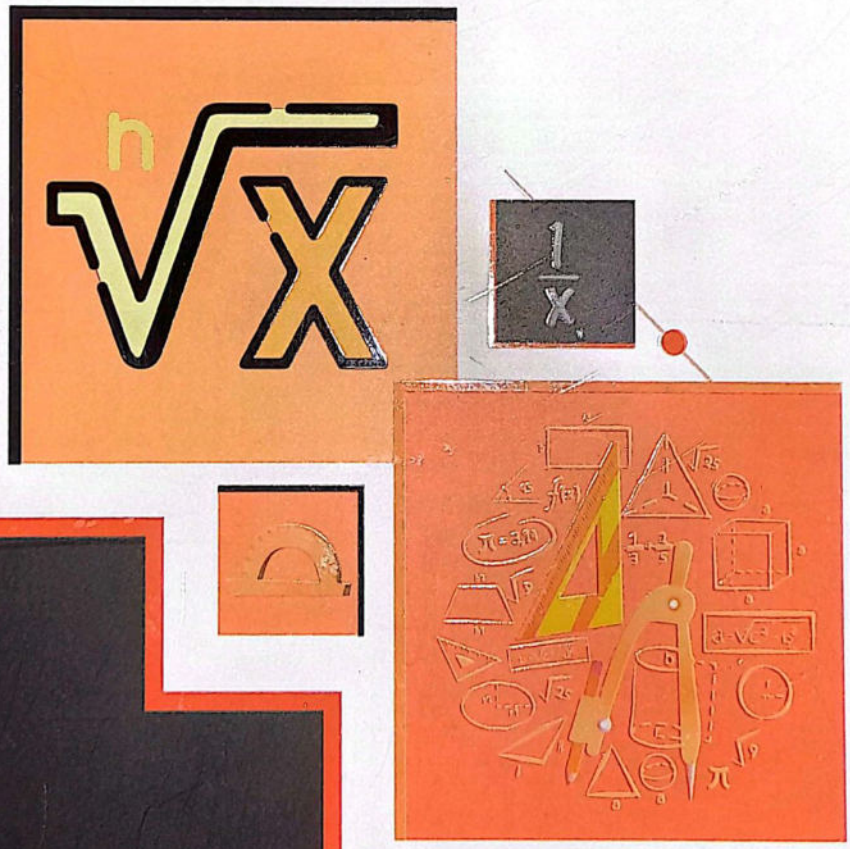
৪৬তম

BCS প্রিলি

প্রিপারেশন বুক

গাণিতিক যুক্তি



উত্তরণ

ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

www.uttoron.academy

একটি উদ্ভাস-উন্মেষ প্রতিষ্ঠান

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নোত্তর

৪৪তম বিসিএস

০১। $2\log_{10}5 + \log_{10}36 - \log_{10}9 = ?$
(ক) 2 (খ) 100
(গ) 37 (ঘ) 4.6

০২। ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের দ্বিগুণ হলে শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?
(ক) লাভ ২৫% (খ) ক্ষতি ২৫%
(গ) লাভ ১০% (ঘ) ক্ষতি ৫০%

০৩। একটি ফাংশনে $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
(ক) 0 (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) 5 (ঘ) 1

০৪। ABC ত্রিভুজে B কোণের পরিমাণ ৪৮° এবং AB = AC। যদি E এবং F AB এবং AC- কে এমনভাবে ছেদ করে যেন EF‖ BC হয়, তাহলে $\angle A + \angle AFE = ?$
(ক) ১৩২° (খ) ১৮০°
(গ) ১০৮° (ঘ) ১৬০°

০৫। যদি $\log_{10} x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান?
(ক) 0.1 (খ) 0.01
(গ) $\frac{1}{10000}$ (ঘ) 0.001

০৬। যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রমে থাকে, তাহলে p ও q এর মান হবে যথাক্রমে-
(ক) $-2, 9$ (খ) $2, 9$
(গ) $-2, -9$ (ঘ) $2, -9$

০৭। i^{-49} এর মান কত?
(ক) -1 (খ) i
(গ) 1 (ঘ) $-i$

০৮। ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি?
(ক) ৪৫ (খ) ১২৯৩
(গ) ৩৬ (ঘ) ৪

০৯। $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ ..... n সংখ্যক পদের যোগফল হবে-
(ক) 0 (খ) 1
(গ) $[1 + (-1)^n]$ (ঘ) $\frac{1}{2}[1 - (-1)^n]$

১০। একটি সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণ ১৬৮°। এর বাহুসংখ্যা কতগুলো হবে?
(ক) ৩০ (খ) ২০
(গ) ১৮ (ঘ) ১০

১১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে, x এর মান কোনটি?
(ক) $\sqrt{২}$ (খ) $\sqrt{৩}$
(গ) ২ (ঘ) ৩

১২। যদি $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}} = ?$
(ক) 8 (খ) 16
(গ) 4 (ঘ) 64

১৩। $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$-এর মান কত?
(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{5}{6}$ (ঘ) এর কোনটিই নয়

১৪। বাস্তব সংখ্যায় $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান:
(ক) $-3 < x < 3$ (খ) $-\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$
(গ) $-3 < x < \frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$

১৫। $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগের গ.সা.গু. নিচের কোনটি?
(ক) a^2bc (খ) $2a^2bc$
(গ) $2a^2b^2c^2$ (ঘ) কোনটিই নয়

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	ঘ	০৩	খ	০৪	ক	০৫	ক
০৬	খ	০৭	ঘ	০৮	গ	০৯	ঘ	১০	ক
১১	খ	১২	গ	১৩	গ	১৪	গ	১৫	ঘ

৪৩তম বিসিএস

০১। একদল গরু প্রতিবার সমান সংখ্যায় ভাগ হয়ে তিন পথে গমন করে, সাত ঘাটে পানি পান করে, নয়টি বৃক্ষের নিচে ঘুমায় এবং বারো জন গোয়ালা সমান সংখ্যক গরুর দুধ দোয়ায়; তাহলে গরুর সংখ্যা কত?
(ক) 522 (খ) 252
(গ) 225 (ঘ) 155

০২। ২০% যৌগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধ বছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক) $১২^৪$ (খ) $১১^৪$
(গ) $১০^৪$ (ঘ) $৯^৪$

০৩। $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?
(ক) $5\sqrt{3}$ (খ) 52
(গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$

০৪। $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি?
(ক) $\{\varphi\}$ (খ) $\{1\}$
(গ) $\{-1\}$ (ঘ) $\{2\}$

০৫। $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $x > 3, x < 2$ (খ) $2 > x > 3$
(গ) $x < 2$ (ঘ) $2 < x < 3$

০৬। বাস্তব সংখ্যায় $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান-
(ক) $-\infty < x < \frac{5}{3}$
(খ) $\frac{8}{3} < x < \infty$
(গ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$
(ঘ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$

০৭। $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে $x =$ কত?
(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1

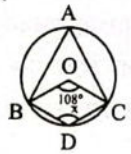
০৮। $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ এর মান কত?
(ক) 8 (খ) 2
(গ) 15 (ঘ) 10

০৯। $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \ldots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?
(ক) $S_\infty = \frac{20}{3}$ (খ) $S_\infty = \frac{3}{20}$
(গ) $S_\infty = 20$ (ঘ) $S_\infty = 3$
[প্রশ্নের ৪র্থ পদ $-\frac{2}{7}$ এর পরিবর্তে $-\frac{2}{27}$ হলে যথার্থ হয়।]

১০। একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?
(ক) ৩০° (খ) ৬০°
(গ) ৯০° (ঘ) ১২০°

১১। একটি নৌকা পানির লেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্বা হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত?
(ক) ৯ ফুট (খ) ৮ ফুট
(গ) ৫ ফুট (ঘ) ৪ ফুট

১২। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত?



(ক) 54° (খ) 72°
(গ) 108° (ঘ) 126°

১৩। একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা একজন কেবলমাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল?
(ক) ২৪ (খ) ২৫
(গ) ৩০ (ঘ) ৬০

১৪। $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \le 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ বিজোড় এবং $x \le 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত?
(ক) {3, 5, 8} (খ) {4, 5, 7}
(গ) {3, 4, 5} (ঘ) {3, 5, 7}

১৫। A এবং B দুটি ঘটনা যেন, $P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(B^C) = \frac{5}{8}$। $P(A^C \cap B^C) =$ কত?
(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	খ	০৩	খ	০৪	ক	০৫	ঘ
০৬	খ	০৭	গ	০৮	গ	০৯	খ	১০	খ
১১	গ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	গ

৪২তম বিসিএস (স্বাস্থ্য)

০১। $P(A) = \frac{1}{3}; P(B) = \frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{B}{A}\right) =$ কত?
(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{2}{3}$
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

০২। $5 + 8 + 11 + 14 + \ldots\ldots$ ধারাটির কত তম পদ 302?
(ক) 60 তম পদ (খ) 70 তম পদ
(গ) 90 তম পদ (ঘ) 100 তম পদ

০৩। বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
(ক) ৪ (খ) ৮
(গ) ১২ (ঘ) ১৬
[আমাদের কথা: সঠিক উত্তর হবে ২৪ গুণ। যেটি অপশনে নেই। প্রশ্নে যদি বলা থাকতো বৃত্তের ব্যাস চারগুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে তাহলে উত্তর হতো ১৬ গুণ।
বৃত্তের ব্যাস $2r$ হলে ব্যাসার্ধ $= r$ এবং ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$
$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি পেলে,
ব্যাস হবে $(4 \times 2r) = 8r$ এবং ব্যাসার্ধ $= 4r$
$\therefore$ নতুন ব্যাসার্ধ $= r + 4r = 5r$
$\therefore$ নতুন ক্ষেত্রফল $= \pi(5r)^2 = 25\pi r^2$
$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= 25\pi r^2 - \pi r^2 = 24\pi r^2$
অর্থাৎ ২৪ $\times$ মূল বৃত্তের ক্ষেত্রফল]

০৪। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার। চৌবাচ্চাটির গভীরতা কত?
(ক) ১.৫ মিটার (খ) ২.৫ মিটার
(গ) ৩ মিটার (ঘ) ৩.৫ মিটার

০৫। $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে x এর মান কোনটি?
(ক) 3 (খ) 2
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{3}$

০৬। টাকার ৩টি এবং টাকায় ৫টি দরে সমান সংখ্যাক আমলকি ক্রয় করে এক ব্যক্তি টাকায় ৪টি করে আমলকি বিক্রয় করলেন। ঐ ব্যক্তির শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো তা নির্ণয় করুন।
(ক) ৪.২৫% লাভ (খ) ৫.২৫% ক্ষতি
(গ) ৬.২৫% ক্ষতি (ঘ) ৭.২৫% ভাল

০৭। $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?
(ক) $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$
(খ) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$
(গ) $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$
(ঘ) $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$

০৮। $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে $\sec A - \tan A = ?$
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{5}$
(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{2}$

০৯। আপনার মোবাইল ফোনের মাসিক বিল এসেছে ৪২০ টাকা। যদি ১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায় এবং আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ১৮ মাস পর আপনার বিল কত হবে?
(ক) ৪৬০.২০ টাকা (খ) ৫৫৪.৪০ টাকা
(গ) ৬২০.৬০ টাকা (ঘ) ৭৩০.৮০ টাকা

১০। এক বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত হবে?
(ক) 1 : 2 (খ) 5 : 2
(গ) 2 : 1 (ঘ) 4 : 1

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	ঘ	০৩	-	০৪	খ	০৫	ক
০৬	গ	০৭	খ	০৮	গ	০৯	খ	১০	ঘ

৪১তম বিসিএস

০১। ΔABC এর $\angle A = 40°$ এবং $\angle B = 80°$। $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA = ?$
(ক) ১১০° (খ) ১০০°
(গ) ৯০° (ঘ) ৮০°

০২। ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে?
(ক) ১০ (খ) ১৫
(গ) ২৫ (ঘ) ৩০

০৩। $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত?
(ক) 4x (খ) 6x
(গ) 4 (ঘ) 8

০৪। $5^x + 8.5^x + 16.5^x = 1$ হলে, x এর মান কত?
(ক) −3 (খ) −2
(গ) −1 (ঘ) $-\frac{1}{2}$

০৫। ০.১২ + ০.০০১২ + ০.০০০০ ১২ + ... ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল-
(ক) $\frac{৪}{৩৩}$ (খ) $\frac{৪}{৯৯}$
(গ) $\frac{১১২}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{১৪}{৯৯}$

০৬। $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2}$ = কত?
(ক) 4 (খ) 4i
(গ) −4 (ঘ) −4i

০৭। $|x - 2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x + 5 < n$ হবে?
(ক) m = 1, n = 10 (খ) m = 2, n = 20
(গ) m = 3, n = 30 (ঘ) m = 4, n = 40

০৮। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
(ক) ৫% (খ) ১০%
(গ) ২০% (ঘ) ২৫%

০৯। চিনির মূল্য ১০% কমে যাওয়ায় চিনির ব্যবহার শতকরা কত ভাগ বাড়ালে চিনি বাবদ খরচ একই থাকবে?
(ক) ৮% (খ) $৮\frac{১}{২}$%
(গ) ১০% (ঘ) $১১\frac{১}{৯}$%

১০। ৬ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল-
(ক) ২১√৩ বর্গ সে.মি. (খ) ২৩√২ বর্গ সে.মি.
(গ) ২৫√৩ বর্গ সে.মি. (ঘ) ২৭√৩ বর্গ সে.মি.

১১। $\frac{5}{12}, \frac{6}{13}, \frac{11}{24}$ এবং $\frac{3}{8}$ এর মধ্যে বড় ভগ্নাংশটি-
(ক) $\frac{5}{12}$ (খ) $\frac{6}{13}$
(গ) $\frac{11}{24}$ (ঘ) $\frac{3}{8}$

১২। $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত?
(ক) $\frac{3}{25}$ (খ) $\frac{25}{144}$
(গ) $\frac{31}{144}$ (ঘ) $\frac{11}{49}$

১৩। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক) ৯৪০ টাকা (খ) ৯৬০ টাকা
(গ) ৯৬৮ টাকা (ঘ) ৯৮০ টাকা

১৪। $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = ?$

(ক) -2 (খ) -1

(গ) 1 (ঘ) 2

১৫। ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-

(ক) $\frac{১}{২২}$ (খ) $\frac{১}{৬৪}$

(গ) $\frac{১}{৬০}$ (ঘ) $\frac{২}{৬৫}$

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	ঘ	০৩	খ	০৪	খ	০৫	ক
০৬	গ	০৭	খ	০৮	ক	০৯	ঘ	১০	ঘ
১১	খ	১২	খ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	ক

৪০তম বিসিএস

০১। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

(ক) 0.4 (খ) $\sqrt{9}$

(গ) $5.\dot{6}3\dot{9}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{27}{48}}$

সমাধান : প্রশ্নে উল্লিখিত প্রতিটি সংখ্যাই মূলদ সংখ্যা।

(ক) $0.\dot{4}$ (মূলদ সংখ্যা)

[∵ সকল দশমিক পৌন:পুনিক সংখ্যাই মূলদ সংখ্যা]

(খ) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ (মূলদ সংখ্যা)

(গ) $5.\dot{6}3\dot{9}$ (মূলদ সংখ্যা)

(ঘ) $\sqrt{\frac{27}{48}} = \sqrt{\frac{3\times9}{3\times16}} = \frac{3}{4}$ (মূলদ সংখ্যা)

০২। নিচের কোন পূর্ণ সংখ্যাটিকে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ অবশিষ্ট থাকে?

(ক) ৪৮ (খ) ৫৪

(গ) ৫৮ (ঘ) ৬০

০৩। পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত 4:3 । তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত 5:4। পনিরের আয় 120 টাকা হলে, রবিনের আয় কত?

(ক) 36 টাকা (খ) 12 টাকা

(গ) 72 টাকা (ঘ) 48 টাকা

০৪। ৪৫০ টাকা বার্ষিক ৬% সুদে কত বছরে সুদে- আসলে ৫৫৮ টাকা হবে?

(ক) ৩ বছরে (খ) ৪ বছরে

(গ) ৫ বছরে (ঘ) ৬ বছরে

০৫। একটি মটর সাইকেল ১২% ক্ষতিতে বিক্রি করা হলো। যদি বিক্রয় মূল্য ১২০০ টাকা বেশি হতো, তাহলে ৮% লাভ হতো। মটর সাইকেলের ক্রয় মূল্য-

(ক) ৬০০০ টাকা (খ) ৫০০০ টাকা

(গ) ৪০০০ টাকা (ঘ) ৮০০০ টাকা

০৬। $\frac{(0.৯)^৩+(0.৪)^৩}{0.৯+0.৪}$ এর মান কত?

(ক) ০.৩৬ (খ) ০.৫১

(গ) ০.৮১ (ঘ) ০.৬১

০৭। $3x-2>2x-1$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $[1,\infty)$ (খ) $(1,\infty)$

(গ) $\left[\frac{1}{2},\infty\right)$ (ঘ) $[-1,\infty)$

০৮। $6x^2-7x-4=0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি?

(ক) বাস্তব ও সমান (খ) বাস্তব ও অসমান

(গ) অবাস্তব (ঘ) পূর্ণ বর্গ সংখ্যা

০৯। যদি $x^4-x^2+1=0$ হয়, তবে $x^3+\frac{1}{x^3}=?$

(ক) 3 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 0

১০। $x^{x\sqrt{x}} = \left(x\sqrt{x}\right)^x$ হলে, x এর মান কত?

(ক) $\frac{3}{2}$ (খ) $\frac{4}{5}$

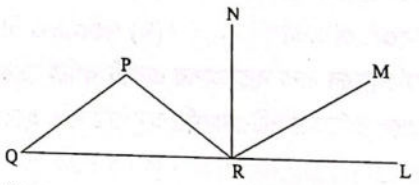
(গ) $\frac{9}{4}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

১১। কোন শর্তে $\log_a^1 = 0$?

(ক) $a>0, a\neq1$ (খ) $a\neq0, a>1$

(গ) $a>0, a=1$ (ঘ) $a\neq1, a<0$

১২।



চিত্রে, $\angle PQR = 55°, \angle LRN = 90°$ এবং $PQ||MR$, $PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নীচের কোনটি?

(ক) 90° (খ) 55°

(গ) 45° (ঘ) 35°

১৩। $P = \{x : x, 12$ এর গুণনীয়কসমূহ$\}$ এবং $Q = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \le 12\}$ হলে, $P - Q$ কত?

(ক) {1,2,4} (খ) {1, ,3,4}

(গ) {1,3,6} (ঘ) {1,2,6}

১৪। $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পদ কোনটি?

(ক) -1 (খ) 1

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 0

১৫। ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়?

(ক) ১০ (খ) ২০

(গ) ৬০ (ঘ) ১২০

উত্তরমালা									
০১	-	০২	গ	০৩	গ	০৪	খ	০৫	ক
০৬	ঘ	০৭	খ	০৮	খ	০৯	ঘ	১০	গ
১১	ক	১২	ঘ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	খ

৩৯তম বিসিএস (স্বাস্থ্য)

০১। $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত?
(ক) 3 (খ) -3
(গ) 7 (ঘ) 9

০২। বার্ষিক শতকরা 10% হারে 1000 টাকার 2 বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত?
(ক) 11 টাকা (খ) 11.5 টাকা
(গ) 12 টাকা (ঘ) 10 টাকা

০৩। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 5 এবং তাদের ল.সা.গু. 140 হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. কত
(ক) 4 (খ) 12
(গ) 6 (ঘ) 9

০৪। $2x^2 + 5x + 3 < 0$ এর সমাধান কোনটি?
(ক) $-\frac{3}{2} < x < -1$ (খ) $-\frac{3}{2} < x < 1$
(গ) $-\frac{3}{2} \le x \le 1$ (ঘ) $-\frac{3}{2} < x \le 1$

০৫। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 18 সেমি. এবং প্রস্থ 10 সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 25 সেমি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে?
(ক) 7.2 সেমি. (খ) 7.3 সেমি.
(গ) 7 সেমি. (ঘ) 7.1 সেমি.

০৬। $C = \{x : x$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে-
(ক) 1, 2, 3, 5 (খ) 1, 3, 5, 7
(গ) 2, 4, 6, 8 (ঘ) 1, 2, 3, 4

সমাধান : এখানে, $(-1)^2 < 18$, $(-2)^2 < 18$, $(-3)^2 < 18$, $(-4)^2 < 18$। কিন্তু $(-5)^2 \not< 18$
$\therefore C = \{-1, -2, -3, -4\}$

০৭। ${}^nC_{12} = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত?
(ক) 12 (খ) 14
(গ) 16 (ঘ) 18

০৮। $|1 - 2x| < 1$ এর সমাধান-
(ক) $-2 < x < 1$ (খ) $-1 < x < 0$
(গ) $0 < x < 1$ (ঘ) $-1 < x < 1$

০৯। $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$.... ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে?
(ক) ৯তম পদ (খ) ১০তম পদ
(গ) ১১তম পদ (ঘ) ১২তম পদ

১০। একটি দ্রব্য 180 টাকায় বিক্রয় করায় 10% ক্ষতি হলো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য-
(ক) 200 টাকা (খ) 210 টাকা
(গ) 162 টাকা (ঘ) 198 টাকা

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	ঘ	০৩	ক	০৪	ক	০৫	ক
০৬	-	০৭	ঘ	০৮	গ	০৯	ক	১০	ক

৩৮তম বিসিএস

০১। সেট $A = \{x : x$ Fibonacci সংখ্যা এবং $x^2 < 64\}$ হলে, P(A) এর উপাদান কয়টি?
(ক) 128 (খ) 32
(গ) 64 (ঘ) 256

০২। 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্যবিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদাই উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে?
(ক) 210 (খ) 304
(গ) 84 (ঘ) 120

০৩। 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যেকোনো একটিকে ইচ্ছেমত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{5}{11}$ (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{6}{11}$

০৪। টাকায় 5 টি মার্বেল বিক্রয় করায় 12% ক্ষতি হয়। 10% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি বিক্রয় করতে হবে?
(ক) 4 টি (খ) 3 টি
(গ) 2 টি (ঘ) কোনোটিই নয়

০৫। দুটি সংখ্যার অনুপাত 2 : 3 এবং গ.সা.গু. 4 হলে বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?
(ক) 6 (খ) 12
(গ) 8 (ঘ) 16

০৬। কোন আসল 3 বছরে মুনাফা-আসলে 5500 টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{3}{8}$ অংশ হলে মুনাফার হার কত?
(ক) 10% (খ) 12.5%
(গ) 15% (ঘ) 12%

০৭। মি. রেজা তাঁর সম্পদের 12% স্ত্রীকে, 58% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট 720000/- টাকা মেয়েকে দিলেন। তার সম্পদের মোট মূল্য কত?
(ক) 2400000 টাকা (খ) 2000000 টাকা
(গ) 1600000 টাকা (ঘ) 1200000 টাকা

০৮। $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?
(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$
(গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8

০৯। $\log_x\left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে, x = কত?
(ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$
(গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 4

১০। $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে, x = কত?
(ক) (1, 2) (খ) (0, 2)
(গ) (1, 3) (ঘ) (0, 1)

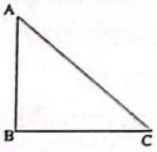
১১। বাস্তব সংখ্যায় $|2x - 3| \le 1$ অসমতাটির সমাধান-
(ক) $1 < x < 2$ (খ) $x \le 1$ অথবা $x \ge 2$
(গ) $1 \le x \le 2$ (ঘ) $-1 < x < 2$

১২। একটি সমান্তর অনুক্রমে 5ম পদটি 18 এবং প্রথম 5টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত?
(ক) 2 (খ) 10
(গ) 4 (ঘ) 12

১৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ (খ) $\frac{2}{3}a^2$
(গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

১৪। একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোনটির মান কত?
(ক) 60° (খ) 45°
(গ) 30° (ঘ) 25°

১৫। ΔABC এ $\angle B = 90°$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত?



(ক) 45° (খ) 22.5°
(গ) 30° (ঘ) 60°

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	গ	০৩	ক	০৪	ক	০৫	খ
০৬	খ	০৭	ক	০৮	খ	০৯	গ	১০	ঘ
১১	গ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	গ

৩৭তম বিসিএস

০১। 261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে?
(ক) 45 (খ) 81
(গ) 90 (ঘ) 135

০২। 10% মুনাফায় 3000 টাকা এবং 8% মুনাফায় 2000 টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হার মুনাফা পাওয়া যাবে?
(ক) 9% (খ) 9.2%
(গ) 8% (ঘ) 8.2%

০৩। 100 টাকায় 10 টি ডিম কিনে 100 টাকায় 8 টি ডিম বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত হবে?
(ক) 16% (খ) 20%
(গ) 25% (ঘ) 28%

০৪। $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান–
(ক) $5\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{5}$
(গ) $4\sqrt{5}$ (ঘ) $6\sqrt{5}$

০৫। $x^2 - 5x + 6 < 0$ হলে-
(ক) $2 < x < 3$ (খ) $-3 < x < -2$
(গ) $x < 2$ (ঘ) $x < 3$

০৬। দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা, অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময়ের ফলে 54 বৃদ্ধি পায়। অংক দুটির যোগফল 12 হলে সংখ্যাটি কত?
(ক) 57 (খ) 75
(গ) 39 (ঘ) 93

০৭। $\log_x\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x-এর মান–
(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{9}{4}$
(গ) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

০৮। একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি –
(ক) 140 (খ) 142
(গ) 148 (ঘ) 150

০৯। একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ (6-তম) পদটি 160 হলে প্রথম পদটি-
(ক) 5 (খ) 10
(গ) 12 (ঘ) 8

১০। 17 সে.মি.,15 সে.মি., 8 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-
(ক) সমবাহু (খ) সমদ্বিবাহু
(গ) সমকোণী (ঘ) স্থূলকোণী

১১। একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 15 মি. এবং প্রস্থ 10 মি. হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
(ক) $35\sqrt{5}$ (খ) $40\sqrt{5}$
(গ) $45\sqrt{5}$ (ঘ) $50\sqrt{5}$

১২। 13 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা-এর দৈর্ঘ্য 24 সে.মি. হলে কেন্দ্র থেকে উক্ত জ্যা-এর লম্ব দূরত্ব কত সে. মি.?
(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

১৩। $A = \{x \mid x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $x^2 < 25\}$,
$B = \{x \mid x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 25\}$,
$C = \{x \mid x$ মৌলিক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 = 25\}$,
হলে, $A \cap B \cap C =$?
(ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{2, 3, 4\}$
(গ) $\{2, 3, 4, 5\}$ (ঘ) Φ

১৪। 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবারে 5 টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
(ক) 170 (খ) 182
(গ) 190 (ঘ) 192

১৫। একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

উত্তরমালা									
০১	ঘ	০২	খ	০৩	গ	০৪	খ	০৫	ক
০৬	গ	০৭	ক	০৮	খ	০৯	ক	১০	গ
১১	ঘ	১২	গ	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	ক

৩৬তম বিসিএস

০১। $A=\{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 5\}$ হলে P(A) এর সদস্য সংখ্যা কত?
(ক) 8 (খ) 7
(গ) 6 (ঘ) 3

০২। 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
(ক) 252 (খ) 792
(গ) 224 (ঘ) 120

০৩। আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী-২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) 1 (খ) $\frac{5}{7}$
(গ) $\frac{2}{7}$ (ঘ) $\frac{1}{7}$

০৪। ৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনে ৪ টাকা হারে ভ্যাট দিলে মোট কত ভ্যাট দিতে হবে?
(ক) ১৪ টাকা (খ) ৪২ টাকা
(গ) ১২ টাকা (ঘ) ১০৫ টাকা

০৫। যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?
(ক) ১৬% (খ) ২০%
(গ) ২৫% (ঘ) ২৪%

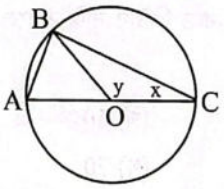
০৬। দুটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ. সা. গু ১৩ । সংখ্যা দুটির ল. সা. গু. কত?
(ক) ২৬০ (খ) ৭৮০
(গ) ১৩০ (ঘ) ৪৯০

০৭। $1 + 3 + 5 + \ldots\ldots\ldots + (2x - 1)$ কত?
(ক) $x(x - 1)$ (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$
(গ) $x(x - 1)$ (ঘ) x^2

০৮। $\log_{\sqrt{3}} 81 =$ কত?
(ক) 4 (খ) $27\sqrt{3}$
(গ) 8 (ঘ) $\frac{1}{8}$

০৯। যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয় তবে $x =$ কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) -1 (ঘ) 4

১০। চিত্র অনুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তঃলিখিত। $\angle y = 112°$ হলে $\angle x =$ কত?



(ক) 68° (খ) 34°
(গ) 45° (ঘ) 39°

১১। একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{2}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(ক) 24 (খ) 8
(গ) 16 (ঘ) 32

১২। ΔABC এ $\angle A = 40°, \angle B = 70°$, হলে ΔABC কি ধরনের ত্রিভুজ?
(ক) সমকোণী (খ) স্থূলকোণী
(গ) সমদ্বিবাহু (ঘ) সমবাহু

১৩। $x^2 + y^2 = 185, x - y = 3$ এর একটি সমাধান হল:
(ক) (7, 4) (খ) (9, 6)
(গ) (10, 7) (ঘ) (11, 8)

১৪। $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}] =$ কত?
(ক) 1 (খ) -1
(গ) $a - 1$ (ঘ) $a + 1$

১৫। $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	ঘ	০৩	গ	০৪	খ	০৫	খ
০৬	ক	০৭	ঘ	০৮	গ	০৯	ক	১০	খ
১১	গ	১২	গ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	ঘ

৩৫তম বিসিএস

০১। কলার দাম 20% কমে যাওয়ায় 12 টাকায় পূর্ব অপেক্ষা 2টি কলা বেশি পাওয়া গেলে বর্তমানে একটি কলার দাম কত টাকা?

(ক) 1.50 (খ) 2.50

(গ) 3.00 (ঘ) 4.00

সমাধান : 100 টাকায় কমে 20 টাকা

$\therefore$ 12 টাকায় কমে $\frac{20\times12}{100} = \frac{12}{5}$ টাকা

12টি কলার বর্তমান দাম $\frac{12}{5}$ টাকা

$\therefore$ 1টি কলার বর্তমান দাম $\frac{12}{5\times2} = 1.2$ টাকা।

০২। 60 লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত 2:1। কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাতটি 1:2 হবে?

(ক) 40 (খ) 50

(গ) 60 (ঘ) 70

০৩। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. 11 এবং ল.সা.গু. 7700। একটি সংখ্যা 275 হলে, অপর সংখ্যাটি -

(ক) 318 (খ) 308

(গ) 283 (ঘ) 279

০৪। $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, x -এর ধনাত্মক মানটি?

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6

০৫। $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x-এর মান —

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 4

০৬। $|x - 3| < 5$ হলে —

(ক) $2 < x < 8$ (খ) $-2 < x < 8$

(গ) $-8 < x < -2$ (ঘ) $-4 < x < -2$

০৭। $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2-এর মান —

(ক) 100 (খ) $\frac{1}{10}$

(গ) 10 (ঘ) $\frac{1}{100}$

০৮। $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান —

(ক) 2 (খ) -2

(গ) 3 (ঘ) -3

০৯। একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি -48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $-\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $-\frac{1}{4}$

১০। $\log_a x = 1, \log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a\left(\frac{x^3y^2}{z}\right)$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) 5

১১। 2 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) $4\pi - 8$ (খ) $4\pi + 8$

(গ) $2\pi - 4$ (ঘ) $2\pi + 4$

১২। 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্য থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে?

(ক) 728 (খ) 286

(গ) 364 (ঘ) 1001

১৩। 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 70। এদের মধ্যে 60 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 75 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত?

(ক) 55.5 (খ) 60.5

(গ) 65.5 (ঘ) 62.5

১৪। 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তঃত একটি ভাষায় কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন?

(ক) 10 (খ) 15

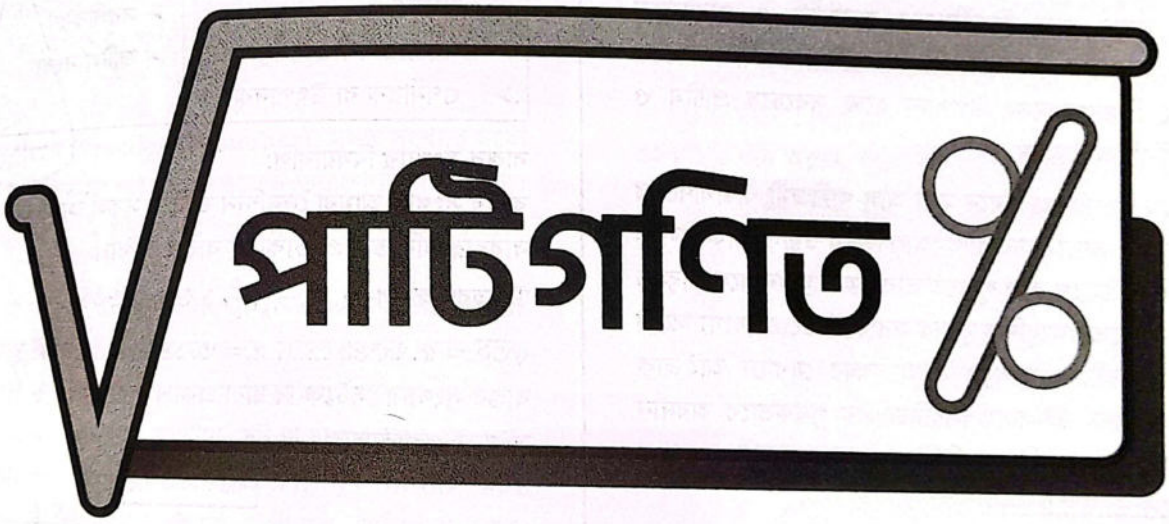
(গ) 40 (ঘ) 30

১৫। CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 4 (ঘ) 5

উত্তরমালা									
০১	-	০২	গ	০৩	খ	০৪	ঘ	০৫	গ
০৬	খ	০৭	ক	০৮	খ	০৯	ঘ	১০	গ
১১	ক	১২	খ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	ক


পাটিগণিত

অধ্যায় ০১
বাস্তব সংখ্যা

গণিতের সংক্ষিপ্ত ইতিহাস

আমাদের ভাষা 'বাংলা' আর বিজ্ঞানের ভাষা হলো 'গণিত'। গণিতের সাহায্যেই বিজ্ঞানের সকল উদ্ভাবন প্রমাণিত হয়। গণিত আছে বলেই আমরা এই মহাজগত সম্পর্কিত বিজ্ঞানভিত্তিক জ্ঞান অর্জনে সক্ষম। পিথাগোরিয়ানরা খ্রিষ্টপূর্ব ৬ষ্ঠ শতাব্দীতে প্রথম 'Mathematics' শব্দটি উদ্ভাবন করেন। 'Mathematics' শব্দটি প্রাচীন গ্রীক শব্দ 'Mathema' থেকে উদ্ভাবিত যার অর্থ 'Subject of Instruction' বা 'নির্দেশনার বিষয়'।

প্রাচীন মিশরে নীল নদের প্লাবনে নিশ্চিহ্ন হয়ে যাওয়া কৃষিজমির সীমানা ঠিক করার জন্য মিশরীয়দের জ্যামিতি ও পরিমিতির প্রয়োজনীয়তা দেখা যায়। ক্রমান্বয়ে মৌলিক পাটিগণিত, বীজগণিতের উদ্ভাবনের পর পিথাগোরাসের উপপাদ্য হচ্ছে সবচেয়ে প্রাচীন ও সুদূরপ্রসারী গাণিতিক উদ্ভাবন।

মুসলিম গণিতবিদদের মধ্যে ইবনে মুসা আল-খারিজমী বীজগণিতের ভিত্তি স্থাপন করেন। তার বিখ্যাত গ্রন্থ 'আল জিবর ওয়াল মোকাবিলা'-তে শূন্যের ব্যবহার উল্লেখ করে শূন্যকে ভারতীয় উদ্ভাবন বলে স্বীকৃতি দেয়া হয়েছে। গণিতের আধুনিক যুগের সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য ঘটনা হচ্ছে সপ্তদশ শতাব্দীতে ক্যালকুলাস আবিষ্কার যেখানে আইজাক নিউটন এবং গটফ্রিড উইলিয়াম লিবনিজ এর পৃথকভাবে অবদান রয়েছে। বর্তমান যুগেও গণিতের বিভিন্ন শাখার গবেষণা অব্যাহত রয়েছে যার ফলে গণিতশাস্ত্র সর্বদাই সমৃদ্ধ হচ্ছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কে গণিতবিদ নন? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (বাতিল)]
(ক) ওমর খৈয়াম (খ) আল-খারিজমী
(গ) ইবনে খলদুন (ঘ) উলুগ বেগ
উত্তর : (গ)

বাস্তব সংখ্যা

প্রতিনিয়তই বাস্তব সংখ্যার ব্যবহার হচ্ছে। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বাস্তব সংখ্যার ব্যবহার আমরা অস্বীকার করতে পারি না। প্রাচীনকালে এমন একটি সময় ছিল যখন লোকেরা গণনা করতে পারত না। এক সময় গণনার জন্য লোকেরা বিভিন্ন রকম পদার্থ যেমন: পাথরের নুড়ি বা কাঠি ব্যবহার করত। তারপর গণনার জন্য বিভিন্ন লিপি বা সাংকেতিক চিহ্ন উদ্ভাবিত হয়। এখন বিভিন্ন ভাষায় বাস্তব সংখ্যা প্রকাশের জন্য নির্দিষ্ট চিহ্ন আছে।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ৪৩টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৭টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-

➢ বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা	➢ গাণিতিক প্রক্রিয়া ও বাক্য
➢ ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা	➢ ভগ্নাংশের তুলনা
➢ জোড় ও বিজোড় সংখ্যা	➢ ভগ্নাংশের রূপান্তরকরণ
➢ মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা	➢ লঘিষ্ঠ আকার ও সমতুল ভগ্নাংশ
➢ মৌলিক সংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যা	➢ সরলীকরণ
➢ সংখ্যার বর্গ ও বর্গমূল	➢ জটিল সংখ্যা
➢ গুণনীয়ক বা উৎপাদক	

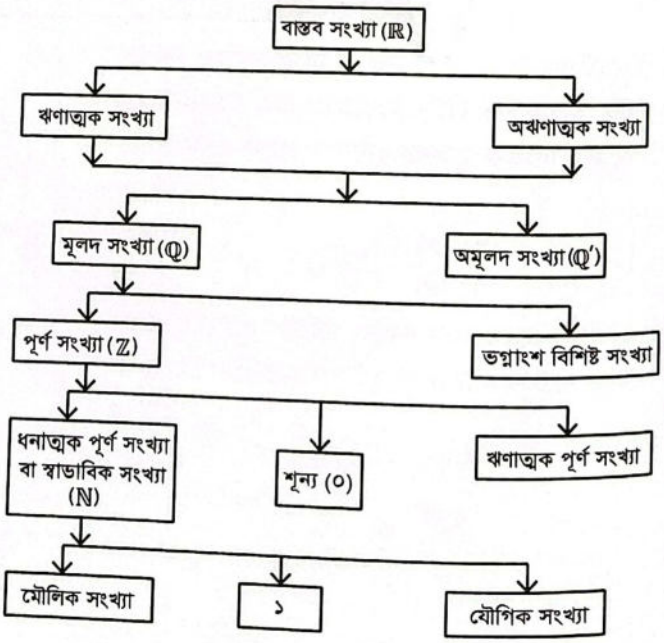
বাস্তব সংখ্যার বিষয়াবলি:

বাস্তব সংখ্যা: আমরা দৈনন্দিন জীবনে সকল কাজে যে ধরনের সংখ্যা ব্যবহার করি তার প্রত্যেকটিই বাস্তব সংখ্যা।

উদাহরণ স্বরূপ- ২, ৩, $-\frac{১}{২}$, $\frac{৩}{২}$, ১.৬৬, ২.৬৩৬̇, $\sqrt{৩২}$ = ৫.৬৫৬৯ ....., π = ৩.১৪১৫৯ ..... সবই বাস্তব সংখ্যা।

বাস্তব সংখ্যার সেটকে $\mathbb{R}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সংখ্যার প্রকারভেদ:



○ বিভিন্ন সংখ্যার সেটের মধ্যে সম্পর্ক, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

সহজে মনে রাখতে: 'নিজে কর' →নি = N, জে = Z, ক = Q, র = R

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস:

মূলদ সংখ্যা (Rational Number): যে সকল সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায় যেখানে কেবল শূন্য (০) দিয়ে ভাগ প্রযোজ্য নয় সেগুলোই মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যার সেটকে $\mathbb{Q}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণস্বরূপ: $২\frac{১}{২} = \frac{৫}{২}$, $১.৪৩ = \frac{১৪৩}{১০০}$, $-৩ = \frac{-৩}{১}$,

$১.৪\dot{৩}\dot{৯} = \frac{৯৫}{৬৬}$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number): যে সকল সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যার অনুরূপ দুইটি সংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায় না সেগুলোই অমূলদ সংখ্যা। অমূলদ সংখ্যার সেটকে $\mathbb{Q}'$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। উদাহরণস্বরূপ: $\sqrt{২} = ১.৪১৪২$ ....., $\sqrt{১৪} = ৩.৭৪১৬$..... ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয় এরূপ ধনাত্মক সংখ্যার বর্গমূল অবশ্যই অমূলদ সংখ্যা।

পূর্ণসংখ্যা (Integer Number): মূলদ সংখ্যার মধ্যে যে সকল সংখ্যা অখন্ড বা পূর্ণ সেগুলোই পূর্ণ সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ: $-৩, -১২, ০, ১, ৩, ৫$ ইত্যাদি পূর্ণ সংখ্যা। পূর্ণ সংখ্যার সেটকে $\mathbb{Z}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ভগ্নাংশ বিশিষ্ট সংখ্যা (Fractional Number): মূলদ সংখ্যার মধ্যে যে সকল সংখ্যা অখন্ড বা পূর্ণ নয় সেগুলোই ভগ্নাংশ বিশিষ্ট সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ: $১.৫, \frac{৫}{৩}, ১.৩\dot{২}\dot{৯}, ৩\frac{১}{২}$ ইত্যাদি।

ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা বা স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number or Positive Integer): পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যে সকল সংখ্যা ধনাত্মক বা যেগুলো ব্যবহার করে গণনা করা হয় সেগুলো হল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বা স্বাভাবিক সংখ্যা। স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Negative Number): পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে ঋণাত্মক চিহ্ন বিশিষ্ট সংখ্যাগুলোকে ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বলে। স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোকে ঋণাত্মক চিহ্ন যুক্ত করলেই ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা পাওয়া যায়।

উদাহরণস্বরূপ: $-১, -২, -১২, -৬৪$ ইত্যাদি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

মৌলিক সংখ্যা (Prime Number): যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোকে ১ বা ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য করা যায় না সেগুলোই মৌলিক সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭ ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা।

যৌগিক সংখ্যা (Composite Number): যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোকে ১ বা ঐ সংখ্যা ছাড়াও অন্য সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য করা যায় সেগুলোই যৌগিক সংখ্যা।

উদাহরণস্বরূপ: $১০ = ২ \times ৫$, $২৬ = ২ \times ১৩$ ইত্যাদি

সমগ্র সংখ্যা (Whole Number): শূন্য সহ সকল স্বাভাবিক সংখ্যাকে একত্রে সমগ্র সংখ্যা বলে।

উদাহরণস্বরূপ: ০, ১, ২, ৩, ... হল সমগ্র সংখ্যা।

Type-01: বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা

- **নির্দিষ্ট অঙ্কের ক্ষেত্রে:** উদাহরণস্বরূপ ৩, ৪, ৫, ৭ এই চারটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত বৃহত্তম সংখ্যা ৭৫৪৩ এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩৪৫৭। আবার ০, ৪, ৫, ৭ এই চারটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত বৃহত্তম সংখ্যা ৭৫৪০ এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৪০৫৭।
- **অনির্দিষ্ট অঙ্কের ক্ষেত্রে:** এক্ষেত্রে বৃহত্তম সংখ্যা সর্বদা ৯ দিয়ে গঠিত হবে এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যার ক্ষেত্রে প্রথম অঙ্ক ১ ও বাকিগুলো ০ দিয়ে গঠিত হবে। তাহলে, ৬ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০ এবং ৬ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ০, ১, ২ এবং ৩ দ্বারা গঠিত চার অঙ্কের বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল– [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩১৪৭ (খ) ২২৮৭

(গ) ২৯৮৭ (ঘ) ২১৮৭

সমাধান : বৃহত্তম সংখ্যা = ৩২১০ এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০২৩

∴ বিয়োগফল = ৩২১০ − ১০২৩ = ২১৮৭

উত্তর : (ঘ)

০২। পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ও চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যার অন্তর কত? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯ (খ) ১০

(গ) ১ (ঘ) −১

সমাধান : পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০

এবং চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯

∴ অন্তর = ১০০০০ − ৯৯৯৯ = ১।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার যোগফল কত?

(ক) ১০৯৯৯৯ (খ) ৮৯৯৯৯

(গ) ১০০০০৯ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০

পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

∴ যোগফল = ১০০০০+ ৯৯৯৯৯ = ১০৯৯৯৯।

উত্তর : (ক)

০২। ০, ১, ৫, ২, ১ দ্বারা গঠিত পাঁচ অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে কত হবে?

(ক) ৯৯৯৯৯ (খ) ৪১৯৮৫

(গ) ৯৯৯৯৮ (ঘ) ১০০০০

সমাধান : বৃহত্তম সংখ্যা = ৫২১১০

ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০১২৫

∴ বিয়োগফল = ৫২১১০ − ১০১২৫ = ৪১৯৮৫।

উত্তর : (খ)

০৩। চার অংকের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য কত?
(ক) ১০৯৯৯ (খ) ৮৯৯৯
(গ) ১০০৯ (ঘ) ১৯৯৯

সমাধান : চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯
চার অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০
∴ পার্থক্য = ৯৯৯৯ − ১০০০ = ৮৯৯৯।
উত্তর : (খ)

Type-02: ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা

স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে কিছু সংখ্যক সংখ্যাকে ক্রমিক সংখ্যা বলা হবে যদি এগুলো পরপর অবস্থান করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে, ১, ২, ৩, ৪, ৫ এই পাঁচটি ক্রমিক সংখ্যা। এছাড়া ৫০, ৫১, ৫২, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬ অথবা, ১০১, ১০২, ১০৩, ১০৪, ১০৫, ১০৬, ১০৭, ১০৮, ১০৯ ক্রমিক সংখ্যাসমূহের উদাহরণ। ক্রমিক সংখ্যাসমূহের বর্গসংখ্যার ক্ষেত্রে বিশেষ সম্পর্ক লক্ষ্য করা যায়।
$১^২ = ১,\ ২^২ = ৪,\ ৩^২ = ৯,\ ৪^২ = ১৬,\ ৫^২ = ২৫,$
$৬^২ = ৩৬,\ ৭^২ = ৪৯,\ ৮^২ = ৬৪,\ ৯^২ = ৮১,\ ১০^২ = ১০০,$
এখানে,
১ ও ২ এই দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের পার্থক্য = (৪ − ১) = ৩
২ ও ৩ এই দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের পার্থক্য = (৯ − ৪) = ৫
৩ ও ৪ এই দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের পার্থক্য = (১৬ − ৯) = ৭
সুতরাং ৪ ও ৫ এর বর্গ সংখ্যার পার্থক্য ৯
এবং ৫ ও ৬ এর বর্গসংখ্যার পার্থক্য ১১।
তাহলে দেখা যাচ্ছে যে দুটো ক্রমিক সংখ্যার বর্গের পার্থক্য হল ঐ দুটো সংখ্যার যোগফলের সমান।
সুতরাং, ১৩ ও ১৪ এর বর্গ সংখ্যার পার্থক্য হল (১৩ + ১৪) = ২৭।
** ৫৭ যদি বর্গ সংখ্যার পার্থক্য হয় তবে,
সংখ্যাদুটি অবশ্যই $\frac{৫৭-১}{২} = \frac{৫৬}{২}$ = ২৮ এবং ২৮ + ১ = ২৯ হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। পরপর তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল ১২০ হলে তাদের যোগফল হবে− [৩২তম ও ২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৯ (খ) ১২
(গ) ১৪ (ঘ) ১৫

সমাধান : ধরি, তিনটি ক্রমিক সংখ্যা x − ১, x ও x + ১
প্রশ্নমতে, (x−১) × x × (x + ১) = ১২০
⇒ $(x^২ - ১)x = ১২০$
⇒ $x^৩ - x = ১২০$
যদি x = ৫ হয় তাহলে, $৫^৩ - ৫ = ১২০$
⇒ ১২৫ − ৫ = ১২০
⇒ ১২০ = ১২০
সুতরাং সংখ্যা তিনটির যোগফল
= (x − ১) + x + (x + ১) = ৩x = ৩ × ৫ = ১৫

বিকল্প : ২|১২০
২|৬০
২|৩০
৩|১৫
৫
∴ ১২০ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫
= (২ × ২) × (২ × ৩) × ৫ = ৪ × ৬ × ৫
পরপর সংখ্যা তিনটি = ৪, ৫, ৬
এদের যোগফল = ৪ + ৫ + ৬ = ১৫
উত্তর : (ঘ)

০২। দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করুন, যাদের বর্গের অন্তর ৪৭। [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২১ এবং ২২ (খ) ২২ এবং ২৩
(গ) ২৩ এবং ২৪ (ঘ) ২৪ এবং ২৫

সমাধান : বর্গের অন্তর ৪৭ হলে সংখ্যা দুটি হল $\frac{৪৭-১}{২} = \frac{৪৬}{২}$ = ২৩
এবং ২৩ + ১ = ২৪
উত্তর : (গ)

০৩। দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ১৯৯ হলে বড় সংখ্যাটি কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৭০ (খ) ৮০
(গ) ৯০ (ঘ) ১০০

সমাধান : বর্গের অন্তর ১৯৯ হলে, সংখ্যা দুটি হল $\frac{১৯৯-১}{২} = \frac{১৯৮}{২}$ = ৯৯
এবং ৯৯ + ১ = ১০০। ∴ বড় সংখ্যাটি ১০০।
উত্তর : (ঘ)

Type-03: জোড় ও বিজোড় সংখ্যা

- জোড় সংখ্যা: যে সকল পূর্ণসংখ্যা ২ দ্বারা ভাগ করার ক্ষেত্রে নিঃশেষে বিভাজ্য হয় তাদেরকে জোড় সংখ্যা বলে। যেমন: ১৪, ২৬, − ৪ ইত্যাদি জোড় সংখ্যা।
- বিজোড় সংখ্যা: যে সকল পূর্ণসংখ্যা ২ দ্বারা ভাগ করার ক্ষেত্রে নিঃশেষে বিভাজ্য হয় না অর্থাৎ, ১ অবশিষ্ট থাকে তাদেরকে বিজোড় সংখ্যা বলে। যেমন: ৫, ১৫, − ৩ ইত্যাদি বিজোড় সংখ্যা।

জোড় ও বিজোড় সংখ্যার ক্ষেত্রে যোগফল ও গুণফল:

যোগের বৈশিষ্ট্য	উদাহরণ
বিজোড় + বিজোড় = জোড়	৩ + ৩ = ৬
বিজোড় + জোড় = বিজোড়	৩ + ২ = ৫
জোড় + বিজোড় = বিজোড়	২ + ৩ = ৫
জোড় + জোড় = জোড়	২ + ২ = ৪
গুণের বৈশিষ্ট্য	**উদাহরণ**
বিজোড় × বিজোড় = বিজোড়	৩ × ৩ = ৯
বিজোড় × জোড় = জোড়	৩ × ২ = ৬
জোড় × বিজোড় = জোড়	২ × ৩ = ৬
জোড় × জোড় = জোড়	২ × ২ = ৪

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। x এবং y উভয়ই বিজোড় সংখ্যা হলে কোনটি জোড় সংখ্যা হবে? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x+y+১$ (খ) xy

(গ) $xy+২$ (ঘ) $x+y$

সমাধান : ক এর ক্ষেত্রে = বিজোড় + বিজোড় = জোড় $\Rightarrow x+y$ একটি জোড় সংখ্যা $x+y+১$ একটি বিজোড় সংখ্যা

খ এর ক্ষেত্রে = বিজোড় × বিজোড় = বিজোড়

$\Rightarrow xy$ একটি বিজোড় সংখ্যা

গ এর ক্ষেত্রে = বিজোড় + জোড় = বিজোড়

$\Rightarrow xy+২$ একটি বিজোড় সংখ্যা

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। x-এর মান একটি বিজোড় সংখ্যা হলে নিম্নের কোনটির মান জোড় সংখ্যা হবে?

(ক) $২x+১$ (খ) $২(x+১)$

(গ) $২x-১$ (ঘ) $x-২$

সমাধান : x বিজোড় সংখ্যা, তাহলে $x=৩$ ধরে,

(ক) $২x+১=২\times৩+১=৭$ (বিজোড়)

(খ) $২(x+১)=২(৩+১)=৮$ (জোড়)

(গ) $২x-১=২\times৩-১=৫$ (বিজোড়)

(ঘ) $x-২=৩-২=১$ (বিজোড়)

উত্তর : (খ)

০২। x ও y দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি বিজোড়?

(ক) $x^২$ (খ) $y^২$

(গ) $x^২+১$ (ঘ) $y^২+৪$

সমাধান : জোড় × জোড় = জোড় $\Rightarrow x^২ = x\times x$ জোড় সংখ্যা

এবং $y^২ = y\times y$ জোড় সংখ্যা

$\therefore x^২+১$ বিজোড় সংখ্যা

জোড় + জোড় = জোড় $\Rightarrow y^২+৪$ জোড় সংখ্যা

উত্তর : (গ)

Type-04: মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা

➢ মূলদ সংখ্যা: যেসব বাস্তব সংখ্যা $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় যেখানে p ও q উভয়েই পূর্ণসংখ্যা এবং $q\neq0$ সেগুলোকে মূলদ সংখ্যা বলে। যে কোন মূলদ সংখ্যাকে দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার অনুপাত হিসেবেও লেখা যায়।

উদাহরণ : $\frac{৩}{১}=৩$, $\frac{১১}{২}=৫.৫$, $\frac{৫}{৩}=১.৬৬৬\ldots=১.\dot{৬}$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। সকল পূর্ণসংখ্যা ও ভগ্নাংশই মূলদ সংখ্যা।

➢ অমূলদ সংখ্যা : যেসব বাস্তব সংখ্যা $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না যেখানে p ও q উভয়েই পূর্ণসংখ্যা এবং $q\neq0$ সেগুলোকে অমূলদ সংখ্যা বলে। কোন অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার অনুপাত হিসেবে লেখা যায় না।

উদাহরণ : $\sqrt{২}=১.৪১৪২১৩\ldots\ldots$, $\sqrt{৩}=১.৭৩২\ldots\ldots$, $\frac{\sqrt{৫}}{২}=১.১১৮\ldots\ldots$ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোন সংখ্যার বর্গমূল বা বর্গমূলের ভগ্নাংশ একটি অমূলদ সংখ্যা। দুটি বিশেষ অমূলদ সংখ্যা হচ্ছে $\pi=৩.১৪১৫৯\ldots\ldots$, $e=২.৭১৮২৮\ldots\ldots$।

➢ ভগ্নাংশের হর থেকে অমূলদ সংখ্যার অপসারণ: কোনো ভগ্নাংশের হরে যদি অমূলদ সংখ্যা থাকে তাহলে সেটিকে অন্যরূপে প্রকাশ করে হর হতে অমূলদ সংখ্যা অপসারণ করা সম্ভব। যেমন: $\frac{১}{\sqrt{৩}+\sqrt{২}}=\frac{(\sqrt{৩}-\sqrt{২})}{(\sqrt{৩}+\sqrt{২})(\sqrt{৩}-\sqrt{২})}$

$=\frac{\sqrt{৩}-\sqrt{২}}{(\sqrt{৩})^২-(\sqrt{২})^২}$

$=\frac{\sqrt{৩}-\sqrt{২}}{৩-২}=\sqrt{৩}-\sqrt{২}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০.৪ (খ) $\sqrt{৯}$

(গ) ৫.৬৩৯ (ঘ) $\sqrt{\frac{২৭}{৪৮}}$

সমাধান : এখানে, (ক) $০.৪=\frac{৪}{১০}$ (মূলদ সংখ্যা);

(খ) $\sqrt{৯}=৩$ (মূলদ সংখ্যা);

(গ) ৫.৬৩৯ (আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা হওয়ায় মূলদ সংখ্যা);

(ঘ) $\sqrt{\frac{২৭}{৪৮}}=\sqrt{\frac{৩\times৯}{৩\times১৬}}=\sqrt{\frac{৯}{১৬}}=\frac{৩}{৪}$ (মূলদ সংখ্যা)।

উত্তর : (সঠিক উত্তর নেই)

০২। নিচের কোনটি $(\sqrt{৫}-\sqrt{৩})$ এর সমান? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\sqrt{২}$ (খ) $\frac{১}{২(\sqrt{৫}-\sqrt{৩})}$

(গ) $\frac{১}{\sqrt{৫}}+\frac{১}{\sqrt{৩}}$ (ঘ) $\frac{২}{\sqrt{৩}+\sqrt{৫}}$

সমাধান : $\sqrt{৫}-\sqrt{৩}=\frac{(\sqrt{৫}-\sqrt{৩})(\sqrt{৫}+\sqrt{৩})}{\sqrt{৫}+\sqrt{৩}}$

$=\frac{৫-৩}{\sqrt{৫}+\sqrt{৩}}=\frac{২}{\sqrt{৫}+\sqrt{৩}}$

উত্তর : (ঘ)

০৩। $\frac{\sqrt{২}}{\sqrt{৬}+২}=$ কত? [৩২তম ও ২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\sqrt{৩}+\sqrt{২}$ (খ) $৩-\sqrt{২}$

(গ) $\sqrt{৩}-\sqrt{২}$ (ঘ) $\sqrt{৩}+২$

সমাধান : $\frac{\sqrt{২}}{\sqrt{৬}+২} = \frac{\sqrt{২}(\sqrt{৬}-২)}{(\sqrt{৬}+২)(\sqrt{৬}-২)}$

$= \frac{২\sqrt{৩}-২\sqrt{২}}{৬-৪}$

$= \frac{২(\sqrt{৩}-\sqrt{২})}{২}$

$= \sqrt{৩}-\sqrt{২}$

উত্তর : (গ)

০৪। যদি p একটি মৌলিক সংখ্যা হয় তবে $\sqrt{p}$ ___ [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা (খ) একটি পূর্ণ সংখ্যা

(গ) একটি মূলদ সংখ্যা (ঘ) একটি অমূলদ সংখ্যা

সমাধান : যে কোনো মৌলিক সংখ্যার উপরে বর্গমূল($\sqrt{}$) থাকলেই সে সংখ্যাটি অমূলদ সংখ্যা হবে। সুতরাং $\sqrt{p}$ অবশ্যই অমূলদ সংখ্যা হবে।

উত্তর : (ঘ)

০৫। $\sqrt{২}$ সংখ্যাটি কি সংখ্যা? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) একটি স্বাভাবিক সংখ্যা (খ) একটি পূর্ণ সংখ্যা

(গ) একটি মূলদ সংখ্যা (ঘ) একটি অমূলদ সংখ্যা

সমাধান : বর্গসংখ্যা ব্যতীত যেকোন সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা। ২ মৌলিক ও বর্গসংখ্যা না হওয়ায় $\sqrt{২}$ অবশ্যই অমূলদ সংখ্যা হবে।

উত্তর : (ঘ)

০৬। নিচের কোন সংখ্যাটি $\sqrt{২}$ এবং $\sqrt{৩}$ এর মধ্যবর্তী মূলদ সংখ্যা? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{\sqrt{২}+\sqrt{৩}}{২}$ (খ) $\frac{\sqrt{২}\times\sqrt{৩}}{২}$

(গ) ১.৫ (ঘ) ১.৮

সমাধান : যেহেতু $\frac{\sqrt{২}+\sqrt{৩}}{২}$ একটি অমূলদ সংখ্যাবিশিষ্ট ভগ্নাংশ তাই এটি অমূলদ সংখ্যা।

একই ভাবে $\frac{\sqrt{২}\times\sqrt{৩}}{২}$ অমূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{২} = ১.৪১৪\ldots\ldots$, $\sqrt{৩} = ১.৭৩২\ldots\ldots$ হওয়ায়,

$\sqrt{২} < ১.৫ < \sqrt{৩}$ এবং ১.৮, $\sqrt{২}$ ও $\sqrt{৩}$ মধ্যবর্তী নয়।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $৩\sqrt{২}$ সংখ্যাটি কোন ধরনের সংখ্যা?

