/(a^2+b^2)$

বা, $abx+a^2y=2a^2b/(a^2+b^2)$(ii) [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

এখন, (ii) - (i) করে পাই,

$a^2y - b^2y = 2a^2b/(a^2+b^2) - b$

বা, $y(a^2-b^2) = \frac{2a^2b - b(a^2+b^2)}{a^2+b^2}$

বা, $y(a^2-b^2) = \frac{2a^2b - a^2b - b^3}{a^2+b^2}$

বা, $y(a^2-b^2) = \frac{a^2b - b^3}{a^2+b^2}$



$$a^2+b^2$$

$$b(a^2-b^2)$$

$$\text{বা, } y(a^2-b^2) = \frac{b(a^2-b^2)}{a^2+b^2}$$

$$b$$

$$\text{বা, } y = \frac{b}{a^2+b^2}$$

এখন, $ax+by=1$ সমীকরণে y এর প্রাপ্ত মান বসিয়ে পাই,

$$ax + \frac{b \cdot b}{a^2+b^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{ax(a^2+b^2)+b^2}{a^2+b^2} = 1$$

$$\text{বা, } ax(a^2+b^2)+b^2 = a^2+b^2$$

$$\text{বা, } ax(a^2+b^2) = a^2+b^2-b^2$$

$$\text{বা, } ax(a^2+b^2) = a^2$$

$$\text{বা, } x(a^2+b^2) = a$$

$$a$$

$$\text{বা, } x = \frac{a}{a^2+b^2}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ

$$a$$

$$x = \frac{a}{a^2+b^2} \text{ এবং}$$

$$b$$

$$y = \frac{b}{a^2+b^2}$$

If it is helpful for you
donate us please

Bkash Personal

01916973743



অধ্যায় - ৫

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization) - Class 9 Math
BD 2024 – পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনী: 5-11 পর্যন্ত)

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization)

আগেই আমরা এই অধ্যায়ের ১-৫ পর্যন্ত সমাধান করেছি আর এখন বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization) বিষয়ক 5-11 পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। এখানে যে সব বিষয়ের উত্তর-সমাধান রয়েছে সেগুলো হলো: (i) আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান; (ii) বাস্তব সমস্যা: অপূর বাগান বিষয়ক সমস্যা; (iii) সমীকরণের মূলের প্রকৃতি; (iv) সূত্রের সাহায্যে সমীকরণ সমাধান; (v) বাস্তব সমস্যা: সেতুর মায়ের হাঁস মুরগি বিষয়ক; (vi) সহসমীকরণ – দুই চলক বিশিষ্ট সহ-সমীকরণ সেট গঠন।

১-৪ পর্যন্ত সমাধান লিঙ্ক: এখানে দেখ

5. আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান করো।

(i)

$$3x-2y=2$$

$$7x+3y=43$$

সমাধান:

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারি:

$$3x-2y-2=0$$



Tk.100 off
your first order!





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$7x+3y-43=0$$

তাহলে, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-2)(-43)-(-2)(3)} = \frac{1}{(3)(3)-(7)(-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{86-(-6)} = \frac{1}{9-(-14)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{92} = \frac{1}{23}$$

$$\text{বা, } 23x = 92$$

$$\text{বা, } x = 4$$

আবার,

$$\frac{y}{(-2)(7)-(-43)(3)} = \frac{1}{(3)(3)-(7)(-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-14-(-129)} = \frac{1}{9-(-14)}$$

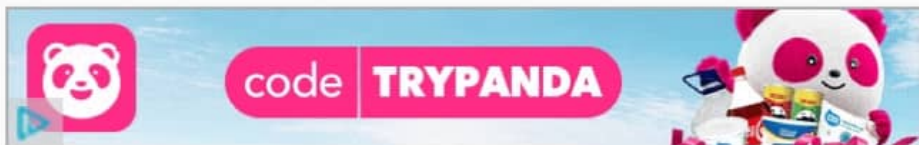
$$\text{বা, } \frac{y}{115} = \frac{1}{23}$$

$$\text{বা, } 23y = 115$$

$$\text{বা, } y = 5$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (4,5)$

(ii)





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$x/2 + y/3 = 8$$

$$5x/4 - 3y = -3$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

$$x/2 + y/3 - 8 = 0$$

$$5x/4 - 3y + 3 = 0$$

তাহলে, বক্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0 \quad \frac{5x}{4} - 3y + 3 = 0$$

$$\frac{(1/3)(3) - (-3)(-8)}{1 - (24)} = \frac{(1/2)(-3) - (5/4)(1/3)}{1 - (24)}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0$$

$$\frac{5x}{4} - 3y + 3 = 0$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0$$

$$\frac{5x}{4} - 3y + 3 = 0$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 8 = 0$$

আবার,

$$\frac{y}{3} - 3 = -\frac{x}{2} + 8$$

$$\frac{y}{3} - 3 = -\frac{12}{2} + 8$$

$$\frac{y}{3} - 3 = -6 + 8$$

$$\frac{y}{3} - 3 = 2$$

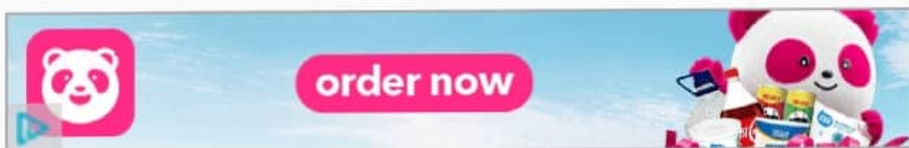
$$\frac{y}{3} = 2 + 3$$

$$\frac{y}{3} = 5$$

$$y = 5 \times 3$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$\text{বা, } \frac{y}{-10 - (3/2)} = \frac{1}{-3/2 - (5/12)}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-23/2} = \frac{1}{-23/12}$$

$$\text{বা, } -23/12 \cdot y = 23/2$$

$$\text{বা, } y = -23/2 \cdot -12/23$$

$$\text{বা, } y = 6$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (12, 6)$

(iii)

$$px + qy = p^2 + q^2$$

$$2qx - py = pq$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

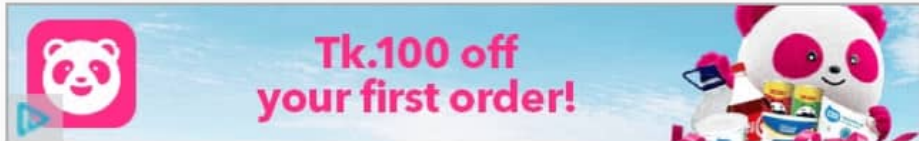
$$px + qy - p^2 - q^2 = 0$$

$$2qx - py - pq = 0$$

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(q)(-pq) - (-p)(-p^2 - q^2)} = \frac{1}{(p)(-p) - (2q)(q)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-pq^2 - p^3 - pq^2} = \frac{1}{-p^2 - 2q^2}$$





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$\text{বা, } \frac{x}{-2pq^2-p^3} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{p(-2q^2-p^2)} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } x/p = 1$$

$$\text{বা, } x = p$$

আবার,

$$\frac{y}{(-p^2-q^2)(2q)-(-pq)(p)} = \frac{1}{(p)(-p)-(2q)(q)}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-2p^2q-2q^3+p^2q} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-p^2q-2q^3} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{q(-p^2-2q^2)} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

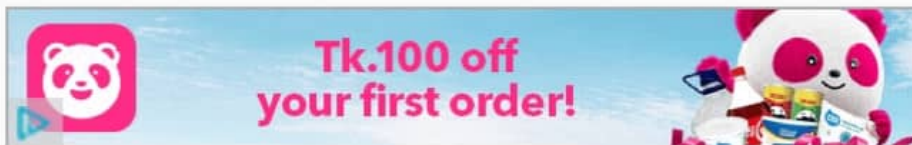
$$\text{বা, } y/q = 1$$

$$\text{বা, } y = q$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (p,q)$

(iv)

$$ax-by=ab$$



$$bx-ay=ab$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

$$ax-by-ab=0$$

$$bx-ay-ab=0$$

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-b)(-ab)-(-a)(-ab)} = \frac{1}{(a)(-a)-(b)(-b)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{ab^2-a^2b} = \frac{1}{-a^2+b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{ab(b-a)} = \frac{1}{(b-a)(b+a)}$$

বা, $x(b-a)(b+a) = ab(b-a)$

$$\text{বা, } x(b+a) = ab$$

$$\text{বা, } x = \frac{ab}{a+b}$$

আবার,

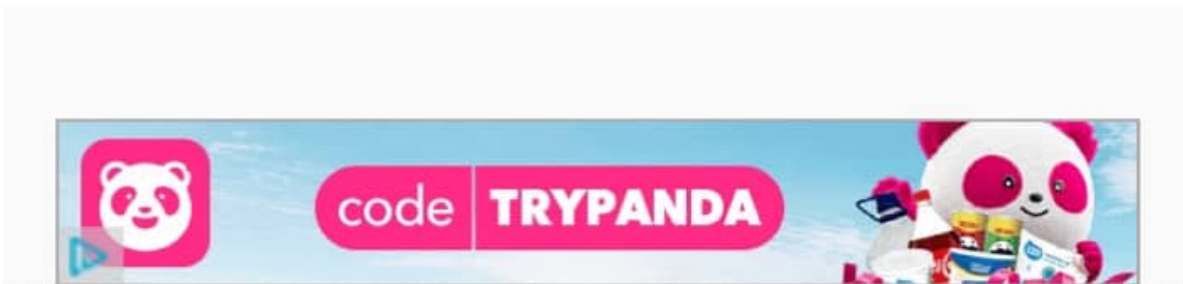
$$\frac{y}{(-ab)b-(-ab)a} = \frac{1}{(a)(-a)-(b)(-b)}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-ab^2+a^2b} = \frac{1}{-a^2+b^2}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$\text{বা, } \frac{y}{ab(a-b)} = \frac{1}{(b-a)(b+a)}$$

$$\text{বা, } y(b-a)(b+a) = ab(a-b)$$

$$\text{বা, } y(b-a)(b+a) = -ab(b-a)$$

$$\text{বা, } y(b+a) = -ab$$

$$\text{বা, } y = \frac{-ab}{a+b}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ

$$x = \frac{ab}{a+b} \text{ এবং}$$

$$y = \frac{-ab}{a+b}$$

6. অপূর একটি আয়তাকার সবজি বাগান আছে। বাগানটির পরিসীমা 120 মিটার। প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে এবং দৈর্ঘ্য থেকে 3 মিটার কমালে পরিসীমা হয় 150 মিটার।

ক) বাগানটি 3 পাশে ঘেরা আছে এবং দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশে ফাঁকা আছে। ফাঁকা পাশ বেড়া দিয়ে ঘিরে দিতে প্রতি মিটার 10 টাকা হিসাবে মোট কত টাকা খরচ হবে?

খ) যদি প্রতি বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য 7 টাকা খরচ হয়, তাহলে সার বাবদ অপূর মোট কত টাকা খরচ হবে?

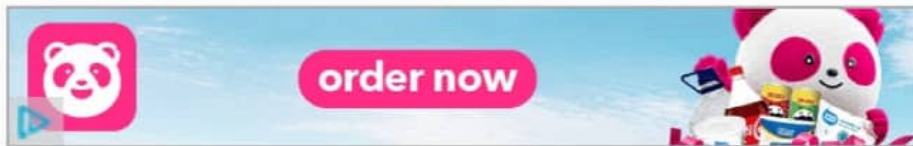
সমাধানঃ

ধরি,

অপূর আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার।

তাহলে, শর্তমতে,

$$2(x+y) = 120 \dots\dots(i)$$





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$2\{2y+(x-3)\} = 150.....(ii)$$

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$$x+y = 60$$

$$\text{বা, } x = 60-y \dots(iii)$$

$x = 60-y$, (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2\{2y+(60-y-3)\} = 150$$

$$\text{বা, } 2y+(60-y-3) = 75$$

$$\text{বা, } 2y+60-y-3 = 75$$

$$\text{বা, } y = 75 - 60 + 3$$

$$\text{বা, } y = 18$$

y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 60 - 18 = 42$$

ক)

আমরা, উপরোক্ত সমাধান প্রক্রিয়া থেকে বাগানের দৈর্ঘ্য পাই, $x = 42$ মিটার।

ক এর শর্ত অনুসারে বাগানের দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশ ফাঁকা আছে অর্থাৎ 42 মিটার ফাঁকা আছে।

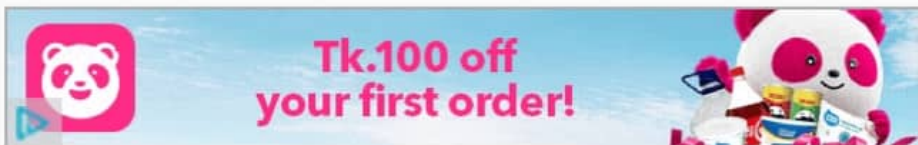
এখন,

1 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10 টাকা

\therefore 42 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10×42 টাকা = 420 টাকা।

খ)

বাগানের দৈর্ঘ্য $x = 42$ মিটার এবং প্রস্থ $y = 18$ মিটার।



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = 42×18 বর্গ মিটার = 756 বর্গ মিটার।

এখন,

1 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7 টাকা

∴ 756 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7×756 টাকা = 5292 টাকা।

7. $x^2 - 3 = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় করো এবং সমাধান করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপঃ $ax^2 + bx + c = 0$

∴ প্রদত্ত সমীকরণের আদর্শ রূপঃ $1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-3) = 0$

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়কঃ $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 12$

এখন, $12 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ [মূলের প্রকৃতি নির্ণয় করা হলো]।

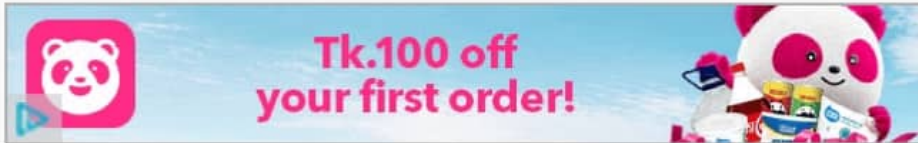
সমাধানঃ

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ অনুসারে:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\pm \sqrt{12}}{2}$$



$$\pm \sqrt{4.3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{2}$$

$$\pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{2}$$

$$\text{বা, } x = \pm \sqrt{3}$$

সুতরাং, সমীকরণটির মূল দুইটি: $x_1 = \sqrt{3}$ এবং $x_2 = -\sqrt{3}$

8. $3x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণটি সূত্রের সাহায্যে সমাধান করো। আবার সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখাও যে, উভয় পদ্ধতিতে একই সমাধান পাওয়া যায়।

সমাধান:

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ কে $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে পাই,

$$a = 3, b = -2, c = -1$$

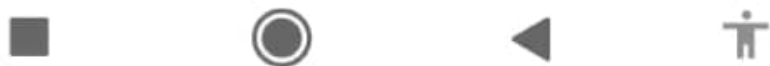
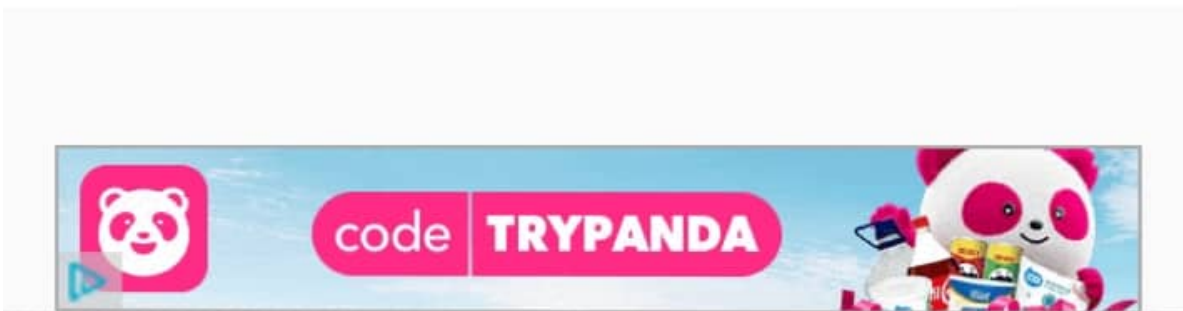
তাহলে,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.3.(-1)}}{2.3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$



← পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$2 \pm 4$$

বা, $x = \frac{2 \pm 4}{6}$

$$6$$

সুতরাং, $x_1 = \frac{(2+4)}{6} = 1$ এবং, $x_2 = \frac{(2-4)}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধানঃ

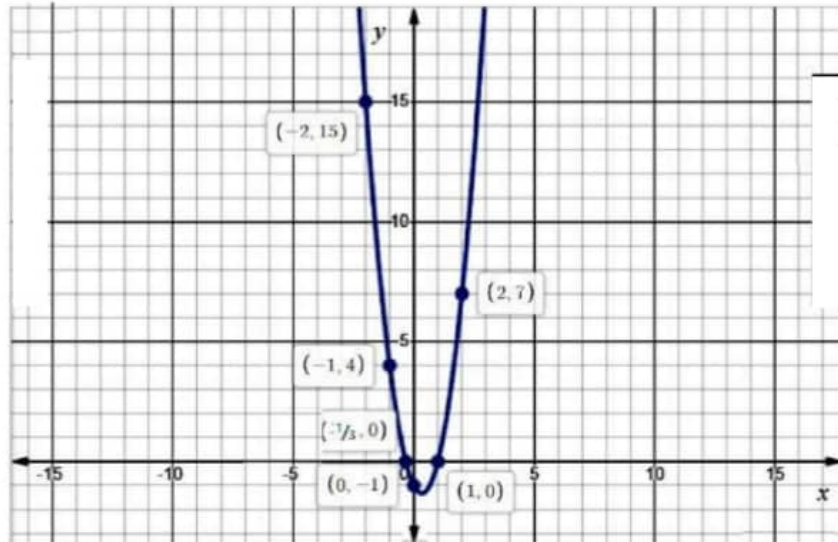
মনে করি,

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

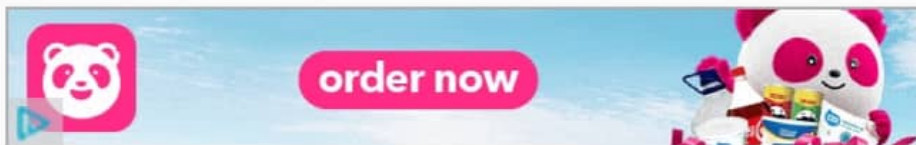
x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	y
-2	15
-1	4
0	-1
1	0
2	7
$-\frac{1}{3}$	0

গ্রাফ কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে উপরের বিন্দুগুলো স্থাপন করে নিম্নের লেখচিত্রটি অংকন করি।



লক্ষ করি, লেখচিত্রটি x অক্ষকে $(-\frac{1}{3}, 0)$ ও $(1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। অর্থাৎ এই বিন্দুদ্বয়ের মানই





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

সুতরাং, $x_1 = 1$ এবং, $x_2 = -1/3$

অতএব, সূত্রের সাহায্যে ও লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখা গেল উভয় পদ্ধতিতে একই ফলাফল পাওয়া যায় (দেখানো হলো)।

9. সেতুর মা বাড়িতে হাঁস ও মুরগী পালন করে। তিনি 5000 টাকা দিয়ে 25টি হাঁসের বাচ্চা এবং 30টি মুরগীর বাচ্চা কিনলেন। যদি তিনি একই দরে 20 টি হাঁসের বাচ্চা এবং 40টি মুরগীর বাচ্চা কিনতেন তবে তাঁর 500 টাকা কম খরচ হত।

ক) একটি হাঁসের বাচ্চা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম কত?

