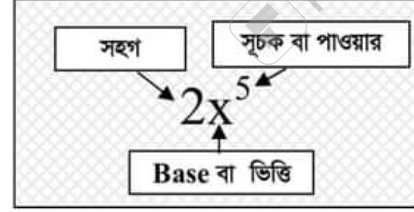


## সূচক

## প্রাথমিক আলোচনা:

- সূচক : সূচক শব্দের অর্থ হলো শক্তি।  $n$  সংখ্যক  $a$ -এর ক্রমিক গুণফল।  
 $a^n$  এখানে,  $a$  কে ভিত্তি বলা হয়।  
 $n$  কে  $a$  এর (ভিত্তির) সূচক বলা হয় বা শক্তি বলা হয়।  
 $a^n$  কে  $a$  এর  $n$  তম ঘাত বা শক্তি বা 'power' বলা হয়।



## সূচক সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$a^n = a \times a \times a \times \dots (n \text{ সংখ্যক } a)$		$x^3 = x \times x \times x$
০২.	$(a^m)^n = a^{mn}$	পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে গুণ হয়।	$(x^2)^5 = x^{2 \times 5} = x^{10}$
০৩.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	ভিত্তি একই হলে এবং গুণ থাকলে পাওয়ার গুলো যোগ করতে হয়	$x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$
০৪.	$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	আবার ভাগ থাকলে পাওয়ার গুলো বিয়োগ করতে হয়।	$a^6 \div a^2 = \frac{a^6}{a^2} = a^{6-2} = a^4$
০৫.	$a^0 = 1$	যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 হলে তার মান 1 হয়। [যেখানে $a \neq 0$ ]	$5^0 = 1$
০৬.	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$	বর্গমূল থাকলে পাওয়ার $\frac{1}{2}$ হয়।	$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$
০৭.	$\sqrt[q]{a} = a^{\frac{1}{q}}$	ঘনমূল এর সাথে বর্গ থাকলে ভগ্নাংশ আকারে ঘনমূল নিচে ও বর্গ উপরে বসে।	$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ এবং $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$
০৮.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	কোন পাওয়ার মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয় এবং মাইনাস তুলে লব 1 এর নিচে পুরো সংখ্যাটি পাওয়ার সহ লিখতে হয়	অর্থাৎ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$
০৯.	$\left(\frac{m}{n}\right)^{-p} = \left(\frac{n}{m}\right)^p$	(কোন ভগ্নাংশের উপরের পাওয়ার টি মাইনাস হলে ঐ ভগ্নাংশটি উল্টে যায় অর্থাৎ হরের জায়গায় লব এবং লবের জায়গায় হর বসে)	যেমন: $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$
১০.	$a^x = a^y$ হলে, $x = y$	দু পাশের ভিত্তি মিলে গেলে দুটো ভিত্তিই তুলে দিতে হয়	$a^m = a^n$ হলে, $m = n$
১১.	$a^x = b^x$ হলে, $a = b$	দু পাশের power মিলে গেলে দুটো পাওয়ারই বাদ দিতে হয়	$m^3 = n^3$ হলে, $m = n$

অনেক পরীক্ষা শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।  
এই অধ্যায়ে নতুন নতুন প্রচুর ম্যাথ প্রাকটিস করাই সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ।

গুরুত্বপূর্ণ একটি নিয়ম:  $4^a = 1$  হলে  $4^a = 4^0$  বা,  $a = 0$

অর্থাৎ যে কোন পাওয়ার যুক্ত সংখ্যা = 1 দেয়া থাকলে ডানের 1 এর পরিবর্তে ঐ সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 লেখা যায়। কারণ পাওয়ার 0 থাকলে তার মান 1 হয়।

যেমন:  $(a+2)^x = 1$  হলে আমরা লিখতে পারি  $(a+2)^x = (a+2)^0$  বা,  $x = 0$

পরীক্ষায় গুণে গুণে ভাজতে গেলে সময় নষ্ট হবে। তাই মুখস্থ রাখুন।

দ্রুত অংক পারার জন্য নিচের সংখ্যাগুলোর মান মুখস্থ রাখুন: (যেগুলো বেশি আসে সেগুলো আগে)					
2	3	4	5	6	
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$ ,	$6^2 = 36$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$	$6^4 = 1296$
$2^5 = 32$	$2^9 = 512$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1024$	$5^5 = 3125$	

দ্রষ্টপূর্বসূচী:  $(3^4 = 81)$  হলে  $81 = 3^4$  অর্থাৎ প্রতিটা মান উল্টোপাশেও চিন্তা করুন। তাহলে সূচকের অংকগুলো সমাধান করার সময় সংখ্যা দেখলেই দ্রুত ভাজতে পারবেন।

### সূচক অধ্যায়ের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

#### পদ্ধতি-০১: সাধারণ সূচকের প্রশ্ন

১.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  কখন হবে? [১৪তম বিসিএস] + [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]

- a. m ও n ধনাত্মক হলে  
c. m ও n ঋণাত্মক হলে

- b. m ধনাত্মক ও n ঋণাত্মক হলে  
d. m ঋণাত্মক ও n ধনাত্মক হলে

Ans: a

২. কোন শর্তে  $a^0 = 1$ ? [RAKUB officer-2015] + [RAKUB (Cashier)-2017]

- a.  $a = 0$       b.  $a \neq 0$

- c.  $a > 0$       d.  $a \neq 1$

Ans: b

সমাধান:  $a^0 = 1$  যেখানে  $a \neq 0$

৩.  $a^0 =$  কত? (বিএসটিআই ল্যাব সহকারী পরীক্ষা-১০) (৩১ তম বিসিএস, মানসিক দক্ষতা)

- a. 1      b. 0

- c. a      d. 2

Ans: a

সমাধান: যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার ০ অর্থাৎ (সংখ্যা)<sup>০</sup> হলে তার মান 1 হয়। সংখ্যাটি যত বড়ই হোক না কেন। যেমন:

$$\left(\frac{ab}{a+b}\right)^0 = 1, \text{ অর্থাৎ তাই সবসময় উত্তর: } 1 \text{ [বিপরীতপাশে } 1 = (\text{যে কোন সংখ্যা})^0 \text{ মনে রাখুন কাজে দিবে।]}$$

৪. a এবং b দুটি ধনাত্মক সংখ্যা হলে  $\frac{1}{5}(3ab)^0$  এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a.  $5^{-1}$       b.  $\frac{1}{5}ab$

- c.  $(\frac{1}{5}3ab)^0$       d. 0

Ans: a

সমাধান:  $\frac{1}{5}(3ab)^0 = \frac{1}{5} \cdot 1 = 5^{-1}$

৫.  $a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0$  হলে  $a^0 + b^0$  এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- a.  $a+b$       b. 0      c. 1      d. 2      Ans: d

সমাধান:  $a^0 + b^0 = 1 + 1 = 2$

৬.  $8^2 \times 8^0 =$  এর মান কত? (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শক নিয়োগ পরীক্ষা : ১০)

- a. 16      b. 322      c. 512      d. 64      Ans: d

৭.  $a^m \times a^n \times a^{-p} =$  কত? (তুলা উন্নয়ন কর্মকর্তা পরীক্ষা-৯৭)

[Hints: a কমন নিলে হয়  $a^{m+n+(-p)} = a^{m+n-p}$ ]

- a.  $a^{m+n-p}$       b.  $a^{m-p}$       c.  $a^{m+n}$       d.  $a^{-p}$       Ans: a

৮.  $x^4 \div x^6 \times x^2$  এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১] + [এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- a. 4      b. 3      c. 2      d. 1      Ans: d

সমাধান:  $x^4 \div x^6 \times x^2 = x^{4-6+2} = x^0 = 1$

Note:  $(x^2)^3 = x^6$  কিন্তু  $x^2 \times x^3 = x^5$  (অর্থাৎ পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে দুই পাওয়ারই গুণ করতে হয়, কিন্তু দুটি সংখ্যা পাশাপাশি বসিয়ে গুণ করার সময় পাওয়ারগুলো যোগ করতে হয়।)

৯.  $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = ?$

- a.  $4x^3$       b.  $2x^3$       c.  $4x^2$       d.  $3x^2$       Ans: a

সমাধান:  $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = \left(\frac{2}{x}\right)^2 \div \frac{1}{x^5} = \frac{4}{x^2} \times x^5 = 4x^3$

এই অধ্যায়ে টেকনিক মাত্র কয়েকটা ই।  
শুধু প্রয়োজন প্রচুর অংক প্রাকটিস করার।

১০.  $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$  [a > 0, b > 0] (চট্টগ্রাম বোর্ড-০৮)

- a.  $\frac{a+b}{ab}$       b.  $\frac{ab}{a+b}$       c.  $\frac{1}{a+b}$       d. a + b      Ans: b

সমাধান:  $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$  [a > 0, b > 0] <এর অর্থ a ও b এর মান ০ থেকে বড়, এরকম পাশে কিছু থাকলে Don't worry]

$$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1} \quad (\text{ব্রাকেটের ভেতরের কাজ আগে এবং (-) পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়।})$$

$$= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1} = \frac{ab}{a+b} \quad (\text{ভগ্নাংশের উপর ঋণাত্মক পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশটি উল্টে যায়, এবং পাওয়ারের (-) উঠে যায়})$$

১১.  $1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}$  এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- a.  $\frac{1}{a}$       b. -1      c. 0      d.  $\frac{1}{a}$       Ans: c

সমাধান:  $1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} = 1 - \left\{\left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}\right\} = 1 - 1 = 0$

১২.  $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^1 =$  কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]

- a. 1      b. -1      c. 0      d.  $\frac{1}{3}$       Ans: b

সমাধান:  $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^1 = \left[2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^1 = [2 - 3]^{-1} = [-1]^{-1} = \left[\frac{1}{-1}\right] = -1$

১৩.  $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1}$  এর মান কত? [১৩তম বিসিএস]

- a. 5                      b. -5                      c. 1                      d.  $\frac{1}{5}$                       Ans: d

সমাধান:  $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)]^{-1} = (-1 \text{ কে ভগ্নাংশ করলেও } -1 \text{ থাকে}) = (2+3)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

১৪.  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}}$  এর মান হবে- [৩৩তম বিসিএস] + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৯] + [বেবিচক (ইসপেক্টর)-২০২১]

- a.  $a^{\frac{1}{3}}$                       b.  $a^{\frac{1}{9}}$                       c.  $a^{\frac{1}{27}}$                       d.  $a^3$                       Ans: a

সমাধান: (a)  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}} = \sqrt[3]{a^{\frac{3 \times 1}{3}}} = a^{\frac{1}{3}}$  [একটা কিউব রুট এবং কিউব কেটে গেলেও আরেকটা থাকে]

১৫.  $\sqrt[4]{x^3} = 2$  হলে  $x^3$  এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a. 16                      b. 32                      c. 64                      d. 81                      Ans: a

সমাধান:  $\sqrt[4]{x^3} = 2$  বা,  $(\sqrt[4]{x^3})^4 = 2^4 \therefore x^3 = 16$

১৬.  $\sqrt{x^{-1} \cdot y} \cdot \sqrt{y^{-1} \cdot z} \cdot \sqrt{z^{-1} \cdot x}$  এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]

- a. 35                      b. 1                      c. -1                      d. 100                      Ans: b

সমাধান:  $\sqrt{x^{-1} \cdot y} \cdot \sqrt{y^{-1} \cdot z} \cdot \sqrt{z^{-1} \cdot x} = \sqrt{\frac{1}{x} \cdot y} \cdot \sqrt{\frac{1}{y} \cdot z} \cdot \sqrt{\frac{1}{z} \cdot x} = \sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{\frac{x}{z}} = \sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z}} = \sqrt{1} = 1$

১৭.  $x, y, z > 0$  হলে,  $\sqrt{x^{-2}y^2} \cdot \sqrt{y^{-2}z^2} \cdot \sqrt{z^{-2}x^2}$  [ স্বাস্থ মন্ত্রণালয় ( উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৬ ]

- a. 0                      b. 1                      c. xyz                      d. y                      Ans: b

সমাধান:  $\sqrt{x^{-2}y^2} \cdot \sqrt{y^{-2}z^2} \cdot \sqrt{z^{-2}x^2} = \sqrt{\frac{y^2}{x^2}} \cdot \sqrt{\frac{z^2}{y^2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{z^2}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z} = 1$

১৮.  $\frac{3^x}{3^{x-1}}$  এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]

- a. 1                      b. 2                      c. 0                      d. 3                      Ans: d

সমাধান:  $\frac{3^x}{3^{x-1}} = 3^{x-x+1} = 3^1 = 3$

অনেক বেশি প্রাকটিসের জন্য ডেকোরেশনকে নয়  
বরং সব নিয়মের প্রশ্ন প্রাকটিসকে গুরুত্ব দিন।

১৯.  $\sqrt[3]{125} \times 8 = ?$  [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ারেন্স অপারেটর)-২০২১]

- a. 20                      b.  $10\sqrt{2}$                       c. 40                      d.  $10\sqrt{5}$                       Ans: c

সমাধান:  $\sqrt[3]{125} \times 8 = \sqrt[3]{5^3} \times 8 = 5^{\frac{3 \times 1}{3}} \times 8 = 5 \times 8 = 40$

২০.  $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4$  এর মান কত? (২৬তম বিসিএস) + [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপার:) নিয়োগ-২০১৮]

- a. 30                      b. 60                      c. 225                      d. 230                      Ans: c

সমাধান:  $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4 = (\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{5})^4 = \{(\sqrt{3})^2\}^2 \times \{(\sqrt{5})^2\}^2 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

অথবা আরো সহজে:  $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4 = (\sqrt{15})^4 = 15^2 = 225$

Ans: 225

🔗 **Learning point:** পাওয়ার একই হলে সম্পূর্ণতার উপর **Whole power** দেয়া যায়। যেমন:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}, \quad \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{15} \text{ (ব্যাক্ষা: } \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{3} = 5^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = (15)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{15} \text{ (এরকম সব প্রোগ্রাই))}$$

২১.  $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 =$  কত? [৩৩তম বিসিএস]

[Hints:  $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$ ]

a. 27

b. 121

c. 144

d. 140

Ans: c

২২.  $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 =$  কত? [BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]

a. 128

b. 225

c. 256

d. 264

Ans: a

সমাধান:  $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 = 2^{8 \times \frac{1}{2}} \times 2^{9 \times \frac{1}{3}} = 2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 = 128$

২৩.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = ?$  [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]

a. 1

b.  $\sqrt{2} - 1$ c.  $1 - \sqrt{2}$ d.  $\sqrt{2}$ 

Ans: b

সমাধান:  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})}$  [লব ও হরকে  $(\sqrt{6} - \sqrt{3})$  দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{18} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{9 \times 2} - 3}{6 - 3} = \frac{3\sqrt{2} - 3}{3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{3} = \sqrt{2} - 1$$

### পদ্ধতি-০২: সূচকের মান নির্ণয়

২৪.  $2^x + 2^x + 2^x + 2^x$  এর মান কত?

a.  $2^{x+3}$ b.  $2^x$ 

c. 4

d.  $2^{x+2}$ 

Ans: d

সমাধান:

ধরুন,  $a^2 + a^2 + a^2 = ?$  উত্তর:  $3a^2$  (কোন একজাতীয় রাশি যোগ করার সময় যতটি রাশি তত লিখে ঐ রাশিটি লিখতে হয়।)

হুবহু এই নিয়মেই উপরের অংকটি করা যায়। যেমন:

$2^x + 2^x + 2^x + 2^x$  (এখানে সবগুলো রাশি একই তাই যোগ করতে হবে, আবার এখানে 4 টি  $2^x$  আছে)

$= 4 \cdot 2^x$  (মনে রাখবেন  $4x$  এর অর্থ হলো 4 এর সাথে  $x$  গুণ, এখান গুণ চিহ্ন না থাকলেও বুঝতে হবে গুণ অবস্থায় আছে)

$= 2^2 \cdot 2^x$  (দুটো সংখ্যারই ভিত্তি মেলানোর জন্য 4 কে  $2^2$  লিখা হয়েছে)

$= 2^{2+x}$  (ভিত্তি একই হওয়ায় 2 কমন নেয়া হয়েছে এবং গুণ অবস্থায় থাকার কারণে পাওয়ার গুলো যোগ করা হয়েছে)

$= 2^{x+2}$  Ans:  $2^{x+2}$  (মনে রাখবেন যে কোন বীজগণিতের অংকে অক্ষর এবং সংখ্যা এক সাথে আসলে অক্ষর প্রথমে বসে, তার পর সংখ্যা, যেমন: আমরা কখনো লিখি না  $1+x$  বরং আমরা লিখি  $x+1$ )

২৫. যদি  $2^x + 2^x + 2^x + 2^x = 2^n$  হয়, তবে  $n$  এর শ্রেণিতে  $x$  এর মান কত? [Hints:  $4 \cdot 2^x = 2^n$  or  $2^{2+x} = 2^n$ ]

a.  $n-2$ b.  $n+2$ c.  $n+4$ d.  $2^{x+2}$ 

Ans: a

২৬.  $3^x + 3^x + 3^x =$  কত? [BKB - (SO)-2017] & [RAKUB (Cashier)-2017]

a.  $9^x$ b.  $3^{x+1}$ c.  $9^{3x}$ d.  $x^3$ 

Ans: b

সমাধান:  $3^x + 3^x + 3^x = 3 \cdot 3^x = 3^{x+1}$

২৭.  $9^x + 9^x + 9^x =$  কত? [এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]

a.  $2^{3x+1}$ b.  $3^{x+1}$ c.  $3^{2x+1}$ d.  $3^{2x-1}$ 

Ans: c

সমাধান:  $3 \cdot 9^x = 3 \cdot (3^2)^x = 3 \cdot 3^{2x} = 3^{2x+1}$

২৮.  $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = ?$  [BANK Asia (PO) -2014]

- a.  $8^{120}$       b.  $8^{30}$       c.  $2^{32}$       d.  $2^{30}$

Ans: c

সমাধান:  $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = 4 \cdot 2^{30} = 2^2 \cdot 2^{30} = 2^{30+2} = 2^{32}$

নিজে করুন:

২৯.  $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$  এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]

- a.  $4^x$       b.  $4^{x+1}$       c.  $4^{x+4}$       d.  $4^{x+16}$

Ans: b

৩০.  $3^{10} + 3^{10} + 3^{10} = ?$  [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a.  $3^{30}$       b.  $3^3$       c.  $3^{11}$       d.  $9^{10}$

Ans: c

৩১.  $5^x + 8 \cdot 5^x + 16 \cdot 5^x = 1$  হলে, x এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি:]

- a. -3      b. -2      c. -1      d. -1/2

Ans: b

সমাধান:  $5^x + 8 \cdot 5^x + 16 \cdot 5^x = 1 \Rightarrow 5^x(1+8+16) = 1 \Rightarrow 5^x = \frac{1}{25} = 5^{-2} \Rightarrow 5^x = 5^{-2} \therefore x = -2$  (উঃ)

৩২. যদি  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$  হয় তবে xyz এর মান কত হবে? [৩৭তম বিসিএস লিখিত]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনূঃ ৯.১)+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- a. 2      b. 1      c. -2      d. -1

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে,  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$

যেহেতু,  $c^z = a$  বা,  $b^{yz} = a$  [ $\because b^y = c$ ] বা,  $a^{xyz} = a$  [ $\because a^x = b$ ] বা,  $(a)^{xyz} = a^1$

$\therefore xyz = 1$

নিজে করুন:

৩৩.  $p^a = q$ ,  $q^b = r$ ,  $r^c = p$  হলে  $abc = ?$  [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. 0      b. 1      c.  $a^p$       d.  $p^a$

Ans: b

৩৪.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$  এর মান কত?

- a. 1      b. 0      c. a      d. abc

Ans: a

সমাধান:  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = x^{\frac{(a-b)}{ab}} \times x^{\frac{(b-c)}{bc}} \times x^{\frac{(c-a)}{ca}}$

$= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} = x^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$

৩৫. যদি  $a+b+c = 0$  এবং  $a^3+b^3+c^3 = 3abc$  হয় তাহলে  $(x^a)^{a^2-bc} \times (x^b)^{b^2-ca} \times (x^c)^{c^2-ab}$  এর মান কত? [DPDC-এর(সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট)- ২০২১]

- a. abc      b. 0      c. 1      d.  $a^2b^2c^2$

Ans: c

সমাধান:  $(x^a)^{a^2-bc} \times (x^b)^{b^2-ca} \times (x^c)^{c^2-ab} = x^{a^3-abc} \times x^{b^3-abc} \times x^{c^3-abc} = x^{a^3+b^3+c^3-3abc} = x^{3abc-3abc} = x^0 = 1$

৩৬.  $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$  = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. x      b.  $x^{p+q+r}$       c.  $x^{2p+2q+2r}$       d. 1

Ans: d

সমাধান:  $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p} = \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$

$$= (x^{p-q})^{p+q} \times (x^{q-r})^{q+r} \times (x^{r-p})^{r+p}$$

$$= x^{p^2-q^2} \times x^{q^2-r^2} \times x^{r^2-p^2} = x^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = x^0 = 1$$

৩৭.  $\sqrt[mn]{\frac{x^m}{x^n}} \sqrt[nl]{\frac{x^n}{x^l}} \sqrt[ml]{\frac{x^l}{x^m}}$  = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a.  $x^p$                       b.  $x^m$                       c.  $x^l$                       d. 1                      Ans: d

সমাধান:  $\sqrt[mn]{\frac{x^m}{x^n}} \sqrt[nl]{\frac{x^n}{x^l}} \sqrt[ml]{\frac{x^l}{x^m}} = \sqrt[mn]{x^{m-n}} \times \sqrt[nl]{x^{n-l}} \times \sqrt[ml]{x^{l-m}} = (x^{m-n})^{\frac{1}{mn}} \times (x^{n-l})^{\frac{1}{nl}} \times (x^{l-m})^{\frac{1}{ml}}$

$$= x^{\frac{m-n}{mn}} \times x^{\frac{n-l}{nl}} \times x^{\frac{l-m}{ml}} = x^{\frac{m-n}{mn} + \frac{n-l}{nl} + \frac{l-m}{ml}} = x^{\frac{lm-ln+mn-lm+ln-mn}{mnl}} = x^{\frac{0}{mnl}} = x^0 = 1$$

৩৮.  $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$  হলে, x এর মান কত? [৯ম-১০ম (উচ্চতর গণিত) (৯.১ এর উদা: ১১ হুবহু)]+ [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]

- a.  $\frac{3}{2}$                       b.  $\frac{4}{9}$                       c.  $\frac{9}{4}$                       d.  $\frac{2}{3}$                       Ans: c

সমাধান: এখানে,  $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x \Rightarrow x^{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = (x \cdot x^{\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{x \cdot \frac{3}{2}} = (x^{1+\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{\frac{3}{2}x} = x^{\frac{3}{2}x}$

$$\Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times x \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} \div x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

**পদ্ধতি-০৩: সূচকের সমাধান**

৩৯.  $100^x = 10$  হলে x এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]

- a.  $\frac{1}{2}$                       b.  $\frac{3}{2}$                       c.  $\frac{5}{2}$                       d.  $\frac{5}{4}$                       Ans: a

সমাধান:  $100^x = 10 \Rightarrow (10)^{2x} = 10^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$

৪০. If  $2^x = \sqrt{1024}$ , What is the value of x? [Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]

- a. 2                      b. 3                      c. 4                      d. 5                      Ans: d

সমাধান:  $2^x = \sqrt{1024} \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \therefore x = 5$

৪১.  $(1000)^{\frac{x}{3}} = 10$  হলে, x এর মান কত? [RAKUB (Cashier)-2017]

- a. 0                      b. 1                      c. 3                      d. 2                      Ans: b

সমাধান:  $(1000)^{\frac{x}{3}} = 10$  (যেহেতু ডান পাশে 10 আছে সেহেতু বাম পাশের 1000 কেও 10 ভিত্তি বানাতে হবে)

$$\Rightarrow (10^3)^{\frac{x}{3}} = 10 \Rightarrow (10)^x = 10$$

(একটি ভিত্তির উপর দুটি পাওয়ার থাকলে দুটোই গুণ করতে হয়।)

$$\Rightarrow 10^x = 10 \Rightarrow 10^x = 10^1$$

(দু পাশেই 10 আছে তাই, দুটি 10 ই বাদ দেয়া যায়)  $\therefore x = 1$



সমাধান:  $2^{x-6} = \frac{1}{64} \Rightarrow 2^{x-6} = 2^{-8} \Rightarrow x-6 = -8 \therefore x = -2$