(ক) একটি মৌলিক সংখ্যা (খ) জটিল সংখ্যা

(গ) অমূলদ সংখ্যা (ঘ) মূলদ সংখ্যা

সমাধান : $\sqrt{২}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। এর সাথে ৩ গুণ হলে সংখ্যাটি অমূলদ সংখ্যাই থাকবে। অর্থাৎ $৩\sqrt{২}$ অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর : (গ)

০২। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

(ক) $\frac{৫}{\sqrt{৩}}$ (খ) $\sqrt{\frac{১৬}{৯}}$

(গ) $\sqrt[৩]{\frac{৮}{২৭}}$ (ঘ) সবগুলো

সমাধান : $\sqrt{\frac{১৬}{৯}} = \frac{৪}{৩}$, যা মূলদ সংখ্যা; $\sqrt[৩]{\frac{৮}{২৭}} = \frac{২}{৩}$, যা মূলদ সংখ্যা।

$\frac{৫}{\sqrt{৩}} = \frac{৫}{১.৭৩২\ldots.}$ যা দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত নয়।

সুতরাং $\frac{৫}{\sqrt{৩}}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

উত্তর : (ক)

০৩। e এবং π কি ধরনের সংখ্যা?

(ক) স্বাভাবিক সংখ্যা (খ) পূর্ণসংখ্যা

(গ) মূলদ সংখ্যা (ঘ) অমূলদ সংখ্যা

সমাধান : π একটি অমূলদ সংখ্যা যার মান ৩.১৪১৫৯.....

এবং e হচ্ছে একটি অমূলদ সংখ্যা যার মান ২.৭১৮২৮.....

উত্তর : (ঘ)

০৪। $\sqrt{৩}$ ও ২ এর মধ্যবর্তী সংখ্যা কোনটি?

(ক) π (খ) ১.৬

(গ) $\frac{\pi}{২}$ (ঘ) ১.৮

সমাধান : এখানে, $১.৬ < \sqrt{৩} = ১.৭৩২০৫ < ১.৮ < ২$

এছাড়া $\pi = ৩.১৪১৫৯\ldots\ldots$ এবং $\frac{\pi}{২} = ১.৫৭\ldots\ldots$

হওয়ায় $\frac{\pi}{২} < \sqrt{৩} = ১.৭৩২০৫ < ২ < \pi$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $\frac{৩}{\sqrt{১০}-৩}$ নিচের কোনটির সমান?

(ক) $৯ + ৩\sqrt{১০}$ (খ) $১ + ৩\sqrt{১০}$

(গ) $\frac{৩}{\sqrt{১০}+৩}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{১০}+৩}{৩}$

সমাধান : $\frac{৩}{\sqrt{১০}-৩} = \frac{৩(\sqrt{১০}+৩)}{(\sqrt{১০}+৩)(\sqrt{১০}-৩)}$

$= \frac{৩\sqrt{১০}+৯}{১০-৯}$

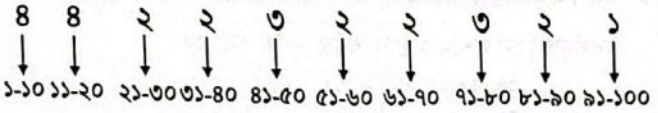
$= ৩\sqrt{১০} + ৯$

উত্তর : (ক)

Type-05: মৌলিক সংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যা

মৌলিক সংখ্যা : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা ও ১ ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায় না সেই সকল সংখ্যাই মৌলিক সংখ্যা। সর্বনিম্ন মৌলিক সংখ্যা ও একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা হচ্ছে ২। সর্বোচ্চ মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় সম্ভব নয় কারণ সংখ্যা অসীম।

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা মনে রাখার সহজ উপায়:



(১ থেকে ১০০) মোট মৌলিক সংখ্যা, ২৫ টি

(১০১ থেকে ২০০) মোট মৌলিক সংখ্যা, ২১ টি

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা? [৩৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)/১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৭ (খ) ৮৭

(গ) ৯১ (ঘ) ১৪৩

সমাধান : এখানে ৮৭ = ৩ × ২৯, ৯১ = ৭ × ১৩, ১৪৩ = ১১ × ১৩ এরা যৌগিক সংখ্যা।
সুতরাং ৪৭ মৌলিক সংখ্যা। এছাড়া ৪৬ থেকে ৫০ পর্যন্ত একমাত্র মৌলিক সংখ্যা ৪৭।
উত্তর : (ক)

০২। নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯১ (খ) ৮৭

(গ) ৬৩ (ঘ) ৫৯

সমাধান : এখানে ৯১ = ৭ × ১৩, ৮৭ = ৩ × ২৯, ৬৩ = ৩ × ২১ এরা যৌগিক সংখ্যা। সুতরাং ৫৯ মৌলিক সংখ্যা।
এছাড়া ৫৬ থেকে ৬০ পর্যন্ত একমাত্র মৌলিক সংখ্যা ৫৯।
উত্তর : (ঘ)

০৩। ১০ থেকে ৬০ পর্যন্ত যে সকল মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ৯ তাদের সমষ্টি কত? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৪৬ (খ) ৯৯

(গ) ১০৫ (ঘ) ১০৭

সমাধান : ১০ থেকে ৬০ পর্যন্ত যে সকল মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ৯, সে সকল সংখ্যা হচ্ছে ১৯, ২৯, ৫৯
সংখ্যা তিনটির সমষ্টি = ১৯ + ২৯ + ৫৯ = ১০৭।
উত্তর : (ঘ)

০৪। ৬০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার অন্তর হবে- [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮ (খ) ১২

(গ) ১৮ (ঘ) ১৪০

সমাধান : ৬০ ও ৮০ এর মধ্যে ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম মৌলিক সংখ্যা হচ্ছে যথাক্রমে ৬১ ও ৭৯।
∴ এ দুটি সংখ্যার অন্তর = (৭৯ − ৬১) = ১৮।
উত্তর : (গ)

০৫। ৪৩ থেকে ৬০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যার সংখ্যা– [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫ (খ) ৩

(গ) ৭ (ঘ) ৪

সমাধান : মনে রাখার সহজ উপায় হতে পাই,
৪১ থেকে ৬০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর সংখ্যা,
= (৩ + ২) = ৫ টি। এর মধ্যে ৪১ সংখ্যাটি বাদ দিয়ে পাওয়া যায় = (৫ − ১) = ৪টি।
উত্তর : (ঘ)

০৬। ২ এবং ৩২ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) ১১টি (খ) ৯টি

(গ) ৮টি (ঘ) ১০টি

সমাধান : মনে রাখার সহজ উপায় হতে পাই, ১ থেকে ৩০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর সংখ্যা = (৪ + ৪ + ২) = ১০ টি। এর মধ্যে ২ সংখ্যাটি বাদ দিয়ে এবং ৩১ সংখ্যাটি যুক্ত করলে পাওয়া যায় ১০টি।
উত্তর : (ঘ)

০৭। ১ হতে ৩০ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১১ টি (খ) ৮ টি

(গ) ১০ টি (ঘ) ৯ টি

সমাধান : মনে রাখার সহজ উপায় হতে পাই, ১ থেকে ৩০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর সংখ্যা = (৪ + ৪ + ২) = ১০ টি।
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়?

(ক) ২৬৩ (খ) ২৫৩

(গ) ২৩৩ (ঘ) ২৪১

সমাধান : এখানে ২৫৩ = ১১ × ২৩।
সুতরাং ২৫৩ মৌলিক সংখ্যা নয়।
২৬৩, ২৩৩ ও ২৪১ কে মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসেবে দেখানো যায় না।
উত্তর : (খ)

০২। ৩ হতে ১০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গুণফল কত?

(ক) ১০০ (খ) ১০৫

(গ) ৯৫ (ঘ) ৬২

সমাধান : ৩ হতে ১০ পর্যন্ত ৩টি মৌলিক সংখ্যা রয়েছে।
যথা- ৩, ৫, ৭।
এদের গুণফল = ৩ × ৫ × ৭ = ১০৫।
উত্তর : (খ)

০৩। ৫০ থেকে ৭০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?

(ক) ২০০ (খ) ২২০

(গ) ২৪০ (ঘ) ২৫০

সমাধান : ৫০ থেকে ৭০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো হল ৫৩, ৫৯, ৬১ ও ৬৭।

এদের যোগফল = ৫৩ + ৫৯ + ৬১ + ৬৭

= ২৪০

উত্তর : (গ)

Type-06: সংখ্যার বর্গ ও বর্গমূল

বর্গসংখ্যা: কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গসংখ্যা হল সংখ্যাটির সাথে ঐ সংখ্যারই গুণফল। যেমন: ৪, ২৫ ও ৩৬ হল যথাক্রমে ২, ৫ ও ৬ এর বর্গসংখ্যা। এখানে, ৪ = ২ × ২, ২৫ = ৫ × ৫ এবং ৩৬ = ৬ × ৬।

বর্গমূল: কোনো ধনাত্মক সংখ্যার বর্গমূল দশমিকের পর নির্দিষ্ট অঙ্ক পর্যন্ত নির্ণয় করা যায়।

➢ স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এখানে ১২ এর বর্গমূল তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করা হল :

ভাগের সাহায্যে বর্গমূল নির্ণয় পদ্ধতি

ব্যাখ্যা: ২১১৬ এর বর্গমূল নির্ণয়।

২১ ১৬ (১) ২১১৬ সংখ্যাটি লিখে ডানদিক থেকে দুইটি করে অঙ্ক নিয়ে জোড়া করি। প্রত্যেক জোড়ার উপর রেখা চিহ্ন দেই।

২১ ১৬| (২) ভাগের সময় যেমন খাড়া দাগ দেওয়া হয় ডানপাশে একটি খাড়া দাগ দেই।

২১ ১৬ | ৪
১৬ (৩) প্রথম জোড়াটি ২১, এর পূর্ববর্তী বর্গ সংখ্যাটি ১৬, যার বর্গমূল √১৬ বা ৪; খাড়া দাগের ডানপাশে ৪ লিখি। এখন ২১ এর ঠিক নিচে ১৬ লিখি।

২১ ১৬ | ৪
১৬
৫ (৪) এখন ২১ থেকে ১৬ বিয়োগ করি।

২১ ১৬ | ৪
১৬
৫১৬ (৫) বিয়োগফল ৫ এর ডানে পরবর্তী জোড়া ১৬ বসাই। অতঃপর ৫১৬ সংখ্যাটির বামে খাড়া দাগ দেই।

২১ ১৬ | ৪
১৬
৮ | ৫১৬ (৬) ভাগফলের ঘরের সংখ্যা ৪ এর দ্বিগুণ (৪ × ২) বা ৮ নিচের খাড়া দাগের বামপাশে বসাই। ৮ এবং খাড়া দাগের মধ্যে একটি অঙ্ক বসানোর মতো স্থান রাখি।

২১ ১৬ | ৪৬
১৬
৮৬ | ৫১৬
৫১৬
০ (৭) এখন একটি এক অঙ্কের সংখ্যা খুঁজে বের করি যাকে ৮ এর ডান পাশে বসিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দ্বারা গুণ করে ৫১৬ এর সমান বা ৫১৬ থেকে ছোট সংখ্যা পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে ৬ হবে সেই সংখ্যা। ৬ সংখ্যাটি কে ভাগফলে ৪ এর ডানপাশে বসাই।

∴ √২১১৬ = ৪৬ (৮) ভাগফলের স্থানে পাওয়া গেল ৪৬ এটি বর্গমূল।

➢ দশমিক ভগ্নাংশের বর্গমূল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এখানে ৩৭.৩৯ এর বর্গমূল তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করা হল:

৩৭. ৩৯ ০০ ০০ | ৬.১১৪
৩৬
১২১ | ১ ৩৯
১ ২১
১২২১ | ১৮ ০০
১২ ২১
১২২২৪ | ৫ ৭৯ ০০
৪ ৮৮ ৯৬
৯০ ০৪

∴ ৩৭.৩৯ এর বর্গমূল ৬.১১৪ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। √১৫.৬০২৫ =? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩.৮৫ (খ) ৩.৭৫

(গ) ৩.৯৫ (ঘ) ৩.৬৫

সমাধান :
১৫. ৬০ ২৫ | ৩.৯৫
৯
৬৯ | ৬ ৬০
৬ ২১
৭৮৫ | ৩৯ ২৫
৩৯ ২৫
০

∴ √১৫.৬০২৫ = ৩.৯৫ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)

উত্তর : (গ)

০২। √১৬৯ এর সমান কোনটি? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১১ (খ) ১৩

(গ) ১৫ (ঘ) ১৬

সমাধান : যেহেতু ১৩ × ১৩ = ১৬৯,

সুতরাং ১৬৯-এর বর্গমূল √১৬৯ = ১৩

উত্তর : (খ)

০৩। ০.১ এর বর্গমূল কত?

[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) ০.১ (খ) ০.০১

(গ) ০.২৫ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান :
০. ১০ ০০ ০০ | ০.৩১৬
৯
৬১ | ১ ০০
৬১
৬২৬ | ৩৯ ০০
৩৭ ৫৬
১ ৪৪

∴ ০.১ এর বর্গমূল = ০.৩১৬ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২৫.৩৬ এর বর্গমূল কত?

(ক) ৫.০৩৬ (খ) ৫.০৩

(গ) ৫.৬ (ঘ) ৩.৫

সমাধান :

```
২৫. ৩৬ ০০ | ৫.০৩
২৫
১০০৩ | ৩৬ ০০
       ৩০ ০৯
          ৫ ৯১
```

∴ ২৫.৩৬ এর বর্গমূল = ৫.০৩ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)

উত্তর : (খ)

০২। ৪৭০৮০ এর বর্গমূল নিচের কোনটি?

(ক) ২১৬.৯৭ (খ) ২১৬

(গ) ২১১৬.৮০ (ঘ) ২১৫

সমাধান :

```
৪ ৭০ ৮০. ০০ ০০ | ২১৬. ৯৭
৪
৪১ | ৭০
     ৪১
৪২৬ | ২৯ ৮০
      ২৫ ৫৬
৪৩২৯ | ৪ ২৪ ০০
       ৩ ৮৯ ৬১
৪৩৩৮৭ | ৩৪ ৩৯ ০০
        ৩০ ৩৭ ০৯
           ৪ ০১ ৯১
```

∴ ৪৭০৮০ এর বর্গমূল = ২১৬.৯৭ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)

উত্তর : (ক)

০৩। ১৯৬ সংখ্যাটি কোন সংখ্যার বর্গসংখ্যা?

(ক) ১৩ (খ) ১৪

(গ) ১৫ (ঘ) ১৬

সমাধান : ১৩ × ১৩ = ১৬৯; ১৪ × ১৪ = ১৯৬;

১৫ × ১৫ = ২২৫ ; ১৬ × ১৬ = ২৫৬

উত্তর : (খ)

০৪। $\sqrt{০.০৩}$ =?

(ক) ০.০৭২ (খ) ০.১৭৩

(গ) ০.০০৯ (ঘ) ০.০১৫

সমাধান :

```
০. ০৩ ০০ ০০ | ০.১৭৩
১
২৭ | ২ ০০
     ১ ৮৯
৩৪৩ | ১১ ০০
      ১০ ২৯
         ৭১
```

∴ $\sqrt{০.০৩}$ = ০.১৭৩ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

উত্তর : (খ)

Type-07: গুণনীয়ক বা উৎপাদক

গুণনীয়ক বা উৎপাদক: কোনো স্বাভাবিক সংখ্যার গুণনীয়ক হল সে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা যা দ্বারা মূল সংখ্যাটি নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।

যেমনঃ ২৪ এর গুণনীয়ক সংখ্যা হল ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ২৪ । এখানে, ১ বাদে বাকি সবাই ২৪ এর প্রকৃত গুণনীয়ক।

অর্থাৎ ২৪ = ১ × ২৪ = ২ × ১২ = ৩ × ৮ = ৪ × ৬

আবার ৩৬ এর গুণনীয়ক সংখ্যা হল ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮, ৩৬

অর্থাৎ ৩৬ = ১ × ৩৬ = ২ × ১৮ = ৩ × ১২ = ৪ × ৯ = ৬ × ৬

সাধারণত গুণনীয়ক সংখ্যা জোড় সংখ্যক হয় তবে একমাত্র বর্গসংখ্যার গুণনীয়ক সংখ্যাই বিজোড় সংখ্যক হয়।

যেমন: এখানে ২৪ এর গুণনীয়ক সংখ্যা ৮টি যা একটি জোড় সংখ্যা ও ৩৬ বর্গ সংখ্যা হওয়ায় এর গুণনীয়ক সংখ্যা ৯টি যা একটি বিজোড় সংখ্যা।

মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ: যেকোন যৌগিক সংখ্যাকে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়। যেমন: ২৪ এর ক্ষেত্রে

```
২ | ২৪
  ২ | ১২
    ২ | ৬
      ৩
```

∴ ২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩ একইভাবে, ৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোন পূর্ণসংখ্যাটির সবচেয়ে বেশি উৎপাদক বা গুণনীয়ক আছে? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮৮ (খ) ৯১

(গ) ৯৫ (ঘ) ৯৯

সমাধান : ৮৮ = ১ × ৮৮ = ২ × ৪৪ = ৪ × ২২ = ৮ × ১১,

সুতরাং ৮৮ এর গুণনীয়কগুলো হল

১, ২, ৪, ৮, ১১, ২২, ৪৪, ৮৮, মোট সংখ্যা ৮টি ।

৯১ = ১ × ৯১ = ৭ × ১৩; সুতরাং ৯১ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ৭, ১৩, ৯১, মোট সংখ্যা ৪টি।

৯৫ = ১ × ৯৫ = ৫ × ১৯; সুতরাং ৯৫ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ৫, ১৯, ৯৫, মোট সংখ্যা ৪টি।

৯৯ = ১ × ৯৯ = ৩ × ৩৩ = ৯ × ১১; সুতরাং ৯৯ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ৩, ৯, ১১, ৩৩, ৯৯, মোট সংখ্যা ৬টি।

উত্তর : (ক)

০২। ৭২ সংখ্যাটির মোট ভাজক আছে- [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯টি (খ) ১০টি

(গ) ১১টি (ঘ) ১২টি

সমাধান : ৭২ = ১ × ৭২ = ২ × ৩৬

= ৩ × ২৪ = ৪ × ১৮ = ৬ × ১২ = ৮ × ৯

∴ ৭২ এর গুণনীয়ক বা ভাজকগুলো হল:

১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ৯, ১২, ১৮, ২৪, ৩৬, ৭২।

মোট সংখ্যা ১২টি।

S/M : 2 | ৭২
2 | ৩৬
2 | ১৮
৩ | ৯
৩

৭২ এর মৌলিক গুণনীয়ক '২' আছে ৩টি
এবং '৩' আছে ২টি।
∴ $৭২ = ২^৩ \times ৩^২$
অতএব, নির্ণেয় ভাজক সংখ্যা = (৩+১) × (২+১)
[পাওয়ারগুলোর সাথে ১ যোগ করা হয়েছে]
= ১২টি
উত্তর : (ঘ)

০৩। কোন কোন স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা ৩৪৬ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ৩১ অবশিষ্ট থাকে? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩৫, ৪৫, ৬৩, ১০৫, ৩১৫
(খ) ৩৫, ৪০, ৬৫, ১১০, ৩১৫
(গ) ৩৫, ৪৫, ৭০, ১০৫, ৩১৫
(ঘ) ৩৫, ৪৫, ৬৩, ১১০, ৩১৫

সমাধান : যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা ৩৪৬ কে ভাগ করলে ৩১ অবশিষ্ট থাকে সেগুলো (৩৪৬ – ৩১) = ৩১৫ এর সেই সকল গুণনীয়ক হবে যা ৩১ অপেক্ষা বড়।
৩১৫ = ১ × ৩১৫ = ৩ × ১০৫ = ৫ × ৬৩ = ৭ × ৪৫ = ৯ × ৩৫ = ১৫ × ২১
∴ ৩১৫ এর গুণনীয়কগুলো হল ১,৩, ৫, ৭, ৯, ১৫, ২১, ৩৫, ৪৫, ৬৩, ১০৫, ৩১৫
∴ ৩১ অপেক্ষা বড় ৩১৫ এর গুণনীয়কগুলো হল ৩৫, ৪৫, ৬৩, ১০৫, ৩১৫
উত্তর : (ক)

০৪। নিম্নলিখিত চারটি সংখ্যার মধ্যে কোনটির ভাজক সংখ্যা বিজোড়? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২০৪৮ (খ) ৫১২
(গ) ১০২৪ (ঘ) ৪৮

সমাধান : বর্গ সংখ্যার ভাজক সংখ্যা বিজোড় সংখ্যক হয়।
$৪৫^২ = ২০২৫ < ২০৪৮ < ৪৬^২ = ২১১৬$
অর্থাৎ ২০৪৮ বর্গসংখ্যা নয়।
$২২^২ = ৪৮৪ < ৫১২ < ২৩^২ = ৫২৯$
অর্থাৎ ৫১২ বর্গসংখ্যা নয়।
$৩২^২ = ১০২৪$, যা বর্গ সংখ্যা
$৬^২ = ৩৬ < ৪৮ < ৭^২ = ৪৯$ অর্থাৎ ৪৮ বর্গসংখ্যা নয়
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোন সংখ্যাটির ভাজক সংখ্যা জোড় সংখ্যক?
(ক) ১৬৯ (খ) ২৮৯
(গ) ৩২৪ (ঘ) ১৯৮

সমাধান : ১৬৯ = ১৩ × ১৩,
২৮৯ = ১৭ × ১৭,
৩২৪ = ১৮ × ১৮, এরা বর্গসংখ্যা।
বর্গ সংখ্যার ভাজক সংখ্যা বিজোড় সংখ্যক।
১৯৮ বর্গ সংখ্যা নয়।
কারণ $১৪^২ = ১৯৬ < ১৯৮ < ১৫^২ = ২২৫$
উত্তর : (ঘ)

০২। কোন কোন স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা ২১৬ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ৩২ অবশিষ্ট থাকে?
(ক) ৪৬, ৯২, ১৮৪ (খ) ৪৪, ৯০, ১৮৪
(গ) ৪৬, ৯২, ১৪৮ (ঘ) ৪৬, ৯৬, ১৮৪

সমাধান : যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা ২১৬ কে ভাগ করলে ৩২ অবশিষ্ট থাকে সেগুলো (২১৬ – ৩২) = ১৮৪ এর সেই সকল গুণনীয়ক হবে যা ৩২ অপেক্ষা বড়।
১৮৪ = ১ × ১৮৪ = ২ × ৯২ = ৪ × ৪৬ = ৮ × ২৩
সুতরাং ১৮৪ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ২, ৪, ৮, ২৩, ৪৬, ৯২, ১৮৪। তাহলে, ৩২ অপেক্ষা বড় ২১৬ এর গুণনীয়কগুলো হল ৪৬, ৯২, ১৮৪
উত্তর : (ক)

০৩। নিচের কোনটির উৎপাদক সংখ্যা কম?
(ক) ৫০ (খ) ৫৬
(গ) ৪৬ (ঘ) ৬৪

সমাধান : ৫০ = ১ × ৫০ = ২ × ২৫ = ৫ × ১০
∴ ৫০ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ২, ৫, ১০, ২৫, ৫০; মোট সংখ্যা ৬টি
৫৬ = ১ × ৫৬ = ২ × ২৮ = ৪ × ১৪ = ৭ × ৮
∴ ৫৬ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ২, ৪, ৭, ৮, ১৪, ২৮, ৫৬; মোট সংখ্যা ৮টি
৪৬ = ১ × ৪৬ = ২ × ২৩
∴ ৪৬ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ২, ২৩, ৪৬; মোট সংখ্যা ৪টি
৬৪ = ১ × ৬৪ = ২ × ৩২ = ৪ × ১৬ = ৮ × ৮
∴ ৬৪ এর গুণনীয়কগুলো হল ১, ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২, ৬৪; মোট সংখ্যা ৭টি
উত্তর : (গ)

Type-08: গাণিতিক প্রক্রিয়া ও বাক্য

যে কোন গাণিতিক বাক্যে সাধারণত সংখ্যা, সমান বা অসমতা চিহ্ন ও বিভিন্ন গাণিতিক প্রক্রিয়া [যেমন: যোগ (+), বিয়োগ (-), গুণ (×), ভাগ (÷) ইত্যাদি] ব্যবহার করা হয়। বিভিন্ন বর্ণনা থেকে গাণিতিক বাক্য লেখা যায়।

যেমন:

বর্ণনা	গাণিতিক বাক্য
x হলো y থেকে ৫ বেশি	$x = y + ৫$
x হলো ৫০ থেকে ৬ কম	$x = ৫০ - ৬$ বা, $x + ৬ = ৫০$
x ও ৬ এর গুণফল হল y	$x \times ৬ = y$
x কে y দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ৫	$\frac{x}{y} = ৫$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪০ সংখ্যাটি a হতে ১১ কম। গাণিতিক আকারে প্রকাশ করলে কি হবে? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $a + ১১ = ৪০$ (খ) $a + ৪০ = ১১$

(গ) $a = ৪০ + ১১$ (ঘ) $a = ৪০ + ১$

সমাধান : ৪০ সংখ্যাটি a হতে ১১ কম এর অর্থ হলো:

$৪০ = a - ১১$

$\Rightarrow a = ৪০ + ১১$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। x থেকে y সংখ্যাটি ৮৮ বেশি। গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করলে কি হবে?

(ক) $x - ৮৮ = y$ (খ) $x + ৮৮ = y$

(গ) $x + y = ৮৮ + x$ (ঘ) $৮৮ - y = x$

সমাধান : x থেকে y সংখ্যাটি ৮৮ বেশি এর অর্থ হল x এর সাথে ৮৮ যোগ করলে y পাওয়া যাবে। অর্থাৎ, $x + ৮৮ = y$

উত্তর : (খ)

০২। ১০০ থেকে x বিয়োগ করে যা পাওয়া যায় তা z থেকে ৬৬ কম। এটিকে গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করলে কি হবে?

(ক) $১০০ - x = z + ৬৬$ (খ) $x - ১০০ = z + ৬৬$

(গ) $x + z = ১০০ + ৬৬$ (ঘ) উপরের কোনটিই নয়

সমাধান : ১০০ থেকে x বিয়োগের গাণিতিক প্রকাশ:

১০০ - x, এটি z থেকে ৬৬ কম।

অর্থাৎ, $১০০ - x = z - ৬৬$

$\Rightarrow x + z = ১০০ + ৬৬$

উত্তর : (গ)

Type-09: বিবিধ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সংখ্যা ৩০১ হতে যত বড় ৩৮১ হতে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৪০ (খ) ৩৪১

(গ) ৩৪২ (ঘ) ৩৪৪

সমাধান : সংখ্যাটি x হলে-

শর্তমতে, $x - ৩০১ = ৩৮১ - x$

$\Rightarrow ২x = ৩৮১ + ৩০১ \Rightarrow x = \frac{৬৮২}{২}$ $\therefore x = ৩৪১$

S/M : নির্ণেয় সংখ্যাটি $= \frac{৩০১+৩৮১}{২} = ৩৪১$

উত্তর: (খ)

০২। একটি সংখ্যা ৬৫০ থেকে যত বড় ৮২০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭৩০ (খ) ৭৩৫

(গ) ৮০০ (ঘ) ৭৮০

সমাধান : সংখ্যাটি হবে উল্লিখিত সংখ্যাদ্বয়ের গড়-

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা $= \frac{৬৫০+৮২০}{২} = ৭৩৫$

উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সংখ্যা ৬২০ থেকে যত বড় ৭৪০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত?

(ক) ৬০০ (খ) ৬৮০

(গ) ৭২০ (ঘ) ৮৩০

সমাধান : সংখ্যাটি x হলে-

শর্তমতে, $x - ৬২০ = ৭৪০ - x$

$\Rightarrow ২x = ৭৪০ + ৬২০ \Rightarrow x = \frac{১৩৬০}{২}$ $\therefore x = ৬৮০$

S/M : $\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= \frac{৬২০+৭৪০}{২} = ৬৮০$

উত্তর: (খ)

০২। একটি সংখ্যা ১৭৯ থেকে যত বড় ২০১ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত?

(ক) ২৫০ (খ) ২২০

(গ) ১৯০ (ঘ) ২৮০

সমাধান : সংখ্যাটি x হলে-

শর্তমতে, $x - ১৭৯ = ২০১ - x$

$\Rightarrow ২x = ২০১ + ১৭৯ \Rightarrow x = \frac{৩৮০}{২}$ $\therefore x = ১৯০$

S/M : $\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= \frac{১৭৯+২০১}{২} = ১৯০$

উত্তর: (গ)

ভগ্নাংশ

Type-01: ভগ্নাংশের তুলনা

দুটি ভগ্নাংশের মধ্যে বড় ও ছোট নির্ণয়ের জন্য নিচের নিয়মগুলো প্রয়োগ করাই সর্বোত্তম।

➢ যেকোন ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$\frac{a}{b}$ ও $\frac{x}{y}$ এর মধ্যে বড় ছোট নির্ণয়: প্রথম ভগ্নাংশের লব × দ্বিতীয় ভগ্নাংশের হর $= a \times y$

এবং দ্বিতীয় ভগ্নাংশের লব × প্রথম ভগ্নাংশের হর $= x \times b$

যদি $a \times y > x \times b$ হয় তবে $\frac{a}{b} > \frac{x}{y}$

এবং যদি $a \times y < x \times b$ হয় তবে $\frac{a}{b} < \frac{x}{y}$

➢ একই হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$\frac{a}{b}$ ও $\frac{c}{b}$ এর মধ্যে বড় ছোট নির্ণয়:

যদি $a < c$ হয় তবে $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$ এবং যদি $a > c$ হয় তবে $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$

তাহলে দুইটি ভগ্নাংশ একই হরবিশিষ্ট হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় হবে সেই ভগ্নাংশ বড় হবে।

➢ একই লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে:

$\frac{a}{b}$ ও $\frac{a}{d}$ এর মধ্যে বড় ছোট নির্ণয়:

যদি $b < d$ হয় তবে $\frac{a}{b} > \frac{a}{d}$ এবং যদি $b > d$ হয় তবে $\frac{a}{b} < \frac{a}{d}$

তাহলে দুইটি ভগ্নাংশ একই লববিশিষ্ট হলে যে ভগ্নাংশের হর বড় হবে সেই ভগ্নাংশ ছোট হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{5}{12}, \frac{6}{13}, \frac{11}{24}$ এবং $\frac{3}{8}$ এর মধ্যে বড় ভগ্নাংশটি- [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{5}{12}$ (খ) $\frac{6}{13}$

(গ) $\frac{11}{24}$ (ঘ) $\frac{3}{8}$

সমাধান : $\frac{6}{13} > \frac{5}{12}$ কারণ $(6 \times 12) = 72 > (5 \times 13) = 65$

$\frac{6}{13} > \frac{11}{24}$ কারণ $(6 \times 24) = 144 > (13 \times 11) = 143$

$\frac{6}{13} > \frac{3}{8}$ কারণ $(8 \times 6) = 48 > (13 \times 3) = 39$

$\therefore \frac{6}{13}$ বৃহত্তম।

উত্তর: (খ)

০২। কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৫}{৬}$ (খ) $\frac{১২}{১৫}$

(গ) $\frac{১১}{১৪}$ (ঘ) $\frac{১৭}{২১}$

সমাধান : $\frac{৫}{৬} > \frac{১২}{১৫}$ কারণ $(৫ \times ১৫) = ৭৫ > (১২ \times ৬) = ৭২$

$\frac{১১}{১৪} < \frac{১৭}{২১}$ কারণ $(১১ \times ২১) = ২৩১ < (১৭ \times ১৪) = ২৩৮$

$\frac{১২}{১৫} > \frac{১১}{১৪}$ কারণ $(১২ \times ১৪) = ১৬৮ > (১১ \times ১৫) = ১৬৫$

$\therefore \frac{১১}{১৪}$ ক্ষুদ্রতম।

উত্তর : (গ)

০৩। কোনটি সবচেয়ে ছোট? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{২}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{১১}$

(গ) $\frac{২}{১৩}$ (ঘ) $\frac{৪}{১৫}$

সমাধান : $\frac{২}{১১} < \frac{৩}{১১}$ কারণ দুইটি ভগ্নাংশ একই হরবিশিষ্ট হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় হবে সেই ভগ্নাংশ বড় হবে।

$\frac{২}{১৩} < \frac{৪}{১৫}$ কারণ $(২ \times ১৫) = ৩০ < (৪ \times ১৩) = ৫২$

$\frac{২}{১১} > \frac{২}{১৩}$ কারণ $(২ \times ১৩) = ২৬ > (২ \times ১১) = ২২$

$\therefore \frac{২}{১৩}$ ছোট।

উত্তর : (গ)

০৪। নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০.৩ (খ) $\sqrt{০.৩}$

(গ) $\frac{১}{৩}$ (ঘ) $\frac{২}{৫}$

সমাধান : (ক) ০.৩ (খ) $\sqrt{০.৩} = ০.৫৪৭$

(গ) $\frac{১}{৩} = ০.৩৩৩$ (ঘ) $\frac{২}{৫} = ০.৪০$

উত্তর : (ক)

০৫। কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) $\frac{১}{১১}$ (খ) $\frac{৩}{৩১}$

(গ) $\frac{২}{২১}$ (ঘ) $\sqrt{০.০২}$

সমাধান : $\frac{১}{১১} = ০.০৯ < \frac{২}{২১} = ০.০৯৫ < \frac{৩}{৩১}$

$= ০.০৯৭ < \sqrt{০.০২} = ০.১৪১$

উত্তর : (ক)

০৬। কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? [২২তম ও ১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০.৩ (খ) $\frac{১}{৩}$

(গ) $\sqrt{০.৩}$ (ঘ) $\frac{২}{৫}$

সমাধান : $০.৩ < \frac{১}{৩} = ০.৩৩৩৩ < \frac{২}{৫} = ০.৪ < \sqrt{০.৩} = ০.৫৪৭৭$

উত্তর : (গ)

০৭। কোন ভগ্নাংশটি $\frac{২}{৩}$ থেকে বড়? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৩৩}{৫০}$ (খ) $\frac{৮}{১১}$

(গ) $\frac{৩}{৫}$ (ঘ) $\frac{১৩}{২৭}$

সমাধান : $\frac{২}{৩} > \frac{৩৩}{৫০}$ কারণ $(২ \times ৫০) = ১০০ > (৩৩ \times ৩) = ৯৯$;

$\frac{২}{৩} < \frac{৮}{১১}$ কারণ $(২ \times ১১) = ২২ < (৮ \times ৩) = ২৪$;

$\frac{২}{৩} > \frac{৩}{৫}$ কারণ $(২ \times ৫) = ১০ > (৩ \times ৩) = ৯$;

$\frac{২}{৩} > \frac{১৩}{২৭}$ কারণ $(২ \times ২৭) = ৫৪ > (১৩ \times ৩) = ৩৯$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোন সংখ্যাটি সবচেয়ে বড়?

(ক) $\frac{১}{২}$ (খ) $\sqrt{০.২}$

(গ) $(০.২)^২$ (ঘ) $(০.২)^৩$

সমাধান : (ক) $\frac{১}{২} = ০.৫$ (খ) $\sqrt{০.২} = ০.৪৪৭$

(গ) $(০.২)^২ = ০.০৪$ (ঘ) $(০.২)^৩ = ০.০০৮$

উত্তর : (ক)

০২। কোনটি বৃহত্তম সংখ্যা?

(ক) $\frac{১}{৭}$ (খ) $\frac{২}{৭}$

(গ) $\frac{৩}{৭}$ (ঘ) $\frac{১}{৮}$

সমাধান : $\frac{১}{৭} < \frac{২}{৭} < \frac{৩}{৭}$ কারণ দুইটি ভগ্নাংশ একই হরবিশিষ্ট হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় হবে সেই ভগ্নাংশ বড় হবে।

$\frac{৩}{৭} > \frac{১}{৮}$ কারণ $(৩ \times ৮) = ২৪ > (১ \times ৭) = ৭$

$\therefore \frac{৩}{৭}$ বৃহত্তম।

উত্তর : (গ)

০৩। কোন ভগ্নাংশটি $\frac{১}{৩}$ অপেক্ষা বড়?

(ক) $\left(\frac{১}{৩}\right)^২$ (খ) $\frac{১}{০.০৩}$

(গ) ০.০০৩ (ঘ) ০.৩০

সমাধান : (ক) $\left(\frac{১}{৩}\right)^২ = ০.১১১$ (খ) $\frac{১}{০.০৩} = ৩৩.৩৩৩$

(গ) ০.০০৩ (ঘ) ০.৩০

উত্তর : (খ)

০৪। কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম?

(ক) $\frac{১}{৩}$ (খ) $\frac{৩}{৬}$

(গ) $\frac{২}{৭}$ (ঘ) $\frac{৩}{১১}$

সমাধান : $\frac{১}{৩} < \frac{৩}{৬}$ বা $\frac{১}{৩} < \frac{১}{২}$ কারণ দুইটি ভগ্নাংশ একই লববিশিষ্ট হলে যে ভগ্নাংশের হর বড় হবে সেই ভগ্নাংশ ছোট হবে।

$\frac{২}{৭} > \frac{৩}{১১}$ কারণ $(২ \times ১১) = ২২ > (৩ \times ৭) = ২১$

$\frac{১}{৩} > \frac{৩}{১১}$ কারণ $(১ \times ১১) = ১১ > (৩ \times ৩) = ৯$

$\therefore \frac{৩}{১১}$ ক্ষুদ্রতম।

উত্তর : (ঘ)

Type-02: ভগ্নাংশের রূপান্তরকরণ

➢ আবৃত্ত দশমিক থেকে সাধারণ ভগ্নাংশ:

উদাহরণস্বরূপ ১২.৩৪$\dot{৫}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হল।

$১২.৩৪\dot{৫} = \frac{১২৩৪৫ - ১২৩}{৯৯০} = \frac{১২২২২}{৯৯০} = \frac{৬৭৯}{৫৫} = ১২\frac{১৯}{৫৫}$

দশমিক বিবেচনায় না নিয়ে সম্পূর্ণ সংখ্যা বসানো হয়েছে।

$\frac{১২৩৪৫}{১০০০}$

দশমিকের ডান দিকে ৩টি অঙ্কের জন্য প্রথমে ১ দিয়ে পরে ৩টি শূন্য (০) দেওয়া হয়েছে।

➢ দশমিক ভগ্নাংশ থেকে সাধারণ ভগ্নাংশ:

উদাহরণস্বরূপ ১২.৩৪৫ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হল।

$১২.৩৪৫ = \frac{১২৩৪৫}{১০০০} = \frac{২৪৬৯}{২০০} = ১২\frac{৬৯}{২০০}$

দশমিক ও পৌনঃপুনিক চিহ্ন বিবেচনায় না নিয়ে সম্পূর্ণ সংখ্যা বসানো হয়েছে।

পৌনঃপুনিক অঙ্ক বিবেচনায় না নিয়ে বাকি অঙ্ক বসানো হয়েছে।

$\frac{১২৩৪৫ - ১২৩}{৯৯০}$

দশমিকের ডান দিকে অনাবৃত্ত অঙ্কের সংখ্যা ১টি হওয়ায় ১টি শূন্য(০) বসানো হয়েছে।

দশমিকের ডান দিকে আবৃত্ত অঙ্কের সংখ্যা ২টি হওয়ায় ২টি ৯ বসানো হয়েছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ০.৪$\dot{৭}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৪৭}{৯০}$ (খ) $\frac{৪৩}{৯০}$

(গ) $\frac{৪৩}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{৪৭}{৯৯}$

সমাধান : $০.৪\dot{৭} = \frac{৪৭ - ৪}{৯০} = \frac{৪৩}{৯০}$

উত্তর : (খ)

০২। ১.১৬-এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $১\frac{১}{৬}$ (খ) $১\frac{৮}{৪৫}$

(গ) $১\frac{১৬}{৯৯}$ (ঘ) $১\frac{৪}{২৫}$

সমাধান : $১.১৬ = \frac{১১৬}{১০০}$

$= ১\frac{১৬}{১০০} = ১\frac{৪}{২৫}$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১২.৪৬$\dot{৮}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে কোনটি হবে?

(ক) $\frac{১২৪৬৮}{১০০০}$ (খ) $\frac{১৩৮৪}{১১১}$

(গ) $\frac{১২৮৪}{৯০০}$ (ঘ) $\frac{১৩৮৪}{৯৯৯}$

সমাধান : $১২.৪৬\dot{৮} = \frac{১২৪৬৮-১২}{৯৯৯} = \frac{১২৪৫৬}{৯৯৯} = \frac{১৩৮৪}{১১১}$

উত্তর : (খ)

০২। ০.৪$\dot{৫}\dot{৬}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে?

(ক) $\frac{২২৬}{৯৯০}$ (খ) $\frac{৪৫২}{৯৯৯}$

(গ) $\frac{২২৬}{৪৯৫}$ (ঘ) $\frac{৯৯৯}{৪৫৬}$

সমাধান : $০.৪\dot{৫}\dot{৬} = \frac{৪৫৬-৪}{৯৯০} = \frac{৪৫২}{৯৯০} = \frac{২২৬}{৪৯৫}$

উত্তর : (গ)

Type-03: লঘিষ্ঠ আকার ও সমতুল ভগ্নাংশ

লঘিষ্ঠ আকার: কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের মধ্যে যদি কোনো সাধারণ উৎপাদক না থাকে তাহলে তাকে লঘিষ্ঠ আকারের ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $\frac{৩}{৪}$ একটি লঘিষ্ঠ আকারের ভগ্নাংশ।

একটি ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হলে লবকে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে সাধারণ উৎপাদক বাদ দিতে হবে।

উদাহরণস্বরূপ: $\frac{১৪}{৫৬}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা হল।

$\frac{১৪}{৫৬} = \frac{২\times৭}{২\times২\times২\times৭} = \frac{১}{২\times২} = \frac{১}{৪}$

সমতুল ভগ্নাংশ: একটি লঘিষ্ঠ আকারের লব ও হরে একই সংখ্যা গুণ করে সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করা যায়।

$\frac{৩}{৪} = \frac{৩\times২}{৪\times২} = \frac{৬}{৮}$; $\frac{৩}{৪} = \frac{৩\times৩}{৪\times৩} = \frac{৯}{১২}$; $\frac{৩}{৪} = \frac{৩\times৪}{৪\times৪} = \frac{১২}{১৬}$

তাহলে, $\frac{৬}{৮}$, $\frac{৯}{১২}$, ও $\frac{১২}{১৬}$ হল $\frac{৩}{৪}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন ভগ্নাংশটি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৭৭}{১৪৩}$ (খ) $\frac{১০২}{২৮৯}$

(গ) $\frac{১১৩}{৩৫৫}$ (ঘ) $\frac{৩৪৩}{১০০১}$

সমাধান : $\frac{৭৭}{১৪৩} = \frac{৭\times১১}{১১\times১৩} = \frac{৭}{১১}$

$\frac{১০২}{২৮৯} = \frac{৬\times১৭}{১৭\times১৭} = \frac{৬}{১৭}$

$\frac{৩৪৩}{১০০১} = \frac{৭\times৭\times৭}{৭\times১১\times১৩} = \frac{৪৯}{১৪৩}$

$\therefore \frac{৭}{১১}, \frac{১০২}{২৮৯}$ ও $\frac{৩৪৩}{১০০১}$ লঘিষ্ঠ আকরে প্রকাশিত নয়।

১১৩ একটি মৌলিক সংখ্যা তাই একে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায় না।

এখানে এটি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{১২}{৫৭}$ কোন ভগ্নাংশের সমতুল?

(ক) $\frac{৪}{১১}$ (খ) $\frac{৪}{১৯}$

(গ) $\frac{১২}{১৯}$ (ঘ) $\frac{৪}{১৩}$

সমাধান : এখানে $\frac{১২}{৫৭} = \frac{২\times২\times৩}{৩\times১৯} = \frac{৪}{১৯}$

উত্তর : (খ)

০২। $\frac{৩৪৩}{৬০০}$ এর লঘিষ্ঠ আকার কোনটি?

(ক) $\frac{১১}{১১১}$ (খ) $\frac{১২১}{৩০০}$

(গ) $\frac{৩৪৩}{৬০০}$ (ঘ) $\frac{১১১}{৩০০}$

সমাধান : ৩৪৩ ও ৬০০ এর মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

উত্তর : (গ)

সরলীকরণ

সরলীকরণে যে কাজগুলো ক্রম অনুসারে করা হয় তা হচ্ছে: বন্ধনী (Brackets), এর (Of), ভাগ (Division), গুণ (Multiplication), যোগ (Addition) এবং বিয়োগ (Subtraction)। আবার বন্ধনীগুলোর মধ্যে ক্রম অনুসারে প্রথম বন্ধনী ( ), দ্বিতীয় বন্ধনী { } এবং তৃতীয় বন্ধনী [ ] এর কাজ করতে হয়। বন্ধনীর আগে কোন চিহ্ন না থাকলে সেখানে 'এর' আছে ধরে নিতে হবে। সরলীকরণের কাজগুলো মনে রাখার জন্য এদের ইংরেজি নামের প্রথম অক্ষরগুলো দ্বারা গঠিত B O D M A S শব্দটি স্মরণে রাখা সহায়ক হয়।

রাশিতে দশমিক ভগ্নাংশ থাকলে একটি বিশেষ নিয়মে তা সরলীকরণ করা যায়। এখানে সরলীকরণের কয়েকটি উদাহরণ ব্যাখ্যা করা হল:

$০.০১ \times ০.০০২ \times ০.০০০৩$

$= ০.০০০০০০০০০৬$ ← দশমিক বিবেচনায় না নিয়ে $১ \times ২ \times ৩ = ৬$ বসানো হয়েছে।

দশমিক বিন্দুটিকে ডান দিকে ৯টি রেখে বসানো হয়েছে কারণ ০.০১, ০.০০২, ০.০০০৩ এই সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অঙ্কের মোট সংখ্যা = ২ + ৩ + ৪ = ৯টি।

যেহেতু ৯টি অঙ্ককে ডানে রেখে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে তাই ৬ বাদে বাকিগুলো শূন্য (০) দেওয়া হয়েছে।

$\frac{০.০১ \times ০.০০২ \times ০.০০০৩}{০.০৪ \times ০.০০০৫ \times ০.০০০৬}$

$= \frac{০.০০০০০০০০০৬}{০.০০০০০০০১২০}$

$= \frac{০.০০০০০০০০০৬}{০.০০০০০০০১২}$ উপরে ও নিচে দুইটি সংখ্যাতেই দশমিকের ডান দিকে ৯টি অঙ্ক থাকায় উভয় সংখ্যায় দশমিকটি ৯ অঙ্ক ডানদিকে চলে আসবে।

$= \frac{৬}{১২} = \frac{১}{২}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{(0.9)^3+(0.8)^3}{0.9+0.8}$ এর মান কত? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০.৩৬ (খ) ০.৫১

(গ) ০.৮১ (ঘ) ০.৬১

সমাধান : $\frac{(0.9)^3+(0.8)^3}{0.9+0.8}$

$= \frac{(0.9+0.8)\{(0.9)^2-(0.9\times0.8)+(0.8)^2\}}{(0.9+0.8)}$

$[\because a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)]$

$= 0.৮১ - 0.৩৬ + 0.১৬ = 0.৯৭ - 0.৩৬ = 0.৬১$

উত্তর : (ঘ)

০২। ১.১, .০১, ও .০০১১- এর সমষ্টি কত? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০.০১১১১ (খ) ১.১১১১

(গ) ১১.১১০১ (ঘ) ১.১০১১১

সমাধান : ১.১ + .০১ + .০০১১ = ১.১১১১

উত্তর : (খ)

০৩। $\frac{১৫\div১৫\times১৫}{১৫\div১৫ \text{ এর } ১৫}$ সরল করলে তার মান হবে- [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ০ (খ) ১

(গ) ২২৫ (ঘ) $\frac{১}{২২৫}$

সমাধান : $\frac{১৫\div১৫\times১৫}{১৫\div১৫ \text{ এর } ১৫} = \frac{১\times১৫}{১৫\div২২৫} = ১৫\times\frac{২২৫}{১৫} = ২২৫$

উত্তর : (গ)

০৪। $\frac{.১\times.০১\times.০০১}{.২\times.০২\times.০০২}$ এর মান কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১}{৮০}$ (খ) $\frac{১}{৮০০}$

(গ) $\frac{১}{৮০০০}$ (ঘ) $\frac{১}{৮}$

সমাধান : $\frac{0.১\times0.০১\times0.০০১}{0.২\times0.০২\times0.০০২} = \frac{0.০০০০০১}{0.০০০০০৮} = \frac{১}{৮}$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{২১\times২১ \text{ এর } ২১}{২১\div২১\times২১}$ এর সরল মান হবে-

(ক) ৪৪১ (খ) ১

(গ) ০ (ঘ) ২

সমাধান : $\frac{২১\times২১ \text{ এর } ২১}{২১\div২১\times২১} = \frac{২১\times৪৪১}{১\times২১} = ৪৪১$

উত্তর : (ক)

০২। $\frac{\frac{১}{৩}\times৬}{\frac{৪}{৬}\times\frac{১২}{২}} + \frac{৩}{৪} =$ কত?

(ক) $\frac{১}{১২}$ (খ) $১\frac{১}{৪}$

(গ) $\frac{৭}{৪}$ (ঘ) $\frac{৪}{৫}$

সমাধান : $\frac{\frac{১}{৩}\times৬}{\frac{৪}{৬}\times\frac{১২}{২}} + \frac{৩}{৪} = \frac{২}{৪} + \frac{৩}{৪} = \frac{৫}{৪} = ১\frac{১}{৪}$

উত্তর : (খ)

০৩। $\frac{0.৪\times0.০৫\times0.০২}{0.০১} = ?$

(ক) ০.৪ (খ) ০.০৪

(গ) ০.০০৪ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $\frac{0.৪\times0.০৫\times0.০২}{0.০১} = \frac{0.০০০৪০}{0.০১} = \frac{0.০০০৪}{0.০১} = 0.০৪$

উত্তর : (খ)

জটিল সংখ্যা

জটিল সংখ্যার প্রাথমিক আলোচনা: $x^2 + x - 6 = 0$ সমীকরণটি সমাধান করলে x এর মান পাওয়া যাবে $(2,-3)$; যা বাস্তব সংখ্যা। কিন্তু $x^2 + 1 = 0$ সমীকরণটি সমাধানের চেষ্টা করলে আমরা পাই, $x^2 = -1$ বা, $x = \pm\sqrt{-1}$, যা কাল্পনিক। অর্থাৎ সমীকরণটির বাস্তব মানের কোনো সমাধান নেই, কারণ কোনো বাস্তব সংখ্যার বর্গ ঋণাত্মক হতে পারে না। বিখ্যাত গণিতবিদ অয়লার এই অবাস্তব বা কাল্পনিক (Imaginary) সংখ্যাকে i দ্বারা সূচিত করেন।

$\sqrt{-1} = i$, এখানে, i হলো imaginary শব্দের প্রথম অক্ষর।

স্পষ্টত: $i^2 = -1$ ।

আবার, $x^2 + 4 = 0$ বা, $x^2 = -4$,

বা, $x = \pm\sqrt{-4} = \pm\sqrt{4}\times\sqrt{-1} = \pm 2i$।

এভাবে প্রত্যেক কাল্পনিক সংখ্যাকে i এর মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। এখানে, i কে কাল্পনিক একক বলা হয়।

বাস্তব ও কাল্পনিক সংখ্যা নিয়ে যে সংখ্যা গঠিত হয় তাকে জটিল সংখ্যা বলে। অর্থাৎ $a + ib$ আকারের রাশি একটি জটিল সংখ্যা। এখানে বাস্তব অংশ a এবং কাল্পনিক অংশ b। জটিল সংখ্যাকে সাধারণত z দ্বারা সূচিত করা হয়। অর্থাৎ $z = a + ib$।

যেমন: $-5 + 2i$ একটি জটিল সংখ্যা। যেখানে, -5 বাস্তব অংশ এবং 2 কাল্পনিক অংশ।

i এর শক্তি :

i এর পাওয়ার 1 হলে, $i = i$	i এর পাওয়ার 5 হলে, $i^5 = i^4.i = 1.i = i$
i এর পাওয়ার 2 হলে, $i^2 = i.i = \sqrt{-1}.\sqrt{-1} = -1$	i এর পাওয়ার 6 হলে, $i^6 = i^4.i^2 = 1.(-1) = -1$
i এর পাওয়ার 3 হলে, $i^3 = i^2.i = (-1).i = -i$	i এর পাওয়ার 7 হলে, $i^7 = i^4.i^3 = 1.(-i) = -i$
i এর পাওয়ার 4 হলে, $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$	i এর পাওয়ার 8 হলে, $i^8 = i^4.i^4 = 1.1 = 1$

মনে রাখা প্রয়োজন:

i এর পাওয়ারকে 4 দ্বারা ভাগ করলে-

(i) যদি নিঃশেষে বিভাজিত হয় অর্থাৎ ভাগশেষ 0 অবশিষ্ট থাকে, তবে মান হবে 1

(ii) যদি ভাগশেষ 1 অবশিষ্ট থাকে, তবে মান হবে i

(iii) যদি ভাগশেষ 2 অবশিষ্ট থাকে, তবে মান হবে -1

(iv) যদি ভাগশেষ 3 অবশিষ্ট থাকে, তবে মান হবে $-i$

যেমন : i^{79}

এখানে, i এর পাওয়ার 79

4)79(19
4
39
36
3

সুতরাং ভাগশেষ 3

অতএব, নির্ণেয় মান হবে $-i$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। i^{-49} এর মান কত? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) -1 (খ) i

(গ) 1 (ঘ) $-i$

সমাধান: আমরা জানি,

$i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$ এবং $i^4 = 1$

এখন, $i^{-49} = \frac{1}{i^{49}} = \frac{1}{i^{48}.i} = \frac{1}{(i^4)^{12}.i}$

$= \frac{1}{(1)^{12}.i} = \frac{i^4}{1.i}$ $[\because i^4 = 1]$ $= i^3 = -i$

উত্তর: (ঘ)

০২। $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2}$ = কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 (খ) $4i$

(গ) -4 (ঘ) $-4i$

সমাধান : $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2}$

$= \sqrt{8} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{2} \times \sqrt{-1}$

$= \sqrt{8} \times i \times \sqrt{2} \times i$ $[\because \sqrt{-1} = i]$

$= i^2 \times \sqrt{8 \times 2} = i^2 \times \sqrt{16}$

$= i^2 \times 4 = (-1) \times 4 = -4$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। i^{77} নিচের কোনটির সমান?

(ক) 1 (খ) i

(গ) -1 (ঘ) $-i$

সমাধান : $i^{77} = i^{76+1} = i^{76}.i = (i^4)^{19}.i = (1)^{19}.i = i$

S/M : এখানে, i এর পাওয়ার 77

4)77(19
4
37
36
1

∴ ভাগশেষ 1

অতএব, নির্ণেয় মান হবে i

উত্তর: (খ)

০২। i^{95} = কত ?

(ক) 1 (খ) i

(গ) -1 (ঘ) $-i$

সমাধান : $i^{95} = i^{92+3} = i^{92}.i^3 = (i^4)^{23}.i^3 = -i$

S/M : এখানে, i এর পাওয়ার 95

4)95(23
8
15
12
3

∴ ভাগশেষ 3

অতএব, নির্ণেয় মান হবে $-i$

উত্তর: (ঘ)

০৩। i^{102} = কত?

(ক) 1 (খ) i

(গ) -1 (ঘ) $-i$

সমাধান : $i^{102} = i^{100+2} = i^{100}.i^2 = (i^4)^{25}.i^2$

$= (1)^{25}.(-1) = -1$

উত্তর: (গ)

০৪। $\sqrt{-12} \times \sqrt{-6} \times \sqrt{-2}$ = কত ?

(ক) 12 (খ) $-12i$

(গ) -12 (ঘ) $12i$

সমাধান : $\sqrt{-12} \times \sqrt{-6} \times \sqrt{-2}$

$= \sqrt{12} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{6} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{2} \times \sqrt{-1}$

$= \sqrt{12 \times 6 \times 2}.i.i.i = \sqrt{144}.i^3$

$= \sqrt{144}.(-i) = -12i$

উত্তর: (খ)

০৫। $\sqrt{-25} \times \sqrt{-4}$ = কত?

(ক) 10 (খ) $10i$

(গ) -10 (ঘ) $-10i$

সমাধান : $\sqrt{-25} \times \sqrt{-4}$

$= \sqrt{25} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{4} \times \sqrt{-1}$

$= \sqrt{25 \times 4}.i.i = \sqrt{100}.i^2$

$= 10.(-1) = -10$

উত্তর: (গ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। ৯ ও ১০ এর বর্গের অন্তর কত?
(ক) ১৪ (খ) ১৮
(গ) ৮৪ (ঘ) ১৯

০২। m ও n বিজোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি জোড়?
(ক) mn (খ) mn + ১
(গ) mn + ২ (ঘ) mn + ৪

০৩। ০.০৪ × ০.০০৫ × ০.৩ = ?
(ক) ০.০০০০৬ (খ) ০.০০৬০০
(গ) ০.৫০৬ (ঘ) ০.০৬০

০৪। ১৩.৪৫৬ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?
(ক) ১১ $\frac{৫৭}{১২৫}$ (খ) ১৩ $\frac{৫৭}{১২৫}$
(গ) $\frac{১৬৮২}{১২৫}$ (ঘ) $\frac{১৫০০}{১২৫}$

০৫। $\frac{০.৪\times০.০৫\times০.০২}{০.০১}$ =?
(ক) ০.৪ (খ) ০.০৪
(গ) ০.০০৪ (ঘ) কোনোটিই নয়

০৬। ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কতটি?
(ক) ২৩টি (খ) ২৪টি
(গ) ২৫টি (ঘ) ২৬টি

০৭। চার অংকের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য কত?
(ক) ১০৯৯৯ (খ) ৮৯৯৯
(গ) ১০০৯ (ঘ) ১৯৯৯

০৮। $\sqrt{১৪৪}$ এর সমান কোনটি–
(ক) ১১ (খ) ১২
(গ) ১৩ (ঘ) ১৪

০৯। কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম–
(ক) ০.৪ (খ) $\frac{১}{৪}$
(গ) $\sqrt{০.৪}$ (ঘ) $\frac{২}{৪}$

১০। কোনটি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত ভগ্নাংশ?
(ক) $\frac{১২}{৩৯}$ (খ) $\frac{৫৫}{৬৫}$
(গ) $\frac{৮৭}{১০৫}$ (ঘ) $\frac{৪৫}{৬৮}$

১১। x ও y এর যোগফল ৫৫ থেকে z পরিমাণ কম। এটিকে গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করলে কি হবে?
(ক) x + y = ৫৫ + z (খ) ৫৫ - z = x + y
(গ) x - ৫৫ = y + z (ঘ) x + y = z - ৫৫

১২। $\frac{১}{\sqrt{৫}+\sqrt{৪}}$ এর অনুরূপ নিচের কোনটি?
(ক) $\sqrt{৫-৪}$ (খ) $\sqrt{৫}-\sqrt{৪}$
(গ) $\sqrt{৫}+\sqrt{৪}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{৫}{৪}}$

১৩। $\frac{i^{34}-i^{24}}{i^{34}+i^{24}}$ = কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) −1 (ঘ) ∞

১৪। ২০৪ এর ভাজক বা উৎপাদক সংখ্যা কয়টি?
(ক) ১১টি (খ) ১২টি
(গ) ১৬টি (ঘ) ১৪টি

১৫। নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটি ক্ষুদ্রতম?
(ক) $\frac{৭}{৫}$ (খ) $\frac{১১}{১২}$
(গ) $\frac{৭৫}{১০০}$ (ঘ) $\frac{৯}{১১}$

১৬। নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়?
(ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{১৩}{১৫}$
(গ) $\frac{৪}{৫}$ (ঘ) $\frac{২৩}{৩০}$

১৭। ১৩.৪৫৬ এর সাধারণ ভগ্নাংশ কোনটি?
(ক) ১১ $\frac{৫৭}{১২৫}$ (খ) ১৩ $\frac{৫৭}{১২৫}$
(গ) $\frac{১৬৮২}{১২৫}$ (ঘ) $\frac{১৫০০}{১২৫}$

১৮। ০.০০৯ × ০.১০০০ × ৫ সংখ্যাটি-
(ক) ০.০০৪৫ (খ) ০.০০০০০৪৫
(গ) ০.০৪৫ (ঘ) ৪৫

১৯। $\frac{\sqrt{-50}}{\sqrt{2}}$ = কত?
(ক) 5 (খ) $5i$
(গ) −5 (ঘ) $-5i$

২০। a, b, c, d চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা হলে নিচের কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা?
(ক) abcd (খ) ab + cd
(গ) abcd + 1 (ঘ) abcd −1

উত্তরমালা									
০১	ঘ	০২	খ	০৩	ক	০৪	খ	০৫	খ
০৬	গ	০৭	খ	০৮	খ	০৯	গ	১০	ঘ
১১	খ	১২	খ	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	গ
১৬	খ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	খ	২০	গ

অধ্যায় ০২ ল.সা.গু ও গ.সা.গু

বাস্তব সংখ্যার একটি বৈশিষ্ট্য হল এদের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় করা যায়। তবে একাধিক সংখ্যার জন্যই কেবল ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় করা সম্ভব। বিভিন্ন ক্ষেত্রে ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর ব্যবহার দেখা যায়। ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। সমতুল ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার জন্য গ.সা.গু. এর প্রয়োজন হয়। ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্কের সূত্র কাজে লাগিয়ে এগুলোর মধ্যে একটি জানা থাকলে অন্যটি বের করা সম্ভব।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ৮টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৬টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)
  - গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)
  - ল.সা.গু ও গ.সা.গু এর মধ্যে সম্পর্ক
  - ভগ্নাংশের ল.সা.গু ও গ.সা.গু

Type-01: লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

একাধিক সংখ্যার ল.সা.গু হচ্ছে এমন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যে সংখ্যাটিকে ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি দ্বারা ভাগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। যেমন: ৮, ১২, ৩০ এই তিনটি সংখ্যার ল.সা.গু ১২০।

একাধিক সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি:
উদাহরণস্বরূপ ৮, ১২, ৩০ এই তিনটি সংখ্যার ল.সা.গু. নির্ণয় করা হল:
১. গুণিতক ব্যবহার করে:
৮ এর গুণিতকগুলো হল: ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮, ৫৬, ৬৪, ৭২, ৮০, ৮৮, ৯৬, ১০৪, ১১২, <u>১২০</u>, ১২৮, ১৩৬,.....
১২ এর গুণিতকগুলো হল: ১২, ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০, ৭২, ৮৪, ৯৬, ১০৮, <u>১২০</u>, ১৩২, ১৪৪, ১৫৬, ১৬৮, ১৮০,.....
৩০ এর গুণিতকগুলো হল: ৩০, ৬০, ৯০, <u>১২০</u>, ১৫০, ১৮০, ২১০, ২৪০,.....
∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর গুণিতকগুলোর মধ্যে ক্ষুদ্রতম সাধারণ সংখ্যা হল ১২০
∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু = ১২০
২. মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে:
$৮ = ২ \times ২ \times ২$; $১২ = ২ \times ২ \times ৩$
$৩০ = ২ \times ৩ \times ৫$ প্রত্যেক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণে সর্বোচ্চ সংখ্যক ২ আছে ৩টি, ৩ আছে ১টি ও ৫ আছে ১টি।
∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু. $= ২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৫ = ১২০$
৩. ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে:

২	৮, ১২, ৩০
২	৪, ৬, ১৫
৩	২, ৩, ১৫
	২, ১, ৫

∴ ৮, ১২ ও ৩০ এর ল.সা.গু. $= ২ \times ২ \times ৩ \times ২ \times ৫ = ১২০$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একদল গরু প্রতিবার সমান সংখ্যায় ভাগ হয়ে তিন পথে গমন করে, সাত ঘাটে পানি পান করে, নয়টি বৃক্ষের নিচে ঘুমায় এবং বারো জন গোয়ালা সমান সংখ্যক গরুর দুধ দোয়ায়; তাহলে গরুর সংখ্যা কত?
[৪৩ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 522 (খ) 252
(গ) 225 (ঘ) 155
সমাধান : নির্ণেয় গরুর সংখ্যা 3, 7, 9 এবং 12 এর ল.সা.গু.