খ) কিছুদিন লালনপালনের পরে প্রতিটি হাঁস 250 টাকা এবং প্রতিটি মুরগী 160 টাকা দরে বিক্রি করলে তাঁর মোট কত টাকা লাভ হবে?

সমাধানঃ

(ক)

মনে করি,

সেতুর মা যেসকল হাঁসের বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = x টাকা এবং যেসকল মুরগীর বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = y টাকা।

তাহলে ১ম শর্ত মতে,

$$25x + 30y = 5000$$

$$\text{বা, } 5(5x + 6y) = 5000$$

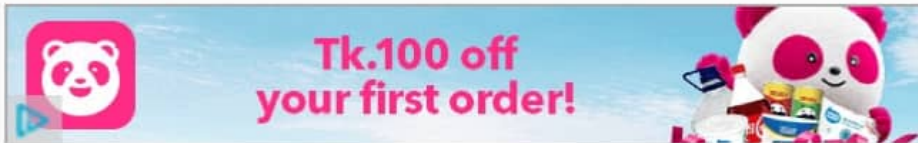
$$\text{বা, } 5x + 6y = 1000 \dots\dots (i)$$

এবং ২য় শর্ত মতে,

$$20x + 40y = 5000 - 500$$

$$\text{বা, } 20x + 40y = 4500$$

$$\text{বা, } 20(x + 2y) = 4500$$





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$\text{বা, } x+2y = 225$$

$$\text{বা, } x = 225-2y \dots (iii)$$

এখন, $x = 225-2y$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5(225-2y)+6y = 1000$$

$$\text{বা, } 1125 - 10y + 6y = 1000$$

$$\text{বা, } -4y = 1000 - 1125$$

$$\text{বা, } -4y = -125$$

$$\text{বা, } y = 31.25$$

$$x = 225-2y = 225 - 2*31.25 = 162.50$$

অতএব, একটি হাঁসের বাচ্চা 162.50 টাকা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম 31.25 টাকা।

খ)

সেতুর মায়ের ক্রয়কৃত হাঁসের বাচ্চার সংখ্যা = 25 টি এবং ক্রয়কৃত মুরগির বাচ্চার সংখ্যা = 30 টি।

কিছুদিন লালন পালনের পর ক্রয়কৃত ১টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য 250 টাকা হলে 25 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = $250*25$ টাকা = 6250 টাকা।

আবার,

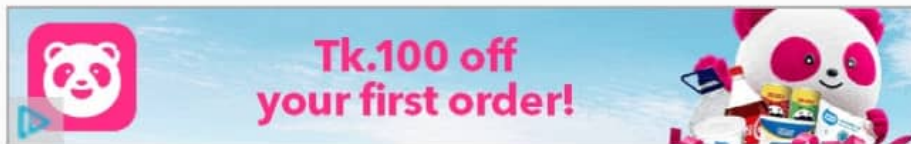
কিছুদিন লালন পালনের পর ১ টি মুরগির বিক্রয় মূল্য 160 টাকা হলে 30 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = $160*30$ টাকা = 4800 টাকা।

তাহলে, মোট বিক্রিত মূল্য = $6250 + 4800$ টাকা = 11050 টাকা।

কিন্তু, এগুলোর ক্রয়মূল্য ছিল = 5000 টাকা।

অতএব, সেতুর মায়ের লাভ হলোঃ $(11050 - 5000)$ টাকা = 5050 টাকা।

10. নিচের সহসমীকরণের সমাধান করো:





$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$x - 3y + 1 = 0$$

সমাধানঃ

$$y = x^2 - 2x - 3 \dots (i)$$

$$x - 3y + 1 = 0 \dots (ii)$$

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 3(x^2 - 2x - 3) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x - 3x^2 + 6x + 9 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } -3x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 7x - 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 3x - 10x - 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x(x+1) - 10(x+1) = 0$$

$$\text{বা, } (x+1)(3x-10) = 0$$

$$\text{বা, } 3x-10 = 0 \text{ অথবা, } x+1=0$$

$$\text{বা, } 3x = 10 \quad \text{বা, } x = -1$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{3}$$

এখন, $x = -1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$

এবং $x = \frac{10}{3}$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \left(\frac{10}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{10}{3}\right) - 3 = \frac{100}{9} - \frac{20}{3} - 3 = \frac{13}{9}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (-1,0), (10/3, 13/9)$

11. নিজেৰ মতো করে দুই চলকবিশিষ্ট 3 সেট (একটি সরল ও একটি দ্বিঘাত) সহসমীকরণ গঠন করে এবং সমাধান করো।

সমাধানঃ

গঠনকৃত সহসমীকরণের ১ম সেটঃ

$$y = x^2 - x - 2 \dots\dots(i)$$

$$x - 2y + 5 = 0 \dots\dots(ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2(x^2 - x - 2) + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2x^2 + 2x + 4 + 5 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x(x-3) + 3(x-3)$$

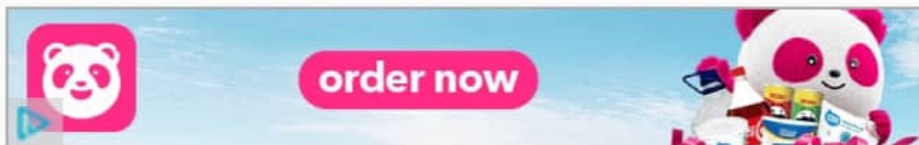
$$\text{বা, } (2x+3)(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } 2x+3 = 0 \text{ অথবা, } x-3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x = -3 \text{ বা, } x = 3$$

$$\text{বা, } x = -3/2$$

এখন, $x = 3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$y = 3^2 - 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

এবং $x = 10/3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = (-3/2)^2 - (-3/2) - 2 = 9/4 + 3/2 - 2 = 7/4$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (3,4), (-3/2, 7/4)$

গঠনকৃত সহসমীকরণের ২য় সেটঃ

$$y = x^2 - 3x + 2 \dots\dots(i)$$

$$x - y - 1 = 0 \dots\dots(ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - (x^2 - 3x + 2) - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x - x^2 + 3x - 2 - 1 = 0$$

$$\text{বা, } -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x - x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-3) - 1(x-3)$$

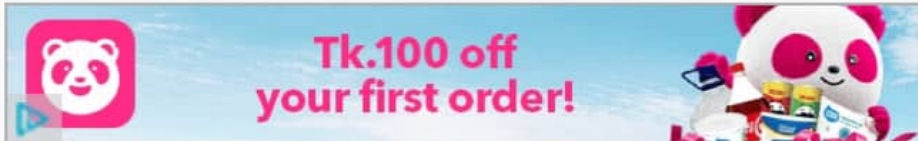
$$\text{বা, } (x-1)(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } x-3 = 0 \text{ অথবা, } x-1 = 0$$

$$\text{বা, } x = 3 \text{ বা, } x = 1$$

এখন, $x = 3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 = 9 - 9 + 2 = 2$$





এবং $x = 1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (3,2),(1,0)$

গঠনকৃত সহসমীকরণের তৃত্ব সেটঃ

$$y = 2x^2 - 2x - 3 \dots (i)$$

$$x - y - 4 = 0 \dots (ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - (2x^2 - 2x - 3) - 4 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2x^2 + 2x + 3 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - x - 2x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x(2x-1) - 1(2x-1)$$

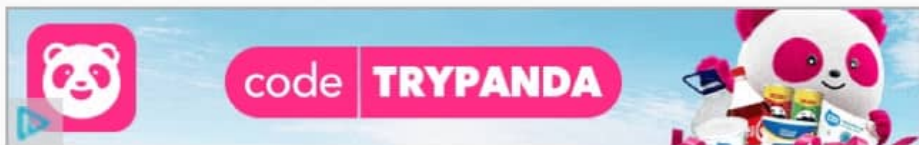
$$\text{বা, } (x-1)(2x-1) = 0$$

$$\text{বা, } 2x-1 = 0 \text{ অথবা, } x-1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x = 1 \text{ বা, } x = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2}$$

এখন, $x = 1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,





পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ 5-11...

$$y = 2.1^2 - 2.1 - 3 = 2 - 2 - 3 = -3$$

এবং $x = \frac{1}{2}$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2.(\frac{1}{2})^2 - 2.(\frac{1}{2}) - 3 = \frac{1}{2} - 1 - 3 = -\frac{8}{2} = -\frac{7}{2}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (1,-3), (\frac{1}{2}, -\frac{7}{2})$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অধ্যায় - ৬

পরিমাপে ত্রিকোণমিতি - Class 9 Math BD 2024 – ষষ্ঠ অধ্যায়
(অনুশীলনীঃ - ১-১০ পর্যন্ত)

পরিমাপে ত্রিকোণমিতি

বন্ধুরা, আমরা এই পোস্টে ৯ম শ্রেণির গণিতের ষষ্ঠ অনুশীলনীর সমাধান নিয়ে এসেছি যার নাম রাখা হয়েছে পরিমাপে ত্রিকোণমিতি। এখানে মোট ১০টি প্রশ্ন আছে। এখানে আমরা যা যা শিখতে পারব- (i) ত্রিকোণমিতিক কোণের পরিমাপ পদ্ধতি, (ii) $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$, $\cot\theta$, $\sec\theta$, $\csc\theta$ এর মান নির্ণয়, (iii) উন্নতি কোণের সাপেক্ষে দৈর্ঘ্য নির্ণয়, (iv) অবনতি কোণের সাপেক্ষে দৈর্ঘ্য নির্ণয়। তোমরা এখানে শুধুমাত্র অনুশীলনী অংশের সমাধান এখানে পাবে, পরিমাপে ত্রিকোণমিতি আলোচনা অংশের সমাধান পরে যুক্ত করা হবে, তোমরা যদি সমাধানে কোন বিভ্রান্তি লক্ষ কর বা আরও উন্নতি করার কিছু থাকে তবে আমাদেরকে লিখে জানাও।

অনুশীলনী - ৬

১. $\cos\theta = 3/4$ হলে, θ কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 1 - (3/4)^2 \text{ [}\cos\theta = 3/4\text{; দেওয়া আছে]}$$





ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 1 - 9/16$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 7/16$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{7}/4$$

আবার,

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{\sqrt{7}/4}{3/4}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \sqrt{7}/3$$

আবার,

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\text{বা, } \cot\theta = \frac{1}{\sqrt{7}/3}$$

$$\text{বা, } \cot\theta = 3/\sqrt{7}$$

আবার,

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\text{বা, } \sec\theta = \frac{1}{3/4}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





$$\text{বা, } \sec\theta = \frac{4}{3}$$

আবার,

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\text{বা, } \csc\theta = \frac{1}{\sqrt{7}/4}$$

$$\text{বা, } \csc\theta = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

২. $12\cot\theta = 7$ হলে $\cos\theta$ ও $\csc\theta$ এর মান বের করো।

সমাধানঃ

$$12\cot\theta = 7$$

$$\text{বা, } \cot\theta = \frac{7}{12}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{12}{7}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{12}{7}$$

$$\text{বা, } 12\cos\theta = 7\sin\theta$$

$$\text{বা, } 144\cos^2\theta = 49\sin^2\theta \text{ [বর্গ করে] (i)}$$

$$\text{বা, } 144\cos^2\theta = 49(1-\cos^2\theta) \text{ [}\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1\text{]}$$

$$\text{বা, } 144\cos^2\theta = 49 - 49\cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 144\cos^2\theta + 49\cos^2\theta = 49$$

$$\text{বা, } 193\cos^2\theta = 49$$



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$$\text{বা, } \cos^2\theta = 49/193$$

$$\text{বা, } \cos\theta = 7/\sqrt{193}$$

আবার, (i) নং থেকে পাই,

$$144(1-\sin^2\theta) = 49\sin^2\theta$$

$$\text{বা, } 144 - 144\sin^2\theta = 49\sin^2\theta$$

$$\text{বা, } 144 = 49\sin^2\theta + 144\sin^2\theta$$

$$\text{বা, } 144 = 193\sin^2\theta$$

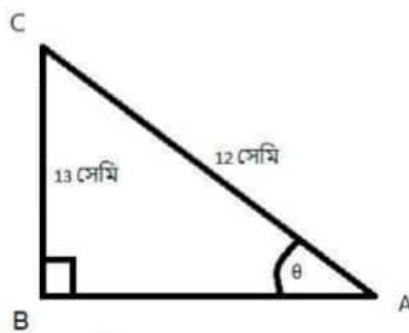
$$\text{বা, } \sin^2\theta = 144/193$$

$$\text{বা, } \csc^2\theta = 193/144$$

$$\text{বা, } \csc\theta = \sqrt{193}/12$$

৩. $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B = 90^\circ$, $AC = 12$ সেমি, $BC = 13$ সেমি এবং $\angle BAC = \theta$ হলে, $\sin\theta$, $\sec\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান বের করো।

সমাধানঃ



দেওয়া আছে,

$\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B = 90^\circ$, $AC = 12$ সেমি, $BC = 13$ সেমি এবং $\angle BAC = \theta$ । $\sin\theta$, $\sec\theta$





ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

ও $\tan\theta$ এর মান বের করতে হবে।

পিথাগোরাসের সূত্র মতে,

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 12^2 - 13^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 144 - 169$$

$$\text{বা, } AB^2 = -25$$

বিদ্রঃ AB^2 এর মান -25 হতে পারে না, উল্লেখ্য প্রশ্নে অতিভুজ $AC < CB$ যা গ্রহনযোগ্য নয়। সেক্ষেত্রে আমরা এখানে $AC = 13$ সেমি ও $BC = 12$ সেমি ধরে হিসাব করে পাই (তোমাদের মতামত আমাদের জানিও):-

$$AB^2 = 25$$

$$\text{বা, } AB = 5$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \frac{12}{13}$$

আবার,

$$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$$

$$\text{বা, } \sec\theta = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{বা, } \sec\theta = \frac{13}{5}$$

ও



ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$\tan\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$

বা, $\tan\theta = \frac{BC}{AB}$

বা, $\sec\theta = \frac{12}{5}$

৪. $\theta = 30^\circ$ হলে, দেখাও যে,

$$(i) \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$$

সমাধানঃ

$\theta = 30^\circ$ হলে, $\tan\theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এখন, ডানপক্ষ

$$= \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$$

$$= \frac{1 - (\frac{1}{\sqrt{3}})^2}{1 + (\frac{1}{\sqrt{3}})^2}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$$





$$\begin{aligned} & \frac{4}{3} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

আবার, বামপক্ষ

$$\begin{aligned} &= \cos 2\theta \\ &= \cos 2 \times 30^\circ \\ &= \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

অতএব, বামপক্ষ = ডানপক্ষ [দেখানো হলো]

$$(ii) \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

সমাধানঃ

$$\theta = 30^\circ \text{ হলে, } \tan \theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

এখন, ডানপক্ষ

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \\ &= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} \\ &= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \end{aligned}$$



ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$$= \frac{2/\sqrt{3}}{1 - 1/3}$$

$$= \frac{2/\sqrt{3}}{2/3}$$

$$= 2/\sqrt{3} \times 3/2$$

$$= 3/\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}$$

আবার,

বামপক্ষ

$$= \tan 2\theta$$

$$= \tan 2 \times 30^\circ$$

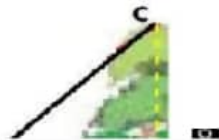
$$= \tan 60^\circ$$

$$= \sqrt{3}$$

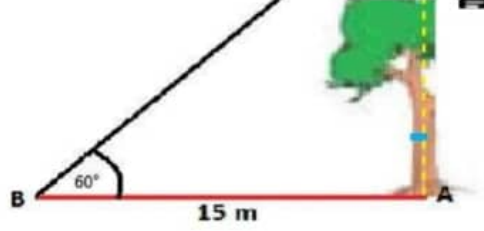
অতএব, বামপক্ষ = ডানপক্ষ [দেখানো হলো]

৫. একটি গাছের পাদদেশ হতে 15 মিটার দূরে ভূ-তলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...



চিত্র অনুসারে,

A হলো গাছের পাদদেশ এবং A হতে B এর দূরত্ব = $AB = 15$ মিটার এবং B বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle ABC = 60^\circ$.