৫২.  $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$  হলে  $x$  এর মান কত? [৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

a. 3                      b. -3                      c. 7                      d. 9                      Ans: b

সমাধান:  $125(\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^6 (\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^{6+2x} = (\sqrt{5})^0 \Rightarrow 6+2x = 0 \therefore x = -3$

৫৩. যদি  $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$  হয়, তবে  $K = ?$  [৩১-তম বিসিএস]

a.  $9\frac{1}{2}$                       b.  $11\frac{1}{3}$                       c.  $12\frac{2}{5}$                       d.  $13\frac{2}{3}$                       Ans: d

সমাধান:  $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K \Rightarrow (2^6)^{\frac{2}{3}} + (5^4)^{\frac{1}{2}} = 3K$   
 $\Rightarrow 2^4 + 5^2 = 3K \Rightarrow 16 + 25 = 3K \Rightarrow 3K = 41 \therefore K = 13\frac{2}{3}$

৫৪.  $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}}$  হলে,  $\frac{y}{x}$  এর মান কত?

a.  $\frac{1}{3}$                       b.  $\frac{1}{2}$                       c.  $\frac{2}{3}$                       d.  $\frac{3}{2}$                       Ans: d

সমাধান:  $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow (4^2)^{\frac{1}{x}} = (4^3)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow 4^{\frac{2}{x}} = 4^{\frac{3}{y}} = \frac{2}{x} = \frac{3}{y} \therefore \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

৫৫.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$  হয় তবে  $x =$  কত? [৩৩তম বিসিএস]

a. 8                      b. 3                      c. 5                      d. 4                      Ans: d

সমাধান:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)}$  [ভগ্নাংশ উল্টে দিলে পাওয়ারের আগে (-) চিহ্ন বসে]

$\Rightarrow x-3 = -x+5$  [ভিত্তি মিলে গেছে তাই ভিত্তি বাদ] বা  $2x = 8 \therefore x = 4$

নিজে করুন:

৫৬. If  $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-3}$  [স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনরী অফিসার- ২০০৮]

a. 1                      b. 2                      c. 5                      d. 8                      Ans: b

৫৭.  $\left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$  এর মান কত? [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮] + [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]

a.  $\frac{3}{5}$                       b.  $\frac{5}{3}$                       c.  $\frac{9}{25}$                       d.  $\frac{25}{9}$                       Ans: c

সমাধান:  $\left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{5^3}{3^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{3 \times \frac{2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

**পদ্ধতি-০৪: সূচকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন**

৯ম-১০ শ্রেণীর সাধারণ গণিত ও উচ্চতর গণিত থেকে সংগ্রহকৃত কিছু প্রশ্নের সাথে সাম্প্রতিক বিভিন্ন পরীক্ষাতে আসা কিছু প্রশ্ন এখানে সমাধান করে দেয়া হলো। প্রতিটা প্রশ্ন প্রথমে নিজে থেকে চেষ্টা করুন এবং পরে সমাধান দেখে উত্তর মেলান।

৫৮.  $x^{-3} - 0.001 = 0$  হলে,  $x^2$ -এর মান- [৩৫তম বিসিএস]

a. 100

b. 10

c.  $\frac{1}{10}$ d.  $\frac{1}{100}$ 

Ans: a

সমাধান:  $x^{-3} - 0.001 = 0$  বা  $x^{-3} = 0.001$  বা,  $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$  বা,  $x^3 = 1000$  ( আড়াআড়ি গুণ করে)

বা,  $x^3 = 10^3$  (দুপাশে power সমান করার জন্য) বা,  $x = 10$  (power মিলে যাওয়ায় পাওয়ার বাদ)

এই 10 ই উত্তর না, কেননা 10 হল x এর মান। কিন্তু প্রশ্নে  $x^2$  এর মান বের করতে বলা হয়েছে।  $\therefore x=10$  হলে  $x^2=100$ ।

নিজে করুন:

৫৯.  $x^{-4} - 0.0001 = 0$  হলে,  $x^2$  এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ার্ল্ডস অপারেটর)-২০২১]

a. 10

b. 100

c.  $\frac{1}{100}$ d.  $\frac{1}{1000}$ 

Ans: b

৬০.  $3^{x+4} = 3.9^x$  হলে  $x =$  কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (বাক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

a. 2

b. 3

c. 4

d. 9

Ans: b

সমাধান:  $3^{x+4} = 3.9^x \Rightarrow 3^{x+4} = 3 \cdot 3^{2x} \Rightarrow 3^{x+4} = 3^{2x+1} \Rightarrow x+4=2x+1 \therefore x=3$

৬১.  $3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2} =$  কত? (b ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২)

a.  $2^n$ b.  $2^{n+1}$ c.  $2^{n-1}$ d.  $2^3$ 

Ans: b

সমাধান:  $3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2} = 3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}$

$= 3 \cdot 2^n - 2^{2+n-2}$  (2 এর ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং গুণ অবস্থায় থাকায় 2 কমন নিয়ে পাওয়ার যোগ হয়েছে)

$= 3 \cdot 2^n - 2^n = 2^n(3-1)$  (দু রাশিতেই  $2^n$  আছে তাই  $2^n$  কমন)  $= 2^n \cdot 2^1 = 2^{n+1}$  Ans:  $2^{n+1}$

৬২.  $12 \cdot 27^x = 2^2 \cdot 9^{x+4}$  হলে  $x$ -এর মান কত? (কারা তত্ত্বাবধায়ক-১০)

a. 5

b. 4

c. 6

d. 7

Ans: c

সমাধান:

$12 \cdot 27^x = 2^2 \cdot 9^{x+4}$

বা,  $4 \times 3 \times (3^3)^x = 4 \times (3^2)^{x+4}$  (উভয় পাশে মেলানোর জন্য যেভাবে ভাগানো দরকার, সেভাবে চেষ্টা করুন)

বা,  $4 \times 3^{3x+1} = 4 \times 3^{2x+8}$  বা,  $3^{3x+1} = 3^{2x+8}$  (উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে)

বা,  $3x+1 = 2x+8$  (দু পাশের ভিত্তি 3 মিলে যাওয়ায় 3 তুলে দেয়া হয়েছে) বা,  $3x-2x = 8-1 \therefore x = 7$  Ans: 7

৬৩.  $3 \times 27^x = 9^{x+4}$  হলে  $x =$  কত? (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা-১০) + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর উদাহরণ -১)]

a. 4

b. 8

c. 7

d. 16

Ans: c

সমাধান:  $3 \times 27^x = 9^{x+4} \Rightarrow 3 \times 3^{3x} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3^{3x+1} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3x+1 = 2x+8 \therefore x=7$

৬৪.  $9 \cdot 2^n - 2 \cdot 2^{n-1} =$  কত? [সার্কেল এডজুস্টেন্ট স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-২০১০]

a.  $2^n$ b.  $2^{n+1}$ c.  $2^{n-1}$ d.  $2^{n+3}$ 

Ans: d

টিপস: মনে রাখবেন সূচকের অংকে মাঝখানে + অথবা - থাকলে এগুলো হচ্ছে সীমানা। এদের দুপাশের রাশির আলাদা আলাদা কাজ করতে হয়, এবং শেষে কমন নিয়ে মান বের করা যায়। কখনো একসাথে করতে গিয়ে গুলিয়ে ফেলবেন না।

সমাধান:  $3^{x-n} \cdot 5^{x-n} = 0 \Rightarrow 3^{x-n} = 5^{x-n} \Rightarrow \frac{3^{x-n}}{5^{x-n}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x-n} = \left(\frac{3}{5}\right)^0 \Rightarrow x-n = 0 \therefore x = n$

৭০.  $4^x + 4^{1-x} = 4$  হলে,  $x =$  কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]

a.  $\frac{1}{4}$

b.  $\frac{1}{3}$

c.  $\frac{1}{2}$

d. 1

Ans: c

সমাধান:

$$4^x + 4^{1-x} = 4 \Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4 \Rightarrow \frac{(4^x)^2 + 4}{4^x} = 4 \Rightarrow (4^x)^2 + 4 = 4 \cdot 4^x \Rightarrow (4^x)^2 - 4 \cdot 4^x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (4^x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4^x + (2)^2 = 0 \Rightarrow (4^x - 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$$

বিকল্প সমাধান:

$$4^x + 4^{1-x} = 4$$

$$\Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4 \Rightarrow \frac{a^2 + 4}{a} = 4 \quad [4^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\Rightarrow a^2 + 4 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 2a + 4 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 2) = 0 \quad [\text{বামে দুটি রাশি একই}]$$

$$\therefore 4^x - 2 = 0 \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$$

শর্টকাট: অপশন থেকে মান বসিয়ে  $x = 1/2$  ধরে বামপক্ষ  $4^{1/2} + 4^{1-1/2} = 4^{1/2} + 4^{1/2} = 4 =$  ডানপক্ষ। অন্যগুলো নিলে এভাবে সমান হবে না। তাই উত্তর:  $x = 1/2$

৭১.  $2^x + 2^{1-x} = 3$  হলে  $x =$  কত? [৩৬তম বিসিএস লিখিত:] এবং [৩৮তম বিসিএস প্রিলি:] ( বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪.১ অধ্যায়ের ২২ নম্বর প্রশ্ন হবহ। )+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

a. (1,2)

b. (0,2 )

c. (1,3)

d. (0,1)

Ans: d

সমাধান:

$$2^x + 2^{1-x} = 3$$

বা,  $2^x + \frac{2^1}{2^x} = 3$

বা,  $p + \frac{2}{p} = 3 \quad [2^x = p \text{ ধরে}]$

$$\text{বা, } \frac{p^2 + 2}{p} = 3$$

বা,  $p^2 + 2 = 3p$

বা,  $p^2 - 3p + 2 = 0$

বা,  $p^2 - 2p - p + 2 = 0$

বা,  $(p-2)(p-1) = 0$

হয়,  $p-2=0$  অথবা,  $p-1=0$

বা,  $2^x = 2$       বা,  $2^x = 1$

$\therefore x = 1$       বা,  $2^x = 2^0 \quad [a^0 = 1]$

$\therefore x = 0$

সুতরাং  $x = (0,1)$       **Ans. (0,1)**

শর্টকাট: কয়েক সেকেন্ড সমাধান করার জন্য:  $x = 0$  হলে,  $2^0 + 2^{1-0} = 3 \Rightarrow 1 + 2 = 3 \Rightarrow 3 = 3$   
আবার:  $x = 1$  হলে,  $2^1 + 2^{1-1} = 3 \Rightarrow 2 + 1 = 3 \Rightarrow 3 = 3 =$  এর দুপাশে 3 মিলে যাওয়ায় এটাই উত্তর

৭২. সমাধান করুন :  $5^x + 5^{2-x} = 26$  [৯ম-১০ম শ্রেণী - (উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ৯) ]

a. (1, 2)

b. (0, 2 )

c. (1, 3)

d. (2, 0)

Ans: d

সমাধান:

$$5^x + 5^{2-x} = 26 \Rightarrow 5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$$

$$\Rightarrow a + \frac{5^2}{a} = 26 \quad [5^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\Rightarrow a^2 + 25 = 26a$$

$$\Rightarrow a^2 - 25a - a + 25 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 25)(a - 1) = 0 \Rightarrow (5^x - 25)(5^x - 1) = 0$$

এখানে

হয়,  $5^x - 25 = 0$  অথবা,  $5^x - 1 = 0$

$$\Rightarrow 5^x = 25 \quad \Rightarrow 5^x = 1$$

$$\Rightarrow 5^x = 5^2 \quad \Rightarrow 5^x = 5^0$$

$\therefore x = 2$        $\therefore x = 0$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান:  $x = 2$  অথবা 0  
উত্তর: (2,0)

৭৩. If  $\frac{0.0015 \times 10^m}{0.03 \times 10^k} = 5 \times 10^7$ , then  $m - k = ?$  [BKB (SO)-2017]

- a. 9                      b. 8                      c. 7                      d. 6

Ans: a

সমাধান:  $\frac{0.0015 \times 10^m}{0.03 \times 10^k} = 5 \times 10^7$

or  $\frac{10^m}{10^k} = 5 \times 10^7 \times \frac{0.03}{0.0015}$  or  $\frac{10^m}{10^k} = 5 \times 10^7 \times \frac{3 \times 100}{15} \Rightarrow 10^{m-k} = 10^9 \therefore m-k = 9$

৭৪.  $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$  হলে  $x$  এর মান কত? [ডাক অধিদপ্তরের বিজ্ঞ ও ভারশিয়ার-২০১৮] [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]

- a.  $\frac{2}{m}$                       b.  $2m$                       c.  $\frac{m}{2}$                       d. 0                      Ans: a

সমাধান:  $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$  (এখানে কেউ দুপাশ থেকে 3 বাদ দিলে ভুল হবে। কারণ ডানপাশে 3 এরপর a গুণ অবস্থায় আছে)

$\Rightarrow \frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2} \Rightarrow 3^{mx-2} = a^{mx-2} \Rightarrow \frac{3^{mx-2}}{a^{mx-2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0 \Rightarrow mx-2 = 0 \therefore x = \frac{2}{m}$

৭৫.  $\frac{3^{x+4} - 9 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2}}$  এর মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ ট্রেন মাস্টার)-২০১৮]

- a. 8                      b. 7                      c. 7                      d. 6                      Ans: d

সমাধান:  $\frac{3^{x+4} - 9 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2}} = \frac{3^x \times 3^4 - 3^2 \cdot 3^x \times 3^1}{3^x \times 3^2} = \frac{3^x \times 81 - 3^x \times 27}{3^x \times 9} = \frac{3^x(81 - 27)}{3^x \times 9} = \frac{54}{9} = 6$

৭৬.  $a^b = b^a$ ,  $a = 2b$ ,  $a \neq 0$   $b \neq 0$  হলে  $(a, b) = ?$  [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]

- a. (2, 4)                      b. (4, 2)                      c. (4, 8)                      d. (8, 4)                      Ans: b

সমাধান:

$a^b = b^a$  এবং  $a = 2b \Rightarrow (2b)^b = b^{2b}$  [ $\because a = 2b$ ]  $\Rightarrow 2^b \cdot b^b = b^{2b}$

$\Rightarrow 2^b = \frac{b^{2b}}{b^b} \Rightarrow 2^b = b^{2b-b} \Rightarrow 2^b = b^b \therefore b = 2$  সুতরাং  $a = 2 \times 2 = 4 \therefore (a, b) = (4, 2)$

নিজে করুন:

৭৭. সমাধান করুন:  $x^y = y^x$ ;  $x = 2y$  ( $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ) [থানা নির্বাচন অফিসার: ২০০৮]

- a.  $(x, y) = (8, 4)$                       b.  $(x, y) = (6, 3)$                       c.  $(x, y) = (2, 1)$                       d.  $(x, y) = (4, 2)$                       Ans: d

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x = 2y$  ( $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ )

সুতরাং  $x^y = y^x \Rightarrow (2y)^y = y^{2y}$  [ $x = 2y$  বসিয়ে পাই]

$\Rightarrow 2^y y^y = y^{2y} \Rightarrow 2^y = \frac{y^{2y}}{y^y} \Rightarrow 2^y = y^{2y-y} \Rightarrow 2^y = y^y \therefore y = 2$

$\therefore x = 2y = 2 \cdot 2 = 4 \therefore (x, y) = (4, 2)$

৭৮.  $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \cdot 5^n}$  = কত? [৩৪ তম বিসিএস] + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ এর উদাহরণ)]

- a. 4                      b. 8                      c. 12                      d. 16                      Ans: b

সমাধান:  $\frac{5^n \times 5^2 + 7 \times 5 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n \times 25 + 7 \times 5^{1+n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n(25 + 7)}{4 \times 5^n} = \frac{32}{4} = 8$

৭৯.  $\frac{5.3^n - 27.3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$  এর মান- [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

a. 0

b. 1

c. 2

d. 3

Ans: d

সমাধান:  $\frac{5.3^n - 27.3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}} = \frac{5.3^n - 27.3^{n-2}}{3^n - 3^n \cdot 3^{-1}} = \frac{3^n \left(5 - \frac{27}{9}\right)}{3^n \left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$

৮০.  $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$  হলে,  $x^3 + 6$  এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি:]

a. 4x

b. 6x

c. 4

d. 8

Ans: b

সমাধান:

$$x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0 \Rightarrow x = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right) \dots \dots (i)$$

$$\Rightarrow x^3 = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)^3 \quad [\text{ঘন করে}] \Rightarrow x^3 = -\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right]$$

$$\Rightarrow x^3 = -\left\{2 + 4 + 3 \cdot 2^{\frac{1+2}{3}} (-x)\right\} \quad [(i) \text{ হতে}] \Rightarrow x^3 = -6 + 6x \quad \therefore x^3 + 6 = 6x \quad \text{উত্তর: } 6x$$

৮১. যদি  $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$  [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ উদা: ১৬]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ 

$$\therefore a - 2 = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } (a-2)^3 = \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 2^2 + 2 + 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right) = 6 + 6(a-2) \quad \left[\because 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} = a - 2\right]$$

$$\text{বা, } a^3 - 3a^2 \cdot 2 + 3a \cdot 2^3 + 2^3 = 6 + 6a - 12 \quad \text{বা, } a^3 - 6a^2 + 12a - 8 = 6a - 6 \quad \therefore a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$$

## Practice Part

১.  $a = 3, m = 2, n = 1$  হলে  $(a^m)^n$  এর মান কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]

a. 9

b. 12

c. 3

d. 4

২.  $a^{-3} = 0.2$  হলে  $a^{12}$  = কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]

a. 125

b. 625

c. 5

d. 6

৩.  $2^{x+2} = 16$  হলে,  $5^{x-2}$  এর মান কত?

a. 3

b. 2

c. 1

d. 0

8.  $\frac{\sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$  [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ৪.১)] + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]
- a.  $\sqrt[3]{7}$  b. 7 c.  $\sqrt{7}$  d.  $\sqrt{7}$
৯. যদি  $a^x = b^y = c^z$  এবং  $b^2 = ac$  হয় তাহলে  $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$  এর মান কত?
- a. 2 b.  $\frac{2}{y}$  c.  $\frac{y}{2}$  d. y
১০. যদি  $\sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{b} = \sqrt[5]{c}$  এবং  $abc = 1$  হয় তাহলে  $x + y + z$  এর মান কত?
- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3
১১. যদি  $a^x = p$ ,  $a^y = q$  এবং  $a^z = (p \cdot q)^r$  হয় তবে,  $xyz$  এর মান কত?
- a. 2 b. 5 c. 1 d. 4
১২.  $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$  এবং  $abc = 1$  হলে  $x+y+z = ?$
- a. 1 b. 2 c. 3 d. 0
১৩. যদি  $x^a = y^b = z^c$  এবং  $xyz = 1$  হয় তবে,  $ab + bc + ca$  এর মান নির্ণয় করুন।
- a. 0 b. 1 c. 5 d. 3
১৪. যদি  $9^x = 27^y$  হয় তবে,  $\frac{x}{y}$  এর মান কত?
- a.  $\frac{3}{2}$  b.  $\frac{2}{3}$  c. 3 d. 2
১৫. যদি  $10^{2y} = 25$  হয় তাহলে  $10^{-y} =$  কত?
- a. 0 b.  $\frac{1}{5}$  c.  $\frac{1}{2}$  d. 2
১৬. যদি  $x\sqrt{0.09} = 3$ , তাহলে  $x = ?$  [One Bank - 2010]
- a. 0.9 b. 0.03 c. 0.3 d. 10
১৭.  $2^{2x+2} = 8^{x+3}$  হলে  $x =$  কত?
- a. 7 b. -7 c. 5 d. 3
১৮.  $\sqrt{5^n} = 125$  হলে  $n^2 + n - 1 = ?$
- a. 24 b. 36 c. 41 d. 48
১৯.  $16^x = 4^{8x-36}$  হলে  $5^x = ?$
- a.  $5^8$  b.  $6^8$  c.  $5^6$  d.  $5^4$
২০.  $2^{2a} = 16^{2a}$  হলে  $a$  এর মান কত?
- a. 2 b. -2 c. 4 d. 1
২১.  $16 \times 4^a = 1$  [রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]
- a. 2 b. -2 c. 4 d. -4
২২.  $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2$  এর মান কত? [১৩ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল/পর্যায়-২)-২০১৬]
- a.  $3^x$  b.  $3^x + 2$  c.  $2^x - 2$  d.  $2^x$

### ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: দেওয়া আছে,  $a=3, m=2, n=1$   $\therefore (a^m)^n = (3^2)^1 = 3^2 = 9$

২. সমাধান:  $a^{-3} = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{a^3} = \frac{2}{10} \Rightarrow a^3 = \frac{10}{2} \Rightarrow (a^3)^4 = (5)^4 \therefore a^{12} = 625$

৩. সমাধান:  $2^{x+2} = 16 \Rightarrow x+2 = 4 \therefore x = 2 \therefore 5^{x-2} = 5^{2-2} = 5^0 = 1$

৪. সমাধান:  $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2+1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{3}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}} = 7^{1-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$  Ans.