3	3, 7, 9, 12
	1, 7, 3, 4

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 3 \times 1 \times 7 \times 3 \times 4 = 252$
উত্তর : (খ)

০২। নিচের কোন পূর্ণ সংখ্যাটিকে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ অবশিষ্ট থাকে?
[৪০ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪৮ (খ) ৫৪
(গ) ৫৮ (ঘ) ৬০
সমাধান : এখানে, $৩ - ১ = ২; ৪ - ২ = ২;$
$৫ - ৩ = ২$ এবং $৬ - ৪ = ২$
সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ এর ল.সা.গু. অপেক্ষা ২ কম।

২	৩, ৪, ৫, ৬
৩	৩, ২, ৫, ৩
	১, ২, ৫, ১

∴ ৩, ৪, ৫ এবং ৬ এর ল.সা.গু $= ২ \times ৩ \times ২ \times ৫ = ৬০$
∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= (৬০ - ২) = ৫৮$
উত্তর : (গ)

০৩। কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যার সাথে ২ যোগ করলে যোগফল ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?[৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮৯ (খ) ৭০
(গ) ১৭০ (ঘ) ১৪২

সমাধান : ২|১২, ১৮, ২৪
৩|৬, ৯, ১২
২|২, ৩, ৪
১, ৩, ২

∴ ১২, ১৮ এবং ২৪ এর ল.সা.গু.
= ২ × ৩ × ২ × ৩ × ২ = ৭২
সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যা = ৭২ − ২ = ৭০
উত্তর : (খ)

০৪। ২০০২ সংখ্যাটি কোন সংখ্যাগুচ্ছের ল.সা.গু. নয়? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) ১৩, ৭৭, ৯১, ১৪৩ (খ) ৭, ২২, ২৬, ৯১
(গ) ২৬, ৭৭, ১৪৩, ১৫৪ (ঘ) ২, ৭, ১১, ১৩

সমাধান : ৭|১৩, ৭৭, ৯১, ১৪৩
১১|১৩, ১১, ১৩, ১৪৩
১৩|১৩, ১, ১৩, ১৩
১, ১, ১, ১

∴ ১৩, ৭৭, ৯১, ১৪৩-এর ল.সা.গু.
= ৭ × ১১ × ১৩ = ১০০১

২|৭, ২২, ২৬, ৯১
৭|৭, ১১, ১৩, ৯১
১৩|১, ১১, ১৩, ১৩
১, ১১, ১, ১

∴ ৭, ২২, ২৬, ৯১-এর ল.সা.গু.
= ২ × ৭ × ১৩ × ১১ = ২০০২

২|২৬, ৭৭, ১৪৩, ১৫৪
৭|১৩, ৭৭, ১৪৩, ৭৭
১১|১৩, ১১, ১৪৩, ১১
১৩|১৩, ১, ১৩, ১
১, ১, ১, ১

∴ ২৬, ৭৭, ১৪৩, ১৫৪-এর ল.সা.গু.
= ২ × ৭ × ১১ × ১৩ = ২০০২
এবং ২, ৭, ১১, ১৩-এর ল.সা.গু.
= ২ × ৭ × ১১ × ১৩ = ২০০২
উত্তর : (ক)

০৫। ৯৯৯৯৯৯-এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২১ (খ) ৩৯
(গ) ৩৩ (ঘ) ২৯

সমাধান : ২|২, ৩, ৪, ৫, ৬
৩|১, ৩, ২, ৫, ৩
১, ১, ২, ৫, ১

২, ৩, ৪, ৫, ও ৬- এর ল.সা.গু.
= ২ × ৩ × ২ × ৫ = ৬০

আবার,
৬০)৯৯৯৯৯৯(১৬৬৬৬
৬০
৩৯৯
৩৬০
৩৯৯
৩৬০
৩৯৯
৩৬০
৩৯

ভাজক ও ভাগশেষের পার্থক্য সংখ্যাই হবে নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা।
∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা= (৬০ − ৩৯) = ২১
উত্তর : (ক)

০৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩, ৫ ও ৬ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে ১? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭১ (খ) ৪১
(গ) ৩১ (ঘ) ৩৯

সমাধান : ৩|৩, ৫, ৬
১, ৫, ২

৩, ৫, ৬ এর ল.সা.গু = ৩ × ৫ × ২ = ৩০।
∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে = ৩০ + ১ = ৩১
উত্তর : (গ)

০৭। কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যার সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল ২৪, ৩৬ এবং ৪৮ দ্বারা বিভাজ্য হবে? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮৯ (খ) ১৪১
(গ) ২৪৮ (ঘ) ১৭০

সমাধান : ২৪, ৩৬ এবং ৪৮
২|২৪, ৩৬, ৪৮
২|১২, ১৮, ২৪
৩|৬, ৯, ১২
২|২, ৩, ৪
১, ৩, ২

∴ ৪৮ এর ল.সা.গু. = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৩ × ২ = ১৪৪
∴ নির্ণেয় লঘিষ্ঠ সংখ্যা = ১৪৪ − ৩ = ১৪১
উত্তর : (খ)

০৮। একটি স্কুলে ছাত্রদের ড্রিল করার সময় ৮, ১০ এবং ১২ সারিতে সাজানো যায়। আবার বর্গাকারেও সাজানো যায়। ঐ স্কুলে কমপক্ষে কতজন ছাত্র আছে? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৬০০ (খ) ২৪০০
(গ) ১২০০ (ঘ) ৩০০০

সমাধান : ২|৮, ১০, ১২
২|৪, ৫, ৬
২, ৫, ৩

∴ ল. সা. গু. = ২ × ২ × ২ × ৫ × ৩ = ১২০

অতএব ১২০ জন ছাত্রকে ৮, ১০, ১২ সারিতে সাজানো যায় কিন্তু বর্গাকারে সাজানো যায় না।

বর্গাকারে সাজানো জন্য উৎপাদকগুলো জোড়ায় জোড়ায় হতে হয়। সুতরাং ২, ৫ ও ৩ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি বর্গ সংখ্যা হবে।

∴ বর্গাকারে সাজানো যাবে,

$= ২ \times ২ \times ২ \times ৫ \times ৩ \times ২ \times ৫ \times ৩$

$= (২ \times ২) \times (২ \times ২) \times (৫ \times ৫) \times (৩ \times ৩)$

= ৩৬০০ জন ছাত্রকে।

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২, ৩, ৪, ৫, ৬ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে কিন্তু ৭ দ্বারা ভাগ করলে কোনো অবশিষ্ট থাকে না?

(ক) ২৪১ (খ) ৩৬১

(গ) ৩০১ (ঘ) ১৮১

সমাধান : ২|২, ৩, ৪, ৫, ৬

৩|১, ৩, ২, ৫, ৩

১, ১, ২, ৫, ১

২, ৩, ৪, ৫ ও ৬ এর ল.সা.গু. $= ২ \times ৩ \times ২ \times ৫ = ৬০$

∴ সংখ্যাটি হবে ৬০ এর গুণিতক থেকে ১ বেশি যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য

এখন, $(৬০ \times ৩) + ১ = ১৮১$, যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

$(৬০ \times ৪) + ১ = ২৪১$, যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

$(৬০ \times ৫) + ১ = ৩০১$, যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য।

$(৬০ \times ৬) + ১ = ৩৬১$, যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

উত্তর : (গ)

০২। ১১১১০ হতে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩, ৪, ৫, ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

(ক) ২১০ (খ) ৪২০

(গ) ১৯০ (ঘ) ২৯০

সমাধান : ৩,৪,৫,৭ এর ল.সা.গু.= $(৩ \times ৪ \times ৫ \times ৭) = ৪২০$

৪২০)১১১১০(২৬

৮৪০

২৭১০

২৫২০

১৯০

এখন ১১১১০ হতে ১৯০ বিয়োগ করতে হবে।

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১৯০

উত্তর : (গ)

০৩। ৫টি ঘণ্টা একত্রে বেজে যথাক্রমে ৫, ১০, ১৫, ২০ ও ২৫ সেকেন্ড অন্তর আবার বাজতে লাগল, কতক্ষণ পর ঘণ্টাগুলো আবার একত্রে বাজবে?

(ক) ৫ মিনিট (খ) ৬ মিনিট

(গ) ১০ মিনিট (ঘ) ৫ ঘণ্টা

সমাধান : ৫, ১০, ১৫, ২০ ও ২৫ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু. হবে নির্ণেয় সময়

২|৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫

৫|৫, ৫, ১৫, ১০, ২৫

১, ১, ৩, ২, ৫

∴ ল.সা.গু. $= ২ \times ৫ \times ৩ \times ২ \times ৫ = ৩০০$

সুতরাং ঘণ্টা আবার বাজবে ৩০০ সেকেন্ড বা ৫ মিনিট পর।

উত্তর : (ক)

০৪। একটি স্কুলে ছাত্রদের ড্রিল করার সময় ৮, ১২ ও ১৬ সারিতে সাজানো যায় আবার বর্গাকারেও সাজানো যায়। ঐ স্কুলের ছাত্রসংখ্যা কমপক্ষে কত হবে?

(ক) ৯৬ (খ) ১০০

(গ) ১৪৪ (ঘ) ১৬০

সমাধান : ২|৮, ১২, ১৬

২|৪, ৬, ৮

২|২, ৩, ৪

১, ৩, ২

∴ ল.সা.গু. $= ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ৩ = ৪৮$

কিন্তু এতে ছাত্রদের ৮, ১২ এবং ১৬ সারিতে সাজানো গেলেও বর্গাকারে সাজানো যাবে না। এখন ৪৮ কে পূর্ণবর্গ সংখ্যা করতে হলে ৩ দ্বারা গুণ করতে হবে।

সুতরাং ছাত্রদের বর্গাকারে সাজানো যাবে, যদি ছাত্র সংখ্যা হয় $= (২ \times ২) \times (২ \times ২) \times (৩ \times ৩) = ১৪৪$

উত্তর : (গ)

০৫। তিনটি ভিন্ন ভিন্ন সিগন্যালে ব্যবহৃত লাইট প্রতি ৪৫ সেকেন্ড, ৭৫ সেকেন্ড এবং ৯০ সেকেন্ড পর পর পরিবর্তিত হয়। লাইটগুলো একত্রে ৭: ২০: ১৫ টায় পরিবর্তিত হলে এরপর কখন আবার একসাথে পরিবর্তিত হবে?

(ক) ৭ : ২৭ : ৪৫ (খ) ৭ : ২৭ : ৩০

(গ) ৭ : ২০ : ৩০ (ঘ) ৭ : ২০ :৪৫

সমাধান : ৪৫, ৭৫, ৯০ এর ল.সা.গু. ৭ : ২০ : ১৫ সময়ের সাথে যোগ করলে নির্ণয় সময় পাওয়া যায়।

৩|৪৫, ৭৫, ৯০

৩|১৫, ২৫, ৩০

৫|৫, ২৫, ১০

১, ৫, ২

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= ৩ \times ৩ \times ৫ \times ৫ \times ২ = ৪৫০$ সে.

∴ $\frac{৪৫০}{৬০}$ মিনিট= ৭ মিনিট ৩০ সেকেন্ড

∴ নির্ণেয় সময় = ৭ : ২০ : ১৫

\+ ৭ : ৩০

৭ : ২৭ : ৪৫

উত্তর : (ক)

Type-02: গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)

একাধিক সংখ্যার গ.সা.গু. হচ্ছে এমন বৃহত্তম সংখ্যা যে সংখ্যাটি দিয়ে ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে ভাগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। যেমন: ১২, ১৮ ও ৩০ গ.সা.গু হল ৬।

একাধিক সংখ্যার গ.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি:

উদাহরণস্বরূপ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করা হল:

১. গুণনীয়ক ব্যবহার করে:

১২ এর গুণনীয়কগুলো হল: ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২

১৮ এর গুণনীয়কগুলো হল: ১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮

৩০ এর গুণনীয়কগুলো হল: ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫, ৩০

এখানে ১২, ১৮ ও ৩০ এর গুণনীয়কগুলোর মধ্যে বৃহত্তম সাধারণ সংখ্যাটি হল ৬।

∴ ১২ , ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. = ৬

২. মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে:

$১২ = ২ \times ২ \times ৩$;

$১৮ = ২ \times ৩ \times ৩$;

$৩০ = ২ \times ৩ \times ৫$

১২, ১৮ ও ৩০ এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের প্রত্যেক সংখ্যায় ২ আছে ১টি করে এবং ৩ আছে ১টি করে

∴ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু = $২ \times ৩ = ৬$

৩. ইউক্লিডীয় পদ্ধতিতে বা ভাগ পদ্ধতিতে:

প্রথমে ১২ ও ১৮ এর গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে

```
১২)১৮(১
  ১২
  ৬)১২(২
    ১২
     ০
```

এখন ৬ ও ৩০ এর গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে

```
৬)৩০(৫
  ৩০
   ০
```

∴ ১২, ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. = ৬

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৪ ও ৫ ভাগশেষ হবে?

(ক) ১০ (খ) ১২

(গ) ১৪ (ঘ) ১৬

সমাধান : বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে $(২৭ - ৩) = ২৪$,

$(৪০ - ৪) = ৩৬$, $(৬৫ - ৫) = ৬০$ এর গ.সা.গু.

প্রথমে ২৪ ও ৩৬ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে

```
২৪)৩৬(১
  ২৪
  ১২)২৪(২
    ২৪
     ০
```

∴ ২৪ ও ৩৬ এর গ.সা.গু. ১২।

এখন ১২ ও ৬০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।

```
১২)৬০(৫
  ৬০
   ০
```

∴ ১২ ও ৬০ এর গ.সা.গু. ১২

∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা ১২

উত্তর : (খ)

০২। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৫৭, ৯৩ ও ১৮৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকবে না?

(ক) ৯ (খ) ৭

(গ) ৫ (ঘ) ৩

সমাধান : ৫৭, ৯৩ ও ১৮৩ এর গ.সা.গু. হবে নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা

```
৫৭)৯৩(১
  ৫৭
  ৩৬)৫৭(১
    ৩৬
    ২১)৩৬(১
      ২১
      ১৫)২১(১
        ১৫
        ৬)১৫(২
          ১২
          ৩)৬(২
            ৬
            ০
```

∴ ৫৭ ও ৯৩ এর গ.সা.গু. ৩

এখন ৩ ও ১৮৩ এর গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।

```
৩)১৮৩(৬১
  ১৮
   ৩
   ৩
   ০
```

∴ ৩ ও ১৮৩ এর গ.সা.গু. ৩।

∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা = ৩

উত্তর : (ঘ)

Type-03: ভগ্নাংশের ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু.

১. ভগ্নাংশের ল.সা.গু নির্ণয়ের সূত্র:

একাধিক ভগ্নাংশের ল.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের গ.সা.গু.}}$

উদাহরণস্বরূপ $\frac{৫}{৬}, \frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{১৮}$ এর ল.সা.গু. $= \frac{৫,২ \text{ ও } ১ \text{ এর ল.সা.গু.}}{৬,৩ \text{ ও } ১৮ \text{ এর গ.সা.গু.}} = \frac{১০}{৩}$

২. ভগ্নাংশের গ.সা.গু. নির্ণয়ের সূত্র:

একাধিক ভগ্নাংশের গ.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}}$

উদাহরণস্বরূপ $\frac{৫}{৬}, \frac{২}{৩}$ ও $\frac{১}{৪}$ এর গ.সা.গু. $= \frac{৫,২ \text{ ও } ১ \text{ এর গ.সা.গু.}}{৬,৩ \text{ ও } ৪ \text{ এর ল.সা.গু.}} = \frac{১}{১২}$

বি.দ্র.: ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয়ের জন্য ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে নিতে হবে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{২}{৫}, \frac{৩}{৫}, \frac{৬}{১৫}$ এর গ.সা.গু. কোনটি?

(ক) $\frac{৬}{৫}$ (খ) $\frac{৭}{৫}$

(গ) $\frac{৮}{৫}$ (ঘ) $\frac{১}{১৫}$

সমাধান : এখানে, লব ২, ৩ ও ৬ এর গ.সা.গু. = ১

এবং হর ৫, ৫ ও ১৫ এর ল.সা.গু. = ১৫

∴ ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের গ.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.}} = \frac{১}{১৫}$

উত্তর : (ঘ)

০২। $\frac{৩}{৫}, \frac{১}{৪}, \frac{২}{৩}$ এর ল.সা.গু. কত?

(ক) $\frac{১}{৬}$ (খ) $\frac{১}{২}$

(গ) ৬ (ঘ) ১২

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো লব ৩, ১ ও ২ এর ল.সা.গু. = ৬ এবং

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো হর ৫, ৪ ও ৩ এর গ.সা.গু. = ১

∴ ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. $= \frac{\text{ভগ্নাংশগুলোর লবের ল.সা.গু.}}{\text{ভগ্নাংশগুলো হরের গ.সা.গু.}} = \frac{৬}{১} = ৬$

উত্তর : (গ)

০৩। কোন বিমান আক্রমণের সময় এক শহরের চারটি স্থান থেকে যথাক্রমে ১, $১\frac{১}{৪}$, $১\frac{১}{২}$, $১\frac{৩}{৪}$ মিনিট অন্তর সাইরেন বাজতে লাগলো। একবার একত্রে বাজবার কতক্ষণ পর সাইরেনগুলো আবার একত্রে বাজবে?

(ক) ১ ঘ. ৫ মি. (খ) ১ ঘ. ২৫ মি.

(গ) ৫৭ মি. (ঘ) ১ ঘ. ৪৫ মি.

সমধান : এখানে $১\frac{১}{৪} = \frac{৫}{৪}, ১\frac{১}{২} = \frac{৩}{২}, ১\frac{৩}{৪} = \frac{৭}{৪}$

১, $\frac{৫}{৪}, \frac{৩}{২}$ ও $\frac{৭}{৪}$ এর ল.সা.গু. হল নির্ণেয় সময়

ভগ্নাংশের হরসমূহ ১, ৪, ২, ৪ এর গ.সা.গু. = ১

এবং ভগ্নাংশের লবসমূহ ১, ৫, ৩, ৭ এর ল.সা.গু.

= ৫ × ৩ × ৭ = ১০৫

∴ ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু $= \frac{১০৫}{১} = ১০৫$

∴ নির্ণেয় সময় = ১০৫ মিনিট = ১ ঘন্টা ৪৫ মিনিট

উত্তর : (ঘ)

Type-04: ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর মধ্যে সম্পর্ক

- যেকোনো দুইটি সংখ্যার গুণফল এবং এগুলোর ল.সা.গু. ও গ.সা.গু এর গুণফল সমান। অর্থাৎ, দুইটি সংখ্যার গুণফল = ল.সা.গু. × গ.সা.গু.। তাহলে X ও Y দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু. P ও গ.সা.গু. Q হলে, X × Y = P × Q
- যেকোনো দুইটি সংখ্যার অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফলের সাথে গ.সা.গু. গুণ করলে তা সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. এর সমান হবে। অর্থাৎ, দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু. = অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফল × গ.সা.গু.। তাহলে, দুইটি সংখ্যার অনুপাত M : N এবং ল.সা.গু P ও গ.সা.গু. Q হলে, P = M × N × Q

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৫ এবং তাদের ল.সা.গু. ১৪০ হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. কত? [৩৯ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]

(ক) ৪ (খ) ১২

(গ) ৬ (ঘ) ৯

সমাধান : দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু.

= অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফল × গ.সা.গু.

⇒ ১৪০ = ৭ × ৫ × গ.সা.গু.

∴ গ.সা.গু. $= \frac{১৪০}{৭\times৫} = ৪$

উত্তর : (ক)

০২। দুটি সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ এবং গ.সা.গু. ৪ হলে বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? [৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬ (খ) ১২

(গ) ৮ (ঘ) ১৬

সমাধান : বৃহত্তম সংখ্যা = অনুপাতের বৃহত্তম রাশি × গ.সা.গু.

= ৩ × ৪ = ১২

উত্তর : (খ)

০৩। দুটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু ১৩ । সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. কত? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৬০ (খ) ৭৮০

(গ) ১৩০ (ঘ) ৪৯০

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল = ল.সা.গু × গ.সা.গু

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু $= \frac{৩৩৮০}{১৩} = ২৬০$

উত্তর : (ক)

০৪। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ১১ এবং ল.সা.গু. ৭৭০০। একটি সংখ্যা ২৭৫ হলে, অপর সংখ্যাটি – [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩১৮ (খ) ৩০৮

(গ) ২৮৩ (ঘ) ২৭৯

সমাধান : একটি সংখ্যা × অপর সংখ্যা = ল.সা.গু. × গ.সা.গু.

অপর সংখ্যা $= \frac{\text{ল.সা.গু.}\times\text{গ.সা.গু.}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{১১\times৭৭০০}{২৭৫} = ৩০৮$

উত্তর : (খ)

০৫। দুটি সংখ্যার গ.সা.গু., বিয়োগফল এবং ল.সা.গু. যথাক্রমে ১২, ৬০ এবং ২৪৪৮ । সংখ্যা দুটি কত? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০৮, ১৪৪ (খ) ১১২, ১৪৮

(গ) ১৪৪, ২০৮ (ঘ) ১৪৪, ২০৪

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি ১২x ও ১২y

∴ ১২x − ১২y = ৬০ ⇒ x − y = ৫.....(i)

এবং ১২xy = ২৪৪৮ ⇒ xy = ২০৪

∴ $x + y = \sqrt{(x-y)^২ + ৪ \times xy}$

$= \sqrt{(৫)^২ + ৪ \times ২০৪}$ ∴ x + y =২৯.....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2x = 34$ $\therefore x = 17$

(ii) থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই, $2y = 24$ $\therefore y = 12$

$\therefore x = 17$ ও $y = 12$

$\therefore$ সংখ্যা দুটি হল $(12 \times 17) = 204$

এবং $(12 \times 12) = 144$

উত্তর : (ঘ)

০৬। দুটি সংখ্যার গুণফল ১৫৩৬। সংখ্যা দুটোর ল.সা.গু ৯৬ হলে গ.সা.গু. কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৬ (খ) ২৪

(গ) ৩২ (ঘ) ১২

সমাধান : ল.সা.গু. × গ.সা.গু = দুটি সংখ্যার গুণফল

$\therefore$ গ.সা.গু. $= \frac{\text{দুটি সংখ্যার গুণফল}}{\text{ল.সা.গু.}} = \frac{1536}{96} = 16$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৬০ এবং গ.সা.গু ১০। একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দুই- তৃতীয়াংশ হলে ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) ২০ (খ) ৩০

(গ) ১০ (ঘ) ৪০

সমাধান : ধরি, একটি সংখ্যা = x এবং অপর সংখ্যাটি $= \frac{2}{3}x$

একটি সংখ্যা × অপর সংখ্যা = ল.সা.গু. × গ.সা.গু

$\Rightarrow x \times \frac{2}{3}x = 60 \times 10 \Rightarrow x^2 = \frac{600 \times 3}{2} \Rightarrow x^2 = 900$

$\Rightarrow x = 30$ $\therefore$ ছোট সংখ্যাটি $= \frac{2}{3} \times 30 = 20$

উত্তর : (ক)

০২। দুইটি ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. যথাক্রমে ২১ ও $\frac{1}{180}$। তাহলে একটি ভগ্নাংশ $\frac{7}{20}$ হলে অন্যটি কত?

(ক) $\frac{7}{3}$ (খ) $\frac{20}{3}$

(গ) $\frac{3}{20}$ (ঘ) $\frac{3}{7}$

সমাধান : আমরা জানি,

একটি সংখ্যা × অপর সংখ্যা = ল.সা.গু. × গ.সা.গু.।

$\therefore$ অপর সংখ্যা $= \frac{\text{ল.সা.গু.} \times \text{গ.সা.গু}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{21 \times \frac{1}{180}}{\frac{7}{20}} = \frac{21}{180} \times \frac{20}{7} = \frac{3}{7}$

উত্তর : (ঘ)

০৩। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬। তাদের ল.সা.গু. ৩৬০ হলে সংখ্যা দুইটি কী কী?

(ক) ৫০, ৬০ (খ) ৬০, ৭২

(গ) ৪৫,৫৪ (ঘ) ৪০,৪৮

সমাধান : আমরা জানি, দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু. = অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফল × গ.সা.গু.

$\therefore$ গ.সা.গু. $= \frac{\text{ল.সা.গু.}}{\text{অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফল}}$

$= \frac{360}{5 \times 6} = \frac{360}{30} = 12$

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি $(5 \times 12) = 60$ ও $(6 \times 12) = 72$

উত্তর : (খ)

০৪। দুইটি ভগ্নাংশের অনুপাত ১৪১ : ৩৫ এবং তাদের গ.সা.গু ১৪৭ এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা হলে, ল.সা.গু কত?

(ক) $\frac{1}{147}$ (খ) $\frac{1}{35}$

(গ) $\frac{235}{7}$ (ঘ) $\frac{7}{235}$

সমাধান : এখন, ১৪৭ এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা হল $\frac{1}{147}$

আমরা জানি, দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু. = অনুপাতের রাশিদ্বয়ের গুণফল × গ.সা.গু. $= 141 \times 35 \times \frac{1}{147} = \frac{235}{7}$

উত্তর : (গ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৫৪ এবং ল.সা.গু. ১৮ হলে, তাদের গ.সা.গু. কত?

(ক) ২ (খ) ৪

(গ) ১ (ঘ) ৩

০২। ২টি ঘড়ি যথাক্রমে ১০ ও ২৫ মিনিট অন্তর বাজে। একবার একত্রে বাজার পর আবার কখন ঘড়ি দু'টি একত্রে বাজবে?

(ক) ২০ মি: পর (খ) ৩০ মি: পর

(গ) ৫০ মি: পর (ঘ) ১০০ মি: পর

০৩। কতকগুলো ঘণ্টা একসাথে বাজার ১০ সে., ১৫ সে., ২০ সে. এবং ২৫ সে. পরপর বাজতে লাগল। উহারা আবার কতক্ষণ পরে একত্রে বাজবে?

(ক) ১ মি. ২০ সে. (খ) ১মি. ৩০ সে.

(গ) ৩ মিনিট (ঘ) ৫ মিনিট

০৪। সর্বমোট কত সংখ্যক গাছ হলে একটি বাগানে ৭, ১৪, ২১, ৩৫ ও ৪২ সারিতে গাছ লাগালে একটিও কম বা বেশি হবে না?

(ক) ২১০ (খ) ২২০

(গ) ২৩০ (ঘ) ২৬০

০৫। দুইটি ভগ্নাংশের অনুপাত ৭ : ৯ এবং তাদের ল.সা.গু ৩ হলে, গ.সা.গু কত?

(ক) ২১ (খ) $\frac{1}{21}$

(গ) $\frac{1}{7}$ (ঘ) $\frac{1}{9}$

০৬। চারটি ঘণ্টা প্রথমে একসাতে বেজে আবার যথাক্রমে $\frac{৪}{৫}$ মিনিট, $\frac{৫}{৬}$ মিনিট, $\frac{৩}{৮}$ মিনিট ও $\frac{২}{৫}$ মিনিট পরপর বাজতে থাকলে আবার কত মিনিট পর তার একত্রে বাজবে?

(ক) $\frac{১}{৬০}$ মিনিট (খ) ৬০ মিনিট

(গ) $\frac{১}{৪০}$ মিনিট (ঘ) ৪০ মিনিট

০৭। দুইটি সংখ্যার গুণফল ২১৬ এবং তাদের ল.সা.গু. ৩৬, সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?

(ক) ৬ (খ) ৯

(গ) ১৮ (ঘ) ১২

০৮। দুইটি সংখ্যার গুণফল ১,৫৩৬। সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু ৯৬ হলে তাদের গ.সা.গু কত?

(ক) ১৬ (খ) ১২

(গ) ২৪ (ঘ) ১৮

০৯। দুইটি ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ১৮ ও গ.সা.গু. $\frac{১}{৪৪১}$। এদের মধ্যে একটি ভগ্নাংশ $\frac{৯}{৪৯}$ হলে অপরটি কত?

(ক) $\frac{৯}{১৮}$ (খ) $\frac{২}{৯}$

(গ) $\frac{২}{৪৯}$ (ঘ) $\frac{১}{১৮}$

১০। কোন বাহিনীতে যদি আরও ১১ জন সদস্য নিয়োগ করা যেত, তাদেরকে ২০, ৪০, ৫০ ও ৬০ সারিতে দাঁড় করানো যেত। ঐ বাহিনীতে সদস্য সংখ্যা কত ছিল?

(ক) ৫৯১ (খ) ৫৮১

(গ) ৫৮৯ (ঘ) ৫৭৯

১১। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬ এবং তাদের ল.সা.গু. ১২০; সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?

(ক) ৩ (খ) ৪

(গ) ৫ (ঘ) ৬

১২। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪। তাদের ল.সা.গু. ১৮০ হলে সংখ্যা ২টি কী কী?

(ক) ৭০, ৬০ (খ) ৬০, ৫০

(গ) ৫০,৪০ (ঘ) ৪৫, ৬০

১৩। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮ এবং তাদের ল.সা.গু ১২০ হলে, সংখ্যা দুইটি কত?

(ক) ২৫, ৪০ (খ) ২০, ৩২

(গ) ১৫, ২৪ (ঘ) ১০, ১৬

১৪। কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যার সাথে ২ যোগ করলে যোগফল ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

(ক) ৮৯ (খ) ৭০

(গ) ১৭০ (ঘ) ১৪২

১৫। একটি স্কুলে প্যারেড করার সময় ছাত্রদের ১০, ১২ বা ১৬ সারিতে সাজানো হয়। ঐ স্কুলে নূন্যতম কতজন ছাত্র আছে?

(ক) ১২০ (খ) ১৮০

(গ) ২২০ (ঘ) ২৪০

১৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সঙ্গে ১ যোগ করলে যোগফল ৩, ৬, ৯, ১২ ও ১৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

(ক) ১৭৯ (খ) ৩৫৯

(গ) ৩৬১ (ঘ) ৭২১

১৭। মিতা ১৬, ২০ অথবা ৩৬টি পুতি দিয়ে একটি মালা তৈরি করতে গেলে কোন পুতি অবশিষ্ট থাকে না। মিতার সর্বনিম্ন কতটি পুতি ছিল?

(ক) ৭০০ (খ) ৭২০

(গ) ৭৫০ (ঘ) ৭৮০

১৮। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু. ১৩। সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. কত?

(ক) ২৬০ (খ) ৭৮০

(গ) ১৩০ (ঘ) ৪৯০

১৯। সীমা, মীনা এবং রীমা একত্রে একটি বৃত্তকার স্টেডিয়ামের পাশ দিয়ে দৌড়ানো শুরু করলো, তারা যথাক্রমে ৫৪ সেকেন্ড, ৪২ সেকেন্ড এবং ৬৩ সেকেন্ডে পুরো স্টেডিয়াম একবার ঘুরে আসতে পারে। কতক্ষণ পর তারা একসাথে তাদের শুরুর স্থানে একত্রিত হতে পারবে?

(ক) ৭ মিনিট ১৮ সেকেন্ড (খ) ৬ মিনিট ১৮ সেকেন্ড

(গ) ৩৭০ সেকেন্ড (ঘ) ৪২০ সেকেন্ড

২০। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০০ ও ১৮৪ কে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৪ থাকবে?

(ক) ১৪ (খ) ১০

(গ) ১২ (ঘ) ১৬

উত্তরমালা

০১	ঘ	০২	গ	০৩	ঘ	০৪	ক	০৫	খ
০৬	খ	০৭	ক	০৮	ক	০৯	খ	১০	গ
১১	খ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	ঘ
১৬	ক	১৭	খ	১৮	ক	১৯	খ	২০	গ

অধ্যায় ০৩ ঐকিক নিয়ম

ঐকিক নিয়ম: প্রদত্ত শর্ত অনুসারে একক/একটি জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ ইত্যাদি বের করে নির্দিষ্ট সংখ্যক একই জাতীয় জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ ইত্যাদি নির্ণয় করার নিয়মই ঐকিক নিয়ম।

❖ ঐকিক নিয়মে সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে নিচের বিষয়গুলো খেয়াল রাখতে হবে-

১. কি শর্ত দেওয়া আছে
২. কি নির্ণয় করতে হবে
৩. দেওয়া শর্ত থেকে কীভাবে গাণিতিক বাক্য তৈরি হবে
৪. প্রদত্ত পরিমাণ থেকে একক পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে
৫. একক পরিমাণ থেকে নির্দিষ্ট পরিমাণে গেলে পরিমাণ বাড়ে না কমে
৬. পরিমাণ বাড়লে গুণ করতে হবে এবং কমলে ভাগ করতে হবে।

ঐকিক নিয়মের সমস্যা সমাধানে বাক্য সাজানোর সময় খেয়াল রাখতে হবে, যা বের করতে বলা হয় তা যেন বাক্যের ডান দিকের শেষ প্রান্তে থাকে।

নিচের উদাহরণ লক্ষ করি-

❖ ১৫ জন লোক একটি কাজ শেষ করে ৩ ঘণ্টায়। ৫ জন লোক ঐ কাজ কত সময়ে শেষ করবে?

সমাধান: ১৫ জন লোক কাজটি করে ৩ ঘণ্টায়

∴ ১ জন লোক কাজটি করে ৩ × ১৫ ঘণ্টায়

∴ ৫ জন লোক কাজটি করে $\frac{৩ \times ১৫}{৫}$ = ৯ ঘণ্টায়

উত্তর: ৯ ঘণ্টায়।

ব্যাখ্যা:

i. প্রশ্নটিতে শর্ত- ৫ জন লোক দিয়ে কাজটি করানো।
ii. নির্ণয় করতে হবে- সময়।
iii. কাঙ্ক্ষিত তথ্যকে ডানে রেখে বাক্য গঠন করা হয়েছে।
iv. ১৫ জনের পরিবর্তে ১ জন কাজটি করতে বেশি সময় লাগবে। তাই গুণ (×) করা হয়েছে।
v. ১ জনের পরিবর্তে ৫ জন কাজটি করলে কম সময় লাগবে। তাই ভাগ (÷) করা হয়েছে।

❖ ১৫ কেজি চাল ২৫৫ টাকায় পাওয়া যায়। ৩৪০ টাকায় কত কেজি চাল পাওয়া যাবে?

সমাধান: ২৫৫ টাকায় পাওয়া যায় ১৫ কেজি চাল

∴ ১ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১৫}{২৫৫}$ কেজি চাল

∴ ৩৪০ টাকায় পাওয়া যায় $\frac{১৫ \times ৩৪০}{২৫৫}$ = ২০ কেজি চাল

উত্তর: ২০ কেজি চাল

ব্যাখ্যা:

i. প্রশ্নটিতে শর্ত- ৩৪০ টাকার চাল কেনা।
ii. নির্ণয় করতে হবে- চালের পরিমাণ।
iii. কাঙ্ক্ষিত তথ্যকে ডানে রেখে বাক্য গঠন করা হয়েছে।
iv. ২৫৫ টাকায় যত কেজি চাল পাওয়া যায়, ১ টাকায় তার থেকে কম চাল পাওয়া যাবে। সেজন্য ভাগ (÷) করা হয়েছে।
v. ১ টাকার তুলনায় ৩৪০ টাকায় বেশি চাল পাওয়া যাবে। তাই গুণ (×) করা হয়েছে।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

♦ বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ২০টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে কোন প্রশ্ন হয়নি।

♦ বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-

➢ শ্রমিক সংখ্যা, কাজ ও সময় সংক্রান্ত ঐকিক
➢ একাধিক ব্যক্তির পৃথকভাবে কৃতকাজের সময় হতে একত্রে কৃতকাজের সময় নির্ণয়
➢ একাধিক ব্যক্তির একত্রে কৃতকাজের সময় হতে পৃথকভাবে কৃতকাজের সময় নির্ণয়
➢ তিনজন ব্যক্তির মধ্যে প্রতি দুইজনের একত্রে কৃতকাজের সময় হতে তিনজনের একত্রে কৃতকাজের সময় নির্ণয়
➢ চৌবাচ্চা পূর্ণ বা খালি করতে প্রয়োজনীয় সময় সংক্রান্ত ঐকিক
➢ দুই ধরনের ব্যক্তির মধ্যে তুলনা সম্পর্কিত ঐকিক
➢ দুই প্রকারের মূল্যের সমতা হতে যেকোন এক প্রকারের মূল্য নির্ণয় সংক্রান্ত ঐকিক
➢ নৌকা ও স্রোত সংক্রান্ত সমস্যাবলি
➢ দূরত্ব, বেগ ও সময় সংক্রান্ত সমস্যাবলি

Type-01: শ্রমিক সংখ্যা, কাজ ও সময় সংক্রান্ত ঐকিক

যদি নির্দিষ্ট সংখ্যক শ্রমিক নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ নির্দিষ্ট সময়ে সম্পন্ন করে তবে এই তথ্য থেকে শ্রমিকসংখ্যা, কাজের পরিমাণ ও সময়ের মধ্যে যে কোন একটি বা দুইটি রাশি পরিবর্তিত হলে অন্য রাশিকে পরিবর্তন করা যাবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৫ জন তাঁত-শ্রমিক ৫ দিনে ৫টি কাপড় বুনতে পারে। একই ধরনের ৭ টি কাপড় বুনতে ৭ জন শ্রমিকের কত দিন লাগবে? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫ দিন (খ) $\frac{২৫}{৪৯}$ দিন

(গ) $\frac{৪৯}{২৫}$ দিন (ঘ) ৭ দিন

সমাধান : ৫ জন শ্রমিক ৫টি কাপড় বুনতে পারে ৫ দিনে

∴ ১ জন শ্রমিক ১ টি কাপড় বুনতে পারে $\frac{৫\times৫}{৫}$ দিনে

∴ ৭ জন শ্রমিক ৭ টি কাপড় বুনতে পারে $\frac{৫\times৫\times৭}{৭\times৫}$ = ৫ দিনে

উত্তর: (ক)

০২। যদি একটি কাজ ৯ জন লোক ১২ দিনে করতে পারে, অতিরিক্ত ৩ জন লোক নিয়োগ করলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে? [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭ (খ) ৯

(গ) ১০ (ঘ) ১২

সমাধান : ৩ জন লোক অতিরিক্ত নিয়োগ করলে পরিবর্তিত লোকসংখ্যা = (৯ + ৩) = ১২ জন

৯ জন কাজটি করতে পারে ১২ দিনে

∴ ১ জন কাজটি করতে পারে ১২ × ৯ দিনে

∴ ১২ জন কাজটি করতে পারে $\frac{১২\times৯}{১২}$ দিনে = ৯ দিনে

উত্তর: (খ)

০৩। ১২ জন শ্রমিক ৩ দিনে ৭২০ টাকা আয় করে। তবে ৯ জন শ্রমিক সমপরিমাণ টাকা আয় করবে- [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫ দিনে (খ) ৪ দিনে

(গ) ৬ দিনে (ঘ) ৩ দিনে

সমাধান : ১২ জন শ্রমিক ৭২০ টাকা আয় করে ৩ দিনে

∴ ১ জন শ্রমিক ৭২০ টাকা আয় করে ৩ × ১২ দিনে

∴ ৯ জন শ্রমিক ৭২০ টাকা আয় করে $\frac{৩\times১২}{৯}$ = ৪দিনে

এখানে, আয়ের পরিমাণ অপরিবর্তিত। যার ফলে, শ্রমিক ও সময়ের সম্পর্ক হতে নির্ণেয় সময় নির্ণয় করা হলো।

উত্তর: (খ)

০৪। ৩ দিনে একটি কাজের $\frac{১}{২৭}$ অংশ শেষ হলে ঐ কাজের ৩ গুণ কাজ করতে কত দিন লাগবে? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮১ দিন (খ) ৯ দিন

(গ) ২৪৩ দিন (ঘ) ২৭ দিন

সমাধান : কাজের $\frac{১}{২৭}$ অংশ কাজ শেষ হয় ৩ দিনে

∴ ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ শেষ হয় $\frac{৩}{\frac{১}{২৭}}$ = (৩ × ২৭) দিনে

∴ সম্পূর্ণ কাজের ৩ গুণ বা ৩ অংশ,

কাজ শেষ হয় (৩ × ৩ × ২৭) = ২৪৩ দিনে

উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১৫ জন লোকের একটি কাজ সম্পন্ন করতে সময় লাগে ৩ ঘণ্টা। ৫ জন লোকের ঐ কাজটি সম্পন্ন করতে কত সময় লাগবে?

(ক) ৬ ঘণ্টা (খ) ৫ ঘণ্টা

(গ) ৩ ঘণ্টা (ঘ) ৯ ঘণ্টা

সমাধান : ১৫ জন লোক কাজটি সম্পন্ন করে ৩ ঘণ্টায়

∴ ১ জন লোক কাজটি সম্পন্ন করে (১৫ × ৩) ঘণ্টায়

∴ ৫ জন লোক কাজটি সম্পন্ন করে $\frac{১৫\times৩}{৫}$ = ৯ ঘণ্টায়

উত্তর: (ঘ)

০২। একটি ফ্যাক্টরিতে একটি কাজ ২৭ দিনে সম্পন্নের জন্য ১২০ জন শ্রমিক নিয়োগ দেয়া হল। যদি এদের মধ্যে ৩০ জন শ্রমিককে অন্য ফ্যাক্টরিতে বদলি করা হয় তবে কাজটি সম্পন্নের জন্য কত দিন লাগবে?

(ক) ৩৫ দিন (খ) ২০ দিনে

(গ) ২৬ দিনে (ঘ) ৩৬ দিনে

সমাধান : নতুন শ্রমিক সংখ্যা = (১২০ − ৩০) = ৯০ জন

তাহলে ১২০ জন শ্রমিক কাজ সম্পন্ন করে ২৭ দিনে

∴ ১ জন শ্রমিক কাজ সম্পন্ন করে (২৭ × ১২০) দিনে

∴ ৯০ জন শ্রমিক কাজ সম্পন্ন করে $\frac{২৭\times১২০}{৯০}$ = ৩৬ দিনে

উত্তর: (ঘ)

০৩। ৭ জন শ্রমিক ৭ দিনে ৭ টি রিকশা তৈরি করতে পারে। ৫ জন শ্রমিকের ৫টি রিকশা তৈরি করতে কতদিন লাগবে?

(ক) ১ দিন (খ) ৫ দিন

(গ) ৭ দিন (ঘ) ৩৫ দিন

সমাধান : ৭ জন শ্রমিক ৭টি রিকশা তৈরি করতে পারে ৭ দিনে

∴ ১ জন শ্রমিক ১টি রিকশা তৈরি করতে পারে $\frac{৭\times৭}{৭}$ দিনে

∴ ৫ জন শ্রমিক ৫টি রিকশা তৈরি করতে পারে,

$= \frac{৭\times৭\times৫}{৭\times৫}$ = ৭ দিনে

উত্তর: (গ)

০৪। ৮ জন শ্রমিক ২০০০ টি বই বাঁধাই করতে পারে ১৮ দিনে। এই কাজটি ৬ দিনে করতে হলে কতজন নতুন শ্রমিক নিয়োগ করতে হবে?

(ক) ২৪ জন (খ) ১৬ জন

(গ) ১২ জন (ঘ) ৮ জন

সমাধান : ১৮ দিনে ২০০০ টি বই বাঁধাই করতে পারে ৮ জন শ্রমিক

∴ ১ দিনে ২০০০ টি বই-

বাঁধাই করতে পারে (৮ × ১৮) জন শ্রমিক

∴ ৬ দিনে ২০০০ টি বই-

বাঁধাই করতে পারে = $\frac{৮\times১৮}{৬}$ = ২৪ জন শ্রমিক

∴ নতুন শ্রমিক নিয়োগ করতে হবে = (২৪ − ৮) = ১৬ জন

এখানে কাজের পরিমাণ অপরিবর্তিত

যার ফলে শ্রমিক ও সময়ের সম্পর্ক হতে শ্রমিক সংখ্যা নির্ণয় করা হলো।

উত্তর: (খ)

০৫। ৫৬ জন শ্রমিক একটি পুকুর খনন করতে পারে ২১ দিনে। যদি ১৪ দিনে কাজটি শেষ করতে হয় তবে নতুন কত জন শ্রমিক লাগবে?

(ক) ২৪ জন (খ) ২৬ জন
(গ) ২৮ জন (ঘ) ৩০ জন

সমাধান : ২১ দিনে পুকুরটি খনন করতে পারে ৫৬ জন শ্রমিক
∴ ১ দিনে পুকুরটি খনন করতে পারে (৫৬ × ২১) জন শ্রমিক
∴ ১৪ দিনে পুকুরটি খনন করতে পারে,
$= \frac{৫৬\times২১}{১৪} = ৮৪$ জন শ্রমিক
∴ নতুন শ্রমিক লাগবে = (৮৪ - ৫৬) = ২৮ জন।
উত্তর: (গ)

০৬। একটি কাজের $\frac{১}{২}$ অংশ করতে সময় লাগে ২৪ দিন। তাহলে কাজটির $\frac{১}{৮}$ অংশ করতে কত দিন লাগবে?

(ক) ৫ দিন (খ) ১০ দিন
(গ) ৬ দিন (ঘ) ১২ দিন

সমাধান : কাজের $\frac{১}{২}$ অংশ করতে সময় লাগে ২৪ দিন
∴ কাজের ১ বা সম্পূর্ণ অংশ করতে সময় লাগে $\frac{২৪}{\frac{১}{২}}$ দিন
∴ কাজের $\frac{১}{৮}$ অংশ করতে সময় লাগে $\left(\frac{২৪\times২\times১}{৮}\right)$ = ৬ দিন
উত্তর: (গ)

০৭। একটি গার্মেন্টস ফ্যাক্টরিতে শ্রমিকদের ২০ দিনের চেষ্টায় ৫৫০ বক্স মাস্ক প্রস্তুত হলো। ২ মাসে তারা মোট কত বক্স মাস্ক তৈরি করতে পারবে?

(ক) ১৫০০ বক্স (খ) ১৬০০ বক্স
(গ) ১৫৫০ বক্স (ঘ) ১৬৫০ বক্স

সমাধান : আমরা জানি, ২ মাস = ৬০ দিন
শ্রমিকদের ২০ দিনের চেষ্টায় তৈরি হয় ৫৫০ বক্স মাস্ক
∴ শ্রমিকদের ১ দিনের চেষ্টায় তৈরি হয় $\frac{৫৫০}{২০}$ বক্স মাস্ক
∴ শ্রমিকদের ৬০ দিনের চেষ্টায় তৈরি হয় $\frac{৫৫০\times৬০}{২০}$ বক্স মাস্ক
= ১৬৫০ বক্স মাস্ক
উত্তর: (ঘ)

০৮। ১০টি ফিল্টার ব্যবহার করে ১ ঘণ্টায় ৪৮ লিটার পানি পরিষ্কার করা যায়। তাহলে এরুপ ২৫টি ফিল্টার দিয়ে ঐ সময়ে কত লিটার পানি পরিষ্কার করা যাবে?

(ক) ১২৫ লিটার (খ) ১০০ লিটার
(গ) ১২০ লিটার (ঘ) ১৫০ লিটার

সমাধান : ১০টি ফিল্টার দিয়ে ১ ঘণ্টায় পরিষ্কার করা যায় ৪৮ লিটার
∴ ১ টি ফিল্টার দিয়ে ১ ঘণ্টায় পরিষ্কার করা যায় $\frac{৪৮}{১০}$ লিটার
∴ ২৫টি ফিল্টার দিয়ে ১ ঘণ্টায় পরিষ্কার করা যায়,
$= \frac{৪৮\times২৫}{১০} = ১২০$ লিটার
এখানে সময় অপরিবর্তিত। যার ফলে ফিল্টারের সংখ্যা ও কাজের পরিমাণের সম্পর্ক হতে পরিবর্তিত কাজের পরিমাণ বের করা হলো।
উত্তর: (গ)

০৯। এক ঠিকাদার ১৯২০ মিটার দীর্ঘ রাস্তা ১২০ দিনে নির্মাণ করে দেয়ার জন্য ১৬০ জন শ্রমিক নিয়োগ করল। ২৪ দিন পর, মাত্র ১/৮ অংশ কাজ সম্পন্ন হলো। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে কাজ শেষ করতে হলে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক নিয়োগ দিতে হবে?

(ক) ২৮০ (খ) ১৬০
(গ) ১৮০ (ঘ) ১২০

সমাধান : অবশিষ্ট সময় = (১২০ - ২৪) দিন = ৯৬ দিন
অবশিষ্ট কাজের পরিমাণ = $\left(১-\frac{১}{৮}\right)$ অংশ = $\frac{৭}{৮}$ অংশ
২৪ দিনে $\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ সম্পন্ন করে ১৬০ জনে
∴ ১ দিনে ১ অংশ কাজ সম্পন্ন করে $\frac{১৬০\times২৪}{\frac{১}{৮}}$ জনে
∴ ৯৬ দিনে $\frac{৭}{৮}$ অংশ কাজ সম্পন্ন করে $\frac{১৬০\times২৪\times৮\times\frac{৭}{৮}}{৯৬}$ জনে
$= \frac{১৬০\times২৪\times৭}{৯৬} = ২৮০$ জনে
∴ অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে (২৮০ - ১৬০) = ১২০ জন
উত্তর: (ঘ)

১০। একটি ফ্যাক্টরিতে ২০ জন লোক ১২ দিনের পরিশ্রমে ২৪ টি মেশিন উৎপাদন করে। ঐ ফ্যাক্টরিতে ২০ দিনের মধ্যে ৫০টি মেশিন উৎপাদনের অর্ডার দেওয়া হলে কতজন শ্রমিক অতিরিক্ত নিয়োগ দিতে হবে?

(ক) ৮ জন (খ) ৭ জন
(গ) ১০ জন (ঘ) ৫ জন

সমাধান : ২৪টি মেশিন ১২ দিনে উৎপাদন করতে পারে ২০ জন লোক
∴ ১টি মেশিন ১ দিনে উৎপাদন করতে পারে $\frac{২০\times১২}{২৪}$ জন লোক
∴ ৫০টি মেশিন ২০ দিনে উৎপাদন করতে পারে,
$= \frac{২০\times১২\times৫০}{২৪\times২০} = ২৫$ জন
∴ অতিরিক্ত নিয়োগ দিতে হবে = (২৫ − ২০) = ৫ জন
উত্তর: (ঘ)

Type-02 : একাধিক ব্যক্তির পৃথকভাবে কৃতকাজের সময় হতে একত্রে কৃতকাজের সময় নির্ণয়

একাধিক ব্যক্তি বা যন্ত্র কোন কাজ পৃথকভাবে নির্দিষ্ট সময়ে করতে পারলে এই তথ্য থেকে তাদের একত্রে ঐ কাজটি সম্পন্ন করার সময় বের করা যাবে।

- দুইজন ব্যক্তির পৃথকভাবে কৃতকাজ হতে একত্রে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{T_1\times T_2}{T_1+T_2}$

যেখানে, T_1 = প্রথম ব্যক্তির পৃথকভাবে কাজের সম্পূর্ণ অংশ করতে প্রয়োজনীয় সময়
T_2 = দ্বিতীয় ব্যক্তির পৃথকভাবে কাজের সম্পূর্ণ অংশ করতে প্রয়োজনীয় সময়

- তিনজন ব্যক্তির পৃথকভাবে কৃতকাজ হতে একত্রে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{T_1\times T_2\times T_3}{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}$

যেখানে, T_1, T_2 ও T_3 হল যথাক্রমে তিনজন ব্যক্তির পৃথকভাবে কাজের সম্পূর্ণ অংশ করতে প্রয়োজনীয় সময়

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। রহিম, করিম এবং গাজী তিন জনে একটি কাজ করতে পারে যথাক্রমে ১৫, ৬ এবং ১০ দিনে। তাহারা একত্রে তিন জনে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?

[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২১ দিন (খ) ১৮ দিন
(গ) ৭ দিন (ঘ) ১৫ দিন

সমাধান : রহিম, করিম ও গাজী যথাক্রমে ১৫ দিনে, ৬ দিনে ও ১০ দিনে সম্পন্ন করে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ
∴ রহিম, করিম ও গাজী ১ দিনে করে,
যথাক্রমে কাজের $\frac{১}{১৫}$, $\frac{১}{৬}$ ও $\frac{১}{১০}$ অংশ
∴ তিনজন একত্রে ১ দিনে সম্পন্ন করে
$= \left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{৬}+\frac{১}{১০}\right) = \frac{২+৫+৩}{৩০} = \frac{১০}{৩০} = \frac{১}{৩}$ অংশ
এখন, তিনজন একত্রে কাজের $\frac{১}{৩}$ অংশ সম্পন্ন করে ১ দিনে
∴ তিনজন ১ বা সম্পূর্ণ অংশ সম্পন্ন করে $\frac{১}{\frac{১}{৩}} = ৩$ দিনে

S/M : এখানে, $T_1 = ১৫$ দিন, $T_2 = ৬$ দিন,
$T_3 = ১০$ দিন, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1 \times T_2 \times T_3}{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}$
$= \frac{১৫\times৬\times১০}{(১৫\times৬)+(৬\times১০)+(১০\times১৫)} = ৩$ দিন
উত্তর: Blank.

০২। তিনটি মেশিন একটি কাজ যথাক্রমে ৪, ৫ ও ৬ ঘণ্টায় করতে পারে। দুটি মেশিন সর্বোচ্চ ক্ষমতায় কাজ করে এক ঘণ্টায় কতটুকু কাজ করতে পারবে?

[১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১১}{৩০}$ (খ) $\frac{৯}{২০}$
(গ) $\frac{৩}{৫}$ (ঘ) $\frac{১১}{১৫}$

সমাধান : যার সময় কম তার ক্ষমতা বেশি। এক্ষেত্রে প্রথম দুইটির সময় কম তাই ক্ষমতা সর্বোচ্চ।
এখন, প্রথম ও দ্বিতীয় মেশিন যথাক্রমে ৪ ও ৫ ঘণ্টায় করতে পারে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ
∴ দুটি মেশিন ১ ঘণ্টায় সম্পন্ন করতে পারে,
যথাক্রমে কাজের $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{১}{৫}$ অংশ
∴ দুটি মেশিন একত্রে ১ ঘণ্টায় সম্পন্ন করতে পারে,
কাজের $\left(\frac{১}{৪}+\frac{১}{৫}\right) = \frac{৫+৪}{২০} = \frac{৯}{২০}$ অংশ

S/M : এখানে, $T_1 = ৪$ ঘণ্টা, $T_2 = ৫$ ঘণ্টা, $T = ?$
∴ দুইটি মেশিন ১ ঘণ্টায় করতে পারবে,
$= \frac{T_1+T_2}{T_1\times T_2}$ [অংশ বললে অনুপাত বিপরীত হবে]
$= \frac{৪+৫}{৪\times৫} = \frac{৯}{২০}$ অংশ
উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। অপু, দীপু, নিপু একটি কাজ যথাক্রমে ২০, ১০, ২৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি কত দিনে করতে পারবে?

(ক) $৫\frac{১}{১৯}$ (খ) $৫\frac{১}{২}$
(গ) $৪\frac{১}{১৯}$ (ঘ) $৫\frac{৫}{১৯}$

সমাধান : এখানে, $T_1 = ২০$ দিন, $T_2 = ১০$ দিন,
$T_3 = ২৫$ দিন, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1\times T_2\times T_3}{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}$
$= \frac{২০\times১০\times২৫}{(২০\times১০)+(১০\times২৫)+(২৫\times২০)} = ৫\frac{৫}{১৯}$ দিন
উত্তর: (ঘ)

০২। যদি কোনো একটি কাজ আলাদাভাবে সম্পন্ন করতে করিমের ৪৫ মি: এবং রহিমের ৩০ মি: সময় লাগে তবে উভয়ে একত্রে ঐ কাজটি সম্পন্ন করতে কত মিনিট সময় লাগবে?

(ক) ১৮ (খ) ১৬
(গ) ১৫ (ঘ) ২১

সমাধান : এখানে, $T_1 = ৪৫$ মিনিট, $T_2 = ৩০$ মিনিট, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1\times T_2}{T_1+T_2} = \frac{৪৫\times৩০}{৪৫+৩০} = ১৮$ মিনিটে।
উত্তর: (ক)

০৩। ক, খ ও গ একাকী একটি কাজ যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ দিনে করতে পারে। তারা প্রত্যেকে পর পর ২ দিন কাজ করার পর কতটুকু কাজ বাকি থাকবে?