তাহলে,

$$\tan 60^\circ = \frac{AC}{AB}$$

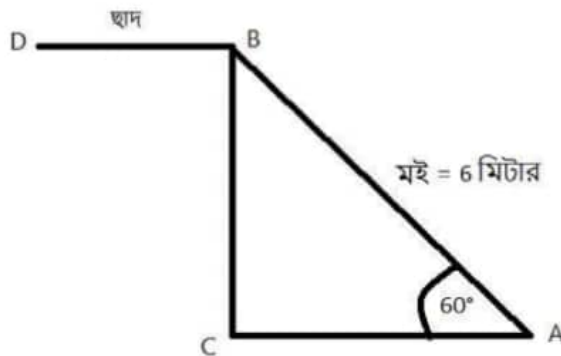
$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AC}{15}$$

$$\text{বা, } AC = 15 \times \sqrt{3} = 25.981 \text{ (প্রায়)}$$

অর্থাৎ, গাছটির উচ্চতা 25.981 মিটার (প্রায়)।

৬. 6 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ছাদ স্পর্শ করে আছে। ছাদের উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

আমাদের অঙ্কিত মডেল চিত্র অনুসারে,

AB = মই যার দৈর্ঘ্য 6 মিটার

AC = ভূমি

CB = ভূমি হতে ছাদের দূরত্ব

$\angle ABC = 60^\circ$

এখন, আমরা জানি,

$\cos\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

অর্থাৎ, $\triangle ABC$ -এ

$\cos 60^\circ = \frac{AB}{CB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{6}{CB}$ [$\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$]

বা, $2 \times 6 = CB$

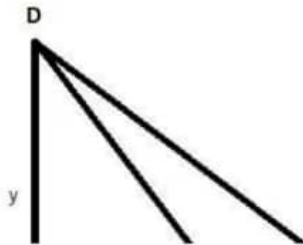
বা, $CB = 12$

\therefore ছাদের উচ্চতা = 12 মিটার।

৭. ভূতলের কোনো একটি স্থান থেকে একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° । ওই স্থান থেকে 20 মিটার পিছিয়ে গেলে মিনারের উন্নতি কোণ হয় 45° । মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিম্নোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।

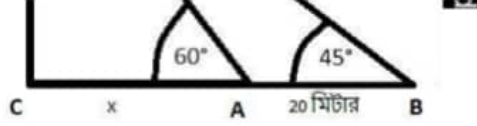


If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...



যেখানে,

$CD = y =$ মিনারের উচ্চতা

$\angle CAD = 60^\circ =$ ভূতলের A বিন্দুতে উন্নতি কোণ

$\angle CBD = 45^\circ =$ ভূতলের B বিন্দুতে উন্নতি কোণ

$AB = 20$ মিটার

$CA = x$ মিটার (ধরে)

তাহলে,

$$\tan 60^\circ = \frac{CD}{CA}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{y}{x} [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } y = \sqrt{3}x \dots\dots (i)$$

আবার,

$$\tan 45^\circ = \frac{CD}{CB}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{y}{x+20} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } y = x+20 \dots\dots (ii)$$

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\sqrt{3}x = x+20$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x - x = 20$$

$$\text{বা, } x(\sqrt{3}-1) = 20$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$$\text{বা, } x = \frac{20}{\sqrt{3}-1}$$

$$\text{বা, } x = 27.3205 \text{ (প্রায়)}$$

এখন, $x = 27.3205$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \sqrt{3} \times 27.3205$$

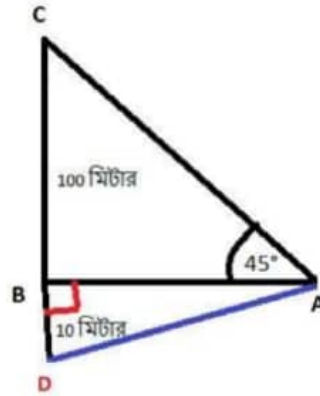
$$\text{বা, } y = 47.3205 \text{ (প্রায়)}$$

∴ মিনারটির উচ্চতা 47.3205 মিটার (প্রায়)।

৮. একটি নদীর তীরে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি নদীর অপর তীরে 100 মিটার উঁচু একটি টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° । লোকটি টাওয়ার বরাবর নৌকা পথে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু পানির প্রোতের কারণে নৌকাটি টাওয়ার থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছাল। লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিম্নোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



যেখানে,

A ও B হলো প্রদত্ত নদীর দুই তীরের দুইটি বিন্দু এবং A বিন্দুতে লোকটি দাঁড়িয়ে আছে।

∴ AB = নদীর প্রস্থ



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

BC = 100 মিটার = প্রদত্ত টাওয়ারের উচ্চতা

$\angle BAC = 45^\circ$ = তীরের A বিন্দুতে উন্নতি কোণ

D হলো B থেকে 10 মিটার দূরের তীরের একটি বিন্দু যেখানে লোকটি নৌকা নিয়ে পৌঁছায়।

$\therefore BD = 10$ মিটার

AD = ?

তাহলে,

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{BA} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{BC}{BA}$$

$$\text{বা, } BC = BA$$

$$\text{বা, } BA = 100 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

এখন,

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 100^2 + 10^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 10100$$

$$\text{বা, } AD = 100.4987 \text{ (প্রায়) [বর্গমূল করে]}$$

লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব 100.4987 মিটার (প্রায়)।

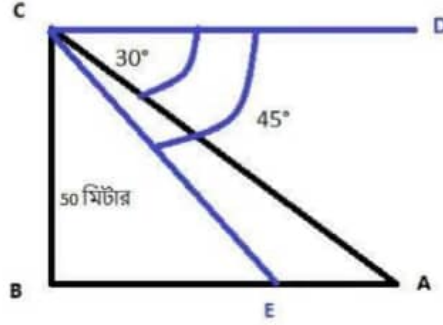
৯. সাগরের তীরে একটি টাওয়ারের উপর থেকে একজন লোক সাগর পর্যবেক্ষণের সময় দেখলো যে একটি জাহাজ বন্দরের দিকে আসছে। তখন জাহাজটির অবনতি কোণ ছিল 30° । কিছুক্ষণ পরে লোকটি দেখলো জাহাজটির অবনতি কোণ 45° । যদি টাওয়ারের উচ্চতা 50 মিটার হয়, তবে এই সময়ে জাহাজটি কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে?

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিম্নোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...



যেখানে,

$BC = 50$ মিটার = প্রদত্ত টাওয়ারের উচ্চতা

$\angle ACD = 30^\circ = A$ বিন্দুতে জাহাজের অবস্থানের অবনতি কোণ

$\angle BEC = 45^\circ = E$ বিন্দুতে জাহাজের অবস্থানের অবনতি কোণ

$AE = ?$

এখন, মডেল চিত্র অনুসারে,

$CD \parallel AB$ ও AC সাধারণ বাহু

$\therefore \angle ACD = \angle CAB$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle CAB = 30^\circ$ [মান বসিয়ে]

তাহলে,

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{AB} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } AB = 50 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BE + AE = 50 \cdot \sqrt{3} \dots (i)$$

আবার,



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

CD || BE ও EC সাধারণ বাহু

∴ $\angle DCE = \angle BEC$ [একান্তর কোণ]

বা, $\angle BEC = 45^\circ$ [মান বসিয়ে]

তাহলে,

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{BE}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{50}{BE} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } BE = 50 \dots (ii)$$

এখন, $BE = 50$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$50 + AE = 50 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AE = 50 \cdot \sqrt{3} - 50$$

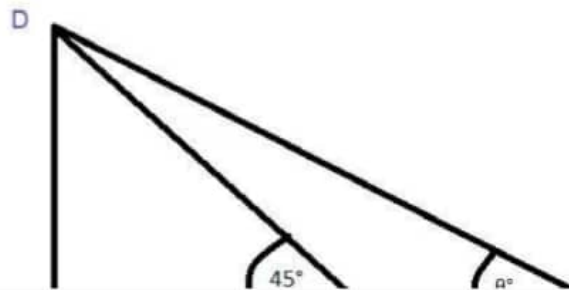
$$\text{বা, } AE = 36.6025 \text{ (প্রায়)}$$

∴ জাহাজটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = 36.6025 মিটার (প্রায়)

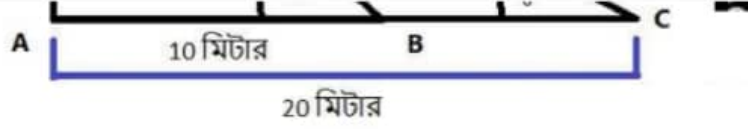
১০. তোমার প্রতিষ্ঠানের অফিস ভবন থেকে 10 মিটার দূরে ওই ভবনের উন্নতি কোণ 45° এবং 20 মিটার দূর থেকে ওই ভবনের উন্নতি কোণ θ° হলে, $\sin \theta$ ও $\cos \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিম্নোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



← ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...



যেখানে,

A বিন্দুতে অফিস ভবন অবস্থিত

AB = 10 মিটার

AC = 20 মিটার

$\angle ABD = 45^\circ = A$ বিন্দুতে উন্নতি কোণ

$\angle ACD = \theta^\circ = C$ বিন্দুতে উন্নতি কোণ

$\sin\theta = ?$ ও $\cos\theta = ?$

এখন, মডেল চিত্র অনুসারে,

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{AB}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{AD}{AB} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } AD = AB$$

$$\text{বা, } AD = 10 \dots (i) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

আবার,

$$\tan \theta^\circ = \frac{AD}{AC}$$

$$\text{বা, } \tan \theta^\circ = \frac{10}{20} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \tan \theta^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta^\circ}{\cos \theta^\circ} = \frac{1}{2} [\because \tan \theta^\circ = \frac{\sin \theta^\circ}{\cos \theta^\circ}]$$

$$\text{বা, } \cos \theta^\circ = 2 \sin \theta^\circ$$



ষষ্ঠ অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০...

$$\text{বা, } \cos^2\theta^\circ = 4\sin^2\theta^\circ \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta^\circ = 4(1-\cos^2\theta^\circ) [\because \sin^2\theta^\circ + \cos^2\theta^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta^\circ = 4 - 4\cos^2\theta^\circ$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta^\circ + 4\cos^2\theta^\circ = 4$$

$$\text{বা, } 5\cos^2\theta^\circ = 4$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta^\circ = 4/5 \dots\dots(ii)$$

$$\text{বা, } \cos\theta^\circ = 4/\sqrt{5} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

আবার, (ii) নং হতে পাই,

$$1 - \sin^2\theta^\circ = 4/5 [\because \sin^2\theta^\circ + \cos^2\theta^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } -\sin^2\theta^\circ = 4/5 - 1$$

$$\text{বা, } -\sin^2\theta^\circ = -1/5$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta^\circ = 1/5$$

$$\text{বা, } \sin\theta^\circ = 1/\sqrt{5} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\therefore \sin\theta = 1/\sqrt{5} \text{ ও } \cos\theta = 4/\sqrt{5}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অধ্যায় - ৭

কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি - Class 9 Math BD 2024 - সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০ পর্যন্ত)

কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি

আমাদের এই অধ্যায়ের নাম কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি যা ৯ম শ্রেণির ৭ম অধ্যায়। এখানে আমরা অনুশীলনীর সকল গাণিতিক প্রশ্নের উত্তর দিয়েছি - যেখানে আমরা শিখবঃ ডিগ্রি, মিনিট, সেকেন্ডের মান নির্ণয় পদ্ধতি, রুলার ও চাঁদা ব্যবহার করে কোণ অঙ্কন পদ্ধতি, ত্রিকোণমিতিক কোণের মান নির্ণয়, আদর্শ অবস্থানে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়, রেডিয়ান ও ডিগ্রিতে প্রকাশ এবং বাস্তব কিছু প্রশ্নের সমাধান। তাহলে, শুরু করা যাক।

অনুশীলনী-৭

1. 5° তে কত সেকেন্ড নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$1^\circ = 3600''$$

$$\therefore 5^\circ = (5 \times 3600)'' = 18000''$$

অর্থাৎ, 5° তে 18000 সেকেন্ড।

2. জ্যামিতিক রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 30° , 360° , 380° , -20° এবং -420° কে

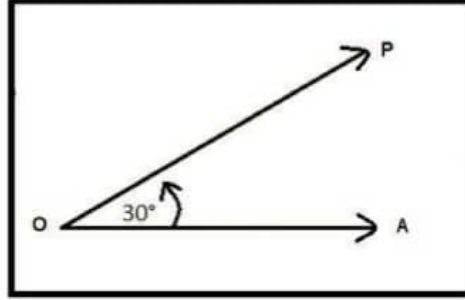


← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

আঁক।

সমাধানঃ

30° অঙ্কনঃ



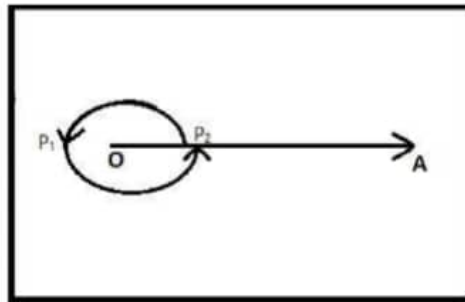
(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 30 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O, P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $\angle AOP = 30^\circ$ অঙ্কিত হলো।

360° অঙ্কনঃ



(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

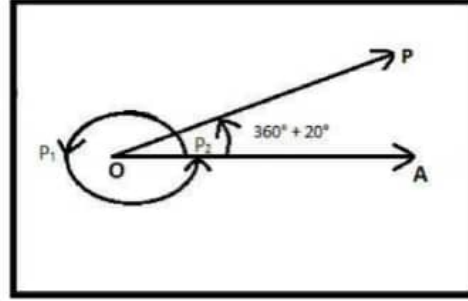


← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদার বামপাশে লেখা 180 বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P_1 চিহ্নিত করি। আবার, চাঁদার কেন্দ্রে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে। এবং চাঁদার ডানপাশে লেখা 180 বরাবর আরেকটি বিন্দু P_2 চিহ্নিত করি।

(iv) তাহলে, P_2 বিন্দু OA এর সাথে সমাপতিত হয় ফলত OA রশ্মি বরাবর আমাদের 360° অঙ্কিত হলো।

380° অঙ্কনঃ



এখানে, $380^\circ = 360^\circ + 20^\circ$

অর্থাৎ, আমাদের 20° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ 360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

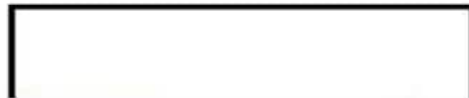
(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

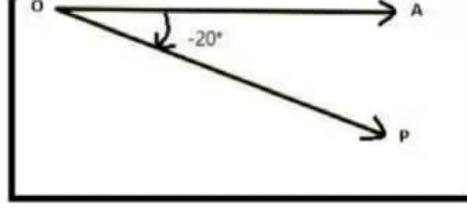
(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $360^\circ + 20^\circ = 380^\circ$ অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানে হয়েছে।

-20° অঙ্কনঃ

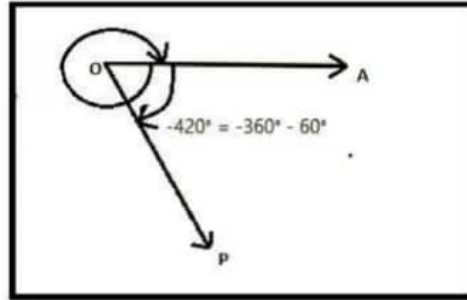


← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...