৫. সমাধান:  $a^x = b^y \Rightarrow a = b^{\frac{y}{x}}$  আবার,  $c^z = b^y \Rightarrow c = b^{\frac{y}{z}}$

এখন,  $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y}{x}} \cdot b^{\frac{y}{z}} \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y+y}{x+z}} \Rightarrow 2 = \frac{y+y}{x+z} \Rightarrow 2 = y \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{y}$

৬. সমাধান:  $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{c} = k \therefore a = k^3, c = k^3, b = k^3$

এখন,  $abc = 1 \Rightarrow k^3 \cdot k^3 \cdot k^3 = 1 \Rightarrow k^{3+3+3} = k^0 \therefore x+y+z = 0$

৭. সমাধান: দেওয়া আছে,  $a^x = p, a^y = q$  এবং  $a^z = (p^y \cdot q^x)^z$

$\Rightarrow a^z = (a^{xy} \cdot a^{yx})^z \Rightarrow a^z = a^{(xy+xy)z} \Rightarrow z = 2xyz \therefore xyz = 1$

৮. সমাধান: ধরি,  $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k \therefore a = k^x, b = k^y, c = k^z$

আবার,  $abc = 1 \Rightarrow k^x \cdot k^y \cdot k^z = k^0 \Rightarrow k^{x+y+z} = k^0 \therefore x+y+z = 0$  (Ans:)

৯. সমাধান:  $x^a = y^b = z^c = k$  সূত্রানুসারে  $x = k^{\frac{1}{a}}, y = k^{\frac{1}{b}}, z = k^{\frac{1}{c}} \therefore xyz = 1$

$\Rightarrow k^{\frac{1}{a}} \cdot k^{\frac{1}{b}} \cdot k^{\frac{1}{c}} = k^0 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow \frac{bc+ca+ab}{abc} = 0 \therefore ab+bc+ca = 0$

১০. সমাধান:  $9^x = 27^y \Rightarrow 3^{2x} = 3^{3y} \Rightarrow 2x = 3y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

১১. সমাধান:  $10^{2y} = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = (5)^2 \Rightarrow 10^y = 5 \Rightarrow 10^{-y} = 5^{-1} \therefore 10^{-y} = \frac{1}{5}$

১২. সমাধান:  $x\sqrt{0.09} = 3 \Rightarrow x \times 0.3 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{0.3} \therefore x = 10$

১৩. সমাধান:  $2^{2x+2} = 8^{x+3}$  বা,  $2^{2x+2} = 2^{3(x+3)}$  বা,  $2^{2x+2} = 2^{3x+9}$  বা,  $2x+2 = 3x+9 \therefore x = -7$

১৪. সমাধান:  $\sqrt{5^n} = 125 \Rightarrow (5)^{\frac{n}{2}} = 5^3 \Rightarrow \frac{n}{2} = 3 \therefore n = 6 \therefore n^2+n-1 = 6^2+6-1 = 36+5=41$

১৫. সমাধান:  $16^x = 4^{8x-36} \Rightarrow 4^{2x} = 4^{8x-36} \Rightarrow 2x = 8x-36 \Rightarrow 6x = 36 \therefore x = 6 \therefore 5^x = 5^6$  (Ans)

১৬. সমাধান:  $2^{2a} = 16^{2^{2a}}$

$$\Rightarrow (2)^{2a} = (2^4)^{2^{2a}} \Rightarrow 2^a = 4 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^2 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^{2+2a} \Rightarrow a = 2 + 2a \therefore a = -2$$

১৭. সমাধান:  $16 \times 4^a = 1$  or  $2^4 \times 2^{2a} = 1$  or  $2^{4+2a} = 1$  or  $2^{4+2a} = 2^0$  or  $4+2a = 0$  or  $2a = -4$  So  $a = -2$

১৮. সমাধান:  $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2 = \frac{3^{2x} - 2^2}{3^x - 2} - 2 = \frac{(3^x)^2 - 2^2}{3^x - 2} - 2 = \frac{(3^x + 2)(3^x - 2)}{3^x - 2} - 2 = 3^x + 2 - 2 = 3^x$

১৯. সমাধান:  $\sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5}} \sqrt{3^6}} = \sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5}} \times 3^{\frac{6}{2}}} = \sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5+3}}} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 3^{-\frac{2}{2}}} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 3^{-1}} = \sqrt[3]{3^{4-1}} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

২০. সমাধান: দেয়া আছে,  $2^a = 3^b$  এবং  $2^{a+2} - 3^{b+1} = 3 \Rightarrow 2^a \times 2^2 - 3^b \times 3^1 = 3$

$$\Rightarrow 3^b \times 4 - 3^b \times 3 = 3 \Rightarrow 3^b (4 - 3) = 3 \Rightarrow 3^b = 3^1 \therefore b = 1$$

২১. সমাধান:  $(64)^{0.2} \times (16)^{0.3} \times (4)^{0.8} = (4^3)^{0.2} \times (4^2)^{0.3} \times (4)^{0.8} = 4^{0.6} \times 4^{0.6} \times 4^{0.8} = 4^{0.6+0.6+0.8} = 4^2 = 16$

২২. সমাধান:  $7^{x-5} + 6 = 7^{x-4} \Rightarrow 7^{x-4} - 7^{x-5} = 6 \Rightarrow 7^x \cdot 7^{-4} - 7^x \cdot 7^{-5} = 6 \Rightarrow 7^x (7^{-4} - 7^{-5}) = 6$

$$\Rightarrow 7^x \left( \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^5} \right) = 6 \Rightarrow 7^x \left( \frac{7-1}{7^5} \right) = 6 \Rightarrow 7^x \left( \frac{6}{7^5} \right) = 6 \Rightarrow 7^x \times 6 = 6 \times 7^5 \Rightarrow 7^x = 7^5 \therefore x = 5$$

২৩. সমাধান:  $\left( \frac{x}{2} \right)^{a+1} = 1$  বা,  $\left( \frac{x}{2} \right)^{a+1} = \left( \frac{x}{2} \right)^0$  বা,  $a+1 = 0 \therefore a = -1$

২৪. সমাধান:  $\frac{3^{3x-4} \cdot a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5} \ (a > 0) \Rightarrow \frac{3^{3x-4}}{3^{x+1}} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$  [সম জাতীয়গুলোকে একপাশে রাখলে হিসেব করা সহজ হবে।]

$$\Rightarrow 3^{3x-4-x-1} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 3^0 \Rightarrow 2x-5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \therefore x = \frac{5}{2}$$

২৫. সমাধান:  $\frac{5^{2x} \cdot b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}$ ,  $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

$$\Rightarrow \frac{5^{2x}}{5^{x+3}} \times b^{x-3} = a^{x-3}$$

$$\Rightarrow 5^{2x-x-3} \times b^{x-3} = a^{x-3}$$
 [এখানে বাম পাশের  $b^{x-3}$  ডান পাশে নিচে আনা যাবে না, তাহলে উপরের শর্ত পূর্ণ হবে না।]

$$\Rightarrow \frac{5^{x-3} \times b^{x-3}}{a^{x-3}} = 1 \Rightarrow \left( \frac{5b}{a} \right)^{x-3} = 1 \Rightarrow \left( \frac{5b}{a} \right)^{x-3} = \left( \frac{5b}{a} \right)^0 \Rightarrow x-3 = 0 \therefore x = 3$$

২৬. সমাধান:  $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$  [শেষের ভগ্নাংশটি দেখে টেনশন করার কিছু নেই কারণ সমাধান করতে ধরলে মিলে যাবে।]

$$\Rightarrow 3^{x+5} = \frac{3 \cdot 3^{x+3} + 8}{3} \Rightarrow 3(3^{x+5}) = (3^x \cdot 3^4) + 8$$
 [আড়াআড়ি গুণ]

$$\Rightarrow 3^x \cdot 3^6 - (3^x \cdot 3^4) = 8 \Rightarrow 3^x \cdot 3^4 (3^2 - 1) = 8 \Rightarrow 3^{x+4} \cdot 8 = 8 \Rightarrow 3^{x+4} = 1 \Rightarrow 3^{x+4} = 3^0 \Rightarrow x+4 = 0 \therefore x = -4$$

২৭. সমাধান:  $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320 \Rightarrow 2^x \cdot 2^3 + 2^x \cdot 2^1 = 320 \Rightarrow 8 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^x = 320 \Rightarrow 2^x(8+2) = 320$

$$\Rightarrow 2^x \cdot 10 = 320 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5 \therefore x = 5 \therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } x = 5$$

২৮. সমাধান:  $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5} \Rightarrow 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}} \Rightarrow \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3} \Rightarrow 3x+15 = 4x+10 \therefore x = 5$

২৯. সমাধান  $2^{x-4} = 4a^{x-6}$  ( $a > 0, a \neq 2$ )  $\Rightarrow \frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6} \Rightarrow 2^{x-6} = a^{x-6}$   
 $\Rightarrow 2^{x-6} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0 \Rightarrow x-6 = 0 \therefore x = 6$  Ans: 6

৩০.

সমাধান:

$4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$	বা, $2^{2x} \cdot 2^4 - 2^{2x} \cdot 2 = 14$	বা, $2^{2x} = 1$
বা, $4^{x+2} - 2^{2x+1} = 14$ [x গুলো একপাশে]	বা, $2^{2x} (16 - 2) = 14$	বা, $2^{2x} = 2^0$
বা, $2^{2x+4} - 2^{2x+1} = 14$	বা, $2^{2x} \cdot 14 = 14$	বা, $2x = 0 \therefore x = 0$

## Model Test

পূর্ণমান: ১৫

সময়: ১৫মিনিট

১.  $(\sqrt{3})^6$  এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ০১]
- a. 9                      b. 18                      c. 27                      d. 81
২.  $x^4 \div x^6 \times x^2$  এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]
- a. 1                      b.  $x^2$                       c. x                      d.  $\frac{1}{x}$
৩.  $\frac{1}{e^{-x}}$  = নিচের কোনটি?
- a.  $e^x$                       b.  $\frac{1}{e^x}$                       c.  $e^{-x}$                       d.  $\frac{1}{e^x}$
৪.  $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$  এর মান কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]
- a. 4                      b. 8                      c.  $\sqrt[4]{8}$                       d.  $\sqrt[8]{4}$
৫.  $2^n \div 2^{n-1} =$  কত? [পরিসংখ্যান ব্যুরোর কম্পিউটার কর্মকর্তা - ১৯৯৫]
- a. 2                      b.  $2^{n+1}$                       c.  $2^n$                       d.  $2^{n-1}$
৬.  $(\sqrt[3]{2^6})^2$  এর মান কত?
- a. 10                      b. 16                      c. 32                      d. 24
৭.  $4^n = 64$  হলে n এর মান কত?
- a. 5                      b. 7                      c. 4                      d. 3
৮.  $\sqrt[4]{x} \times x^{\frac{1}{4}}$  এর মান কত?
- a.  $\sqrt{x}$                       b.  $\frac{1}{\sqrt{x}}$                       c.  $x^{\frac{1}{4}}$                       d.  $x^{\frac{1}{3}}$

৯.  $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$  এর মান নিচের কোনটি?  
 a.  $5^{x+3}$       b.  $5^{x+2}$       c.  $5^{x+1}$       d.  $5^x$
১০. সমাধান করুন:  $2^{x+7} = 4^{x+2}$  [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর উদাহরণ -১)]  
 a. 5      b. 3      c. 6      d. 9
১১. সমাধান করুন:  $2^{2x+1} = 128$  [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)] + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]  
 a. 3      b. 6      c. 8      d. 10
১২.  $3^{x+2} = 81$  হলে  $x =$  কত? (উপজেলা সহকারী শিক্ষা অফিসার-১০) + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]  
 a. 1      b. 2      c. 3      d. 4
১৩.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-3}$  হলে  $x$  এর মান কত হবে?  
 a. 0      b. 1      c. 2      d. 3
১৪.  $\sqrt[12]{a^8 \sqrt{a^6 \sqrt{a^4}}}$   
 a. 0      b. 1      c. a      d. b
১৫.  $2^x = \frac{2^4 \times 8^3 \times 4^2}{2^{10}}$  হলে  $x =$  কত?  
 a. 3      b. 8      c. 4      d. 7

## উত্তরমালা

১.	d	২.	a	৩.	a	৪.	c	৫.	a	৬.	b	৭.	d	৮.	a
৯.	c	১০.	b	১১.	a	১২.	b	১৩.	c	১৪.	c	১৫.	d		

## লিখিত অংশ

১. সমাধান করুন:  $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$  [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^2 + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \text{ [এখানে } 2^x \text{ এর } 2 \text{ কে গুণ করে } 24^x \text{ করলে ভুল হবে।]}$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 8 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^x + 32 = 0 \text{ [উৎপাদকের নিয়মে ভাগতে হবে } (2^x = a \text{ এর মত মনে করুন,)]}$$

$$\Rightarrow 2^x(2^x - 8) - 4(2^x - 8) = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 8)(2^x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow 2^x - 8 = 0 \quad \text{অথবা, } 2^x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^3 \quad \text{বা, } 2^x = 2^2$$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore x = 2 \quad \therefore \text{নির্ণয় সমাধান } x=2 \text{ অথবা } x=3$$

Ans: (2, 3)

নিজে করুন:

২.  $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} = -32$  [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ১২ নম্বর প্রশ্ন হুবহু) ]

Ans:  $x = (2, 3)$

৩.  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$  হলে  $x$  এর মান কত? [৩৭তম বিসিএস লিখিত]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.১ এর ২১ নং প্রশ্ন হুবহু] + [বিদ্যাৎ, জালালি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]

সমাধান:  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

$$\Rightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+1} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x-1} \Rightarrow (3)^{\frac{x+1}{2}} = (3)^{\frac{2x-1}{3}} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3} \Rightarrow 4x-2 = 3x+3 \therefore x = 5$$

৪.  $(x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a} =$  কত? [৩১তম বিসিএস লিখিত]

Ans: 1

সমাধান:  $(x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a} = x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times x^{c^2-a^2} = x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2} = x^0 = 1$

৫.  $\frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$  এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১) ]

সমাধান: (উপরে মাঝখানে (-) আছে তাই (-) এর দু পাশে আলাদা ভাবে কাজ করতে হবে)

$$= \frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2} = \frac{2^x \cdot 2^4 - 2^{2+x+1}}{2^x \cdot 2^2 \div 2} = \frac{2^x \cdot 2^4 - 2^{3+x}}{2^x \cdot 2^{2-1}} = \frac{2^x (2^4 - 2^3)}{2^x \cdot 2} = \frac{16-8}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{Ans: 4}$$

৬.  $\frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$  এর মান কত?

সমাধান:  $\frac{3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}}{2^n - \frac{2^n}{2}} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^{2+(n-2)}}{2^n \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^n}{2^n \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2^n (3-1)}{2^n \cdot \frac{1}{2}} = 2 \times 2 = 4$

৭.  $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$  [১৭তম বিসিএস]

সমাধান:  $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}} = \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{(m-1)(m+1)}} = 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1}$   
 $= 3^{m+1-m^2+m-(2m+2-m^2+1)} = 3^{2m-m^2+1-2m-2+m^2-1} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Ans:  $\frac{1}{9}$

Khairul's Basic Math বইয়ের টপিক ভিত্তিক ভিডিও পেতে

আমাদের ফেসবুক পেজ ও Youtube চ্যানেল: Khairul's Math এর সাথে সংযুক্ত থাকুন

## লগারিদম

সর্বপ্রথম স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়ার' (1550-1617) লগারিদম আবিষ্কার করেন।

### লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের:

ক) ষাভাবিক লগারিদম: ষাভাবিক লগের ভিত্তি থাকে  $e$ । যেমন:  $\log_e^x$ ।  $\log_e$  কে  $\ln$  লেখা যায়।  $\therefore \log_e^x = \ln x$ ।

খ) সাধারণ লগারিদম: সাধারণ লগের ভিত্তি থাকে  $10$ । যেমন:  $\log_{10}^x$ ।

যেমন, যদি  $a^x = N$  হয় তবে  $x$  কে  $N$  এর  $a$  ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়।

লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়:  $\log_a N = x$

$a^x = N$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) হলে,  $x = \log_a N$  কে  $N$  এর  $a$  ভিত্তিক লগ বলা হয়, যেখানে  $N > 0$

অর্থাৎ ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য, ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই

### লগারিদম এর বিভিন্ন শর্ত:

(i) যদি  $x > 0$ ,  $y > 0$  এবং  $a \neq 1$  হয় তবে,  $x = y$  হবে যদি এবং কেবল যদি  $\log_a^x = \log_a^y$

(ii) যদি  $a > 1$  এবং  $x > 1$  হয় তবে  $\log_a^x > 0$

(iii) যদি  $0 < a < 1$  এবং  $0 < x < 1$  হয় তবে  $\log_a^x > 0$

(iv) যদি  $a > 1$  এবং  $0 < x < 1$  হয় তবে  $\log_a^x < 0$

**Note:** সূচক এবং লগারিদম অধ্যায় দুটি বিসিএস সহ যে কোন পরীক্ষার জন্য অনেক বেশি গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যায় দুটির প্রশ্নগুলো সমাধানের টেকনিক খুব বেশি নাই। বরং সূত্রগুলো ভালোভাবে বুঝে প্রশ্ন অনুসারে সমাধান করতে হবে। এক্ষেত্রে প্রচুর নতুন নতুন অংক প্রাকটিস করা জরুরী। ঠিক এই কাজটি করার জন্য আমরা সবথেকে বেশি ম্যাথ সংযোজন করেছি। এক্ষেত্রে বইয়ের পরিধি যেনো বেশি বড় হয়ে না যায় তাই সমাধানগুলো পাশাপাশি দেয়া হয়েছে। আশা করি মোটের উপর সবার উপকারই হবে।

## এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত সূত্রাবলী

অনেক পরীক্ষায় শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$\log a + \log b + \log c = \log(abc)$	$\log$ কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ	$\log 1 + \log 2 + \log 3 = \log(1 \times 2 \times 3)$
০২.	$\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$	$\log$ কমন নেয়ার সময়, বিয়োগ থাকলে ভাগ হয়, এবং প্রথমটি উপরে বসে	$\log 5 - \log 3 = \log \frac{5}{3}$
০৩.	$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$	গুণ থাকলে যোগ করতে হয়	$\log_6^{(7 \times 8)} = \log_6^7 + \log_6^8$
০৪.	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$	ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়	$\log_6^{\frac{8}{7}} = \log_6 8 - \log_6 7$
০৫.	$\log_a M^n = n \log_a M$	ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি ও ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি গুরুত্ব বসে	$\log_x 10^5 = 5 \log_x 10$
০৬.	$\log_a 1 = 0$	যে কোন ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়	$\log_{10} 1 = 0$

০৭.	$\log_a a = 1$	ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়।	$\log_{10} 10 = 1$
০৮.	$\log_a a^n = n$	কখনো $\log$ এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে তাই উত্তরে লিখতে হয়	$\log_x x^4 = 4$
০৯.	$\log_a y = x$ হলে $a^x = y$	কোন পাওয়ার = কোন মান দেয়া থাকলে $\log$ তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায় অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন: $\log_x 4 = 2$ হলে $x^2 = 4$	$\log_5 y = 3$ হলে $y = 5^3 = 125$
১০.	$a^{\log_a b} = b$ (৪৩বিসিএস)	যে কোন ভিত্তির Power এ 'লগ' থাকলে $\log$ এর বেস মিলে গেলে ভিত্তি সহ $\log$ উঠে যায়।	$2^{\log_2 4} = 4$ ; $4^{\log_4 6} = 6$
১১.	$\log_a b^{a^y} = \frac{y}{b}$	বেস a এবং লগ একই হলে নিচের a এর পাওয়ার ভগ্নাংশের নিচে, অন্য a এর পাওয়ার উপরে বসে $\frac{y}{b}$ হয়	$\log_a 3^{a^2} = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}$
১২.	$\log_b x^{a^y} = \frac{y}{x} \log_b a$	বেস a এবং লগ একই না হয়ে ভিন্ন হলে ভগ্নাংশ মানের সাথে $\log$ থেকে যাবে।	$\log_{(3^5)} (2^3) = \frac{3}{5} \log_3 2$
১৩.	$\log_a b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{1}{\log_b a}$	বেস পরিবর্তনের সূত্র	$\log_5 6 = \frac{\log 6}{\log 5} = \frac{1}{\log_6 5}$

### পদ্ধতি-০১: Log- সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

- কোন শর্তে  $\log_a 1 = 0$  [৪০তম বিসিএস প্রিলি|৯ম-১০ম শ্রেণীর উচ্চতর গণিত- লগারিদম অধ্যায়ের গুরু আলোচনা]  
 a.  $a > 0, a \neq 1$       b.  $a \neq 0, a > 1$       c.  $a > 0, a = 1$       d.  $a \neq 1, a < 0$       **Ans: a**  
 সমাধান:  
 $\log_a 1 = 0$  হবে যখন  $a > 0, a \neq 1$ . অর্থাৎ a এর মান 1 বাদে 0 এর থেকে বড় যে কোন সংখ্যা হতে পারে।
- কোন শর্তে  $\log_a a = 1$  হবে? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭/ন/তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তরের (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]  
 a.  $a > 0$       b.  $a \neq 1$       c.  $a > 0, a \neq 1$       d.  $a \neq 0, a > 2$       **Ans: c**  
 সমাধান:  
 যদি নিধান ( $a \neq 1$ ) ও সংখ্যা উভয়ই ধনাত্মক ও সমান হয়, তবে সংখ্যাটির লগারিদমের মান 1 হবে; অর্থাৎ  $\log_a a = 1$
- $a^x = y$  হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [১০ম ও ১৪তম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন -২০১৭]  
 a.  $y = \log_x a$       b.  $x = \log_a y$       c.  $a = \log_x y$       d.  $x = \log_y a$       **Ans: b**  
 সমাধান:  
 $a^x = y \Rightarrow \log_a a^x = \log_a y$  [ $\log_a$  দিয়ে গুণ করে]  $\Rightarrow x \log_a a = \log_a y \Rightarrow x \times 1 = \log_a y \therefore x = \log_a y$
- একটি সংখ্যাকে  $a \times 10^n$  আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি? [৯ম-১০ম অনু: ৪.৩ এর প্রশ্ন ৫]  
 a.  $1 < a < 10$       b.  $1 \leq a \leq 10$       c.  $1 \leq a < 10$       d.  $1 < a \leq 10$       **Ans: c**



## Ln সংক্রান্ত সমস্যা:

5.  $\ln x$  এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা-২০১৯]

- a.  $x \geq 0$                       b.  $x > 0$                       c.  $x < 0$                       d.  $x \leq 0$

Ans: b

সমাধান:  $\ln x$  এর ক্ষেত্রে  $x \leq 0$  হলে  $x$  এর বাস্তব মান পাওয়া যায় না। আবার,  $\ln x$  এর মান ঋণাত্মক হয় না।  
সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে সঠিক উত্তর হবে  $x > 0$ ।

6.  $\log_e^1 = x$  হলে  $x$  এর মান কত?

সমাধান:  $\log_e^1 = x \Rightarrow \ln 1 = x \quad \therefore x = 0 \quad [\because \ln 1 = 0]$

7.  $\ln(e^{12}) = x$  হলে  $x = ?$

সমাধান:  $\ln(e^{12}) = x \Rightarrow 12 \ln e = x \Rightarrow 12 \times 1 = x \quad \therefore x = 12 \quad [\because \ln e = 1]$

8.  $\frac{\ln x}{x-1}$  এর মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিচের কোন শর্তটি প্রযোজ্য? [১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা: (স্কুল/ সমপর্যায়)-২০১৯]

- a.  $x > 0$  এবং  $x \neq 1$                       b.  $x \geq 0$  এবং  $x \neq 1$                       c.  $x > 0$  অথবা  $x \neq 1$                       d.  $x \geq 0$  অথবা  $x \neq 1$

Ans: a

সমাধান:  $\ln x$  -এর শর্ত হলো  $x > 0$  [ $x$  এর মান শূন্য থেকে বড় হবে অর্থাৎ ঋণাত্মক হবে না]

আবার যে কোন ভগ্নাংশের হর যেহেতু শূন্য হতে পারে না। এজন্য দুটি শর্তই পূরণ করতে হবে।

**পদ্ধতি-০২: Log- এর যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগ**

9.  $\log_3 + \log_4 = ?$

- a.  $\log_2$                       b.  $\log_4$                       c.  $\log_6$                       d.  $\log_{12}$                       Ans: d

সমাধান:  $\log_3 + \log_4 = \log(3 \times 4) = \log_{12}$

10.  $3\log_2 + \log_5 = ?$

- a.  $\log_{20}$                       b.  $\log_{40}$                       c.  $\log_{60}$                       d.  $\log_{12}$                       Ans: b

সমাধান:  $\log_2^3 + \log_5 = \log_8 + \log_5 = \log(8 \times 5) = \log_{40}$

11.  $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = ?$  [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-১৬]

- a.  $\log_a 12$                       b.  $\log_a 1$                       c.  $\log_a 64$                       d.  $\log_a 32$                       Ans: c

সমাধান:  $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = \log_a(2 \times 4 \times 8) = \log_a 64$

12.  $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = ?$  [পোস্ট মাস্টার-২০১০]

- a.  $\log_a 10$                       b.  $\log_a 40$                       c.  $\log_a 49$                       d.  $\log_a 35$                       Ans: c

সমাধান:  $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = \log_a(7 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}) = \log_a 49$

13.  $\log_2 64 + \log_2 8$  এর মান কত? [জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৬]

- a. 128                      b. 7                      c. 9                      d. 2                      Ans: c

সমাধান:  $\log_2 64 + \log_2 8 = \log_2 2^6 + \log_2 2^3 = 6 \log_2 2 + 3 \log_2 2 = 6 + 3 = 9$

14.  $4\log_3 - \log_9 =$  কত? [খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ)-২০২১]

- a.  $\log_9$                       b.  $\log_2$                       c.  $\log_3$                       d.  $\log_4$                       Ans: a

সমাধান:  $4\log_3 - \log_9 = 4\log_3 - \log_3^2 = 4\log_3 - 2\log_3 = 2\log_3 = \log_3^2 = \log_9$

15.  $5\log_3 - \log_9 =$  কত? [১২ তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৫]

- a.  $\log_8$                       b.  $\log_{27}$                       c.  $\log_5$                       d.  $\log_{10}$                       Ans: b

সমাধান:  $5\log_3 - \log_9 = 5\log_3 - \log_3^2 = 5\log_3 - 2\log_3 = 3\log_3 = \log_3^3 = \log_{27}$

16.  $5\log_5 - \log_5^{25} =$  কত?

- a. 7                      b. -7                      c. 5                      d. 3                      [Hints: 5-2 = 3]                      Ans: d



25.  $\log_2 \frac{1}{8}$  এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. 3                      b.  $\frac{1}{2}$                       c. 2                      d. 3                      Ans: a

26.  $32$  এর  $2$  ভিত্তিক লগারিদম কত? (১৩তম বিসিএস)

- a. 7                      b. -7                      c. 5                      d. 3                      Ans: c

সমাধান:

$$\text{Log}_2 32 \text{ (32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত বলতে বোঝায় Log এর 2 ভিত্তির উপর 32 বসালে তার মান কত হবে)}$$

$$= \text{Log}_2 2^5 = 5 \text{ Ans: 5}$$

27.  $64$  এর  $2$  ভিত্তিক লগারিদম কত? (কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক পরীক্ষা-০৭)

- a. 7                      b. 6                      c. 5                      d. 3                      Ans: b

28.  $\text{Log}_5 \sqrt[3]{5} =$  কত?