(ক) $\frac{১}{৪}$ অংশ (খ) $\frac{১}{৩}$ অংশ
(গ) $\frac{১}{২}$ অংশ (ঘ) $\frac{১}{৫}$ অংশ

সমাধান : এখানে, $T_1 = ১০$, $T_2 = ১২$, $T_3 = ১৫$,
∴ ক, খ ও গ একত্রে ১ দিনে সম্পন্ন করে,
$= \frac{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}{T_1\times T_2\times T_3}$ [অংশ বললে অনুপাত বিপরীত হবে]
$= \frac{(১০\times১২)+(১২\times১৫)+(১৫\times১০)}{১০\times১২\times১৫} = \frac{১}{৪}$ অংশ
∴ ক, খ ও গ একত্রে ২ দিনে সম্পন্ন করে,
$= ২\times\frac{১}{৪} = \frac{১}{২}$ অংশ।
∴ বাকি থাকবে $= (১-\frac{১}{২}) = \frac{২-১}{২} = \frac{১}{২}$ অংশ
উত্তর: (গ)

Type-03 : একাধিক ব্যক্তির একত্রে কৃতকাজের সময় হতে পৃথকভাবে কৃতকাজের সময় নির্ণয়

একাধিক ব্যক্তি বা যন্ত্র একত্রে একটি কাজ সম্পন্ন করার সময় হতে এদের পৃথকভাবে কাজ সম্পন্নের সময় নির্ণয় করা যায়।

- দুইজন ব্যক্তির একত্রে পৃথকভাবে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময় হতে এদের মধ্যে যেকোন একজন ব্যক্তির কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়, $T_2 = \frac{T\times T_1}{T_1-T}$

যেখানে, T = দুইজন ব্যক্তির একত্রে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়
T_1 = যেকোন একজন ব্যক্তির কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। খ একা কাজটি কতদিনে করতে পারবে? [৩০তম ও ২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৫ দিনে (খ) ৩০ দিনে
(গ) ৩৫ দিনে (ঘ) ৪০ দিনে

সমাধান : ক ও খ একত্রে ১২ দিনে করতে পারে সম্পূর্ণ কাজ বা কাজের ১ অংশ

∴ ক ও খ একত্রে ১ দিনে করতে পারে কাজের $\frac{১}{১২}$ অংশ

ক একা ২০ দিনে করতে পারে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ

∴ ক একা ১ দিনে করতে পারে কাজের $\frac{১}{২০}$ অংশ

∴ খ একা ১ দিনে করে কাজের $= \left(\frac{১}{১২} - \frac{১}{২০}\right)$ অংশ

$= \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ

এখন খ একা কাজের $\frac{১}{৩০}$ অংশ করে ১ দিনে

∴ খ একা সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ করে $\frac{১}{\frac{১}{৩০}} = ৩০$ দিনে।

S/M : এখানে, $T = ১২$ দিন, $T_1 = ২০$ দিন, $T_2 = ?$

∴ নির্ণেয় সময় $T_2 = \frac{T \times T_1}{T_1 - T} = \frac{১২ \times ২০}{২০ - ১২} = \frac{২৪০}{৮} = ৩০$ দিন

উত্তর: (খ)

০২। দুইজন ব্যক্তি একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। প্রথম ব্যক্তি একাকী কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। দ্বিতীয় ব্যক্তি একাকী কাজটি কত দিনে করতে পারবে? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০ দিনে (খ) ২২ দিনে
(গ) ২৪ দিনে (ঘ) ২৬ দিনে

সমাধান : দুই ব্যক্তি একত্রে ৮ দিনে করতে পারে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ

দুই ব্যক্তি একত্রে ১ দিনে করতে পারে কাজের $\frac{১}{৮}$ অংশ

আবার, প্রথম ব্যক্তি একাকী ১২ দিনে সম্পন্ন করতে পারে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ

∴ প্রথম ব্যক্তি একাকী ১ দিনে কাজ করতে পারে $\frac{১}{১২}$ অংশ

তাহলে, দ্বিতীয় ব্যক্তি ১ দিনে সম্পন্ন করতে পারে,

$= \left(\frac{১}{৮} - \frac{১}{১২}\right) = \left(\frac{৩-২}{২৪}\right) = \frac{১}{২৪}$ অংশ

∴ দ্বিতীয় ব্যক্তি $\frac{১}{২৪}$ অংশ সম্পন্ন করতে পারে ১ দিনে

∴ দ্বিতীয় ব্যক্তি সম্পূর্ণ বা ১ অংশ সম্পন্ন করতে পারে,

$= \frac{১}{\frac{১}{২৪}} = ২৪$ দিনে

S/M : এখানে, $T = ৮$ দিন, $T_1 = ১২$ দিন, $T_2 = ?$

∴ নির্ণেয় সময় $T_2 = \frac{T \times T_1}{T_1 - T} = \frac{৮ \times ১২}{১২ - ৮} = \frac{৯৬}{৪} = ২৪$ দিন

উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। আরিফ একটি কাজ ৬০ দিনে করতে পারে। আরিফ এবং বাবর এক সাথে মিলে ঐ কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে। বাবর একা কতদিনে ঐ কাজ শেষ করতে পারবে?

(ক) ৩০ (খ) ৪৫
(গ) ৬০ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $T = ৬০$ দিন, $T_1 = ২০$ দিন, $T_2 = ?$

∴ নির্ণেয় সময় $T_2 = \frac{T \times T_1}{T_1 - T} = \frac{২০ \times ৬০}{৬০ - ২০} = \frac{১২০০}{৪০} = ৩০$ দিন

উত্তর: (ক)

০২। ক ও খ একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। ঐ কাজ ক একা ১২ দিনে করতে পারে। কাজটি করতে খ এর কতদিন লাগবে?

(ক) ৩০ দিন (খ) ২৮ দিন
(গ) ২৬ দিন (ঘ) ২৪ দিন

সমাধান : এখানে, $T = ৮$ দিন, $T_1 = ১২$ দিন, $T_2 = ?$

∴ নির্ণেয় সময়, $T_2 = \frac{T \times T_1}{T_1 - T} = \frac{৮ \times ১২}{১২ - ৮} = \frac{৯৬}{৪} = ২৪$ দিন

উত্তর: (ঘ)

Type-04 : তিনজন ব্যক্তির মধ্যে প্রতি দুইজনের একত্রে কৃতকাজের সময় হতে তিনজনের একত্রে কৃতকাজের সময় নির্ণয়

যদি তিনজন ব্যক্তি বা তিনটি যন্ত্রের মধ্যে প্রতি দুইজন ব্যক্তি বা দুইটি যন্ত্রের একত্রে একটি কাজ সম্পন্নের সময় জানা থাকে তাহলে তিনজন ব্যক্তি বা তিনটি যন্ত্রের একত্রে ঐ কাজটি সম্পাদনের সময় নির্ণয় করা যায়।

- তিনজনের মধ্যে দুইজনের পৃথকভাবে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময় হতে তিনজনের মিলিতভাবে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{2 \times T_1 T_2 T_3}{T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1}$

যেখানে, T_1, T_2 ও T_3 হল যথাক্রমে তিনজনের মধ্যে প্রতি দুইজনের একত্রে কৃতকাজের প্রয়োজনীয় সময়

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। A ও B একত্রে একটি কাজ করে ৯ দিনে, B ও C করে ১২ দিনে এবং C ও A করে ১৮ দিনে। যদি তারা একত্রে কাজটি করে, তাহলে এটি সম্পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে?

(ক) ১০ দিন (খ) ৭ দিন
(গ) ৮ দিন (ঘ) ৬ দিন

সমাধান : A ও B, B ও C এবং C ও A যথাক্রমে ৯ দিন, ১২ দিন ও ১৮ দিনে সম্পন্ন করে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ

∴ A ও B, B ও C এবং C ও A,

যথাক্রমে ১ দিনে সম্পন্ন করতে পারে $\frac{১}{৯}$, $\frac{১}{১২}$ ও $\frac{১}{১৮}$ অংশ

তাহলে, ২ × (A + B + C), ১ দিনে সম্পন্ন করতে পারে $= \left(\frac{১}{৯} + \frac{১}{১২} + \frac{১}{১৮}\right) = \left(\frac{৪+৩+২}{৩৬}\right) = \frac{৯}{৩৬} = \frac{১}{৪}$ অংশ

∴ A, B ও C একত্রে ১ দিনে সম্পন্ন করতে পারে,
$= \frac{১}{২×৪} = \frac{১}{৮}$ অংশ
এখন, A, B ও C একত্রে $\frac{১}{৮}$ অংশ সম্পন্ন করতে পারে ১ দিনে
∴ A, B ও C একত্রে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ সম্পন্ন করতে পারে $\frac{১}{\frac{১}{৮}} = ৮$ দিনে

S/M : এখানে, $T_1 = ৯$ দিন, $T_2 = ১২$ দিন,
$T_3 = ১৮$ দিন, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{2×T_1T_2T_3}{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}$
$= \frac{2×৯×১২×১৮}{(৯×১২)+(১২×১৮)+(১৮×৯)}$
$= ৮$ দিন
উত্তর: (গ)

০২। একটি কাজ রনি ও বনি সম্পূর্ণ করতে পারে ১৫ ঘণ্টায়, বনি ও টনি কাজটি করে ১৮ ঘণ্টায় এবং টনি ও রনি ঐ কাজটি সম্পূর্ণ করে ৩০ ঘণ্টায়। তাহলে এই তিনজন একত্রে কাজটি কত ঘণ্টায় করতে পারবে?

(ক) ১৪ ঘণ্টায় (খ) $১২\frac{১}{৭}$ ঘণ্টায়
(গ) $১২\frac{৬}{৭}$ ঘণ্টায় (ঘ) $১৪\frac{৬}{৭}$ ঘণ্টায়

সমাধান : রনি ও বনি, বনি ও টনি এবং টনি ও রনি যথাক্রমে ১৫ ঘণ্টায়, ১৮ ঘণ্টায় ও ৩০ ঘণ্টায় সম্পন্ন করে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ
∴ রনি ও বনি, বনি ও টনি এবং টনি ও রনি যথাক্রমে ১ ঘণ্টায় সম্পন্ন করতে পারে $\frac{১}{১৫}$, $\frac{১}{১৮}$ ও $\frac{১}{৩০}$ অংশ
তাহলে, ২ × (রনি+বনি+টনি), ১ ঘণ্টায় সম্পন্ন করতে পারে $= \left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১৮}+\frac{১}{৩০}\right)$ অংশ
$= \left(\frac{৬+৫+৩}{৯০}\right) = \frac{১৪}{৯০} = \frac{৭}{৪৫}$ অংশ
∴ রনি, বনি ও টনি একত্রে ১ ঘণ্টায় সম্পন্ন করতে পারে,
$= \frac{৭}{২×৪৫} = \frac{৭}{৯০}$ অংশ
এখন, রনি, বনি ও টনি একত্রে $\frac{৭}{৯০}$ অংশ সম্পন্ন করতে পারে ১ ঘণ্টায়
∴ রনি, বনি ও টনি একত্রে সম্পূর্ণ কাজ বা ১ অংশ সম্পন্ন করতে পারে $\frac{১}{\frac{৭}{৯০}}$ ঘণ্টায় $= \frac{৯০}{৭} = ১২\frac{৬}{৭}$ ঘণ্টায়

S/M : এখানে, $T_1 = ১৫$ দিন, $T_2 = ১৮$ দিন,
$T_3 = ৩০$ দিন, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{2×T_1T_2T_3}{T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1}$
$= \frac{2×১৫×১৮×৩০}{(১৫×১৮)+(১৮×৩০)+(৩০×১৫)}$
$= ১২\frac{৬}{৭}$ দিন
উত্তর: (গ)

Type-05: চৌবাচ্চা পূর্ণ বা খালি করতে প্রয়োজনীয় সময় সংক্রান্ত ঐকিক

Case – 1 : একাধিক নলের পৃথকভাবে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ করার সময় হতে একত্রে পূর্ণ করার সময় নির্ণয়

দুইটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা পৃথকভাবে যে সময়ে পূর্ণ হবে সেই তথ্য হতে নল দুইটি দ্বারা একত্রে ঐ চৌবাচ্চা পূর্ণ করার সময় নির্ণয় করা যায়।

- দু'টি নল দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{T_1×T_2}{T_1+T_2}$

যেখানে, T_1 = প্রথম নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়;
T_2 = দ্বিতীয় নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়

- দুইটি পৃথক নল দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চার X অংশ পূরণ করতে সময় লাগবে $T = \frac{T_1×T_2}{T_1+T_2} × X$
X = চৌবাচ্চার যে পরিমাণ অংশ পূর্ণ করতে হবে

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সম্পূর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দিয়ে ৫ ঘণ্টায় সম্পূর্ণ ভর্তি করা যায়। দ্বিতীয় একটি পাইপ দিয়ে চৌবাচ্চাটি ভর্তি করতে ৩ ঘণ্টা লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ব্যবহার করে চৌবাচ্চাটির $\frac{২}{৩}$ অংশ ভর্তি করতে কত সময় লাগবে?
[১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৮}{১৫}$ ঘণ্টা (খ) $\frac{৩}{৪}$ ঘণ্টা
(গ) $\frac{৫}{৪}$ ঘণ্টা (ঘ) $\frac{২}{৩}$ ঘণ্টা

সমাধান : প্রথম পাইপ দ্বারা ৫ ঘণ্টায় ভর্তি করা যায় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশে
∴ প্রথম পাইপ দ্বারা ১ ঘণ্টায় ভর্তি করা যায় চৌবাচ্চার $\frac{১}{৫}$ অংশ
আবার, দ্বিতীয় পাইপ দ্বারা ৩ ঘণ্টায় ভর্তি করা যায় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ দ্বিতীয় পাইপ দ্বারা ১ ঘণ্টায় ভর্তি করা যায় চৌবাচ্চার $\frac{১}{৩}$ অংশ
∴ দুইটি পাইপ একত্রে ১ ঘণ্টায় ভর্তি করা যায়
$\left(\frac{১}{৫}+\frac{১}{৩}\right) = \frac{৩+৫}{১৫} = \frac{৮}{১৫}$ অংশ
এখন দুইটি পাইপ দ্বারা $\frac{৮}{১৫}$ অংশ ভর্তি করা যায় ১ ঘণ্টায়
∴ দুইটি পাইপ দ্বারা সম্পূর্ণ বা ১ অংশ ভর্তি করা যায় $\frac{১}{\frac{৮}{১৫}}$ ঘণ্টায়
∴ দুইটি পাইপ দ্বারা $\frac{২}{৩}$ অংশ ভর্তি করা যায় $\frac{১৫×২}{৮×৩}$ ঘণ্টায় $= \frac{৫}{৪}$ ঘণ্টায়

S/M : এখানে, $T_1 = ৫$ ঘণ্টা, $T_2 = ৩$ ঘণ্টা, $X = \frac{২}{৩}$ অংশ, $T = ?$
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1×T_2}{T_1+T_2} × X$
$= \frac{৫×৩}{৫+৩} × \frac{২}{৩} = \frac{৫}{৪}$ ঘণ্টা।
উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ১০ ও ১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ হয়। নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পানি দ্বারা পূর্ণ হবে?

(ক) ২ ঘণ্টায় (খ) ৪ ঘণ্টায়
(গ) ৫ ঘণ্টায় (ঘ) ৬ ঘণ্টায়

সমাধান : ১ম নল দ্বারা ১০ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ ১ম নল দ্বারা ১ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার $\frac{১}{১০}$ অংশ
২য় নল দ্বারা ১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ ২য় নল দ্বারা ১ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার $\frac{১}{১৫}$ অংশ
∴ দুইটি নল একত্রে ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করবে চৌবাচ্চার $\left(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}\right)=\frac{৩+২}{৩০}=\frac{৫}{৩০}=\frac{১}{৬}$ অংশ
এখন দুইটি নল একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ করে ১ ঘণ্টায়
∴ দুইটি নল একত্রে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে,
$=\frac{১}{\frac{১}{৬}}$ = ৬ ঘণ্টায়

S/M : এখানে, T_1 = ১০ ঘণ্টা, T_2 = ১৫ ঘণ্টা, T = ?
∴ নির্ণেয় সময় $T=\frac{T_1\times T_2}{T_1+T_2}=\frac{১০\times ১৫}{১০+১৫}$ = ৬ ঘণ্টা।
উত্তর : (ঘ)

০২। একটি তেলের ধারক একটি পাইপ দ্বারা ৯ মিনিটে সম্পূর্ণ ভর্তি করা যায় আবার দ্বিতীয় পাইপ দ্বারা ২৪ মিনিটে ধারকটি পূর্ণ করা যায়। তাহলে পাইপ দুটি দ্বারা একত্রে কত সময়ে $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ করা যাবে?

(ক) ৩ মিনিট (খ) $৩\frac{১}{২}$ মিনিট
(গ) $৪\frac{৩}{১০}$ মিনিট (ঘ) $৩\frac{৩}{১১}$ মিনিট

সমাধান : এখানে, T_1 = ৯ ঘণ্টা, T_2 = ২৪ ঘণ্টা, T=?
∴ নির্ণেয় সময়, $T=\frac{T_1\times T_2}{T_1+T_2}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{৯\times ২৪}{৯+২৪}\times\frac{১}{২}=\frac{২১৬}{৩৩}\times\frac{১}{২}=\frac{২১৬}{৬৬}=৩\frac{৩}{১১}$ মিনিটে
উত্তর: (ঘ)

Case – 2 : একাধিক নলের একত্রে চৌবাচ্চা পূর্ণ করার সময় হতে পৃথকভাবে পূর্ণ করার সময় নির্ণয়

দুইটি নলের ক্ষেত্রে:

- A ও B দুইটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা T সময়ে পূর্ণ হয়। নল দুইটি একত্রে T_1 সময়ে চৌবাচ্চাটির কিছু অংশ পূর্ণ করার পর A নলটি বন্ধ করা হয় এবং বাকি অংশ B নলটি T_2 সময়ে পূর্ণ করে।
  - তবে B নলটি দ্বারা চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T_3=\frac{T\times T_2}{T-T_1}$
  - এবং A নলটি দ্বারা চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T_4=\frac{T\times T_2}{T_2-T+T_1}$

যেখানে, T = A ও B নল দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়
T_1 = A ও B নল দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চার কিছু অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়
T_2 = B নলটি দ্বারা চৌবাচ্চার বাকি অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়

তিনটি নলের ক্ষেত্রে:

- A, B ও C তিনটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা T সময়ে পূর্ণ হয়। নল তিনটি একত্রে T_1 সময়ে চৌবাচ্চাটির কিছু অংশ পূর্ণ করার পর C নলটি বন্ধ করা হয় এবং বাকি অংশ A ও B নল দুইটি একত্রে T_2 সময়ে পূর্ণ করে।
  - তবে A ও B নলটি দ্বারা চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T_3=\frac{T\times T_2}{T-T_1}$
  - এবং C নলটি দ্বারা চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T_4=\frac{T\times T_2}{T_2-T+T_1}$

যেখানে, T = A, B ও C নল তিনটি দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়
T_1 = A, B ও C নল তিনটি দ্বারা একত্রে চৌবাচ্চার কিছু অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়
T_2 = A ও B নল দুইটি দ্বারা চৌবাচ্চার বাকি অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি খুলে দেয়ার ৪ মিনিট পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়াতে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরো ৬ মিনিট লাগল। প্রত্যেক নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৮ মিনিট এবং ১২ মিনিট
(খ) ২৪ মিনিট এবং ১২ মিনিট
(গ) ১৫ মিনিট এবং ১২ মিনিট
(ঘ) ১০ মিনিট এবং ১৫ মিনিট

সমাধান : দুটি নল দ্বারা একত্রে ৮ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ দুটি নল দ্বারা একত্রে ১ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার $\frac{১}{৮}$ অংশ
∴ দুটি নল দ্বারা একত্রে ৪ মিনিটে পূর্ণ হয়,
চৌবাচ্চার $\frac{৪}{৮}$ অংশ = $\frac{১}{২}$ অংশ
∴ দ্বিতীয় নলটি ৬ মিনিটে পূর্ণ করে চৌবাচ্চার,
$=(১-\frac{১}{২})$ অংশ = $\frac{১}{২}$ অংশ
এখন দ্বিতীয় নলটি $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ করে ৬ মিনিটে
∴ দ্বিতীয় নলটি সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে $\frac{৬}{\frac{১}{২}}=(৬\times২)$
= ১২মিনিটে

আবার, দ্বিতীয় নলটি ৬ মিনিটে পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\frac{১}{২}$ অংশ

∴ দ্বিতীয় নলটি ১ মিনিটে পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\frac{১}{২\times৬}$ অংশ

∴ দ্বিতীয় নলটি ৪ মিনিটে পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\frac{৪}{২\times৬}$ অংশ

$= \frac{১}{৩}$ অংশ

তাহলে প্রথম নলটি ৪ মিনিটে পূর্ণ করে,

$= \left(\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}\right) = \left(\frac{৩-২}{৬}\right) = \frac{১}{৬}$ অংশ

প্রথম নল দ্বারা $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় ৪ মিনিটে

∴ প্রথম নল দ্বারা সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ হয় $\frac{৪}{\frac{১}{৬}} = (৪\times৬)$

$= ২৪$ মিনিটে

∴ চৌবাচ্চাটি প্রথম নল দ্বারা ২৪ মিনিটে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা ১২ মিনিটে পূর্ণ হয়।

S/M : এখানে, $T = ৮$ মিনিট, $T_1 = ৪$ মিনিট,
$T_2 = ৬$ মিনিট,
দ্বিতীয় নলের প্রয়োজনীয় সময়, $T_3 = ?$,
এবং প্রথম নলের প্রয়োজনীয় সময়, $t_4 = ?$

∴ দ্বিতীয় নলের ক্ষেত্রে, $T_3 = \frac{T_1\times T_2}{T_1 - T_1} = \frac{৮\times৬}{৮-৪} = ১২$ মিনিট

∴ প্রথম নলের ক্ষেত্রে, $T_4 = \frac{T_1\times T_2}{T_2 - T_1 + T_1}$

$= \frac{৮\times৬}{৬-৮+৪} = \frac{৮\times৬}{২} = ২৪$ মিনিট

উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। তিনটি পাইপ A, B ও C একটি চৌবাচ্চা ৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে। ২ ঘণ্টা একত্রে কাজ করার পর C পাইপটি বন্ধ করা হল এবং বাকি অংশটুকু A ও B ৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে। সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি C এর একা পূর্ণ করতে সময় লাগবে-

(ক) ৪ ঘণ্টা (খ) ১০ ঘণ্টা
(গ) ১৪ ঘণ্টা (ঘ) ১৮ ঘণ্টা

সমাধান : তিনটি পাইপ ৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ

∴ তিনটি পাইপ ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\frac{১}{৬}$ অংশ

∴ তিনটি পাইপ ২ ঘণ্টায় পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\frac{২}{৬}$ অংশ $= \frac{১}{৩}$ অংশ

∴ বাকি থাকে $= \left(১-\frac{১}{৩}\right)$ অংশ $= \frac{২}{৩}$ অংশ

তাহলে A ও B ৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{২}{৩}$ অংশ

A ও B, ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{২}{৩\times৬} = \frac{১}{৯}$ অংশ

∴ C, ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\left(\frac{১}{৬}-\frac{১}{৯}\right) = \frac{১}{১৮}$ অংশ

C, $\frac{১}{১৮}$ অংশ পূর্ণ করে ১ ঘণ্টায়

∴ C, সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে $\frac{১৮\times১}{১} = ১৮$ ঘণ্টায়

S/M : এখানে, $T = ৬$ ঘণ্টা, $T_1 = ২$ ঘণ্টা,
$T_2 = ৬$ ঘণ্টা, $T_3 = ?$

∴ নির্ণেয় সময়, $T_3 = \frac{T\times T_2}{T_2 - T + T_1} = \frac{৬\times৬}{৬-৬+২} = \frac{৩৬}{২} = ১৮$ ঘণ্টা

উত্তর: (ঘ)

০২। একটি বড় ধারক পাত্রকে দুইটি নল দ্বারা একত্রে পানি পূর্ণ করতে ৪৫ মিনিট সময় লাগে। যদি দুইটি নল একসাথে ২০ মিনিট পানিপূর্ণ করার পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেওয়া হয় তবে দ্বিতীয় নল বাকি অংশ ৫০ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে। তাহলে দ্বিতীয় নল দ্বারা পৃথকভাবে ধারকপাত্রটি কত সময়ে পানিপূর্ণ করা যাবে?

(ক) ৭০ মিনিট (খ) ৬০ মিনিট
(গ) ১০০ মিনিট (ঘ) ৯০ মিনিট

সমাধান : দুইটি নল একত্রে ৪৫ মিনিটে পূর্ণ করে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ

∴ দুইটি নল একত্রে ১ মিনিটে পূর্ণ করে $\frac{১}{৪৫}$ অংশ

∴ দুইটি নল একত্রে ২০ মিনিটে পূর্ণ করে $\frac{২০}{৪৫} = \frac{৪}{৯}$ অংশ

তাহলে দ্বিতীয় নল ৫০ মিনিটে পূর্ণ করে $\left(১-\frac{৪}{৯}\right) = \frac{৫}{৯}$ অংশ

এখন, দ্বিতীয় নল $\frac{৫}{৯}$ অংশ পূর্ণ করে ৫০ মিনিটে

∴ দ্বিতীয় নল সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে $\frac{৫০}{\frac{৫}{৯}}$ মিনিটে

$= \frac{৫০\times৯}{৫} = ৯০$ মিনিটে

S/M : এখানে, $T = ৪৫$ মিনিট, $T_1 = ২০$ মিনিট,
$T_2 = ৫০$ মিনিট, $T_3 = ?$

∴ নির্ণেয় সময়, $T_3 = \frac{T\times T_2}{T - T_1} = \frac{৪৫\times৫০}{৪৫-২০} = ৯০$ মিনিট

উত্তর: (ঘ)

০৩। M ও N চিহ্ন বিশিষ্ট দুইটি পাইপ একত্রে একটি চৌবাচ্চা ১৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে। যদি M ও N দুইটি পাইপকে একত্রে ৮ ঘণ্টা খোলা রাখার পর M নলটি বন্ধ করা হয় তবে বাকি অংশ N পাইপটি ২০ ঘণ্টায় পূর্ণ করে। M ও N পৃথকভাবে চৌবাচ্চাটি কত সময়ে পূর্ণ করবে?

(ক) $২৬\frac{২}{৩}$ ঘণ্টা, ১৬ ঘণ্টা (খ) ২৬ ঘণ্টা, ৪০ ঘণ্টা
(গ) ২৬ ঘণ্টা, ৪৪ ঘণ্টা (ঘ) $২৬\frac{২}{৩}$ ঘণ্টা, ৪০ ঘণ্টা

সমাধান : M ও N দুইটি পাইপ একত্রে,
১৬ ঘণ্টায় পূর্ণ করে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ

∴ ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{১}{১৬}$ অংশ

∴ ৮ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{৮}{১৬} = \frac{১}{২}$ অংশ

তাহলে, N পাইপটি,
২০ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\left(১-\frac{১}{২}\right) = \frac{১}{২}$ অংশ

∴ ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{১}{২\times২০}$ অংশ

∴ ৮ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\frac{৮}{২\times২০} = \frac{১}{৫}$ অংশ

এখন, M পাইপটি,
৮ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\left(\frac{১}{২}-\frac{১}{৫}\right) = \frac{৫-২}{১০} = \frac{৩}{১০}$ অংশ

তাহলে, M পাইপটি,
$\frac{৩}{১০}$ অংশ পূর্ণ করে ৮ ঘণ্টায়

∴ সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে $\frac{৮}{\frac{৩}{১০}} = \frac{৮\times১০}{৩} = ২৬\frac{২}{৩}$ ঘণ্টা

আবার, N পাইপটি, $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ করে ২০ ঘণ্টায়

∴ সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে $(২\times২০) = ৪০$ ঘণ্টায়

S/M : এখানে, T = ১৬ ঘণ্টা, T_1 = ৮ ঘণ্টা,
T_2 = ২০ ঘণ্টা, T_3 = ?, T_4 = ?
∴ N পাইপের ক্ষেত্রে, $T_3 = \frac{T \times T_2}{T - T_1}$
$= \frac{১৬ \times ২০}{১৬ - ৮} = ৪০$ ঘণ্টা
∴ M পাইপের ক্ষেত্রে, $T_4 = \frac{T \times T_2}{T_2 - T + T_1}$
$= \frac{১৬ \times ২০}{২০ - ১৬ + ৮} = ২৬\frac{২}{৩}$ ঘণ্টা
উত্তর: (ঘ)

Case – 3 : একটি চৌবাচ্চা একই সাথে পূর্ণ ও খালি হওয়ার ক্ষেত্রে সময় নির্ণয়

একটি চৌবাচ্চা দুটি পৃথক নল দ্বারা যথাক্রমে পূর্ণ ও খালি হওয়ার প্রয়োজনীয় সময় জানা থাকলে দুটি নল একসাথে খুলে দিলে ঐ চৌবাচ্চা কত সময়ে পূর্ণ বা খালি হবে তা নির্ণয় করা যায়।

- দুইটি পৃথক নল দ্বারা চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ যথাক্রমে পূর্ণ ও খালি করার ক্ষেত্রে দুইটি নলের একত্রে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ বা খালি করতে প্রয়োজনীয় সময়, $T = \frac{T_1 \times T_2}{T_2 - T_1}$

যেখানে, T_1 = প্রথম নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ করতে প্রয়োজনীয় সময়;
T_2 = দ্বিতীয় নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ অংশ খালি করতে প্রয়োজনীয় সময়
বি.দ্র: T এর মান ধনাত্মক (+) চিহ্ন বিশিষ্ট হলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে এবং ঋণাত্মক (–) চিহ্ন বিশিষ্ট হলে চৌবাচ্চাটি খালি হবে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ট্যাংক একটি নল দ্বারা ২৫ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং অন্য নল দ্বারা ২০ মিনিটে খালি হয়। যদি দুটি নল একসাথে খুলে দেওয়া হয় তবে ট্যাংকটি কত মিনিটে খালি হবে?
(ক) ৯০ মিনিট (খ) ১০০ মিনিট
(গ) ১০৫ মিনিট (ঘ) ১১০ মিনিট

সমাধান : প্রথম নল দ্বারা ২৫ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ প্রথম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার $\frac{১}{২৫}$ অংশ
দ্বিতীয় নল দ্বারা ২০ মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
দ্বিতীয় নল দ্বারা ১ মিনিটে খালি হয় $\frac{১}{২০}$ অংশ
∴ দুইটি নল একসাথে খুলে দিলে ট্যাংকটির
১ মিনিটে খালি হবে = $\left(\frac{১}{২০} - \frac{১}{২৫}\right) = \frac{৫-৪}{১০০} = \frac{১}{১০০}$ অংশ
∴ দুটি নল একসাথে খুলে দিলে ট্যাংকটি সম্পূর্ণ খালি হবে
$= \frac{১}{\frac{১}{১০০}} = ১০০$ মিনিটে

S/M : এখানে, T_1 = ২৫ মিনিট, T_2 = ২০ মিনিট, T = ?
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1 \times T_2}{T_2 - T_1} = \frac{২৫ \times ২০}{২০ - ২৫} = -১০০$
'–' চিহ্ন দ্বারা বোঝা যাচ্ছে চৌবাচ্চাটি ১০০ মিনিটে সম্পূর্ণ খালি হবে।
উত্তর: (খ)

০২। একটি চৌবাচ্চা A নল দ্বারা ২০ মিনিটে খালি হয় ও B নল দ্বারা ১৫ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি একসঙ্গে খুলে দিলে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি কত সময়ে পূর্ণ হবে?
(ক) ৪০ মিনিট (খ) ৫০ মিনিট
(গ) ৬০ মিনিট (ঘ) ৭০ মিনিট

সমাধান : A নল দ্বারা ২০ মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চার সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ A নল দ্বারা ১ মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চার $\frac{১}{২০}$ অংশ
আবার, B নল দ্বারা ১৫ মিনিটে পূর্ণ হয় সম্পূর্ণ বা ১ অংশ
∴ B নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $\frac{১}{১৫}$ অংশ
∴ নল দুটি একসঙ্গে খুলে দিলে ১ মিনিটে পূর্ণ হয়
$\left(\frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০}\right) = \frac{১}{৬০}$ অংশ
∴ নল দুইটি একত্রে খোলা হলে $\frac{১}{৬০}$ অংশ পূর্ণ করে ১ মিনিটে
∴ নল দুইটি একত্রে খোলা হলে সম্পূর্ণ বা ১ অংশ পূর্ণ করে
$\frac{১}{\frac{১}{৬০}} = ৬০$ মিনিটে

S/M : এখানে, T_1 = ১৫ মিনিট, T_2 = ২০ মিনিট, T = ?
∴ নির্ণেয় সময়, $T = \frac{T_1 \times T_2}{T_2 - T_1} = \frac{১৫ \times ২০}{২০ - ১৫} = ৬০$ মিনিট
উত্তর: (গ)

Type-06 : দুই ধরনের ব্যক্তির মধ্যে তুলনা সম্পর্কিত ঐকিক

- X_1 জন পুরুষ বা Y_1 জন স্ত্রীলোক একটি কাজ T_1 সময়ে করতে পারে। যদি X_2 জন পুরুষ ও Y_2 জন স্ত্রীলোক একত্রে কাজটি T_2 সময়ে করতে পারে।

তবে তাদের একত্রে কাজ করার সময়, $T_2 = \frac{T_1 \times Y_1 \times X_1}{(Y_1 \times X_2) + (Y_2 \times X_1)}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪ জন পুরুষ বা ৬ জন স্ত্রীলোক একটি কাজ ১৬ দিনে শেষ করতে পারলে ৪ জন পুরুষ ও ৬ জন স্ত্রীলোক একত্রে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?
(ক) ৮ (খ) ১০
(গ) ১২ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ৪ জন পুরুষের কাজ = ৬ জন স্ত্রীলোকের কাজ
∴ ৪ জন পুরুষের কাজ ও ৬ জন স্ত্রীলোকের কাজ,
= (৬ + ৬) = ১২ জন স্ত্রীলোকের কাজ
৬ জন স্ত্রীলোক কাজটি করে ১৬ দিনে
∴ ১ জন স্ত্রীলোক কাজটি করে (৬ × ১৬) দিনে
∴ ১২ জন স্ত্রীলোক কাজটি করে $\frac{৬ \times ১৬}{১২} = ৮$ দিনে

S/M : এখানে, X_1 = ৪ জন, Y_1 = ৬ জন, X_2 = ৪ জন,
Y_2 = ৬ জন, T_1 = ১৬ দিন, T_2 = ?
∴ নির্ণেয় সময়, $T_2 = \frac{T_1 \times Y_1 \times X_1}{(Y_1 \times X_2) + (Y_2 \times X_1)}$
$= \frac{১৬ \times ৬ \times ৪}{(৬ \times ৪) + (৬ \times ৪)} = ৮$ দিন
উত্তর: (ক)

০২। ৬ জন স্ত্রীলোক অথবা ৮ জন বালক একটি কাজ ১২ দিনে শেষ করতে পারে। ৩ জন স্ত্রীলোক ও ১২ জন বালক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে?

(ক) ৩ দিনে (খ) ৪ দিনে

(গ) ৬ দিনে (ঘ) ১২ দিনে

সমাধান : ৬ জন স্ত্রীলোকের কাজ = ৮ জন বালকের কাজ

∴ ১ জন স্ত্রীলোকের কাজ = $\frac{৮}{৬}$ জন বালকের কাজ

∴ ৩ জন স্ত্রীলোকের কাজ = $\frac{৩ \times ৮}{৬}$ = ৪ জন বালকের কাজ

৩ জন স্ত্রীলোক এবং ১২ জন বালকের কাজ = (৪ + ১২) = ১৬ জন বালকের কাজ

৮ জন বালক কাজটি করতে পারে ১২ দিনে

∴ ১ জন বালকের কাজটি করতে পারে ১২ × ৮ দিনে

∴ ১৬ জন বালক কাজটি করতে পারে $\frac{৮ \times ১২}{১৬}$ = ৬ দিনে।

S/M : এখানে,

X_1 = ৬ জন, Y_1 = ৮ জন, X_2= ৩ জন,

Y_2 = ১২ জন, T_1 =১২ দিন, T_2 =?

∴ নির্ণেয় সময়, $T_2 = \frac{T_1 \times Y_1 \times X_1}{(Y_1 \times X_2)+(Y_2 \times X_1)}$

$= \frac{৬ \times ৮ \times ১২}{(৬ \times ১২) + (৮ \times ৩)}$ = ৬ দিন।

উত্তর: (গ)

০৩। ৮ জন পুরুষ বা ১৮ জন বালক একটি কাজ ৩৬ দিনে করতে পারে। ১৬ জন পুরুষ ও ১৮ জন বালক একত্রে সেই কাজের দ্বিগুণ একটি কাজ কত দিনে করতে পারবে?

(ক) ২৪ দিনে (খ) ২৮ দিনে

(গ) ৩২ দিনে (ঘ) ৪০ দিনে

সমাধান : ৮ জন পুরুষের কাজ = ১৮ জন বালকের কাজ

∴ ১ জন পুরুষের কাজ = $\frac{১৮}{৮}$ জন বালকের কাজ

∴ ১৬ জন পুরুষের কাজ = $\frac{১৮ \times ১৬}{৮}$ = ৩৬ জন বালকের কাজ

১৬ জন পুরুষের এবং ১৮ জন বালকের কাজের = (৩৬ + ১৮) = ৫৪ জন বালকের কাজ

১৮ জন বালক কাজটি করতে পারে ৩৬ দিনে

∴ ১ জন বালক কাজটি করতে পারে ১৮ × ৩৬ দিনে

∴ ৫৪ জন বালক কাজটি করতে পারে $\frac{১৮ \times ৩৬}{৫৪}$ = ১২ দিনে

সুতরাং নির্ণেয় সময় = ২ × ১২ = ২৪ দিন।

S/M : এখানে,

X_1 = ৮ জন, Y_1 = ১৮ জন, X_2= ১৬ জন,

Y_2= ১৮ জন, T_1 =৩৬ দিন, T_2 =?

∴ নির্ণেয় সময়, $T_2 = \frac{T_1 \times Y_1 \times X_1}{(Y_1 \times X_2)+(Y_2 \times X_1)} \times ২$

$= \left\{\frac{৮ \times ১৮ \times ৩৬}{(৮ \times ১৮) + (১৮ \times ১৬)} \times ২\right\}$ দিন = ২৪ দিন।

উত্তর: (ক)

Type-07: দুই প্রকারের মূল্যের সমতা হতে যেকোন এক প্রকারের মূল্য নির্ণয়

দুই প্রকারের নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিসের মূল্যের সমতা থেকে যেকোন এক প্রকারের জিনিসের নির্দিষ্ট সংখ্যকের মূল্য নির্ণয় করা-

- 'ক' প্রকারের X টি জিনিসের মূল্যের সমান 'খ' প্রকারের Y টি জিনিস। যদি 'ক' প্রকারের P টি জিনিসের মূল্য D_1 এবং 'খ' প্রকারের Q টি জিনিসের মূল্য D_2 হয়, তবে $D_2 = \frac{D_1 \times X \times Q}{P \times Y}$

যেখানে,

X = 'ক' প্রকারের যে পরিমাণ 'খ' প্রকারের নির্দিষ্ট পরিমাণের সমান

Y = 'খ' প্রকারের যে পরিমাণ 'ক' প্রকারের নির্দিষ্ট পরিমাণের সমান

P = 'ক' প্রকারের যে পরিমাণের মূল্য দেওয়া থাকবে

D_1 = 'ক' প্রকারের P পরিমাণের মূল্য

Q = 'খ' প্রকারের যে পরিমাণের মূল্য বের করতে হবে

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১৫টি ভেড়ার মূল্য ৫টি গরুর মূল্যের সমান। ২টি গরুর মূল্য ৩০০০ টাকা হলে ৩টি ভেড়ার মূল্য কত?

(ক) ২০০০ টাকা (খ) ১৮০০ টাকা

(গ) ১৬০০ টাকা (ঘ) ১৫০০ টাকা

সমাধান : ২টি গরুর মূল্য ৩০০০ টাকা

∴ ১টি গরুর মূল্য $\frac{৩০০০}{২}$ টাকা

∴ ৫টি গরুর মূল্য $\frac{৩০০০ \times ৫}{২}$ = ৭৫০০ টাকা

তাহলে, ১৫টি ভেড়ার মূল্য ৭৫০০ টাকা

∴ ১টি ভেড়ার মূল্য $\frac{৭৫০০}{১৫}$ টাকা

∴ ৩টি ভেড়ার মূল্য $\frac{৭৫০০ \times ৩}{১৫}$ = ১৫০০ টাকা

S/M : এখানে,

X = ৫টি, Y = ১৫টি, P= ২টি,

D_1 =৩০০০ টাকা, Q =৩টি, D_2 =?

∴ নির্ণেয় মূল্য, $D_2 = \frac{D_1 \times X \times Q}{P \times Y}$

$= \frac{৩০০০ \times ৫ \times ৩}{২ \times ১৫}$ = ১৫০০ টাকা

উত্তর: (ঘ)

০২। ৬০ টি কলমের মূল্য ২০ টি খাতার মূল্যের সমান। যদি ৬টি খাতার মূল্য ১৪৪ টাকা হয় তবে ১৮০টি কলমের মূল্য কত?

(ক) ১০০০ টাকা (খ) ১৪০০ টাকা

(গ) ১৪৫০ টাকা (ঘ) ১৪৪০ টাকা

সমাধান : ৬টি খাতার মূল্য ১৪৪ টাকা

∴ ১টি খাতার মূল্য $\frac{১৪৪}{৬}$ টাকা

∴ ২০টি খাতার মূল্য $\frac{১৪৪ \times ২০}{৬}$ টাকা = ৪৮০ টাকা

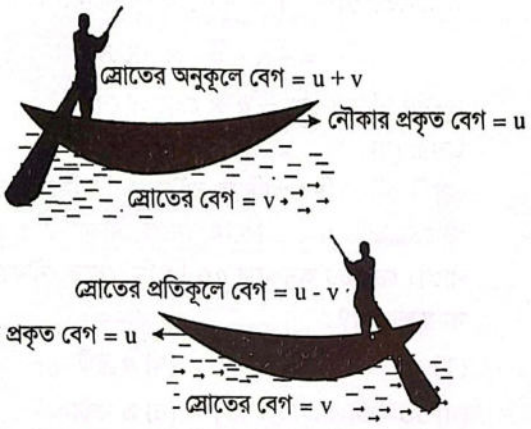
তাহলে, ৬০টি খাতার মূল্য ৪৮০ টাকা

∴ ১টি খাতার মূল্য $\frac{৪৮০}{৬০}$ টাকা

∴ ১৮০টি খাতার মূল্য $\frac{৪৮০ \times ১৮০}{৬০}$ = ১৪৪০ টাকা

S/M : এখানে,
$X = ২০টি$, $Y = ৬০টি$, $P = ৬টি$,
$D_1 = ১৪৪$ টাকা, $Q = ১৮০$ টি, $D_2 = ?$
$\therefore$ নির্ণেয় মূল্য, $D_2 = \frac{D_1 \times X \times Q}{P \times Y}$
$= \frac{১৪৪ \times ২০ \times ১৮০}{৬ \times ৬০} = ১৪৪০$ টাকা
উত্তর: (ঘ)

Type-08: নৌকা ও স্রোত সংক্রান্ত সমস্যাবলি



নৌকার প্রকৃত বেগ = u
স্রোতের বেগ = v
স্রোতের অনুকূলে বেগ = u + v
স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = u – v
অতিক্রান্ত দূরত্ব, x = বেগ × সময়
গড় বেগ = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। লঞ্চ ও স্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ঘণ্টায় ১৮ কি.মি. ও ৬ কি.মি.। নদীপথে ৪৮ কি.মি. অতিক্রম করে পুনরায় ফিরে আসতে সময় লাগবে— [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০ ঘণ্টা (খ) ৫ ঘণ্টা
(গ) ৬ ঘণ্টা (ঘ) ৮ ঘণ্টা

সমাধান : স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ = ১৮ + ৬ = ২৪ কি.মি.
স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = ১৮ – ৬ = ১২ কি.মি.
স্রোতের অনুকূলে সময় = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{অনুকূলের বেগ}} = \frac{৪৮}{২৪} = ২$ ঘণ্টা
স্রোতের প্রতিকূলে সময় = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{প্রতিকূলের বেগ}} = \frac{৪৮}{১২} = ৪$ ঘণ্টা
$\therefore$ মোট সময় লাগবে = (৪ + ২) ঘণ্টা = ৬ ঘণ্টা
উত্তর: (গ)

০২। একজন মাঝি স্রোতের অনুকূলে ২ ঘণ্টায় ৫ মাইল যায় এবং ৪ ঘণ্টায় প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসে। তার মোট ভ্রমণে প্রতি ঘণ্টায় গড়বেগ কত? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\frac{৫}{৬}$ (খ) $১\frac{২}{৩}$
(গ) $১\frac{৭}{৮}$ (ঘ) $৩\frac{৩}{৪}$

সমাধান : ধরি, স্রোতের অনুকূলে সময়, $t_1 = ২$ ঘণ্টা,
স্রোতের প্রতিকূলে সময়, $t_2 = ৪$ ঘণ্টা
এবং দূরত্ব $d = ৫$ মাইল
$\therefore$ মোট দূরত্ব = যাওয়া + আসা
$= d + d = ২d = ২ \times ৫ = ১০$ মাইল
$\therefore$ গড় বেগ, $V = \frac{২d}{t_1 + t_2} = \frac{১০}{২ + ৪} = \frac{১০}{৬} = ১\frac{২}{৩}$
উত্তর: (খ)

০৩। নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘণ্টায় যথাক্রমে ১০ ও ৫ কি.মি.। নদী পথে ৪৫ কি.মি. দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত ঘণ্টা সময় লাগবে? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৯ ঘণ্টা (খ) ১২ ঘণ্টা
(গ) ১০ ঘণ্টা (ঘ) ১৮ ঘণ্টা

সমাধান : স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ ঘণ্টায় ১৫ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘণ্টায় ৫ কি.মি.
$\therefore$ ৪৫ কি.মি. অতিক্রম করতে সময় লাগে = $\frac{৪৫}{১৫} = ৩$ ঘণ্টা
এবং ৪৫ কি.মি. ফিরে আসতে সময় লাগে = $\frac{৪৫}{৫} = ৯$ ঘণ্টা
$\therefore$ মোট সময় লাগে = (৩ + ৯) = ১২ ঘণ্টা
উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় যায় ১৫ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে ঘণ্টায় যায় ৫ কি.মি.। স্রোতের বেগ কত?
(ক) ৫ কি. মি./ঘণ্টা (খ) ৬ কি.মি./ঘণ্টা
(গ) ৭ কি.মি./ঘণ্টা (ঘ) ৮ কি.মি./ঘণ্টা

সমাধান: দাঁড়ের গতিবেগ + স্রোতের গতিবেগ = ১৫ কি.মি./ঘণ্টা
দাঁড়ের গতিবেগ – স্রোতের গতিবেগ = ৫ কি.মি./ঘণ্টা
[বিয়োগ করে] ২ (স্রোতের গতিবেগ) = ১০ কি.মি./ঘণ্টা
$\therefore$ স্রোতের গতিবেগ = ৫ কি.মি./ঘণ্টা
উত্তর: (ক)

০২। স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘণ্টায় ২ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ৩ কি.মি. হলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় কত কি.মি.?
(ক) ৫ (খ) ৮
(গ) ১০ (ঘ) ১২

সমাধান: স্থির পানিতে নৌকার বেগ = স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = (২ + ৩) = ৫ কি.মি./ঘণ্টা
স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ = স্থির পানিতে নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = (৫ + ৩)
= ৮ কি.মি./ঘণ্টা
উত্তর: (খ)

০৩। ঘাটে বাঁধা একটি নৌকা জোয়ারের টানে নোঙর ছিঁড়ে দুই ঘণ্টায় ৭.৫০ কি.মি. দূরে চলে গেল। পরে মাঝি দাঁড় টেনে নৌকাটিকে ৩ ঘণ্টায় ঘাটে ফিরিয়ে আনল। দাঁড়ের টানে নৌকার গতিবেগ কত ছিল?

(ক) ঘণ্টায় ৬.২৫ কি.মি. (খ) ঘণ্টায় ৬ কি.মি.
(গ) ঘণ্টায় ৩ কি.মি. (ঘ) ঘণ্টায় ৫ কি.মি.

সমাধান: জোয়ারের টানে নৌকা গতিবেগই হবে স্রোতের বেগ।

$\therefore$ স্রোতের বেগ $= \frac{৭.৫০}{২} = ৩.৭৫$ কি.মি./ঘণ্টা

মাঝির দাঁড় টানার গতিবেগ $= \frac{৭.৫০}{৩} = ২.৫০$ কি.মি./ঘণ্টা

$\therefore$ দাঁড়ের টানে, নৌকার গতিবেগ = স্রোতের বেগ + দাঁড় টানার বেগ = (৩.৭৫ + ২.৫০) = ৬.২৫ কি.মি./ঘণ্টা

উত্তর: (ক)

০৪। স্থির পানিতে একটি নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় ৭ কি.মি.। এরূপ নৌকায় স্রোতের অনুকূলে ৩৩ কি.মি. পথ যেতে ৩ ঘণ্টা সময় লেগেছে। ফিরে আসার সময় নৌকার কত সময় লাগবে?

(ক) ১৩ ঘণ্টা (খ) ১১ ঘণ্টা
(গ) ১০ ঘণ্টা (ঘ) ৯ ঘণ্টা

সমাধান: স্রোতের অনুকূলে,

নৌকার গতিবেগ $= \frac{৩৩}{৩} = ১১$ কি.মি./ঘণ্টা

স্রোতের বেগ = (১১ − ৭) = ৪ কি.মি./ঘণ্টা

স্রোতের প্রতিকূলে,

নৌকার গতিবেগ = (৭ − ৪) = ৩ কি.মি./ঘণ্টা

$\therefore$ নির্ণেয় সময় $= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}} = \frac{৩৩}{৩}$ ঘণ্টা = ১১ ঘণ্টা

উত্তর: (খ)

০৫। এক ব্যক্তি সাঁতার কেটে স্রোতের প্রতিকূলে ১ মিটার/ঘণ্টা বেগে ৪ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে আবার স্রোতের অনুকূলে ৪ মিটার/ঘণ্টা বেগে পূর্বের স্থানে ফিরে এল। তার গড় গতিবেগ কত?

(ক) ০.৮ মিটার/ঘণ্টা (খ) ১.৬ মিটার/ঘণ্টা
(গ) ২.৪ মিটার/ঘণ্টা (ঘ) ৩.২ মিটার/ঘণ্টা

সমাধান: স্রোতের প্রতিকূলে, ১ মিটার যায় ১ ঘণ্টায়
৪ মিটার যায় ৪ ঘণ্টায়

স্রোতের অনুকূলে, ৪ মিটার যায় ১ ঘণ্টায়

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = (৪ + ৪) মিটার = ৮ মিটার

মোট ব্যয়িত সময় = (৪ + ১) ঘণ্টা = ৫ ঘণ্টা

ব্যক্তির গড় গতিবেগ $= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট ব্যয়িত সময়}} = \frac{৮}{৫}$ মিটার/ঘণ্টা
$= ১.৬$ মিটার/ঘণ্টা

উত্তর: (খ)

০৬। এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে $\frac{৫}{২}$ ঘণ্টায় কোনো স্থানে পৌঁছাল এবং স্রোতের প্রতিকূলে $\frac{১৫}{৪}$ ঘণ্টায় আবার যাত্রার স্থানে ফিরে এলো। দাঁড়ের বেগ স্রোতের বেগের কতগুণ?

(ক) ২ গুণ (খ) ৩ গুণ
(গ) ৪ গুণ (ঘ) ৫ গুণ

সমাধান: মনে করি, স্থানটির দূরত্ব x কি. মি.

তাহলে,

দাঁড়ের বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{x}{\frac{৫}{২}} = \frac{২x}{৫}$ কি.মি./ঘণ্টা

দাঁড়ের বেগ − স্রোতের বেগ $= \frac{x}{\frac{১৫}{৪}} = \frac{৪x}{১৫}$ কি.মি./ঘণ্টা

[যোগ করে] ২ (দাঁড়ের বেগ) $= \left(\frac{২x}{৫} + \frac{৪x}{১৫}\right)$ কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{১}{২} \times \frac{১০x}{১৫} = \frac{x}{৩}$ কি.মি./ঘণ্টা

$\therefore$ স্রোতের বেগ $= \left(\frac{২x}{৫} - \frac{x}{৩}\right) = \frac{x}{১৫}$ কি.মি./ঘণ্টা

$= \frac{১}{৫} \times \frac{x}{৩} = \frac{১}{৫} \times$ দাঁড়ের বেগ

সুতরাং দাঁড়ের বেগ = ৫ × স্রোতের বেগ

উত্তর: (ঘ)

০৭। একটি নৌকা স্থির পানিতে ঘণ্টায় ৬ কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের প্রতিকূলে ৬ কি.মি. যেতে নৌকাটির ৩ গুণ সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে ৫০ কি.মি. যেতে নৌকাটির কত সময় লাগবে?

(ক) ৫ $\frac{৫}{৯}$ ঘণ্টা (খ) ৫ ঘণ্টা
(গ) ১০ ঘণ্টা (ঘ) ৯ ঘণ্টা

সমাধান: স্থির পানিতে নৌকার বেগ = ৬ কি.মি./ঘণ্টা

যেহেতু স্রোতের প্রতিকূলে ৩ গুণ সময় লাগে, সেহেতু প্রতিকূলে নৌকার কার্যকর বেগ $= \frac{৬}{৩} = ২$ কি.মি./ ঘণ্টা

$\therefore$ স্রোতের বেগ = (৬ − ২) = ৪ কি.মি./ঘণ্টা

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ = (৬ + ৪) = ১০ কি.মি./ঘণ্টা

$\therefore$ স্রোতের অনুকূলে, ৫০ কি.মি. যেতে প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{৫০}{১০} = ৫$ ঘণ্টা

উত্তর: (খ)

Type-09: দূরত্ব, বেগ ও সময় সংক্রান্ত সমস্যাবলি

গতিবেগ: কোনো ব্যক্তি বা বস্তু একক সময়ে যে পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে সেই পরিমাণেই হল ঐ ব্যক্তি বা বস্তুর গতিবেগ।

গড়বেগ: কোনো বস্তু বা ব্যক্তির গড়বেগ নির্ণয়ের জন্য প্রত্যেক যাত্রার ক্ষেত্রে অতিক্রান্ত দূরত্ব ও সময় নির্ণয় করে মোট অতিক্রান্ত দূরত্বকে মোট সময় দিয়ে ভাগ করতে হবে।

✓ গড়বেগ $= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

সহজে মনে রাখতে:

দূরত্ব	
বেগ	সময়

- দূরত্ব = বেগ × সময়
- বেগ $= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$
- সময় $= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$

ট্রেন সংক্রান্ত আলোচনা:

- ✓ ট্রেন একটি খুঁটি অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{ট্রেনের দৈর্ঘ্য}}{\text{ট্রেনের গতিবেগ}}$
- ✓ ট্রেন প্লাটফর্ম/সেতু অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{ট্রেনের দৈর্ঘ্য + প্লাটফর্ম/সেতুর দৈর্ঘ্য}}{\text{ট্রেনের গতিবেগ}}$
- ✓ দুইটি ট্রেন বিপরীত দিকে গেলে:

  একে অপরকে অতিক্রম করার প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য + দ্বিতীয় ট্রেনের দৈর্ঘ্য}}{\text{প্রথম ট্রেনের গতিবেগ + দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ}}$
- ✓ দুইটি ট্রেন একই দিকে গেলে:

  একে অপরকে অতিক্রম করার প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য + দ্বিতীয় ট্রেনের দৈর্ঘ্য}}{\text{প্রথম ট্রেনের গতিবেগ – দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ}}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ১৮৫ মাইল। চট্টগ্রাম থেকে একটি বাস ২ ঘণ্টায় প্রথম ৮৫ মাইল যাওয়ার পর পরবর্তী ১০০ মাইল কত সময়ে গেলে গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল যাওয়া হবে? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) ১০০ মিনিট (খ) ১০২ মিনিট
(গ) ১১০ মিনিট (ঘ) ১১২ মিনিট

সমাধান : বাসটি গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল যায়
∴ ৫০ মাইল যায় ১ ঘণ্টায়
∴ ১৮৫ মাইল যায় $\frac{১৮৫\times১}{৫০}$ = ৩.৭ ঘণ্টায় বা ২২২ মিনিটে
প্রথম ৮৫ মাইল যায় ২ ঘণ্টায় বা ১২০ মিনিটে
∴ পরবর্তী ১০০ মাইল যেতে সময় লাগবে
= (২২২ − ১২০) মিনিট =১০২ মিনিট
উত্তর: (খ)

০২। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব ৩০০ কি.মি.। ঢাকা হতে একটি ট্রেন সকাল ৭টায় ছেড়ে গিয়ে বিকেল ৩টায় চট্টগ্রাম পৌঁছে। ট্রেনটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় কত ছিল? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪.৫ কি.মি. (খ) ৩৭.৫ কি.মি.
(গ) ৪২.০ কি.মি. (ঘ) ৪৫.০ কি.মি.

সমাধান : সকাল ৭টা থেকে বিকেল ৩টা পর্যন্ত,
মধ্যবর্তী সময়ের পার্থক্য ৮ ঘণ্টা।
∴ ট্রেনের গড় গতিবেগ = $\frac{\text{মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{মোট ব্যয়িত সময়}}$
= $\frac{৩০০}{৮}$ = ৩৭.৫ কি.মি.
উত্তর: (খ)

০৩। ঢাকা থেকে টাঙ্গাইলের দূরত্ব ৪৫ মাইল। করিম ঘণ্টায় ৩ মাইল বেগে হাঁটে এবং রহিম ঘণ্টায় ৪ মাইল বেগে হাঁটে। করিম ঢাকা থেকে রওয়ানার এক ঘণ্টা পর রহিম টাঙ্গাইল থেকে ঢাকা রওয়ানা হয়েছে। রহিম কত মাইল হাঁটার পর করিমের সাথে দেখা হবে? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪ (খ) ২৩
(গ) ২২ (ঘ) ১১

সমাধান : রহিম টাঙ্গাইল থেকে রওনা দেওয়ার x ঘণ্টা পর করিমের সাথে দেখা হলে-
সাক্ষাতের পূর্বে, রহিম x ঘণ্টায় অতিক্রম করে ৪x মাইল।
সাক্ষাতের পূর্বে,
করিম (x + ১) ঘণ্টায় অতিক্রম করে ৩(x + ১) মাইল
শর্তমতে, ৩(x + ১) + ৪x = ৪৫
⇒ ৭x = ৪২ ∴ x = ৬
সাক্ষাতের পূর্বে রহিম অতিক্রম করে = (৪× ৬) = ২৪ মাইল।
উত্তর: (ক)

০৪। একটি লোক খাড়া উত্তর দিকে m মাইল দূরত্ব অতিক্রম করে প্রতি মাইল ২ মিনিটে এবং খাড়া দক্ষিণ দিকে পূর্বস্থানে ফিরে আসে প্রতি মিনিটে ২ মাইল হিসেবে। লোকটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় কত মাইল? [১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৫ (খ) ৪৮
(গ) ৭৫ (ঘ) ২৪

সমাধান : লোকটির যেতে লাগে ২m মিনিট, লোকটির ফিরে আসতে সময় লাগে $\frac{m}{২}$ মিনিট এবং মোট দূরত্ব ২m মিটার
মোট সময় = $\left(২m+\frac{m}{২}\right)$ মিনিট = $\frac{৫m}{২}=\frac{m}{২৪}$ ঘণ্টা
$\frac{m}{২৪}$ ঘণ্টায় যায় ২m মাইল
∴ ১ ঘণ্টায় যায় $\frac{২m\times২৪}{m}$ = ৪৮ মাইল
উত্তর: (খ)

০৫। ক ঘণ্টায় ১০ কি.মি. এবং খ ঘণ্টায় ১৫ কি.মি. বেগে একই সময় একই স্থান থেকে রাজশাহীর পথে রওয়ানা হলো। ক ১০.১০ মিনিটের সময় এবং খ ৯.৪০ মিনিটের সময় রাজশাহী পৌঁছল। রওনা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব কত কি.মি.? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০ কি.মি. (খ) ২৫ কি.মি.
(গ) ১৫ কি.মি. (ঘ) ২৮ কি.মি.