- (i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।
- (ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।
- (iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।
- (iv) O, P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $\angle AOP = -20^\circ$ অঙ্কিত হলো।

-420° অঙ্কনঃ



এখানে, $-420^\circ = -360^\circ - 60^\circ$

অর্থাৎ, আমাদের -60° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ -360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

- (i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।
- (ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।
- (iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে 60 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।



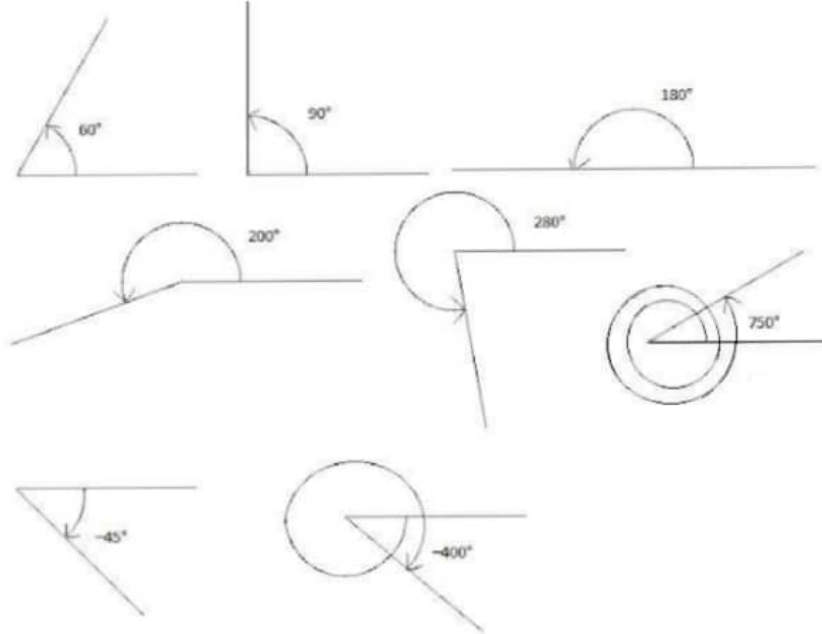
← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $-360^\circ - 60^\circ = -420^\circ$ অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

3. রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 60° , 90° , 180° , 200° , 280° , 750° , -45° , -400° কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকো। এগুলো কোয়ান্ড্রেন্ট নাকি কোয়ান্ড্রেন্টাল কোণ তা নির্ণয় করো। কোণগুলো কোন চতুর্ভাগে আছে তা উল্লেখ করো।

সমাধানঃ

রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 60° , 90° , 180° , 200° , 280° , 750° , -45° , -400° কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকা হলো যা নিম্নের চিত্রে অঙ্কিত।



এখন কোণগুলোর অবস্থান বিবেচনা করে পাই,

60° , 200° , 280° , 750° , -45° , -400° কোণগুলো চারটি চতুর্ভাগের যেকোন একটির ভিতরে অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়ান্ড্রেন্ট কোণ (quadrant angle)।

আবার,

90° , 180° কোণদ্বয়টি অক্ষের উপর অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়ান্ড্রেন্টাল কোণ (quadrantal angle)।





4. মান নির্ণয় করো : $\cos 135^\circ$, $\cot 120^\circ$, $\tan 390^\circ$, $\sin(-30^\circ)$, $\sec 300^\circ$, $\csc(-570^\circ)$

সমাধানঃ

$\cos 135^\circ$

$$= \cos(180^\circ - 45^\circ)$$

$$= -\cos 45^\circ$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} [\because \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$\cot 120^\circ$

$$= \cot(180^\circ - 60^\circ)$$

$$= -\cot 60^\circ$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} [\because \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$\tan 390^\circ$

$$= \tan(360^\circ + 30^\circ)$$

$$= \tan 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$\sin(-30^\circ)$

$$= -\sin 30^\circ$$

$$= -\frac{1}{2} [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





$$\sec 300^\circ$$

$$= \sec(360^\circ - 60^\circ)$$

$$= \sec 60^\circ$$

$$= 2 \quad [\because \sec 60^\circ = 2]$$

$$\csc(-570^\circ)$$

$$= \csc 570^\circ$$

$$= \csc(540^\circ + 30^\circ)$$

$$= \csc 30^\circ$$

$$= 2$$

[আমাদের এই অধ্যায় কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি চলমান, উপরে নিচে দিয়ে এখানে মোট ১০টি প্রশ্ন আছে নতুন পাঠ্যক্রম অনুসারে। আমাদের লিখে জানাও যেকোন মতামত, ধন্যবাদ।]

5. আদর্শ অবস্থানে A(2, 3), B(-3, 1), C(-4, -4), D(1, -2), E(-2, 0) বিন্দুগুলো দ্বারা উৎপন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

$$A(2, 3)$$

$$\text{এখানে, } x=2, y=3 \text{ এবং } r = \sqrt{(2^2+3^2)} = \sqrt{13}$$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$$



← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

$$\cot\theta = x/y = 2/3$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{13}/2$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{13}/3$$

B(-3, 1)

এখানে, $x=-3$, $y=1$ এবং $r = \sqrt{\{(-3)^2+1^2\}} = \sqrt{10}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 1/\sqrt{10}$$

$$\cos\theta = x/r = -3/\sqrt{10}$$

$$\tan\theta = y/x = 1/-3$$

$$\cot\theta = x/y = -3/1 = -3$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{10}/-3$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{10}/1 = \sqrt{10}$$

C(-4, -4)

এখানে, $x=-4$, $y=4$ এবং $r = \sqrt{\{(-4)^2+4^2\}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 4/4\sqrt{2} = 1/\sqrt{2}$$

$$\cos\theta = x/r = -4/4\sqrt{2} = -1/\sqrt{2}$$

$$\tan\theta = y/x = 4/-4 = -1$$

← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

$$\cot\theta = x/y = -4/4 = -1$$

$$\sec\theta = r/x = 4\sqrt{2}/-4 = -\sqrt{2}$$

$$\csc\theta = r/y = 4\sqrt{2}/4 = \sqrt{2}$$

D(1, -2)

এখানে, $x=1$, $y=-2$ এবং $r = \sqrt{1^2+(-2)^2} = \sqrt{5}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = -2/\sqrt{5}$$

$$\cos\theta = x/r = 1/\sqrt{5}$$

$$\tan\theta = y/x = -2/1 = -2$$

$$\cot\theta = x/y = 1/-2 = -1/2$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{5}/1 = \sqrt{5}$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{5}/-2$$

E(-2,0)

এখানে, $x=-2$, $y=0$ এবং $r = \sqrt{(-2)^2+0^2} = 2$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 0/2 = 0$$

$$\cos\theta = x/r = -2/2 = -1$$

$$\tan\theta = y/x = 0/-2 = 0$$



$$\cot\theta = x/y = -2/0 = \text{undefined}$$

$$\sec\theta = r/x = 2/-2 = -1$$

$$\csc\theta = r/y = 2/0 = \text{undefined}$$

6. নিম্নোক্ত বিন্দুগুলোকে r এবং $\tan\theta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।

a. A(3, -2)

সমাধানঃ

এখানে, $x=3$, $y=-2$

$$\therefore r = \sqrt{\{3^2+(-2)^2\}} = \sqrt{13}$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = -2/3$$

$$\therefore A(3, -2) = (\sqrt{13}, -2/3) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$

b. B(-2, -1)

সমাধানঃ

এখানে, $x=-2$, $y=-1$

$$\therefore r = \sqrt{\{(-2)^2+(-1)^2\}} = \sqrt{5}$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = -1/-2 = 1/2$$

$$\therefore A(-2, -1) = (\sqrt{5}, 1/2) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$





সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

c. C(-4, 0)

সমাধানঃ

এখানে, $x = -4$, $y = 0$

$$\therefore r = \sqrt{\{(-4)^2 + 0^2\}} = 4$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = 0/-4 = 0$$

$$\therefore A(-4, 0) = (4, 0) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$

7. রেডিয়ানে প্রকাশ কর:

a. $75^\circ 30'$

সমাধানঃ

$$75^\circ 30'$$

$$= 75^\circ + (30/60)^\circ \text{ [}\therefore 1^\circ = 60'\text{]}$$

$$= 75^\circ + (1/2)^\circ$$

$$= \{(75 \times 2 + 1)/2\}^\circ$$

$$= (151/2)^\circ$$

$$(151/2)n$$

$$= \frac{\quad}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$180$$

$$[\therefore 1^\circ = n/180 \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= 151n/360 \text{ রেডিয়ান}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

b. 45°44'43"

সমাধানঃ

45°44'43"

$$= 45^\circ + \left(\frac{44}{60}\right)^\circ + \left(\frac{43}{3600}\right)^\circ \quad [1^\circ = 60' \text{ এবং } 1^\circ = 3600'']$$

$$= \frac{\pi}{180} (45 + \frac{44}{60} + \frac{43}{3600}) \text{ রেডিয়ান} \quad [1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= \frac{\pi}{180} \times \frac{45 \times 3600 + 44 \times 60 + 43}{3600} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{\pi(45 \times 3600 + 44 \times 60 + 43)}{3600 \times 180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{164683\pi}{648000} \text{ রেডিয়ান}$$

c. 60°30'15"

সমাধানঃ

60°30'15"

$$= 60^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ + \left(\frac{15}{3600}\right)^\circ \quad [1^\circ = 60' \text{ এবং } 1^\circ = 3600'']$$

$$= 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^\circ + \left(\frac{1}{240}\right)^\circ$$

$$= \frac{\pi}{180} (60 + \frac{1}{2} + \frac{1}{240}) \text{ রেডিয়ান} \quad [1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= \frac{\pi}{180} \times \frac{60 \times 240 + 1 \times 120 + 1}{240} \text{ রেডিয়ান}$$

$$\frac{\pi(14400 + 120 + 1)}{240}$$





সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

$$= \frac{\text{রেডিয়ান}}{240 \times 180}$$

$$= \frac{14521n}{43200} \text{ রেডিয়ান}$$

৪. ডিগ্রীতে প্রকাশ কর:

a. $4^n/25$ রেডিয়ান

সমাধানঃ

$4^n/25$ রেডিয়ান

$$= (4^n/25 \times 180/n)^\circ [\because 1 = 180^\circ/n]$$

$$= (4^n/25 \times 180/n)^\circ$$

$$= 28.8^\circ$$

b. 1.3177 রেডিয়ান

সমাধানঃ

1.3177 রেডিয়ান

$$= (1.3177 \times 180/n)^\circ [\because 1 = 180^\circ/n]$$

$$= (1.3177 \times 180/3.1416)^\circ [\because n = 3.1416]$$

$$= 75.4984^\circ \text{ (প্রায়)}$$

c. 0.9759 রেডিয়ান

সমাধানঃ

0.9759 রেডিয়ান



← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

$$= (0.9759 \times 180/n)^\circ \quad [\because 1=180^\circ/n]$$

$$= (0.9759 \times 180/3.1416)^\circ \quad [\because n=3.1416]$$

$$= 55.9148^\circ \text{ (প্রায়)}$$

9. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। যদি টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান পৃথিবীর কেন্দ্রে $10^\circ 6' 3''$ কোণ উৎপন্ন করে, তবে টেকনাফ থেকে তেঁতুলিয়ার দূরত্ব কত?

সমাধানঃ

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কিমি।

টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, θ

$$= 10^\circ 6' 3''$$

$$= 10^\circ + (6/60)^\circ + (3/3600)^\circ$$

$$= 10^\circ + (1/10)^\circ + (1/1200)^\circ$$

$$= \{(1200 \times 10 + 120 + 1)/1200\}^\circ$$

$$= (12121/1200)^\circ$$

$$= n/180 \times 12121/1200 \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 12121n/216000 \text{ রেডিয়ান}$$

সুতরাং, টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার দূরত্ব, s

$$= r\theta$$

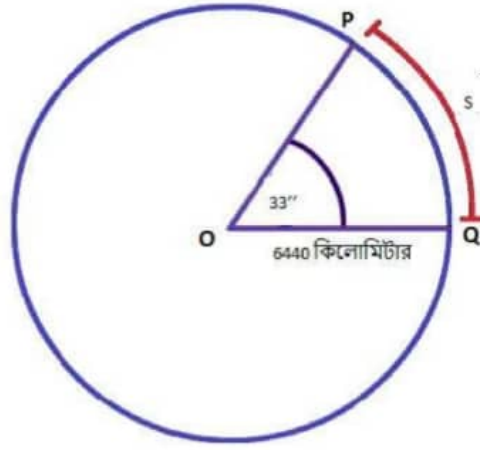
$$= 6440 \times 12121n/216000$$

← সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১...

= 1135.328 কিমি (প্রায়)

10. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ধরো, পৃথিবীর উপরে দুইটি স্যাটেলাইট এমন অবস্থানে আছে যে তারা পৃথিবীর কেন্দ্রে $33''$ কোণ উৎপন্ন করে। স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধানঃ



চিত্রে বস্তুটিকে পৃথিবী ধরে নিয়ে সহজে আমরা এই সমস্যার সমাধান করতে পারি যেখানে,

$OA = r = 6440$ কিমি = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

$\angle POQ = \theta = 33'' = \left(\frac{33}{3600}\right)^\circ = \frac{\pi}{180} \times \frac{33}{3600}$ রেডিয়ান

P ও Q হলো পৃথিবীর উপরে অবস্থিত দুইটি স্যাটেলাইট।

$s = P$ ও Q এর দূরত্ব বের করতে হবে।

সুতরাং, স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব, s

= $r\theta$

= $6440 \times \frac{\pi}{180} \times \frac{33}{3600}$ কিমি

= 1 কিমি (প্রায়)

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



অধ্যায় - ৮

সুষ্ম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ - Class 9 Math BD 2024 – অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮ পর্যন্ত)

সুষ্ম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ

আমাদের অনুশীলনী ভিত্তিক সমাধানের ৯ম অধ্যায়ের অষ্টম অধ্যায়ের ১ম অংশ এটি যার নাম সুষ্ম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ যেখানে ১-৯ পর্যন্ত সমাধান দেয়া হয়েছে। এই অংশে আমরা যেসকল বিষয়ে শিখতে পারবঃ ঘনবস্তু বিষয়ক ধারণা, কোনকের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, গোলকের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, প্রিজমের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, পিরামিডের ক্ষেত্রফল ও আয়তন। বাকী ৯-১৪ পর্যন্ত part-2 পরের পোস্টে দেয়া হয়েছে।

অনুশীলনী - ৮

১. 12 সেমি লম্বা কোণকাকৃতি একটি গাজরের বোটার দিকে ভূমির ব্যাস 2.5 সেমি। গাজরটির আয়তন কত?

সমাধানঃ

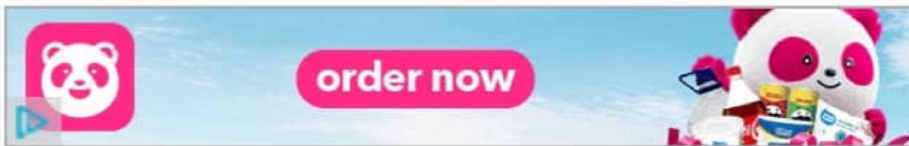
আমরা জানি,

$$\text{কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3}nr^2h \text{ ঘন একক}$$

এখন গাজরটি কোণকাকৃতি, সুতরাং প্রশ্নমতে,

$$h = 12 \text{ সেমি}; r = 2.5 \text{ সেমি এবং } n = 3.1416$$

গাজরটির আয়তন





$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ ঘন সেমি}$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (2.5)^2 \times 12 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 78.54 \text{ ঘন সেমি।}$$

২. চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল 1256.64 বর্গসেমি এবং হেলানো তলের দৈর্ঘ্য 26 সেমি।



(i) ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে 1.50 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা খরচ হবে?

(ii) ঘনবস্তুটিতে কতটুকু প্লাস্টিক আছে?

সমাধানঃ

চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটি কোণক আকৃতির।

আমরা জানি,

কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক; এখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।



**Tk.100 off
your first order!**



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

$$\therefore nr^2 = 1256.64$$

$$\text{বা, } r^2 = 400 [\because n=3.1416]$$

$$\text{বা, } r = 20 \text{ সেমি।}$$

আবার,

কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = nr বর্গ একক; যেখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ, l = হেলানো উচ্চতা।

\therefore ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= nr$$

$$= 3.1416 \times 20 \times 26 [\because l=26 \text{ সেমি, দেওয়া আছে}]$$

$$= 1633.632 \text{ বর্গ সেমি।}$$

(ক)

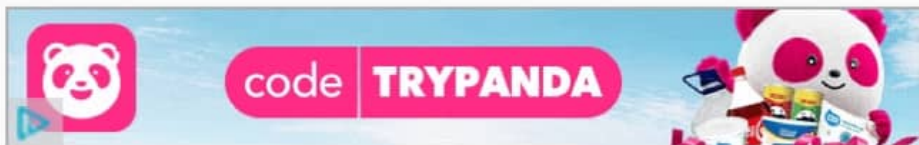
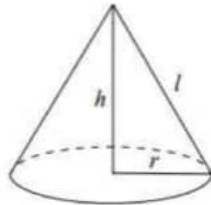
ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1 বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50 টাকা

\therefore ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1633.632 বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50×1633.632 টাকা = 2450.448 টাকা।

(খ)

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}nr^2h$ ঘন একক; এখানে, h = কোণকের উচ্চতা, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

আবার, কোণকের ক্ষেত্রে,

$$l^2 = h^2 + r^2 \quad [l = \text{হেলানো উচ্চতা}, h = \text{উচ্চতা}, r = \text{ভূমির ব্যাসার্ধ}]$$

$$\text{বা, } h^2 = l^2 - r^2$$

$$\text{বা, } h^2 = 26^2 - 20^2$$

$$\text{বা, } h^2 = 276$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{276} \text{ সেমি।}$$

তাহলে, ঘনবস্তুটির আয়তন

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 20^2 \times \sqrt{276}$$

$$= 6958.957 \text{ ঘন সেমি (প্রায়)}$$

∴ ঘনবস্তুটিতে প্লাস্টিক আছে 6958.957 ঘন সেমি (প্রায়)

৩. একটি প্লাস্টিকের নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি। গোলকটিকে গলিয়ে 7 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, ফাঁপা গোলকের প্লাস্টিকের পুরুত্ব নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

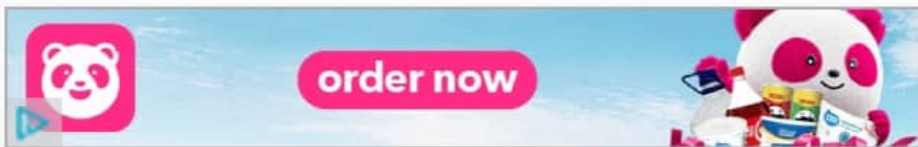
আমরা জানি,

$$\text{গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক; এখানে, } r = \text{গোলকের ব্যাসার্ধ।}$$

তাহলে, 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 6^3 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 904.7808 \text{ ঘন সেমি।}$$



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

এবং, 7 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 7^3 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 1436.7584 \text{ ঘন সেমি।}$$

এখন, 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি নিরেট কিন্তু 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি ফাঁপা এবং 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক দিয়েই 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক তৈরি করা হয়েছে।

∴ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের ফাঁপা অংশের আয়তন

$$= 1436.7584 \text{ ঘন সেমি} - 904.7808 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 531.9776 \text{ ঘন সেমি।}$$

এখন ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ = r_1 হলে,

$$\therefore \frac{4}{3} \times 3.1416 \times r_1^3 = 531.9776$$

$$\text{বা, } r_1^3 = 127$$

$$\text{বা, } r_1 = 5.02652 \text{ সেমি (প্রায়)}$$

∴ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের পুরুত্ব

$$= (7 - 5.02652) \text{ সেমি (প্রায়)}$$

$$= 1.97348 \text{ সেমি (প্রায়)}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

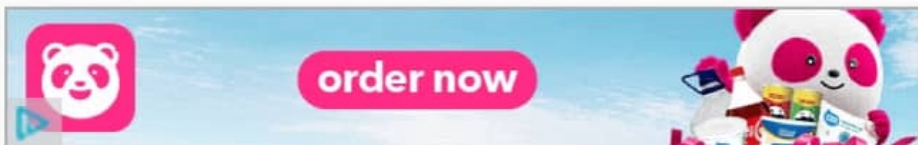
8. চারটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 3 সেমি, 8 সেমি, 13 সেমি ও r সেমি। গোলক চারটিকে গলিয়ে 14 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নতুন আরেকটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে r এর মান কত?