- a.  $\frac{1}{3}$                       b.  $\frac{1}{5}$                       c.  $\frac{3}{5}$                       d.  $\frac{5}{3}$                       Ans: a

সমাধান: নিচের 5 কে ঠিক রেখে উপরের  $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

29.  $5\sqrt{5}$  এর  $5$  ভিত্তিক লগ কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর উদাহরণ ৭ এর (ক)] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অর্গা)-২০২১]

- a.  $\frac{3}{2}$                       b.  $\frac{2}{3}$                       c. 1                      d. 5                      Ans: a

$$\text{সমাধান: } 5\sqrt{5} \text{ এর 5 ভিত্তিক লগ} = \log_5 (5\sqrt{5}) = \log_5 5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{1+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_5 5 = \frac{3}{2}$$

30.  $25\sqrt{5}$  এর  $5$  ভিত্তিক লগ কত? [১৪তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৭]

- a.  $\frac{5}{2}$                       b.  $\frac{1}{2}$                       c.  $\frac{125}{2}$                       d.  $\frac{25}{2}$                       Ans: a

31.  $\log_{2.5} 6.25 =$  কত? [বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]

- a. 1                      b. 2                      c. 3                      d. 4                      Ans: b

সমাধান:  $\log_{2.5} 6.25 = \log_{2.5} (2.5)^2 = 2 \log_{2.5} 2.5 = 2 \times 1 = 2$

32.  $\log_5^{125} + \log_2^8 =$  কত? [নন-ক্যাডার পরীক্ষা- সহকারী প্রোগ্রামার-২০১৭]

- a. 2                      b. 8                      c. 4                      d. 6                      Ans: d

সমাধান:  $\log_5^{125} + \log_2^8 = \log_5 5^3 + \log_2 2^3 = 3 \log_5 5 + 3 \log_2 2 = (3 \times 1) + (3 \times 1) = 3 + 3 = 6$

33.  $\text{Log}_4 2 =$  কত?

- a. -3                      b.  $\frac{1}{2}$                       c. 2                      d. 3                      Ans: b

$$\text{সমাধান } \text{Log}_4 2 = \log_4 \sqrt{4} = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \log_4 4 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

সে Note: এখানে নিচের ভিত্তিমূলকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাই উপরের ভিত্তি ২ কে ভিত্তিমূলের সাথে মেলানোর জন্য যা করা দরকার তাই করতে হবে। আমার জানি  $\sqrt{4} = 2$  সুতরাং আমরা ২ কে ৪ বানানোর জন্য লিখতে পারি  $2 = \sqrt{4}$

বিকল্প সমাধান : গুরুত্ব ১১ নম্বর সূত্রানুসারে,  $\log_4 2 = \log_2 2^{1/2} = \frac{1}{2}$  [নিচের পাওয়ার নিচে উপরের পাওয়ার উপরে]

34.  $\log_8 2 =$  কত? [প্রাথমিক সহঃ শিক্ষক(৪র্থ ধাপ)-২০১৯]

- a. 1                      b.  $\frac{1}{2}$                       c.  $\frac{2}{3}$                       d.  $\frac{1}{3}$                       Ans: d

35.  $\log_{\sqrt{2}} 16 =$  কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]

- a. 9                      b. 8                      c. 6                      d. 4                      Ans: b

সমাধান:  $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\sqrt{2}} 2^4 = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^8 = 8$  বিকল্প সমাধান:  $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2}} 2^4 = \frac{4}{1/2} = 8$

36.  $\log_{\sqrt{3}} 81$  এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]

- a. 8                      b. 6                      c. 5                      d. 4                      Ans: a

37.  $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 =$  কত? [৪১ তম বিসিএস প্রিলি]

- a. -2                      b. -1                      c. 1                      d. 2                      Ans: d

সমাধান:  $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = \log_2 \log_{\sqrt{e}} (\sqrt{e})^4 = \log_2 4.1 = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2$

38.  $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a = ?$  [উচ্চতর গণিত-৯, ২ এর ৬ (গ)]

সমাধান:  $\log_{\frac{1}{a^2}} b \times \log_{\frac{1}{b^2}} c \times \log_{\frac{1}{c^2}} a = 2 \times \log_a b \times 2 \log_b c \times 2 \log_c a = 8 \times \log_a b \times \log_b a = 8 \times 1 = 8$

39.  $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = ?$

- a.  $\frac{1}{9}$                       b.  $\frac{1}{7}$                       c.  $\frac{1}{27}$                       d.  $\frac{1}{2}$                       Ans: c

সমাধান:  $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = \frac{1}{3} \log_b a \times \frac{1}{3} \log_c b \times \frac{1}{3} \log_a c = \frac{1}{27} \times \log_b a \times \log_a b = \frac{1}{27} \times 1 = \frac{1}{27}$

40.  $\text{Log}_6 \sqrt{6} =$  কত?

সমাধান: এখানে ভিত্তিমূল 6 এর উপরে 6 এবং  $\sqrt{6}$  সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় আছে। তাই

$$\begin{aligned} \text{Log}_6 \sqrt{6} &= \text{Log}_6 6 \times 6^{\frac{1}{2}} \quad (\text{এখানে নিচের ভিত্তিমূলের কোন কাজ করা যাবে না। শুধু উপরের অংশ নিয়ে কাজ করতে হবে।}) \\ &= \text{Log}_6 6^{1+\frac{1}{2}} \quad (\text{এখানে 6 এবং 6 দুটি ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় থাকায় পাওয়ার যোগ}) \\ &= \text{Log}_6 6^{\frac{2+1}{2}} = \text{Log}_6 6^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \quad (\text{ভিত্তি ও ভিত্তিমূল মিলে যাওয়ায় শুধু পাওয়ার রেখে সব বাদ দেয়া হয়েছে।}) \end{aligned}$$

41.  $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$  কত? [নন-ক্যাডার(মেইনটেন্যান্স ইঞ্জি)-২০১৭ + বিভিন্ন অধিদপ্তরের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]

- a.  $\log_5$                       b. 1                      c.  $\log_2^2$                       d.  $3 \log_2$                       Ans: b

সমাধান:  $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} = \log_2 \left( \sqrt{6 \times \frac{2}{3}} \right) = \log_2 \sqrt{2 \times 2} = \log_2 2 = 1$



52.  $\log_x \frac{1}{9} = -2$  হলে,  $x$ -এর মান কত? (বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১) + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]

- a. 3                      b. 2                      c.  $\frac{1}{3}$                       d.  $-\frac{1}{3}$                       Ans. a

সমাধান:  $\log_x \frac{1}{9} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{9} \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{3^2} \Rightarrow x^{-2} = 3^{-2} \therefore x = 3$

53. What is the value of  $x$  in the equation  $\log_x \frac{1}{81} = 4$  [BEPZA (AD)-2021]

- a. 2                      b.  $\frac{1}{2}$                       c. 3                      d.  $\frac{1}{3}$                       Ans: d

54.  $\text{Log}_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$  হলে  $x =$  কত? (৩৮তম বিসিএস প্রিলি) + (বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪.২ অধ্যায় ২ নং এর গ সদৃশ।)

- a. 2                      b.  $\sqrt{2}$                       c.  $2\sqrt{2}$                       d. 4                      Ans. c

সমাধান:  $\text{Log}_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{4 \times 2} \therefore x = 2\sqrt{2}$

55.  $\log_x \frac{1}{16} = -2$  হলে  $x$  এর মান কত? [১২তম বেসরকারি স্কুল নিবন্ধন পরীক্ষা- ১৫] + (৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ২ গ)

- a. 2                      b. 3                      c. 4                      d. 5                      Ans. c

সমাধান:  $\log_x \frac{1}{16} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{16} \Rightarrow x^{-2} = 4^{-2} \therefore x = 4$

56. যদি  $\log_x 2^{\frac{9}{16}} = -\frac{1}{2}$  হয়, তাহলে ভিত্তির মান কত? [Combined 5 banks (off): -2018]

- a.  $\frac{16}{9}$                       b.  $\frac{9}{16}$                       c.  $\frac{256}{81}$                       d.  $\frac{81}{256}$                       Ans. c

সমাধান:  $\log_x 2^{\frac{9}{16}} = -\frac{1}{2}$

$\therefore (x^{\frac{1}{2}})^{-2} = \frac{9}{16} \Rightarrow x^{-1} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{9}{16} \Rightarrow 9x = 16 \therefore x = \frac{16}{9}$

কিছু প্রশ্নে বেস  $\log_x^2$  এর মান বের করতে বলায়  $x^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \therefore \text{base } (x^2) = \frac{256}{81}$

57.  $\frac{1}{5} \log_x (2187\sqrt{3}) = 1$  হলে  $x$  এর মান কত? [১৫তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-স্কুল/সমপর্যায় -২০১৯]

- a.  $3\sqrt{3}$                       b. 3                      c.  $\sqrt{3}$                       d.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       Ans. a

সমাধান:  $\frac{1}{5} \log_x (2187\sqrt{3}) = 1$

$\Rightarrow \log_x (2187\sqrt{3}) = 5 \Rightarrow x^5 = 2187\sqrt{3} \Rightarrow x^5 = (3\sqrt{3})^5 \therefore x = 3\sqrt{3}$







## Practice Part

1. 400 এর লগ 4 হলে লগের ভিত্তি কত? [৯ম-১০ম অনু: ৪.২ এর উদা: ৭+|জন প্রশাসন মন্ত্র: অধীনে: পিএসসির সহ: পরি:-২০১৬]

2. সমাধান করুন:  $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$  [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর সহ: পরিচালক-২০১৩]

3.  $\log_{\sqrt{2}} 16\sqrt{2}$  এর মান কত?

4.  $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$  [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর ১ এর উ]

5.  $\log_2 \frac{1}{64}$  এর মান কত? [ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

6.  $\log_{\sqrt{x}} \sqrt{x^3 - 2x + 4} = 3$  হলে x এর মান কত?

$$\Rightarrow x^3 - 2x + 4 = x^3 \Rightarrow -2x + 4 = -4 \therefore x = 2$$

7.  $\log_x 2^{25} = 1$  হলে x এর মান কত?

8.  $\log_2 x^2 = 4$  হলে x এর মান কত?

9.  $\log_{18} \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$  হলে n এর মান কত?

10.  $\log_2 (\log_3 x) = 3$  হলে x এর মান কত?

11.  $\log_b (x-3) = \log_5 \sqrt{x+3}$  হলে x = ?

12.  $\log x + \log(10x) = 3$  হলে x = ?

13.  $\log_5 \frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5 y}$  হলে y = ?

14.  $\log_3 x \times \log_2 x \times \log_3 x = 0$  হলে, x = ?

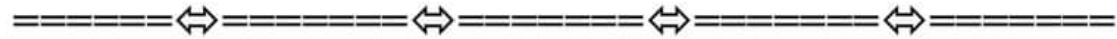
15.  $\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$  হলে, x এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী ( উচ্চতর গণিত- অনু: ৯.২ এর উদাহরণ: ২৩(ক)]

16.  $\log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$  [উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ২৩(খ)]

17.  $\log 1 + \log 21 + \log 331 + \dots$  ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত? [নির্বাচন কমিশন সচি: ক্রম: ২০০৬]

18.  $\log_5 10^x + \log_x 10^5 = 50$  হলে x এর মান কত?

19. যদি  $\log(x-2) = \log x - \log 2$  হলে x = ?



## বিস্তারিত সমাধান

1. **Solution:** ধরি, ভিত্তি a,

$$\text{প্রশ্নমতে, } \log_a 400 = 4 \therefore a^4 = 400 \text{ বা, } a^4 = (20)^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4 \therefore a = 2\sqrt{5}$$

2. **Solution:**  $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$  বা,  $a^{\frac{1}{6}} = \sqrt{2}$ , বা,  $a^{\frac{1}{3 \cdot 2}} = 2^{\frac{1}{2}}$  বা,  $a^{\frac{1}{3}} = 2$  বা,  $a = 2^3 \therefore a = 8$  Ans: 8

3. Solution:  $\log_{\sqrt{2}} 16^{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} 2^{4 \times \sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^{8 \times \sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^9 = 9$

4. Solution:  $\log_5 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6}$

5. সমাধান:  $\log_2 \frac{1}{64} = \log_2 2^{-6} = \log_2 2^{-6} = -6 \times \log_2 2 = -6 \times 1 = -6$

6. Solution:  $\log_{\sqrt{x}} \sqrt{x^3 - 2x + 4} = 3 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 2x + 4} = (\sqrt{x})^3 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 2x + 4} = \sqrt{x^3}$

7. Solution:  $\log_x 2^{25} = 1 \Rightarrow 25 = (x^2)^1 \Rightarrow 25 = x^2 \therefore x = 5$

8. Solution:  $\log_2 x^2 = 4 \Rightarrow 2^4 = x^2 \Rightarrow x^2 = 16 \therefore x = 4$

9. Solution:  $\log_{18} \frac{n}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n}{3} = (18)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{18}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{9 \times 2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \therefore n = \frac{1}{\sqrt{2}}$

10. Solution:  $\log_2 (\log_3 x) = 3 \Rightarrow \log_3 x = 2^3 \Rightarrow \log_3 x = 8 \therefore x = 3^8$

11. Solution:  $\log_5^{(x-3)} = \log_5^{(\sqrt{x+3})} \Rightarrow (x-3) = \sqrt{x+3} \Rightarrow (x-3)^2 = (x+3)$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x + 3 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - x + 6 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-1) = 0$

$\therefore x = 6$  or  $x = 1$  কিন্তু  $x = 1$  গ্রহণযোগ্য নয় কারণ তখন  $x-3 = 1-3 = -2$  ঋণাত্মক হয়ে যাবে।  $\therefore x = 6$

12. Solution:  $\log x + \log(10x) = 3 \Rightarrow \log 10x^2 = 3 \Rightarrow 10x^2 = 10^3$  [log এর বেস 10 ধরে]  
 $\Rightarrow 10x^2 = 1000 \Rightarrow x^2 = 100 \therefore x = 10$

13. Solution:  $\log_5 \frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \log_5 \sqrt{y} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \frac{1}{2} \log_5 y = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow (\log_5 y)^2 = 4 \therefore \log_5 y = \pm 2$

$\therefore$  মানটি (+) হলে,  $\log_5 y = 2 \Rightarrow y = 5^2 = 25$

এবং মানটি (-) হলে,  $\log_5 y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \therefore y = 25$  or  $\frac{1}{25}$

14. সমাধান:  $\log_3 \times \log_2 \times \log_3 x = 0$

$\Rightarrow \log_3 [\log_2 (\log_3 x)] = 0$  [একটা একটা করে log বাদ দেয়ার জন্য সূত্রে ফেলতে হবে]

$\therefore \log_2 (\log_3 x) = 3^0 \Rightarrow \log_2 (\log_3 x) = 1 \therefore \log_3 x = 2^1 \Rightarrow \log_3 x = 2 \therefore x = 3^2 = 9$

15. সমাধান:

$\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = (\sqrt{8})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2^{\frac{3 \times 10}{2}})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2)^{\frac{3 \times 10}{2} \times \frac{10}{3}} \Rightarrow x = 2^{50} \therefore x = 32$

16. সমাধান: যেহেতু  $\log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$

$\therefore 98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36} = 10^2 = 100$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 12x + 36} = 2 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 4 \Rightarrow (x-4)(x-8) = 0 \therefore x = 4$  বা  $x = 8$

17. Solution:  $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots + 10$  টি পদ

$= \log 11^1 + \log 11^2 + \log 11^3 + \dots + \log 11^{10}$

$= 1 \log 11 + 2 \log 11 + 3 \log 11 + \dots + 10 \log 11$

$= (1+2+3+\dots+10) \log 11 = \frac{10(10+1)}{2} \log 11 = 55 \log 11$  (Ans)





এখন,  $\log a^{q+r} + \log b^{r+p} + \log c^{p+q} = kq^2 - kr^2 + kr^2 - kp^2 + kp^2 - kq^2$

$\Rightarrow \log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = 0$

$\Rightarrow \log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = \log 1 \quad [\because \log 1 = 0] \therefore a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q} = 1$  (প্রমাণিত)

3. সরল করুন :  $3\log \frac{36}{25} + \log\left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2\log \frac{16}{125}$  (সমাজ কল্যাণ সংগঠক-০৭) {Ans: log2}

সমাধান:  $3\log\left(\frac{36}{25}\right) + \log\left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2\log \frac{16}{125}$  (বাম পাশের সংখ্যাগুলোকে পাওয়ার হিসেবে লেখা হয়েছে)

$= \log\left(\frac{4 \times 9}{5^2}\right)^3 + \log\left(\frac{2}{3^2}\right)^3 - \log\left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2$

$= \log\left(\frac{2^2 \times 3^2}{5^2}\right)^3 + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6}$

$= \log \frac{2^6 \times 3^6}{5^6} + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6}$

$= \log\left(\frac{2^6 \times 3^6}{5^6} \times \frac{2^3}{3^6} \times \frac{5^6}{2^8}\right)$  (log কমন নিলে +টি x ও -টি ÷ হয়ে যায়। ÷ কে x করে শেষের ভগ্নাংশটি উল্টানো হয়েছে)

$= \log \frac{2^9}{2^8}$  (সবগুলো কাটাকাটি করে অবশিষ্টাংশ লেখা হয়েছে)

$= \log 2^{9-8}$  (ভাগ থাকলে পাওয়ার বিয়োগ করতে হয়) = log2

Ans. log2

4.  $\log_7(\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$  (৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর ৪))

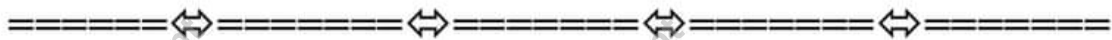
সমাধান:

$\log_7(\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2 = \log_7 7^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} - \log_3 3^{\frac{1}{3}} + \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \log_7 7^{\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4$   
 $= \frac{7}{10} \log_7 7 - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{7}{10} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{21-10+15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$  Ans.  $\frac{13}{15}$

5.  $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$  (৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর উদাহরণ-১০:))

সমাধান:  $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2} = \frac{\log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10} (10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} \frac{12}{10}}$

$= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} (10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} (3 \times 2^2) - \log_{10} 10} = \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} (3 \times 2^2) - \log_{10} 10} = \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1} = \frac{3}{2}$



## বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	মুখে মুখে মান নির্ণয়	পদ্ধতি-০৬	তিনটি রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	বর্গের সূত্রের প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৭	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৪	পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী	পদ্ধতি-০৮	বিবিধ প্রশ্ন
<b>Practice Part</b>		<b>Model Test</b>	
বীজগাণিতিক সূত্রাবলী উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

### 📖 বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

<p>📌 বর্গ এর সূত্রাবলী:-</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2</math> <math>= (a-b)^2 + 4ab</math></li> <li>2. <math>(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2</math> <math>= (a+b)^2 - 4ab</math></li> <li>3. <math>a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab</math> <math>= (a-b)^2 + 2ab</math></li> <li>4. <math>2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2</math></li> <li>5. <math>a^2-b^2 = (a+b)(a-b)</math></li> <li>6. <math>4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2</math></li> <li>7. <math>ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>8. <math>(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)</math> অথবা, <math>a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)</math> অথবা, <math>2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)</math></li> <li>9. <math>(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab</math></li> </ol> <p>📌 ঘন এর সূত্রাবলী:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>10. <math>(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3</math> <math>= a^3+b^3+3ab(a+b)</math></li> <li>11. <math>(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3</math> <math>= a^3-b^3-3ab(a-b)</math></li> <li>12. <math>a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)</math> <math>= (a+b)(a^2-ab+b^2)</math></li> <li>13. <math>a^3-b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)</math> <math>= (a-b)(a^2+ab+b^2)</math></li> </ol>
--	--

### পদ্ধতি-০১: সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন

১.  $(a+b)^2 = ?$  [এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]
 

a. $a^2 + 2ab + b^2$	b. $a^2 - 2ab + b^2$	c. $a^2 + 2ab - b^2$	d. $a^2 - 2ab - b^2$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

 Ans: a
২.  $(a-b)^2 = ?$  [এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]
 

a. $a^2 - 2ab - b^2$	b. $a^2 - 2ab + b^2$	c. $a^2 + 2ab - b^2$	d. $a^2 + 2ab + b^2$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

 Ans: b
৩.  $a^2 - b^2 = ?$  [বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]
 

a. $(a+b)(a-b)$	b. $(a+b)(a^2+b^2)$	c. $(a+b)(a+b)$	d. $a^2-2ab+b^2$
-----------------	---------------------	-----------------	------------------

 Ans: a
৪.  $4ab$  এর মান কোনটি? [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]
 

a. $(a+b)^2 - (a-b)^2$	b. $(a+b)^2 + (a-b)^2$	c. $(a-b)^2 + (a-b)^2$	d. $(a+b)^2 + (a+b)^2$
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

 Ans: a
৫.  $2(a^2 + b^2) =$  কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]
 

a. $(a+b)^2 - 2ab$	b. $(a+b)^2 + (a-b)^2$	c. $(a-b)^2 + 2ab$	d. $(a+b)^2 - 4ab$
--------------------	------------------------	--------------------	--------------------

 Ans: b

## পদ্ধতি-০২: মুখে মুখে মান নির্ণয়

এই নিয়মটির গুরুত্ব বোঝার জন্য নিচের সমাধান করে দেয়া অংক দুটি আগে ভালভাবে পড়ুন:

৬.  $x-y = 2$  এবং  $xy = 24$  হলে,  $x$ -এর ধনাত্মক মানটি- [৩৫তম বিসিএস]

a. 3

b. 4

c. 5

d. 6

Ans: d

সমাধান:

দেয়া আছে,  $x-y = 2$

বা,  $(x-y)^2 = 2^2$  (উভয় পক্ষকে বর্গ করে)

বা,  $(x-y)^2 = 4$

বা,  $(x+y)^2 - 4xy = 4$

বা,  $(x+y)^2 - 4 \times 24 = 4$  ( $\because xy=24$ )

বা,  $(x+y)^2 - 96 = 4$

বা,  $(x+y)^2 = 100$

বা,  $(x+y) = \sqrt{100}$

বা,  $(x+y) = \pm 10$

$(x+y) = 10$  (ধনাত্মক মান ধরে)

এখন,  $x+y = 10$

এবং  $x-y = 2$

$2x = 12$  বা,  $x = 6$   $\therefore x = 6$  Ans: 6 এভাবে করলে অনেক বেশি সময় লাগবে।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

যদি কখনো বড় সংখ্যা আসে তাহলে এভাবে ভাগতে পারেন

**Attention:** যেকোনো চাকুরীর পরীক্ষায় এই নিয়মের দু'একটি করে অংক প্রায়ই আসে। এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো খুব ভালোভাবে বুঝে বুঝে করলে কয়েক সেকেন্ডেই এ ধরনের শত শত অংক খাতা - কলম এমনকি সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করতে পারবেন।

এই নিয়মটি মুখে মুখে আর লিখে করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করুন

$x-y = 2$  অর্থ  $x$ -এর মান বড়।

আবার  $xy = 24$  অর্থাৎ  $x$  ও  $y$  গুণ করে 24 হবে এবং  $x$  থেকে  $y$  বিয়োগ করলে 2 হবে।

তাহলে  $8 \times 3 = 24$  হতে পারে, কিন্তু  $8-3 = 5$  হয় না।

আবার,  $6 \times 4 = 24$  এবং  $6-4 = 2$  (মিলে গেছে!!) উত্তর 6 (প্রাকটিস করলে সরাসরি সঠিকটিই মাথায় আসবে)

৭.  $x+y = 6$  এবং  $x-y = 4$  হলে,  $xy$  এর মান কত? [রাকাব, (ক্যাশিয়ার) -১৫] + [IBBL- (ATO)-2017] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ-সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]

a. 35

b. 20

c. 9

d. 5

Ans: d

সমাধান: [বুঝলে মুখে মুখে আর লিখে করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করুন]

$x+y = 6$  ----(i)

$x-y = 4$  ----(ii)

$2x = 10$   $\therefore x = 5$

আবার,  $x+y = 6 \Rightarrow 5+y = 6 \therefore y = 1$  সুতরাং  $xy = 5 \times 1 = 5$

উত্তর: 5

এই মুখে মুখে সমাধান: দুটি সংখ্যার যোগফল (সমষ্টি) এবং বিয়োগফল (ব্যবধান) দেয়া থাকলে, সমষ্টি থেকে ব্যবধান বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যা বের হয় আবার সমষ্টি এবং ব্যবধান যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি বের হয়। পরের নিয়মটি দেখুন।



(২.ক) দুটি রাশির যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে:

৮.  $x+y = 12$  এবং  $x-y = 8$  হলে,  $xy$  এর মান কত? [প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]

a. 20

b. 40

c. 60

d. 80

Ans: a

লিখিত সমাধান:	সুখে সুখে করতে এভাবে ভাবুন
$x+y = 12$ ---- (i) $x-y = 8$ ---- (ii) ----- (i)+(ii) $2x = 20 \therefore x = 10$ আবার, (i)-(ii) $2y = 4$ সুতরাং $y = 2$ তাহলে $xy = 10 \times 2 = 20$ বীজগণিতের সূত্রের থেকে এই নিয়মটা সহজ।	যে কোন দুটি সংখ্যার সমষ্টি ও ব্যবধান দেয়া থাকলে যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যা এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি বের হয়। প্রাকটিক করলে সুখে সুখে হবে। যেমন: বড় সংখ্যাটি $x = \frac{12+8}{2} = \frac{20}{2} = 10$ ছোট সংখ্যাটি $y = \frac{12-8}{2} = \frac{4}{2} = 2 \therefore xy = 10 \times 2 = 20$