সমাধান : ধরি, রাজশাহীর দূরত্ব x কি.মি.
∴ ক এর সময় লাগে $\frac{x}{১০}$ ঘণ্টা
এবং খ এর সময় লাগে $\frac{x}{১৫}$ ঘণ্টা
'খ' অপেক্ষা 'ক' এর রাজশাহী পৌঁছাতে সময় বেশি লাগে
= (১০.১০ – ৯.৪০) = ৩০ মিনিট = $\frac{১}{২}$ ঘণ্টা
শর্তমতে, $\frac{x}{১০}-\frac{x}{১৫}=\frac{১}{২}\Rightarrow\frac{x}{৩০}=\frac{১}{২}$
⇒ ২x = ৩০ ∴ x = ১৫
উত্তর : (গ)

S/M: সময়ের পার্থক্য = (১০.১০ – ৯.৪০) = ৩০ মিনিট = $\frac{১}{২}$ ঘণ্টা
∴নির্ণেয় দূরত্ব = ১০ ও ১৫ এর ল.সা.গু. × সময়ের পার্থক্য
= ৩০ × $\frac{১}{২}$ = ১৫ কি.মি.
উত্তর: (গ)

০৬। একটি বন্দুকের গুলি প্রতি সেকেন্ডে ১৫৪০ ফুট গতিবেগে লক্ষ্যভেদ করে। এক ব্যক্তি গুলি ছুঁড়বার ৩ সেকেন্ড পরে লক্ষ্যভেদের শব্দ শুনতে পায়। শব্দের গতি প্রতি সেকেন্ডে ১১০০ ফুট। লক্ষ্য বস্তুর দূরত্ব কত? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০২৫ ফুট (খ) ১৯২৫ ফুট
(গ) ১৯৭৫ ফুট (ঘ) ১৮৭৫ ফুট

সমাধান : ধরি, দূরত্ব ক ফুট

∴ গুলি লক্ষ্যভেদ করতে সময় লাগে $\frac{ক}{১৫৪০}$ সেকেন্ড

এবং শব্দ কানে আসতে সময় লাগে $\frac{ক}{১১০০}$ সেকেন্ড

$\therefore \frac{ক}{১৫৪০} + \frac{ক}{১১০০} = ৩ \Rightarrow \frac{ক}{২২০}\left(\frac{১}{৭} + \frac{১}{৫}\right) = ৩$

$\Rightarrow \frac{ক}{২২০}\left(\frac{৫+৭}{৩৫}\right) = ৩ \Rightarrow \frac{ক}{২২০} \times \frac{১২}{৩৫} = ৩$

$\Rightarrow ক = \frac{৩ \times ২২০ \times ৩৫}{১২} = ১৯২৫$ ফুট

উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১০০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘণ্টায় ৬০ কিলোমিটার যায়। রাস্তার পাশের একটি খুঁটিকে ট্রেনটি কত সময়ে অতিক্রম করবে?

(ক) ৬ সেকেন্ড (খ) ১৬ সেকেন্ড

(গ) ১০ সেকেন্ড (ঘ) ২৬ সেকেন্ড

সমাধান: এখানে, ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১০০ মিটার

এবং ট্রেনের বেগ = ৬০ কি.মি./ঘণ্টা = $\frac{৫০}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড

∴ খুঁটি অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{ট্রেনের দৈর্ঘ্য}}{\text{ট্রেনের গতিবেগ}}$

$= \frac{১০০}{\frac{৫০}{৩}} = \frac{১০০ \times ৩}{৫০} = ৬$ সেকেন্ড

উত্তর: (ক)

০২। ঘণ্টায় ৬০ কি.মি. বেগে চলা ১০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ৩০০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

(ক) ২৪ সেকেন্ড (খ) ২০ সেকেন্ড

(গ) ৪০ সেকেন্ড (ঘ) উপরের কোনটিই নয়

সমাধান: এখানে, ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১০০ মিটার

প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার

এবং বেগ = ৬০ কি.মি./ঘণ্টা = $\frac{৫০}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড

∴প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়,

$= \frac{\text{ট্রেনের দৈর্ঘ্য} + \text{প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য}}{\text{ট্রেনের গতিবেগ}} = \frac{১০০ + ৩০০}{\frac{৫০}{৩}}$

$= \frac{৪০০ \times ৩}{৫০} = ২৪$ সেকেন্ড

উত্তর: (ক)

০৩। একটি ট্রেন ঘণ্টায় ৪৮ কিলোমিটার বেগে চলে ৩৬০ মিটার দৈর্ঘ্য একটি প্লাটফর্ম ১ মিনিটে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৮০০ মিটার (খ) ৪৪০ মিটার

(গ) ৩৪০ মিটার (ঘ) ৬০০ মিটার

সমাধান: ট্রেনটি ১ ঘণ্টা বা ৬০ মিনিটে যায় ৪৮ কি.মি.

১ মিনিটে যায় $\frac{৪৮}{৬০}$ কি.মি. $= \frac{৪৮ \times ১০০০}{৬০}$ মি. = ৮০০ মি.

ট্রেনটি ১ মিনিটে যায় = ট্রেনের দৈর্ঘ্য + প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য

$\Rightarrow$ ৮০০ মি. = ট্রেনের দৈর্ঘ্য + ৩৬০ মি.

∴ ট্রেনের দৈর্ঘ্য = (৮০০ − ৩৬০) মি. = ৪৪০ মি.

উত্তর: (খ)

০৪। ১২০ মিটার ও ৮০ মিটার দীর্ঘ দুটি ট্রেন প্রতি ঘণ্টায় যথাক্রমে ১৮ কি.মি. ও ১২ কি.মি. বেগে চলছে। ট্রেন দুটি একই স্থান থেকে একই দিকে একই সময়ে অগ্রসর হলে পরস্পরকে অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

(ক) ১ মিনিট (খ) ২ মিনিট

(গ) ৩ মিনিট (ঘ) ৪ মিনিট

সমাধান: এখানে, প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১২০ মিটার

দ্বিতীয় ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ৮০ মিটার

এবং প্রথম ট্রেনের বেগ = ১৮ কি.মি./ঘণ্টা = ৫ মি./সে.

দ্বিতীয় ট্রেনের বেগ = ১২ কি.মি./ঘণ্টা = $\frac{১০}{৩}$ মি./সে.

একে অপরকে অতিক্রম করার প্রয়োজনীয় সময়,

$= \frac{\text{প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য} + \text{দ্বিতীয় ট্রেনের দৈর্ঘ্য}}{\text{প্রথম ট্রেনের গতিবেগ} - \text{দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ}} = \frac{১২০ + ৮০}{৫ - \frac{১০}{৩}} = \frac{২০০}{\frac{৫}{৩}}$

$= \frac{২০০ \times ৩}{৫} = ১২০$ সেকেন্ড = ২ মিনিট

উত্তর: (খ)

০৫। রিনা a মাইল b ঘণ্টায় এরপর c মাইল d ঘণ্টায় অতিক্রম করে। এই গতিতে 1000 মাইল যেতে কত সময় লাগবে?

(ক) $\frac{b+d}{1000(a+c)}$ (খ) $\frac{1000(b+d)}{a+c}$

(গ) $\frac{a+c}{1000}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : দেওয়া আছে, অতিক্রান্ত দূরত্ব, $d_1 = a$ মাইল

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $d_2 = b$ মাইল

প্রথম ক্ষেত্রে সময়, $t_1 = c$;

২য় ক্ষেত্রে সময়, $t_2 = d$

দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, $S = 1000$ মাইল;

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $d = d_1 + d_2$

মোট অতিক্রান্ত সময়, $T = t_1 + t_2$;

গড়বেগ, $V = \frac{d}{t}$

1000 মাইল অতিক্রম করতে সময়, $T = \frac{S}{V}$

$\therefore T = \frac{S}{\frac{d}{t}} = \frac{St}{d} = \frac{1000(t_1 + t_2)}{d_1 + d_2} = \frac{1000(b+d)}{a+c}$

উত্তর: (খ)

০৬। রেলপথে চারিগ্রাম থেকে পাড়িলের দূরত্ব ৬০০ কিলোমিটার। সকাল ৭টায় ঘণ্টায় ৯০ কিলোমিটার বেগে একটি ট্রেন পাড়িলের উদ্দেশ্যে এবং ১ ঘণ্টা পর আরেকটি ট্রেন ঘণ্টায় ৮০০ কিলোমিটার বেগে পাড়িল থেকে চারিগ্রামের উদ্দেশ্যে রওয়ানা দিল। বেলা ক'টায় সময় ট্রেন দু'টির মুখোমুখি দেখা হবে?

(ক) ১০টা (খ) ১১টা

(গ) ১২টা (ঘ) ১টা

সমাধান: ধরি, প্রথম ট্রেনটি ছাড়ার t ঘণ্টা পর ট্রেন দু'টির মুখোমুখি দেখা হবে।

তাহলে, t ঘণ্টায় প্রথম ট্রেনটি যায় ৯০t কি.মি.

(t − ১) ঘণ্টায় দ্বিতীয় ট্রেনটি যায় ৮০(t − ১) কি.মি.

শর্তমতে, ৯০t + ৮০(t − ১) = ৬০০

বা, ১৭০t − ৮০ = ৬০০ ∴ t = ৪

ট্রেন দু'টির মুখোমুখি দেখা হবে (৭ + ৪) = ১১ টায়

উত্তর: (খ)

০৭। ভ্রমণের প্রথম ৬ ঘণ্টায় একটি গাড়ির গড়বেগ ছিল ৪০ কি.মি./ঘণ্টা এবং বাকি অংশের গড়বেগ ছিল ৬০ কি.মি./ঘণ্টা। যদি সম্পূর্ণ ভ্রমণে গাড়িটির গড়বেগ ৫৫ কি.মি./ঘণ্টা হয় তবে ভ্রমণের মোট সময়কাল কত?

(ক) ১৮ ঘণ্টা (খ) ২০ ঘণ্টা
(গ) ২২ ঘণ্টা (ঘ) ২৪ ঘণ্টা

সমাধান: মনে করি, গাড়িটি মোট ভ্রমণকাল t ঘণ্টা
তাহলে, গাড়িটি t ঘণ্টায় অতিক্রম করে ৫৫t কি.মি.
১ম ক্ষেত্রে, গাড়িটি ৬ ঘণ্টায় অতিক্রম করে,
$= (৪০ \times ৬)$ কি.মি. $= ২৪০$ কি.মি.
২য় ক্ষেত্রে, গাড়িটি $(t-৬)$ ঘণ্টায় অতিক্রম করে,
$= ৬০(t-৬)$ কি.মি.
শর্তমতে, $২৪০ + ৬০(t-৬) = ৫৫t$
$\Rightarrow ২৪০ + ৬০t - ৩৬০ = ৫৫t$
$\Rightarrow ৫t = ১২০ \therefore t = ২৪$
উত্তর: (ঘ)

০৮। একজন লোক ৪ কি.মি/ঘণ্টায় বাসা থেকে অফিসে গেলে ১৫ মিনিট বিলম্ব হয় এবং ৫ কি.মি./ঘণ্টায় গেলে ৩০ মিনিট আগে পৌঁছায়। বাসা থেকে অফিসের দূরত্ব কত?

(ক) ১৫ কি.মি. (খ) ১৭ কি.মি.
(গ) ১২ কি.মি. (ঘ) ১৪ কি.মি.

সমাধান: মনে করি, বাসা থেকে অফিসের দূরত্ব = x কি.মি.
শর্তানুসারে, $\frac{x}{৪} - \frac{x}{৫} = \frac{৩০+১৫}{৬০} \Rightarrow \frac{x}{৪} - \frac{x}{৫} = \frac{৩}{৪}$
$\Rightarrow ৫x - ৪x = ১৫ \therefore x = ১৫$
উত্তর: (ক)

০৯। এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘণ্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে কিছু দূর অতিক্রম করে ঘণ্টায় ৪০ কিলোমিটার বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো। সে ৫ ঘণ্টায় মোট ২৪০ কিলোমিটার অতিক্রম করে। সে ৬০ কিলোমিটার/ঘণ্টা বেগে কত কিলোমিটার গিয়েছিল?

(ক) ১০০ (খ) ১২০
(গ) ১৫০ (ঘ) ১৮০

সমাধান: ব্যক্তিটি ঘণ্টায় ৬০ কি.মি. বেগে x ঘণ্টা গেলে ঘণ্টায় ৪০ কি.মি. যায় $৫-x$ ঘণ্টা
x ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = ৬০x কি. মি.
$৫ - x$ ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব $= ৪০ \times (৫-x)$ কি.মি.
$= (২০০-৪০x)$ কি.মি.
শর্তমতে, $৬০x + ২০০ - ৪০x = ২৪০$
$\Rightarrow ২০x = ৪০ \therefore x = ২$
ব্যক্তিটি ঘণ্টায় ৬০ কি.মি. বেগে যায় $= (৬০ \times ২)$ কি.মি.
$= ১২০$ কি.মি.
উত্তর: (খ)

১০। আসিফ অফিসে যাবার সময় অর্ধেক দূরত্ব ঘণ্টায় ৫ কি.মি. বেগে অতিক্রম করলো এবং বাকি অর্ধেক দূরত্ব ঘণ্টায় ৩ কি.মি. বেগে অতিক্রম করলো। তার গড় বেগ ঘণ্টায় কত কি.মি.?

(ক) ৪ (খ) $\frac{১৫}{৮}$
(গ) $\frac{১৫}{৪}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান: ৫ কি.মি. অতিক্রম করে ১ ঘণ্টায়
$\frac{১}{২}$ কি. মি. অতিক্রম করে $\frac{১}{৫ \times ২}$ ঘণ্টায় $= \frac{১}{১০}$ ঘণ্টায়
৩ কি.মি. অতিক্রম করে ১ ঘণ্টায়
$\frac{১}{২}$ কি. মি. অতিক্রম করে $\frac{১}{৩ \times ২}$ ঘণ্টায় $= \frac{১}{৬}$ ঘণ্টায়
মোট ব্যয়িত সময় $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{৬}\right)$ ঘণ্টায় $= \frac{৪}{১৫}$ ঘণ্টায়;
মোট দূরত্ব $\left(\frac{১}{২} + \frac{১}{২}\right)$ কি.মি. = ১ কি.মি.
$\therefore$ গড় বেগ $= \frac{১}{\frac{৪}{১৫}} = \frac{১৫}{৪}$ কি.মি./ঘণ্টা।
উত্তর: (গ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ৮, ১২ ও ২৪ ঘণ্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির তিন-চতুর্থাংশ পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

(ক) ৪ ঘণ্টা (খ) ৫ ঘণ্টা
(গ) ৩ ঘণ্টা (ঘ) ২ ঘণ্টা

০২। x সংখ্যক আমের দাম y টাকা হলে, a টাকায় কয়টি আম পাওয়া যাবে?

(ক) $\frac{ay}{x}$ (খ) $\frac{ax}{y}$
(গ) $\frac{a}{xy}$ (ঘ) $\frac{xy}{a}$

০৩। একটি চৌবাচ্চা দুইটি নল দিয়ে যথাক্রমে ১০ ও ১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ হতে পারে। দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটি অর্ধ-পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

(ক) ৪ ঘণ্টা (খ) ৫ ঘণ্টা
(গ) ৩ ঘণ্টা (ঘ) ৬ ঘণ্টা

০৪। ৬০ টি কলমের মূল্য ২০ টি খাতার মূল্যের সমান। যদি ৬টি খাতার মূল্য ১৪৪ টাকা হয় তবে ১৮০টি কলমের মূল্য কত?

(ক) ১০০০ টাকা (খ) ১৪০০ টাকা
(গ) ১৪৫০ টাকা (ঘ) ১৪৪০ টাকা

০৫। ১২ জন দিন মজুর ৪ দিনে ২৮৮০ টাকা আয় করে। তাহলে ৮ জন দিন মজুর সমপরিমাণ টাকা কত দিনে আয় করবে?

(ক) ৩ দিনে (খ) ৪ দিনে
(গ) ৫ দিনে (ঘ) ৬ দিনে

০৬। ৮টি হাতি নিদিষ্ট পরিমাণ সামগ্রী ৬ দিনে পরিবহন করতে পারে। পরিবহনের কাজটি ৩ দিনে করতে হলে কতটি নতুন হাতি লাগবে?

(ক) ৬টি (খ) ৮টি
(গ) ৭টি (ঘ) ১২টি

০৭। একটি প্লাষ্টিক কারখানায় ৬ মাসে ২০০০০টি বোতল উৎপাদন করা হয়। তাহলে ৬০০০০০টি বোতল উৎপাদন করতে কত সময় লাগবে?

(ক) ১২ বছর (খ) ১৩ বছর
(গ) ১৪ বছর (ঘ) ১৫ বছর

০৮। একটি কারখানায় ২৪ ঘণ্টায় ১২০টি রেলগাড়ির ইঞ্জিন মেরামত করা হয়। ৪ দিনে এই কারখানায় কতটি ইঞ্জিন মেরামত করা সম্ভব?
(ক) ৪২০ টি (খ) ৪৫০ টি
(গ) ৪৮০ টি (ঘ) ৪৬০ টি

০৯। A ও B একটি কাজ করে ১২ দিনে, B ও C করে ১৫ দিনে, C ও A করে ২০ দিনে। যদি A, B, ও C একত্রে কাজটি করে তাহলে কত দিনে তারা শেষ করতে পারবে?
(ক) ৫ দিন (খ) $৭\frac{৫}{৬}$ দিন
(গ) ১০ দিন (ঘ) $১৫\frac{২}{৩}$ দিন

১০। ২৫টি ট্রাক ২৪ ঘণ্টায় ৫০০০ টন কমলা পরিবহন করতে পারে। তবে এরূপ ৫৫টি ট্রাক ঐ সময়ে কত টন কমলা পরিবহন করতে পারবে?
(ক) ১০০০০ টন (খ) ১২০০০ টন
(গ) ১২৫০০০ টন (ঘ) ১১০০০ টন

১১। একটি বেকারীতে ৩০০টি কেক প্রস্তুত করার জন্য ৪০ জন কর্মচারীর প্রয়োজন হয়। তাহলে ১২০০টি কেক প্রস্তুত করার জন্য কত জন কর্মচারীর প্রয়োজন হবে?
(ক) ১০০ জন (খ) ১১০ জন
(গ) ১৬০ জন (ঘ) ১৭০ জন

১২। ২০ টি গরু দিয়ে ১২ একর জমি চাষ করতে ২৪ দিন সময় লাগে। তাহলে ৩০টি গরু দিয়ে ১৮ একর জমি চাষ করতে কত দিন লাগবে?
(ক) ১২ দিন (খ) ২৪ দিন
(গ) ১৬ দিন (ঘ) ৩০ দিন

১৩। ১০ টি খাতার মূল্য ৩০ টি কলমের মূল্যের সমান হলে ৫টি খাতার মূল্য কতটি কলমের মূল্যের সমান হবে?
(ক) ২০ টি (খ) ১৫ টি
(গ) ২১ টি (ঘ) ৩০ টি

১৪। ২০ জন শ্রমিক ৬ দিনে ৩০০০টি বই বাঁধাই করতে পারে। তাহলে ৪৫ জন শ্রমিক ১২ দিনে কতটি বই বাঁধাই করতে পারবে?
(ক) ১২৫০০ (খ) ১৩৫০০
(গ) ১২০০০ (ঘ) ১৩০০০

১৫। যদি ২০ জন লোক একটি কাজের অর্ধেক করতে পারে ৩০ দিনে তবে কাজটি ৫০ দিনে করতে অতিরিক্ত কত জন লোক লাগবে?
(ক) ৮ জন (খ) ১০ জন
(গ) ৪ জন (ঘ) ৬ জন

১৬। একটি কাজ 'ক' ৩ দিনে এবং 'খ' ৬ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে কাজটি কত দিনে করতে পারবে?
(ক) ৫ দিন (খ) ৪ দিন
(গ) ৩ দিন (ঘ) ২ দিন

১৭। রফিক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। শফিক ঐ কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে শেষ করতে পারবে?
(ক) ৮ দিনে (খ) ৫ দিনে
(গ) ৬ দিনে (ঘ) ৭ দিনে

১৮। ক ও খ একত্রে একটি কাজ ৯০ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ১২০ দিনে করতে পারে। খ একা কাজটি কতদিনে করতে পারবে?
(ক) ২৫০ দিনে (খ) ৩৬০ দিনে
(গ) ৩৫০ দিনে (ঘ) ৪০০ দিনে

১৯। একজন লোক ৫ দিনে একটি কাজ করে কিন্তু তিনি তার ছেলের সহায়তায় ঐ কাজটি ৩ দিনে করে। তার সন্তান ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে?
(ক) $৬\frac{১}{২}$ দিনে (খ) ৭ দিনে
(গ) $৭\frac{১}{২}$ দিনে (ঘ) ৮ দিনে

২০। একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চার অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?
(ক) ২ ঘণ্টা (খ) ৩ ঘণ্টা
(গ) ৩ ঘণ্টা (ঘ) ৪ ঘণ্টা

২১। দুইটি নল দ্বারা একত্রে একটি জলাধার সম্পূর্ণ ভর্তি করতে ৮ ঘণ্টা সময় লাগে। নল দুইটি একত্রে ২ ঘণ্টা চালু রাখার পর বাকি অংশ শুধুমাত্র দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘণ্টায় ভর্তি করে। তাহলে প্রথম নল দ্বারা সম্পূর্ণ জলাধার ভর্তি করতে কত সময় লাগবে?
(ক) ১৪ ঘণ্টা (খ) ১২ ঘণ্টা
(গ) ১৬ ঘণ্টা (ঘ) ২০ ঘণ্টা

২২। দুইটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ৬ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় ও ১৪ ঘণ্টায় সম্পূর্ণ খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খোলা হলে চৌবাচ্চাটি কত সময়ে পূর্ণ হবে?
(ক) ১০.৫ ঘণ্টা (খ) ১১ ঘণ্টা
(গ) ১৫.৫ ঘণ্টা (ঘ) ১২.৫ ঘণ্টা

২৩। ১ ডজন ডিমের দাম ৬০ টাকা হলে, ৪৫ টাকায় কয়টি ডিম পাওয়া যাবে?
(ক) ৮টি (খ) ১০টি
(গ) ৯টি (ঘ) ১১টি

২৪। একটি নৌকার গতি 20 নটিক্যাল মাইল প্রতি ঘণ্টায় এবং স্রোতের বেগ 4 নটিক্যাল মাইল প্রতি ঘণ্টায়। স্রোতের অনুকূলে 120 নটিক্যাল মাইল যেতে যে সময় লাগবে, সে সময়ে স্রোতের বিপরীতে কত মাইল যেতে পারবে?
(ক) 80 (খ) 40
(গ) 60 (ঘ) 65

২৫। ১২০ মিটার লম্বা একটি আন্তঃনগর এক্সপ্রেস লাইট পোস্ট ৬ সেকেন্ড অতিক্রম করল। ট্রেনটির গতিবেগ কত?
(ক) ৭২ কি.মি./ঘণ্টা (খ) ৪৮ কি.মি./ঘণ্টা
(গ) ৩৬ কি.মি./ঘণ্টা (ঘ) ৯৬ কি.মি./ঘণ্টা

উত্তরমালা

০১	গ	০২	খ	০৩	গ	০৪	ঘ	০৫	ঘ
০৬	খ	০৭	ঘ	০৮	গ	০৯	গ	১০	ঘ
১১	গ	১২	খ	১৩	খ	১৪	খ	১৫	গ
১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	গ	২০	ক
২১	গ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	ক

অধ্যায় ০৪ অনুপাত ও সমানুপাত

অনুপাত: দুইটি একজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলা হয়।

দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাতকে $p : q = \frac{p}{q}$ লিখা হয়। p ও q রাশি দুইটি সমজাতীয় ও একই এককে প্রকাশিত হতে হবে। অনুপাতে p কে পূর্ব রাশি এবং q কে উত্তর রাশি বলা হয়।

অনুপাত এর বৈশিষ্ট্য:

- এটি একটি ভগ্নাংশ।
- এর কোনো একক নেই।
- অনুপাতের গাণিতিক চিহ্নটি হল ':'
- অনুপাত মানে তুলনা
- অনুপাতের চলক দ্বারা প্রতি ভাগের সংখ্যা বোঝায়।

অনুপাতের শ্রেণিবিভাগ:

- সরল অনুপাত : যে অনুপাতে দুইটি রাশি থাকে তাকে সরল অনুপাত বলে। যেমন: ৩ : ৪
- লঘু অনুপাত: পূর্ব রাশি উত্তর রাশির চেয়ে ছোট হলে, তাকে লঘু অনুপাত বলে। যেমন- ২ : ৫।
- গুরু অনুপাত: পূর্ব রাশি উত্তর রাশির চেয়ে বড় হলে, তাকে গুরু অনুপাত বলে। যেমন- ৫ : ২।
- একানুপাত: পূর্ব রাশি উত্তর রাশি পরস্পর সমান হলে তাকে একানুপাত বলে। যেমন- ২ : ২।
- ব্যস্তানুপাত: কোন সরল অনুপাতের উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি এবং পূর্ব রাশিকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে সরল অনুপাতটির ব্যস্ত অনুপাত বলা হয়।
  যেমন- ৩ : ৪ এর ব্যস্তানুপাত ৪ : ৩।
- দ্বিগুণানুপাত: কোন সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে প্রদত্ত অনুপাতের দ্বিগুণানুপাত বলা হয়।
  যেমন: ৩ : ২ এর দ্বিগুণানুপাত $৩^২ : ২^২ = ৯ : ৪$ ।
- দ্বিভাজিত অনুপাত: কোন সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গমূলকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গমূলকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে প্রদত্ত অনুপাতের দ্বিভাজিত অনুপাত বলা হয়। যেমন- ১৬ : ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত $\sqrt{১৬} : \sqrt{৯} = ৪ : ৩$ । এই অনুপাতটি কেবল পূর্ণবর্গ সংখ্যার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।
- মিশ্র বা যৌগিক অনুপাত: একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফলকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে যে অনুপাত হয়, উহাকে মিশ্র অনুপাত বলা হয়।
  যেমন- ৫ : ৬, ৩ : ৪ ও ২ : ৩ তিনটি সরল অনুপাত। উহাদের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল ৩০ এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল ৭২। সুতরাং প্রদত্ত অনুপাত তিনটির মিশ্র অনুপাত ৩০ : ৭২।

অনুপাত সম্পর্কিত সাধারণ নিয়ম:

(ক) কোনো অনুপাতের পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশিকে ০ বাদে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে প্রদত্ত অনুপাতের মানের পরিবর্তন হয় না।

যেমন- ৬ : ৭ = (৬ × ১০) : (৭ × ১০) = ৬০ : ৭০

৬০ : ৭০ = (৬০ ÷ ১০) : (৭০ ÷ ১০) = ৬ : ৭

(খ) ভগ্নাংশের মতই অনুপাতকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করা যায়।

যেমন- ৬০:৭০ = ৬:৭ [পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশিকে ১০ দ্বারা ভাগ করে]

সমানুপাত: যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি a : b = c : d। সমানুপাততের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না। প্রত্যেক অনুপাতের রাশি দুইটি এক জাতীয় হলেই চলে।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ২৩টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৩টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - অনুপাত ও সমানুপাতের ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা
  - অনুপাতের হ্রাস/বৃদ্ধি সম্পর্কিত সমস্যা
  - বিভিন্ন শর্ত সাপেক্ষে অনুপাত
  - বিবিধ

Type-01 : অনুপাত ও সমানুপাতের ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা

ধারাবাহিক অনুপাত: দুইটি অনুপাত x : y এবং y : z হলে, তাদের সাধারণত x : y : z আকারে লেখা যায়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলা হয়।

সমানুপাত: ৪টি রাশির প্রথম ও দ্বিতীয়টির অনুপাত এবং তৃতীয় ও চতুর্থটির অনুপাত পরস্পর সমান হলে, ঐ চারটি রাশি একটি সমানুপাত উৎপন্ন করে। যেমন: ৫ টাকা, ১৫ টাকা, ৬ কি.মি. এবং ১৮ কি.মি. রাশি চারটি একটি সমানুপাত তৈরি করে। কেননা, প্রথম দুইটি রাশির অনুপাত $\frac{৫}{১৫}$ বা $\frac{১}{৩}$ এবং দ্বিতীয় দুইটি রাশির অনুপাত $\frac{৬}{১৮}$ বা $\frac{১}{৩}$। এই সমানুপাতকে ৫ : ১৫ = ৬ : ১৮ লিখে প্রকাশ করা হয় সমানুপাতের ১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি হয়।

বি.দ্র: সমানুপাতের চারটি রাশি এক জাতীয় হওয়ার দরকার নেই। প্রত্যেক অনুপাতের দুইটি রাশি একজাতীয় হলেই চলবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৩, ৯ ও ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১২.০ (খ) ৪.০

(গ) ১৪.০ (ঘ) ১৬.০

সমাধান : মনে করি, চতুর্থ সমানুপাতিক x

আমরা জানি,

সমানুপাতের ১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি

$\Rightarrow ৩ \times x = ৯ \times ৪ \Rightarrow \frac{৩}{৯} = \frac{৪}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{৯ \times ৪}{৩}$ $\therefore x = ১২$

উত্তর : (ক)

০২। দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। উভয়ের সাথে ২ যোগ করলে অনুপাতটি ২ : ৩ হয়। সংখ্যা দুটি কী কী? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭ ও ১১ (খ) ১২ ও ১৮

(গ) ১০ ও ২৪ (ঘ) ১০ ও ১৬

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি ৫x ও ৮x

প্রশ্নমতে, $(৫x + ২) : (৮x + ২) = ২ : ৩$

$\Rightarrow \frac{৫x+২}{৮x+২} = \frac{২}{৩} \Rightarrow ১৬x + ৪ = ১৫x + ৬ \quad \therefore x = ২$

সংখ্যাদুটি যথাক্রমে, ৫x = ৫ × ২ = ১০

এবং ৮x = ৮ × ২ = ১৬

উত্তর : (ঘ)

০৩। $a : b = 4 : 7$ এবং $b : c = 5 : 6$ হলে $a : b : c =$ কত? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 : 7 : 6 (খ) 20 : 35 : 24

(গ) 20 : 35 : 42 (ঘ) 24 : 35 : 30

সমাধান : $a : b = 4 : 7 = 20 : 35$; $b : c = 5 : 6 = 35 : 42$

$\therefore a : b : c = 20 : 35 : 42$

উত্তর : (গ)

০৪। ৫ : ১৮, ৭ : ২ এবং ৩ : ৬ এর মিশ্র অনুপাত কত? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭২ : ১০৫ (খ) ৭২ : ৩৫

(গ) ৩৫ : ৭২ (ঘ) ১৫ : ৭২

সমাধান : ৫ : ১৮, ৭ : ২; ৩ : ৬ ⇒ ১ : ২

∴ মিশ্র অনুপাত = (৫ × ৭ × ১) : (১৮ × ২ × ২) = ৩৫ : ৭২

উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সমানুপাতের দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে বলে-

(ক) মধ্যরাশি (খ) প্রান্ত রাশি

(গ) মিশ্র রাশি (ঘ) ক্রমিক রাশি

সমাধান : সমানুপতের প্রথম ও শেষ রাশিকে প্রান্ত রাশি এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্য রাশি বলে।

উত্তর : (ক)

০২। একটি ক্রমিক সমানুপাতের ১ম ও ৩য় রাশি যথাক্রমে ৪ ও ১৬ হলে, এর মধ্য সমানুপাতি কত?

(ক) ১২ (খ) ৮

(গ) ১৪ (ঘ) ২০

সমাধান : (মধ্য সমানুপাতি)^২ = ১ম রাশি × ৩য় রাশি

$\therefore$ মধ্য সমানুপাতি = $\sqrt{৪ \times ১৬} = \sqrt{৬৪} = ৮$

উত্তর : (খ)

০৩। ১০, ৪০ এবং ৫০ এর চতুর্থ সমানুপাতী নিচের কোনটি হবে?

(ক) ১০০ (খ) ২০০

(গ) ৩০০ (ঘ) ৪০০

সমাধান : আমরা জানি,

সমানুপাতের ১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি

বা, ১০ × ৪র্থ রাশি = ৪০ × ৫০

$\therefore$ ৪র্থ রাশি = $\frac{৪০ \times ৫০}{১০} = ২০০$।

উত্তর : (খ)

০৪। যদি $a : b = b : c$ হয় এবং a ও c এর মান যথাক্রমে 2 ও 5 হয় তাহলে b এর মান কত?

(ক) $\sqrt{10}$ (খ) 10

(গ) 4 (ঘ) 25

সমাধান : $a : b = b : c$ অর্থাৎ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = ac$

$\Rightarrow b = \sqrt{ac} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10} \quad \therefore b = \sqrt{10}$

উত্তর : (ক)

০৫। $A : B = 3 : 4$, $B : C = 5 : 6$ ও $C : D = 2 : 3$ হলে, $A : D =$ কত?

(ক) 2 : 3 (খ) 5 : 9

(গ) 5 : 12 (ঘ) 7 : 12

সমাধান : $A : B = 3 : 4$, $B : C = 5 : 6$

$\therefore A : B : C = (3 \times 5) : (4 \times 5) : (6 \times 4)$

$\therefore A : C = 15 : 24 = 5 : 8$

আবার,

$A : C = 5 : 8$, $C : D = 2 : 3$

$A : C : D = (5 \times 2) : (8 \times 2) : (3 \times 8)$

$\therefore A : D = 10 : 24 = 5 : 12$

উত্তর : (গ)

০৬। করিম ও রহিমের নম্বরের অনুপাত ৩ : ৪ এবং রহিম ও মোহনের নম্বরের অনুপাত ৬ : ৭ । তাহলে করিম ও মোহনের নম্বরের অনুপাত কত?

(ক) ৪ : ৭ (খ) ২ : ৩

(গ) ২ : ৭ (ঘ) ৯ : ১৪

সমাধান : করিমের নম্বর : রহিমের নম্বর = ৩ : ৪

রহিমের নম্বর : মোহনের নম্বর = ৬ : ৭

$\therefore$ করিম, রহিম এবং মোহনের নম্বরের অনুপাত,

= (৩ × ৬) : (৪ × ৬) : (৪ × ৭)

= ১৮ : ২৪ : ২৮ = ৯ : ১২ : ১৪।

করিম এবং মোহনের নম্বরের অনুপাত = ৯ : ১৪।

উত্তর : (ঘ)

০৭। যদি A : B = 3 : 4, C : B = 5 : 4, C : D = 10 : 9, তাহলে A : B : C : D অনুপাত কত?

(ক) 8 : 6 : 9 : 10 (খ) 8 : 6 : 10 : 9

(গ) 6 : 8 : 10 : 9 (ঘ) 6 : 8 : 9 : 10

সমাধান : A : B = 3 : 4 = (3 × 4) : (4 × 4) = 12 : 16

C : B = 5 : 4 = (5 × 4) : (4 × 4) = 20 : 16

C : D = 10 : 9 = (10 × 2) : (9 × 2) = 20 : 18

∴ A : B : C : D = 12 : 16 : 20 : 18 = 6 : 8 : 10 : 9

উত্তর : (গ)

Type-02: অনুপাতের হ্রাস/বৃদ্ধি সম্পর্কিত সমস্যা

যেকোনো সংখ্যাকে a : b অনুপাতে হ্রাস বা বৃদ্ধি করলে নতুন সংখ্যা হবে, $\frac{\text{নতুন সংখ্যা}}{\text{যেকোনো সংখ্যা}} = \frac{a}{b}$

$\therefore$ নতুন সংখ্যা $= \frac{\text{যেকোনো সংখ্যা} \times a}{b}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২৪ কে ৭ : ৬ অনুপাতে বৃদ্ধি করলে নতুন সংখ্যা হবে-

(ক) ২৮ (খ) ৩২

(গ) ৩৫ (ঘ) ৩৮

সমাধান : $\frac{\text{নতুন সংখ্যা}}{২৪} = \frac{৭}{৬}$

$\therefore$ নতুন সংখ্যা $= \frac{৭ \times ২৪}{৬} = ২৮$।

উত্তর : (ক)

০২। ৫৬ কে ৭ : ৮ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে-

(ক) ৪৯ (খ) ৬০

(গ) ৬৪ (ঘ) ৭০

সমাধান : $\frac{\text{নতুন সংখ্যা}}{৫৬} = \frac{৭}{৮}$ $\therefore$ নতুন সংখ্যা $= \frac{৭ \times ৫৬}{৮} = ৪৯$।

উত্তর : (ক)

০৩। দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। ছোট সংখ্যাটি ৬৫ হলে, বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) ৯১ (খ) ১০৪

(গ) ১১৭ (ঘ) ৪০

সমাধান : বড় সংখ্যাটি x হলে-

এখানে, $\frac{৫}{৮} = \frac{৬৫}{x}$

$\therefore x = \frac{৮ \times ৬৫}{৫} = ১০৪$।

উত্তর : (খ)

Type-03: বিভিন্ন শর্ত সাপেক্ষে অনুপাত

অনুপাতের সাহায্যে বিভিন্ন শর্ত সাপেক্ষে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে হয়।

Case - 01 : ভগ্নাংশ/পরিমাপ সম্পর্কিত সমস্যা

অনুপাতের সাহায্যে দশমিক সংখ্যা/ভগ্নাংশযুক্ত গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন সংখ্যার ০.১̇ ভাগ এবং ০.১ ভাগের মধ্যে পার্থক্য ১.০ হলে, সংখ্যাটি কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ (খ) ৯

(গ) ৯০ (ঘ) ১০০

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি ক। এখানে, ০. ১̇ $= \frac{১}{৯}$ এবং ০.১ $= \frac{১}{১০}$

প্রশ্নমতে, $\frac{ক}{৯} - \frac{ক}{১০} = ১ \Rightarrow \frac{১০ক - ৯ক}{৯০} = ১$ $\therefore$ ক = ৯০

উত্তর : (গ)

০২। ২০ ফুট লম্বা একটি বাঁশ এমনভাবে কেটে দু'ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশ বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ হয়, ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬ (খ) ৭

(গ) ৮ (ঘ) ১০

সমাধান : মনে করি, বড় অংশের দৈর্ঘ্য ক ফুট

এবং ছোট অংশের দৈর্ঘ্য $\left(\text{ক এর } \frac{২}{৩}\right) = \frac{২ক}{৩}$ ফুট

প্রশ্নমতে, ক + $\frac{২ক}{৩} = ২০ \Rightarrow \frac{৩ক+২ক}{৩} = ২০$

$\Rightarrow ৫ক = ৬০$ $\therefore$ ক = ১২

$\therefore$ ছোট অংশের দৈর্ঘ্য $\frac{২ \times ১২}{৩} = ৮$ ফুট

উত্তর: (গ)

০৩। যদি $\frac{Q}{P} = \frac{১}{৪}$ হয়, তবে $\frac{P+Q}{P-Q}$ এর মান কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{৫}{৩}$ (খ) $\frac{২}{৩}$

(গ) $\frac{৫}{৩}$ (ঘ) $\frac{৫}{৭}$

সমাধান : $\frac{Q}{P} = \frac{১}{৪} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{৪}{১} \Rightarrow \frac{P+Q}{P-Q} = \frac{৪+১}{৪-১} = \frac{৫}{৩}$

উত্তর : (গ)

০৪। ৪টি ১ টাকার নোট ও ৮টি ২ টাকার নোট একত্রে ৮টি ৫ টাকার নোটের কত অংশ? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১}{৪}$ (খ) $\frac{১}{২}$

(গ) $\frac{১}{৮}$ (ঘ) $\frac{১}{১৬}$

সমাধান : ৪টি ১ টাকার নোট = ৪ × ১ = ৪ টাকা

এবং ৮টি ২ টাকার নোট = ৮ × ২ = ১৬ টাকা

মোট = ২০ টাকা

আবার, ৮টি ৫ টাকার নোট = ৮ × ৫ = ৪০ টাকা।

তাহলে $\frac{২০}{৪০} = \frac{১}{২}$ অংশ

উত্তর : (খ)

০৫। কোন সংখ্যার $\frac{১}{২}$ অংশের সাথে ৬ যোগ করলে সংখ্যাটির $\frac{২}{৩}$ অংশ হবে। সংখ্যাটি কত? [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫৩ (খ) ৬৩

(গ) ৩৬ (ঘ) ৩৫

সমাধান : সংখ্যাটি ক হলে $\frac{ক}{২} + ৬ = \frac{২ক}{৩} \Rightarrow \frac{২ক}{৩} - \frac{ক}{২} = ৬$

$\Rightarrow \frac{৪ক - ৩ক}{৬} = ৬ \Rightarrow \frac{ক}{৬} = ৬ \Rightarrow ক = ৩৬$

উত্তর : (গ)

০৬। এক ব্যক্তি তার মোট সম্পত্তির $\frac{৩}{৭}$ অংশ ব্যয় করার পরে অবশিষ্টের $\frac{৫}{১২}$ অংশ ব্যয় করে দেখলেন যে তার নিকট ১০০০ টাকা রয়েছে। তার মোট সম্পত্তির মূল্য কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০০০ টাকা (খ) ২৩০০ টাকা

(গ) ২৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

সমাধান : মনে করি, মোট সম্পত্তি = ১ অংশ

$\therefore$ অবশিষ্ট রইল = $১ - \frac{৩}{৭} = \frac{৪}{৭}$ অংশ

$\therefore \frac{৪}{৭}$ এর $\frac{৫}{১২}$ অংশ = $\frac{৫}{২১}$

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{৪}{৭} - \frac{৫}{২১}\right)$ অংশ = ১০০০

$\Rightarrow \frac{৭}{২১}$ অংশ = ১০০০ $\Rightarrow$ ১ অংশ = $\frac{২১ \times ১০০০}{৭} = ৩০০০$

উত্তর : (ঘ)

০৭। ৬০ মিটার বিশিষ্ট একটি বাঁশকে ৩ : ৭ : ১০ অনুপাতে ভাগ করলে টুকরাগুলোর সাইজ কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৮ মিটার; ২২ মিটার; ৩০ মিটার

(খ) ১০ মিটার; ২০ মিটার; ৩০ মিটার

(গ) ৯ মিটার; ২১ মিটার; ৩০ মিটার

(ঘ) ১২ মিটার; ২০ মিটার; ২৮ মিটার

সমাধান : মনে করি, টুকরোগুলো যথাক্রমে ৩ক, ৭ক এবং ১০ক মিটার

প্রশ্নমতে, ৩ক + ৭ক + ১০ক = ৬০

$\Rightarrow$ ২০ক = ৬০

$\therefore$ ক = ৩

$\therefore$ প্রথম টুকরোটি = ৩ক = ৩ × ৩ = ৯ মিটার

দ্বিতীয় টুকরোটি = ৭ক = ৭ × ৩ = ২১ মিটার

তৃতীয় টুকরোটি = ১০ক = ১০ × ৩ = ৩০ মিটার

বিকল্প : অনুপাত গুলোর সমষ্টি ৩ + ৭ + ১০ = ২০

$\therefore$ প্রথম টুকরাটি হবে = ৬০ × $\frac{৩}{২০}$ = ৯ মিটার

২য় টুকরাটি হবে = ৬০ × $\frac{৭}{২০}$ = ২১ মিটার

৩য় টুকরাটি হবে = ৬০ × $\frac{১০}{২০}$ = ৩০ মিটার

উত্তর : (গ)

০৮। একজন চাকুরিজীবীর বেতনের $\frac{১}{১০}$ অংশ কাপড় ক্রয়ে, $\frac{১}{৩}$ অংশ খাদ্য ক্রয়ে এবং $\frac{১}{৫}$ অংশ বাসা ভাড়ায় ব্যয় হয়। তার আয়ের শতকরা কত ভাগ অবশিষ্ট রইল? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৬$\frac{২}{৩}$% (খ) ৩৭$\frac{২}{৩}$%

(গ) ৪২$\frac{১}{৩}$% (ঘ) ৪৬$\frac{২}{৩}$%

সমাধান : লোকটি মোট ব্যয় করে $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{৩} + \frac{১}{৫}\right) = \frac{৩+১০+৬}{৩০} = \frac{১৯}{৩০}$ অংশ

$\therefore$ আয়ের অবশিষ্ট থাকে = $\left(১ - \frac{১৯}{৩০}\right) = \frac{১১}{৩০}$ অংশ

$\therefore$ শতকরা অবশিষ্ট = $\left(\frac{১১}{৩০} \times ১০০\right)$ % = ৩৬$\frac{২}{৩}$%

উত্তর : (ক)

০৯। এক গোয়ালা তার 'n' সংখ্যক গাভীকে চার পুত্রের মধ্যে নিম্ন লিখিতভাবে বণ্টন করে দিল: প্রথম পুত্রকে $\frac{১}{২}$ অংশ, দ্বিতীয় পুত্রকে $\frac{১}{৪}$ অংশ, তৃতীয় পুত্রকে $\frac{১}{৫}$ অংশ এবং বাকি ৭টি গাভী চতুর্থ পুত্রকে দিল। ঐ গোয়ালার গাভীর সংখ্যা কত ছিল? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(শিক্ষা)]

(ক) ১০০টি (খ) ১৪০টি

(গ) ১৮০টি (ঘ) ২০০টি

সমাধান : মনে করি, মোট গাভীর সংখ্যা n

সুতরাং, $n - \frac{n}{২} - \frac{n}{৪} - \frac{n}{৫} = ৭ \therefore n = ১৪০$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{2x-3y}{2x+3y} = \frac{1}{7}$ হলে $x : y$ = কত?

(ক) 2 : 3 (খ) 3 : 3

(গ) 2 : 1 (ঘ) 1 : 2

সমাধান : $\frac{2x-3y}{2x+3y} = \frac{1}{7}$

$\Rightarrow 14x - 21y = 2x + 3y$

$\Rightarrow 14x - 2x = 21y + 3y$

$\Rightarrow 12x = 24y$

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{24}{12}$

$\therefore x : y = 2 : 1$

উত্তর : (গ)

০২। কোনো সম্পত্তির $\frac{১}{২}$ অংশের মূল্য ১৬,০০০ টাকা হলে, ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশের মূল্যের ৪ গুণ কত?

(ক) ৪,০০০ (খ) ১৬,০০০

(গ) ৩২,০০০ (ঘ) ৬৪,০০০

সমাধান : সম্পত্তিটির $\frac{১}{৮}$ অংশের ৪ গুণ = সম্পত্তিটির $\left(\frac{১}{৮} \times ৪\right)$ অংশ

বা সম্পত্তিটির $\frac{১}{২}$ অংশ

সম্পত্তিটির $\frac{১}{২}$ অংশের মূল্য ১৬০০০ টাকা।

উত্তর : (খ)

০৩। কোনো পুস্তকের ৯৬ পৃষ্ঠা পড়বার পরেও তার $\frac{৫}{১৩}$ অংশ পড়তে বাকি থাকলে পুস্তকটির মোট পৃষ্ঠা সংখ্যা কত?

(ক) ১৮৫ পৃষ্ঠা (খ) ১৫৬ পৃষ্ঠা
(গ) ২৫০ পৃষ্ঠা (ঘ) ৩২০ পৃষ্ঠা

সমাধান : পঠিত হয় পুস্তকটির $(১-\frac{৫}{১৩})$ অংশ বা $\frac{৮}{১৩}$ অংশ

পুস্তকটির $\frac{৮}{১৩}$ অংশ = ৯৬ পৃষ্ঠা

$\therefore$ পুস্তকটির ১ অংশ $= \frac{১৩\times৯৬}{৮} = ১৫৬$ পৃষ্ঠা

উত্তর : (খ)

০৪। দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল তাদের যোগফলের দুই-তৃতীয়াংশ। সংখ্যাদ্বয়ের অনুপাত নিচের কোনটি?

(ক) ২ : ৩ (খ) ৩ : ৪
(গ) ৫ : ১ (ঘ) ৩ : ৫

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x ও y যেখানে, $x > y$

প্রশ্নমতে, $x - y = (x + y)\frac{২}{৩}$

$\Rightarrow x - y = \frac{২x+২y}{৩}$

$\Rightarrow ৩x - ৩y = ২x + ২y$

$\Rightarrow ৩x - ২x = ২y + ৩y$

$\Rightarrow x = ৫y \Rightarrow \frac{x}{y} = ৫$

$\therefore x : y = ৫ : ১$

উত্তর : (গ)

০৫। একটি বাঁশের $\frac{২}{৫}$ অংশ লাল, $\frac{১}{৪}$ অংশ কালো ও $\frac{১}{৩}$ অংশ সবুজ কাগজে আবৃত। অবশিষ্ট অংশ ৬ মিটার হলে বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৬০ মি. (খ) ১২০ মি.
(গ) ১৮০ মি. (ঘ) ৩৬০ মি.

সমাধান : বাঁশটির অনাবৃত অংশ $= ১ - \left(\frac{২}{৫}+\frac{১}{৪}+\frac{১}{৩}\right)$ অংশ

$= \left(১ - \frac{৫৯}{৬০}\right)$ বা $\frac{১}{৬০}$ অংশ

শর্তমতে, বাঁশটির $\frac{১}{৬০}$ অংশ = ৬ মিটার

$\therefore$ বাঁশটির দৈর্ঘ্য = (৬ × ৬০) মিটার = ৩৬০ মিটার।

উত্তর : (ঘ)

০৬। ২০.৬ মি. লম্বা একটি দড়িকে দুটি অংশে কাটা হলো। যদি দুটি অংশের পার্থক্য ২.৮ মিটার হয়। তাহলে বড় অংশের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৭.৫ (খ) ১১.৭
(গ) ৮.৯ (ঘ) ১০.৩

সমাধান : মনে করি, ছোট অংশের দৈর্ঘ্য = x

এবং বড় অংশের দৈর্ঘ্য = $x + ২.৮$

প্রশ্নমতে, $x + x + ২.৮ = ২০.৬$

$\Rightarrow ২x = ২০.৬ - ২.৮$

$\Rightarrow x = \frac{১৭.৮}{২} = ৮.৯$

$\therefore$ বড় অংশের দৈর্ঘ্য = (২০.৬ − ৮.৯) = ১১.৭ মিটার

উত্তর : (খ)

০৭। 24 কেজি ওজনের একটি লোহার রড এমনভাবে দুটি অংশে ভাগ করা হলো যেনো বড় অংশটির ভর 16 কেজি এবং লম্বায় 34 মিটার লম্বা হয়। যদি ভরের দিক দিয়ে টুকরা দুটি একে অপরের সমানুপাতিক হয় তবে ছোট অংশটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 11 m (খ) 17 m
(গ) 34 m (ঘ) 68 m

সমাধান : ২য় টুকরার ওজন হবে = 24 − 16 = 8 কেজি

ধরি, ২য় টুকরার দৈর্ঘ্য = x মি.

$\therefore 16 : 34 = 8 : x$

$\Rightarrow \frac{16}{34} = \frac{8}{x}$

$\Rightarrow x = 17$ মি.

উত্তর : (খ)

Case – 02 : বয়স বিষয়ক সমস্যা

বয়স সংক্রান্ত সমস্যাবলির ক্ষেত্রে অনুপাতের সাহায্যে সমাধান করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। টিপুর বোনের বয়স টিপুর বয়সের ও তাঁর বাবার বয়সের মধ্য-সমানুপাতী। টিপুর বয়স ১২ বছর, বাবার বয়স ৪৮ বছর হলে বোনের বয়স কত?

[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি বাতিল)]

(ক) ১৬ বছর (খ) ২৪ বছর
(গ) ১৮ বছর (ঘ) ২০ বছর

সমাধান : ধরি, ক = টিপুর বয়স = ১২, গ = টিপুর বাবার বয়স = ৪৮ এবং খ = টিপুর বোনের বয়স = ?

ক : খ = খ : গ হলে —

$\Rightarrow খ^২ = কগ$

$\Rightarrow খ = \sqrt{কগ}$

$\therefore খ = \sqrt{১২ \times ৪৮} = ২৪$

উত্তর : (খ)

০২। এক ব্যক্তি তার স্ত্রীর চেয়ে ৫ বছরের বড়। তার স্ত্রীর বয়স ছেলের বয়সের ৪ গুণ। ৫ বছর পরে ছেলের বয়স ১২ বছর হলে বর্তমান ঐ ব্যক্তির বয়স কত?

[২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬৫ বছর (খ) ২৮ বছর
(গ) ৩৩ বছর (ঘ) ৫৩ বছর

সমাধান : ৫ বছর পরে ছেলের বয়স ১২ বছর

$\therefore$ ছেলেটির বর্তমান বয়স (১২ − ৫) = ৭ বছর

স্ত্রীর বর্তমান বয়স = ৪ × ৭ = ২৮ বছর

$\therefore$ ঐ ব্যক্তির বর্তমান বয়স = ২৮ + ৫ = ৩৩ বছর

উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৬০ বছর। ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৫ : ২। পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর?

(ক) ১০ (খ) ২০
(গ) ১৫ (ঘ) ৪৫

সমাধান : ধরি, পুত্রের বয়স x বছর
∴ পিতার বয়স (৬০ − x) বছর
∴ (৬০ − x + ৫) : (x + ৫) = ৫ : ২
$\Rightarrow \frac{৬৫-x}{x+৫} = \frac{৫}{২}$ $\Rightarrow ৫x + ২৫ = ১৩০ - ২x$
$\Rightarrow ৫x + ২x = ১৩০ - ২৫$
$\Rightarrow ৭x = ১০৫$ ∴ x = ১৫
উত্তর : (গ)

০২। পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৮৪ বছর। ১০ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ৩ ছিল। ১০ বছর পর এ অনুপাত কত হবে?

(ক) ২৭ : ১৭ (খ) ১৫ : ১১
(গ) ১৭ : ১৩ (ঘ) ১৯ : ১১

সমাধান : ১০ বছর পূর্বে বয়সের অনুপাত ছিল ৫ : ৩
ধরি, পিতার বয়স x বছর
∴ পুত্রের বয়স (৮৪ − x) বছর
১০ বছর পূর্বে তাদের বয়স ছিল,
যথাক্রমে (x − ১০) ও (৮৪ − x − ১০) বছর
প্রশ্নমতে, $\frac{x-১০}{৮৪-x-১০} = \frac{৫}{৩}$
$\Rightarrow \frac{x-১০}{৭৪-x} = \frac{৫}{৩}$ $\Rightarrow ৩x - ৩০ = ৩৭০ - ৫x$
$\Rightarrow ৩x + ৫x = ৩৭০ + ৩০$
$\Rightarrow ৮x = ৪০০$
$\therefore x = \frac{৪০০}{৮} = ৫০$
অর্থাৎ, বর্তমানে পিতার বয়স ৫০ বছর ও পুত্রের ৩৪ বছর।
১০ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত,
৫০ + ১০ : ৩৪ + ১০ = ৬০ : ৪৪ = ১৫ : ১১
উত্তর : (খ)

০৩। আরিফ ও জাদিদের বয়সের অনুপাত 5 : 3, আরিফের বয়স 20 বছর হলে, কত বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে?

(ক) 5 বছর (খ) 6 বছর
(গ) 8 বছর (ঘ) 10 বছর

সমাধান: ধরি, আরিফের বয়স = 5x ও জাদিদের বয়স = 3x
প্রশ্নমতে, 5x = 20 ∴ x = 4
সুতরাং জাদিদের বয়স = 3 × 4 = 12
আবার ধরি, y বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে।
তাহলে, $\frac{20+y}{12+y} = \frac{7}{5}$ $\Rightarrow 84 + 7y = 100 + 5y$
$\Rightarrow 2y = 16$ ∴ y = 8
উত্তর: (গ)

০৪। রহিম ও করিমের বয়সের অনুপাত ৩ : ৫। তাদের বয়সের সমষ্টি ৪০ হলে নিম্নের কোন উত্তরটি সঠিক?

(ক) রহিম ১৫ (খ) করিম ১৫
(গ) রহিম ১০ (ঘ) করিম ৫

সমাধান : রহিম ও করিমের বয়সের অনুপাত = ৩ : ৫
∴ অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল = ৩ + ৫ = ৮
রহিমের বয়স = ৪০ এর $\frac{৩}{৮}$ = ১৫ বছর
এবং করিমের বয়স = ৪০ এর $\frac{৫}{৮}$ = ২৫ বছর।
উত্তর : (ক)

০৫। রোজ ও তার বাবার বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৪৫ বছর এবং তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ২। রোজ ও তার মাতার বর্তমান বয়সের অনুপাত ১:৩। রোজের পিতা ও মাতার বয়সের অনুপাত কত?

(ক) ৬ : ৭ (খ) ৭ : ৬
(গ) ৯ : ৫ (ঘ) ৫ : ৬

সমাধান: রোজের বয়স = $\frac{৪৫}{৭+২} \times ২ = ১০$
এবং পিতার বয়স = $\frac{৪৫}{৭+২} \times ৭ = ৩৫$
রোজের বয়স ১০ হলে মাতার বয়স (৩× ১০) = ৩০
সুতরাং পিতা : মাতা = ৩৫ : ৩০ = ৭ : ৬
উত্তর: (খ)

Case – 03 : মিশ্রণ সম্পর্কিত সমস্যা

মিশ্রণের পরিমাণ সম্পর্কিত কিছু সমস্যার ক্ষেত্রে অনুপাতের সাহায্যে বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যাবলির সমাধান করতে হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 60 লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত 2 : 1। কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাতটি 1 : 2 হবে? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 40 (খ) 50
(গ) 60 (ঘ) 70

সমাধান : এখানে, আম ও কমলার অনুপাত 2 : 1
তাহলে, 60 লিটার ফলের রসে আম = $\left(60 \times \frac{2}{1+2}\right) = 40$
এবং কমলা $\left(60 \times \frac{1}{1+2}\right) = 20$ লিটার
ধরি, x লি. কমলার রস মিশালে অনুপাত 1 : 2 হবে।
$\therefore \frac{40}{20+x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x + 20 = 80 \therefore x = 60$
উত্তর : (গ)

০২। একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ১। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২ লিটার (খ) ৪ লিটার
(গ) ৬ লিটার (ঘ) ১০ লিটার

সমাধান : মনে করি, পানির পরিমাণ = x লিটার।
সুতরাং দুধের পরিমাণ = ৫x লিটার
৮ লিটার পানি বাড়ালে পানির পরিমাণ হয় x + ৮ লিটার
পানির পরিমাণ বৃদ্ধির পর দুধ ও পানির পরিমাণ সমান হয়।
∴ x + ৮ = ৫x ⇒ x = ২
উত্তর : (ক)

০৩। ৭২ কেজি ওজনবিশিষ্ট একটি মিশ্রণ A-এর ১৭ ভাগ, B-এর ৩ ভাগ এবং C-এর ৪ ভাগ দ্বারা গঠিত। মিশ্রণে B কতটুকু আছে? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৯ কেজি (খ) ১২ কেজি
(গ) ১৭ কেজি (ঘ) ৫১ কেজি

সমাধান : মিশ্রণে, A : B : C = ১৭ : ৩ : ৪
অনুপাতটির রাশিগুলোর যোগফল = ১৭ + ৩ + ৪ = ২৪
∴ B এর পরিমাণ = $(৭২ \times \frac{৩}{২৪})$ কেজি = ৯ কেজি
উত্তর : (ক)

০৪। একটি সোনার গহনার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। এতে কি পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৪ : ১ হবে? [২১তম ও ১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৮ গ্রাম (খ) ৬ গ্রাম
(গ) ৩ গ্রাম (ঘ) ৪ গ্রাম

সমাধান : সোনা : তামা = ৩ : ১
∴ মোট মিশ্রণ (৩ + ১) = ৪ গ্রাম
∴ মিশ্রণে সোনার পরিমাণ = $(১৬ \times \frac{৩}{৪})$ = ১২ গ্রাম
∴ মিশ্রণে তামার পরিমাণ = $(১৬ \times \frac{১}{৪})$ = ৪ গ্রাম
মনে করি,
x গ্রাম সোনা মেশালে সোনা তামার অনুপাত ৪ : ১ হবে।
প্রশ্নমতে, (১২ + x) : ৪ = ৪ : ১
$\Rightarrow \frac{১২+x}{৪} = \frac{৪}{১}$
⇒ ১২ + x = ১৬
∴ x = ৪ গ্রাম সোনা মেশাতে হবে।
উত্তর : (ঘ)

০৫। একটি পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ২। যদি পানি অপেক্ষা দুধের পরিমাণ ৬ লিটার বেশি হয় পানির পরিমাণ- [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১৪ লিটার (খ) ৬ লিটার
(গ) ১০ লিটার (ঘ) ৪ লিটার

সমাধান : ধরি, দুধের পরিমাণ ৫x লিটার
এবং পানির পরিমাণ ২x লিটার
শর্তমতে, (৫x − ২x) = ৬ লিটার
⇒ x = ২ লিটার
∴ ২x = ৪ লিটার
∴ পানির পরিমাণ ৪ লিটার।
উত্তর : (ঘ)

০৬। ৬০ লিটার কেরোসিনের ও পেট্রোলের মিশ্রণের অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে কত লিটার পেট্রোল মিশালে অনুপাত ৩ : ৭ হবে? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৭০ (খ) ৮০
(গ) ৯০ (ঘ) ৯৮

সমাধান : কেরোসিনের পরিমাণ = $৬০ \times \frac{৭}{১০}$ = ৪২ লিটার
পেট্রোলের পরিমাণ = $৬০ \times \frac{৩}{১০}$ = ১৮ লিটার
ধরি, 'ক' লিটার পেট্রোল মিশাতে হবে
∴ ৪২ : (১৮ + ক) = ৩ : ৭
∴ $\frac{৪২}{১৮+ক} = \frac{৩}{৭} \Rightarrow$ ৫৪ + ৩ক = ২৯৪ ∴ ক = ৮০ লিটার
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। শরবতে চিনি ও পানির অনুপাত ২ : ১৩ হলে, ২৬ কাপ শরবতে চিনির পরিমাণ কত?
(ক) ২ একক (খ) ৩ একক
(গ) ৪ একক (ঘ) ৫ একক

সমাধান : ১ কাপ শরবতে চিনির পরিমাণ $\frac{২}{১৩}$ একক
∴ ২৬ কাপ শরবতে চিনির পরিমাণ $\frac{২৬ \times ২}{১৩}$ = ৪ একক
উত্তর : (গ)

০২। একটি সোনার গয়নার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার পরিমাণ ৩ : ১। মিশ্রণে সোনার পরিমাণ কত?
(ক) ১২ গ্রাম (খ) ১৪ গ্রাম
(গ) ১০ গ্রাম (ঘ) ৯ গ্রাম

সমাধান : দেওয়া আছে, সোনা ও তামার পরিমাণ = ৩ : ১
অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল = (৩ + ১) = ৪
∴ মিশ্রণে সোনার পরিমাণ = $\left(১৬ \text{ এর } \frac{৩}{৪}\right)$ = ১২ গ্রাম
উত্তর : (ক)

০৩। ৩০ লিটার পরিমাণ মিশ্রণে এসিড ও পানির অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে এসিড ও পানির অনুপাত ৩ : ৭ হবে?
(ক) ২৫ লিটার (খ) ৩০ লিটার
(গ) ৩৫ লিটার (ঘ) ৪০ লিটার

সমাধান : মিশ্রণের পরিমাণ = ৩০ লিটার, এসিড : পানি = ৭ : ৩
অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল = ৭ + ৩ = ১০
এসিডের পরিমাণ = $৩০ \times \frac{৭}{১০}$ = ২১ লিটার
পানির পরিমাণ = $৩০ \times \frac{৩}{১০}$ = ৯ লিটার
পানি মেশাতে হবে = x
২১ : ৯ + x = ৩ : ৭ $\Rightarrow \frac{২১}{৯+x} = \frac{৩}{৭}$
⇒ ৯ + x = ৪৯ ∴ x = ৪০
উত্তর : (ঘ)

০৪। ২৫ গ্রাম ওজনের একটি সোনার গহনায় সোনা ও তামার অনুপাত ৪ : ১। গহনাটিতে আর কতটুকু সোনা মেশালে এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৫ : ১ হবে?