সমাধানঃ

আমরা জানি, কোণ গোলকের ব্যাসার্ধ a হলে, এর আয়তন = $\frac{4}{3}na^3$ ঘন একক।

এখন, শর্তমতে,

চারটি নিরেট গোলকের আয়তন = চারটি গোলক দ্বারা তৈরি নতুন একটি গোলকের আয়তন



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

$$\text{বা, } \frac{4}{3}n3^3 + \frac{4}{3}n8^3 + \frac{4}{3}n13^3 + \frac{4}{3}nr^3 = \frac{4}{3}n14^3$$

$$\text{বা, } \frac{4}{3}n(3^3 + 8^3 + 13^3 + r^3) = \frac{4}{3}n14^3$$

$$\text{বা, } (3^3 + 8^3 + 13^3 + r^3) = 14^3$$

$$\text{বা, } 27 + 512 + 2197 + r^3 = 2744$$

$$\text{বা, } r^3 = 2744 - 27 - 512 - 2197$$

$$\text{বা, } r^3 = 8$$

$$\text{বা, } r = 2$$

৫. একটি সুষ্ণম সম্পূর্ণজাকার প্রিজম আকৃতির অ্যাকুরিয়ামের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং উচ্চতা 1 মি। প্রতি বর্গসেমি 2টাকা হিসাবে অ্যাকুরিয়ামটির পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে মোট কত টাকা খরচ হবে? অ্যাকুরিয়ামটির তিন-চতুর্থাংশ পানিপূর্ণ করতে কত লিটার পানি লাগবে? [1000 ঘনসেমি = 1লিটার।]

সমাধানঃ

আমরা জানি,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2 \times$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

এখন,

সুষ্ণম প্রিজমের ভূমির বাহুর সংখ্যা n এবং প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

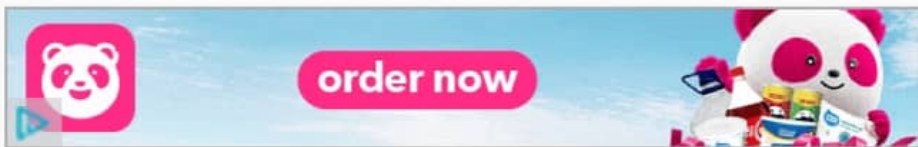
প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2 \times$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) + $(na \times h)$ বর্গ একক

\therefore সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

$$= (na \times h) \text{ বর্গ সেমি [এখানে, } n=7, a=25 \text{ সেমি, } h=1 \text{ মি} = 100 \text{ সেমি]}$$

$$= 7 \times 25 \times 100 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 17500 \text{ বর্গ সেমি।}$$



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

এখন,

অ্যাকুরিয়ামটির 1 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2 টাকা

∴ অ্যাকুরিয়ামটির 17500 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2×17500 টাকা = 35000 টাকা।

আবার,

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা

এবং, n সংখ্যক a দৈর্ঘ্যের বালুবিশিষ্ট সুশম বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $(na^2/4)\cot(180^\circ/n)$

∴ অ্যাকুরিয়ামটির আয়তন

$$= (na^2/4)\cot(180^\circ/n) \times h$$

$$= (7 \times 25^2/4)\cot(180^\circ/7) \times 100$$

$$= 227119.527 \text{ ঘন সেমি।}$$

এখন অ্যাকুরিয়ামটির এক তৃতীয়াংশ আয়তন

$$= \frac{1}{3} \times 227119.527 \text{ ঘন সেমি।}$$

$$= 75706.509 \text{ ঘন সেমি।}$$

আবার,

1000 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে 1 লিটার

∴ 1 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে $\frac{1}{1000}$ লিটার

∴ 75706.509 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে $(\frac{1}{1000}) \times 75706.509$ লিটার = 75.706809 লিটার।

৬. চিত্রের সুশম প্রিজমের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার।



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...



(i) প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো।

(ii) প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

(iii) প্রিজমটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(i)

চিত্রে, প্রিজমটির বাহুর সংখ্যা $n = 8$

ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5$ সেমি

∴ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= (na^2/4)\cot(180^\circ/n)$$

$$= (8 \times 5^2/4)\cot(180^\circ/8)$$

$$= 120.710678 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$

প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times 120.710678 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$

$$= 241.421356 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$

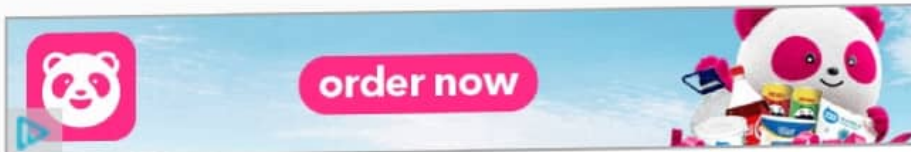
(ii)

দেওয়া আছে, প্রিজমটির পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার অর্থাৎ পার্শ্বতলের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি। সুতরাং প্রিজমটির উচ্চতা $h = 5$ সেমি।

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

∴ প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 8 \times 5 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 8 \times 5 \times 5 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 200 \text{ বর্গ সেমি}$$

(iii)

প্রিজমটির আয়তন

$$= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= 120.710678 \times 5 \text{ ঘন সেমি [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$= 603.55339 \text{ ঘন সেমি (প্রায়)}$$

৭. $8\sqrt{2}$ মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে $\sqrt{66}$ মিটার উঁচু একটি খুঁটি স্থাপন করে তাবুটি নির্মাণ করা হয়েছে।

(i) তাবুটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রশ্ন অনুসারে তাবুটি পিরামিড আকৃতির যার ভূমির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ মিটার।

এর উচ্চতা $h = \sqrt{66}$ মিটার যা বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে একটি খুঁটি।

অর্থাৎ, খুঁটিটি বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে বা যেকোন কর্ণের মাঝ বিন্দুতে অবস্থান করছে।

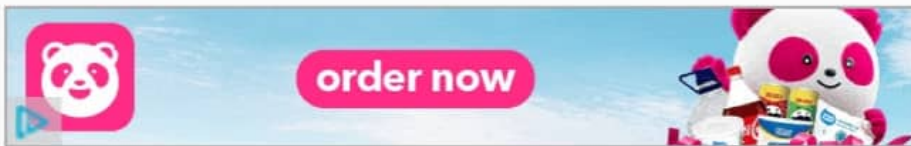
এখন, আমরা জানি,

$$\text{বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য } a \text{ হলে, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = a\sqrt{2}$$

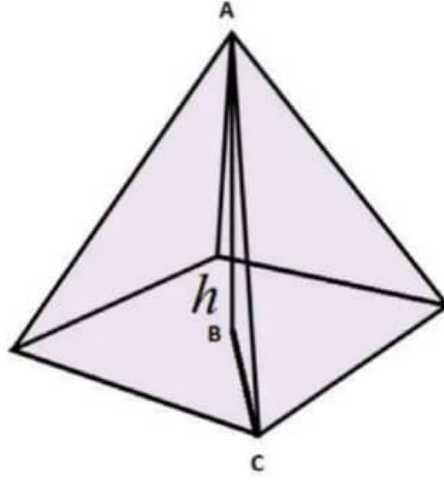
$$\text{তাহলে, প্রদত্ত ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য} = 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \text{ মিটার} = 16 \text{ মিটার।}$$

$$\text{এবং, কর্ণের অর্ধাংশের দৈর্ঘ্য} = \frac{16}{2} \text{ মিটার} = 8 \text{ মিটার।}$$

এখন নিম্নোক্ত চিত্রটি লক্ষ্য করি এবং পিরামিডটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিঃ



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...



$AB = h = \sqrt{66}$ মিটার যা ভূমির উপর লম্ব

$BC = 8$ মিটার যা কর্ণের অর্ধেক

$AC =$ পিরামিডের ধার যা নির্ণয় করতে হবে।

চিত্রমতে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (\sqrt{66})^2 + (8)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 66 + 16$$

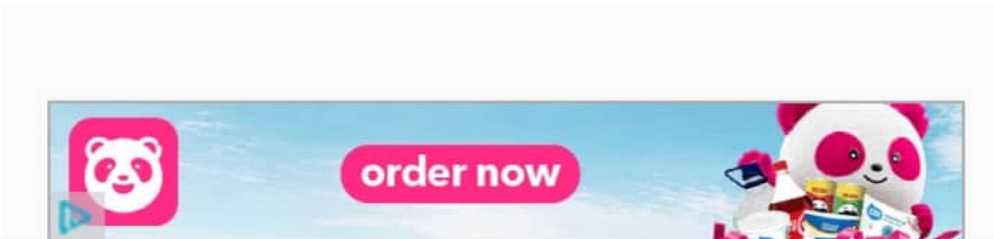
$$\text{বা, } AC^2 = 82$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{82} \text{ মিটার}$$

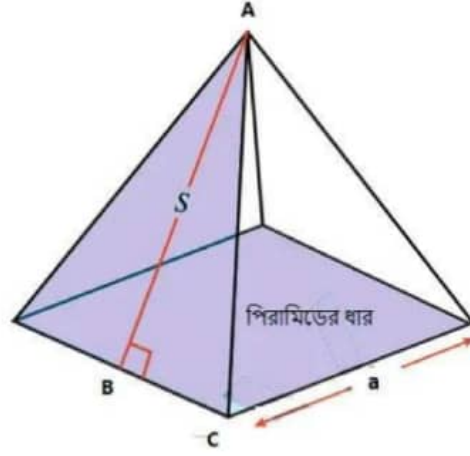
(ii) প্রতি বর্গমিটার 200 টাকা হিসাবে কত টাকার কাপড় কিনতে হয়েছে?

সমাধানঃ

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি,



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...



AB = S = হেলানো উচ্চতা

AC = পিরামিডের ধার

BC = $\frac{1}{2} \times$ ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য

এবং এখানে, $S = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

এখন প্রদত্ত পিরামিডের হেলানো উচ্চতার ক্ষেত্রে,

$$S^2 = (\sqrt{82})^2 - \left\{ \frac{1}{2}(8\sqrt{2}) \right\}^2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S^2 = 82 - 32$$

$$\text{বা, } S^2 = 50$$

$$\text{বা, } S = \sqrt{50}$$

এখন,

পিরামিডটির পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}(\text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{হেলানো উচ্চতা}) \text{ বর্গ একক}$$

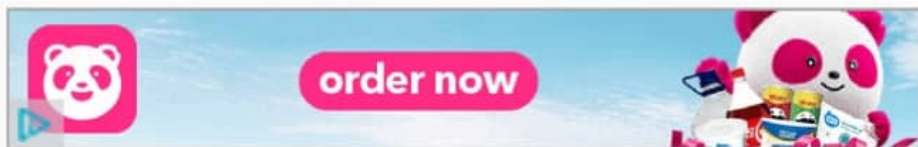
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 8\sqrt{2} \times \sqrt{50} \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 160 \text{ বর্গ মিটার।}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

এখন,

1 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200 টাকা

∴ 160 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200×160 টাকা = 32000 টাকা

(iii) তাবুটির মধ্যে কতটুকু বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে তা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3} \times (\text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা})$ ঘন একক

∴ তাবুটির আয়তন

$$= \frac{1}{3} \times (8\sqrt{2})^2 \times \sqrt{66} \text{ ঘন মিটার [মান বসিয়ে]}$$

$$= 30.6376 \text{ ঘন মিটার (প্রায়)}$$

অর্থাৎ,

তাবুটির মধ্যে প্রায় 30.6376 ঘন মিটার বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে।

৮. $\sqrt{67}$ মিটার ধারবিশিষ্ট একটি পিরামিড 6 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর অবস্থিত।

(i) পিরামিডটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

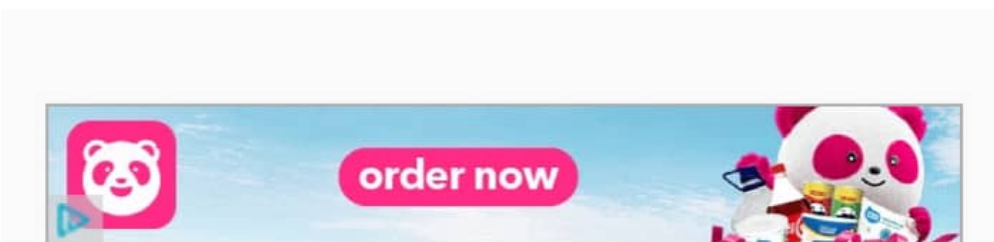
সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

পিরামিডের ধার = $\sqrt{67}$ মিটার

ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

যেহেতু পিরামিডটির ভূমি বর্গাকৃতি সেহেতু এর উচ্চতা রেখার নিম্ন বিন্দুর অবস্থান ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্যের মাঝ বিন্দুতে পাবে।

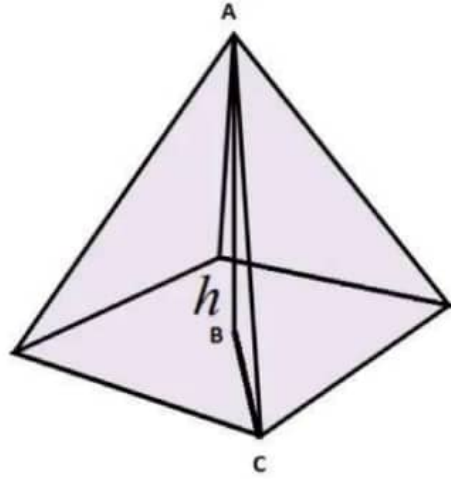


← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times 6$ মিটার।

\therefore কর্ণের অর্ধেক = $\sqrt{2} \times 3$ মিটার = $3\sqrt{2}$ মিটার।

এবার নিচের চিত্রটি লক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে,

$AC = \sqrt{67}$ মিটার; $BC = 3\sqrt{2}$ মিটার

$\therefore AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (\sqrt{67})^2 - (3\sqrt{2})^2$

বা, $AB^2 = 67 - 18$

বা, $AB^2 = 49$

বা, $AB = 7$ মিটার।

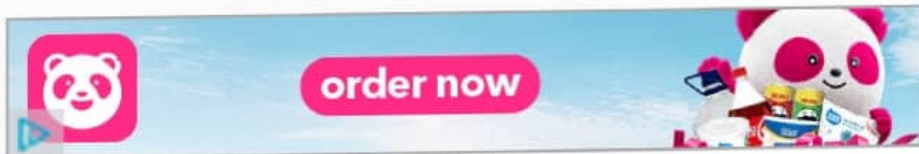
\therefore পিরামিডটির উচ্চতা 7 মিটার।

(ii) পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

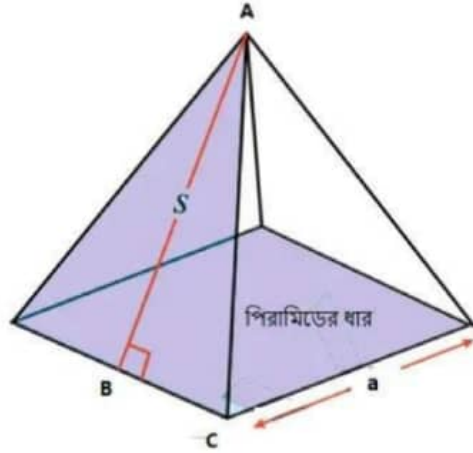
01916973743



← অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

সমাধানঃ

নিচের চিত্রটি লক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে আমরা প্রদত্ত পিরামিডের ক্ষেত্রে লিখতে পারি,

$$AC = \sqrt{67} \text{ মিটার} = \text{পিরামিডের ধার}$$

$$BC = \frac{6}{2} \text{ মিটার} = 3 \text{ মিটার} = \text{ভূমির বাহুর অর্ধাংশ}$$

$$AB^2 = S^2 = AC^2 - BC^2$$

$$S^2 = (\sqrt{67})^2 - 3^2$$

$$S^2 = 67 - 9$$

$$S^2 = 58$$

$$S = \sqrt{58} \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{পিরামিডের হেলানো উচ্চতা } S = \sqrt{58} \text{ মিটার।}$$

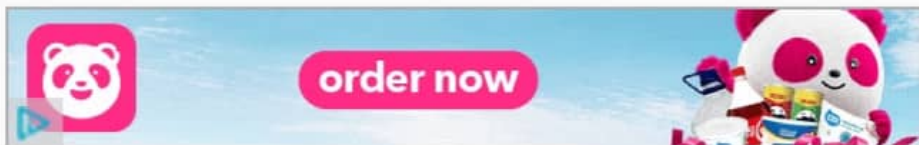
এখন,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অষ্টম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-৮...

= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা \times হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

= $6^2 + \frac{1}{2}(4 \times 6 \times \sqrt{58})$ বর্গ মিটার

= $36 + 91.389277$ বর্গ মিটার

= 127.38927 বর্গ মিটার (প্রায়)

(iii) পিরামিডটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(i) নং থেকে পাই,

পিরামিডের উচ্চতা = 7 মিটার।

বর্গাকৃতি ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

\therefore পিরামিডটির আয়তন

= $\frac{1}{3}$ (ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা) ঘন মিটার

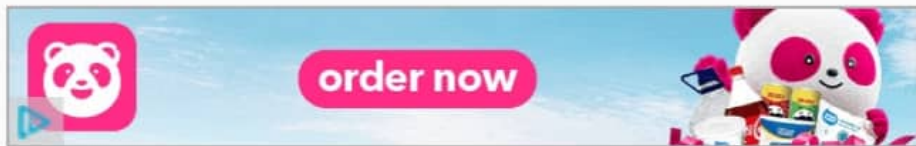
= $\frac{1}{3} \times 6^2 \times 7$ ঘন মিটার

= 84 ঘন মিটার

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অধ্যায় - ৮

সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ (২) - Class 9 Math BD 2024 – ৮ম
অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ পর্যন্ত)

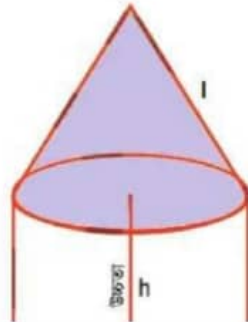
সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ

পূর্বেই আমরা সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধ্যায়ের ১-৮ পর্যন্ত সমাধান প্রকাশ করেছি আর এটা হলে এই অধ্যায়ের ৯-১৪ পর্যন্ত সমাধান। এখানে আছে - বিভিন্ন যৌগিক ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল, আয়তন ভিত্তিক প্রশ্ন ও তার সমাধান। যেমনঃ কোণক ও অর্ধগোলক, কোণক ও বেলন, বেলন ও প্রিজম ও পিরামিড, অর্ধগোলক ও সিলিন্ডার, কোণক ও অর্ধগোলক, কোণক, বেলন ও অর্ধগোলক ইত্যাদি। তাহলে, সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ এর ৯-১৪ সমাধান শুরু করা যাক-

প্রথম অংশ ১-৮ এর লিঙ্কঃ [এখানে দেখ](#)

৮ম অধ্যায় (২য় অংশ)

৯. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের ভূমির ব্যাস ৪ মিটার এবং উচ্চতা ৫ মিটার। উপরের অংশের হেলানো উচ্চতা ৩ মিটার।





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...



(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গমিটারে 450 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটির নিম্নের অংশটিকে সিলিন্ডার বা বেলন বলে।

যার ব্যাস = 4 মিটার;

∴ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ $r = 4/2$ মিটার = 2 মিটার।

এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা $h = 5$ মিটার।

∴ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= $2\pi rh$ বর্গ মিটার

= $2 \times 3.1416 \times 2 \times 5$ বর্গ মিটার [$\because \pi = 3.1416$]

= 62.832 বর্গ মিটার

এখন,

বক্রতল রং করতে 1 বর্গমিটারে খরচ হয় 450 টাকা

∴ বক্রতল রং করতে 62.832 বর্গমিটারে খরচ হয় 450×62.832 টাকা = 28274.4 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটি একটি কোণক ও একটি বেলনের সমন্বয়ে গঠিত যেখানে বেলনের একটি ভূমি ও কোণকের ভূমি একই।

অর্থাৎ, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ = কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ = $r = 2$ মিটার [(i) নং থেকে পাই]

এছাড়া দেওয়া আছে,





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

গোলকের হেলানো উচ্চতা $l = 3$ মিটার

∴ ঘনবস্তুটির ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল [উল্লেখ্যঃ কোণকের ভূমি যেহেতু কোণক ও বেলনের মাঝে যুক্ত তাই এর ক্ষেত্রফল হিসাবের দরকার নাই]

$$= nr\pi + 62.832 + \pi r^2 \quad [∵ 62.832 \text{ এর মান (i) নং থেকে পাই}]$$

$$= 3.1416 \times 2 \times 3 + 62.832 + 3.1416 \times 2^2 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 18.8496 + 62.832 + 12.5664 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 94.248 \text{ বর্গ মিটার}$$

(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কোণকের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 2$ মিটার

হেলানো উচ্চতা $l = 3$ মিটার

কোণকের উচ্চতা h_1 হলে,

$$l^2 = h_1^2 + r^2$$

$$\text{বা, } 3^2 = h_1^2 + 2^2$$

$$\text{বা, } 9 = h_1^2 + 4$$

$$\text{বা, } h_1^2 = 5$$

$$\text{বা, } h_1 = \sqrt{5}$$

বেলনের ক্ষেত্রে,

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 2$ মিটার

উচ্চতা $h = 5$ মিটার

∴ ঘনবস্তুর আয়তন

= বেলনের আয়তন + কোণকের আয়তন

$$= nr^2h + \frac{1}{3}nr^2h_1$$

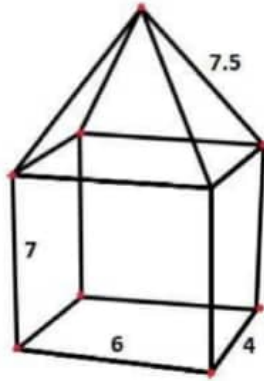
$$= 3.1416 \times 2^2 \times 5 + \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 2^2 \times \sqrt{5}$$

$$= 62.832 + 9.36644$$

$$= 72.19844 \text{ ঘন মিটার (প্রায়)}$$

[বিদ্রঃ এই প্রশ্নে ভূমির ব্যাস না থেকে যদি ব্যাসার্ধ 4 মিটার থাকতো তাহলে চিত্র ও প্রশ্ন অধিকতর সুন্দর ও সাবলিল হতো। সুসম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধ্যয়ের সমাধানে কোন ভুল বা ইস্যু পেলে সন্তর আমাদের জানানোর অনুরোধ থাকলো, আমরা সর্বদা সঠিকতা বজায় রাখতে বদ্ধ পরিকর।]

১০. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি যে আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মিটার ও 4 মিটার এবং নিচের অংশের উচ্চতা 7 মিটার। উপরের অংশের ধারের দৈর্ঘ্য 7.5 মিটার।



(i) ঘনবস্তুর নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটারে 2250 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ একটি প্রিজম আকৃতির যার

দৈর্ঘ্য = 6 মিটার; প্রস্থ = 4 মিটার ও উচ্চতা = 7 মিটার।

∴ ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ এর চারটি আয়তাকার পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (6+4+6+4)×7

= 20×7

= 140 বর্গ মিটার

এখন,

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে,

1 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250 টাকা

∴ 140 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250×140 টাকা = 315000 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি বিষম পিরামিড যার

প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য = 7.5 মিটার;

ভূমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 মিটার এবং অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার।

আমরা জানি,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{(4a^2-b^2)}$ যেখানে a সমদ্বিবাহু ও b ভূমি বা বিষমবাহু নির্দেশ করে।

তাহলে,

পিরামিডের 4 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

$$= 2 \times \frac{4}{4} \sqrt{\{4 \cdot (7.5)^2 - 4^2\}}$$

$$= 2 \sqrt{\{4 \times 56.25 - 16\}}$$

$$= 2 \sqrt{209}$$

$$= 28.91366 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

পিরামিডের 6 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{6}{4} \sqrt{\{4 \cdot (7.5)^2 - 6^2\}}$$

$$= 3 \sqrt{\{4 \times 56.25 - 36\}}$$

$$= 3 \sqrt{189}$$

$$= 41.24318 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= 6 \times 4 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 24 \text{ বর্গ মিটার}$$

∴ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

$$= (28.91366 + 41.24318 + 24) \text{ বর্গ মিটার}$$

$$= 94.15684 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

$$= \text{বিষম পিরামিডের আয়তন} + \text{প্রিজমের ক্ষেত্রফল}$$

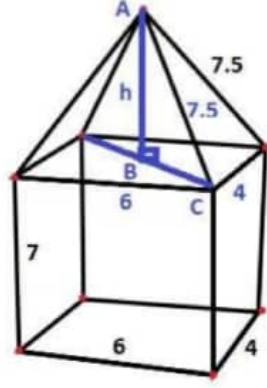
এখন, পিরামিডের আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, সমান ধারবিশিষ্ট পিরামিডের শীর্ষ থেকে ভূমিতে লম্ব আকলে





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

তা ভূমির কর্ণের মধ্যবিন্দুতে পতিত হবে। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করিঃ-



পিরামিডের ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(6^2+4^2)}$ মিটার = $\sqrt{52}$ মিটার = $2\sqrt{13}$ মিটার।

চিত্র অনুসারে,

$BC = \sqrt{13}$ মিটার; $AC = 7.5$ মিটার

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = (7.5)^2 - (\sqrt{13})^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 43.25$$

$$\text{বা, } AB = h = \sqrt{43.25} \text{ মিটার}$$

∴ বিষম পিরামিডটির আয়তন

$$= \frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{1}{3} \times (6 \times 4) \times \sqrt{43.25} \text{ ঘন মিটার}$$

$$= 52.6117857 \text{ ঘন মিটার (প্রায়)}$$

এবং,

প্রিজমটির আয়তন

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

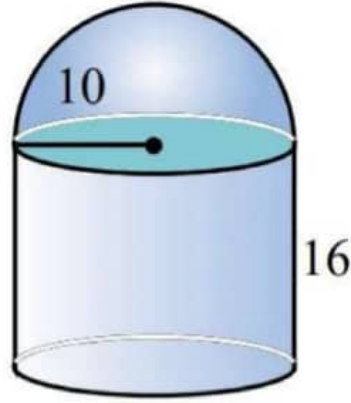
= ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা

= $6 \times 4 \times 7$ ঘন মি

= 168 ঘন মি

\therefore ঘনবস্তুটির আয়তন = $(52.6117857 + 168)$ ঘন মি = 220.611786 ঘন মি।

১১. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির ভূমির ব্যাসার্ধ 10 সেন্টিমিটার এবং নিম্নাংশের উচ্চতা 16 সেন্টিমিটার।



(1) ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার হলে ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

যেহেতু ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার সেহেতু এর ব্যাসার্ধ এই অর্ধগোলাকারের উচ্চতা হবে।

চিত্র অনুসারে,

অর্ধগোলাকারের উচ্চতা = ব্যাসার্ধ = 10 সেমি।

এবং ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের উচ্চতা = 16 সেমি।

তাহলে,

ঘনবস্তুটির উচ্চতা = $10 + 16$ সেমি = 26 সেমি।





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি অর্ধগোলক যার

ব্যাসার্ধ $r = 10$ সেমি

\therefore অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi r^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 10^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 628.32 \text{ বর্গ সেমি}$$

আবার,

অর্ধগোলকের ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= \pi r^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 3.1416 \times 10^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 314.16 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$\text{অর্ধগোলকের ক্ষেত্রফল} = (628.32 + 314.16) \text{ বর্গ সেমি} = 942.48 \text{ বর্গ সেমি.}$$

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে একটি অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল, একটি সিলিন্ডারের বক্রতল ও সর্বনিম্নে বৃত্তাকার ভূমির তল আছে।

\therefore ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= \text{অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল} + \text{সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} + \text{বৃত্তাকার ভূমির ক্ষেত্রফল}$$





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

$$= 2\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 10^2 + 2 \times 3.1416 \times 10 \times 16 + 3.1416 \times 10^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 1319.472 \text{ বর্গ সেমি}$$

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

$$= \text{অর্ধগোলকটির আয়তন} + \text{সিলিন্ডারটির আয়তন}$$

এখন, আমরা জানি,

$$\text{গোলকের আয়তন (ব্যাসার্ধ } r \text{ হলে)} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক।}$$

$$\therefore \text{অর্ধগোলকের আয়তন} = \frac{4}{6} \pi r^3 \text{ ঘন একক।}$$

এবং,

$$\text{সিলিন্ডারের আয়তন (ব্যাসার্ধ } r \text{ ও উচ্চতা } h \text{ হলে)} = \pi r^2 h \text{ ঘন একক।}$$

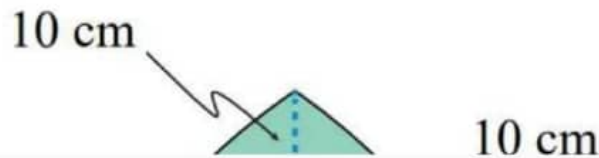
$$\therefore \text{ঘনবস্তুটির আয়তন}$$

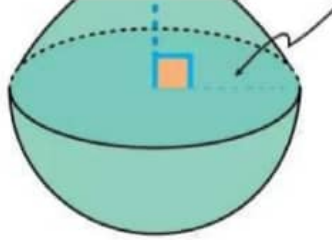
$$= \left(\frac{4}{6} \pi r^3 + \pi r^2 h\right) \text{ ঘন একক}$$

$$= \left(\frac{4}{6} \times 3.1416 \times 10^3 + 3.1416 \times 10^2 \times 16\right) \text{ ঘন একক}$$

$$= 7120.96 \text{ ঘন একক।}$$

১২. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।





(i) ঘনবস্তুটির হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার

উচ্চতা $h = 10$ cm;

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 10$ cm

এবং এর হেলানো উচ্চতা l হলে চিত্র অনুসারে পাই,

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 10^2 + 10^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 200$$

$$\text{বা, } l = \sqrt{200} = 14.1421356 \text{ cm [প্রায়]}$$

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= (nr^2 + nrl) \text{ বর্গ একক}$$

$$= (3.1416 \times 10^2 + 3.1416 \times 10 \times \sqrt{200}) \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 758.4493 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$



← ৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

∴ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে দুইটি তল আছে, একটি হলো কোণকের বক্রতল ও অপরটি হলো অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∴ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

= $(nr\ell + 2\pi r^2)$ বর্গ একক

= $(3.1416 \times 10 \times \sqrt{200} + 2 \times 3.1416 \times 10^2)$ বর্গ সেমি [(i) নং থেকে। ও চিত্র হতে r এর মান বসিয়ে]

= 1072.60933 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= কোণকটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

= $(\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^2)$ ঘন একক

= $(\frac{1}{3} \times 3.1416 \times 10^2 \times 10 + \frac{2}{3} \times 3.1416 \times 10^2)$ ঘন একক [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

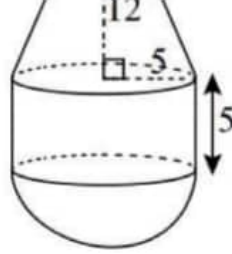
= 1256.64 ঘন সেমি।

১৩. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...



(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= (nr^2 + nrl) \text{ বর্গ একক}$$

এখানে,

কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 5$; উচ্চতা $h = 12$;

এর হেলানো উচ্চতা l হলে আমরা লিখতে পারি,

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\text{বা, } l^2 = h^2 + r^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 169$$

$$\text{বা, } l = 13$$

\therefore ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

$$= (nr^2 + nrl) \text{ বর্গ একক}$$

$$= (3.1416 \times 5^2 + 3.1416 \times 5 \times 13) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 282.744 \text{ বর্গ একক.}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

(ii) ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটি লক্ষ্য করি,

এটি একটি কোণক, একটি বেলন ও একটি অর্ধগোলকের দ্বারা গঠিত। অর্থাৎ এই তিনটি আকৃতির উচ্চতার সমষ্টিই হলো ঘনবস্তুটির উচ্চতা।

চিত্র অনুসারে,

কোণকের উচ্চতা = 12 একক

বেলনের উচ্চতা = 5 একক

অর্ধগোলকের উচ্চতা = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = 5 একক

∴ ঘনবস্তুটির উচ্চতা = (12+5+5) একক = 22 একক।

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে তনটি তল আছে, (i) কোণকের বক্রতল, (ii) বেলনের বক্রতল ও (iii) অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∴ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

= $nrl + 2nrh + 2nr^2$ বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে, $n=3.1416$; $r=5$ একক; কোণকের হেলানো উচ্চতা $l=13$ {(i) নং থেকে}; বেলনের উচ্চতা $h=5$]

= $(3.1416 \times 5 \times 13 + 2 \times 3.1416 \times 5 \times 5 + 2 \times 3.1416 \times 5^2)$ বর্গ একক

= 518.364 বর্গ একক

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।





সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= কোণকটির আয়তন + বেলনটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

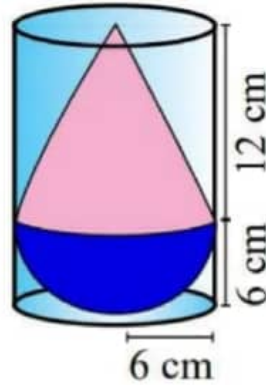
= $(\frac{1}{3}\pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2 + \frac{2}{3}\pi r^3)$ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে, $\pi = 3.1416$; $r = 5$ একক; কোণকের উচ্চতা $h_1 = 12$ একক; বেলনের উচ্চতা $h_2 = 5$ একক]

= $(\frac{1}{3} \times 3.1416 \times 5^2 \times 12 + 3.1416 \times 5^2 \times 5 + \frac{2}{3} \times 3.1416 \times 5^3)$ ঘন একক

= 759.22 ঘন একক

১৪. চিত্রে একটি অর্ধগোলক ও কোণক একটি সিলিন্ডারের মধ্যে ঠিক বসে গেছে।



(i) কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

চিত্র হতে পাই,

কোণকের উচ্চতা $h = 12$ সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 6$ সেমি।

এখন, কোণকের হেলানো উচ্চতা l হলে,





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 12^2 + 6^2$$

$$\text{বা, } l^2 = 180$$

$$\text{বা, } l = \sqrt{180}$$

∴ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= \pi r l \text{ বর্গ একক}$$

$$= 3.1416 \times 6 \times \sqrt{180} \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 252.8939 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

(ii) অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল বের করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi r^2 \text{ বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে, যেখানে অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ } r = 6 \text{ সেমি]}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 6^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 226.1952 \text{ বর্গ সেমি।}$$

(iii) সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

সিলিন্ডারের আয়তন

$$= \pi r^2 h \text{ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]}$$

$$= 3.1416 \times 6^2 \times (6+12) \text{ ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]}$$





৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ প...

$$= 2035.7568 \text{ ঘন সেমি}$$

কোণকের আয়তন

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]}$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 12 \text{ ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]}$$

$$= 452.3904 \text{ ঘন সেমি}$$

অর্ধগোলকের আয়তন

$$= \frac{2}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]}$$

$$= \frac{2}{3} \times 3.1416 \times 6^3 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 452.3904 \text{ ঘন সেমি}$$

∴ সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন

$$= \text{সিলিন্ডারের আয়তন} - \text{কোণকের আয়তন} - \text{অর্ধগোলকের আয়তন}$$

$$= 2035.7568 \text{ ঘন সেমি} - 452.3904 \text{ ঘন সেমি} - 452.3904 \text{ ঘন সেমি}$$

$$= 1130.976 \text{ ঘন সেমি}$$

(iv) অর্ধগোলক, কোণক ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত?