৯.  $a+b = 9$  এবং  $a-b = 7$  হলে  $ab$ -এর মান কত? [জাতীয় রাজস্ব বোর্ডের (সহ: কর্ম:)-২০১০]

a. 7

b. 8

c. 5

d. 3

Ans: b

লিখিত সমাধান:	সুখে সুখে করতে এভাবে ভাবুন
$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2$ $= \frac{81}{4} - \frac{49}{4} = \frac{81-49}{4} = \frac{32}{4} \therefore ab = 8$	$a+b = 9$ এবং $a-b = 7$ সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায় $a = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8$ এবং $b = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1$ সুতরাং $ab = 8 \times 1 = 8$

নিজে করুন:

১০.  $x + y = 12$  এবং  $x - y = 2$  হলে  $xy$  এর মান কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]

a. 35

b. 40

c. 45

d. 50

Ans: a

১১.  $x + y = 5$  এবং  $x - y = 3$  হলে  $xy$  এর মান কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১] + [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): ২০২১] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): ২০২১]

a. 1

b. 2

c. 3

d. 4

Ans: d

১২.  $a + b = 8$ ,  $a - b = 4$  হলে  $ab =$  কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

a. 8

b. 10

c. 12

d. 18

Ans: c

১৩.  $x + y = 12$ ,  $x - y = 2$  হলে  $xy$ -এর মান কত? (২৩তম বিসিএস) [Hints:  $7+5 = 12$  এবং  $7-5 = 2 \therefore 7 \times 5 = 35$ ]

a. 27

b. 72

c. 35

d. 30

Ans: c

১৪. দুটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে সংখ্যা দুটি কত? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক): ২০২১]

ক. ৩০, ৫০

খ. ৪৫, ১৫

গ. ৪০, ২০

ঘ. কোনটি নয়

উত্তর: গ

১৫. দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং বিয়োগফল যথাক্রমে 28 এবং 4। বড় সংখ্যাটি কত? [এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]

a. 16

b. 18

c. 20

d. 22

Ans: a

১৬.  $a+b = 13$ ,  $a-b = 3$  হলে  $a^2+b^2$ -এর মান কত? [সমাজসেবা অধি: ইন্সট্রাক্টর-২০০৫]

a. 7

b. 89

c. 59

d. 3

Ans: b

লিখিত সমাধান:	সুখে সুখে মুখে: (শেষের লেজুড় যা ই থাক যোগ বিয়োগ থাকলে নিয়ম একই)
$a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$ $= \frac{13^2 + 3^2}{2} = \frac{169+9}{2} = \frac{178}{2} = 89$	$a+b = 13$ এবং $a-b = 3$ সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায় $a = \frac{13+3}{2} = \frac{16}{2} = 8$ এবং $b = \frac{13-3}{2} = \frac{10}{2} = 5$ $\therefore a^2+b^2 = 8^2+5^2 = 64+25 = 89$

নিজে করুন:

১৭. মান নির্ণয় করুন:  $x + y = 8$ ,  $x - y = 6$  হলে  $x^2 + y^2$  এর মান কত? [গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] [Hints:  $7+1 = 8$  এবং  $7-1 = 6 \therefore 7^2+1^2 = 50$ ]

a. 40

b. 20

c. 50

d. 48

Ans: c

১৮.  $x+y = 5$  &  $x-y = 3$  then  $2x^2 + 2y^2 = ?$  [রাকাব, (সুপারভাইজার)-১৫] [Hints:  $2.4^2 + 2.1^2 = 2.16 + 2.1 = 34$ ]

a. 34                      b. 20                      c. 15                      d. 5                      Ans: a

১৯. একটি ব্যতিক্রম:

১৯.  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18 m^2$  হলে  $a - b$  এর মান কত? [পায়রা বন্দর ( অফিস সহ:) নিয়োগ-২০১৯] + বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো(পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]

a. + 3m                      b. - 3m                      c.  $\pm 3m$                       d. 3m                      Ans: c

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি: } (a - b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= (9m)^2 - 4.18m^2 \\ &= 81m^2 - 72m^2 \\ \Rightarrow (a - b)^2 &= 9m^2 \\ \Rightarrow a - b &= \sqrt{9m^2} \therefore a - b = \pm 3m \end{aligned}$$

অর্থাৎ শুধু  $(a + b)$  অথবা  $(a - b)$  এর মান বের করতে বলা হলে সরাসরি এদের যেহেতু সূত্র নেই, তাই  $(a + b)^2$  বা  $(a - b)^2$  এর সূত্র প্রয়োগ করে অংকটি করতে হয়। এক্ষেত্রে উত্তর যাহাই আসুক না কেন তার পূর্বে  $\pm$  চিহ্ন বসাতে হয়। কারণ বর্গমূল ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ে হতে পারে।



(২.খ) দুটি রাশির গুণফল ও সমষ্টি/পার্থক্য দেয়া থাকলে:

টিপস: এরূপ ক্ষেত্রে যোগ বিয়োগ নিয়ে শুরুতে না ভেবে আগে গুণের অংশটি নিয়ে ভাবুন। তাহলে দ্রুত উত্তর বের হবে।

২০.  $x+y = 7$  এবং  $xy = 12$  হলে  $x$  ও  $y$  এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

a. 3,5                      b. 2,3                      c. 9,3                      d. 4,3                      Ans: d

লিখিত সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ \Rightarrow (x-y)^2 &= 7^2 - 4 \times 12 = 49 - 48 = 1 \therefore x-y = 1 \\ \text{এখন } x+y &= 7 \text{ এবং } x-y = 1 \text{ সমীকরণ দুটি যোগ ও বিয়োগ} \\ \text{করে আমরা পাই, } x &= 4 \text{ এবং } y = 3 \text{। উত্তর: } 4, 3 \end{aligned}$$

সম্মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :

দেয়া আছে,  $x+y=7$ ,  $xy = 12$   
প্রথমে, 12 কে ভাগলে  $= 4 \times 3 = 12$  এবং  $4+3 = 7$   
তাই  $x$  এবং  $y$  এর মান 4 এবং 3। উত্তর: 4, 3  
Note: এখানে  $x = 3$  এবং  $y = 4$  ধরলেও সঠিক হবে।

২১.  $x + y = 17$  এবং  $xy = 60$  হলে,  $(x - y)^2$  এর মান কত? [শিক্ষক নিবন্ধন, জিলিমিনারী টেস্ট কলেজ পর্যায়-২০১৫]

a. 49                      b. 64                      c. 36                      d. 125                      Ans: a

লিখিত সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ \Rightarrow (x-y)^2 &= 17^2 - 4 \times 60 \text{ (মান বসিয়ে)} \\ \Rightarrow (x-y)^2 &= 289 - 240 \therefore (x-y)^2 = 49 \end{aligned}$$

সম্মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন

দেওয়া আছে,  $x+y=17$ ,  $xy = 60$   
প্রথমে, 60 কে ভাগলে  $= 12 \times 5 = 60$  এবং  $12+5 = 17$   
তাই  $(12-5)^2 = 7^2 = 49$                       উত্তর: 49

নিজে করুন:

২২. যদি  $a + b = 2$  এবং  $ab = 1$  হয়, তবে  $a$  এবং  $b$ -এর মান যথাক্রমে- [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]

a. 0, 2                      b. -1, 3                      c. 2, 0.5                      d. 1, 1                      Ans: d

২৩.  $x - y = 4$  এবং  $xy = 60$  হলে  $x + y$  এর মান কত? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]

a. 16                      b.  $\pm 16$                       c. 4                      d.  $\pm 64$                       Ans: b

২৪. যদি  $x-y = 1$ ,  $xy = 56$  হয় তবে  $x+y =$  কত? [মাধ্যমিক সহ: শিক্ষক-২০০০] [Hints:  $8 \times 7 = 56$ ,  $8-7 = 1$ ]

a. 35                      b. 20                      c. 15                      d. 5                      Ans: c

২৫.  $a - b = 2$  এবং  $ab = 24$  হলে  $a + b$  এর মান কত? [১৩তম বিজেএস-২০১৯]

a. 10                      b. -10                      c. 100                      d.  $\pm 10$                       Ans: d

২৬.  $a+b = 13$  এবং  $ab = 36$  হলে  $a-b$ -এর মান কত? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণা: কারা তত্ত্বা:-০৫]

a. 45                      b. 20                      c. 9                      d. 5                      Ans: d

২৭.  $x+y = 12$ ,  $xy = 27$  হলে  $x-y = ?$  [BIWTA-2018]

- a. 5                      b. 6                      c. 7                      d. 8                      Ans: b

২৮.  $x + y = 17$  এবং  $xy = 60$  হলে  $x - y$  এর মান কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]

- a. 5                      b. 6                      c. 7                      d. 8                      Ans: c

[ Hints : এখানে,  $60 = 12 \times 5$  এবং  $12+5 = 17$  সুতরাং  $x - y = 12-5 = 7$  ]

২৯.  $x - y = 3$  এবং  $xy = 10$  হলে,  $(x + y)^2$  এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- ক. 49                      খ. 30                      গ. 90                      ঘ. 39                      উত্তর: ক

৩০.  $x+y = 6$ ,  $xy = 8$  হলে  $(x-y)^2 = ?$  (ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬) + [যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]

- a. 3                      b. 4                      c. 9                      d. 12                      Ans: b

৩১.  $x + y = 7$  এবং  $xy = 10$  হলে  $(x - y)^2$  এর মান কত? (ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬) + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী):২০২১]

- a. 9                      b. 19                      c. 29                      d. 39                      Ans: a

৩২.  $x + y = 7$  এবং  $xy = 6$  হলে  $x^2 + y^2$  এর মান কত? [এনএসআই(অফিস সহায়ক)-২০১৯]

- a. 25                      b. 30                      c. 34                      d. কোনটিই নয়                      Ans: d

সমাধান:  $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 7^2 - 2 \times 6 = 49 - 12 = 37$

৩৩.  $a - b = 8$  এবং  $ab = 50$  হলে  $a^2 + b^2$  এর মান নির্ণয় কর। [বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক): ২০২০]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a - b = 8$  এবং  $ab = 50$

এদত রাশি,  $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (8)^2 + 2 \times 50 = 64 + 100 = 164$

৩৪.  $a + b = 8$  এবং  $ab = 15$  হলে,  $a^2 + b^2$  এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 120                      b. 60                      c. 34                      d. 33                      Ans: c

৩৫.  $a - b = 2$  ও  $ab = 24$  হলে  $a^2 - b^2 = ?$  [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]

- a. 10                      b. 12                      c. 15                      d. 20                      Ans: d

৩৬.  $x + y = 5$ ,  $xy = 6$  হলে  $x^3 + y^3$  এর মান কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x + y = 5$ ,  $xy = 6$

$\therefore x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 5^3 - 3 \times 6 \times 5 = 125 - 90 = 35$

৩৭.  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 6                      b. 9                      c. 12                      d. 15                      Ans: b

৩৮.  $x + y = 5$  এবং  $xy = 6$  এবং  $x > y$  হলে  $x^3 - y^3 - 3(x^2 + y^2)$  এর মান নির্ণয় করুন। [এনসিটিবি (অফিস সহায়ক):২০২১]

- a. 10                      b. 20                      c. -20                      d. 25                      Ans: c

সমাধান: কোন বড় রাশির মান জানতে চাইলেও নিয়ম একই :

দেয়া আছে,  $x + y = 5$   $xy = 6$  এবং  $x > y$  (অর্থং  $x$  বড় সংখ্যা )

আমরা জানি,  $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4.xy = 5^2 - 4.6 = 25 - 24 = 1 \therefore x - y = 1$

সুতরাং  $x^3 - y^3 - 3(x^2 + y^2) = (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 3\{(x + y)^2 - 2.xy\}$

$= 1^3 + 3.6.1 - 3(5^2 - 2.6) = 1 + 18 - 3(25 - 12) = 19 - 3 \times 13 = 19 - 39 = -20$  (Ans)

সমুখে মুখে:  $(3+2) = 5$  এবং  $(3 \times 2) = 6$  সুতরাং  $x^3 - y^3 - 3(x^2 + y^2) = 3^3 - 2^3 - 3(3^2 + 2^2) = 27 - 8 - 3(9 + 4) = 19 - 39 = -20$

৩৯.  $x + y = 6$ ,  $xy = 8$  then  $(x - y)^3 = ?$  [বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]+ [যুব উন্নয়ন অধি (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]

- a. 3                      b. 8                      c. 9                      d. 12                      Ans: b

সমাধান:  $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 6^2 - 4 \times 8 = 36 - 32 = 4 \therefore x - y = \sqrt{4} = 2$  সুতরাং  $(x - y)^3 = 2^3 = 8$

8০.  $a+b = 7$  ও  $ab = 12$  হলে,  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  এর মান কত? [81তম বিসিএস প্রিলি]

a.  $\frac{3}{25}$

b.  $\frac{25}{144}$

c.  $\frac{31}{144}$

d.  $\frac{11}{49}$

Ans: b

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
<p>দেয়া আছে <math>a+b = 7</math> এবং <math>ab = 12</math> এই মান দুটি দিয়ে সূত্র প্রয়োগ</p> <p><math>\therefore</math> প্রদত্ত রাশি <math>= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}</math></p> <p><math>= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{ab} = \left(\frac{7}{12}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{49}{144} - \frac{1}{6} = \frac{49-24}{144} = \frac{25}{144}</math></p>	<p>শুধু মুখে করতে এভাবে ভাবুন :</p> <p><math>ab = 12 = 4 \times 3</math> কারণ <math>a+b = 7</math></p> <p>এখন, <math>\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{9}</math></p> <p><math>= \frac{9+16}{144} = \frac{25}{144}</math> (এভাবে দ্রুত হবে)</p>

81.  $a^2 + b^2 = 25$  এবং  $ab = 12$  হলে  $a + b =$  কত? [প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয় (সহকারী কম্পিউটার প্রোগ্রামার ও সহঃ কম্পিউটার প্রোগ্রামার) ২০১৩]

a. 6

b. 7

c. 8

d. 9

Ans: b

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
<p>আমরা জানি, <math>(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 25 + 2 \times 12 = 49</math></p> <p><math>(a+b)^2 = 49</math> হলে <math>a+b = 7</math></p>	<p><math>ab = 12 = 4 \times 3</math> এবং <math>4^2 + 3^2 = 25</math></p> <p>সুতরাং <math>a+b = 4+3 = 7</math></p>

82.  $a+b = 7$  এবং  $a^2 + b^2 = 25$  হলে নিচের কোনটি  $ab$ -এর মান হবে? [৩০তম বিসিএস]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ন্যাভারেটরি সহকারী): ২০২১]

a. 35

b. 12

c. 9

d. 5

Ans: b

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
<p>আমরা জানি, <math>(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p> <p><math>\Rightarrow 7^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow 49 = 25 + 2ab \Rightarrow 2ab = 24 \therefore ab = 12</math></p>	<p><math>a+b = 4+3 = 7</math> এবং <math>4^2 + 3^2 = 25</math></p> <p>সুতরাং <math>ab = 4 \times 3 = 12</math></p>

📌 নিজে করুন:

83.  $a^2 - b^2 = 45$  এবং  $a-b = 3$  হলে  $ab$ -এর মান কত? (পরিকল্পনা মন্ত্রণা:সহঃপরি:-০৬)

a. 60

b. 64

c. 54

d. 45

Ans: c

[ Hints: অপশন দেখে  $9 \times 6 = 54$  এবং  $9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$  সুতরাং  $a-b = 9-6 = 3$  ]

84.  $a-b = 3$  এবং  $a^2 + b^2 = 29$  হলে  $ab$  এর মান কত? [RAKUB-(SO)-2015]

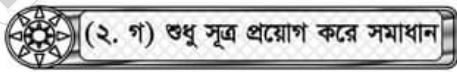
a. 10

b. 12

c. 15

d. 18

Ans: a



যখন পূর্ণ সংখ্যার হিসেব হয় তখন সেগুলো মুখে মুখে করা যায়। কিন্তু সূত্র প্রয়োগ করলে ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক সংখ্যা সব কিছুই হিসেব বের হয়। উপরের অংকগুলো ছাড়া এরকম অনেক অংক আছে। যেগুলো সূত্র ছাড়া সমাধান করা সম্ভব নয়। এই ধরনের অংকগুলো সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে। কারণ মাথায় চিন্তা করা যায় না এমন যেকোন মান ও সূত্র বের করে দিবে।

85.  $a + b = 4$  এবং  $ab = 2$  হলে,  $(a-b)^2$  এর মান নির্ণয় করুন? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]

a. 8

b. 27

c. 16

d. 10

Ans: a

সমাধান:  $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 4^2 - 4 \cdot 2 = 16 - 8 = 8$  (Ans) [ ভগ্নাংশ মান হওয়ায় মুখে মুখে মিলছে না, তাই সূত্র দিয়ে]

৪৬.  $x^2+y^2 = 8$  এবং  $xy = 7$  হলে,  $(x+y)^2$ -এর মান কত? [২০তম বিসিএস] + [RAKUB (Supervisor)-2017] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 19                      b. 20                      c. 21                      d. 22                      Ans: d

সমাধান:  $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy = 8+2.7 = 8+14 = 22$  (Ans)

৪৭. যদি  $(x-y)^2 = 14$  এবং  $xy = 2$  হয় তবে  $x^2 + y^2 =$  কত?

- a. 12                      b. 14                      c. 16                      d. 18                      Ans: d

সমাধান :  $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy = 14 + 2 \times 2 = 14 + 4 = 18$   $\therefore x^2 + y^2 = 18$

নিজে করুন:

৪৮.  $a + b = 3$  এবং  $ab = 1$  হলে  $a^2 - ab + b^2 =$  কত? [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]

- a. 4                      b. 6                      c. 3                      d. 8                      Ans: b

[ Hints:  $a^2 - ab + b^2 = a^2 + b^2 - ab = (a + b)^2 - 2ab - ab = 3^2 - 3 \times 1 = 9 - 3 = 6$  ]

৪৯. যদি  $(x-y)^2 = 12$  এবং  $xy = 1$  হয়, তবে  $x^2+y^2 =$  কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে গুপ্ত সংকেত পরি: সাইবার অফিসার: ০৫]

- a. 11                      b. 12                      c. 13                      d. 14                      Ans: d

[Hints:  $x^2+y^2 = (x-y)^2+2xy$ ]

৫০.  $(x+y)^2 = 164$  এবং  $xy = 32$  হলে  $x - y =$  কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা : ০৪]

- a. 6                      b. 9                      c. 4                      d. 12                      Ans: a

[ Hints:  $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$  ]

৫১.  $a+b = \sqrt{5}$ ,  $a-b = \sqrt{3}$  তাহলে  $a^2+b^2 = ?$  (উপজেলা মহিলা কর্মকর্তা: ০৫) + [PKB- (EO) - 2017]

- a. 7                      b. 4                      c. 5                      d. 6                      Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে  $a+b = \sqrt{5}$ ,  $a-b = \sqrt{3}$

$$\therefore a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2} = \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2}{2} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

নিজে করুন:

৫২.  $a+b = \sqrt{3}$  এবং  $a-b = \sqrt{2}$  হলে,  $ab$  এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

- a.  $\sqrt{6}$                       b. 6                      c.  $\frac{1}{4}$                       d.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       Ans: c

৫৩.  $a+b = \sqrt{3}$  এবং  $a-b = \sqrt{2}$  হলে  $8ab(a^2+b^2) = ?$  [BKB (SO)-2015]

- a. 12                      b. 10                      c. 8                      d. 5                      Ans: d

সমাধান:  $8ab(a^2+b^2) = 4ab.2(a^2+b^2)$

$$= \{ (a+b)^2 - (a-b)^2 \} \{ (a+b)^2 + (a-b)^2 \} = \{ (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \} \{ (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 \} = (3-2)(3+2) = 5.1 = 5$$

নিজে করুন:

৫৪.  $a+b = \sqrt{7}$  এবং  $a-b = \sqrt{5}$  হলে  $8ab(a^2+b^2) =$  কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

- a. 49                      b. 25                      c. 24                      d. 32                      Ans: c

৫৫.  $x - y = 10$  এবং  $xy = 30$  হলে  $x^3 - y^3$  এর মান নির্ণয় কর। [সরকারি যানবহন অধিদপ্তর(অফিস সহায়ক):২০২১]

- a. 1500                      b. 1800                      c. 1900                      d. 2500                      Ans: c

সমাধান :  $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x-y) = (10)^3 + 3.30(10) = 1000 + 900 = 1900$

**Attention:** উপরের নিয়মটি ভালোভাবে আয়ত্ত করলে লিখিত ও পাটিগণিতের অনেকগুলো অংক মুখে মুখে পারা যাবে।



(২. ঘ) বাংলায় লিখিত আকারে কিছু প্রশ্ন:

৫৬. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? [BADC-(Computer-Operator)-2018]
- a. 23                      b. 25                      c. 26                      d. 27                      Ans: b

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে $x$ এবং $y$ . $\therefore xy = 156$ ও $x^2 + y^2 = 313$ আমরা জানি, $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ $\Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 2 \times 156$ $\Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 312 \Rightarrow (x+y)^2 = 625 \therefore x+y = 25$	সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬ কে ভাগানো। যায় = $12 \times 13$ আকারে। আবার $12^2 + 13^2 = 144 + 169 = 313$ সুতরাং যোগফল = $12 + 13 = 25$ ।

৫৭. দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ এবং এদের পার্থক্যের বর্গ ৩৬। সংখ্যা দুয়ের গুণফল কত? [BADC-(Store Keeper)-2017]
- a. ১৬                      b. ২০                      c. ২৪                      d. ২৮                      Ans: a

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
ধরি, একটি সংখ্যা = $x$ এবং অপর সংখ্যাটি = $y$ প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 68$ এবং $(x-y)^2 = 36$ আমরা জানি, $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$ $\Rightarrow 68 = 36 + 2xy \Rightarrow 32 = 2xy \therefore xy = 16$	দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ দেখে বোঝা যায় $68 = 4 \times 17$ অর্থাৎ $2^2 + 4^2 = 68$ হয় এবং এদের বর্গের পার্থক্য $(4-2)^2 = 36$ হয়। তাহলে গুণফল হবে = $2 \times 8 = 16$

### নিজে করুন:

৫৮. একটি কলমের মূল্য একটি বইয়ের মূল্য অপেক্ষা ৭ টাকা কম, উক্ত কলম এবং বই ক্রয় করতে মোট ৪৩ টাকা প্রয়োজন হলে, কলমের মূল্য কত? (জাতীয় সংসদ সচিবালয়-০৬) [Hints: কলমের দাম কম তাই বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ]
- a. 4                      b. 3                      c. 2                      d. 18                      Ans: d
৫৯. দুইটি সংখ্যার যোগফল ১৭ এবং গুণফল ৭২। ছোট সংখ্যাটি কত? [বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত সহকারি জজ প্রিলিমিনারী টেস্ট ২০০৭]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]
- a. 6                      b. 8                      c. 9                      d. কোনটিই নয়                      Ans: b
- [Hints:  $a+b=17$  এবং  $ab=72$  ( $9 \times 8$ )]
৬০. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি ২৫০ এবং সংখ্যা দুটির গুণফল ১১৭ হলে, সংখ্যা দুটি নির্ণয় কর। [প্রাথমিক সহঃ শিঃ পুরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)] [Hints:  $11^2 + 13^2 = 250$  কে ভাগ করে শুধু  $13 \times 9$  ই হয়। অতিরিক্ত আর কিছু করতে হবে না]
- a. 12,6                      b. 13,9                      c. 14,8                      d. 15,5                      Ans: b
৬১. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি ১৩ এবং সংখ্যা দুটির গুণফল ৬ হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?
- a. 6                      b. 3                      c. 8                      d. 5                      Ans: d
- [Hints:  $a^2 + b^2 = 13$  এবং  $ab = 3 \times 2 = 6 \therefore a^2 - b^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$ ]
৬২. দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর ৩ এবং গুণফল ২, এদের বর্গের সমষ্টি—[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]
- a. 1                      b. 2                      c. 3                      d. 5                      Ans: d
- [Hints:  $a^2 - b^2 = 3$  এবং  $ab = 2 \therefore 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$ ]

**পদ্ধতি-০৩ : বর্গের সূত্রের প্রয়োগ**

📖 **সংশ্লিষ্ট সূত্রসমূহ:**

(i)  $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$  (ii)  $a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$  (iii)  $2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2$

**(৩.ক) বর্গ বের করা:**

📖 **টিপস:** ধরুন আপনাকে বলা হলো ৩ এর বর্গ কত? তখন সরাসরি এর উত্তর  $৩^2 = ৯$  অর্থাৎ যে কোন সংখ্যার উপর ক্ষয়ার দিলে তার বর্গ কত তা বের হয়। তেমনি বীজগণিতের যে কোন রাশির উপর ক্ষয়ার দিলে সেই রাশিটির বর্গ কত তা বের হবে। কিন্তু এ ক্ষেত্রে সূত্র প্রয়োগ করে সর্বশেষ মানটি বের করতে হবে।

৬৩.  $2x+3y$ -এর বর্গ কত? (প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-৯৯)

a.  $4x^2+12xy+9y^2$     b.  $4x+12xy+9y^2$     c.  $4x^2+12x+9y^2$     d.  $4x^2+12xy+9y^2$     Ans: d

📌 সমাধান:  $2x+3y$ -এর বর্গ হল

$= (2x+3y)^2$  [(a+b)<sup>2</sup> এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে]  
 $= (2x)^2+2.2x.3y+(3y)^2 = 4x^2+12xy+9y^2$

৬৪.  $(2x+1)$  এর বর্গ কত? (আবহাওয়া অধিদপ্তর সহ-পরিচালক-১৯৯৫) + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]

a.  $4x+4$     b.  $4x^2+4x+1$     c.  $2x^2+2x+1$     d.  $4x^2+1$     Ans: b

📌 সমাধান:  $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2.2x.1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$

৬৫.  $2x + 3y + 5z$  এর বর্গ নির্ণয় কর। [খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]

📌 সমাধান:  $(2x + 3y + 5z)^2$   
 $= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2.2x.3y + 2.3y.5z + 2.5z.2x$   
 $= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$  (Ans.)