(ক) ৫ গ্রাম (খ) ৬ গ্রাম
(গ) ১০ গ্রাম (ঘ) ২০ গ্রাম

সমাধান : সোনা ও তামার অনুপাত ৪ : ১।
অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = ৪ + ১ = ৫
সোনার পরিমাণ = $\frac{৪}{৫} \times ২৫ = ২০$ গ্রাম
এবং তামার পরিমাণ = $\frac{১}{৫} \times ২৫ = ৫$ গ্রাম
মনে করি, সোনা মেশাতে হবে x গ্রাম
$\frac{২০+x}{৫} = \frac{৫}{১}$
$\Rightarrow ২০ + x = ২৫ \therefore x = ৫$
উত্তর : (ক)

Case – 04 : বণ্টন সম্পর্কিত সমস্যা

অনুপাতের সাহায্যে বণ্টন বিষয়ক সমস্যাবলির সমাধান করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে?

[৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 45 (খ) 81
(গ) 90 (ঘ) 135

সমাধান : ভাইদের মধ্যে আমগুলোর অনুপাত = $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$
অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{9}$
$= \frac{15+9+5}{45} = \frac{29}{45}$
$\therefore$ প্রথম ভাই আম পাবে = $261 \times \left(\frac{1}{3} \div \frac{29}{45}\right)$
$= 261 \times \frac{1}{3} \times \frac{45}{29} = 135$ টি
উত্তর : (ঘ)

০২। ১,০০০ টাকা ক ও খ ১ : ৪ অনুপাতে ভাগ করে নেয়। খ-এর অংশ সে এবং তার মা ও মেয়ের মধ্যে ২ : ১ : ১ অনুপাতে ভাগ করে। মেয়ে কত টাকা পাবে?

[২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০০ টাকা (খ) ৪০০ টাকা
(গ) ২০০ টাকা (ঘ) ৮০০ টাকা

সমাধান : ক : খ = ১ : ৪
অনুপাতের যোগফল = (১ + ৪) = ৫
$\therefore$ খ পায় = (১০০০ এর $\frac{৪}{৫}$) = ৮০০ টাকা
খ : মা : মেয়ে = ২ : ১ : ১
অনুপাতের যোগফল (২ + ১ + ১) = ৪
$\therefore$ মেয়ে পায় = (৮০০ এর $\frac{১}{৪}$) = ২০০ টাকা।
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। উত্তরণ ক্রিকেট একাডেমির কোনো এক প্রীতি ম্যাচে আরিফ এবং সৌরভ এর রান সমান। ইরফান ও পঙ্কজের রানের অনুপাত ৪ : ৩। সৌরভের রান পঙ্কজের রানের দ্বিগুণ। ইরফানের সাথে আরিফের রানের অনুপাত কত?

(ক) ৩ : ২ (খ) ৫ : ৭
(গ) ২ : ৩ (ঘ) ৩ : ৪

সমাধান : মনে করি,
আরিফের রান : সৌরভের রান = ১ : ১
দেওয়া আছে, ইরফানের রান : পঙ্কজের রান = ৪ : ৩
আবার, পঙ্কজের রান ৩ হলে সৌরভের রান = ৩ × ২ = ৬
অর্থাৎ, পঙ্কজের রান : সৌরভের রান = ৩ : ৬
তাহলে, পঙ্কজের রান : আরিফের রান = ৩ : ৬
এখানে, ইরফানের রান : পঙ্কজের রান = ৪ : ৩
$\therefore$ ইরফানের রান : পঙ্কজের রান : আরিফের রান = ৪ : ৩ : ৬
অতএব, ইরফানের রান : আরিফের রান = ৪ : ৬ = ২ : ৩
উত্তর : (গ)

০২। করিম ও রহিমের বেতনের অনুপাত ৭ : ৫। করিমের বেতন রহিমের বেতন অপেক্ষা ৪০০ টাকা বেশি। রহিমের বেতন কত?

(ক) ৯০০ টাকা (খ) ১১০০ টাকা
(গ) ১০০০ টাকা (ঘ) ১৬০০ টাকা

সমাধান : ধরি, করিমের বেতন ৭x টাকা
রহিমের বেতন ৫x টাকা
$\therefore ৭x - ৫x = ৪০০$
$\therefore x = \frac{৪০০}{২} = ২০০$
$\therefore$ রহিমের বেতন = (৫ × ২০০) = ১০০০ টাকা
উত্তর : (গ)

০৩। কিছু টাকা ক, খ ও গ- এর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যাতে ক-এর অংশ খ-এর দ্বিগুণের সমান ও খ-এর অংশ গ-এর ৪ গুণের সমান। তাহলে তাদের অংশের অনুপাত কত?

(ক) ৮ : ৪ : ১ (খ) ১ : ২ : ৪
(গ) ৮ : ২ : ৪ (ঘ) ২ : ৪ : ২

সমাধান : ক এর অংশ : খ এর অংশ = ২ : ১
খ এর অংশ : গ এর অংশ = ৪ : ১
ক : খ = ২ : ১
খ : গ = ৪ : ১
$\therefore$ ক : খ : গ = (২ × ৪) : (৪ × ১) : (১ × ১) = ৮ : ৪ : ১
$\therefore$ ক, খ এবং গ এর অংশের অনুপাত = ৮ : ৪ : ১
উত্তর : (ক)

০৪। সুমনের বেতন রহিমের বেতনের ২১০%। লিটনের বেতন লিজার বেতনের ৭০%। লিজার বেতন রহিমের বেতনের দ্বিগুণ। সুমন এবং লিটনের বেতনের অনুপাত কত?

(ক) ৩ : ২ (খ) ২ : ১

(গ) ১ : ১.৫ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, রহিমের বেতন ১০০ টাকা

∴ সুমনের বেতন (১০০ এর ২১০%) = ২১০ টাকা

এবং লিজার বেতন = (১০০ × ২) = ২০০ টাকা

∴ লিটনের বেতন (২০০ এর ৭০%) = ১৪০ টাকা

∴ সুমনের বেতন : লিটনের বেতন = ২১০ : ১৪০ = ৩ : ২

উত্তর : (ক)

০৫। একটি বয়ামে (jar) সাদা, লাল ও সবুজ মার্বেলের অনুপাত 2 : 3 : 5। বয়ামে 6টি সবুজ মার্বেল যোগ করা হলে মার্বেলের অনুপাত হয় 2 : 3 : 7। বয়ামে কতটি সাদা মার্বেল আছে?

(ক) 5 (খ) 6

(গ) 9 (ঘ) 10

সমাধান : ধরি, সাদা মার্বেলের সংখ্যা = 2x

লাল মার্বেলের সংখ্যা = 3x

সবুজ মার্বেলের সংখ্যা = 5x

∴ 6টি সবুজ মার্বেল যোগ করলে,

সবুজ মার্বেলের সংখ্যা হয় = 5x + 6

∴ সাদা মার্বেল : সবুজ মার্বেল = 2x : 5x + 6

$\therefore \frac{2x}{5x+6} = \frac{2}{7} \Rightarrow 14x = 10x + 12$

$\Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$

∴ সাদা মার্বেলের সংখ্যা = 2 × 3 = 6

উত্তর : (খ)

০৬। একটি পাত্রে লাল, সবুজ এবং হলুদ এই তিন রঙের মার্বেল আছে। যদি লাল ও সবুজ রঙের অনুপাত 2 : 5 এবং হলুদ ও লাল মার্বেলের অনুপাত 5 : 6 হয়, তাহলে নিচের কোনটি মোট মার্বেলের সংখ্যা হতে পারে?

(ক) 52 (খ) 64

(গ) 100 (ঘ) None of these

সমাধান : লাল : সবুজ = 2 : 5 = (2 × 3) : (5 × 3) = 6 : 15

লাল : হলুদ = 6 : 5

∴ লাল : সবুজ : হলুদ = 6 : 15 : 5

অনুপাতের রাশিগুলোর সমষ্টি 6 + 15 + 5 = 26

∴ মার্বেলের মোট সংখ্যা হবে 26 বা তার গুণিতক সংখ্যক।

অর্থাৎ মার্বেলের সংখ্যা হবে 26, 52, 78... ইত্যাদি সংখ্যক।

উত্তর : (ক)

০৭। একটি ব্যবসায় A ও C –এর বিনিয়োগের অনুপাত 2 : 1 যেখানে A ও B এর বিনিয়োগের অনুপাত 3 : 2। যদি তাদের মোট মুনাফা 1,57,300 টাকা হয় তবে B কত পাবে?

(ক) 24, 200 টাকা (খ) 36,300 টাকা

(গ) 72, 600 টাকা (ঘ) 48,400 টাকা

সমাধান : A : C = 2 : 1 = (2 × 3) : (1 × 3) = 6 : 3

A : B = 3 : 2 = (3 × 2) : (2 × 2) = 6 : 4

∴ C : B = 3 : 4

অর্থাৎ A : B : C = 6 : 4 : 3

এখন, মোট মুনাফা 1,57,300 টাকা

∴ B পাবে $\left(1,57,300 \text{ এর } \frac{4}{6+3+4}\right)$ = 48,400 টাকা

উত্তর : (ঘ)

Case – 05 : প্রতিযোগিতামূলক সমস্যা

দুইয়ের মধ্যে কোনো ঘটনার সাপেক্ষে প্রতিযোগিতামূলক সমস্যার ক্ষেত্রে অনুপাতের সাহায্যে সমাধান করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৫ : ১৬ (খ) ২০ : ১২

(গ) ১৬ : ১৫ (ঘ) ১২ : ২০

সমাধান : খরগোশের ৪ লাফ = কুকুরর ৩ লাফ

∴ খরগোশের ৫ লাফ = কুকুরে $\frac{৩}{৪} \times ৫ = \frac{১৫}{৪}$ লাফ

∴ কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত = $৪ : \frac{১৫}{৪} = ১৬ : ১৫$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি 500 মি দৌড় প্রতিযোগিতায় দুই প্রতিযোগী আজমল ও বাদলের গতির অনুপাত 3 : 4। যদি আজমল 140 মি. সামনে থেকে দৌড় শুরু করে, তবে বাদলের চেয়ে কত মিটার আগে থেকে আজমল দৌড়টি জিতবে?

(ক) 10m (খ) 20m

(গ) 30m (ঘ) 60m

সমাধান : ধরি, আজমলের গতিবেগ 3m/s; বাদলের গতিবেগ 4m/s;

আজমল 3m যায় 1 সেকেন্ডে

∴ আজমল (500 – 140) = 360m যায় = $\frac{1\times360}{3}$ = 120 সে.

আবার, বাদল 1 সেকেন্ডে যায় 4 মিটার

∴ 120 সেকেন্ডে যায় (4 × 120) = 480 মিটার

∴ আজমল (500 – 480) = 20 মিটার আগে থাকবে।

উত্তর : (খ)

০২। সজিব এর একটি গাড়ি পর্যবেক্ষণ করতে 3 মিনিট সময় লাগে যেখানে রাজীব এর লাগে 4 মিনিট। যদি তারা একই সাথে 8 : 30 AM মিনিটে আলাদা আলাদা গাড়ি পর্যবেক্ষণ করা শুরু করে তাহলে 8 : 54 AM মিনিটে সজিব এবং রাজীব এর পর্যবেক্ষিত গাড়ির সংখ্যার অনুপাত কত?

(ক) 1 : 3 (খ) 1 : 4

(গ) 3 : 4 (ঘ) 4 : 3

সমাধান : 8 : 54 AM এবং 8 : 30 AM সময় এর মধ্যে,

$= (54 - 30) = 24$ মিনিট

∴ তাদের অনুপাত $= \frac{24}{3} : \frac{24}{4} = 8 : 6 = 4 : 3$

উত্তর : (ঘ)

Case – 06 : আয়/ব্যয়/মূল্য সম্পর্কিত সমস্যা

অনুপাতের সাহায্যে আয়/ব্যয় এর মধ্যে তুলনা বা কোনো বস্তু বা দ্রব্যের মূল্য সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত 4 : 3। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত 5 : 4। পনিরের আয় 120 টাকা হলে, রবিনের আয় কত? [৪০ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 36 টাকা (খ) 12 টাকা

(গ) 72 টাকা (ঘ) 48 টাকা

সমাধান : পনির : তপন = 4 : 3

$= (4 \times 5) : (3 \times 5) = 20 : 15$

এবং, তপন : রবিন = 5 : 4

$= (5 \times 3) : (4 \times 3) = 15 : 12$

∴ পনির, তপন ও রবিনের আয়,

যথাক্রমে 20x, 15x এবং 12x টাকা।

প্রশ্নমতে, $20x = 120$

∴ $x = 6$

∴ রবিনের আয় $= 12 \times 6 = 72$ টাকা।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন লোক সপ্তাহে ৪৫০০ টাকা আয় করেন এবং ৩০০০ টাকা ব্যয় করেন। তার আয়ের সাথে সঞ্চয়ের অনুপাত হবে-

(ক) ৩ : ১ (খ) ৩ : ২

(গ) ৫ : ২ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : লোকটি সঞ্চয় করে $= (৪৫০০ - ৩০০০) = ১৫০০$

∴ আয় : সঞ্চয় $= ৪৫০০ : ১৫০০ = ৩ : ১$

উত্তর : (ক)

০২। এক ব্যক্তির মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ৫ : ৩ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০,০০০ টাকা হলে তিনি কত টাকা আয় করেন?

(ক) ২০,০০০ (খ) ২২,৫০০

(গ) ২৫,০০০ (ঘ) ৩০,০০০

সমাধান : ধরি, আয় ৫x, ব্যয় ৩x

শর্তমতে, $৫x - ৩x = ১০,০০০$

$\Rightarrow 2x = ১০,০০০$

∴ $x = ৫০০০$

∴ আয়ের পরিমাণ $= (৫০০০ \times ৫) = ২৫০০০$ টাকা

উত্তর : (গ)

০৩। একটি পেন্সিল এবং একটি কলমের ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৩ : ৭। তাদের বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ১ : ৪। যদি পণ্য দুটি বিক্রয় করে লোকসানের পরিমাণ সমান হয়, তবে কলমের ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

(ক) ৩ : ৭ (খ) ১৪ : ৯

(গ) ২১ : ১৬ (ঘ) কোনোটি নয়

সমাধান : ধরি, পেন্সিলের ক্রয়মূল্য ৩x এবং বিক্রয়মূল্য y টাকা

এবং কলমের ক্রয়মূল্য ৭x এবং বিক্রয়মূল্য ৪y টাকা

∴ $3x - y = 7x - 8y$

$\Rightarrow 7x - 3x = 8y - y$

∴ $y = \frac{৪}{৩} x$

∴ তাহলে, কলমের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত,

$= 7x : 8y = 7x : 8 \times \frac{৪}{৩} x$

$= ২১x : ১৬x = ২১ : ১৬$

উত্তর : (গ)

০৪। জনির আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ২০ : ১৫ হলে, তার মাসিক সঞ্চয় আয়ের শতকরা কত ভাগ?

(ক) ২৫% (খ) ২০%

(গ) ১৫% (ঘ) ৩০%

সমাধান : ধরি, জনির আয় ২০x টাকা এবং জনির ব্যয় ১৫x টাকা

∴ জনির সঞ্চয় $= (২০x - ১৫x) = ৫x$

∴ সঞ্চয়, আয়ের শতকরা $\left(\frac{৫x}{২০x} \times ১০০\right)\% = ২৫\%$

উত্তর : (ক)

০৫। জ্বালানি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় বাসের টিকিটের মূল্যও একই হারে বৃদ্ধি পেল। পুরানো ও নতুন বাস ভাড়ার অনুপাত কত?

(ক) ৪ : ৫ (খ) ৫ : ৬

(গ) ১২ : ১৩ (ঘ) ১৫ : ১৬

সমাধান : ২৫% বৃদ্ধিতে বাসের নতুন ভাড়া ১২৫ টাকা।

∴ পুরোনো ও নতুন বাস ভাড়ার অনুপাত,

$= ১০০ : ১২৫ = ৪ : ৫$

উত্তর : (ক)

Type-04: বিবিধ

এখানে অনুপাতের সাহায্যে আরও অন্যান্য সাধারণ সমস্যাবলির সমাধান দেওয়া হয়েছে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো নির্দিষ্ট জনসংখ্যার মধ্যে 21 বছরের কম বয়সের জনসংখ্যার পরিমাণ 21 বছরের বেশি জনসংখ্যার তিনগুন হলে, অনূর্ধ্ব 21 বছর এর সাথে মোট জনসংখ্যার অনুপাত কত?

(ক) 1 : 2 (খ) 1 : 3

(গ) 3 : 4 (ঘ) 2 : 3

সমাধান : ধরি, 21 বছরের বড় মানুষের সংখ্যা = x

তাহলে, 21 বছরের কম মানুষের সংখ্যা = 3x

∴ মোট= x + 3x = 4x

তাহলে, 21 বছরের কম : মোট জনসংখ্যা,

= 3x : 4x = 3 : 4

উত্তর : (গ)

০২। যদি দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৩ হয়, তবে নিচের কোন সংখ্যাটি ঐ দুটি সংখ্যার যোগফল হতে পারবে না?

(ক) ১১২ (খ) ১৫৪

(গ) ১৭৮ (ঘ) কোনোটি নয়

সমাধান : একক স্থানীয় অঙ্ক বাদে অবশিষ্ট অঙ্কগুলো দ্বারা গঠিত সংখ্যা এবং একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ-এর বিয়োগফল, যদি (৪ + ৩) = ৭ দ্বারা বিভাজ্য হয় তবে সংখ্যাটি ঐ দুটি সংখ্যার যোগফল হতে পারবে।

১১২ এর ক্ষেত্রে : ১১ − (২ × ২) = ১১ − ৪ = ৭

১৫৪ এর ক্ষেত্রে : ১৫ − (২ × ৪) = ১৫ − ৮ = ৭

১৭৮ এর ক্ষেত্রে : ১৭ − (২ × ৮) = ১৭ − ১৬ = ১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

∴ ১৭৮ সংখ্যাটি যোগফল হতে পারবে না।

উত্তর : (গ)

০৩। কোনো ক্লাসে বালকদের গড় বয়স বালিকাদের সংখ্যার দ্বিগুণ। ৩৬ জনের ঐ ক্লাসে বালক ও বালিকাদের সংখ্যার অনুপাত হলো ৫:১ । ঐ ক্লাসের বালকদের মোট বয়স কত বছর?

(ক) ৩০০ (খ) ৩২০

(গ) ৩৬০ (ঘ) ৪০০

সমাধান : ৩৬ জনের ক্লাসে বালকের সংখ্যা $\left(৩৬ \text{ এর } \frac{৫}{৫+১}\right) = ৩০$ জন

এবং বালিকার সংখ্যা $\left(৩৬ \text{ এর } \frac{১}{৬}\right) = ৬$ জন

∴ বালিকাদের সংখ্যার দ্বিগুণ (৬ × ২) = ১২

∴ বালকের মোট বয়স (৩০ × ১২) = ৩৬০ বছর

উত্তর : (গ)

০৪। যদি দুটি পূর্ণসংখ্যা a এবং b এর মান 100 এর থেকে বড় হয় এবং তাদের যোগফল যদি 300 হয়। তাহলে, তাদের অনুপাতের মধ্যে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) 9 : 1 (খ) 5 : 2

(গ) 5 : 3 (ঘ) 3 : 2

সমাধান : অপশন চেকের মাধ্যমে,

9 : 1 এর ক্ষেত্রে: a = 300 এর $\frac{9}{10} = 270$

কিন্তু b = 300 এর $\frac{1}{10} = 30$ [যাহা 100 থেকে বড় নয়]

5 : 2 এর ক্ষেত্রে : a = 300 এর $\frac{5}{7}$

[300,7 দ্বারা নি:শেষে বিভাজ্য নয়]

5 : 3 এর ক্ষেত্রে : a = 300 এর $\frac{5}{8}$

[300,8 দ্বারা নি:শেষে বিভাজ্য নয়]

3 : 2 এর ক্ষেত্রে: a = 300 এর $\frac{3}{5} = 180$

এবং b = 300 এর $\frac{2}{5} = 120$

∴ 3 : 2 প্রদত্ত শর্তদ্বয় সমর্থন করে।

উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। ৫ : ১৮, ৭ : ২ এবং ৩ : ৬-এর মিশ্র অনুপাত কত?

(ক) ৭২ : ১০৫ (খ) ৭২ : ৩৫

(গ) ৩৫ : ৭২ (ঘ) ১০৫ : ৭২

০২। a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে, নিচের কোন সিদ্ধান্তটি সঠিক?

(ক) $b = ac$ (খ) $c^2 = ab$

(গ) $b^2 = ac$ (ঘ) $b = ac$

০৩। চারটি সমানুপাতিক রাশির প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল ৪৮ হলে মধ্য রাশিদ্বয়ের গুণফল কত?

(ক) ৪০ (খ) ৪৮

(গ) ৬০ (ঘ) ৮৪

০৪। প্রশ্নবোধক চিহ্নের জায়গায় নিচের কোনটি বসবে- $\frac{5}{9} = \frac{55}{?}$

(ক) 10 (খ) 11

(গ) 49 (ঘ) 99

০৫। ৩ : ৭ = ১২ : x হলে x –এর মান হবে-

(ক) ২৬ (খ) ২৮

(গ) ৩০ (ঘ) ৩২

০৬। যে ক্ষুদ্রতম পূর্ণসংখ্যা 6 : 7 অনুপাতটির উভয় রাশি থেকে বিয়োগ করলে 16 : 21 থেকে ছোট অনুপাত প্রকাশ করে সেটি হলো-

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 4 (ঘ) 6

০৭। দুটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৭। উভয় সংখ্যার সাথে ১০ যোগ করলে নতুন অনুপাত হবে ১ : ২। ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) ১৫ (খ) ২১

(গ) ৩০ (ঘ) কোনোটিই নয়

০৮। কোনো একটি স্কুলের শিক্ষক-শিক্ষিকার $\frac{২}{৩}$ অংশ মহিলা। পুরুষ শিক্ষকদের ১২ জন অবিবাহিত এবং $\frac{৩}{৫}$ অংশ বিবাহিত। ঐ স্কুলে শিক্ষক-শিক্ষিকার সংখ্যা কত?
(ক) ৮৫ (খ) ১২০
(গ) ৯০ (ঘ) ৮০

০৯। সাজু রবির চেয়ে 4 বছরের ছোট। যদি তাদের বয়সের অনুপাত যথাক্রমে 7 : 9 হয়, সাজুর বয়স কত?
(ক) 12 বছর (খ) 14 বছর
(গ) 14.5 বছর (ঘ) 41 বছর

১০। রহিমের বয়স 40 বছর এবং করিমের বয়স 60 বছর। কত বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত 3 : 5 ছিল?
(ক) 5 বছর (খ) 10 বছর
(গ) 20 বছর (ঘ) 27 বছর

১১। সামাদ ও আকমলের বর্তমান বয়সের অনুপাত যথাক্রমে 5 : 4। তিনবছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত যথাক্রমে 11 : 9 হলে আকমলের বর্তমান বয়স কত?
(ক) 24 (খ) 27
(গ) 29 (ঘ) 40

১২। একখণ্ড রশিকে ৩ : ৪ অনুপাতে কর্তন করা হল। বৃহত্তর অংশ ১২.৮ মিটার হলে, ক্ষুদ্রতর অংশ হবে -
(ক) ৮.২ মিটার (খ) ৯.৬ মিটার
(গ) ৯.৮ মিটার (ঘ) ১০.২ মিটার

১৩। 60 মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাঁশ কে 3 : 7 : 10 অনুপাতে ভাগ করলে টুকরোগুলোর সাইজ কত?
(ক) 9 মিটার, 21 মিটার, 30 মিটার
(খ) 12 মিটার, 20 মিটার, 28 মিটার
(গ) 8 মিটার, মিটার, 30 মিটার
(ঘ) 10 মিটার, 20 মিটার, 30 মিটার

১৪। একটি আয়তক্ষেত্র ও একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা পরস্পর সমান। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হয় তবে বর্গক্ষেত্রের ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?
(ক) ৩ : ২ (খ) ৬ : ৫
(গ) ৪ : ৩ (ঘ) ৯ : ৮

১৫। ৩৫ লিটার অকটেন–পেট্রোল মিশ্রণে, পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ : ৩। এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ : ৫ হবে?
(ক) ৮ লিটার (খ) ১০ লিটার
(গ) ১২ লিটার (ঘ) ১৫ লিটার

১৬। 126 টাকা কেজি দরের চা এবং 135 টাকা কেজি দরের চা, তৃতীয় অন্য কোনো দরের চায়ের সাথে 1 : 1 : 2 অনুপাতে মেশালে নতুন চায়ের দাম হয় 153 টাকা প্রতি কেজি। তৃতীয় কেজি চায়ের দাম প্রতি কেজি কত ছিল?
(ক) 169.50 টাকা (খ) 170 টাকা
(গ) 175.50 টাকা (ঘ) 180 টাকা

১৭। জাহিদের ১৫টি বল আছে। সে সামিকে ৩টি বল দিলে সামির বল সংখ্যা জাহিদের অবশিষ্ট বলের দ্বিগুণ হয়। শুরুতে সামির বল সংখ্যা কয়টি ছিল?
(ক) 24 (খ) 12
(গ) 27 (ঘ) 21

১৮। তিনজন বালকের মার্বেলের অনুপাত 19 : 5 : 3। যদি সবচেয়ে কম সংখ্যক মার্বেলের পরিমাণ 9 টি হয়, তাহলে যার সবচেয়ে বেশি মার্বেল আছে তার সংখ্যা কত?
(ক) 57 (খ) 15
(গ) 76 (ঘ) 38

১৯। তিনজন ব্যবসায়ী অংশীদার রহিম, সোহেল এবং করিম। তাদের একটি নির্দিষ্ট বছরের লাভের পরিমাণ যথাক্রমে 2 : 5 : 8 অনুপাতে ভাগ করে নিতে সম্মত হলো। যদি সোহেলের লভ্যাংশ 20,000 টাকা হয়, তাহলে ঐ বছর ব্যবসায় কত টাকা লাভ হয়েছিল?
(ক) 8,000 টাকা (খ) 32,000 টাকা
(গ) 52,000 টাকা (ঘ) 60,000 টাকা

২০। A, B এবং C এক সাথে ব্যবসায় মূলধন বিনিয়োগ করেন যেখানে A-এর বিনিয়োগের অংশ 10,000 টাকা। যদি মোট লাভের অংশ 1000 টাকা হয়, যেখানে A পায় 500 টাকা এবং B পায় 300 টাকা। তবে C কত টাকা বিনিয়োগ করে?
(ক) 4000 টাকা (খ) 5000 টাকা
(গ) 6000 টাকা (ঘ) 9000 টাকা

২১। যদি $\frac{x}{5} = \frac{y}{8}$ হলে $(x + 5) : (y + 8) =$ কত?
(ক) 3 : 5 (খ) 13 : 8
(গ) 8 : 5 (ঘ) 5 : 8

২২। যদি A এর আয় B এর আয়ের চেয়ে 10% বেশি হয় এবং B এর আয় যদি C এর আয়ের চেয়ে 20% কম হয় তাহলে A, B এবং C এর আয়ের অনুপাত-
(ক) 22 : 18 : 25 (খ) 22 : 20 : 25
(গ) 10 : 9 : 7 (ঘ) 11 : 10 : 8

২৩। একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার ৪৫০%। সংখ্যা দুটির অনুপাত কত?
(ক) ৯ : ২ (খ) ৪৫ : ১
(গ) ৪৫০ : ১ (ঘ) ৯ : ১

২৪। দুটি সংখ্যার যোগফল 40 এবং বিয়োগফল 4। সংখ্যা দুটির অনুপাত কত?
(ক) 22 ; 9 (খ) 11 : 9
(গ) 11 : 18 (ঘ) 21 : 19

২৫। যদি A, B, C এবং D ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয়, যেখানে, 8A = ৯B, ১৭C = ১১D এবং ৫C = ১২A। তাহলে বড় থেকে ছোট সাজালে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) CDAB (খ) BACD
(গ) DCAB (ঘ) DCBA

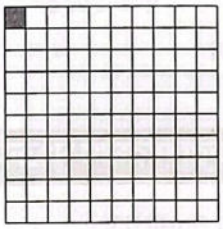
উত্তরমালা

০১	গ	০২	গ	০৩	খ	০৪	ঘ	০৫	খ
০৬	খ	০৭	গ	০৮	গ	০৯	খ	১০	খ
১১	ক	১২	খ	১৩	ক	১৪	ঘ	১৫	খ
১৬	গ	১৭	ঘ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	ক
২১	ঘ	২২	খ	২৩	ক	২৪	খ	২৫	গ

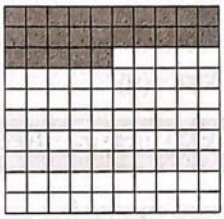
অধ্যায় ০৫ শতকরা

প্রাচীন রোমে দশমিক ব্যবস্থার পূর্বে গণনার জন্য $\frac{১}{১০০}$ এর গুণিতক ব্যবহার শুরু হয়েছিল। $\frac{১}{১০০}$ ব্যবহার করে যেসব গণনা করা হত তা শতকরার ধারণার সাথে সংগতিপূর্ণ ছিল। পঞ্চদশ শতাব্দীর শেষের দিকে এবং ষোড়শ শতাব্দীর প্রথম দিকে ১০০ কে হর হিসেবে নিয়ে গণনা ব্যাপকভাবে গৃহীত হয়। ঐ সময়ের গাণিতিক লিপিতে $\frac{১}{১০০}$ সম্পর্কিত গণনার উল্লেখ পাওয়া যায়। এই লিপিগুলোতে লাভ ও ক্ষতি এবং মুনাফার হার সম্পর্কিত পদ্ধতির আলোচনা পাওয়া যায়। সপ্তদশ শতাব্দীতে মুনাফার হারকে শতকরায় প্রকাশ আদর্শ ধরা হয়।

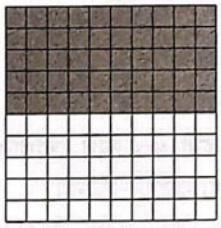
শতকরা সংক্রান্ত প্রাথমিক ধারণা:



$১\% = \frac{১}{১০০} = ১$ শতাংশ



$২৫\% = \frac{২৫}{১০০} = ২৫$ শতাংশ



$৫০\% = \frac{৫০}{১০০} = ৫০$ শতাংশ



$১০০\% = \frac{১০০}{১০০} = ১০০$ শতাংশ

শতকরা শব্দটির ইংরেজি পরিভাষা 'Percentage'। ল্যাটিন শব্দ 'per centum' থেকে 'Percentage' শব্দটির উৎপত্তি। 'per centum' শব্দটির অর্থ 'শতক দ্বারা'। গণিতশাস্ত্রে শতকরা হচ্ছে একটি সংখ্যা বা ভগ্নাংশ যাকে ১০০ এর অংশ হিসেবে প্রকাশ করা হয়। তাই 'Percent' শব্দটির অর্থ প্রতি শতকে। বর্তমানে $\frac{১}{১০০}$ এর পরিবর্তে '%' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। সাধারণত দুইটি স্বাভাবিক সংখ্যার অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশের প্রয়োজন হয়।

উদাহরণস্বরূপ: একটি আপেল গাছের মোট A সংখ্যক আপেলের মধ্যে B সংখ্যক আপেল পরিপক্ব। তাহলে আপেল গাছটিতে শতকরা কতটি আপেল পরিপক্ব? যেহেতু A সংখ্যক আপেলের মধ্যে B সংখ্যক আপেল পরিপক্ব, সুতরাং ১০০টি আপেলের মধ্যে পরিপক্ব হবে $\left(\frac{B}{A} \times ১০০\right)$ টি। অর্থাৎ, আপেল গাছটির $\left(\frac{B}{A} \times ১০০\right)\%$ আপেল পরিপক্ব।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ১৯টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৭টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়বলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - ভগ্নাংশ ও শতকরার পরস্পর রূপান্তর
  - দুইটি শতাংশের তুলনা
  - মোট পরিমাণ ও শতকরা পরিমাণ নির্ণয়
  - সমীকরণ গঠন করে অজ্ঞাত রাশি নির্ণয়
  - দুইটি রাশির মধ্যে শতকরার ভিত্তিতে তুলনা
  - কোনো রাশির শতকরা বৃদ্ধি সংক্রান্ত সমস্যা
  - দ্রব্য মূল্য বৃদ্ধি/হ্রাসে বব্যহার কমানো/বাড়ানো
  - মিশ্রণ সম্পর্কিত সমস্যাবলি
  - শতকরা হ্রাস/বৃদ্ধি সম্পর্কিত সমস্যাবলি
  - পণ্যের মূল্যের শতকরা হ্রাসের পরিমাণ হতে পরিবর্তিত মূল্য নির্ণয়

Type-01: ভগ্নাংশ ও শতকরার পরস্পর রূপান্তর

❖ একটি ভগ্নাংশ বা অনুপাত, $\frac{x}{y}$ বা $x : y$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়, যেখানে x ও y উভয়েই পূর্ণসংখ্যা এবং $y \neq 0$। যদি $\frac{x}{y}$ কে শতকরায় প্রকাশ করলে A হয় তবে,

$$A = \frac{X \times 100}{Y \times 100} = \frac{X \times \boxed{100}}{Y} \times \boxed{\frac{1}{100}} = \frac{X}{Y} \times 100\%$$

[এখানে $\frac{1}{100}$ কে % দ্বারা প্রতিস্থাপন করা হয়েছে]

❖ শতকরায় প্রকাশিত সংখ্যাকে সাধারণ ভগ্নাংশ বা অনুপাত আকারে প্রকাশ করা যায়। B% কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হলে % এর পরিবর্তে $\frac{1}{100}$ ব্যবহার করতে হবে।

$$\text{অর্থাৎ } B\% = B \times \frac{1}{100} = \frac{B}{100}$$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $১৩\frac{৩}{৪}\%$ এর সমান- [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১১}{৮০}$ (খ) $\frac{১১}{২০}$

(গ) $\frac{১}{৯}$ (ঘ) $\frac{১}{৮}$

সমাধান: $১৩\frac{৩}{৪}\% = \frac{৫৫}{৪}\% = \frac{৫৫}{৪} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১১}{৮০}$

উত্তর: (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{৭}{২৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ করলে কত হয়?
(ক) ২৫% (খ) ২৮%
(গ) ৩০% (ঘ) ৩৫%

সমাধান: $\frac{৭}{২৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ: $\frac{৭}{২৫} = \frac{৭}{২৫} \times ১০০\% = ২৮\%$
উত্তর: (খ)

০২। ৩.৫% কে অনুপাতে প্রকাশ করলে কি হবে?
(ক) ২০০ : ৭ (খ) ৩ : ৫
(গ) ২০০ : ৫ (ঘ) ৭ : ২০০

সমাধান: $৩.৫\% = ৩.৫ \times \frac{১}{১০০}$
$= \frac{৩৫}{১০ \times ১০০} = \frac{৩৫}{১০০০} = \frac{৭}{২০০} = ৭ : ২০০$
উত্তর : (ঘ)

০৩। বীনা রিনাকে তার মোট চকলেটের $\frac{৪}{৫}$ ভাগ চকলেট দিয়ে দিল। তাহলে রিনা বীনার শতকরা কয়টি চকলেট পেল?
(ক) ৬০% (খ) ৭০%
(গ) ৮০% (ঘ) ৯০%

সমাধান: $\frac{৪}{৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ করলে বীনার শতকরা চকলেট সংখ্যা পাওয়া যাবে।
$\frac{৪}{৫} = \frac{৪}{৫} \times ১০০\% = ৮০\%$
উত্তর: (গ)

Type-02 : দুইটি শতাংশের তুলনা

দুইটি রাশির পৃথকভাবে শতাংশের মধ্যে তুলনা করে একটির সাপেক্ষে অন্যটি নির্ণয় করা যায়।
যদি একটি রাশি, A এর B% এবং অপর রাশি, C এর D% সমান হয় তবে, A এর B% = C এর D% $\Rightarrow A \times \frac{B}{100} = C \times \frac{D}{100}$
$\therefore A \times B = C \times D$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৮০ এর ১০%, ২০০ এর কত শতাংশের সমান?
(ক) ২% (খ) ৩%
(গ) ৪% (ঘ) ৫%

সমাধান : এখানে, A = ৮০, B% = ১০%, C = ২০০, D% = ?
তাহলে, $A \times B = C \times D \Rightarrow D = \frac{A \times B}{C} \Rightarrow D = \frac{৮০ \times ১০}{২০০}$
$\therefore D = ৪$ $\therefore$ ৮০ এর ১০% = ২০০ এর ৪%
উত্তর : (গ)

০২। ১৫ এর কত শতাংশ ১ এর ১৫ শতাংশের সমান?
(ক) .০০১ (খ) .১
(গ) .০১ (ঘ) ১

সমাধান : এখানে x = ১৫ ও y = ১
আমরা জানি, x এর y% = y এর x%
$\therefore$ ১৫ এর ১% = ১ এর ১৫%
তাহলে, ১৫ এর ১ শতাংশ = ১ এর ১৫ শতাংশ
উত্তর : (ঘ)

০৩। ৭০ এর ১৫ শতাংশ ১৫ এর কত শতাংশের সমান?
(ক) ৭০ (খ) ১৫
(গ) ৩৫ (ঘ) ৭৫

সমাধান : এখানে, x = ৭০ এবং y = ১৫
আমরা জানি, x এর y% = y এর x%
$\therefore$ ৭০ এর ১৫% = ১৫ এর ৭০%
তাহলে, ৭০ এর ১৫ শতাংশ = ১৫ এর ৭০ শতাংশ
উত্তর : (ক)

০৪। যদি রাসেলের বেতনের ২০% সোহেলের বেতনের ৬০% হয়, তবে রাসেলের বেতন ৬০০০ টাকা হলে সোহেলের বেতন কত?
(ক) ১৫০০ টাকা (খ) ২০০০ টাকা
(গ) ২৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

সমাধান : এখানে, A = ৬০০০, B% = ২০%, D% = ৬০%, C = ?
তাহলে, $A \times B = C \times D$
$\Rightarrow C = \frac{A \times B}{D} \Rightarrow C = \frac{৬০০০ \times ২০}{৬০} \therefore C = ২০০০$
$\therefore$ সোহেলের বেতন ২০০০ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-03 : মোট পরিমাণ ও শতকরা পরিমাণ সংক্রান্ত

শতকরা বিষয়ক সমস্যায় তিন ধরনের মান পাওয়া যায়।
(১) আলোচ্য বিষয়ের মোট উপাদান
(২) আলোচ্য বিষয়ের শতকরা হার
(৩) শতকরা হারে প্রাপ্ত মান
যেমন:

❖ যদি ১৫টি পোশাকের মধ্যে শতকরা ৪০ ভাগ পোশাক শার্ট হয় তবে ১৫টি পোশাকের মধ্যে কতটি শার্ট নয়?
[২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬ (খ) ৯
(গ) ১২ (ঘ) ১০

ব্যাখ্যা: প্রশ্নটিতে, মোট উপাদান= ১৫টি পোশাক
শতকরা হার = শতকরা ৪০ ভাগ
শতকরা হারে প্রাপ্ত মান = নির্ণয় করতে হবে
মোট পরিমান থেকে শার্টের পরিমান বাদ দিলে কতটি শার্ট নয় সেটা পাওয়া যাবে।

সমাধান: ১০০ টি পোশাকের মধ্যে শার্ট হয় ৪০টি
$\therefore$ ১ টি পোশাকের মধ্যে শার্ট হয় $\frac{৪০}{১০০}$ টি
$\therefore$ ১৫ টি পোশাকের মধ্যে শার্ট হয় $\frac{৪০ \times ১৫}{১০০}$ টি = ৬টি
অতএব, ১৫ টি পোশাকের মধ্যে শার্ট নয় = (১৫ – ৬) টি
= ৯টি

বিকল্প: শার্ট আছে = ১৫ এর ৪০% = ১৫ এর $\frac{৪০}{১০০}$ = ৬টি
$\therefore$ শার্ট নয় = (১৫ – ৬) টি = ৯টি
উত্তর : (খ)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। মি. রেজা তাঁর সম্পদের ১২% স্ত্রীকে, ৫৮% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৭২০০০০/- টাকা মেয়েকে দিলেন। তার সম্পদের মোট মূল্য কত? [৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪০০০০০ টাকা (খ) ২০০০০০০ টাকা
(গ) ১৬০০০০০ টাকা (ঘ) ১২০০০০০ টাকা

সমাধান: মি. রেজা তার স্ত্রী ও ছেলেকে মোট দিলেন,
= (১২ + ৫৮)% = ৭০%
তাহলে অবশিষ্ট রইল = (১০০ − ৭০)% = ৩০%
∴ মি. রেজা মোট সম্পদের শতকরা ৩০% মেয়েকে দিলেন।
এখন, ৩০ টাকা মেয়েকে দিলে সম্পদের মোট মূল্য ১০০ টাকা
∴ ১ টাকা মেয়েকে দিলে সম্পদের মোট মূল্য $\frac{১০০}{৩০}$ টাকা
∴ ৭২০০০০ টাকা মেয়েকে দিলে সম্পদের মোট মূল্য,
$= \frac{১০০\times৭২০০০০}{৩০} = ২৪০০০০০$ টাকা

বিকল্প: মি. রেজা তার স্ত্রী ও ছেলেকে মোট দিলেন,
= (১২ + ৫৮)% = ৭০%
তাহলে অবশিষ্ট রইল = (১০০ − ৭০)% = ৩০%
৩০% সম্পত্তির মূল্য = ৭২০০০০ টাকা
∴ ১% সম্পত্তির মূল্য = $\frac{৭২০০০০}{৩০}$ টাকা
∴ ১০০% সম্পত্তির মূল্য = $\frac{৭২০০০০\times১০০}{৩০}$ টাকা
= ২৪০০০০০ টাকা

উত্তর: (ক)

০২। ৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনে ৪ টাকা হারে ভ্যাট দিলে মোট কত ভ্যাট দিতে হবে? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৪ টাকা (খ) ৪২ টাকা
(গ) ১২ টাকা (ঘ) ১০৫ টাকা

সমাধান : ৩ কেজি মিষ্টির মূল্য = (৩ × ৩৫০) = ১০৫০ টাকা
মিষ্টির মূল্য ১০০ টাকা হলে ভ্যাট দিতে হবে ৪ টাকা
∴ মিষ্টির মূল্য ১ টাকা হলে ভ্যাট দিতে হবে $\frac{৪}{১০০}$ টাকা
∴ মিষ্টির মূল্য ১০৫০ টাকা হলে ভ্যাট দিতে হবে,
$= \frac{৪\times১০৫০}{১০০} = ৪২$ টাকা

উত্তর : (খ)

০৩। ৬০ জন ছাত্রের মধ্যে ৪২ জন ফেল করলে পাশের হার কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (বাতিল)]

(ক) ২৫% (খ) ২৮%
(গ) ৩০% (ঘ) ৩২%

সমাধান: পাশ করা ছাত্রের সংখ্যা = (৬০ − ৪২) জন = ১৮ জন
৬০ জন ছাত্রের মধ্যে পাশ করে ১৮ জন
∴ ১ জন ছাত্রের মধ্যে পাশ করে $\frac{১৮}{৬০}$ জন
∴ ১০০ জন ছাত্রের মধ্যে পাশ করে $\frac{১৮\times১০০}{৬০}$ জন = ৩০ জন
∴ শতকরা ৩০ জন পাশ করে বা পাশের হার ৩০%।

উত্তর : (গ)

০৪। $\frac{১}{২}$ এর শতকরা কত $\frac{৩}{৪}$ হবে? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১২০% (খ) ১২৫%
(গ) ১৪০% (ঘ) ১৫০%

সমাধান : মনে করি, $\frac{১}{২}$ এর x% = $\frac{৩}{৪}$ $\Rightarrow \frac{x}{২\times১০০} = \frac{৩}{৪}$
$\Rightarrow x = \frac{৩\times২\times১০০}{৪}$ ∴ x = ১৫০

উত্তর : (ঘ)

০৫। ৮ জন লোক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। দুজন লোক কমিয়ে দিলে কাজটি সম্পূর্ণ করতে শতকরা কত দিন বেশি লাগবে? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৫% (খ) ৩৩ $\frac{১}{৩}$%
(গ) ৫০% (ঘ) ৬৬ $\frac{২}{৩}$%

সমাধান : ২ জন লোক কমে গেলে পরিবর্তিত লোকসংখ্যা,
= (৮ − ২) = ৬ জন
এখন, ৮ জন লোক কাজটি সম্পূর্ণ করতে পারে ১২ দিনে
∴ ১ জন লোক কাজটি সম্পূর্ণ করতে পারে (১২ × ৮) দিনে
∴ ৬ জন লোক কাজটি সম্পূর্ণ করতে পারে $\frac{১২\times৮}{৬}$ = ১৬ দিনে
∴ সময় বেশি লাগে = (১৬ − ১২) দিন = ৪ দিন
১২ দিন হতে সময় বেশি লাগে ৪ দিন
∴ ১ দিন হতে সময় বেশি লাগে $\frac{৪}{১২}$ দিন
∴ ১০০ দিন হতে সময় বেশি লাগে $\frac{৪\times১০০}{১২} = \frac{১০০}{৩} = ৩৩\frac{১}{৩}$ দিন
∴ শতকরা ৩৩ $\frac{১}{৩}$ দিন বেশি লাগবে।

উত্তর : (খ)

০৬। একটি কম্পিউটার বিজ্ঞান পরীক্ষায় ৩০% পরীক্ষার্থী পাশ করেছে। যারা পাশ করতে পারেনি তাদের ১২ জন কম্পিউটার বিজ্ঞান কোর্সে অংশগ্রহণ করেছে এবং ৩০ জন উক্ত কোর্সে অংশগ্রহণ করেনি। কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছে? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬০ জন (খ) ৮০ জন
(গ) ১০০ জন (ঘ) ১২০ জন

সমাধান: পাশ করতে পারেনি এমন পরীক্ষার্থীর সংখ্যা,
= (১২ + ৩০) = ৪২ জন
আবার, শতকরা পাশ করতে পারেনি = (১০০ − ৩০)% = ৭০%
তাহলে,
৭০ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন
∴ ১ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী $\frac{১০০}{৭০}$ জন
∴ ৪২ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী,
$= \frac{১০০\times৪২}{৭০} = ৬০$ জন

বিকল্প: পাশ করতে পারেনি এমন পরীক্ষার্থীর সংখ্যা,
= (১২ + ৩০) = ৪২ জন
৭০% = ৪২ জন
∴ ১% = $\frac{৪২}{৭০}$ জন
∴ ১০০% = $\frac{৪২\times১০০}{৭০}$ = ৬০ জন

উত্তর: (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৫১ কোন সংখ্যার ৬০%?
(ক) ৮০ (খ) ৮২
(গ) ৮৪ (ঘ) ৮৫

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x
∴ x এর ৬০% = ৫১
$\Rightarrow \frac{৬০x}{১০০} = ৫১ \Rightarrow \frac{৩x}{৫} = ৫১$
$\Rightarrow x = \frac{৫১\times৫}{৩}$ ∴ x = ৮৫
উত্তর : (ঘ)

০২। ৪০০ টাকার শতকরা কত ২৫ টাকা?
(ক) ৬.২৫% (খ) ৭%
(গ) ৭.২৫% (ঘ) ৮%

সমাধান : মনে করি, ৪০০ এর x% = ২৫
$\Rightarrow ৪০০ \times \frac{x}{১০০} = ২৫$
$\Rightarrow x = \frac{২৫\times১০০}{৪০০}$ ∴ x = ৬.২৫
উত্তর : (ক)

০৩। একটি প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় ৬০% পরীক্ষার্থী পাশ করেছে। যারা পাশ করেনি তাদের ১৫ জন বিদেশে চলে গেল এবং ৪৫ জন ব্যবসা শুরু করল। কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছে?
(ক) ১০০ জন (খ) ১৫০ জন
(গ) ২০০ জন (ঘ) ৩০০ জন

সমাধান: পাশ না করা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা (১৫ + ৪৫) জন = ৬০ জন
এবং শতকরা পাশ করেনি = (১০০ – ৬০) % = ৪০%
৪০ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন
∴ ১ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী $\frac{১০০}{৪০}$ জন
∴ ৬০ জন পরীক্ষার্থী পাশ না করলে মোট পরীক্ষার্থী,
$= \frac{১০০\times৬০}{৪০} = ১৫০$ জন

S/M: পাশ না করা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা (১৫ + ৪৫) = ৬০ জন
এবং শতকরা পাশ করেনি = (১০০ – ৬০) % = ৪০%
তাহলে, ৪০% = ৬০ জন
∴ ১% = $\frac{৬০}{৪০}$ জন
∴ ১০০% = $\frac{১০০\times৬০}{৪০} = ১৫০$ জন
উত্তর : (খ)

০৪। জাহিদ ১০% কমিশনে একটি বই ক্রয় করে দোকানীকে ১৮০ টাকা দিল। বইটির প্রকৃত মূল্য কত টাকা?
(ক) ১০০ (খ) ৫০
(গ) ১৫০ (ঘ) ২০০

সমাধান: ১০% কমিশনে বইয়ের বর্তমান মূল্য = (১০০ – ১০) = ৯০ টাকা
এখন,
বইয়ের বর্তমান মূল্য ৯০ টাকা হলে প্রকৃত মূল্য ১০০ টাকা
∴ বইয়ের বর্তমান মূল্য ১ টাকা হলে প্রকৃত মূল্য $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা
∴ বইয়ের বর্তমান মূল্য ১৮০ টাকা হলে প্রকৃত মূল্য,
$= \frac{১০০\times১৮০}{৯০} = ২০০$ টাকা

বিকল্প: কমিশনে বইয়ের শতকরা মূল্য = (১০০ – ১০) % = ৯০%
তাহলে, ৯০% = ১৮০ টাকা
∴ ১% = $\frac{১৮০}{৯০}$ টাকা
∴ ১০০% = $\frac{১০০\times১৮০}{৯০} = ২০০$ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০৫। একটি বাক্সে যতগুলো মার্বেল আছে তার ৩০% কালো এবং বাকিগুলো লাল। যদি ঐ বাক্সে ২১০ টি লাল মার্বেল থাকে তবে ঐ বাক্সে মোট কতটি মার্বেল আছে?
(ক) ২৮০ (খ) ৩০০
(গ) ৩৫০ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান: শতকরা লাল মার্বেল আছে = (১০০ – ৩০) টি = ৭০টি
৭০টি লাল মার্বেল থাকলে মোট মার্বেল ১০০ টি
∴ ১টি লাল মার্বেল থাকলে মোট মার্বেল $\frac{১০০}{৭০}$ টি
∴ ২১০টি লাল মার্বেল থাকলে মোট মার্বেল,
$= \frac{১০০\times২১০}{৭০} = ৩০০$ টি

বিকল্প: শতকরা লাল মার্বেল = (১০০ – ৩০)% = ৭০%
তাহলে, ৭০% = ২১০ টি
∴ ১% = $\frac{২১০}{৭০}$ টি
∴ ১০০% = $\frac{১০০\times২১০}{৭০} = ৩০০$ টি
উত্তর : (খ)

০৬। একটি ভোট কেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পেয়ে একজন প্রার্থী নির্বাচিত হয়েছেন। তিনি তার একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী অপেক্ষা ১০,০০০ ভোট বেশি পেয়েছেন। ভোট কেন্দ্রে কতজন ভোটার উপস্থিত ছিল?
(ক) ১,০০,০০০ (খ) ১,২০,০০০
(গ) ৫৮,২০০ (ঘ) ৯৭,২০০

সমাধান: প্রতিদ্বন্দ্বী প্রার্থী ভোট পায় = (১০০ – ৫৫)% = ৪৫%
∴ নির্বাচিত প্রার্থী ভোট বেশি পেয়েছে = (৫৫ – ৪৫)% = ১০%
১০ ভোট বেশি পেয়ে থাকলে মোট ভোটার ১০০ জন
∴ ১ ভোট বেশি পেয়ে থাকলে মোট ভোটার $\frac{১০০}{১০}$ জন
∴ ১০০০০ ভোট বেশি পেয়ে থাকলে মোট ভোটার,
$= \frac{১০০\times১০০০০}{১০} = ১০০০০০$ জন

বিকল্প: প্রতিদ্বন্দ্বী প্রার্থী ভোট পায় = (১০০ – ৫৫)% = ৪৫%
∴ ভোট বেশি পেয়েছে = (৫৫ – ৪৫)% = ১০%
তাহলে, ১০% = ১০,০০০ ভোট
∴ ১% = $\frac{১০০\times১০,০০০}{১০}$ ভোট
∴ ১০০% = $\frac{১০০\times১০,০০০}{১০}$
= ১,০০,০০০ ভোট
উত্তর: (ক)

০৭। একটি স্কুলে মোট ৫০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০% ছাত্রী। কোন এক বুধবারে ৪০ জন ছাত্র অনুপস্থিত ছিল। ঐদিন শতকরা কত জন ছাত্র উপস্থিত ছিল?

(ক) ৯০% (খ) ৮০%
(গ) ৭৫% (ঘ) ৫০%

সমাধান : স্কুলের ছাত্রী সংখ্যা = ৫০০ এর ২০% = $\frac{৫০০\times২০}{১০০}$ = ১০০ জন
∴ স্কুলের ছাত্র সংখ্যা = (৫০০ – ১০০) জন = ৪০০ জন
তাহলে উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = (৪০০ – ৪০) জন = ৩৬০ জন
এখন, ৪০০ জন ছাত্রের মধ্যে উপস্থিত ৩৬০ জন
∴ ১ জন ছাত্রের মধ্যে উপস্থিত $\frac{৩৬০}{৪০০}$ জন
∴ ১০০ জন ছাত্রের মধ্যে উপস্থিত $\frac{৩৬০\times১০০}{৪০০}$ জন = ৯০ জন
উত্তর : (ক)

০৮। একজন টেলিভিশন বিক্রেতাকে বিক্রয়মূল্যের উপর ১২% হারে কর দিতে হয়। যে টেলিভিশনের বিক্রয়মূল্য ১৯,৪০০ টাকা, তার জন্য কত টাকা কর দিতে হবে?

(ক) ১৬৭৫ টাকা (খ) ২৩২৮ টাকা
(গ) ২৬০০ টাকা (ঘ) ২৭০০ টাকা

সমাধান : ১০০ টাকায় কর দিতে হয় ১২ টাকা
∴ ১ টাকায় কর দিতে হয় $\frac{১২}{১০০}$ টাকা
∴ ১৯৪০০ টাকায় কর দিতে হয় $\frac{১২\times১৯৪০০}{১০০}$ = ২৩২৮ টাকা
উত্তর : (খ)

০৯। জাওয়াদ মোবাইলে ৫ মিনিট কথা বলল। প্রতি মিনিটের মূল্য ১.৫০ টাকা এবং ভ্যাট ১৫% হলে মোট কত টাকা বিল হবে?

(ক) ৮.৬২৫ টাকা (খ) ৬.৮২৫ টাকা
(গ) ৭.৫০০ টাকা (ঘ) ১.১২৫ টাকা

সমাধান : মোবাইলের মোট বিল = (৫ × ১.৫) = ৭.৫ টাকা
১০০ টাকার ভ্যাটের পরিমাণ ১৫ টাকা
∴ ১ টাকার ভ্যাটের পরিমাণ $\frac{১৫}{১০০}$ টাকা
∴ ৭.৫ টাকার ভ্যাটের পরিমাণ $\frac{১৫\times৭.৫}{১০০}$ = ১.১২৫ টাকা
∴ মোট বিল = (৭.৫ + ১.১২৫) = ৮.৬২৫ টাকা
উত্তর : (ক)

Type-04 : সমীকরণ গঠন করে অজ্ঞাত রাশি নির্ণয়

প্রশ্নের প্রদত্ত শর্তের আলোকে শতকরা ব্যবহার করে সমীকরণ গঠন করার পর অজ্ঞাত রাশির মান নির্ণয় করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে ফলাফল হবে ৬০। তবে সংখ্যাটি কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৫০ (খ) ১০০
(গ) ২০০ (ঘ) ৩০০

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি = x
তাহলে, x এর ৬০% – ৬০ = ৬০
⇒ $\frac{৬০x}{১০০}$ = ৬০ + ৬০ ⇒ $\frac{৬x}{১০}$ = ১২০
⇒ x = $\frac{১২০\times১০}{৬}$ ∴ x = ২০০
উত্তর : (গ)

Note: কোনো রাশির নির্দিষ্ট শতকরা পরিমাণ হতে একই পরিমাণ বিয়োগ করে যদি একই পরিমাণ পাওয়া যায় তবে রাশির মান 200।

০২। কোনো সংখ্যার ৪০% এর সাথে ৪২ যোগ করলে ফলাফল হবে ঐ সংখ্যাটি। উহা কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭০ (খ) ৮০
(গ) ৯০ (ঘ) ৭৫

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, x এর ৪০% + ৪২ = x
⇒ x এর $\frac{৪০}{১০০}$ + ৪২ = x
⇒ $\frac{৪০x}{১০০}$ + ৪২ = x
⇒ x – $\frac{৪০x}{১০০}$ = ৪২
⇒ $\frac{৬০x}{১০০}$ = ৪২ ⇒ $\frac{৬x}{১০}$ = ৪২
⇒ x = $\frac{৪২\times১০}{৬}$ ∴ x = ৭০
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন সংখ্যার ৭৫% এর সাথে ৪০ যোগ করলে ১০০০ সংখ্যাটি পাওয়া যাবে?

(ক) ১৬০০ (খ) ১৭০০
(গ) ১২৮০ (ঘ) ১৫৪০

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x
প্রশ্নমতে, x এর ৭৫% + ৪০ = ১০০০
⇒ $\frac{৭৫\times x}{১০০}$ + ৪০ = ১০০০
⇒ $\frac{৭৫\times x}{১০০}$ = ১০০০ – ৪০
⇒ ৭৫ × x = ৯৬০ × ১০০
⇒ x = $\frac{৯৬০\times১০০}{৭৫}$ ∴ x = ১২৮০
∴ সংখ্যাটি ১২৮০
উত্তর : (গ)

০২। কোন সংখ্যার ৩৭% থেকে ৩৭ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩৭ হবে?

(ক) ৭৪ (খ) ১১১
(গ) ১৪৮ (ঘ) ২০০

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x
তাহলে, x এর ৩৭% – ৩৭ = ৩৭
⇒ $\frac{৩৭x}{১০০}$ = ৩৭ + ৩৭
⇒ x = $\frac{৭৪\times১০০}{৩৭}$ ∴ x = ২০০
উত্তর : (ঘ)

০৩। মনিরের আয়ের ৬০% যে সঞ্চয় করে। যদি আরও ২৫০০ টাকা সঞ্চয় করা হত তাহলে মোট ৮৫০০ টাকা সঞ্চয় হত। মনিরের আয় কত?

(ক) ৯০০০ টাকা (খ) ১০০০০ টাকা
(গ) ১১০০০ টাকা (ঘ) ১২০০০ টাকা

সমাধান : মনে করি, মনিরের আয় x টাকা

প্রশ্নমতে, x এর ৬০% + ২৫০০ = ৮৫০০

$\Rightarrow \frac{x\times 60}{100} + 2500 = 8500$

$\Rightarrow \frac{x\times 60}{100} = 8500 - 2500$

$\Rightarrow x = \frac{6000\times 100}{60}$

$\therefore x = 10000$

∴ মনিরের আয় ১০০০০ টাকা

উত্তর : (খ)

০৪। মিলি তার বেতনের ৪০% টাকা তার ভাইকে দিল। তার ভাই সেই টাকা থেকে ১৮০০ টাকা খরচ করল। ভাইয়ের কাছে আর ১৭০০ টাকা থাকলে মিলির বেতন কত?

(ক) ৭০০০ টাকা (খ) ৮৭৫০ টাকা
(গ) ৬২৫০ টাকা (ঘ) ৮২৫০ টাকা

সমাধান : মনে করি, মিলির বেতন x টাকা

তাহলে, x এর ৪০% − ১৮০০ = ১৭০০

$\Rightarrow \frac{40\times x}{100} - 1800 = 1700$

$\Rightarrow \frac{40\times x}{100} = 1700 + 1800$

$\Rightarrow x = \frac{3500\times 100}{40}$

$\therefore x = 8750$ টাকা

উত্তর : (খ)

০৫। মিনির মোট চকলেট থেকে ৮০% চকলেট রিনিকে দেওয়া হলো। রিনিকে আরও ১৫৫ টি চকলেট দিলে যদি মিনির মোট চকলেটের সমান হয় তবে মিনির মোট চকলেট কতটি?

(ক) ৭০০টি (খ) ৭৩০টি
(গ) ৭৭৫টি (ঘ) ৭৭৭টি

সমাধান : মনে করি, মিনির চকলেট সংখ্যা x টি

প্রশ্নমতে, x এর ৮০% + ১৫৫ = x

$\Rightarrow \frac{x\times 80}{100} + 155 = x$

$\Rightarrow x \times 80 + 15500 = x \times 100$

$\Rightarrow x \times 100 - x \times 80 = 15500$

$\Rightarrow x \times 20 = 15500$

$\Rightarrow x = \frac{15500}{20}$ ∴ x = ৭৭৫

∴ মিনির চকলেট ৭৭৫ টি।

S/M : এখানে, ২০% = ১৫৫ ∴ $1\% = \frac{155}{20}$

$\therefore 100\% = \frac{100\times 155}{20} =$ ৭৭৫ টি

উত্তর : (গ)

Type-05 : দুইটি রাশির মধ্যে শতকরার ভিত্তিতে তুলনা

- প্রথম রাশির মান দ্বিতীয় রাশির মান অপেক্ষা x% বেশি হলে, দ্বিতীয় রাশির মান প্রথম রাশির মান অপেক্ষা শতকরা কম, $y = \frac{x}{100+x}\times 100\%$
- প্রথম রাশির মান দ্বিতীয় রাশির মান অপেক্ষা x% কম হলে, দ্বিতীয় রাশির মান প্রথম রাশির মান অপেক্ষা শতকরা বেশি, $y = \frac{x}{100-x}\times 100\%$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ক-এর বেতন খ-এর বেতন অপেক্ষা শতকরা ৩৫ টাকা বেশি হলে খ-এর বেতন ক-এর বেতন অপেক্ষা কত টাকা কম? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৭ টাকা (খ) ২৫.৯৩ টাকা
(গ) ৪০ টাকা (ঘ) ২৫.৫০ টাকা

সমাধান : খ এর বেতন ১০০ টাকা হলে ক এর বেতন,

= (১০০ + ৩৫) টাকা = ১৩৫ টাকা

এখন, ক এর বেতন ১৩৫ টাকা হলে খ এর বেতন ১০০ টাকা

∴ ক এর বেতন ১ টাকা হলে খ এর বেতন $\frac{100}{135}$ টাকা

∴ ক এর বেতন ১০০ টাকা হলে খ এর বেতন,

$= \frac{100\times 100}{135}$ টাকা = ৭৪.০৭ টাকা (প্রায়)

∴ খ এর বেতন ক এর বেতন অপেক্ষা শতকরা কম,

= (১০০ − ৭৪.০৭) টাকা (প্রায়)

= ২৫.৯৩ টাকা (প্রায়)

S/M : এখানে, x = ৩৫

$\therefore y = \frac{x}{100+x}\times 100\%$

$= \frac{35}{100+35}\times 100\% = 25.93\%$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। মাউসের মূল্য কীবোর্ডের মূল্যের চেয়ে ৫% বেশি হলে, কীবোর্ডের মূল্য মাউসের চেয়ে কত কম?

(ক) ৪.৫% (খ) ৪.৭৬%
(গ) ৫.২% (ঘ) ৫.৭%

সমাধান : কীবোর্ডের মূল্য ১০০ টাকা হলে মাউসের মূল্য,

= (১০০ + ৫) পাবে = ১০৫ টাকা

এখন মাউসের মূল্য,

১০৫ টাকা হলে কীবোর্ডের মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ টাকা হলে কীবোর্ডের মূল্য $\frac{100}{105}$ টাকা

∴ ১০০ টাকা হলে কীবোর্ডের মূল্য $\frac{100\times 100}{105}$ টাকা

= ৯৫.২৪ টাকা (প্রায়)

∴ কীবোর্ডের মূল্য মাউসের মূল্যের চেয়ে কম,

= (১০০ − ৯৫.২৪) = ৪.৭৬ টাকা (প্রায়)

S/M : এখানে, $x = ৫$

$\therefore y = \frac{x}{100+x} \times 100\%$

$= \frac{৫}{১০০+৫} \times ১০০\%$

$= ৪.৭৬\%$

উত্তর : (খ)

০২। মামুনের আয় রশিদের আয় অপেক্ষা ৩০% কম হলে রশিদের আয় মামুনের আয়ের শতকরা কত বেশি?

(ক) ৪৫.৮৫% টাকা (খ) ৫০.৪৫% টাকা

(গ) ৪২.৮৬% টাকা (ঘ) ৪৫.৫% টাকা

সমাধান : রশিদের আয় ১০০ টাকা হলে মামুনের আয়,

$= (১০০ - ৩০) = ৭০$ টাকা

এখন,

মামুনের আয় ৭০ টাকা হলে রশিদের আয় ১০০ টাকা

$\therefore$ মামুনের আয় ১ টাকা হলে রশিদের আয় $\frac{১০০}{৭০}$ টাকা

$\therefore$ মামুনের আয় ১০০ টাকা হলে রশিদের আয়,

$= \frac{১০০ \times ১০০}{৭০} = ১৪২.৮৬$ টাকা

$\therefore$ রশিদের আয় অপেক্ষা মামুনের আয় বেশি,

$= (১৪২.৮৬ - ১০০)\% = ৪২.৮৬\%$

S/M : এখানে, $x = ৩০$

$\therefore y = \frac{x}{100-x} \times 100\%$

$= \frac{৩০}{১০০-৩০} \times ১০০\% = ৪২.৮৬\%$

উত্তর : (গ)

০৩। প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য চটের ব্যাগের মূল্য অপেক্ষা ২৪% কম হলে চটের ব্যাগের মূল্য প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য অপেক্ষা কত বেশি হবে?

(ক) ৩১.৫৮% (খ) ৩০.৫%

(গ) ৩২.৬% (ঘ) ৩৩.৮%

সমাধান : চটের ব্যাগের মূল্য ১০০ টাকা হলে প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য,

$= (১০০ - ২৪) = ৭৬$ টাকা

এখন, প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য ৭৬ টাকা হলে,

চটের ব্যাগের মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য ১ টাকা হলে,

চটের ব্যাগের মূল্য $\frac{১০০}{৭৬}$ টাকা

$\therefore$ প্লাস্টিক ব্যাগের মূল্য ১০০ টাকা হলে,

চটের ব্যাগের মূল্য $= \frac{১০০ \times ১০০}{৭৬} = ১৩১.৫৮$ টাকা

$\therefore$ চটের ব্যাগের মূল্য প্লাস্টিক ব্যাগ অপেক্ষা বেশি,

$= (১৩১.৫৮ - ১০০)\% = ৩১.৫৮\%$

S/M : এখানে, $x = ২৪$

$\therefore y = \frac{x}{100-x} \times 100\%$

$= \frac{২৪}{১০০-২৪} \times ১০০\%$

$= ৩১.৫৮\%$

উত্তর : (ক)

Type-06 : কোনো রাশির শতকরা বৃদ্ধি সংক্রান্ত সমস্যা

কোনো রাশি শতকরা নির্দিষ্ট পরিমাণে বৃদ্ধি পেলে, রাশিটির বর্তমান মান ও পূর্বের মানের মধ্যে সম্পর্ক নিম্নরূপ-

$$P = \frac{100}{100+r} \times C$$

যেখানে, r = রাশিটির শতকরা বৃদ্ধির পরিমাণ,

P = রাশিটির পূর্বের মান;

C = রাশিটির বর্তমান মান

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। রাসেলের মাসিক বেতন ১০% বৃদ্ধি পেয়ে ১,৬৫০ টাকা হল। রাসেলের মাসিক বেতন পূর্বে কত ছিল?

(ক) ১,৪০০ টাকা (খ) ১৪৫০ টাকা

(গ) ১,৪৭৫ টাকা (ঘ) ১,৫০০ টাকা

সমাধান : ১০% বৃদ্ধিতে, পূর্বের বেতন ১০০ টাকা হলে বর্তমান বেতন

$= (১০০ + ১০)$ টাকা $= ১১০$ টাকা

বর্তমান বেতন ১১০ টাকা হলে পূর্বের বেতন ১০০ টাকা

$\therefore$ বর্তমান বেতন ১ টাকা হলে পূর্বের বেতন $\frac{১০০}{১১০}$ টাকা

$\therefore$ বর্তমান বেতন ১৬৫০ টাকা হলে পূর্বের বেতন

$\frac{১৬৫০ \times ১০০}{১১০} = ১৫০০$ টাকা

$\therefore$ পূর্বে বেতন ছিল ১৫০০ টাকা।

S/M : এখানে, $r = ১০$, $C = ১৬৫০$, $P = ?$

$\therefore P = \frac{100}{100+r} \times C$

$= \frac{১০০}{১০০+১০} \times ১৬৫০ = ১৫০০$

উত্তর : (ঘ)

০২। কোনো বছরে একটি গ্রামের লোকসংখ্যা ১২% বাড়ে। বছরের শেষে লোক সংখ্যা ৩৩৬০ হলে, বছরের শুরুতে লোকসংখ্যা কত ছিল?

(ক) ২৮০০ (খ) ২৯০০

(গ) ৩০০০ (ঘ) ৩০৫০

সমাধান : ১২% বৃদ্ধিতে, বছরের শুরুর জনসংখ্যা ১০০ জন হলে

শেষের জনসংখ্যা $= (১০০ + ১২)$ জন $= ১১২$ জন

বছরের শেষে জনসংখ্যা ১১২ জন হলে শুরুতে ছিল ১০০ জন

$\therefore$ বছরের শেষে জনসংখ্যা ১ জন হলে শুরুতে ছিল $\frac{১০০}{১১২}$ জন

$\therefore$ বছরের শেষে জনসংখ্যা ৩৩৬০ জন হলে শুরুতে ছিল,

$= \frac{১০০ \times ৩৩৬০}{১১২} = ৩০০০$ জন

S/M : এখানে, $r = ১২$, $C = ৩৩৬০$, $P = ?$

$\therefore P = \frac{100}{100+r} \times C$

$= \frac{১০০}{১০০+১২} \times ৩৩৬০ = ৩০০০$

উত্তর : (গ)

০৩। সামাদ সাহেবের মাসিক বেতন ১২০০০ টাকা। এক বছর পর তার বেতন ১১% বৃদ্ধি পেল। আগামী বছর সামাদ সাহেব কত টাকা মাসিক বেতনে বছর শুরু করবেন?
(ক) ১২০৭৫ টাকা (খ) ১৩৩২০ টাকা
(গ) ১৬০০০ টাকা (ঘ) ১৪৪০০ টাকা

সমাধান : ১১% বৃদ্ধিতে পূর্বের বেতন ১০০ টাকা হলে,
বর্তমান বেতন = (১০০ + ১১) টাকা = ১১১ টাকা
পূর্বের বেতন ১০০ টাকা হলে বর্তমান বেতন ১১১ টাকা
∴ পূর্বের বেতন ১ টাকা হলে বর্তমান বেতন $\frac{১১১}{১০০}$ টাকা
∴ পূর্বের বেতন ১২০০০ টাকা হলে বর্তমান বেতন,
$= \frac{১১১ \times ১২০০০}{১০০}$ টাকা = ১৩৩২০ টাকা

S/M : এখানে, P = ১২০০০ টাকা, r = ১১, C =?
$\therefore P = \frac{100}{100 + r} \times C$
$\Rightarrow ১২০০০ = \frac{১০০}{১০০+১১} \times C$
$\Rightarrow C = \frac{১১১ \times ১২০০০}{১০০}$ ∴ C = ১৩৩২০ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-07 : দ্রব্য মূল্য বৃদ্ধি/হ্রাসে ব্যবহার কমানো/বাড়ানো

কোনো জিনিসের মূল্য নির্দিষ্ট শতকরা পরিমাণে বৃদ্ধি পাওয়ায় যদি এর ব্যবহার নির্দিষ্ট শতকরা পরিমাণে হ্রাস করা যায় তবে মূল্য বৃদ্ধি বাবদ অতিরিক্ত ব্যয় হবে না। কোনো জিনিসের মূল্য r% বৃদ্ধি পাওয়ায় P% ব্যবহার কমালে যদি মূল্য বৃদ্ধি বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি না পায় তবে r% বৃদ্ধিতে,

মূল্য বৃদ্ধিতে ব্যবহার কমাতে হবে $= \frac{r}{100 + r} \times 100\%$ যেখানে, r = শতকরা মূল্য বৃদ্ধি
অনুরূপভাবে, মূল্য হ্রাসে ব্যবহার বাড়াতে হবে $= \frac{r}{100 - r} \times 100\%$ যেখানে, r = শতকরা মূল্য হ্রাস

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। চিনির মূল্য ১০% কমে যাওয়ায় চিনির ব্যবহার শতকরা কত ভাগ বাড়ালে চিনি বাবদ খরচ একই থাকবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৮% (খ) $৮\frac{১}{২}\%$
(গ) ১০% (ঘ) $১১\frac{১}{৯}\%$

সমাধান : ১০% কমে যাওয়ায় চিনির মূল্য,
= (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
৯০ টাকায় চিনির ব্যবহার বাড়াতে হবে ১০ টাকার
∴ ১ টাকায় চিনির ব্যবহার বাড়াতে হবে $\frac{১০}{৯০}$ টাকার
∴ ১০০ টাকায় চিনির ব্যবহার বাড়াতে হবে,
$= \frac{১০ \times ১০০}{৯০} = \frac{১০০}{৯} = ১১\frac{১}{৯}$ টাকার

S/M : এখানে, r = ১০
$\therefore P = \frac{r}{100 - r} \times 100\%$
$= \frac{১০}{১০০ - ১০} \times ১০০\%$
$= ১১\frac{১}{৯}\%$
উত্তরঃ (ঘ)

০২। যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না? [৩৬তম ও ২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১৬% (খ) ২০%
(গ) ২৫% (ঘ) ২৪%

সমাধান : ২৫% বৃদ্ধিতে, ১০০ টাকার তেলের বর্তমান মূল্য,
= (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
তাহলে,
১২৫ টাকার তেলের ব্যবহার কমাতে হবে ২৫ টাকার
∴ ১ টাকার তেলের ব্যবহার কমাতে হবে $\frac{২৫}{১২৫}$ টাকার
∴ ১০০ টাকার তেলের ব্যবহার কমাতে হবে,
$= \frac{২৫ \times ১০০}{১২৫} = ২০$ টাকার
∴ শতকরা ২০% ব্যবহার কমাতে হবে।

S/M : এখানে, r = ২৫
$\therefore P = \frac{r}{100 + r} \times 100\%$
$= \frac{২৫}{১০০ + ২৫} \times ১০০\% = ২০\%$
উত্তর : (খ)

০৩। চালের দাম ২৫% বেড়ে যাওয়ায় এক ব্যক্তি চালের ব্যবহার এমনভাবে কমালেন যেন তার সাংসারিক ব্যয় অপরিবর্তিত থাকে। তিনি চালের ব্যবহার শতকরা কত ভাগ কমালেন? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২০% (খ) ১৬%
(গ) ১৮% (ঘ) ১৫%

সমাধান : ২৫% বৃদ্ধিতে, ১০০ টাকার চালের বর্তমান মূল্য,
= (১০০ + ২৫) টাকা =১২৫ টাকা
এখন, ১২৫ টাকার চালের ব্যবহার কমাতে হবে ২৫ টাকার
∴ ১ টাকার চালের ব্যবহার কমাতে হবে $\frac{২৫}{১২৫}$ টাকার
∴ ১০০ টাকার চালের ব্যবহার কমাতে হবে,
$= \frac{২৫ \times ১০০}{১২৫} = ২০$ টাকার
∴ চালের ব্যবহার শতকরা ২০ টাকা কমাতে হবে বা ২০% কমাতে হবে।

S/M : এখানে, r = ২৫
$\therefore P = \frac{r}{100 + r} \times 100\%$
$= \frac{২৫}{১০০ + ২৫} \times ১০০\% = ২০\%$
উত্তর : (ক)

০৪। চিনির মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পাওয়াতে একটি পরিবার চিনি খাওয়া এমনভাবে কমালো যে চিনি বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পেল না। ঐ পরিবার চিনি খাওয়া বাবদ শতকরা কত কমালো?
[১২তম ও ১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২২% (খ) ২৫%
(গ) ২০% (ঘ) ৩০%

সমাধান : ২৫% বৃদ্ধি পাওয়াতে, ১০০ টাকার চিনির বর্তমান মূল্য
= (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
এখন, ১২৫ টাকার চিনির ব্যবহার কমাতে হবে ২৫ টাকার
∴ ১ টাকার চিনির ব্যবহার কমাতে হবে $\frac{২৫}{১২৫}$ টাকার
∴ ১০০ টাকার চিনির ব্যবহার কমাতে হবে,
$= \frac{২৫\times১০০}{১২৫}$ = ২০ টাকার
∴ চিনির ব্যবহার শতকরা ২০ টাকা কমতে হবে বা ২০% কমাতে হবে।

S/M : এখানে, r = ২৫
$\therefore P = \frac{r}{100+r} \times 100\%$
$= \frac{২৫}{১০০+২৫} \times ১০০\% = ২০\%$
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি রিক্সাভাড়া ৬০% বৃদ্ধি পায় তবে রিক্সায় যাতায়াত শতকরা কতভাগ কমালে ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?

(ক) ৩৭.৫% (খ) ৪০%
(গ) ৬০% (ঘ) ৬০.৫%

সমাধান : ৬০% বৃদ্ধিতে, রিক্সা ভাড়া পূর্বে ১০০ টাকা হলে বর্তমান ভাড়া = (১০০ + ৬০) টাকা = ১৬০ টাকা
তাহলে,
১৬০ টাকার রিক্সা যাতায়াত খরচ কমাতে হবে ৬০ টাকা
∴ ১ টাকার রিক্সা যাতায়াত খরচ কমাতে হবে $\frac{৬০}{১৬০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকার রিক্সা যাতায়াত খরচ কমাতে হবে,
$= \frac{৬০\times১০০}{১৬০}$ = ৩৭.৫ টাকা
∴ রিক্সা যাতায়াত শতকরা ৩৭.৫ টাকা বা ৩৭.৫% কমাতে হবে।

S/M : এখানে, r = ৬০
$\therefore P = \frac{r}{100+r} \times 100\%$
$= \frac{৬০}{১০০+৬০} \times ১০০\% = ৩৭.৫\%$
উত্তর : (ক)

০২। বইয়ের মূল্য ৩০% হ্রাস পাওয়ায় বইয়ের ব্যবহার শতকরা কত বাড়ালে বইয়ের জন্য ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?

(ক) ৪১.৮৬ টাকা (খ) ৪২.৮৬ টাকা
(গ) ৫০ টাকা (ঘ) ৪০ টাকা

সমাধান : ৩০% হ্রাসে, বইয়ের পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = (১০০ − ৩০) = ৭০ টাকা
এখন, ৭০ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে ৩০ টাকা
∴ ১ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে $\frac{৩০}{৭০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে,
$= \frac{৩০\times১০০}{৭০}$
= ৪২.৮৬ টাকা (প্রায়)
∴ বইয়ের ব্যবহার ৪২.৮৬ % বাড়াতে হবে।

S/M : এখানে, r = ৩০
$\therefore P = \frac{r}{100-r} \times 100\%$
$= \frac{৩০}{১০০-৩০} \times ১০০\%$
= ৪২.৮৬%
উত্তর : (খ)

০৩। বিদ্যুতের মূল্য ১৫% কমে যাওয়ায় বিদ্যুতের ব্যবহার শতকরা কত বাড়ালে বিদ্যুতের জন্য ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?

(ক) ১৭ টাকা (খ) ১৮.৬৫ টাকা
(গ) ১৭.৬৫ টাকা (ঘ) ২০ টাকা

সমাধান : ১৫% কমায়, বিদ্যুতের পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = (১০০ − ১৫) = ৮৫ টাকা
এখন, ৮৫ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে ১৫ টাকা
∴ ১ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে $\frac{১৫}{৮৫}$ টাকা
∴ ১০০ টাকা থেকে ব্যবহার বাড়াতে হবে,
$= \frac{১৫\times১০০}{৮৫}$ = ১৭.৬৫ টাকা (প্রায়)
∴ বিদ্যুতের ব্যবহার ১৭.৬৫ % বাড়াতে হবে।

S/M : এখানে, r = ১৫
$\therefore P = \frac{r}{100-r} \times 100\%$
$= \frac{১৫}{১০০-১৫} \times ১০০\%$
= ১৭.৬৫%
উত্তর : (গ)

Type-08 : মিশ্রণ সম্পর্কিত সমস্যাবলি

একাধিক উপাদানের মিশ্রণে একটি নির্দিষ্ট উপাদানের পরিমাণ বাড়ানো বা কমানো হলে ঐ মিশ্রণে উপাদানটির শতকরা পরিমাণের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে।

- দুইটি উপাদানের মিশ্রণে দ্বিতীয় উপাদানের নির্দিষ্ট শতকরা পরিমাণ পরিবর্তনের ফলে প্রথম উপাদানের পরিবর্তিত পরিমাণ $= \frac{(100-P-Q)\times x}{Q}$

এখানে, x = মিশ্রণের মোট পরিমাণ
P = মিশ্রণের প্রথম উপাদানের শতকরা পরিমাণ
Q = মিশ্রণের দ্বিতীয় উপাদানের পরিবর্তিত শতকরা পরিমাণ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৬৪ কিলোগ্রাম বালি ও পাথরের টুকরোর মিশ্রণে বালির পরিমাণ ২৫%। কত কিলোগ্রাম বালি মিশালে নতুন মিশ্রণে পাথর টুকরোর পরিমাণ ৪০% হবে?
[১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯.৬ (খ) ১১.০
(গ) ৪৮.০ (ঘ) ৫৬.০

সমাধান : বালি ও পাথরের মিশ্রণে বালির পরিমাণ,
$= ৬৪ \times ২৫\% = \frac{৬৪ \times ২৫}{১০০} = ১৬$ কি.গ্রা.
$\therefore$ পাথরের পরিমাণ = (৬৪ – ১৬) কি.গ্রা. = ৪৮ কি.গ্রা.
মনে করি, x পরিমাণ বালি মিশালে পাথরের টুকরোর পরিমাণ ৪০% হবে।
তাহলে, $(৬৪ + x) \times ৪০\% = ৪৮$
$\Rightarrow \frac{(৬৪+x)\times ৪০}{১০০} = ৪৮$
$\Rightarrow ২৫৬০ + ৪০x = ৪৮০০$
$\Rightarrow ৪০x = ৪৮০০ - ২৫৬০$
$\Rightarrow x = \frac{২২৪০}{৪০}$
$\therefore x = ৫৬$
$\therefore$ ৫৬ কি.গ্রা. বালি মেশাতে হবে।

S/M : এখানে, x = ৬৪ কি.গ্রা., P = ২৫, Q = ৪০, y =?
$\therefore y = \frac{(100-P-Q)\times x}{Q}$
$= \frac{(১০০-২৫-৪০)\times ৬৪}{৪০}$
= ৫৬ কি. গ্রা.
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ২০ কেজির স্পিরিট এবং পানির মিশ্রণে ১০% পানি। কি পরিমাণ পানি ঐ মিশ্রণে মিশালে স্পিরিটের পরিমাণ ৬০% হবে?

(ক) ১২ (খ) ১০
(গ) ১৫ (ঘ) ২০

সমাধান : স্পিরিট ও পানির মিশ্রণে পানির পরিমাণ,
$= ২০ \times ১০\% = \frac{(২০\times ১০)}{১০০} = ২$ কেজি
$\therefore$ স্পিরিটের পরিমাণ = (২০ – ২) = ১৮ কেজি
মনে করি, মিশ্রণটিতে x কেজি পানি মিশালে স্পিরিটের পরিমাণ ৬০% হবে।
তাহলে, $(২০ + x) \times ৬০\% = ১৮$
$\Rightarrow \frac{(২০+x)\times ৬০}{১০০} = ১৮$
$\Rightarrow (২০ + x) \times ৬০ = ১৮০০$
$\Rightarrow ১২০০ + ৬০x = ১৮০০$
$\Rightarrow ৬০x = ১৮০০ - ১২০০$
$\Rightarrow x = \frac{৬০০}{৬০}$ $\therefore x = ১০$

S/M : এখানে, x = ২০ কেজি, P = ১০, Q = ৬০, y =?
$\therefore y = \frac{(100-P-Q)\times x}{Q}$
$= \frac{(১০০-১০-৬০)\times ২০}{৬০} = ১০$ কেজি
উত্তর : (খ)

০২। একটি ৫০০ মি.লি. পানি ও চিনির মিশ্রণে ৪০% চিনি। কি পরিমাণ চিনি ঐ মিশ্রণে মিশালে পানির পরিমাণ ২৫% হবে?

(ক) ৫০০ মি.লি. (খ) ৭০০ মি.লি.
(গ) ৮০০ মি.লি. (ঘ) ৯০০ মি.লি.

সমাধান : পানি ও চিনির মিশ্রণে চিনির পরিমাণ,
$= ৫০০ \times ৪০\% = \frac{৫০০\times ৪০}{১০০} = ২০০$ মি.লি.
$\therefore$ পানির পরিমাণ = (৫০০ – ২০০) = ৩০০ মি.লি.
মনে করি, মিশ্রণে x পরিমাণ চিনি মিশালে পানির পরিমাণ ২৫% হবে।
তাহলে, $(৫০০ + x) \times ২৫\% = ৩০০$
$\Rightarrow \frac{(৫০০+x)\times ২৫}{১০০} = ৩০০$
$\Rightarrow ১২৫০০ + ২৫x = ৩০০০০$
$\Rightarrow ২৫x = ৩০০০০ - ১২৫০০$
$\Rightarrow x = \frac{১৭৫০০}{২৫}$
$\therefore x = ৭০০$

S/M : এখানে, x = ৫০০ মি.লি., P = ৪০, Q = ২৫, y =?
$\therefore y = \frac{(100-P-Q)\times x}{Q}$
$= \frac{(১০০-৪০-২৫)\times ৫০০}{২৫}$
= ৭০০ মি.লি.
উত্তর : (খ)

Type-09 : শতকরা হ্রাস/বৃদ্ধি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

✓ কোনো জিনিসের প্রথমে বৃদ্ধি বা হ্রাস এবং পরবর্তিতে আবার বৃদ্ধি বা হ্রাস পেলে সামগ্রিক হ্রাস বা বৃদ্ধি নিম্নোক্ত সূত্র অনুসারে সহজে নির্ণয় করা যায়-

- শতকরা বৃদ্ধি বা হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
  এখানে, x = শতকরা বৃদ্ধি (+) বা হ্রাস/ছাড় (–)
  y = শতকরা বৃদ্ধি (+) বা হ্রাস/ছাড় (–)

Note: A এর মান ধনাত্মক হলে বৃদ্ধি ও ঋণাত্মক হলে হ্রাস পাবে।

► এই সূত্রটি কয়েকটি ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। যেমন-
i. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের শতকরা হ্রাস/বৃদ্ধি
ii. ক্রমাগত মূল্য ছাড়/হ্রাস
iii. ক্রমাগত মূল্য বৃদ্ধি
iv. মূল্য প্রথমে বৃদ্ধি করে পরে হ্রাস
v. মূল্য প্রথমে হ্রাস করে পরে বৃদ্ধি; প্রভৃতি ক্ষেত্রে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। আপনার মোবাইল ফোনের মাসিক বিল এসেছে ৪২০ টাকা। যদি ১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায় এবং আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ১৮ মাস পর আপনার বিল কত হবে? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]

(ক) ৪৬০.২০ টাকা (খ) ৫৫৪.৪০ টাকা
(গ) ৬২০.৬০ টাকা (ঘ) ৭৩০.৮০ টাকা

সমাধান : মাসিক বিল = ৪২০ টাকা
১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায়
∴ তখন বিল = ৪২০ + ৪২০ এর $\frac{১০}{১০০}$
= ৪২০ + ৪২ = ৪৬২ টাকা
আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়
∴ সেক্ষেত্রে বিল = ৪৬২ + ৪৬২ × $\frac{২০}{১০০}$
= ৪৬২ + ৯২.৪ = ৫৫৪.৪০ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম মূল্যবৃদ্ধি, x = ১০,
দ্বিতীয় মূল্যবৃদ্ধি, y = ২০
সুতরাং সামগ্রিক মূল্যবৃদ্ধি, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= ১০ + ২০ + \frac{(১০\times২০)}{১০০} = ৩২\%$
১৮ মাস পর বিল = (৪২০ + ৪২০ এর ৩২%) টাকা
= (৪২০ + ৪২০ এর $\frac{৩২}{১০০}$) টাকা
= (৪২০ + ১৩৪.৪) = ৫৫৪.৪০ টাকা
উত্তরঃ (খ)

০২। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫% (খ) ১০%
(গ) ২০% (ঘ) ২৫%

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y
∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy
আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধিতে,
নতুন দৈর্ঘ্য = x + x এর ৫% = $x + \frac{x}{২০} = \frac{২১x}{২০}$
∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $\frac{২১x}{২০} \times y = \frac{২১xy}{২০}$
∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\frac{২১xy}{২০} - xy = \frac{xy}{২০}$
তাহলে, xy বর্গ এককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\frac{xy}{২০}$
∴ ১ বর্গ এককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\frac{xy}{২০ \times xy}$
∴ ১০০ বর্গ এককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\frac{xy \times ১০০}{২০ \times xy} = ৫\%$

S/M: এখানে, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, x = ৫
এবং প্রস্থ বৃদ্ধি/হ্রাস পায়, y = ০
ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি বা হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= \left(৫ + ০ + \frac{৫ \times ০}{১০০}\right)\% = (৫ + ০ + ০)\%$
= ৫% [ধনাত্মক মান]
সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় = ৫%
উত্তর: (ক)

০৩। ২০% ও ১৫% ক্রমাগত ছাড়ের সমান ছাড় কোনটি? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩০% (খ) ৩২%
(গ) ৩৪% (ঘ) ৩৫%

সমাধান : ২০% ছাড়ে মূল্য = (১০০ – ২০) টাকা = ৮০ টাকা
পুনরায় ১৫% ছাড়ে মূল্য,
= ৮০ – (৮০ × ১৫%) = ৮০ – ১২ = ৬৮ টাকা
∴ মোট ছাড় = (১০০ – ৬৮) টাকা = ৩২ টাকা।
∴ ২০% এবং ১৫% ক্রমাগত ছাড় = ৩২% ছাড়

S/M : এখানে, প্রথম ছাড়, x = ২০; দ্বিতীয় ছাড়, y = ১৫
সুতরাং সামগ্রিক ছাড়, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= -২০ + (-১৫) + \frac{(-২০) \times (-১৫)}{১০০}$
$= -২০ - ১৫ + \frac{৩০০}{১০০}$
= −৩২% [ঋণাত্মক মান]
∴ সামগ্রিক ছাড় = ৩২%
উত্তর : (খ)

০৪। এক ব্যবসায়ী একটি পণ্যের মূল্য ২৫% বাড়ালো, অতঃপর বর্ধিত মূল্য থেকে ২৫% কমালো। সর্বশেষ মূল্য সর্বপ্রথম মূল্যের তুলনায়- [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৫% কমানো হয়েছে
(খ) ৬.২৫% কমানো হয়েছে
(গ) ৬.২৫% বাড়ানো হয়েছে
(ঘ) ৫% বাড়ানো হয়েছে

সমাধান : ২৫% বাড়ালে, ১০০ টাকার পণ্যের পরিবর্তিত মূল্য,
= (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
আবার ২৫% কমালে, ১০০ টাকার পণ্যের পরিবর্তিত মূল্য,
= (১০০ − ২৫) = ৭৫ টাকা
∴ ১ টাকার পণ্যের পরিবর্তিত মূল্য $\frac{৭৫}{১০০}$ টাকা
∴ ১২৫ টাকার পণ্যের পরিবর্তিত মূল্য $\frac{৭৫ \times ১২৫}{১০০} = ৯৩.৭৫$ টাকা
∴ পণ্যের মূল্য কমানো হয়েছে,
= (১০০ − ৯৩.৭৫)
= ৬.২৫ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম মূল্যবৃদ্ধি, x = ২৫,
দ্বিতীয় মূল্যহ্রাস, y = ২৫
সুতরাং সামগ্রিক মূল্যবৃদ্ধি/হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= ২৫ + (-২৫) + \frac{২৫ \times (-২৫)}{১০০}$
$= ২৫ - ২৫ - \frac{৬২৫}{১০০}$
= − ৬.২৫% [ঋণাত্মক মান]
∴ ৬.২৫% কমানো হয়েছে ।
উত্তর : (খ)

০৫। একটি ১০,০০০ টাকার বিলের ওপর এককালীন ৪০% কমতি এবং পর পর ৩৬% ও ৪% কমতির পার্থক্য কত টাকা? [১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) শূন্য (খ) ১৪৪
(গ) ২৫৬ (ঘ) ৪০০

সমাধান : ১ম ক্ষেত্রে, ১০০০০ টাকার বিলের উপর ৪০% কমতি,
$= ১০০০০ \times ৪০\% = \frac{১০০০০ \times ৪০}{১০০} = ৪০০০$ টাকা
∴ ৪০% কমতির পর বিল,
$= (১০০০০ - ৪০০০) = ৬০০০$ টাকা
২য় ক্ষেত্রে, ১০০০০ টাকার বিলের উপর ৩৬% কমতি,
$= ১০০০০ \times ৩৬\% = \frac{১০০০০ \times ৩৬}{১০০} = ৩৬০০$ টাকা
∴ ৩৬% কমতির পর বিল,
$= (১০০০০ - ৩৬০০)$ টাকা $= ৬৪০০$ টাকা
∴ পুনরায় ৬৪০০ টাকার উপর ৪% কমতি,
$= ৬৪০০ \times ৪\% = \frac{৬৪০০ \times ৪}{১০০} = ২৫৬$ টাকা
∴ তাহলে পর পর ৩৬% ও ৪% কমতির পর বিল,
$= (৬৪০০ - ২৫৬) = ৬১৪৪$ টাকা
∴ পার্থক্য $= (৬১৪৪ - ৬০০০)$ টাকা $= ১৪৪$ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম কমতি, $x = ৩৬$,
দ্বিতীয় কমতি, $y = ৪$
সুতরাং সামগ্রিক কমতি, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= -৩৬ + (-৪) + \frac{(-৩৬) \times (-৪)}{১০০}$
$= -৩৬ - ৪ + \frac{১৪৪}{১০০}$
$= -৩৮.৫৬\%$ [ঋণাত্মক মান]
∴ সামগ্রিক কমতি $= ৩৮.৫৬\%$
∴ ১০০০০ টাকায় ৪০% কমতির পর বিল
$= (১০০০০ - ১০০০০ \times ৪০\%) = ৬০০০$ টাকা
এবং ১০০০ টাকায় ৩৮.৫৬% কমতির পর বিল,
$= (১০০০০ - ১০০০০ \times ৩৮.৫৬\%) = ৬১৪৪$ টাকা
∴ পার্থক্য $= (৬১৪৪ - ৬০০০) = ১৪৪$ টাকা
উত্তর : (খ)

০৬। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফলের শতকরা কত পরিবর্তন হবে? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(শিক্ষা)]

(ক) ৮% (বৃদ্ধি) (খ) ৮% (হ্রাস)
(গ) ১০৮% (বৃদ্ধি) (ঘ) ১০৮% (হ্রাস)

সমাধান : মনে করি,
আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক
সুতরাং আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল, $A = xy$ বর্গ একক
আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধিতে,
নতুন দৈর্ঘ্য $= x + x$ এর ২০% $= x + \frac{২০x}{১০০}$
$= \frac{১২০x}{১০০} = \frac{৬x}{৫}$ একক
আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ ১০% হ্রাসে,
নতুন প্রস্থ $= y - y$ এর ১০% $= y - \frac{১০y}{১০০}$
$= \frac{৯০y}{১০০} = \frac{৯y}{১০}$ একক
∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের নতুন ক্ষেত্রফল $= \frac{৬x}{৫} \times \frac{৯y}{১০}$
$= \frac{৫৪xy}{৫০} = \frac{২৭xy}{২৫}$ বর্গ একক
এখানে, $\frac{২৭xy}{২৫} > xy$; সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেয়েছে।
∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \left(\frac{২৭xy}{২৫} - xy\right) = \frac{২xy}{২৫}$ বর্গ একক
তাহলে,
xy বর্গ একককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\frac{২xy}{২৫}$ বর্গ একক
∴ ১ বর্গ একককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $\frac{২xy}{২৫xy}$ বর্গ একক
∴ ১০০ বর্গ একককে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $= \frac{২xy \times ১০০}{২৫xy}$ বর্গ একক
$= ৮$ বর্গ একক
∴ ক্ষেত্রফল ৮% বৃদ্ধি পেয়েছে।

S/M: এখানে, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, $x = ২০$
এবং প্রস্থ হ্রাস পায়, $y = ১০$
ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি বা হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= \left(২০ + (-১০) + \frac{২০ \times (-১০)}{১০০}\right)\%$
$= \left(২০ - ১০ - \frac{২০০}{১০০}\right)\%$
$= (২০ - ১০ - ২)\%$
$= ৮\%$ [ধনাত্মক মান]
সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $= ৮\%$
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বাড়ানো হল এবং প্রস্থ ২০% কমানো হল। ক্ষেত্রফল-

(ক) ৪% কমবে (খ) ৪% বাড়বে
(গ) ২% কমবে (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ-
যথাক্রমে x একক এবং y একক
এবং আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল,
$= A = x \times y = xy$ বর্গ একক
২০% বাড়ানো হলে,
আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য $= x + x$ এর ২০%
$= x + \frac{২০x}{১০০} = \frac{১২০x}{১০০} = \frac{৬x}{৫}$ একক
২০% কমানো হলে,
আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিবর্তিত প্রস্থ $= y - y$ এর ২০%
$= y - \frac{২০y}{১০০} = \frac{৮০y}{১০০} = \frac{৪y}{৫}$ একক
∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল $= \frac{৬x}{৫} \times \frac{৪y}{৫}$
$= \frac{২৪xy}{২৫}$ বর্গ একক
যেহেতু, $\frac{২৪xy}{২৫} < xy$ সুতরাং ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে।
∴ ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে $= \left(xy - \frac{২৪xy}{২৫}\right)$
$= \frac{২৫xy - ২৪xy}{২৫} = \frac{xy}{২৫}$ বর্গ একক
xy বর্গ একককে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\frac{xy}{২৫}$ বর্গ একক
∴ ১ বর্গ একককে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $\frac{xy}{২৫ \times xy}$ বর্গ একক
∴ ১০০ বর্গ একককে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= \frac{xy \times ১০০}{২৫ \times xy}$ বর্গ একক
$= ৪$ বর্গ একক
∴ ক্ষেত্রফল ৪% কমবে।

S/M : এখানে, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, x = ২০,
এবং প্রস্থ হ্রাস পায়, y = ২০
∴ ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি বা হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= ২০ + (-২০) + \frac{২০ \times (-২০)}{১০০} = ২০ - ২০ - \frac{৪০০}{১০০}$
$= -৪\%$ [ঋণাত্মক মান] ∴ ক্ষেত্রফল ৪% কমবে।
উত্তর : (ক)

০২। একটি ১৫০০০ টাকা মূল্যের জিনিসের ৪৫% ছাড় এবং ক্রমাগত ১৫% ও ৩৫% ছাড়ের পার্থক্য কত টাকা?
(ক) ৩৫.৫ (খ) ৩৭.৫
(গ) ৩৯.২৫ (ঘ) ৪০.৫

সমাধান : ১৫০০০ টাকা মূল্যের জিনিসের উপর ৪৫% ছাড়ে মূল্য,
$= ১৫০০০ - (১৫০০০ \times ৪৫\%)$
$= ১৫০০০ - ৬৭৫০ = ৮২৫০$ টাকা
আবার, ১৫% ছাড়ে জিনিসের মূল্য,
$= ১৫০০০ - (১৫০০০ \times ১৫\%)$
$= ১৫০০০ - ২২৫০ = ১২৭৫০$ টাকা
পুনরায়, ৩৫% ছাড়ে ঐ জিনিসের মূল্য,
$= ১২৭৫০ - (১২৭৫০ \times ৩৫\%)$
$= ১২৭৫০ - ৪৪৬২.৫ = ৮২৮৭.৫$ টাকা
∴ পার্থক্য = (৮২৮৭.৫ − ৮২৫০) = ৩৭.৫ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম ছাড়, x = ১৫,
দ্বিতীয় ছাড়, y = ৩৫
সুতরাং সামগ্রিক ছাড়, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= -১৫ + (-৩৫) + \frac{(-১৫) \times (-৩৫)}{১০০}$
$= -১৫ - ৩৫ + \frac{৫২৫}{১০০} = -৪৪.৭৫\%$ [ঋণাত্মক মান]
∴ সামগ্রিক ছাড় = ৪৪.৭৫%
এখন, ১৫০০০ টাকায় ৪৫% ছাড়ে,
দ্রব্যমূল্য $= ১৫০০০ - (১৫০০০ \times ৪৫\%) = ৮২৫০$ টাকা
এবং ১৫০০০ টাকায় ৪৪.৭৫% ছাড়ের পর দ্রব্যমূল্য,
$= ১৫০০০ - (১৫০০০ \times ৪৪.৭৫\%) = ৮২৮৭.৫$ টাকা
∴ পার্থক্য = (৮২৮৭.৫ − ৮২৫০) = ৩৭.৫ টাকা
উত্তর : (খ)

০৩। একটি নির্দিষ্ট পন্যের উপর প্রথমে ৭% ও দুই মাস পর আবার ৮% মূল্যহ্রাস দেওয়া হলে, পন্যটির উপর প্রকৃত মূল্যছাড়ের পরিমাণ কত?
(ক) ১১% (খ) ১৫.৫৬%
(গ) ১১.৫৬% (ঘ) ১২.৫৬%

সমাধান : ৭% হারে, ১০০ টাকার পরিবর্তিত পরিমাণ,
$= (১০০ + ৭) = ১০৭$ টাকা
আবার ৮% হারে, ১০৭ টাকার পরিবর্তিত পরিমাণ,
$= (১০৭ + ১০৭ \times ৮\%) = ১১৫.৫৬$ টাকা
∴ পন্যটির উপর মোট মূল্যছাড়ের পরিমাণ,
$= (১১৫.৫৬ - ১০০) = ১৫.৫৬$ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম মূল্যছাড়, x = ৭,
দ্বিতীয় মূল্যছাড়, y = ৮
সুতরাং সামগ্রিক মূল্যছাড়, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= ৭ + ৮ + \frac{(৭ \times ৮)}{১০০} = ১৫.৫৬\%$
উত্তর : (খ)

০৪। ১৫০% বৃদ্ধি পেয়ে পরবর্তীতে ৬০% হ্রাস হলে আলুর প্রাথমিক মূল্যের শতকরা পরিবর্তিত হয়েছে?
(ক) ৬% বৃদ্ধি পেয়েছে (খ) ৭% হ্রাস পেয়েছে
(গ) ৮% বৃদ্ধি পেয়েছে (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ১৫০% বৃদ্ধিতে, ১০০ টাকার আলুর পরিবর্তিত মূল্য,
$= (১০০ + ১৫০) = ২৫০$ টাকা
আবার ৬০% হ্রাসে, ১০০ টাকার আলুর পরিবর্তিত মূল্য,
$= (১০০ - ৬০) = ৪০$ টাকা
∴ ১ টাকার আলুর পরিবর্তিত মূল্য $\frac{৪০}{১০০}$ টাকা
∴ ২৫০ টাকার আলুর পরিবর্তিত মূল্য $\frac{৪০ \times ২৫০}{১০০} = ১০০$ টাকা
∴ আলুর মূল্য শতকরা পরিবর্তিত হয়েছে,
$= (১০০ - ১০০) = ০$ টাকা

S/M : এখানে, প্রথম মূল্যবৃদ্ধি, x = ১৫০,
দ্বিতীয় মূল্যহ্রাস, y = ৬০
সুতরাং সামগ্রিক মূল্যবৃদ্ধি/হ্রাস, $A = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$
$= ১৫০ + (-৬০) + \frac{১৫০ \times (-৬০)}{১০০}$
$= ১৫০ - ৬০ - \frac{৯০০০}{১০০} = ০\%$
∴ মূল্যের কোনো পরিবর্তন হয়নি।
উত্তর : (ঘ)

Type-10 : পণ্যের মূল্যের শতকরা হ্রাসের পরিমাণ হতে পরিবর্তিত মূল্য নির্ণয়

কোনো জিনিসের মূল্য শতকরা নির্দিষ্ট পরিমাণে হ্রাস পেলে যদি নির্দিষ্ট মূল্যে পূর্বের চেয়ে নির্দিষ্ট পরিমাণ জিনিস বেশি পাওয়া যায় তবে ঐ জিনিসের নির্দিষ্ট পরিমাণের মান নির্ণয় করা যায়।
উদাহরণস্বরূপ, কোনো জিনিসের মূল্য r% কমে যাওয়ায় P টাকায় পূর্ব অপেক্ষা Q পরিমাণ জিনিস বেশি পাওয়া গেলে যদি x পরিমাণ জিনিসের বর্তমান মূল্য y হয় তবে,
নির্দিষ্ট পরিমাণ জিনিসের বর্তমান মূল্য, $y = \frac{r \times x}{100} \times \frac{P}{Q}$
যেখানে, r = শতকরা হ্রাসের পরিমাণ
x = যে পরিমাণ জিনিসের মূল্য নির্ণয় করতে হবে
P = টাকার পরিমাণ
Q = P টাকায় যে পরিমাণ জিনিস বেশি পাওয়া যায়

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কলার দাম ২০% কমে যাওয়ায় ১২ টাকায় পূর্ব অপেক্ষা ২টি কলা বেশি পাওয়া গেলে বর্তমানে একটি কলার দাম কত টাকা? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১.৫০ (খ) ২.৫০
(গ) ৩.০০ (ঘ) ৪.০০

সমাধান : ২০% কমে,
১০০ টাকার কলার বর্তমান মূল্য = (১০০ − ২০) = ৮০ টাকা
∴ ১ টাকার কলার বর্তমান মূল্য $\frac{৮০}{১০০}$ টাকা
∴ ১২ টাকার কলার বর্তমান মূল্য $\frac{৮০\times১২}{১০০}$ টাকা = $\frac{৪৮}{৫}$ টাকা
তাহলে, ২টি কলার বর্তমান মূল্য = $\left(১২ - \frac{৪৮}{৫}\right) = \frac{১২}{৫}$ টাকা
∴ ১টি কলার বর্তমান মূল্য = $\frac{১২}{৫\times২} = \frac{৬}{৫}$ = ১.২ টাকা

S/M : এখানে, r = ২০, P = ১২ টাকা
Q = ২টি, x = ১টি, y = ?
∴ $y = \frac{r\times x}{100} \times \frac{P}{Q} = \frac{২০\times১}{১০০} \times \frac{১২}{২}$ = ১.২
উত্তর : সঠিক উত্তর নেই।

০২। চালের মূল্য ১২% কমে যাওয়ায় ৬,০০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১ কুইন্টাল চাল বেশি পাওয়া যায়। ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান মূল্য কত? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৭৫০ টাকা (খ) ৭০০ টাকা
(গ) ৭২০ টাকা (ঘ) ৭৫ টাকা

সমাধান : চালের মূল্য ১২% কমে যাওয়ায়,
১০০ টাকার চালের বর্তমান মূল্য = (১০০ − ১২) = ৮৮ টাকা
∴ ১ টাকার চালের বর্তমান মূল্য $\frac{৮৮}{১০০}$ টাকা
∴ ৬০০০ টাকার চালের বর্তমান মূল্য $\frac{৮৮\times৬০০০}{১০০}$ = ৫২৮০ টাকা
তাহলে, ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান মূল্য,
= (৬০০০ − ৫২৮০) = ৭২০ টাকা

S/M : এখানে, r = ১২, P = ৬০০০ টাকা
Q = ১ কুইন্টাল, x = ১ কুইন্টাল, y = ?
∴ $y = \frac{r\times x}{100} \times \frac{P}{Q} = \frac{১২\times১}{১০০} \times \frac{৬০০০}{১}$ = ৭২০ টাকা
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ডিমের দাম ৩০% কমে যাওয়ায় ৭০ টাকায় পূর্বের চেয়ে ৬টি ডিম বেশি পাওয়া যায়। তাহলে ২৪টি ডিমের দাম কত?
(ক) ৮০ টাকা (খ) ৭৫ টাকা
(গ) ৯০ টাকা (ঘ) ৮৪ টাকা

সমাধান : ৩০% কমে যাওয়ায়,
১০০ টাকার ডিমের বর্তমান মূল্য = (১০০ − ৩০) = ৭০ টাকা
∴ ১ টাকার ডিমের বর্তমান মূল্য $\frac{৭০}{১০০}$ টাকা
∴ ৭০ টাকার ডিমের বর্তমান মূল্য $\frac{৭০\times৭০}{১০০}$ = ৪৯ টাকা
তাহলে,
৬টি ডিমের বর্তমান মূল্য = (৭০ − ৪৯) = ২১ টাকা
∴ ১ টি ডিমের বর্তমান মূল্য = $\frac{২১}{৬}$ টাকা
∴ ২৪ টি ডিমের বর্তমান মূল্য $\frac{২১\times২৪}{৬}$ = ৮৪ টাকা

S/M : এখানে, r = ৩০, P = ৭০ টাকা
Q = ৬টি, x = ২৪টি, y = ?
∴ $y = \frac{r\times x}{100} \times \frac{P}{Q} = \frac{৩০\times২৪}{১০০} \times \frac{৭০}{৬}$ = ৮৪ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০২। পেট্রোলের মূল্য ৪০% কমে যাওয়ায় ৮০০ টাকায় পূর্বের চেয়ে ২ লিটার পেট্রোল বেশি পাওয়া যায় তাহলে ১৫ লিটার পেট্রোলের দাম কত?
(ক) ২৪০০ টাকা (খ) ২১০০ টাকা
(গ) ৩০০০ টাকা (ঘ) ২৫০০ টাকা

সমাধান : ৪০% কমে যাওয়ায়,
১০০ টাকার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য,
= (১০০ − ৪০) = ৬০ টাকা
∴ ১ টাকার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য = $\frac{৬০}{১০০}$ টাকা
∴ ৮০০ টাকার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য = $\frac{৬০\times৮০০}{১০০}$ টাকা
= ৪৮০ টাকা
তাহলে,
২ লিটার পেট্রোলের মূল্য = (৮০০ − ৪৮০) = ৩২০ টাকা
∴ ১ লিটার পেট্রোলের মূল্য = $\frac{৩২০}{২}$ টাকা
∴ ১৫ লিটার পেট্রোলের মূল্য = $\frac{৩২০\times১৫}{২}$ = ২৪০০ টাকা

S/M : এখানে, r = ৪০, P = ৮০০ টাকা
Q = ২ লিটার, x = ১৫ লিটার, y = ?
∴ $y = \frac{r\times x}{100} \times \frac{P}{Q} = \frac{৪০\times১৫}{১০০} \times \frac{৮০০}{২}$ = ২৪০০ টাকা
উত্তর : (ক)

০৩। একটি নিত্যপণ্যের বাজারমূল্য ২৫% কমে যাওয়ায় ৬০ টাকায় ঐ পণ্যের a পরিমাণ বেশি ক্রয় করা যায়। তাহলে b পরিমাণ পণ্যের বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) $\frac{২৫\times b}{a}$ (খ) $\frac{১৫\times b}{a}$
(গ) $\frac{৬০\times a}{b}$ (ঘ) a × b

সমাধান : ২৫% কমে যাওয়ায়,
১০০ টাকার পণ্যের বর্তমান মূল্য,
= (১০০ − ২৫) = ৭৫ টাকা
∴ ১ টাকার পণ্যের বর্তমান মূল্য= $\frac{৭৫}{১০০}$ টাকা
∴ ৬০ টাকার পণ্যের বর্তমান মূল্য= $\frac{৬০\times৭৫}{১০০}$ = ৪৫ টাকা
তাহলে, a পরিমাণ পণ্যের বর্তমান মূল্য,
= (৬০−৪৫) = ১৫ টাকা
∴ ১ পরিমাণ পণ্যের বর্তমান মূল্য = $\frac{১৫}{a}$ টাকা
∴ b পরিমাণ পণ্যের বর্তমান মূল্য = $\frac{১৫\times b}{a}$ টাকা

S/M : এখানে, r = ২৫, P = ৬০ টাকা
Q = a লিটার, x = b লিটার, y = ?
∴ $y = \frac{r\times x}{100} \times \frac{P}{Q} = \frac{২৫\times b}{১০০} \times \frac{৬০}{a} = \frac{১৫\times b}{a}$ টাকা
উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। রাজু তার ১৪টি পাঠ্য বইয়ের মধ্যে ৮টি বই পেয়েছে। তার শতকরা কতটি বই পেতে বাকি থাকল?
(ক) ৫০.০৩% (খ) ৪২.৮৬%
(গ) ৪০.১৪% (ঘ) ৪৫.১৪%

০২। কোন অনুপাতটি ২২.৫% এর সমান?
(ক) ৯ : ২২ (খ) ২২ : ৫
(গ) ৯ : ৪০ (ঘ) ৪০ : ২২

০৩। একটি স্কুলে মোট ৫৪০ জন ছাত্রের মধ্যে কোনো এক বুধবারে ২৭ জন অনুপস্থিত ছিল। ঐদিন শতকরা কত জন ছাত্র উপস্থিত ছিল?
(ক) ৯৫% (খ) ৫%
(গ) ৯৩.৯২% (ঘ) ৫০%

০৪। ২০টি কমলার ২০% পঁচা হলে, ভালো কমলার সংখ্যা নিচের কোনটি?
(ক) ৪টি (খ) ৮টি
(গ) ১৬টি (ঘ) ২০টি

০৫। রুনার মাসিক ব্যয়ের ৩০% হলো মিলার মাসিক ব্যয়ের ৬০% এর সমান। যদি রুনার মাসিক ব্যয় ১১০০০ টাকা হয় তবে মিলার মাসিক ব্যয় কত?
(ক) ৫০০০ টাকা (খ) ৬০০০ টাকা
(গ) ৫৫০০ টাকা (ঘ) ৬৫০০ টাকা

০৬। রানার কাছে যত টাকা আছে তার ২০% সে রকিকে দিল। যদি রকিকে আরও ২৫০০ টাকা দিলে তা রানার টাকার সমান হয় তবে রানার কাছে কত টাকা ছিল?
(ক) ৩০০ টাকা (খ) ২৮০০ টাকা
(গ) ৩১২৫ টাকা (ঘ) ৩৫০০ টাকা

০৭। কোনো সংখ্যার ২০% থেকে ৬৮ বিয়োগ করলে ১৮ পাওয়া যাবে?
(ক) ৪০০ (খ) ৪৫০
(গ) ৪৩০ (ঘ) ৩৮০

০৮। রহিম তার বাবাকে তার দৈনিক আয়ের ৫২% দিল। তার বাবা সেই টাকা থেকে ৫২ টাকার জিনিস কিনে দেখল তার কাছে ৫২ টাকা রয়েছে। তাহলে রহিমের আয় কত?
(ক) ২০০ (খ) ২১০
(গ) ১৫০ (ঘ) ১০০

০৯। কোনো সংখ্যার ৪৮% হতে যদি ৪৮ বিয়োগ করা হয় তবে ২৪ পাওয়া যায়। সংখ্যাটি কত?
(ক) ১৫০ (খ) ২০০
(গ) ২৫০ (ঘ) ১২০

১০। কোনো সংখ্যার ৬৭% হতে ৩৩.৫ বিয়োগ করলে যদি ৩৩.৫ পাওয়া যায় তবে সংখ্যাটি কত?
(ক) ৯০ (খ) ১০০
(গ) ১১০ (ঘ) ১২০

১১। উড়োজাহাজের একটি ছোট অংশে অ্যালুমিনিয়াম ও লোহার মোট ভর ৮০ কেজি। এই অংশে অ্যালুমিনিয়ামের পরিমান ৮৫%। কি পরিমাণ অ্যালুমিনিয়াম মিশালে লোহার পরিমান ১০% হবে?
(ক) ২০ (খ) ৩০
(গ) ৩৫ (ঘ) ৪০

১২। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৪০% এবং ২৫% হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?
(ক) ৫০% (খ) ৫৫%
(গ) ৬০% (ঘ) ৬৫%

১৩। একজন ফল বিক্রেতার কিছু আপেল ছিল। সে ৪০% আপেল বিক্রয় করল এবং আরও ৪২০ টি আপেল থাকল। তার কতটি আপেল ছিল?
(ক) ৫৮৮ টি (খ) ৬০০ টি
(গ) ৬৭২ টি (ঘ) ৭০০ টি

১৪। মামুনের মাসিক সঞ্চয় রশিদের মাসিক সঞ্চয় অপেক্ষা ৬০% বেশি। তাহলে রশিদের সঞ্চয় মামুনের সঞ্চয়ের কত কম?
(ক) ৩৭% (খ) ৩৭.৫%
(গ) ৩০.৫% (ঘ) ৩৮.৫%

১৫। একটি মহল্লার জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ৫% । মহল্লার বর্তমান জনসংখ্যা ২২০৫ জন হলে এক বছর আগে জনসংখ্যা কত ছিল?
(ক) ২১৫০ জন (খ) ২১০০ জন
(গ) ২০০০ জন (ঘ) ২০৫০ জন

১৬। ডালের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পেলে প্রতি কেজি ডালের পূর্বমূল্য ৭২ টাকা থাকলে বর্তমানে ঐ ডালের মূল্য কেজি প্রতি কত?
(ক) ৯০ টাকা (খ) ৯৫ টাকা
(গ) ১০০ টাকা (ঘ) ১২৫ টাকা

১৭। জুতার মূল্য ৪০% কমে যাওয়ায় ১৫০০ টাকায় পূর্বের চেয়ে ২ জোড়া জুতা বেশি পাওয়া গেলে ১০ জন মানুষের জন্য ঐ জুতা ক্রয় করতে কত টাকা লাগবে?
(ক) ২০০০ টাকা (খ) ২৫০০ টাকা
(গ) ২৮০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