সমাধানঃ

অর্ধগোলকের আয়তন : কোণকের আয়তন : সিলিন্ডারের আয়তন

$$= 452.3904 : 452.3904 : 2035.7568 \text{ [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]}$$

$$= 1 : 1 : 4.5 \text{ [452.3904 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$= 2 : 2 : 9 \text{ [2 দ্বারা গুণ করে]}$$





অধ্যায় - ৯

বিস্তার পরিমাপ - Class 9 Math BD 2024 – নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ পর্যন্ত)

বিস্তার পরিমাপ

এই অধ্যায়ের নাম বিস্তার পরিমাপ যেখানে আমরা নানান বিষয়ে ধারণা পাব। যেমনঃ অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্তের পরিসর নির্ণয়; গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়; পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়, ভেদক নির্ণয় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়। এই অংশে আমরা বিস্তার পরিমাপ এর অনুশীলনীর ১-৫ পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। বাকী অংশ পরের পোস্টে দেয়া হয়েছে।



অনুশীলনী-১০ (১ম অংশ)

১. নিচের তথ্যরাশির পরিসর নির্ণয় করো।

ক) 14, 3, 19, 17, 4, 9, 16, 19, 22, 15, 18, 17, 12, 8, 16, 11, 3, 11, 0, 15



Tk.100 off
your first order!





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

সমাধানঃ

তথ্যরাশির সর্বোচ্চ মান = 22 এবং সর্বনিম্ন মান = 0

∴ পরিসর

= (সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান)

= (22-0)

= 22

খ) 48, 70, 58, 40, 43, 55, 63, 46, 56, 44

সমাধানঃ

তথ্যরাশির সর্বোচ্চ মান = 70 এবং সর্বনিম্ন মান = 40

∴ পরিসর

= (সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান)

= (70-40)

= 30

গ)

উচ্চতা (সেমি)	গণসংখ্যা
95-105	8
105-115	12
115-125	28
125-135	30
135-145	15
145-155	7

সমাধানঃ

এখানে, সর্বশেষ শ্রেণির উচ্চসীমা = 155 ও প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা = 95

∴ পরিসর



← নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

$$= 155 - 95$$

$$= 60$$

২। নিচের তথ্যরাশির গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।

ক) 8, 15, 53, 49, 19, 62, 7, 15, 95, 77

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

X_i (তথ্যরাশির মান)	\bar{X} (গাণিতিক গড়)	$ x_i - \bar{X} $
8	$= \frac{\sum x_i}{n}$	32
15	$= \frac{400}{10}$	25
53	$= 40$	13
49	এখানে,	9
19	$n =$ তথ্যরাশির মানের সংখ্যা	21
62	$\sum x_i =$ তথ্যরাশির মানগুলোর	22
7	যোগফল	33
15		25
95		55
77		37
$n=10; \sum x_i = 400$		$\sum x_i - \bar{X} = 272$

এখন, অবিন্যস্ত উপাস্তের ক্ষেত্রে,

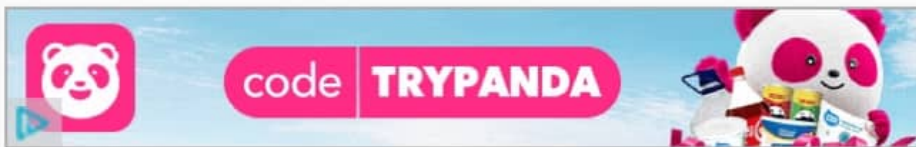
গড় ব্যবধান, $M.D(\bar{X})$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{272}{10} \\ &= 27.2 \end{aligned}$$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ঃ

প্রদত্ত তথ্যরাশিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

7, 8, 15, 15, 19, 49, 53, 62, 77, 95



← নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

∴ মধ্যক $M_e = (19+49) \div 2 = 34$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

X_i (তথ্যরাশির মান)	M_e (মধ্যক)	$ x_i - M_e $
8	34	26
15		19
53		19
49		15
19		15
62		28
7		27
15		19
95		61
77		43
$n=10$		$\sum x_i - M_e = 272$

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, $M.D(M_e)$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - M_e|}{n} \\ & = \frac{272}{10} \\ & = 27.2 \end{aligned}$$

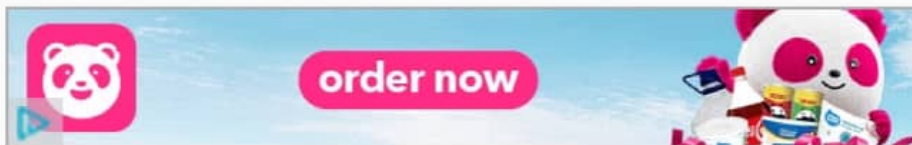
খ) 10, 15, 54, 59, 19, 62, 98, 8, 25, 95, 77, 46, 36

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

X_i (তথ্যরাশির মান)	\bar{x} (গাণিতিক গড়)	$ x_i - \bar{x} $
10	$= \frac{\sum x_i}{n}$	36.46
15	$= \frac{604}{13}$	31.46
54	$= 46.46$ (শ্রাঘ)	7.54
59	এখানে,	12.54
19	$n =$ তথ্যরাশির মানের সংখ্যা	27.46
62		15.54
98		51.54
8	$\sum x_i =$ তথ্যরাশির মানগুলোর যোগফল	38.46
25		21.46



← নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

95	48.54
77	30.54
46	0.46
36	10.46
n=13; $\sum x_i = 604$	$\sum x_i - \bar{x} = 332.46$

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(\bar{x})

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \\ &= \frac{332.46}{13} \\ &= 25.57 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:

প্রদত্ত তথ্যরাশিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

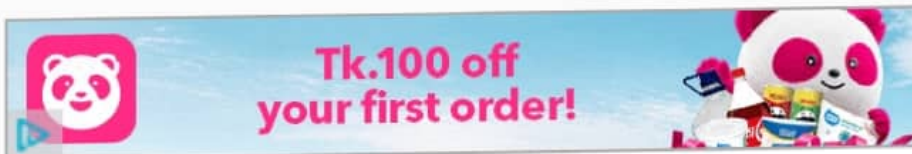
8, 10, 15, 19, 25, 36, 46, 54, 59, 62, 77, 95, 98

∴ মধ্যক $M_e = 46$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি:

X_i (তথ্যরাশির মান)	M_e (মধ্যক)	$ x_i - M_e $
10	46	36
15		31
54		8
59		13
19		27
62		16
98		52
8		38
25		21
95		49
77		31
46		0
36		10
n=13		$\sum x_i - M_e = 332$

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

গড় ব্যবধান, M.D(M_e)

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - M_e|}{n} \\ &= \frac{332}{13} \\ &= 25.5384615 \end{aligned}$$

৩। প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।

x	f
60	2
61	0
62	15
63	30
64	25
65	12
66	11
67	5

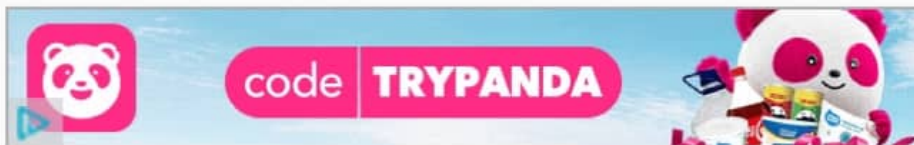
সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

x	f	fx	$ x - \bar{X} $	$f x - \bar{X} $
60	2	120	3.81	7.62
61	0	0	2.81	0
62	15	930	1.81	27.15
63	30	1890	0.81	24.3
64	25	1600	0.19	4.75
65	12	780	1.19	14.28
66	11	726	2.19	24.09
67	5	335	3.19	15.95
	n=100	$\sum fx = 6381$; $\bar{X} = \frac{\sum fx}{n}$ $= \frac{6381}{100}$ $= 63.81$		$\sum f x - \bar{X} $ $= 118.14$

∴ গড় ব্যবধান, M.D(\bar{X})

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f|x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{118.14}{100} \end{aligned}$$



আবার,

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

x	f	f.এর ক্রমযোজিত মান	x-M _e	f x- M _e
60	2	2	4	8
61	0	2	3	0
62	15	17	2	30
63	30	47	1	30
64	25	72	0	0
65	12	84	1	12
66	11	95	2	22
67	5	100	3	15
	n=100; n/2 = 50; n/2 + 1 = 51	∴ 48 -72 তম পদ 64; ∴ 50 ও 52 তম পদ 64; ∴ M _e = (64 + 64) ÷ 2 = 64		∑f x- M _e = 117

∴ গড় ব্যবধান, M.D(M_e)

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f|x_i - M_e|}{n} \\ & = \frac{117}{100} \\ & = 1.17 \end{aligned}$$

৪। প্রতিদিন রিক্সায় স্কুলে আসা যাওয়া বাবদ সবুজ ও মৌলির যথাক্রমে 50 ও 80 টাকা খরচ হয়।

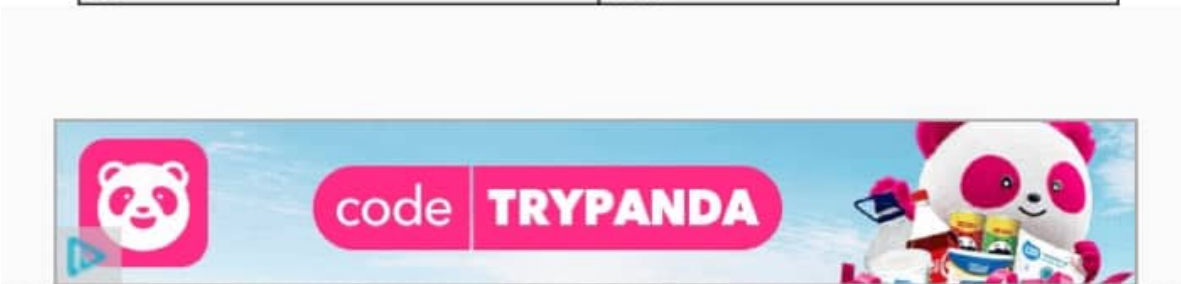
ক) সবুজ ও মৌলির খরচের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

সবুজ ও মৌলির খরচ যথাক্রমে 50 ও 80 টাকা।

এই তথ্য থেকে নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

x	x ²
50	2500
80	6400





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

$$\Sigma x = 130$$

$$\Sigma x^2 = 8900$$

এখন,

ভেদাঙ্ক, σ^2

$$= (\Sigma x^2/n) - (\Sigma x/n)^2$$

$$= (8900/2) - (130/2)^2$$

$$= 4450 - 4225$$

$$= 225$$

$$\therefore \text{পরিমিত ব্যবধান, } \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{225} = 15$$

খ) দেখাও যে, উপাত্ত দুটির গড় ব্যবধান পরিসরের অর্ধেক।

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

X_i	\bar{X}	$ x_i - \bar{X} $
50	$= \Sigma x_i/n$	15
80	$= 130/2$	15
	$= 65$	
$n=2; \Sigma x_i = 130$		$\Sigma x_i - \bar{X} = 30$

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, $M.D(\bar{X})$

$$\frac{\Sigma |x_i - \bar{X}|}{n}$$

$$= \frac{30}{2}$$

$$= 15$$

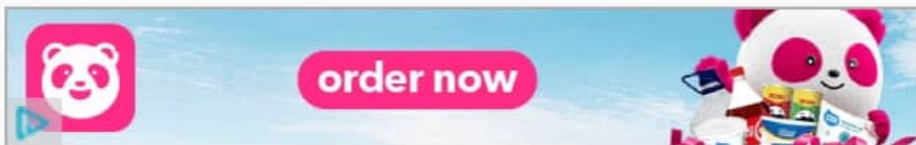
$$= 15$$

এবং,

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

$$\text{পরিসর} = 80 - 50 = 30$$

∴ উপাত্ত দুটির গড় ব্যবধান পরিসরের অর্ধেক [দেখানো হলো]

৫। থানা স্বাস্থ্য কেন্দ্রের বহির্বিভাগ চিকিৎসাসেবা নিতে আসা কোনো এক দিনের রোগীর সংখ্যার তথ্য নিম্নরূপ:

বয়স	রোগীর সংখ্যা
0-15	15
15-30	4
30-45	5
45-60	9
60-75	7
75-90	10

ক) ভেদাঙ্কের মান কখন সর্বনিম্ন হয়? ব্যাখ্যা করো।

সমাধানঃ

x_i এর মানগুলো যখন তাদের গাণিতিক গড় \bar{x} এর অধিক নিকটবর্তী হয় তখন ভেদাঙ্কের মান সর্বনিম্ন হয়।

ব্যাখ্যাঃ

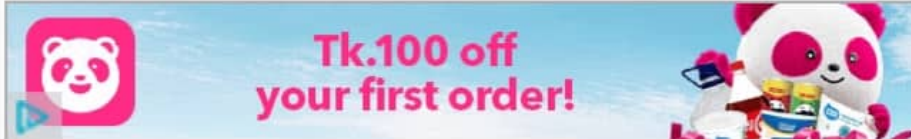
ভেদাঙ্ক নির্ণয়ে $\sum(x_i - \bar{x})^2$ কে আমরা তুলনা করে উপরোক্ত তথ্যের সত্যতা ব্যাখ্যা করতে পারি। কারণ এখানে x_i ও \bar{x} এর মান যত কাছাকাছি হবে $x_i - \bar{x}$ বা $\sum(x_i - \bar{x})^2$ এর মানও ততো ছোট হবে।

খ) উপাত্তের গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করে তুলনা করো।

সমাধানঃ

গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি	f	শ্রেণি মধ্যমান x	fx	$ x - \bar{x} $	$f x - \bar{x} $
0-15	15	7.5	112.5	35.7	535.5
15-30	4	22.5	90	20.7	82.8
30-45	5	37.5	187.5	5.7	28.5
45-60	9	52.5	472.5	9.3	83.7
60-75	7	67.5	472.5	24.3	170.1
75-90	10	82.5	825	39.3	393
	n = 50		$\sum fx = 2160$ $\therefore \bar{x} = 2160/50$ $= 43.2$		$\sum f x - \bar{x} = 1293.6$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১-৫ প...

∴ গড় ব্যবধান, $M.D(\bar{X})$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f|x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{1293.6}{50} \\ &= 25.872 \end{aligned}$$

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি	f	শ্রেণি মধ্যমান x	d = (x-a)/h	fd	fd ²
0-15	15	7.5	-2	-30	45
15-30	4	22.5	-1	-4	4
30-45	5	37.5 = a	0	0	0
45-60	9	52.5	1	9	9
60-75	7	67.5	2	14	28
75-90	10	82.5	3	30	90
	n = 50			$\sum fd = 19$	$\sum fd^2 = 176$

∴ ভেদাঙ্ক, σ^2

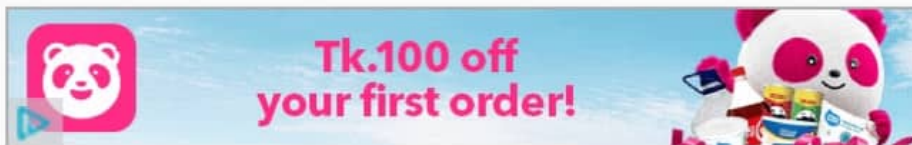
$$\begin{aligned} &= \left\{ \frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n} \right)^2 \right\} \times h^2 \\ &= \left\{ \frac{176}{50} - \left(\frac{19}{50} \right)^2 \right\} \times 15^2 \\ &= (3.52 - 0.1444) \times 15^2 \\ &= 759.51 \end{aligned}$$

∴ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{759.51} = 27.559$ (প্রায়)

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





অধ্যায় - ৯

বিস্তার পরিমাপ (২) - Class 9 Math BD 2024 – নবম অধ্যায়
(অনুশীলনীঃ ৬-১০ পর্যন্ত)

বিস্তার পরিমাপ (২)

এই অংশে ৬-১০ নং প্রশ্নের সমাধান করেছি যার নাম বিস্তার পরিমাপ (২) রেখেছি। এখান থেকে অনেক বিষয়ের ধারণা পাবে তোমরা। যেমনঃ নিবেশন সারণি, গাণিতিক গড়, শ্রেণি ব্যাপ্তি, গণসংখ্যা, মধ্যক, গড়, গড় ব্যবধান, পরিমিত ব্যবধান। বিস্তার পরিমাপ অধ্যায়টি ৯ম শ্রেণির শেষ অধ্যায়; আমরা পূর্বে এটার ১-৫ পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। সেই লিঙ্ক নিচে দেয়া হলোঃ-

১ম অংশঃ এখানে দেখ

অনুশীলনী-১০ (২য় অংশ)

৬। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণির গাণিতিক গড় 33.2। গাণিতিক গড় নির্ণয় করে p এর মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
0-10	8
10-20	12
20-30	p
30-40	30
40-50	15
50-60	10
60-70	5

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যবিন্দু X_i	f_i	$U_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	8	-2	-16
10-20	15	12	-1	-12
20-30	$25 = a$	P	0	0
30-40	35	30	1	30
40-50	45	15	2	30
50-60	55	10	3	30
60-70	65	5	4	20
$h = 10$		$n = p+80$		$\sum f_i u_i = 82$