📌 নিজে করুন:

৬৬. ৯৯৯ সংখ্যাটির বর্গ নির্ণয় করুন? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়:সহ-পরি:২০০৭)

[ Hints:  $(1000-1)^2$  ]

a. 998001    b. 99001    c. 99001    d. 99800    Ans: a

৬৭.  $x + \frac{1}{x} = 3$  হলে  $(x + \frac{1}{x})^2$  এর মান নির্ণয় করুন [কাস্টমস এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট, ঢাকা (সিপাই): ২০২১]

উত্তর: 9

a. 0    b. 1    c. 9    d. 10    Ans: c

📌 সমাধান:  $(x + \frac{1}{x})^2 = 3^2 = 9$

**(৩.খ) বর্গের মান বের করা :**

৬৮.  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত? [কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপ-পরিচালক)-২০০৭] + [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (মেট্রোপলিটন সার্কেল) পরিদর্শক ২০১৬]

a. 2    b. 3    c. 4    d. 5    Ans: a

📌 লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	📌 শর্টকাট: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)
$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$ $= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$	<p>এরকম ভগ্নাংশাকারে মান দেয়া থাকলে এবং বর্গের যোগফলের মান বের করতে বলা হলে শর্টকাট সূত্র: (মান)<sup>2</sup> ± 2 অর্থাৎ (+) এর মান থাকলে (-2) আর (-) এর মান থাকলে (+2) হবে। এখানে উত্তর: (মান)<sup>2</sup>-2 = (2)<sup>2</sup>-2 = 4-2 = 2</p>

৬৯.  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে,  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত? (প্রা:সহঃশি:-১০) + [এনএসআই( অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]

a. 8

b. 7

c. 13

d. 6

Ans: b

লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	শর্টকাট টেকনিক: মাত্র ৫-১০ সেকেন্ডেই উত্তর বের হবে।
$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a} \text{ [ভেতরে(+)-তাই বাইরে(-)]}$ $= (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$	<p>শর্টকাট টেকনিক: মাত্র ৫-১০ সেকেন্ডেই উত্তর বের হবে।</p> <p>শর্টকাট টেকনিক: (মান)<sup>২</sup>-২ এখানে, <math>3^2 - 2 = 9 - 2 = 7</math> [প্রশ্নে (+) এর মান দেয়া আছে তাই (-)]</p>

৭০.  $a - \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত? (মাধ্য: সহঃশি:-২০০৩)

a. 11

b. 12

c. 14

d. 16

Ans: a

লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	শর্টকাট টেকনিক: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)
$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a} \text{ [ভেতরে(-) হলে বাইরে +]}$ $= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$	<p>শর্টকাট টেকনিক: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)</p> <p>শর্টকাট টেকনিক: (মান)<sup>২</sup>+২ এখানে, <math>3^2 + 2 = 9 + 2 = 11</math> [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+)]</p>

নিজে করুন:

৭১.  $p - \frac{1}{p} = 8$  হলে  $p^2 + \frac{1}{p^2}$  = কত? (প্রা:সহঃশি:-০৮) + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯] [সিমাঙ্গসেবা অধিদপ্তর

(অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

[ Hints: (মান)<sup>২</sup>+২ = ৮<sup>২</sup>+২ = ৬৪+২ = ৬৬ ]

a. 44

b. 52

c. 62

d. 66

Ans: d

৭২.  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  -এর মান কত? (মাধ্য:সহঃশি:-০৬)

a. 32

b. 27

c. 24

d. 16

Ans: b

৭৩.  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  -এর মান কত? [তথ্য ও সম্প্রচার মন্ত্রণালয়ের (অফিস সহায়ক)-২০২২]

a. 18

b. 12

c. 14

d. 10

Ans: c

৭৪.  $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  = কত? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (শাপলা) ]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]

a. 65

b. 77

c. 72

d. 86

Ans: b

লিখিত সমাধান: (ভিন্ন মান থাকলেও নিয়ম একই)	শর্টকাট সমাধান :
$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}$ $= (5\sqrt{3})^2 + 2 = 5^2.(\sqrt{3})^2 + 2 = 75 + 2 = 77$	<p>শর্টকাট সমাধান :</p> <p>শর্টকাট টেকনিক: (মান)<sup>২</sup>+২ এখানে, <math>(5\sqrt{3})^2 + 2 = 25 \times 3 + 2 = 77</math> [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+)]</p>

নিজে করুন:

৭৫.  $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$  হলে,  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান - [২৬তম বিসিএস]

a. 5

b. 2

c. 1

d. 3

Ans: c

৭৬.  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $\frac{x^4+1}{x^2}$  এর মান কত? [১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা (স্কুল পর্যায়)-২০১৬]

- a. 11                      b. 10                      c. 9                      d. 7

Ans: a

সমাধান: এখানে,  $\frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

৭৭.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত? [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]

- a. 0                      b. 1                      c. 2                      d. 4

Ans: a

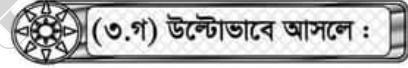
সমাধান:  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x \cdot \frac{1}{x} = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

৭৮.  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান নির্ণয় কর। [BSC- Combined-(So)- Exam - 2018 (Set-A)] + [১৬তম শ্রমিক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯] + [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 15                      b. 20                      c. 25                      d. 29

Ans: d

সমাধান:  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$



(৩.গ) উল্টোভাবে আসলে :

অর্থাৎ প্রশ্নের মান বের করে দেয়া থাকবে প্রথম অংশের মান বের করতে হবে

৭৯.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$  হলে তবে  $x - \frac{1}{x}$  এর মান কত? [ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ পর্যায়)-২০১৬]

- a. 5                      b.  $\pm 9$                       c.  $\pm 6$                       d.  $\pm 3$

Ans: c

লিখিত সমাধান: (বর্গের অংকগুলোর বিপরীতী নিয়মে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান :
$x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$ (প্রথম অংশের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে) $\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x \cdot \frac{1}{x} = 38 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$ $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{36} = \pm 6$ [√ থাকলে উত্তরের আগে $\pm$ বসাতে হয়]	(-) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান-2) করে বর্গমূল আর (+) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান+2) করে বর্গমূল। অথবা প্রদত্ত মানটি সবসময় পূর্ণ বর্গ সংখ্যার থেকে 2 বেশি বা কম হয়। 2 বেশি হলে 2 বিয়োগ করে বর্গমূল আর 2 কম হলে 2 যোগ করে বর্গমূল বের করলেই দ্রুত উত্তর বের হবে। এখানে, মান দেয়া আছে 38 তাই উত্তর হবে $\sqrt{38-2} = \sqrt{36} = \pm 6$ (প্রশ্নে (-) রাশির মান চেয়েছে)

৮০.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$  হলে  $a - \frac{1}{a}$  কত? [প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]

- a. 3                      b. 0                      c. 1                      d. 2

Ans: b

সমাধান:  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a \cdot \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 2 - 2 \therefore a - \frac{1}{a} = 0$

দ্রুত মুখে মুখে:  $\sqrt{\text{মান} - 2} = \sqrt{2 - 2} = \sqrt{0} = 0$

নিজে করুন:

৮১.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 47$  হয়, তবে  $a + \frac{1}{a}$  এর মান কত?

a.  $\pm 7$ 

b. 7

c. -7

d. 6

Ans: a

৮২.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$  হয়, তবে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?

a. 7

b.  $\pm 7$ 

c. -7

d. 0

Ans: b

৮৩.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 18$  হয়, তবে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?

a. 8

b. 4

c.  $\pm 4$ 

d. -4

Ans: c

৮৪.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 66$  হয়, তবে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?

a.  $\pm 8$ 

b. 8

c. -8

d. 6

Ans: a

[ Note: প্রশ্নগুলোতে প্রদত্ত সবগুলো সংখ্যা ই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ বড় বা ছোট। তাই সবথেকে কাছের পূর্ণবর্গ করে তার বর্গমূল ই উত্তর ]



(৩. ঘ)  $(a^2)$  এর স্থলে  $(a^4)$  থাকলে :

এক্ষেত্রে নিয়ম একই শুধু একই সূত্র দু'বার সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। যেমন:

৮৫. মান নির্ণয় করুন :  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} =$  কত? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯(জবা)] + [স্বাস্থ্য অধিদপ্তর(মেডিক্যাল

টেকনোলজিস্ট)-২০২০] + [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]

a. 4

b. 3

c. 2

d. 1

Ans: c

লিখিত সমাধান: (দু'বার বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান: (মুখে মুখে সমাধানের টেকনিক)
<p>দেওয়া আছে, <math>x + \frac{1}{x} = 2</math></p> <p><math>\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}</math></p> <p><math>= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2</math></p> <p><math>= (4 - 2)^2 - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2</math></p>	<p>সূত্র: <math>\{( \text{মান} )^2 \pm 2\}^2 - 2</math> অর্থাৎ (power)<sup>4</sup> থাকলে</p> <p>প্রথমে যে মানটি থাকবে তার বর্গ করে যদি (+) রাশির মান হয় তাহলে (-2) আর (-) রাশির মান হয় তাহলে (+2) বসবে। এরপর আবার বর্গ করে শেষে সবসময় (-2) ই বসবে। উত্তর: <math>\{( \text{মান} )^2 - 2\}^2 - 2</math></p> <p><math>= (4 - 2)^2 - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2</math></p> <p>[∴ বর্গ করার পর সবসময় ২ বিয়োগ হয় তাই এই ধরনের প্রশ্নগুলোর উত্তর সবসময় পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ কম হয়।]</p>
<p><math>(\text{power})^4</math> এর প্রশ্নগুলোতে প্রথমবার সবসময় (+) এর সূত্র প্রয়োগ করতে হয়। ২য় বার সূত্রে ফেলার সময় মান দেখে হিসেব হয়। কারণ সূত্র প্রয়োগের ক্ষেত্রে প্রথমবার (+) এর সূত্র ফেলে অংক না করলে অন্য সূত্রে অংক চলে যাবে। মান বসানো যাবে না।</p>	

৮৬. যদি  $a - \frac{1}{a} = 2$  হয় তবে  $a^4 + \frac{1}{a^4} =$  কত? [প্রাক প্রাথমিক সহ-শিক্ষক (মেঘনা)-২০১৩] + [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-

২০২০] + [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] + [পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

a. 36

b. 32

c. 34

d. 40

Ans: c

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 2$

প্রদত্ত রাশি,  $a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$  (পাওয়ার ৪ কে ভেঙ্গে দুটো স্কয়ার বানানো হয়েছে যেন সূত্র প্রয়োগ করা যায়।)

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2} \text{ (প্রথম বার সব সময় + এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে, নতুবা মান বসানো যাবে না)}$$

$$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2 = \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 = (4 + 2)^2 - 2 = 36 - 2 = 34 \text{ (Ans)}$$

সূত্র:  $\{(মান)^2 \pm 2\}^2 - 2$  এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই  $(2^2+2)^2-2 = 6^2-2 = 36-2 = 34$

৮৭.  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান কত? (বাংলাদেশ রেলওয়ের জুনিয়র অডিটর-২০১০) + [যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ড্রেডিং সুপারভাইজার)-২০২১]

a. 123      b. 47      c. 119      d. 62      Ans: c

সংক্ষিপ্ত লিখিত সমাধান: (যে মান দেয়া থাকে সেখান থেকেও হিসেব করে করে পাওয়ার ৪ এর মান বের করা যায়।)

দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 9 + 2$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (11)^2 \Rightarrow (x^2)^2 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 121 \therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$$

সূত্র:  $\{(মান)^2 \pm 2\}^2 - 2$  এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই  $(3^2+2)^2-2 = (11)^2-2 = 121-2 = 119$

নিজে করুন:

৮৮. যদি  $x + \frac{1}{x} = 3$  হয় তবে  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান কত? (প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (গোলাপ)) + [ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]

a. 47      b. 51      c. 27      d. 49      Ans: a

[ Hints: এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই  $(3^2-2)^2-2 = (7)^2-2 = 49-2 = 47$  ]

৮৯.  $a + \frac{1}{a} = 4$  হলে,  $a^4 + \frac{1}{a^4}$  এর মান কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক); জননিরাপত্তা বিভাগ) + [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

a. 120      b. 154      c. 172      d. 194      Ans: d

[ Hints: এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই  $(4^2-2)^2-2 = (14)^2-2 = 196-2 = 194$  ]

Interesting Fact: এ ধরনের প্রশ্নগুলোর উত্তর সাধারণত 2, 14, 34, 47, .. 119, 142, 194, 322 এই সংখ্যাগুলো হয়ে থাকে। এগুলোর সবগুলোর মধ্যে মিল হচ্ছে এরা সবাই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে 2 করে ছোট। বুঝলে অপশন দেখেই উত্তর।

৯০.  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  = কত? (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১০ (করতোয়া))

a. 310      b. 315      c. 322      d. 336      Ans: c

[ Hints: এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই  $(4^2+2)^2-2 = (18)^2-2 = 324-2 = 322$  ]



## (৩.৬) সরাসরি মান বসানো না গেলে :

যখন কোন মান সরাসরি প্রঙ্গে চাওয়া সূত্রে প্রয়োগ করা যাবে না তখন ঐ মানটিকে যেভাবে সাজিয়ে নিলে সূত্রে বসানো যাবে ঠিক সেভাবে সাজিয়ে নিতে হবে। নিচের উদাহরণগুলো দেখুন।

৯১.  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  মান কত? [IBBL- (ATO)-2017] + [দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার)-২০২১]

- a.  $\frac{1}{2}$                       b.  $\frac{1}{4}$                       c.  $\frac{2}{3}$                       d.  $\frac{6}{10}$                       Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে,  $2x + \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow 2(x + \frac{1}{x}) = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$  [এখন এই মান টি সূত্রে বসানো যাবে]

$$\text{সুতরাং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{Ans: } \frac{1}{4}$$

৯২.  $\frac{1}{x} = 1 - x$  হলে,  $\frac{1}{x} + x^2$  এর মান কত হবে? [বাংলাদেশে রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)- ২০১৬]

- a. 1                      b. -1                      c.  $\pm 1$                       d. 0                      Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে,  $\frac{1}{x} = 1 - x \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x \therefore x^2 = x - 1$

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{x} + x^2 = (1-x) + (x-1) \left[\frac{1}{x} \text{ এবং } x^2 \text{ এর মান বসিয়ে}\right] = 1-x+x-1 = 0 \quad (\text{Ans})$$

৯৩.  $x^2 + 1 = \sqrt{2}x$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  = কত? [১১তম বিজেএস (সহকারী জজ)-প্রাথমিক পরীক্ষা-২০১৭]

- a. 2                      b. 1                      c. 0                      d. কোনটিই নয়                      Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^2 + 1 = \sqrt{2}x \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{2}x}{x} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$

$$\text{সুতরাং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$$

নিজে করুন:

৯৪.  $a + a^{-1} = \sqrt{3}$  হলে,  $a^2 + a^{-2}$  এর মান/স্বাভাৱ ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের (সিনিয়র স্টাফ নার্স)(বাতিলকৃত)-২০১৭]

- a. 3                      b. 2                      c. 1                      d. 0                      Ans: c

[Hints:  $a^{-1} = 1/a$  এবং  $a^{-2} = 1/a^2$  ধরে সাধারণ অংকগুলোর মত সমাধান করুন।  $(\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$ ]

একটি ব্যতিক্রম : আগের নিয়মের মতই সরাসরি মান বসানো না গেলে সাজিয়ে নিয়ে বসাতে হবে:

৯৫.  $x^2 - 4x + 1 = 0$  হলে  $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$  এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- a. 0                      b. 1                      c. 2                      d. 4                      Ans: b

সমাধান: এখানে,  $x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x$  সুতরাং  $\frac{x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 - 3x} = \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1$

৯৬.  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে,  $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$  এর মান কত? [সড়ক ও জনপথ অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১০]

- a. 0                      b. 1                      c. 2                      d. 3                      Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 4 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x$  (এখন এই মানটি প্রদত্ত রাশিটিতে বসাতে হবে)

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 - 3x} = \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1$$

■ নিজে করুন:

৯৭.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $\frac{x}{x^2 - x + 1}$  এর মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ স্টেশন মাস্টার)-২০১৮]

- a. 1                      b. 2                      c. 3                      d. 0                      Ans: a

৯৮. যদি  $x + \frac{1}{x} = 5$  হয়, তবে  $\frac{x}{x^2 + x + 1}$  এর মান কত? [সহঃ শিক্ষক -২০১৮]+ [জাতীয় রাজস্ব (কর্মকর্তা)-২০১৫]+ [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২২]

- a.  $\frac{1}{5}$                       b.  $\frac{1}{6}$                       c.  $\frac{1}{4}$                       d.  $\frac{1}{7}$                       Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5x$

$$\text{সুতরাং } \frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 + x} = \frac{x}{5x + x} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$$

৯৯.  $p - \frac{6}{p} = 1$  হলে,  $\frac{6}{p^2 - p - 1}$  এর মান কত? [সংস্থাপন মন্ত্রণালয়ের (প্রশা কর্ম)-২০০৭]+ [গণযোগাযোগ অধি (সহ তথ্য অফি)-২০১৩]

- a.  $\frac{7}{6}$                       b.  $\frac{6}{7}$                       c.  $\frac{6}{5}$                       d.  $\frac{5}{6}$                       Ans: c

সমাধান:  $p - \frac{6}{p} = 1 \Rightarrow \frac{p^2 - 6}{p} = 1 \Rightarrow p^2 - 6 = p \therefore p^2 - p = 6$  সুতরাং  $\frac{6}{p^2 - p - 1} = \frac{6}{6 - 1} = \frac{6}{5}$

■ নিজে করুন:

১০০.  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে  $\frac{x}{x^2 + x - 1}$  এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. 1                      b.  $\frac{1}{5}$                       c.  $\frac{1}{6}$                       d.  $\frac{1}{7}$                       Ans: b

১০১.  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে,  $\frac{x}{x^2 + 3x + 1}$  এর মান কত? [১৫ তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯],

- a. 1                      b.  $\frac{1}{6}$                       c.  $\frac{2}{7}$                       d.  $\frac{1}{7}$                       Ans: d

১০২. যদি  $x + \frac{1}{x} = -5$  হয়, তবে  $\frac{x}{x^2 + x + 1}$  এর মান কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১৯],

- a. -4                      b. 4                      c.  $\frac{1}{4}$                       d.  $-\frac{1}{4}$                       Ans: d

**পদ্ধতি-০৪ : পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী**

**□ পূর্ণ বর্গ বিষয়টি আগে বুঝে নিন:**

যে সংখ্যাগুলোর বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় বের করা যায় সেগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা। যেমন: 9, 16, 25, 36, 64 ইত্যাদি। কিন্তু 10, 15, 24, এই সংখ্যাগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়। কেননা এদের বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় নেই। এখন যদি বলা হয় 15 এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে সেক্ষেত্রে 15 এর পরপরই পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি হলো 16 তাই 15 এর সাথে 1 যোগ করলে তা পূর্ণ বর্গ হবে।

কোন সংখ্যাকে পূর্ণবর্গ বানাতে যা ঘাটতি বা অতিরিক্ত থাকে তা যোগ বা বিয়োগ করার মাধ্যমে ঐ সংখ্যা বা রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানানো যায়।

বীজগণিতের ক্ষেত্রেও বিষয়টি একই। তবে এক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশিটিকে নিশ্চয় ৪ টি সূত্রের যে কোন একটিতে ফেলাতে হবে।

1.  $(a+b)^2$     2.  $(a-b)^2$     3.  $(a+b+c)^2$     4.  $(a-b-c)^2$

ধরুন, প্রশ্ন করা হলো  $a^2+2ab$  এর সাথে কত যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ হবে। তাহলে দেখেই বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটির সাথে  $b^2$  যোগ করলে তা  $(a+b)^2$  এর সূত্রানুযায়ী হবে। যা একটি পূর্ণবর্গ রাশি। তাহলে বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটিতে  $b^2$  এর ঘাটতি রয়েছে তাই  $b^2$  যোগ করতে হবে। উত্তর:  $b^2$

১০৩.  $a^2-2ab$  থেকে কত বিয়োগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০১]

a.  $-b^2$                       b.  $b$                       c.  $b^3$                       d.  $-a$                       Ans: a

সমাধান: (সূত্র মেলাতে যা ঘাটতি থাকবে তা পূর্ণ করতে যা লাগবে তা ই উত্তর। )

$(a-b)^2 = a^2-2ab + b^2$  অর্থাৎ সূত্র মেলানোর জন্য শুধু  $b^2$  দরকার।

কিন্তু প্রশ্নে কত বিয়োগ করতে হবে বলায়  $(+b^2)$  আনার জন্য বিয়োগ করতে হবে  $(-b^2)$  কেননা  $-(-b^2) = b^2$  (উত্তর)

১০৪.  $(9x^2+16y^2)$  রাশিটির সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? [সর:মাধ্যমিক:সহঃশি:-২০০০]

a.  $25xy$                       b.  $24xy$                       c.  $24x$                       d.  $24y$                       Ans: b

সমাধান:

$9x^2+16y^2$  (রাশিটিতে দুটো সংখ্যায় ক্ষয়ার আছে তাহলে বোঝাই যাচ্ছে এরা দুপাশের অংশ, এবং মাঝের সংখ্যাটি নেই)

$= (3x)^2 + \dots + (4y)^2$  [ উপরের চারটি সূত্রের সাথে মেলাতে মাঝখানে যে অংশটুকু বসবে তা ই হবে উত্তর]

$= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4y + (4y)^2 - 24xy$  [সূত্র অনুযায়ী  $2ab = 2 \cdot 3x \cdot 4y$  ]

$= (3x+4y)^2 - 24xy$  (অর্থাৎ প্রশ্নে প্রদত্ত রাশিটিতে  $24xy$  ঘাটতি আছে তাই উত্তর হবে  $24xy$  যোগ করতে হবে)    Ans:  $24xy$

১০৫.  $2a^2-4ab+4b^2$  রাশিটির সাথে কত যোগ বা বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহকারী পরিচালক-২০২১]

a.  $2a^2$  যোগ করলে                      b.  $2b^2$  বিয়োগ করলে                      c.  $a^2$  বিয়োগ করলে                      d.  $2ab$  যোগ করলে                      Ans: c

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি:  $2a^2-4ab+4b^2 = a^2-2 \cdot a \cdot 2b + (2b)^2 + a^2 = (a-2b)^2 + a^2$  [এখানে  $a^2$  বাড়তি আছে যার জন্য বর্গ মিলছে না]

সুতরাং  $2a^2-4ab+4b^2$  রাশিটি থেকে  $a^2$  বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে।

**□ নিজে করুন:**

১০৬.  $4x^2-20x$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? [প্রাক প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৩(বুড়িগঙ্গা)]

a. 4                      b. 9                      c. 16                      d. 25                      Ans: d

[ Hints:  $4x^2-20x = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2$  সুতরাং উত্তর : 25 যোগ করতে হবে ]

১০৭.  $p$ -এর মান কত হলে  $4x^2 - px + 9$  সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? [একটি বাড়ী একটি খামার -(জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭] + [বিবিএস(খানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
- a. 10                      b. 12                      c. 15                      d. 20                      Ans: b

সমাধান: একই শুধু  $p$  এর স্থানে কত বসবে তা বের করুন।

$$\begin{aligned} & 4x^2 - px + 9 \\ &= (2x)^2 - px + 3^2 \text{ (যেহেতু মাঝখানে ঘাটতি আছে তাই দুপাশের কাজ আগে করতে হবে)} \\ &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \text{ (যেহেতু } a \text{ এবং } 3^2 \text{ হচ্ছে } b, \text{ তাই সূত্রানুযায়ী সূত্রের 2 বসানোর পরে } a \text{ এবং } b \text{ এর মান বসানো হয়েছে)} \\ &= (2x)^2 - 12x + 3^2 \text{ (দেখা যাচ্ছে } p \text{ এর জায়গায় 12 বসালে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে।) তাই } p=12 \text{ Ans: 12} \end{aligned}$$

১০৮.  $16x^2 + 16x + 2$  -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? (টেলিফোন বোর্ডের সহ-পরি: ১৯৯৫)
- a. 2                      b. 4                      c. 6                      d. 8                      Ans: a

সমাধান: (এখানে শেষের 2 কে ভাগানো যায় না তাই 2 এর সাথেই কিছু একটা যোগ করে রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানাতে হবে।)

$$\begin{aligned} & 16x^2 + 16x + 2 \\ & (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 2 + 2^2 \text{ (যেহেতু 2 কে ভাগানো যায় না তাই মাঝের } 16x \text{ মেলাতে প্রথমে সূত্রের 2 তার পর } a \text{ এর মান } 4x \text{ এবং শেষে } 16x \text{ মেলাতে 2 গুণ করে বোঝা যাচ্ছে রাশিটিতে } b \text{ এর মান হবে 2) পরবর্তী } b^2 \text{ এর জায়গায় } 2^2 \text{ লিখে বোঝা যাচ্ছে রাশিটি 2 ঘাটতি আছে)} \\ & \text{সুতরাং পূর্ণবর্গ রাশি } (4x)^2 + 16x + 4 \text{ থেকে প্রদত্ত } 16x^2 + 16x + 2 \text{ রাশি 2 কম হওয়ায় উত্তর 2 Ans: 2} \end{aligned}$$

নিজে করুন:

১০৯.  $b$  এর মান কত হলে  $16a^2 - ab + 49$  রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]
- a. 48                      b. 56                      c. 49                      d. 32                      Ans: b
- [ Hints:  $16a^2 - ab + 49 = (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 7 + 7^2$  সুতরাং মাঝে  $b$  এর জায়গায় বসবে  $= 2 \times 4 \times 7 = 56$ ]

১১০.  $16x^2 + px + 25$  রাশিটি পূর্ণবর্গ হতে হলে  $p$  এর মান কত হবে? (স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ২০০৭) + [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]
- a. 30                      b. 40                      c. 50                      d. 60                      Ans: b
- [ Hints:  $16x^2 = (4x)^2$  এবং  $25 = 5^2$  ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তা ই উত্তর।]

১১১. 'Q' এর মান কত হলে  $4Y^2 - QY + 16$  একটি পূর্ণবর্গ হবে? [NSI-(সহকারী পরিচালক)-২০১৯]
- a. 4                      b. 8                      c. 12                      d. 16                      Ans: d
- [ Hints:  $4Y^2 = (2Y)^2$  এবং  $16 = 4^2$  ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তা ই উত্তর।]

১১২.  $a$  এর মান কত হলে  $(9 - 12x + ax^2)$  রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]
- a. 8                      b. 6                      c. 4                      d. 2                      Ans: c
- [ Hints:  $9 - 12x + ax^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2x + (2x)^2$  সুতরাং  $a = 4$  বসাতে হবে।]

১১৩.  $9p^2 + 14p$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫) + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]
- a.  $\frac{49}{9}$                       b.  $\frac{14}{9}$                       c.  $\frac{7}{3}$                       d. 7                      Ans: a

$$\text{সমাধান: } 9p^2 + 14p = (3p)^2 + 2 \cdot 3p \cdot \frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$$

[এখানে মাঝের রাশিটি  $14p$  কে মেলানোর জন্য, প্রথমে  $2 \cdot 3p = 6p$  দিয়ে  $14p$ , কে ভাগ করে  $\frac{7}{3}$  আনা হয়েছে যা  $p$  এর মান]

$$= \left(3p + \frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9} \text{ [ অর্থাৎ প্রদত্ত রাশিটির সাথে } \frac{49}{9} \text{ যোগ করলে তা একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে। Ans: } \frac{49}{9}$$

১১৪.  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y}$  এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় আনসার ভিডিপি অধীনে (সার্কেল অ্যাডজুট্যান্ট-২০১০)]

- a.  $2xy$  b.  $2y^2$  c.  $1$  d.  $-1$  Ans: c

সমাধান:  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot 1 + 1^2$  সুতরাং যোগ করতে হবে = 1 (যেহেতু শেষের ১ বাদে বাকী সব প্রশ্নে আছে)

১১৫.  $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$  এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? [৩২তম +২৬ তম বিসিএস/মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]

- a.  $-2xy$  b.  $8xy$  c.  $6xy$  d.  $2xy$  Ans: d

ব্যাখ্যা:-

$x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$  [এই অংকটিতে অতিরিক্ত রাশির সংখ্যা থাকায় তা  $(a+b+c)^2$  এর সূত্রানুযায়ী হবে]  
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y \cdot (-4) + 2 \cdot (-4)x - 2xy$  [সূত্র মেলানোর জন্য এভাবে সাজানো প্রয়োজন]  
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy - 8y - 8x - 2xy$   
 $= (x + y - 4)^2 - 2xy$  সুতরাং পূর্ণ বর্গ করতে হলে  $2xy$  যোগ করতে হবে। উত্তর:  $2xy$

### পদ্ধতি-০৫ : ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ

ঘন সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	(iii) $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	(iv) $a^3-b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
(v) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$	

### (৫. ক) ঘন এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

১১৬.  $a^3+b^3 = 3$  কত? (সমবায় দপ্তরে বিঃশ্রে:অফি:-৯৭) (সরাসরি সূত্রটিই দিতে হবে)  $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$

- a.  $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$  b.  $(a+b)^3 - 3ab$  c.  $a^3+b^3 - 3ab(a+b)$  d.  $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$  Ans: d

১১৭.  $(a-2b)^3$  (ফিমেল সেকেন্ডারী এডুকেশন প্রঃঅফিসার-৯৯)

সমাধান:  $(a-2b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2b + 3 \cdot a \cdot (2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

১১৮.  $a+b = 3$  এবং  $ab = 3$  হলে  $a^3+b^3$ -এর মান কত? (৬ষ্ঠ শিঃনিঃও প্রঃপরী:-১০)

- a. 0 b. 1 c. 3 d. 9 Ans: a

সমাধান:  $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$  [প্রশ্নে যেহেতু  $a + b$  এবং  $ab$  এর মান দেয়া আছে।]  
 $= 3^3 - 3 \cdot 3 \cdot 3$  [মান বসিয়ে]  
 $= 27 - 27 = 0$  Ans: 0

নিজে করুন:

১১৯.  $a+b = 3$  এবং  $ab=2$  হলে  $a^3+b^3$  এর মান কত? [ঔষধ প্রশাসন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

- a. 1 b. 3 c. 7 d. 9 Ans: d

১২০.  $a+b = 5$  এবং  $ab = 3$  হলে  $a^3+b^3$ -এর মান কত? (প্রাঃবিঃসহঃশিঃওঃ)

- a. 15 b. 45 c. 80 d. 152 Ans: c

[ Hints:  $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 5^3 - 3 \cdot 3 \cdot 5 = 125 - 45 = 80$  ]

১২১.  $m - n = x$  এবং  $mn = 6x^2$  হলে,  $m^3 - n^3 =$  কত? [১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা (কলেজ/পর্যায়)-২০১৯]

- a.  $19x^2$       b.  $19x^3$       c.  $18x^2$       d.  $18x^3$

Ans: b

সমাধান:  $m^3 - n^3 = (m - n)^3 - 3mn(m - n) = x^3 + 3 \cdot 6x^2 \cdot x = x^3 + 18x^3 = 19x^3$

১২২.  $x - y = 4$  হলে, নিচের কোন উক্তিটি সঠিক? [IBBL (ATO)-2017]

- a.  $x^3 - y^3 - 4xy = 64$       b.  $x^3 - y^3 - 12xy = 12$   
c.  $x^3 - y^3 - 3xy = 64$       d.  $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

Ans: d

সমাধান: সবগুলো অপশনে যেহেতু  $x^3 - y^3$  দেয়া আছে সুতরাং এটা নিয়েই কাজ শুরু

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = 4^3 + 3xy \cdot 4 = 64 + 12xy$$

দেখা যাচ্ছে 64 এর সাথে অতিরিক্ত  $+12xy$  এসে গেছে তাই এই  $+12xy$  কে বাদ দেয়ার জন্য  $-12xy$  নিতে হবে। যা শুধুমাত্র অপশন D তে আছে।  $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

১২৩.  $x - y = 8$ ,  $xy = 5$  হলে,  $x^3 - y^3 + 8(x + y)^2 =$  কত? [CAAB (SO)-2021] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (স্টোর কিপার): ২০২১]

- a. 1304      b. 1034      c. 1044      d. 1372

Ans: a

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x - y = 8$  এবং  $xy = 5$

$$\begin{aligned} \text{এখন } x^3 - y^3 + 8(x + y)^2 &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) + 8\{(x - y)^2 + 4xy\} \\ &= 8^3 + 3 \times 5 \times 8 + 8(8^2 + 4 \times 5) = 512 + 120 + 8 \times 84 = 632 + 672 = 1304 \end{aligned}$$

১২৪.  $x + y = 4$ ,  $xy = 5$  হলে,  $(x^3 + y^3)^2$  এর মান কত? [পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রকৌশলী -সিভিল)-২০১৭]

- a. 16      b. 4      c. 8      d. 10

Ans: a

সমাধান: এখানে,  $(x^3 + y^3)^2 = \{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\}^2 = \{4^3 - (3 \times 5 \times 4)\}^2 = (64 - 60)^2 = 4^2 = 16$

১২৫.  $a + b = c$  হলে  $a^3 + b^3 + 3abc$ -এর মান কত? [প্রা:বি:প্র:শি:০৮]

- a.  $a^2$       b.  $a^3$       c.  $c^2$       d.  $c^3$

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে,  $a + b = c$

$$\therefore a^3 + b^3 + 3abc = (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3abc = c^3 - 3abc + 3abc = c^3 \quad (a + b = c \text{ বসিয়ে})$$

নিজে করুন:

১২৬.  $x + y = 4$  হলে  $x^3 + y^3 + 12xy = ?$  [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১] + [ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি (জুনিয়র সহকারী পরিচালক): ২০২১]

- a. 64      b. 52      c. 72      d. 84

Ans: a

$$[\text{Hints: } x^3 + y^3 + 12xy = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 12xy = (4)^3 - 3xy \times 4 + 12xy = 64 - 12xy + 12xy = 64]$$

১২৭.  $x - y = 3$  হলে  $x^3 - y^3 - 9xy$  -এর মান কত? [প্রা:বি:প্র:শি:২০০৮]

- a. 12      b. 15      c. 20      d. 27

Ans: d

১২৮.  $x + y = 2$  হলে দেখাও যে,  $x^3 + y^3 + 6xy = 8$  [সুরক্ষা বিভাগ, স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)- ২০২১]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x + y = 2$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= x^3 + y^3 + 6xy \\ &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 6xy = (2)^3 - 3 \cdot xy \cdot 2 + 6xy = 8 - 6xy + 6xy = 8 \quad (\text{R.H.S}) \\ \therefore \text{L.H.S} &= \text{R.H.S} \quad (\text{দেখানো হলো}) \end{aligned}$$

১২৯.  $x^3 - y^3 = 513$  এবং  $x - y = 3$  হলে  $xy$  - এর মান কত? [প্রা:বি:প্র:শি:০৯]

- a. 20      b. 25      c. 40      d. 54

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^3 - y^3 = 513$  এবং  $x - y = 3$

$$\therefore x^3 - y^3 = 513$$

$$\Rightarrow (x-y)^3 + 3xy(x-y) = 513 \Rightarrow 3^3 + 3xy \times 3 = 513 \Rightarrow 27 + 9xy = 513 \Rightarrow 9xy = 486 \therefore xy = 54$$

১৩০.  $x+y=2$  এবং  $x^2+y^2=4$  হলে  $x^3+y^3$  এর মান কত? [খানা শি: অফিসার-২০০৫]

- a. 5                      b. 8                      c. 10                      d. 12

Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x+y=2$  এবং  $x^2+y^2=4$  (এই দুটি মান সরাসরি  $x^3+y^3$  এর সূত্রে প্রয়োগ করা যায় না)

তাই একটু ঘুরিয়ে অন্য সূত্র প্রয়োগ করে  $x^3+y^3$  এর মান বের করতে হবে।

আমরা জানি,

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = (2)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = 4 - 2xy \Rightarrow xy = 0$$

( $xy$  এর মান বের করার পর  $x^3 + y^3$  এর মান বের করা সম্ভব।)

$$\text{এখন, } x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = (2)^3 - 3 \times 0 \times 2 = 8 - 0 = 8 \quad \text{Ans: 8}$$

### (৫. খ) ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

১৩১.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক): ২০২১] + : [কেন্দ্রীয় পুলিশ

হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলজিস্ট): ২০২১]

- a. 1                      b. 2                      c. 3                      d. 4

Ans: b

সংলিখিত সমাধান:	শর্টকাট সমাধান : (মুখে মুখে সমাধানের টেকনিক)
$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$ $= (2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$	<p>সূত্র: <math>\{(\text{মান})^3 \pm 3 \times \text{মান}\}</math> অর্থাৎ (power)<sup>3</sup> থাকলে প্রথমে তার ঘন করে (+3) অথবা (-3) বসিয়ে আবার ঐ মানটি গুণ করতে হয়।</p> <p>এখানে, (+) এর মান বের করতে বলায় <math>(2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2</math></p>

১৩২.  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান কত? [৩০তম বিসিএস] + [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (করতোয়া) ২০১২]

- a. 12                      b. 18                      c. 21                      d. 27

Ans: b

সমাধান:  $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = 3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18$  [শেষের বোল্ড করা অংশটিই শর্টকাট]

১৩৩.  $x - \frac{1}{x} = 7$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [৩২তম বিসিএস (বিশেষ)]

- a. 54                      b. 196                      c. 224                      d. 364

Ans: d

সমাধান:  $x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 7^3 + 3 \times 7 = 343 + 21 = 364$

নিজে করুন:

১৩৪.  $x - \frac{1}{x} = 1$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  কত? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান): ২০২১] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী

কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১২]

- a. 1                      b. 2                      c. 3                      d. 4

Ans: d

[Hints: যেহেতু (-) এর মান দেয়া আছে তাই সরাসরি  $= 1^3 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$ ]

১৩৫.  $a - \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  এর মান কত? [প্রাথমিক: প্রধান শি: ২০০৯] + [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]

- a. 9                      b. 18                      c. 27                      d. 36

Ans: d

১৩৬.  $P - \frac{1}{P} = 5$  হলে  $P^3 - \frac{1}{P^3}$  এর মান কত? [BRTA (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

- a. 100                      b. 120                      c. 140                      d. 180

Ans: c

১৩৭. মান নির্ণয় করুন:  $x + \frac{1}{x} = a$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$  [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (সাব-এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার): ২০২১]

- a.  $a^3 - 3$                       b.  $a^2 - 2a$                       c.  $a^3 - 3a$                       d. 1

Ans: c

১৩৮.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ: প্রোগ্রামার): ২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধি: (উচ্চমান সহ): ২০২১]

- a.  $8\sqrt{5}$                       b.  $10\sqrt{2}$                       c. 5                      d. 8

Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

জেনে রাখুন:  $\sqrt{\quad}$  (root) যুক্ত যে কোনো সংখ্যার উপর কিউব অর্থাৎ power<sup>3</sup> থাকলে, একটিকে বর্গ করতে হয়। যেমন:  $(\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ , এই নিয়মটি যে কোন সংখ্যার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যেমন:  $(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$

নিজে করুন:

১৩৯.  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  এর মান কত?

- a. 2                      b.  $10\sqrt{2}$                       c.  $2\sqrt{5}$                       d.  $5\sqrt{5}$

Ans: c

[Hints: (+) এর মান দেয়া আছে তাই  $(\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ ]

১৪০.  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  এর মান কত? [প্রাথমিক সহ: শি:১০(করতোয়া)] + [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]

- a.  $3\sqrt{3}$                       b. 0                      c.  $2\sqrt{3}$                       d. 9

Ans: b

[Hints: (+) এর মান আছে তাই  $(\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$ ]

১৪১.  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$  হলে  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা: ০৬]

- a. 0                      b. 1                      c. 3                      d. 9

Ans: a

[Hints:  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 3$  বা,  $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$  এনে আগের নিয়মে করুন]

১৪২.  $x - \frac{1}{4} = \sqrt{2}$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(স্কুল পর্যায়)-২০১৭]

- a.  $3\sqrt{2}$                       b.  $2\sqrt{2}$                       c.  $5\sqrt{2}$                       d.  $7\sqrt{2}$

Ans: c

[Hints: (-) এর মান আছে তাই  $(\sqrt{2})^3 + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ ]



(৫. গ) সরাসরি মান বসা না গেলে :

১৪৩.  $x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  এর মান কত? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (স্টোর কিপার)-২০১৯]

a. 1

b. 8

c. 9

d. 10

Ans: c

সমাধান:  $(x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right) = 3^3 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$  Ans: 9

১৪৪. যদি  $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$  হয়, তবে  $8a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান কত? [নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: স্টাফ নার্স) নিয়োগ-২০১৮]

a. 0

b. 1

c. 2

d. 5

Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে,  $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$

$$\Rightarrow (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 2 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 6 \therefore 2a + \frac{1}{a} = \sqrt{6}$$

$$\text{সুতরাং } 8a^3 + \frac{1}{a^3} = (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot 2a \cdot \frac{1}{a} \left(2a + \frac{1}{a}\right) = (\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6} = 0$$

১৪৫.  $\sqrt{3} - \frac{1}{x} = x$  হলে,  $x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা -২০১৮]

a. 0

b.  $\sqrt{3}$ c.  $3\sqrt{3}$ 

d. 1

Ans: b

সমাধান:  $\sqrt{3} - \frac{1}{x} = x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\text{সুতরাং } x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = x + \frac{1}{x} + x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = \sqrt{3} + (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

১৪৬.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$  হলে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3}$  এর মান কত? [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা (কলেজ সমপর্যায়)-২০১৯]

a.  $3\sqrt{5}$ b.  $4\sqrt{5}$ c.  $2\sqrt{5}$ d.  $\sqrt{5}$ 

Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 \therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$

$$\text{সুতরাং } \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

নিজে করুন:

১৪৭.  $x + \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3}$  এর মান কত? [মৎস ও প্রাণী সম্পদ মন্ত্র: (মাঠ সহ)-২০১৯], [বাংলাদেশ ব্যাংক (সাধারণ অফিসার)-২০১৯]

a. 17

b. 18

c. 19

d. 20

Ans: b

[ Hints: আগের অংকটির মতই Power<sup>3</sup> এর মান বের করতে হবে। এখানে শর্টকাটে (+)মান থাকায়  $3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18$  ]

১৪৮.  $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}$  হলে  $3a^3 - 9a + 1$  এর মান কত? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৭]

- a. 12                      b. 15                      c. 17                      d. 11

Ans: d

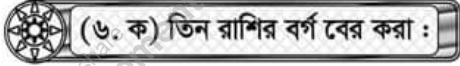
সমাধান: দেয়া আছে,  $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow (a)^3 = (3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}})^3$

$$\Rightarrow a^3 = 3^{\frac{1}{3} \times 3} + 3^{-\frac{1}{3} \times 3} + 3 \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} (3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}) \quad [\text{যন এর সূত্র } (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$$

$$\Rightarrow a^3 = 3 + 3^{-1} + 3^{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}} \cdot a$$

$$\Rightarrow a^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3a \Rightarrow a^3 = \frac{9+1+9a}{3} \Rightarrow 3a^3 = 10+9a \Rightarrow 3a^3 - 9a = 10 \therefore 3a^3 - 9a + 1 = 10 + 1 = 11$$

### পদ্ধতি-০৬: তিন রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন



সংশ্লিষ্ট সূত্রাবলী:

(i)  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$

(ii)  $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$

(iii)  $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$  [পরামর্শ: প্রথম সূত্রটি মুখস্থ রাখুন এবং অন্য দুটি ১ম টি থেকে বের করুন]

১৪৯.  $a + b + c = 15$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 83$  হলে  $ab + bc + ca =$  কত? [সরকারী রেলওয়ে সহকারী কমান্ডেট ২০০৭]

- a. 24                      b. 56                      c. 71                      d. 84                      Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে,  $a + b + c = 15$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 83$

আমরা জানি,  $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$

$$\text{বা, } ab + bc + ca = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} = \frac{(15)^2 - 83}{2} = \frac{225 - 83}{2} = \frac{142}{2} = 71$$

১৫০.  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,  $x + y + z = 8$  এবং  $yz + zx + xy$  এর মান ১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-(স্কুল সমপর্যায়) ২০১৯।

- a. -60                      b. -30                      c. 30                      d. 60                      Ans: c

সমাধান: আমরা জানি,  $2(yz + zx + xy) = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$

$$\therefore (yz + zx + xy) = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = \frac{(8)^2 - 4}{2} = \frac{64 - 4}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

১৫১.  $a+b+c = 2$  এবং  $ab+bc+ca = 1$  হলে  $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$  এর মান কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (হাউজ প্যারেট কাম টিচার): ২০২০] + [এনসিটিবি (স্টাট লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

- a. 1                      b. 3                      c. 5                      d. 6                      Ans: d

সমাধান:  $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2 + c^2 + 2ca + a^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= 2\{(a^2 + b^2 + c^2) + (ab + bc + ca)\}$$

$$= 2\{[(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)] + (1)\} = 2\{(2^2 - 2 \times 1) + 1\} = 2\{(4 - 2) + 1\} = 2 \times 3 = 6 \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

১৫২.  $a + b + c = 9$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  হলে  $ab + bc + ca$  এর মান কত? [১৬তম বিসিএস]

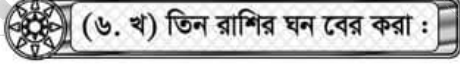
- a. 10                      b. 12                      c. 18                      d. 26

Ans: d

১৫৩.  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$  হলে  $a^2 + b^2 + c^2$  এর মান?-(মহাহিসাব নিরী: ও নিয়: কার্যা ৯৮)

- a. 8                      b. 15                      c. 19                      d. 21

Ans: c



সংশ্লিষ্ট সূত্র:  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
বা,  $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

১৫৪.  $a + b + c = 0$  হলে  $a^3 + b^3 + c^3$  এর মান কত? [১০ম বিসিএস/সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

- a. 0                      b. 1                      c. 3abc                      d. abc

Ans: c

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc$$

$$= 0 \times (a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc = 0 + 3abc = 3abc$$

১৫৫.  $x + y + z = 0$  হলে,  $\frac{1}{3}(x^3 + y^3 + z^3)$  এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ/অধিদপ্তরে(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৮]

- a. 3xy                      b. -3xy                      c. -xyz                      d. xyz

Ans: d

সমাধান:

দেওয়া আছে,  $x + y + z = 0$

$$\therefore \frac{1}{3}(x^3 + y^3 + z^3) = \frac{1}{3} \{(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz\}$$

$$= \frac{1}{3} \{0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz\} = \frac{1}{3} \times 3xyz = xyz \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

১৫৬.  $p + q + r = 0$  হলে,  $p^3 + q^3 + r^3$  এর মান কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক - ০৯ গোলাপ)

- a. pqr                      b. 3pr                      c. 3pqr                      d. 3pq

Ans: c



এমসিকিউ পরীক্ষায় এরকম প্রশ্ন আসলে সাধারণত শুধু x এর একক মান বের করে হিসেব করতে হয়।  
বড় পাওয়ার দেখে চিন্তা করার কিছু নেই।

১৫৭.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  = কত? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা - ২০১২]

- a. 2                      b. 4                      c. 27                      d. 64

Ans: a

সমাধান:

$$\text{দেয়া আছে, } x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$$

$$\text{সুতরাং } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2 \text{ (Ans)}$$

১৫৮.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x^{2019} + x^{2020}$  মান নির্ণয় করুন ?