\therefore গাণিতিক গড়, \bar{x}

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 25 + \frac{82}{P+80} \times 10$$

$$= 25 + \frac{820}{P+80}$$

$$= \frac{25p+2000+820}{P+80}$$

$$= \frac{(25p+2820)}{(P+80)}$$

শর্তমতে,

$$\bar{x} = 33.2$$

$$\text{বা, } \frac{(25p+2820)}{(P+80)} = 33.2$$

$$\text{বা, } 25p+2820 = 33.2(p+80)$$

$$\text{বা, } 25p+2820 = 33.2p+2656$$

$$\text{বা, } 25p-33.2p = 2656-2820$$

$$\text{বা, } -8.2p = -164$$

$$\text{বা, } p = 20$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743



নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে এই প্রশ্নে গাণিতিক গড় ব্যবধান 33.2 বলা হয়েছে, কিন্তু পাঠ্যবইয়ের আলোচনার ক্ষেত্রে গড় ব্যবধানকে কখনো গাণিতিক গড় ব্যবধান বলা হয় নাই, আর এই ক্ষেত্রে আমাদের কাছে এই প্রশ্নটাকে কমপ্লিকেটেড মনে হয়েছে, তাই আমরা গাণিতিক গড় ধরে আমাদের মত করে সমাধান করেছি, তোমাদের মতামত জানিও-আমরা আরও যাচাই করব ভবিষ্যতে।]

৭। নিপার একটি ফুলের বাগান আছে। বাগানটিতে 60টি বিভিন্ন জাতের ফুল গাছ আছে। গাছগুলোর উচ্চতার (সেন্টিমিটারে) মধ্যক 28.5।

উচ্চতা (সেমি)	গাছের সংখ্যা
0-10	5
10-20	x
20-30	20
30-40	15
40-50	y
50-60	5

ক) x ও y এর মান নির্ণয় করে সারণিটি পূরণ করো।

সমাধানঃ

এখানে, $n =$ গাছের সংখ্যার সমষ্টি $= 5+y+15+20+x+5 = x+y+45$

আবার, দেওয়া আছে $n = 60$.

$$\therefore x+y+45 = 60$$

$$\text{বা, } x+y = 60-45$$

$$\text{বা, } x+y = 15 \dots\dots (i)$$

আবার, দেওয়া আছে,

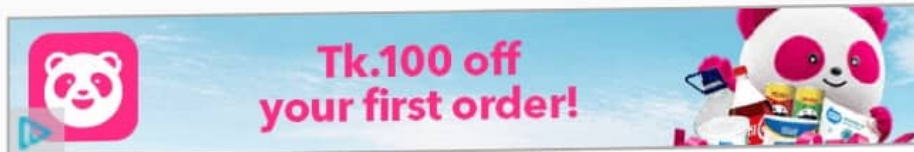
মধ্যক $M_e = 28.5$ যা নির্দেশ করে এই মান উচ্চতা শ্রেণি 20-30 এ রয়েছে।

তাহলে, এখানে,

$$20-30 \text{ শ্রেণির নিম্নসীমা, } L = 20;$$

$$n/2 = 30;$$

$$20-30 \text{ এর পূর্বের শ্রেণির ক্রমজোড়িত গাছের সংখ্যা, } F_c = 5+x;$$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$;

20-30 শ্রেণিতে গাছের সংখ্যা, $f_m = 20$

$$\therefore M_e = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$\text{বা, } 28.5 = 20 + (30-5-x) \times \frac{10}{20}$$

$$\text{বা, } 28.5 = 20 + (25-x) \times \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } (25-x) \times \frac{1}{2} = 28.5-20$$

$$\text{বা, } (25-x) \times \frac{1}{2} = 8.5$$

$$\text{বা, } (25-x) = 17$$

$$\text{বা, } -x = 17-25$$

$$\text{বা, } -x = -8$$

$$\text{বা, } x = 8$$

এখন, $x=8$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8+y = 15$$

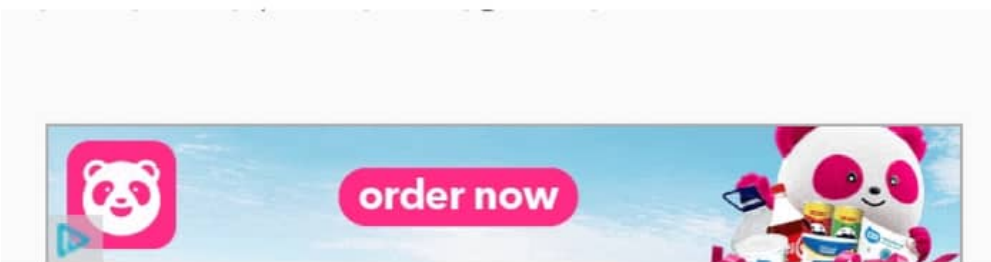
$$\text{বা, } y = 15-8 = 7$$

$\therefore x$ ও y এর মান নির্ণয় পূর্বক সারণিটি নিম্নরূপঃ

উচ্চতা (সেমি)	গাছের সংখ্যা
0-10	5
10-20	8
20-30	20
30-40	15
40-50	7
50-60	5

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড় নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



← নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করিঃ

উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$u_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	5	-3	-15
10-20	15	8	-2	-16
20-30	25	20	-1	-20
30-40	35 = a	15	0	0
40-50	45	7	1	7
50-60	55	5	2	10
h=10		n=60		$\sum f_i u_i = -34$

∴ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 35 + (-34/60) \times 10$$

$$= 35 - 5.67$$

$$= 29.33 \text{ (প্রায়)}$$

গ) গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক, $M_e = 28.5$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

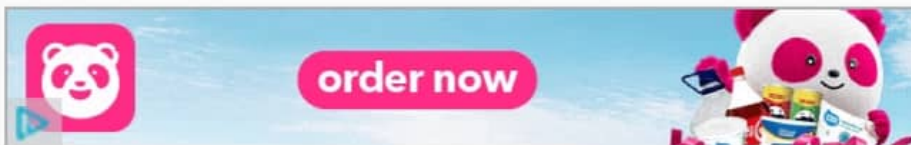
উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$ x_i - M_e $	$f_i x_i - M_e $
0-10	5	5	23.5	117.5
10-20	15	8	13.5	108
20-30	25	20	3.5	70
30-40	35	15	6.5	97.5
40-50	45	7	16.5	115.5
50-60	55	5	26.5	132.5
h=10		n=60		$\sum f_i x_i - M_e = 641$

∴ মধ্যক হতে নির্ণিত গড় ব্যবধান

$$\frac{\sum f_i |x_i - M_e|}{n}$$

$$= \frac{641}{60}$$

$$= 10.68$$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

= 10.68 (প্রায়)

ঘ) গাছগুলোর উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

খ থেকে পাই, গাছগুলোর উচ্চতার গড়, $\bar{X} = 29.33$

উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণি তৈরি করিঃ

উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i(x_i - \bar{X})^2$
0-10	5	5	591.9489	2959.745
10-20	15	8	205.3489	1642.791
20-30	25	20	18.7489	374.978
30-40	35	15	32.1489	482.2335
40-50	45	7	245.5489	1718.842
50-60	55	5	658.9489	3294.745
$h=10$		$n=60$		$\sum f_i(x_i - \bar{X})^2 = 10473.33$

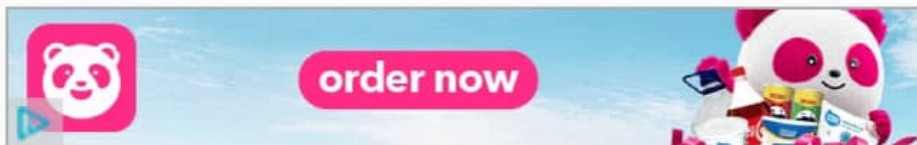
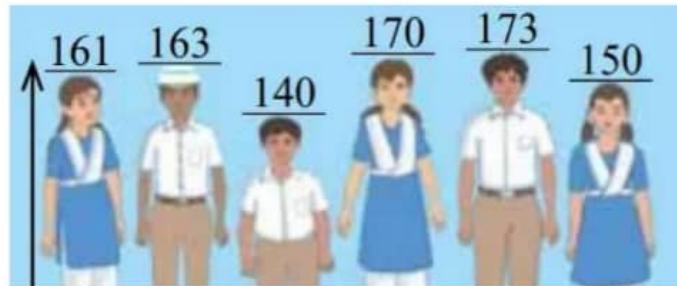
\therefore ভেদাঙ্ক, σ^2

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{n} \\ & = \frac{10473.33}{60} \end{aligned}$$

$$= 174.5555$$

\therefore পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{174.5555} = 13.2119$ (প্রায়)

৮. পাশের ছবিটি লক্ষ করো। ছবিতে ছয় জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা সেন্টিমিটারে দেওয়া আছে।





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...



শিক্ষার্থীদের উচ্চতার -

ক) গড় ও মধ্যক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ছবি হতে প্রাপ্ত ছয় জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা যথাক্রমেঃ 161, 163, 140, 170, 173, 150

∴ উচ্চতার গড়

$$\frac{\text{উচ্চতাগুলোর যোগফল}}{\text{শিক্ষার্থীর সংখ্যা}}$$

$$\frac{161+163+140+170+173+150}{6}$$

$$= \frac{957}{6}$$

$$= 159.5 \text{ সেমি}$$

$$= 159.5 \text{ সেমি}$$

আবার,

উচ্চতাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

140, 150, 161, 163, 170, 173

∴ উচ্চতার মধ্যক

$$\frac{161+163}{2}$$

$$= \frac{324}{2}$$

$$= 162$$

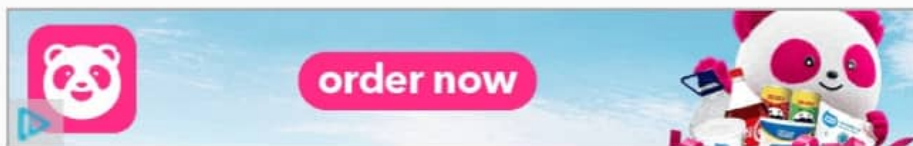
খ) গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

ক হতে পাই, গড়, $\bar{X} = 159.5$

গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$ x_i - \bar{X} $
161	1.5
163	3.5
140	19.5
170	10.5
173	13.5
150	9.5
$n=6$	$\sum x_i - \bar{X} = 58$

\therefore গড় ব্যবধান, $MD(\bar{X})$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{58}{6} \end{aligned}$$

= 9.667 (প্রায়)

আবার,

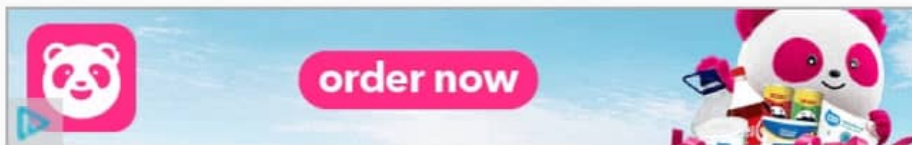
ক হতে পাই, মধ্যক, $M_e = 162$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$ x_i - M_e $
161	1
163	1
140	22
170	8
173	11
150	12
$n=6$	$\sum x_i - M_e = 55$

\therefore গড় ব্যবধান, $MD(M_e)$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - M_e|}{n} \\ &= \frac{55}{6} \end{aligned}$$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

= 9.167 (প্রায়)

গ) গড় ও মধ্যক থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ক হতে পাই, গড়, $\bar{x} = 159.5$

গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
161	1.5	2.25
163	3.5	12.25
140	-19.5	380.25
170	10.5	110.25
173	13.5	182.25
150	-9.5	90.25
$n=6$		$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 777.5$

\therefore ভেদাঙ্ক, σ^2

$$\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{777.5}{6}$$

$$= 129.583333$$

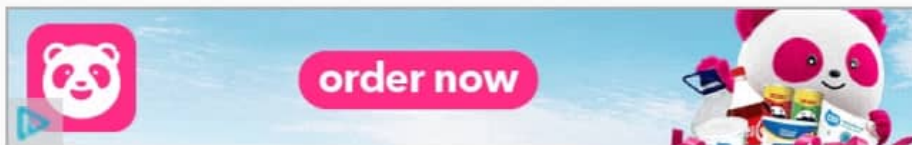
\therefore পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{129.583333} = 11.3834$ (প্রায়)

আবার,

ক হতে পাই, মধ্যক, $M_e = 162$

মধ্যক হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$x_i - M_e$	$(x_i - M_e)^2$
161	-1	1
163	1	1
140	-22	484
170	8	64
173	11	121
150	-12	144



← নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

$$n=6$$

$$\sum(x_i - M_e)^2 = 815$$

∴ ভেদাঙ্ক, σ^2

$$= \frac{\sum(x_i - M_e)^2}{n}$$

$$= \frac{815}{6}$$

$$= 135.833333$$

∴ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{135.833333} = 11.6547$ (প্রায়)

৯। দশ সদস্যের একটি নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 9.5 এবং 2.5। পরে 15 মানের আরও একটি সদস্য নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করা হলো। তাহলে, এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় নির্ণয়ঃ

দেওয়া আছে,

$$10 \text{ সদস্যের নমুনার গাণিতিক গড়} = 9.5$$

$$\therefore 10 \text{ সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি} = 9.5 \times 10 = 95$$

$$\text{এখন, } 15 \text{ মানের আরও এক সদস্যের নমুনা যোগ করলে, নমুনার মানের সমষ্টি হয়} = 95 + 15 = 110$$

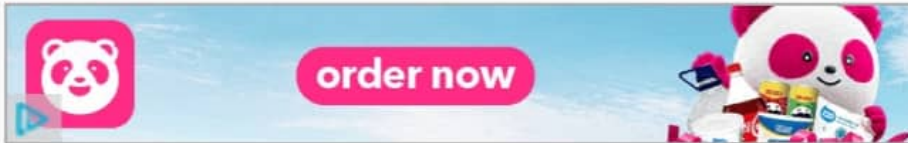
$$\therefore 11 \text{ সদস্যের ক্ষেত্রে গাণিতিক গড়} = \frac{110}{11} = 10$$

এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ

দেওয়া আছে,

$$\sigma = 2.5$$

$$\text{বা, } \sigma^2 = 6.25$$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

$$\text{বা, } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{n} \right)^2 = 6.25$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - (95/10)^2 = 6.25 \quad [\because 10 \text{ সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি} = 9.5 \times 10 = 95]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - 90.25 = 6.25$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) = 96.5$$

$$\text{বা, } (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) = 965$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 + 15^2 = 965 + 15^2 \quad [\text{উভয়পক্ষে } 15^2 \text{ যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 + 15^2 = 1190$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{11}^2 = 1190 \quad [\because 11 \text{ তম পদ } 15]$$

$$\text{আবার, } 11 \text{টি নমুনার সমষ্টি} = 95 + 15 = 110 \quad [\text{প্রথম অংশে দ্রষ্টব্য}]$$

$$\text{অর্থাৎ, } x_1 + x_2 + \dots + x_{11} = 110$$

\(\therefore\) এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার ভেদাংক

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} x_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{n} \right)^2$$

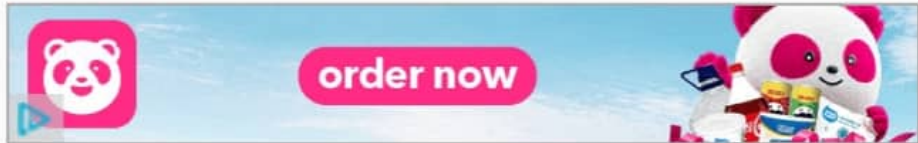
$$= \frac{1190}{11} - \left(\frac{110}{11} \right)^2$$

$$= 108.1818 - 100$$

$$= 8.1818 \quad (\text{প্রায়})$$

\(\therefore\) এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান

$$= \sqrt{8.1818} = 2.86 \quad (\text{প্রায়})$$





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

১০। 100 টি কোম্পানির বার্ষিক মুনাফার (কোটি টাকায়) তথ্য নিচে দেওয়া হলো:

মুনাফা (কোটি টাকায়)	কোম্পানির সংখ্যা
0-10	7
10-20	12
20-30	22
30-40	30
40-50	20
50-60	9

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$u_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	7	-3	-21
10-20	15	12	-2	-24
20-30	25	22	-1	-22
30-40	35 = a	30	0	0
40-50	45	20	1	20
50-60	55	9	2	18
h = 10		n = 100		$\sum f_i u_i = -29$

\therefore গাণিতিক গড়, \bar{X}

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 35 + (-29/100) \times 10$$

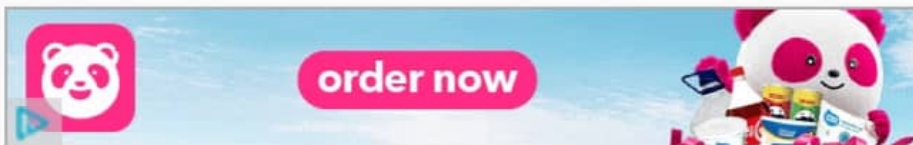
$$= 35 - 2.9$$

$$= 32.1$$

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, $\bar{X} = 32.1$

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$x_i - \bar{X}$	$f_i x_i - \bar{X} $
0-10	5	7	-27.1	189.7
10-20	15	12	-17.1	205.2
20-30	25	22	-7.1	156.2
30-40	35	30	2.9	87
40-50	45	20	12.9	258
50-60	55	9	22.9	206.1





নবম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৬-১০...

h=10		n = 100	$\sum f_i x_i - \bar{X} = 1102.2$
------	--	---------	-------------------------------------

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f_i |x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{1102.2}{100} \\ &= 11.022 \end{aligned}$$

আবার,

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, $\bar{X} = 32.1$

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i(x_i - \bar{X})^2$
0-10	5	7	734.41	5140.87
10-20	15	12	292.41	3508.92
20-30	25	22	50.41	1109.02
30-40	35	30	8.41	252.3
40-50	45	20	166.41	3328.2
50-60	55	9	524.41	4719.69
h=10		n = 100		$\sum f_i(x_i - \bar{X})^2 = 18059$

∴ σ^2

$$\begin{aligned} & \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{n} \\ &= \frac{18059}{100} \\ &= 180.59 \end{aligned}$$

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত পরিমিত ব্যবধান = $\sqrt{180.59} = 13.438$ (প্রায়)