- a. 0                      b. 2                      c. 1                      d. 4

Ans: b

সমাধান:  $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$

সুতরাং প্রদত্ত রাশি,  $x^{2019} + x^{2020} = 1^{2019} + 1^{2020} = 1 + 1 = 2$  (Ans)

### পদ্ধতি-০৭: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

যেগুলো বিভিন্ন পরীক্ষার প্রিলি এবং লিখিত অংশে বার বার আসে এখান থেকে ভালোভাবে সমাধান করলে অনেক পরীক্ষায় ভালো করা যাবে। কারণ যত নিয়োগ পরীক্ষা হয় দেখা যায় ঘুরে ফিরে এগুলোই আসে।

১৫৯.  $a^2 - 6a + 1 = 0$  হলে  $a + \frac{1}{a} = ?$  [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর); জননিরাপত্তা বিভাগ,

স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সিটি ম্যুন্সিপালিটি কাম কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১]

- a. 4                      b. 6                      c. 8                      d. 10

Ans: b

সমাধান:  $a^2 - 6a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 + 1 = 6a \Rightarrow a + \frac{1}{a} = 6$  (a দ্বারা ভাগ করে)

১৬০.  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  কত? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক)- ২০১৮]

- a. 0                      b. 1                      c. 2                      d. 4

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^4 - x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

১৬১. যদি  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হয়, তবে  $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$  [৪০তম বিসিএস প্রিলি+ সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক)-

২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক)- ২০২১]

- a. 3                      b. 2                      c. 1                      d. 0

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1 \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \text{ Ans: 0}$$

১৬২.  $a^4 - 51a^2 + 1 = 0$  হলে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)- ২০১৯]

- a.  $\pm 9$                       b.  $\pm 7$                       c.  $\pm 5$                       d.  $\pm 3$

Ans: b

সমাধান:  $a^4 - 51a^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 + 1 = 51a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$  [ $a^2$  দ্বারা ভাগ করে]

$$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 51 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 49 \therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{49} = \pm 7 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

১৬৩.  $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$  হলে,  $x + \frac{1}{x} =$  কত? [সহকারী পরিবার পরিকল্পনা কর্মকর্তা ২০১৬]

- a.  $\sqrt{3}$       b. 2      c. 5      d.  $\sqrt{5}$       Ans: d

সমাধান:  $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2 \Rightarrow x^4 + 1 = 3x^2$   
 $\Rightarrow \frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{3x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$   
 $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

১৬৪.  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহঃ পরিঃ - ২০১৮]

- a. 1      b.  $\sqrt{5}$       c. 3      d.  $2\sqrt{5}$       Ans: c

সমাধান:  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{5}x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

সুতরাং  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$       Ans: 3

১৬৫.  $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$  [ডাক অধিদপ্তরের বিজ্ঞঃ ও ভারশিয়ার-২০১৮]

- a. 0      b. 1      c. 4      d. 10      Ans: b

সমাধান:  $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

সুতরাং  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

১৬৬.  $x^2 - 3x + 1 = 0$  হলে  $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$  -এর মান (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)+ [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম

কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]

- a.  $5\sqrt{3}$       b.  $3\sqrt{5}$       c.  $4\sqrt{5}$       d.  $6\sqrt{5}$       Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = 3$

আবার, আমরা জানি

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5} \text{ সুতরাং } x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5} \text{ (মান বসিয়ে)}$$

**Attention:** প্রশ্নটিতে  $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$  -এর মান বের করতে বলা হয়েছে যার সূত্র প্রয়োগ করলে  $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$  হয়। তাই একবার (+) এবং অন্যবার (-) এর মান বের করে তা বসিয়ে উত্তর বের করা হয়েছে।

১৬৭.  $x + \frac{1}{x} = 1$  হলে,  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$  এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-২০১২]

a. 2

b. 4

c. 1

d. 8

Ans: c

সমাধান: এরকম দুটা মান একসঙ্গে সমন্বয় করতে চাইলে আলাদা আলাদা মান বের করে শেষে হিসেব করতে হবে।

$$\text{দেয়া আছে, } x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 1 \quad \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$$

$$\text{আবার, } \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$\text{সুতরাং প্রদত্ত রাশি, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = (-1) \times (-1) = 1 \text{ (Ans)}$$

১৬৮.  $a^2 + 1 = 3a$  হলে,  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$  এর মান নির্ণয় করুন। [জেলা প্রশাসকের কার্যালয় চট্টগ্রাম-২০২২]

$$\text{সমাধান: } a^2 + 1 = 3a \Rightarrow \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{3a}{a} \text{ [a দিয়ে ভাগ করে]} \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\text{সুতরাং } a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 3^2 - 2 = 7 \text{ এবং } a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$$

$$\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 7 \times 18 = 126 \text{ (Ans)}$$

১৬৯.  $a + 3 + \frac{1}{a} = 0$  হলে  $a^3 + \frac{1}{a^3} =$  কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭] + [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ(উপ-পরিচালক)-২০১৮] + [বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ):২০২১]

a. 18

b. 20

c. -18

d. -20

Ans: c

সমাধান: উল্টাপাল্টা যা ই দেয়া থাক সবগুলোকেই ঘুরিয়ে ফিরিয়ে সূত্রে প্রয়োগ করার মত করে সাজিয়ে নিতে হবে।

$$a + 3 + \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} = -3 \text{ প্রদত্ত রাশি } a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = (-3)^3 - 3(-3) = -27 + 9 = -18$$

১৭০.  $a^2 = 3a - 1$  হলে  $\frac{a^8 + 1}{a^4}$  এর মান—[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

a. 47

b. 49

c. 51

d. 53

Ans: a

$$\text{সমাধান: } a^2 = 3a - 1 \Rightarrow a^2 + 1 = 3a \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\text{সি মুখে মুখে: } (3^2 - 2)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{a^8 + 1}{a^4} &= \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\ &= (3^2 - 2)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47 \end{aligned}$$

১৭১.  $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$  হলে  $\frac{x^{12} + 1}{x^6}$  এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

a. 0

b. 1

c.  $\sqrt{2}$ 

d. 2

Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে,  $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{2}x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$  [x দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{x^{12} + 1}{x^6} &= \frac{x^{12}}{x^6} + \frac{1}{x^6} = x^6 + \frac{1}{x^6} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 \\ &= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot \frac{1}{x^3} = \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \right\}^2 - 2 \\ &= \left\{ (\sqrt{2})^3 - 3 \cdot \sqrt{2} \right\}^2 - 2 = (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2 - 2 = (-\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0 \text{ (Ans:)} \end{aligned}$$

১৭২.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$  হবে? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]

- a. 2                      b. -2                      c. 0                      d. 1                      Ans: a

সমাধান:  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) &= 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right) = 0 \therefore x - \frac{1}{x} = 0 \left[ \because x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 \neq 0 \right] \\ \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= 0 \text{ (বর্গ করে)} \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ (অর্থাৎ বর্গের মান ২ হলে কিউবের মান ০)} \end{aligned}$$

১৭৩.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  - এর মান নির্ণয় করুন। [পাট ও বস্ত্র মন্ত্রণালয় (ইন্সট্রাক্টর)-২০১৮]

- a. 0                      b. 10                      c. 20                      d. 50                      Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \text{ [লবকে হর এবং হরকে লব বানানো হয়েছে মান বসানোর জন্য]} \\ \Rightarrow \frac{1}{x} &= \frac{1 \times \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2}} \text{ [লব ও হরকে } \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ দ্বারা গুণ করা হয়েছে]} \\ \Rightarrow \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \text{ [সুত্রের প্রয়োগ]} \therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ [নিচে ৩ থেকে ২ বিয়োগ করলে ১ থাকে তাই কিছু লিখা হয় নি]} \\ \text{সুতরাং } x + \frac{1}{x} &= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \text{ [এভাবে একসাথে মান বের করে নিলে পরে হিসেব সহজ হবে]} \end{aligned}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি: } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10 \text{ (Ans.)}$$

১৭৪.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  - এর মান নির্ণয় করুন। [৩৮তম বিসিএস জিপি]+ (৯ম -১০ম শ্রেণী অনূ: ৩.২ এর উদা:১৬)+

[কর অঞ্চল-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ন বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [বিআইডব্লিউটিএ- (ট্রাপিক সুপারভাইজার):২০২১] + [কৃষি বিপন্ন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক):২০২১] + [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ পক্ষ (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কম্পিউটার): ২০২১]

- a.  $3\sqrt{2}$                       b.  $18\sqrt{3}$                       c.  $12\sqrt{3}$                       d. 8                      Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি  $= x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3} = 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$  Ans.  $18\sqrt{3}$

Learning point:  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  এরকম ক্রমিক দুটি সংখ্যার বর্গমূলের যোগফল থাকলে  $\frac{1}{x}$  মান সবসময়  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  হবে। (+) চিহ্নটা (-) চিহ্ন হয়ে যায়।

১৭৫.  $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]

- a.  $5\sqrt{3}$       b. 52      c.  $5\sqrt{2}$       d.  $2\sqrt{5}$       Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{4} + \sqrt{3} \therefore \frac{1}{x} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$  সুতরাং  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2\sqrt{4}$

প্রদত্ত রাশি  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{4})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{4} = 8 \times 4\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 32\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 26\sqrt{4} = 26 \times 2 = 52$  উত্তর:

১৭৬.  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় করুন। (৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১৬)

- a.  $46\sqrt{5}$       b.  $45\sqrt{5}$       c.  $45\sqrt{6}$       d.  $46\sqrt{6}$       Ans: a

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

সুতরাং  $\frac{a^6 - 1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = (2\sqrt{5})^3 + 3 \times (2\sqrt{5}) = 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$

১৭৭.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$  এর মান কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮], [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ(৪র্থ পর্যায়)-২০১৯]

- a.  $18\sqrt{2}$       b.  $24\sqrt{3}$       c.  $8\sqrt{2}$       d.  $16\sqrt{2}$       Ans: b

সমাধান:  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2} \therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \therefore a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$  (আগের প্রশ্নগুলোর মতই)

এখন,  $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3} = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) + 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$   
 $= (2\sqrt{3})^3 - 2^3 \cdot (\sqrt{3})^3 = 8 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

১৭৮.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে  $x^{-1}$  এর মান কত? [৭ম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১১]

- a.  $3 + 2\sqrt{2}$       b.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$       c.  $3 - 2\sqrt{2}$       d.  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$       Ans: c

সমাধান:  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$\therefore x^{-1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{1 \times (3 - 2\sqrt{2})}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 - 2\sqrt{2}$

১৭৯.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$  হলে  $\frac{x^2-2}{x}$  এর মান হবে। [১৪ তম বিজেএস (সহকারী জজ)-২০২১]

a.  $-2\sqrt{3}$

b.  $3\sqrt{2}$

c.  $2\sqrt{3}$

d.  $5\sqrt{2}$

Ans: c

সমাধান: [না বুঝে (+) থাকলেই (-) ধরা যাবে না। পরপর সংখ্যা না থাকলে হিসেব মিলবে না, এখানে 3 ও 5 থাকায় ভিন্ন হবে]

দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} \therefore \frac{1}{x} \times 2 = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} \times 2 \text{ সুতরাং } \frac{2}{x} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$$

প্রদত্ত রাশি  $\frac{x^2-2}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{2}{x} = x - \frac{2}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

### পদ্ধতি-০৮: বিবিধ প্রশ্ন

১৮০.  $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$  হলে  $a - (-b) - (-c) - (-d)$  এর মান কত? [১৫তম বিসিএস]

a. 0

b. 1

c. 2

d. 3

Ans: a

সমাধান:  $a - (-b) - (-c) - (-d) = a + b + c + d = 1 + (-1) + 2 + (-2) = 1 - 1 + 2 - 2 = 0$

১৮১.  $m = 2$  হলে,  $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$  এর মান নির্ণয় করুন। [খাদ্র মন্ত্রণালয়- (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর- (লিখিত)-২০২২)]

সমাধান:  $m = 2$

$$= 27m^3 + 54m^2 + 36m + 3 = (3m)^3 + 3.(3m)^2.2 + 3.3m(2)^2 + (2)^3 - 5$$

$$= (3m + 2)^3 - 5 = (3 \times 2 + 2)^3 - 5 = 8^3 - 5 = 512 - 5 = 507$$

নিজে করুন:

১৮২.  $a = 2, b = -1, c = -2, d = 1$  হলে  $-a - (-b) + (-c) - (-d)$  এর মান কত? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)- ২০২১]

a. 6

b. 4

c. 0

d. 2

Ans: c

১৮৩.  $x = 4, y = -8$  এবং  $z = 5$  হলে,  $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$  এর মান কত? [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক কাম কম্পিউটার): ২০২১]

a. 120

b. 136

c. 172

d. 196

Ans: d

১৮৪.  $a - \{a - (a + 1)\} =$  কত? [১১তম বিসিএস] + [NSI (অফিস সহকারী/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]

a.  $a - 1$

b. 1

c. a

d.  $a + 1$

Ans: d

সমাধান:  $a - \{a - (a + 1)\} = a - \{a - a - 1\} = a - (-1) = a + 1$

১৮৫.  $a - [a - \{a - (a - \overline{a-1})\}] =$  কত? [৩৬তম বিসিএস]

a. 1

b. -1

c.  $a - 1$

d.  $a + 1$

Ans: c

সমাধান:  $a - [a - \{a - (a - a + 1)\}] = a - [a - \{a - 1\}] = a - [a - a + 1] = a - 1$  Ans:

(যেহেতু  $a$  আছে মোট ৫টি তাই কাটাকাটি শেষে অবশ্যই একটি  $a$  অবশিষ্ট থাকবে)

[Important point:  $a - 1$  এর উপরে line bar থাকায় দাগযুক্ত সংখ্যার মাঝের চিহ্ন - থেকে + এ পরিবর্তন হয়েছে]

নিজে করুন:

১৮৬.  $a - [a - (a - 1)] = ?$  [জেলা নির্বাচন অফিস: ২০০৪]

a.  $a - 1$

b.  $a + 1$

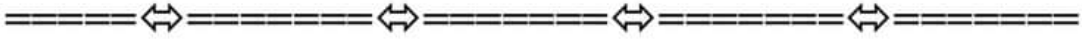
c.  $2a + 1$

d.  $2a - 1$

Ans: a

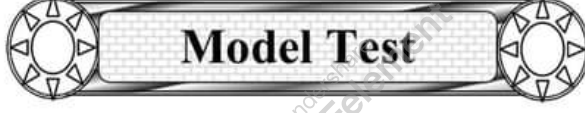
## Practice Part

১.  $x-y = 2$  এবং  $xy = 15$  হলে,  $(x+y)$  এর মান কত? [(BREB)(এসিস্ট্যান্ট জেনারেল ম্যানেজার)-২০২২]
২.  $x+y = 7$  এবং  $xy = 10$  হলে  $(x-y)^3$  এর মান কত? [BCSIR(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২২]
৩.  $a+b = 8$  এবং  $ab = 15$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান কত? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৩]
৪. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?
৫.  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $8x^3 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় করুন? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৫]
৬.  $x - \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?
৭.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 83$  হয়, তবে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?
৮.  $b + b^{-1} = 2$  হলে,  $\frac{2b}{b^2 - b + 1}$  এর মান [সাধারণ পুলের আওতায় বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]
৯.  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে  $\frac{c}{x(x-p)}$  এর মান কত?
১০.  $16x^2 + 8x + 4$  -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে?
১১.  $a - \frac{1}{a} = 5$  হলে,  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  এর মান কত? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ১৪]
১২. যদি  $a + \frac{1}{a} + 2 = 0$  হয়, তবে  $\left(a^{37} + \frac{1}{a^{100}}\right)$  এর মান কত?



## উত্তরমালা

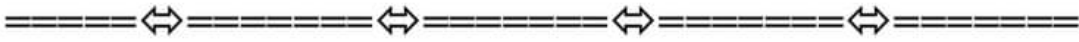
১.	c	২.	d	৩.	c	৪.	d	৫.	d	৬.	c
৭.	c	৮.	a	৯.	c	১০.	d	১১.	a	১২.	a



পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০মিনিট

১. দুইটি সংখ্যার যোগফল 18 এবং তাদের অন্তর 4 হলে, সংখ্যা দুইটি হবে যথাক্রমে-  
a. 10,6                      b. 11,7                      c. 12,6                      d. 14, 4
২.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 102$  হয়, তবে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?  
a. 10                      b. 12                      c. 11                      d. 5
৩.  $x + y = 3$  এবং  $xy = 1$  হলে,  $x^3 + y^3 + 3xy$  এর মান কত?  
a. 24                      b. 25                      c. 22                      d. 21
৪.  $x + y = 6$  এবং  $xy = 8$  হলে,  $(x - y)^2 = ?$  [ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, ২০১০]  
a. 4                      b. 6                      c. 8                      d. 12
৫.  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় করুন। [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু:৩.২ এর ১০]  
a.  $a^3 - \frac{1}{a^3}$                       b.  $a^3 + \frac{1}{a^3}$                       c.  $a^3 - 3a$                       d.  $a^3 + 3a$
৬.  $p + \frac{1}{p} = 5$  হলে  $p^3 + \frac{1}{p^3}$  কত?  
a. 27                      b. 91                      c. 112                      d. 110
৭. যদি  $(x-y)^2 = 12$  এবং  $xy = 1$  হয়, তবে  $x^2 + y^2 =$  কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: অধীনে গুপ্ত সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফি: ০৫]  
a. 11                      b. 12                      c. 13                      d. 14
৮.  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  -এর মান কত? (মাধ্য:সহ:প্র:শি:-০৬)  
a. 32                      b. 27                      c. 25                      d. 47
৯. যদি  $x^2 + y^2 = 4$  এবং  $x^2 - y^2 = -4$  হয় তাহলে  $x^4 + y^4$  is  
a. -16                      b. 16                      c. 0                      d. 8
১০.  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 3$  হয়, তবে  $a^2 + b^2$  এর মান কত? [বাংলাদেশ পুলিশ(অফিস সহায়ক), জাতীয় নদী রক্ষা কমিশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মনোক্ষরিক)-২০২১]  
a. 4                      b. 6                      c. 10                      d. 2



## উত্তরমালা

১.	b	২.	a	৩.	d	৪.	a	৫.	c
৬.	d	৭.	d	৮.	b	৯.	b	১০.	d

## লিখিত অংশ

১.  $x + \frac{1}{x} = 7$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

সমাধান:  $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x}) = (7)^3 - 3 \cdot 7 = 343 - 21 = 322$  (Ans:)

নিজে করুন :

২.  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? [বাংলাদেশ লোক প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্র (অফিস সহায়ক)-২০২২ (লিখিত)] Ans : 36

৩.  $a+b=3$ , এবং  $ab=2$  হলে  $a^3+b^3$  এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

সমাধান:  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9$

৪. প্রমাণ করুন যে,  $(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2+b^2)$  [বাংলাদেশ সূত্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S. } & (a+b)^4 - (a-b)^4 \\ &= \{(a+b)^2\}^2 - \{(a-b)^2\}^2 \\ &= \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} = 2(a^2 + b^2) \cdot 4ab = 8ab(a^2 + b^2) = \text{R.H.S} \end{aligned}$$

৫.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে,  $x^6 + \frac{1}{x^6}$  এর মান নির্ণয় করুন? [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 3 \quad \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$\text{এখন, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 = (5)^3 \quad [\text{ঘন করে}] \Rightarrow \left(x^2\right)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 125$$

$$\Rightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} + (3 \times 5) = 125 \Rightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} = 125 - 15 = 110 \quad \therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = 110$$

৬.  $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$  হলে  $\frac{x^6+1}{x^3}$  এর মান কত? [৩২তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  [x দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{এখন, } \frac{x^6+1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \quad \text{Ans: 0}$$

৭.  $2x^2 - 3x = 2$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় করুন। [৩৭তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $2x^2 - 3x = 2$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2 = 3x \Rightarrow \frac{2x^2}{x} - \frac{2}{x} = \frac{3x}{x} \Rightarrow 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3 \quad \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{8} + \frac{9}{2} = \frac{27+36}{8} = \frac{63}{8} \quad \text{সুতরাং নির্ণেয় মান} = \frac{63}{8}$$

৮.  $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  হলে,  $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)$  এর মান নির্ণয় করুন। [৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে,  $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \quad (\text{মান বসিয়ে})$$

$$\text{সুতরাং } y^2 + \frac{1}{y^2} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$\text{আবার, } y - \frac{1}{y} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{আবার, } y^3 - \frac{1}{y^3} = \left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3 \cdot y \cdot \frac{1}{y} \left(y - \frac{1}{y}\right) = (2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$$

$$\therefore \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right) = 10 \times 22\sqrt{2} = 220\sqrt{2}$$

Ans.  $220\sqrt{2}$

৯. যদি  $2x = \frac{2}{x} + 3$  হয় তবে প্রমাণ করুন যে,  $8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63$ । [৩৩-তম বিসিএস, লিখিত] [মাধ্যমিক বোর্ড বই II] [জাতীয় গণমাধ্যম

ইনস্টিটিউট (অফিস সহকারী কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১] + [BBS (জনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } 2x = \frac{2}{x} + 3 \Rightarrow \left(2x - \frac{2}{x}\right) = 3 \Rightarrow 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3 \quad \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে, } 8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63 \Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 63 \quad (\text{অনেক প্রশ্নে এভাবে দেয়া আছে, একই প্রশ্ন})$$

$$\text{L.H.S} = 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} = 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{3}{2}\right)\right\}$$

$$= 8\left\{\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right\} = 8\left\{\frac{27+36}{8}\right\} = 63 = \text{R.H.S} \quad \therefore 8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63. \quad \therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S} \quad (\text{Proved})$$

$$\text{বিকল্প সমাধান: } 2x - \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 = 3^3 \Rightarrow (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) = 27$$

$$\Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} - (3 \times 4 \times 3) = 27 \Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 27 + 36 = 63 \therefore 8\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

১০.  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিষ্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]

$$\text{সমাধান: } 2x - \frac{2}{x} = 3 \text{ বা, } 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4} + 2 = \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4} \quad \text{Ans: } \frac{17}{4}$$

১১.  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$  হলে  $x + \frac{1}{x}$  এর মান কত? [প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্র: অধীনে-(টেকনিক্যাল এ্যাসিস্টেন্ট)-২০১৮-(লিখিত)]

$$\text{সমাধান: দেয়া আছে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = 2 \Rightarrow \frac{x^6 + 1}{x^3} = 2 \Rightarrow x^6 + 1 = 2x^3 \Rightarrow (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x^3 - 1)^2 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \therefore x = 1 \text{ সুতরাং, } x + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{1} = 2 \quad \text{Ans: } 2$$

১২.  $a - \frac{1}{a} = m$  হলে, দেখাও যে,  $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$  [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

$$\text{সমাধান: দেয়া আছে, } a - \frac{1}{a} = m \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = m^2 \Rightarrow a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = m^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = m^2 + 2$$

$$\Rightarrow \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (m^2 + 2)^2 \Rightarrow (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = (m^2)^2 + 2 \cdot m^2 \cdot 2 + 2^2$$

$$\therefore \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) = m^4 + 4m^2 + 4 \therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S} \text{ (দেখানো হলো)}$$

■ নিজে করুন :

১৩.  $m + \frac{1}{m} = 2$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$  [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

১৪.  $a^4 - a^2 + 1 = 0$  হলে, প্রমাণ করুন যে,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$  [বাংলাদেশ সুপ্রিম কোর্টের হাইকোর্ট বিভাগ(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২০]

$$\text{সমাধান: দেয়া আছে, } a^4 - a^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 + 1 = a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 1 \text{ [} a^2 \text{ দিয়ে ভাগ করে]}$$

$$\Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2a \cdot \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3 \therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, প্রমাণ করতে হবে যে, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$$

$$\text{L.H.S} = a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 = \text{(R.H.S)} \text{ (Proved)}$$