১৮। কোনো পণ্যের মূল্য ৩৮% বৃদ্ধি ও পুনঃপুন ১২% ও ৮% বৃদ্ধির মধ্যে পার্থক্য কত?
(ক) ১৫.৯৫ টাকা (খ) ১৬.১৫ টাকা
(গ) ১৭.০৪ টাকা (ঘ) ১৮.৭৪ টাকা

১৯। গোলাপ ফুলের মূল্য ৭০% বৃদ্ধি পেয়ে পরের দিন ৫০% হ্রাস পেয়ে এর মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পেয়েছে?
(ক) ১৫% হ্রাস পেয়েছে (খ) ৩০% বৃদ্ধি পেয়েছে
(গ) ৪০% হ্রাস পেয়েছে (ঘ) ৫০% বৃদ্ধি পেয়েছে

২০। একটি হোটেলের খাবারের মূল্য প্রথমে ৩৫% বাড়ানো হল এবং পরবর্তীতে ১৮% কমানো হল। তাহলে খাবারের মূল্য সর্বপ্রথম মূল্য অপেক্ষা কত পরিবর্তন করা হল?
(ক) ১১.৫% কমানো হয়েছে
(খ) ১০.৭% বাড়ানো হয়েছে
(গ) ১১.৫% বাড়ানো হয়েছে
(ঘ) ১০.৭ % কমানো হয়েছে

উত্তরমালা

০১	খ	০২	গ	০৩	ক	০৪	গ	০৫	গ
০৬	গ	০৭	গ	০৮	ক	০৯	ক	১০	খ
১১	ঘ	১২	খ	১৩	ঘ	১৪	খ	১৫	খ
১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	গ	১৯	ক	২০	খ

অধ্যায় ০৬ লাভ ও ক্ষতি

প্রাচীনকাল থেকেই সভ্যতা গড়ে ওঠার পর মানুষ ধীরে ধীরে ব্যবসা-বাণিজ্যের সাথে যুক্ত হতে থাকে। মুদ্রা আবিষ্কারের পর থেকে কোনো প্রয়োজনীয় জিনিসের পরিবর্তে মুদ্রা হস্তান্তর ব্যবস্থা শুরু হয়। বর্তমানে আমাদের দেশে টাকার বিনিময়ে যেকোন সেবা বা পণ্য আমরা ভোগ করে থাকি। একটি দেশের অর্থনৈতিক ব্যবস্থা অনেকাংশে নির্ভর করে ব্যবসা-বাণিজ্যর উপর। এই ব্যবসা-বাণিজ্যের একটি অবিচ্ছেদ্য অংশ লাভ ও ক্ষতি। কোনো বিক্রেতা যখন ক্রেতার কাছে তার পণ্য বা সেবা বিক্রয় করে, সে তার জীবিকার জন্য একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ লাভ করে থাকে। তবে কিছু ক্ষেত্রে বিক্রেতার অনিচ্ছা সত্ত্বেও পণ্য বা সেবা বিক্রয়ে সে ক্ষতির সম্মুখীন হয়ে থাকে। লাভ ও ক্ষতির একটি ভারসাম্যপূর্ণ অবস্থাতেই টিকে আছে ব্যবসা-বাণিজ্য তথা আর্থিক অবকাঠামো।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ১১ টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৬টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য হতে শতকরা লাভ /ক্ষতি নির্ণয়
  - বিক্রয়মূল্য ও লাভ বা ক্ষতির প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভ /ক্ষতি নির্ণয়
  - ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত হতে লাভ বা ক্ষতি সম্পর্কিত সমস্যা
  - ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভ /ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - শতকরা নির্দিষ্ট লাভ /ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে ক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - বিক্রয়মূল্যের পরিবর্তন করা হলে যদি লাভ/ক্ষতি; ক্ষতি/লাভে রূপান্তরিত হয় সেক্ষেত্রে ক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - জিনিসের নির্দিষ্ট বিক্রয়মূল্যে ক্ষতি হলে লাভ সংক্রান্ত পর্যালোচনা
  - একটি দ্রব্য ক্ষতিতে বিক্রয়ের ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট শর্তে ক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - নির্মাতা, পাইকারি ও খুচরা মূল্য সংক্রান্ত সমস্যা
  - নির্দিষ্ট ক্রয়মূল্যে ক্রয় করে প্রথমে লাভ ও পরে ক্ষতিতে বিক্রয় হলে শেষ বিক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - একটি জিনিস যে পরিমাণ ক্ষতিতে বিক্রয় হয় সেই পরিমাণ বা এর কয়েকগুণ লাভে বিক্রয় করলে ক্রয়মূল্য নির্ণয়
  - জিনিসের পরিমাণ সম্পর্কিত লাভ ও ক্ষতি

লাভ ও ক্ষতির ধারণা: ব্যবসায়িক ক্ষেত্রে একটি পণ্য বা সেবার উৎপাদন খরচ বা ক্রয় করতে প্রয়োজনীয় খরচ যদি ঐ পণ্য বা সেবা বিক্রয় করে প্রাপ্ত অর্থের চেয়ে কম হয় তবে সেক্ষেত্রে পণ্য বা সেবার উৎপাদনকারীর একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ অতিরিক্ত আয় হয়। এই অতিরিক্ত পরিমাণ আয়কে লাভ বলা হয়। অপরদিকে ঐ পণ্য বা সেবার উৎপাদন খরচ বা ক্রয় করতে প্রয়োজনীয় খরচ যদি পণ্য বা সেবাটি বিক্রয় করে প্রাপ্ত অর্থের চেয়ে বেশি হয় তবে পণ্য বা সেবার উৎপাদনকারীর কোন অতিরিক্ত আয় হয় না। বরং তার একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থের ক্ষতি হয়।

লাভ ও ক্ষতির সাথে সম্পর্কিত তথ্যাবলী নিম্নে দেওয়া হল:

ক্রয়মূল্য: কোন পণ্য বা সেবা একটি প্রতিষ্ঠান বা একজন ব্যক্তি যে মূল্যে ক্রয় করেন তাকে ক্রয়মূল্য বলে।

উৎপাদন মূল্য: কোন পণ্য বা সেবা একটি প্রতিষ্ঠান বা একজন ব্যক্তির উৎপাদন বা প্রস্তুত করতে যে পরিমাণ অর্থ খরচ হয় তাই ঐ পণ্য বা সেবার উৎপাদন মূল্য।

বিক্রয়মূল্য: কোন পণ্য বা সেবা একটি প্রতিষ্ঠান বা একজন ব্যক্তি যে মূল্যে বিক্রয় করেন তাকে বিক্রয়মূল্য বলে।

লাভ: কোনো পণ্য বা সেবার বিক্রয়মূল্য যদি এর উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হয় তাহলে উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্যের পার্থক্যকে লাভ বলা হয়।

$\therefore$ লাভ = বিক্রয়মূল্য – উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য

ক্ষতি: কোন পণ্য বা সেবার বিক্রয়মূল্য যদি এর উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য অপেক্ষা কম হয় তাহলে উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্যের পার্থক্যকে ক্ষতি বলা হয়।

$\therefore$ ক্ষতি = উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

শতকরা লাভ: কোনো পণ্য বা সেবা বিক্রয়ের ফলে লাভ হলে পণ্য বা সেবার ক্রয়মূল্য যদি ১০০ টাকা হত তাহলে যে পরিমাণ লাভ হত তা ঐকিক নিয়মের সাহায্যে বের করা যায়। এই লাভের পরিমাণই শতকরা লাভ।

$\therefore$ শতকরা লাভ = (বিক্রয়মূল্য – উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য) × ১০০%

শতকরা ক্ষতি: কোনো পণ্য বা সেবা বিক্রয়ের ফলে ক্ষতি হলে পণ্য বা সেবার ক্রয়মূল্য যদি ১০০ টাকা হত তাহলে যে পরিমাণ ক্ষতি হত তা ঐকিক নিয়মের সাহায্যে বের করা যায়। এই ক্ষতির পরিমাণই শতকরা ক্ষতি।

$\therefore$ শতকরা ক্ষতি = (উৎপাদনমূল্য বা ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য) × ১০০%

Type-01 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য হতে শতকরা লাভ/ক্ষতি নির্ণয়

কোন জিনিসের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণের পার্থক্য থেকে লাভ বা ক্ষতি নির্ণয় করে শতকরা লাভ বা ক্ষতি নির্ণয় করা যায়।

Case – 1 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভ নির্ণয়

কোনো জিনিসের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে নির্ণয়কৃত শতকরা লাভ, $A = \left\{\frac{(Y-X)\times 100}{X}\right\}\%$
যেখানে, X = ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ,
Y = বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন কমলা বিক্রেতা প্রতিশত কমলা ১০০০ টাকায় কিনে ১২০০ টাকায় বিক্রি করলে তার শতকরা লাভ কত হবে?
(ক) ১২% (খ) ২০%
(গ) ২৪% (ঘ) ৩০%

সমাধান : প্রতিশত কমলার ক্রয়মূল্য = ১০০০ টাকা
এবং বিক্রয়মূল্য = ১২০০ টাকা
আমরা জানি, লাভের পরিমাণ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
= (১২০০ – ১০০০) টাকা = ২০০ টাকা
এখন, ১০০০ টাকায় লাভ হয় ২০০ টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{২০০}{১০০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{২০০\times ১০০}{১০০০} = ২০$ টাকা
∴ শতকরা ২০ টাকা লাভ বা ২০% লাভ

S/M : এখানে, X = ১০০০ টাকা, Y = ১২০০ টাকা, A = ?
$\therefore A = \left\{\frac{(Y-X)\times 100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(১২০০-১০০০)\times ১০০}{১০০০}\right\}\% = ২০\%$
উত্তর : (খ)

০২। একটি দ্রব্য ৫০ টাকায় কিনে ৬৫ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হয়?
(ক) ১০ টাকা (খ) ২০ টাকা
(গ) ৩০ টাকা (ঘ) ১৫ টাকা

সমাধান : ক্রয়মূল্য = ৫০ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য = ৬৫ টাকা
আমরা জানি, লাভের পরিমাণ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
= (৬৫ – ৫০) টাকা = ১৫ টাকা
এখন, ৫০ টাকায় লাভ হয় ১৫ টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{১৫}{৫০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১৫\times ১০০}{৫০} = ৩০$ টাকা
∴ শতকরা ৩০ টাকা লাভ বা ৩০% লাভ

S/M : এখানে, X = ৫০ টাকা, Y = ৬৫ টাকা, A = ?
$\therefore A = \left\{\frac{(Y-X)\times 100}{X}\right\}\% = \left\{\frac{(৬৫-৫০)\times ১০০}{৫০}\right\}\% = ৩০\%$
উত্তর : (গ)

Case – 2 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা ক্ষতি নির্ণয়

কোনো জিনিসের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে নির্ণয়কৃত শতকরা ক্ষতি, $B = \left\{\frac{(X-Y)\times 100}{X}\right\}\%$
যেখানে, X = ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ,
Y = বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের দ্বিগুণ হলে শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) লাভ ২৫% (খ) ক্ষতি ২৫%
(গ) লাভ ১০% (ঘ) ক্ষতি ৫০%

সমাধান: মনে করি, বিক্রয়মূল্য x টাকা
∴ ক্রয়মূল্য = ২ × x = 2x টাকা
তাহলে, ক্ষতি = (2x – x) = x টাকা
এখন, 2x টাকায় ক্ষতি হয় x টাকা
∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x}{2x}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x\times ১০০}{2x} = ৫০$ টাকা
সুতরাং ক্ষতি ৫০%

S/M : ধরি, X = ২০০ টাকা, Y = ১০০ টাকা, A = ?
$\therefore A = \left\{\frac{(Y-X)\times 100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(১০০-২০০)\times ১০০}{২০০}\right\}\% = -৫০\%$
সুতরাং ক্ষতি ৫০%
উত্তর: (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪টি আপেল ৩০ টাকায় কিনে ২০ টাকায় বিক্রি করলে কত শতাংশ ক্ষতি হয়?
(ক) $৩৩\frac{১}{৩}\%$ (খ) $৫০\frac{১}{৩}\%$
(গ) $২০\frac{১}{৩}\%$ (ঘ) $১০\frac{১}{৩}\%$

সমাধান : ৪টি আপেলের ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা
এবং ৪টি আপেলের বিক্রয়মূল্য ২০ টাকা
আমরা জানি, ক্ষতির পরিমাণ = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য
= (৩০ – ২০) টাকা = ১০ টাকা
এখন, ৩০ টাকায় ক্ষতি হয় ১০ টাকা
∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১০}{৩০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১০\times ১০০}{৩০} = \frac{১০০}{৩} = ৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা
∴ শতকরা $৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা ক্ষতি বা $৩৩\frac{১}{৩}\%$ ক্ষতি

S/M : এখানে, X = ৩০ টাকা, Y = ২০ টাকা, B = ?

$\therefore B = \left\{\frac{(X-Y)\times 100}{X}\right\}\%$

$= \left\{\frac{(৩০-২০)\times ১০০}{৩০}\right\}\% = \frac{১০০}{৩}\% = ৩৩\frac{১}{৩}\%$

উত্তর : (ক)

০২। যদি একজন দোকানদার প্রতি কেজি ৬.৫০ টাকা দরে ৭০ কেজি আলু ক্রয় করে ৪২০ টাকায় বিক্রয় করে, তাহলে তার শতকরা কত টাকা ক্ষতি হয়?

(ক) $৪\frac{১}{৬}\%$ (খ) $৬\frac{১}{৪}\%$

(গ) $৭\frac{৯}{১৩}\%$ (ঘ) ২০%

সমাধান : ৭০ কেজি আলুর বিক্রয়মূল্য = ৪২০ টাকা

এবং ক্রয়মূল্য = (৭০ × ৬.৫০) = ৪৫৫ টাকা

আমরা জানি, ক্ষতির পরিমাণ = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

= (৪৫৫ − ৪২০) = ৩৫ টাকা

এখন, ৪৫৫ টাকায় ক্ষতি হয় ৩৫ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৩৫}{৪৫৫}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৩৫\times ১০০}{৪৫৫} = \frac{১০০}{১৩} = ৭\frac{৯}{১৩}$ টাকা

$\therefore$ শতকরা $৭\frac{৯}{১৩}$ টাকা ক্ষতি বা $৭\frac{৯}{১৩}\%$ ক্ষতি

S/M : এখানে, X = (৭০ × ৬.৫) = ৪৫৫ টাকা,

Y = ৪২০ টাকা, B = ?

$\therefore B = \left\{\frac{(X-Y)\times 100}{X}\right\}\% = \left\{\frac{(৪৫৫-৪২০)\times ১০০}{৪৫৫}\right\}\%$

$= \frac{১০০}{১৩}\% = ৭\frac{৯}{১৩}\%$

উত্তর : (গ)

Type-02 : বিক্রয়মূল্য ও লাভ বা ক্ষতির প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভ /ক্ষতি নির্ণয়

একটি জিনিস Y টাকায় বিক্রয় করায় P পরিমাণ লাভ/ক্ষতি হয়। তাহলে শতকরা লাভ/ক্ষতির পরিমাণ $Q = \left(\frac{P\times 100}{Y\pm P}\right)\%$

যেখানে: ক্ষতি হলে (+) হবে এবং লাভ হলে (−) হবে

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দ্রব্য ৩৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ২০ টাকা ক্ষতি হলো। ক্ষতির শতকরা হার কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪% (খ) ৬%

(গ) ৫% (ঘ) ৭%

সমাধান : দ্রব্যের ক্রয়মূল্য =(৩৮০+২০) = ৪০০ টাকা

৪০০ টাকায় ক্ষতি হয় ২০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২০}{৪০০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২০\times ১০০}{৪০০} = ৫$ টাকা

$\therefore$ শতকরা ৫ টাকা ক্ষতি বা ৫% ক্ষতি হলো।

S/M : এখানে, Y = ৩৮০ টাকা, P = ২০ টাকা, Q = ?

$\therefore Q = \left(\frac{P\times ১০০}{Y+P}\right)\% = \left(\frac{২০\times ১০০}{৩৮০+২০}\right)\% = ৫\%$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ঘড়ি ৯৬০ টাকায় বিক্রয় করায় ১৬০ টাকা লাভ হয়। শতকরা লাভ কত?

(ক) ২০ টাকা (খ) ২৫ টাকা

(গ) ৩০ টাকা (ঘ) ৫০ টাকা

সমাধান : ঘড়ির ক্রয়মূল্য = (৯৬০ − ১৬০) = ৮০০ টাকা

৮০০ টাকায় লাভ হয় ১৬০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{১৬০}{৮০০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১৬০\times ১০০}{৮০০} = ২০$ টাকা

$\therefore$ শতকরা ২০ টাকা লাভ বা ২০% লাভ

S/M : এখানে, Y = ৯৬০ টাকা, P = ১৬০ টাকা, Q = ?

$\therefore Q = \left(\frac{P\times ১০০}{Y-P}\right)\%$

$= \left(\frac{১৬০\times ১০০}{৯৬০-১৬০}\right)\% = ২০\%$

উত্তর : (ক)

০২। একটি খাদ্য দ্রব্য ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ৭০ টাকা ক্ষতি হলে শতকরা ক্ষতির পরিমাণ কত?

(ক) ২৫ টাকা (খ) ২৮ টাকা

(গ) ৩০ টাকা (ঘ) ৩২ টাকা

সমাধান : খাদ্যদ্রব্যের ক্রয়মূল্য = (১৮০ + ৭০) = ২৫০ টাকা

২৫০ টাকায় ক্ষতি হয় ৭০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৭০}{২৫০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৭০\times ১০০}{২৫০} = ২৮$ টাকা

$\therefore$ শতকরা ২৮ টাকা ক্ষতি বা ২৮% ক্ষতি হলো।

S/M : এখানে, Y = ১৮০ টাকা, P = ৭০ টাকা, Q = ?

$\therefore Q = \left(\frac{P\times ১০০}{Y+P}\right)\%$

$= \left(\frac{৭০\times ১০০}{১৮০+৭০}\right)\% = ২৮\%$

উত্তর : (খ)

০৩। ১ ডজন ডিম ১২০ টাকা বিক্রয় করলে ৪০ টাকা লাভ হয়। লাভের শতকরা হার কত?

(ক) ৪০% (খ) ২০%

(গ) ৫০% (ঘ) ৬০%

সমাধান : ১ ডজন ডিমের ক্রয়মূল্য = (১২০ − ৪০) = ৮০ টাকা

৮০ টাকায় লাভ হয় ৪০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৪০}{৮০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৪০\times ১০০}{৮০} = ৫০$ টাকা

$\therefore$ শতকরা ৫০ টাকা লাভ বা ৫০% লাভ

S/M : এখানে, Y = ১২০ টাকা, P = ৪০ টাকা, Q = ?

$\therefore Q = \left(\frac{P\times ১০০}{Y-P}\right)\%$

$= \left(\frac{৪০\times ১০০}{১২০-৪০}\right)\% = ৫০\%$

উত্তর : (গ)

০৪। একটি টেবিল ১৭০০০ টাকায় বিক্রয় করায় ৮০০০ টাকা ক্ষতি হলে ক্ষতির শতকরা পরিমাণ কত?
(ক) ৩০ টাকা (খ) ৩২ টাকা
(গ) ৩৫ টাকা (ঘ) ৪৫ টাকা

সমাধান : টেবিলের ক্রয়মূল্য,
= (১৭০০০ + ৮০০০) = ২৫০০০ টাকা
২৫০০০ টাকায় ক্ষতি হয় ৮০০০ টাকা
∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৮০০০}{২৫০০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{৮০০০\times১০০}{২৫০০০} = ৩২$ টাকা
∴ শতকরা ৩২ টাকা ক্ষতি বা ৩২% ক্ষতি হলো

S/M : এখানে, Y = ১৭০০০ টাকা, P= ৮০০০ টাকা, Q = ?
∴ $Q = \left(\frac{P\times১০০}{Y+P}\right)\%$
$= \left(\frac{৮০০০\times১০০}{১৭০০০+৮০০০}\right)\% = ৩২\%$
উত্তর : (খ)

Type-03 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত হতে লাভ বা ক্ষতি সম্পর্কিত সমস্যা

লাভ ও ক্ষতি সম্পর্কিত গাণিতিক সমস্যায় ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ব্যবহার করে লাভ ও ক্ষতি নির্ণয় করা যায়।

Case – 1 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত হতে শতকরা লাভ নির্ণয়

কোনো জিনিসের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত X : Y হলে শতকরা লাভ, $A = \left\{\frac{(Y-X)\times100}{X}\right\}\%$, যেখানে X < Y

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ৫: ৬, এতে শতকরা লাভ হয় কত?
(ক) ১৫% (খ) ২০%
(গ) ২৫% (ঘ) ৩০%

সমাধান : মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x
তাহলে, ক্রয়মূল্য = (৫ × x) এবং বিক্রয়মূল্য = (৬ × x)
আমরা জানি, লাভের পরিমাণ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
= (৬ × x) – (৫ × x) = x
এখন, (৫ × x) টাকায় লাভ হয় x টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{x}{৫\times x}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১০০\times x}{৫\times x} = ২০$ টাকা
∴ শতকরা ২০ টাকা লাভ বা ২০% লাভ।

S/M : এখানে, X = ৫, Y = ৬, A = ?
∴ $A = \left\{\frac{(Y-X)\times100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(৬-৫)\times১০০}{৫}\right\}\% = ২০\%$
উত্তর : (খ)

০২। ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ৪ : ৫ হলে শতকরা লাভ হয়-
(ক) ১০ টাকা (খ) ২০ টাকা
(গ) ২৫ টাকা (ঘ) ৩০ টাকা

সমাধান : মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x
তাহলে ক্রয়মূল্য = (৪ × x) এবং বিক্রয়মূল্য = (৫ × x)
আমরা জানি, লাভের পরিমাণ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
= (৫ × x) – (৪ × x) = x
এখন, (৪ × x) টাকায় লাভ হয় x টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{x}{৪\times x}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১০০\times x}{৪\times x} = ২৫$ টাকা
∴ শতকরা ২৫ টাকা লাভ বা ২৫% লাভ

S/M : এখানে, X = ৪, Y = ৫, A = ?
∴ $A = \left\{\frac{(Y-X)\times100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(৫-৪)\times১০০}{৪}\right\}\% = ২৫\%$
উত্তর : (গ)

Case – 2 : ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত হতে শতকরা ক্ষতি নির্ণয়

কোনো জিনিসের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত X : Y হলে শতকরা ক্ষতি, $B\% = \left\{\frac{(X-Y)\times100}{X}\right\}\%$, যেখানে X > Y

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি গাড়ির বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৪ : ৫ হলে ক্ষতির পরিমাণ -
(ক) ২০% (খ) ২৫%
(গ) ৮০% (ঘ) ৭০%

সমাধান : মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x
তাহলে, বিক্রয়মূল্য = ৪ × x এবং ক্রয়মূল্য = ৫ × x
আমরা জানি,
ক্ষতির পরিমাণ = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য
= (৫ × x) – (৪ × x) = x
এখন, ৫ × x টাকায় ক্ষতি হয় x টাকা
∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x}{৫\times x}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x\times১০০}{৫\times x} = ২০$ টাকা
∴ শতকরা ২০ টাকা ক্ষতি বা ২০% ক্ষতি হয়

S/M : এখানে, X = ৫, Y = ৪, B = ?
∴ $B = \left\{\frac{(X-Y)\times100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(৫-৪)\times১০০}{৫}\right\}\% = ২০\%$
উত্তর : (ক)

০২। একটি চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৯ : ১০ হলে, শতকরা ক্ষতি কত হবে?
(ক) ৫% (খ) ১০%
(গ) ১৫% (ঘ) ২০%

সমাধান : মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x
তাহলে, বিক্রয়মূল্য = ৯ × x এবং ক্রয়মূল্য = ১০ × x
আমরা জানি,
ক্ষতির পরিমাণ = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য
= ১০ × x – ৯ × x = x
এখন, ১০ × x টাকায় ক্ষতি হয় x টাকা
∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x}{১০\times x}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{x\times ১০০}{১০\times x}$ = ১০ টাকা
∴ শতকরা ১০ টাকা ক্ষতি বা ১০% ক্ষতি হবে

S/M : এখানে, X = ১০, Y = ৯, B = ?
$\therefore B = \left\{\frac{(X-Y)\times 100}{X}\right\}\%$
$= \left\{\frac{(১০-৯)\times ১০০}{১০}\right\}\% = ১০\%$
উত্তর : (খ)

Case – 3 : শতকরা লাভের পরিমাণ হতে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয়

একটি জিনিস A% লাভে বিক্রয় করা হলে যদি এর ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত X : Y হয় তবে,
A% লাভে ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (100 + A) টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত, X : Y = 100 : (100 + A)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দ্রব্য ২৫% লাভে বিক্রয় করলে দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?
(ক) ৪:৫ (খ) ৪:৬
(গ) ৫:৬ (ঘ) ৫:৪

সমাধান : ২৫% লাভে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
তাহলে, ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যর অনুপাত,
= ১০০ : ১২৫ = (৪ × ২৫) : (৫ × ২৫) = ৪ : ৫

S/M : এখানে, A = ২৫, X : Y = ?
∴ X : Y = 100 : (100 + A)
= ১০০ : (১০০ + ২৫) = ১০০ : ১২৫
= (৪ × ২৫) : (৫ × ২৫) = ৪ : ৫
উত্তর : (ক)

০২। একটি গাড়ি ৭৫% লাভে বিক্রয় করলে গাড়িটির ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য অনুপাত কত?
(ক) ৪ : ৭ (খ) ৭ : ৪
(গ) ৩ : ৮ (ঘ) ৮ : ৩

সমাধান : ৭৫% লাভে, গাড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৭৫) = ১৭৫ টাকা
তাহলে, ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যর অনুপাত,
= ১০০ : ১৭৫ = (৪ × ২৫) : (৭ × ২৫) = ৪ : ৭

S/M : এখানে, A = ৭৫, X : Y = ?
∴ X : Y = 100 : (100 + A)
= ১০০ : (১০০ + ৭৫) = ১০০ : ১৭৫
= (৪ × ২৫) : (৭ × ২৫) = ৪ : ৭
উত্তর : (ক)

Case – 4 : শতকরা ক্ষতির পরিমাণ হতে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয়

একটি জিনিস B% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে যদি এর ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত X : Y হয় তবে,
B% ক্ষতিতে ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য (100 – B) টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত, X : Y = 100 : (100 – B)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দ্রব্য ক্রয় করে ২৪% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য এবং ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?
(ক) ১৯:২৫ (খ) ২৪:২৫
(গ) ২০:২৫ (ঘ) ১৮:২৫

সমাধান : ২৪% ক্ষতিতে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ – ২৪) = ৭৬ টাকা
তাহলে, বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত = ৭৬ : ১০০
= (৪ × ১৯) : (৪ × ২৫) = ১৯ : ২৫

S/M : এখানে, B = ২৪, Y : X = ?
∴ X : Y = 100 : (100 – B)
= ১০০ : (১০০ – ২৪) = ১০০ : ৭৬
= (৪ × ২৫) : (৪ × ১৯) = ২৫ : ১৯
∴ Y : X = ১৯ : ২৫
উত্তর : (ক)

০২। যদি কোনো পণ্য বিক্রয়ে ১২.৫% ক্ষতি হয় তবে ক্রয় ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় করুন।
(ক) ৭ : ৮ (খ) ৮ : ৭
(গ) ২ : ২৫ (ঘ) ২৫ : ২

সমাধান : ১২.৫% ক্ষতিতে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ – ১২.৫) = ৮৭.৫ টাকা
তাহলে, ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত,
= ১০০ : ৮৭.৫ = ১০০০ : ৮৭৫ [১০ দ্বারা গুণ করে]
= (৮ × ১২৫) : (৭ × ১২৫) = ৮ : ৭

S/M : এখানে, B = ১২.৫, X : Y = ?
∴ X : Y = 100 : (100 − B)
= ১০০ : (১০০ − ১২.৫) = ১০০ : ৮৭.৫
= ১০০০ : ৮৭৫ = (৮ × ১২৫) : (৭ × ১২৫) = ৮ : ৭
উত্তর : (খ)

Type-04 : ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভ /ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

Case - 1 : ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা লাভে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি জিনিসের ক্রয়মূল্য X টাকা। তাহলে A% লাভ করতে জিনিসটির বিক্রয়মূল্য, Y নির্ণয় করতে হবে। $Y = \frac{X\times(A+100)}{100}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৫০০ টাকার আম কত টাকায় বিক্রি করলে ৩.৫% লাভ হবে?
(ক) ৫১২.৫০ (খ) ৫১৭.৫০
(গ) ৫১৫.৫০ (ঘ) ৫১০.০০

সমাধান : ৩.৫% লাভে, আমের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য
= (১০০ + ৩.৫) = ১০৩.৫ টাকা
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৩.৫ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{103.5}{100}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৫০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$= \frac{103.5\times500}{100}$ টাকা = ৫১৭.৫ টাকা

S/M : এখানে, X = ৫০০ টাকা, A = ৩.৫, Y = ?
∴ $Y = \frac{X\times(A+100)}{100} = \frac{500\times(3.5+100)}{100}$ = ৫১৭.৫ টাকা
উত্তর : (খ)

০২। জাকারিয়া ২৫০০ টাকা দিয়ে একটি গাড়ি কিনে ২৫% লাভে বিক্রয় করলো। গাড়িটি সে কত দামে বিক্রয় করলো?
(ক) ২৭২৫ টাকা (খ) ৩০০০ টাকা
(গ) ৩২০০ টাকা (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : ২৫% লাভে, গাড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{125}{100}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ২৫০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$= \frac{125\times2500}{100}$ টাকা = ৩১২৫ টাকা

S/M : এখানে, X = ২৫০০ টাকা, A = ২৫, Y = ?
∴ $Y = \frac{X\times(A+100)}{100} = \frac{2500\times(25+100)}{100}$ = ৩১২৫ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি কলমের ক্রয়মূল্য ১০ টাকা, ২০% লাভে এর বিক্রয়মূল্য কত হবে?
(ক) ১৫টাকা (খ) ১৬ টাকা
(গ) ১২ টাকা (ঘ) ১৮ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, কলমের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{120}{100}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{120\times10}{100}$ = ১২ টাকা

S/M : এখানে, X = ১০ টাকা, A = ২০, Y = ?
∴ $Y = \frac{X\times(A+100)}{100} = \frac{10\times(20+100)}{100}$ = ১২ টাকা
উত্তর : (গ)

Case - 2 : ক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে শতকরা ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি জিনিসের ক্রয়মূল্য X টাকা। তাহলে B% ক্ষতি করতে জিনিসটির বিক্রয়মূল্য, Y নির্ণয় করতে হবে। $Y = \frac{X\times(100-B)}{100}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন গরু বিক্রেতা ৪৫০০ টাকায় একটি গরু ক্রয় করে ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে তার বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৪০০০ টাকা (খ) ৩৬০০ টাকা
(গ) ৩৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

সমাধান : ২০% ক্ষতিতে, গরুর ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ − ২০) = ৮০ টাকা
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{80}{100}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৪৫০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য.
$= \frac{80\times4500}{100}$ = ৩৬০০ টাকা

S/M : এখানে, X = ৪৫০০ টাকা, B = ২০, Y = ?
∴ $Y = \frac{X\times(100-B)}{100} = \frac{4500\times(100-20)}{100}$ = ৩৬০০ টাকা
উত্তর : (খ)

০২। একটি ফল প্রতি কেজি ১২০ টাকা দরে ক্রয় করে ২০ কেজি বিক্রয়ের ফলে ২৫% ক্ষতি হয়। ২০ কেজি ফলের বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১৫০০ টাকা (খ) ১৮০০ টাকা
(গ) ২০০০ টাকা (ঘ) ২৫০০ টাকা

সমাধান : ২৫% ক্ষতিতে,
২০ কেজি ফলের ক্রয়মূল্য = (১২০ × ২০) = ২৪০০ টাকা
ফলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ − ২৫) = ৭৫ টাকা।

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ৭৫ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৭৫}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ২৪০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$= \frac{৭৫ \times ২৪০০}{১০০} = ১৮০০$ টাকা

S/M : এখানে, $X = (১২০ \times ২০) = ২৪০০$ টাকা,
$B = ২৫$, $Y = ?$
$\therefore Y = \frac{X \times (১০০ - B)}{১০০} = \frac{২৪০০ \times (১০০ - ২৫)}{১০০} = ১৮০০$ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-05 : শতকরা নির্দিষ্ট লাভ /ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্যের প্রকৃত পরিমাণ হতে ক্রয়মূল্য নির্ণয়

কোনো জিনিস Y টাকায় বিক্রয় করায়, P% লাভ/ ক্ষতি হলে
ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ \pm P}$
যেখানে, লাভ হলে (+) হবে, ক্ষতি হলে (–) হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দ্রব্য ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হলো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য- [৩৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]
(ক) ২০০ টাকা (খ) ২১০ টাকা
(গ) ১৬২ টাকা (ঘ) ১৯৮ টাকা

সমাধান : ১০% ক্ষতিতে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$= (১০০ - ১০) = ৯০$ টাকা
এখন, বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ১৮০}{৯০}$ টাকা
$= ২০০$ টাকা

S/M : এখানে, $Y = ১৮০$ টাকা, $P = ১০$, $X = ?$
$\therefore$ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ - P} = \frac{১০০ \times ১৮০}{১০০ - ১০} = ২০০$ টাকা
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ডায়েরি ৫০০ টাকায় বিক্রয় করায় ২৫% লাভ হলো, ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৬২৫ টাকা (খ) ৫২৫ টাকা
(গ) ৪০০ টাকা (ঘ) ৩৭৫ টাকা

সমাধান : ২৫% লাভে, ডায়েরির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৫০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{৫০০ \times ১০০}{১২৫}$ টাকা
$= ৪০০$ টাকা

S/M : এখানে, $Y = ৫০০$ টাকা, $P = ২৫$, $X = ?$
$\therefore$ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ + P} = \frac{১০০ \times ৫০০}{১০০ + ২৫} = ৪০০$ টাকা
উত্তর : (গ)

০২। একটি পণ্য ৫% ক্ষতিতে ২৩৭৫ টাকায় বিক্রয় করা হলে ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ২৫০০ টাকা (খ) ২৪৭৫ টাকা
(গ) ২৪৫০ টাকা (ঘ) ২২৭৫ টাকা

সমাধান : ৫% ক্ষতিতে, পণ্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য
(১০০ – ৫) = ৯৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ২৩৭৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ২৩৭৫}{৯৫}$ টাকা
$= ২৫০০$ টাকা।

S/M : এখানে, $Y = ২৩৭৫$ টাকা, $P = ৫$, $X = ?$
$\therefore$ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ - P} = \frac{১০০ \times ২৩৭৫}{১০০ - ৫} = ২৫০০$ টাকা
উত্তর : (ক)

০৩। একটি বইয়ের ৪% লাভে বিক্রয়মূল্য ৪৬৮ টাকা হলে ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৪০০ টাকা (খ) ৪২০ টাকা
(গ) ৪৪০ টাকা (ঘ) ৪৫০ টাকা

সমাধান : ৪% লাভে, বইয়ের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য
$= (১০০ + ৪) = ১০৪$ টাকা
বইয়ের বিক্রয়মূল্য ১০৪ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বইয়ের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১০৪}$ টাকা
∴ বইয়ের বিক্রয়মূল্য ৪৬৮ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{৪৬৮ \times ১০০}{১০৪}$ টাকা
$= ৪৫০$ টাকা

S/M : এখানে, $Y = ৪৬৮$ টাকা, $P = ৪$, $X = ?$
$\therefore$ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ + P} = \frac{১০০ \times ৪৬৮}{১০০ + ৪} = ৪৫০$ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০৪। তানজিম ৫টি কলম ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় তার শতকরা ২৫ টাকা ক্ষতি হলো। তার ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ২০০ টাকা (খ) ২৪০ টাকা
(গ) ২৫০ টাকা (ঘ) ২১০ টাকা

সমাধান : শতকরা ২৫ টাকা ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ – ২৫) = ৭৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৭৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৭৫}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ১৮০}{৭৫}$ টাকা
$= ২৪০$ টাকা

S/M : এখানে, $Y = ১৮০$ টাকা, $P = ২৫$, $X = ?$
$\therefore$ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times Y}{১০০ - P} = \frac{১০০ \times ১৮০}{১০০ - ২৫} = ২৪০$ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-06 : বিক্রয়মূল্যের পরিবর্তন করা হলে যদি লাভ/ক্ষতি; ক্ষতি/লাভে রূপান্তরিত হয় সেক্ষেত্রে ক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি বস্তু বিক্রি করে বিক্রেতার P% লাভ/ক্ষতি হয়। বিক্রয়মূল্য D টাকা কম/বেশি হলে বিক্রেতার Q% লাভ/ক্ষতি হল। তাহলে ক্রয়মূল্য, $X = \frac{100 \times D}{P + Q}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি মোটর সাইকেল ১২% ক্ষতিতে বিক্রি করা হলো। যদি বিক্রয় মূল্য ১২০০ টাকা বেশি হতো, তাহলে ৮% লাভ হতো। মোটর সাইকেলের ক্রয় মূল্য- [৪০ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬০০০ টাকা (খ) ৫০০০ টাকা
(গ) ৪০০০ টাকা (ঘ) ৮০০০ টাকা

সমাধান : ১২% ক্ষতিতে, মোটর সাইকেলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২) = ৮৮ টাকা
আবার ৮% লাভে, মোটর সাইকেলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৮) = ১০৮ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১০৮−৮৮) = ২০ টাকা
বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য ২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{২০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য ১২০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য,
$= \frac{১০০ \times ১২০০}{২০} = ৬০০০$ টাকা

S/M : এখানে, P = ১২, Q = ৮, D = ১২০০ টাকা, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times D}{P + Q} = \frac{১০০ \times ১২০০}{১২ + ৮} = ৬০০০$ টাকা

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দ্রব্য ৩০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা বেশি হলে ১০% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

(ক) ২৮০ টাকা (খ) ৩০০ টাকা
(গ) ২২০ টাকা (ঘ) ২০০ টাকা

সমাধান : ৩০% ক্ষতিতে, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৩০) = ৭০ টাকা
আবার, ১০% লাভে, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১০) = ১১০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১০ − ৭০) = ৪০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪০ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৪০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ৮০}{৪০}$ টাকা
$= ২০০$ টাকা

S/M : এখানে, P = ৩০, Q = ১০, D = ৮০ টাকা, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{১০০ \times D}{P + Q} = \frac{১০০ \times ৮০}{৩০ + ১০} = ২০০$ টাকা

উত্তর : (ঘ)

০২। একটি ঔষধ ৩২% লাভে বিক্রয় করা হয়। ঔষধের বিক্রয়মূল্য ১২৩২ টাকা কম হলে ১২% ক্ষতি হত। ঔষধের ক্রয়মূল্য কত?

(ক) ২৭০০ টাকা (খ) ২৮০০ টাকা
(গ) ২৯০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

সমাধান : ৩২% লাভে, ঔষধের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য=(১০০ + ৩২)= ১৩২ টাকা
আবার, ১২% ক্ষতিতে, ঔষধের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২)= ৮৮ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য =(১৩২ − ৮৮)= ৪৪ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪৪ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৪৪}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১২৩২ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ১২৩২}{৪৪}$ টাকা
$= ২৮০০$ টাকা

S/M : এখানে, P = ৩২, Q = ১২, D = ১২৩২ টাকা, X=?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{100 \times D}{P + Q} = \frac{১০০ \times ১২৩২}{৩২ + ১২} = ২৮০০$ টাকা

উত্তর : (খ)

০৩। একটি ঘড়ি ১৩% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ঘড়িটি আরও ৩০ টাকা বেশি দামে বিক্রয় করা হলে ১২% লাভ হত। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

(ক) ২০০ টাকা (খ) ১৫০ টাকা
(গ) ১২০ টাকা (ঘ) ১৮০ টাকা

সমাধান : ১৩% ক্ষতিতে, ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১৩) = ৮৭ টাকা
আবার, ১২% লাভে, ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১২) = ১১২ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১২ − ৮৭) = ২৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ২৫ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{২৫}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ৩০}{২৫}$ টাকা
$= ১২০$ টাকা

S/M : এখানে, P = ১৩, Q = ১২, D = ৩০ টাকা, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{100 \times D}{P + Q} = \frac{১০০ \times ৩০}{১৩ + ১২} = ১২০$ টাকা

উত্তর : (গ)

০৪। একটি শাড়ি ১৮% লাভে বিক্রয় করা হল। শাড়িটি ১৩৭৬ টাকা কমে বিক্রয় করলে ২৫% ক্ষতি হত। শাড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

(ক) ৩০০০ টাকা (খ) ৩২০০ টাকা
(গ) ৩৫০০ টাকা (ঘ) ৪০০০ টাকা

সমাধান : ১৮% লাভে, শাড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য =(১০০ + ১৮)=১১৮ টাকা
আবার, ২৫% ক্ষতিতে, শাড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০-২৫)= ৭৫ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১৮-৭৫)= ৪৩ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৪৩ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৪৩}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১৩৭৬ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times১৩৭৬}{৪৩}$ টাকা
= ৩২০০ টাকা

S/M : এখানে, P = ১৮, Q = ২৫, D = ১৩৭৬ টাকা, X=?
∴ ক্রয়মূল্য, $X=\frac{100\times D}{P+Q}=\frac{১০০\times১৩৭৬}{১৮+২৫}$ = ৩২০০ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-07 : জিনিসের নির্দিষ্ট বিক্রয়মূল্যে ক্ষতি হলে লাভ সংক্রান্ত পর্যালোচনা

Case – 1 : শতকরা নির্দিষ্ট ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য হতে শতকরা নির্দিষ্ট লাভে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি জিনিস নির্দিষ্ট মূল্যে বিক্রয় করায় ক্ষতি হল। যদি নির্দিষ্ট পরিমাণ লাভ করতে হয় তবে ঐ জিনিসটি একটি নির্দিষ্ট মূল্যে বিক্রয় করতে হবে।

একটি জিনিস Y_1 টাকায় বিক্রয় করায় B% ক্ষতি হলে, A% লাভ করতে বিক্রয়মূল্য, $Y_2=\frac{(100+A)\times Y_1}{100-B}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন বিক্রেতা একটি কলম ২০০ টাকায় বিক্রি করলে ২০% লোকসান হয়। যদি সে ১০% লাভ করতে চায়, তবে কলমটি কত টাকায় বিক্রয় করতে হবে?
(ক) ২৫০ (খ) ২৭৫
(গ) ৩০ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : ২০% ক্ষতিতে, একটি কলমের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ – ২০) = ৮০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৮০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ২০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times২০০}{৮০}$ টাকা
= ২৫০ টাকা

আবার, ১০% লাভে,
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ২৫০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০\times২৫০}{১০০}$ টাকা
= ২৭৫ টাকা

S/M : এখানে, Y_1 = ২০০ টাকা, B = ২০, A = ১০, Y_2 = ?
∴ বিক্রয়মূল্য, $Y_2=\frac{(100+A)\times Y_1}{100-B}$
$=\frac{(১০০+১০)\times২০০}{১০০-২০}$ = ২৭৫
উত্তর : (খ)

০২। একটি সাইকেল ৭২০০ টাকায় বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হয়। কত টাকা বিক্রয় করলে ১২% লাভ হবে?
(ক) ৭০০০ (খ) ৮৯৬০
(গ) ৬৫০০ (ঘ) ৮০০০

সমাধান : ১০% ক্ষতিতে, সাইকেলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ – ১০) = ৯০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৭২০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৭২০০}{৯০}$ টাকা
= ৮০০০ টাকা

আবার, ১২% লাভে,
সাইকেলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ + ১২) = ১১২ টাকা
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১১২ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১২}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৮০০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১২\times৮০০০}{১০০}$ টাকা
= ৮৯৬০ টাকা

S/M : এখানে, Y_1 = ৭২০০ টাকা, B = ১০, A = ১২, Y_2 = ?
∴ বিক্রয়মূল্য, $Y_2=\frac{(100+A)\times Y_1}{100-B}$
$=\frac{(১০০+১২)\times৭২০০}{১০০-১০}$ = ৮৯৬০ টাকা
উত্তর : (খ)

Case – 2 : নির্দিষ্ট মূল্যে বিক্রয় করায় শতকরা নির্দিষ্ট ক্ষতি হলে অপর নির্দিষ্ট মূল্যে বিক্রয় করলে শতকরা নির্দিষ্ট লাভ বা ক্ষতি নির্ণয়

একটি জিনিস Y_1 টাকায় বিক্রয় করায় B% ক্ষতি হলে Y_2 টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা লাভ বা ক্ষতি,
$A=\left\{\frac{Y_2(100-B)-(100\times Y_1)}{Y_1}\right\}\%$
[বি.দ্র. A এর মান ধনাত্মক হলে লাভ ও ঋণাত্মক হলে ক্ষতি হবে।]

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ঘড়ি ৫৪০ টাকায় বিক্রয় করলে ১০% ক্ষতি হয়। ঘড়িটি ৬৬০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?
(ক) ক্ষতি ১০% (খ) লাভ ১০%
(গ) লাভ ১০ টাকা (ঘ) ক্ষতি ১০ টাকা

সমাধান : ১০% ক্ষতিতে,
ঘড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৫৪০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৫৪০}{৯০}$ টাকা
= ৬০০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৬৬০ টাকা হলে লাভ,
= (৬৬০ − ৬০০) = ৬০ টাকা
৬০০ টাকায় লাভ হয় ৬০ টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৬০}{৬০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ $\frac{৬০\times১০০}{৬০০}$ = ১০ টাকা
∴ শতকরা ১০ টাকা লাভ বা ১০% লাভ হবে।

S/M : এখানে, Y_1 = ৫৪০ টাকা, B = ১০,
Y_2 = ৬৬০ টাকা, A = ?
$\therefore A = \left\{\frac{Y_2(100-B)-(100\times Y_1)}{Y_1}\right\}\%$
$= \left\{\frac{৬৬০(১০০-১০)-(১০০\times৫৪০)}{৫৪০}\right\}\%$
= ১০%
উত্তর : (খ)

০২। একটি ব্যাগ ৬৮০ টাকায় বিক্রয় করলে ২০% ক্ষতি হয়। ব্যাগটি ৯৫২ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?
(ক) ১০% (খ) ১২%
(গ) ১৬% (ঘ) ২০%

সমাধান : ২০% ক্ষতিতে, ব্যাগের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য
= (১০০ − ২০) = ৮০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৮০}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৬৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৬৮০}{৮০}$ = ৮৫০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯৫২ টাকা হলে লাভ,
= (৯৫২ − ৮৫০) = ১০২ টাকা
৮৫০ টাকায় লাভ হয় ১০২ টাকা
∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{১০২}{৮৫০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১০২\times১০০}{৮৫০}$ = ১২%
∴ শতকরা ১২ টাকা বা ১২% লাভ হয়।

S/M : এখানে, Y_1 = ৬৮০ টাকা, B = ২০,
Y_2 = ৯৫২ টাকা, A =?
$\therefore A = \left\{\frac{Y_2(100-B)-(100\times Y_1)}{Y_1}\right\}$
$= \left\{\frac{৯৫২(১০০-২০)-(১০০\times৬৮০)}{৬৮০}\right\}$
= ১২%
উত্তর : (খ)

Type-08 : একটি দ্রব্য ক্ষতিতে বিক্রয়ের ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট শর্তে ক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি জিনিস B% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। জিনিসটির ক্রয়মূল্য P% হ্রাস করা হল এবং বিক্রয়মূল্য D টাকা বৃদ্ধি করা হলে A% লাভ হয়। জিনিসটির ক্রয়মূল্য X নির্ণয় করতে হবে। জিনিসটির ক্রয়মূল্য, $X = \frac{10000\times D}{100(A-P+B)-A\times P}$
B = শতকরা ক্ষতির পরিমাণ,
P = ক্রয়মূল্য হ্রাসের শতকরা পরিমাণ,
D = বিক্রয়মূল্য বৃদ্ধির পরিমাণ,
A = শতকরা লাভের পরিমাণ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন দোকানদার ৭$\frac{১}{২}$% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করল। যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হতো এবং বিক্রয়মূল্য ৩১ টাকা বেশি হতো, তাহলে তার ২০% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০০ টাকা (খ) ২০০ টাকা
(গ) ৩০০ টাকা (ঘ) ৪০০ টাকা

সমাধান : ৭$\frac{১}{২}$% ক্ষতিতে, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\left(১০০ - ৭\frac{১}{২}\right) = \frac{১৮৫}{২}$ টাকা
১০% কমে, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
আবার, ২০% লাভে, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা
∴ দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা
∴ দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
= $\frac{১২০\times৯০}{১০০}$ টাকা = ১০৮ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = $\left(১০৮ - \frac{১৮৫}{২}\right) = \frac{৩১}{২}$ টাকা
বিক্রয়মূল্য $\frac{৩১}{২}$ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times২}{৩১}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৩১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য,
= $\frac{১০০\times২\times৩১}{৩১}$ টাকা = ২০০ টাকা

S/M : এখানে, B = ৭$\frac{১}{২} = \frac{১৫}{২}$, P= ১০,
D = ৩১ টাকা, A = ২০, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{10000\times D}{100(A-P+B)-A\times P}$
$= \frac{১০০০০\times৩১}{১০০\left(২০-১০+\frac{১৫}{২}\right)-(২০\times১০)}$ = ২০০ টাকা
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। রাজু একটি বই হাসানের কাছে ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করল। রাজু যদি বইটি ২০% কম দামে কিনতো এবং ৪৪ টাকা বেশি দামে বিক্রি করতো তবে তার ৪০% লাভ হতো। রাজু বইটি কত দামে কিনেছে?

(ক) ৫০ টাকা (খ) ১০০ টাকা
(গ) ২০০ টাকা (ঘ) ৫০০ টাকা

সমাধান : ১০% ক্ষতিতে, বইয়ের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
২০% কমে, বইয়ের ক্রয়মূল্য (১০০ − ২০) = ৮০ টাকা
আবার, ৪০% লাভে, বইয়ের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৪০) = ১৪০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৪০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৪০\times৮০}{১০০}$ = ১১২ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১২ − ৯০) = ২২ টাকা
বিক্রয়মূল্য ২২ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{২২}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৪৪ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য,
$= \frac{১০০\times৪৪}{২২}$ টাকা = ২০০ টাকা

S/M : এখানে, B =১০, P = ২০
D = ৪৪ টাকা, A = ৪০, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{10000\times D}{100(A-P+B)-A\times P}$
$= \frac{১০০০০\times৪৪}{১০০(৪০-২০+১০)-(৪০\times২০)}$ = ২০০ টাকা
উত্তর : (গ)

০২। একজন দোকানদার ২৫% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করলো। যদি দ্রব্যটি ১৫% কমে ক্রয় করে এবং ৩৫৫০ টাকা বেশি দামে বিক্রয় করতো তবে তার ৩০% লাভ হত। তাহলে দোকানদার কত দামে দ্রব্য ক্রয় করেছে?

(ক) ৫০০০ টাকা (খ) ১০০০০ টাকা
(গ) ১৫০০০ টাকা (ঘ) ২০০০০ টাকা

সমাধান : ২৫% ক্ষতিতে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ২৫) = ৭৫ টাকা
১৫% কমে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য (১০০ − ১৫) = ৮৫ টাকা
আবার, ৩০% লাভে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৩০) = ১৩০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৩০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৮৫ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৩০\times৮৫}{১০০}$ টাকা
= ১১০.৫ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১০.৫ − ৭৫) = ৩৫.৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৩৫.৫ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৩৫.৫}$ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ৩৫৫০ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য = $\frac{১০০\times৩৫৫০}{৩৫.৫}$
= ১০০০০ টাকা

S/M : এখানে, B =২৫, P = ১৫
D = ৩৫৫০ টাকা, A = ৩০, X = ?
∴ ক্রয়মূল্য, $X = \frac{10000\times D}{100(A-P+B)-A\times P}$
$= \frac{১০০০০\times৩৫৫০}{১০০(৩০-১৫+২৫)-(৩০\times১৫)}$
= ১০০০০ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-09 : নির্মাতা, পাইকারি ও খুচরা মূল্য সংক্রান্ত সমস্যা

একটি জিনিস একজন ব্যক্তি X টাকায় ক্রয় করে A% লাভে অপর ব্যক্তির নিকট বিক্রয় করল। দ্বিতীয় ব্যক্তি B% লাভে বিক্রয় করলে যদি বিক্রয়মূল্য Y টাকা হয় তবে বিক্রয়মূল্য,

$$Y = \frac{X\times(100+B)\times(100+A)}{100\times100}$$

যেখানে, X = প্রথম ব্যক্তির ক্ষেত্রে জিনিসটির ক্রয়মূল্য
A = প্রথম ব্যক্তির শতকরা লাভের পরিমাণ
B = দ্বিতীয় ব্যক্তির শতকরা লাভের পরিমাণ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো একটি জিনিস নির্মাতা ২০% লাভে ও খুচরা বিক্রেতা ২০% লাভে বিক্রয় করে। যদি ঐ জিনিসের নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা হয় তবে খুচরা মূল্য কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৪০ টাকা (খ) ১২০ টাকা
(গ) ১৪৪ টাকা (ঘ) ১২৪ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, জিনিস নির্মাতার নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০+২০) =১২০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১২০টাকা
২০% লাভে, খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০+২০)= ১২০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০\times১২০}{১০০}$ = ১৪৪ টাকা

S/M : এখানে, X = ১০০ টাকা, A = ২০, B = ২০, Y = ?
∴ $Y = \frac{X\times(100+B)\times(100+A)}{100\times100}$
$= \frac{১০০\times(১০০+২০)(১০০+২০)}{১০০\times১০০}$
= ১৪৪ টাকা
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নির্মাতা ও খুচরা বিক্রেতা উভয় ৩০% লাভে একটি জিনিস বিক্রয় করে, যদি ঐ জিনিসের নির্মাণ খরচ ২০০ টাকা হয় তবে খুচরা মূল্য কত?

(ক) ৩৪৪টাকা (খ) ৩৩৮ টাকা
(গ) ৩০০ টাকা (ঘ) ৩৫০ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, জিনিসের নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৩০) = ১৩০ টাকা
∴ জিনিসের নির্মাণ খরচ ১ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১৩০}{১০০}$ টাকা
∴ জিনিসের নির্মাণ খরচ ২০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১৩০\times২০০}{১০০}$ = ২৬০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ২৬০ টাকা
আবার ৩০% লাভে,
খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৩০) = ১৩০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = $\frac{১৩০}{১০০}$ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ২৬০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = $\frac{১৩০\times২৬০}{১০০}$ = ৩৩৮ টাকা

S/M : এখানে, X = ২০০ টাকা, A = ৩০, B = ৩০, Y = ?
$\therefore Y = \frac{X\times(100+B)\times(100+A)}{100\times100}$
$= \frac{২০০\times(১০০+৩০)\times(১০০+৩০)}{১০০\times১০০}$ = ৩৩৮ টাকা
উত্তর : (খ)

০২। একজন পাইকারি বিক্রেতা একটি পণ্য ২০% লাভে খুচরা বিক্রেতার কাছে বিক্রয় করল। খুচরা বিক্রেতা ঐ পণ্যটি ৬০% লাভে ক্রেতার নিকট বিক্রি করল। পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৮৫০০ টাকা হলে, পণ্যটির খুচরা মূল্য কত?

(ক) ১৬১০০ টাকা (খ) ১৬৫০০ টাকা
(গ) ১৬৩২০ টাকা (ঘ) ১৬৮৪০ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা
∴ পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা
∴ পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৮৫০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২০\times৮৫০০}{১০০}$ = ১০২০০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০২০০ টাকা
আবার ৬০% লাভে,
খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৬০) = ১৬০ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৬০}{১০০}$ টাকা
∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০২০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১৬০\times১০২০০}{১০০}$ = ১৬৩২০ টাকা
∴ পণ্যটির খুচরা মূল্য ১৬৩২০ টাকা

S/M : এখানে, X = ৮,৫০০ টাকা, A = ২০, B = ৬০, Y = ?
$\therefore Y = \frac{X\times(100+B)\times(100+A)}{100\times100}$
$= \frac{৮৫০০\times(১০০+৬০)\times(১০০+২০)}{১০০\times১০০}$
= ১৬৩২০ টাকা
উত্তর : (গ)

Type-10 : নির্দিষ্ট ক্রয়মূল্যে ক্রয় করে প্রথমে লাভ ও পরে ক্ষতিতে বিক্রয় হলে শেষ বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

একজন ব্যক্তি X টাকায় একটি জিনিস ক্রয় করে A% লাভে অপর ব্যক্তির নিকট বিক্রয় করল। দ্বিতীয় ব্যক্তি B% ক্ষতিতে Y টাকায় তৃতীয় ব্যক্তির নিকট বিক্রয় করলে,
বিক্রয়মূল্য $Y = \frac{X\times(100+A)(100-B)}{100\times100}$
যেখানে, X = প্রথম ব্যক্তির ক্রয়মূল্য
A = প্রথম ব্যক্তির ক্ষেত্রে শতকরা লাভের পরিমাণ
B = দ্বিতীয় ব্যক্তির ক্ষেত্রে শতকরা ক্ষতির পরিমাণ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ১২০০ টাকায় কিনে ১৫% লাভে বিক্রয় করল, ক্রেতা ঐ দ্রব্য তৃতীয় এক ব্যক্তির কাছে ৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত ছিল?
[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১২৮০ (খ) ১২৮১
(গ) ১৩১০ (ঘ) ১৩১১

সমাধান : ১৫% লাভে, দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১৫) =১১৫ টাকা
∴ দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১৫}{১০০}$ টাকা
∴ দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১২০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১১৫\times১২০০}{১০০}$ = ১৩৮০ টাকা
আবার, ৫% ক্ষতিতে,
দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য (১০০−৫) = ৯৫ টাকা
∴ দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৯৫}{১০০}$ টাকা
∴ দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ১৩৮০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{৯৫\times১৩৮০}{১০০}$ = ১৩১১ টাকা

S/M : এখানে, X = ১২০০ টাকা, A =১৫, B = ৫, Y= ?
$\therefore Y = \frac{X\times(100+A)(100-B)}{100\times100}$
$= \frac{১২০০\times(১০০+১৫)\times(১০০-৫)}{১০০\times১০০}$ =
= ১৩১১ টাকা
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ম্যাগাজিন ২৩০০ টাকায় কিনে ২০% লাভে বিক্রয় করা হল। ক্রেতা ঐ ম্যাগাজিন ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) ২৪৮৪ টাকা (খ) ২৩৮৪ টাকা
(গ) ২৪০৩ টাকা (ঘ) ২৪৭৪ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, ম্যাগাজিনের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ২৩০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০\times২৩০০}{১০০}$ = ২৭৬০ টাকা
আবার, ১০% ক্ষতিতে,
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৯০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ২৭৬০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$=\frac{৯০\times২৭৬০}{১০০}$ = ২৪৮৪ টাকা

S/M : এখানে, X = ২৩০০ টাকা, A = ২০, B = ১০, Y = ?
$\therefore Y=\frac{X\times(100+A)(100-B)}{100\times100}$
$=\frac{২৩০০\times(১০০+২০)\times(১০০-১০)}{১০০\times১০০}$ = ২৪৮৪ টাকা
উত্তর : (ক)

০২। একজন ব্যক্তি ৮০০০ টাকায় একটি মোবাইল ক্রয় করে ১৮% লাভে অন্য ব্যক্তির কাছে বিক্রয় করল। দ্বিতীয় ব্যক্তি ঐ মোবাইল ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৬৪৭০ টাকা (খ) ৭৪৭০ টাকা
(গ) ৮৪৯৬ টাকা (ঘ) ৯৪৯৬ টাকা

সমাধান : ১৮% লাভে, মোবাইলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১৮) = ১১৮ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১৮}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৮০০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১৮\times৮০০০}{১০০}$ টাকা
= ৯৪৪০ টাকা
আবার, ১০% ক্ষতিতে,
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৯০}{১০০}$ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৯৪৪০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য,
$=\frac{৯০\times৯৪৪০}{১০০}$ টাকা = ৮৪৯৬ টাকা

S/M : এখানে, X = ৮০০০ টাকা, A = ১৮, B = ১০, Y = ?
$\therefore Y=\frac{X\times(100+A)(100-B)}{100\times100}$
$=\frac{৮০০০\times(১০০+১৮)\times(১০০-১০)}{১০০\times১০০}$ = ৮৪৯৬ টাকা
উত্তর : (গ)

Type-11 : একটি জিনিস যে পরিমাণ ক্ষতিতে বিক্রয় হয় সেই পরিমাণ বা এর কয়েকগুণ লাভে বিক্রয় করলে ক্রয়মূল্য নির্ণয়

একটি জিনিস Y_1 টাকায় বিক্রয় করলে যে পরিমাণ ক্ষতি হয় Y_2 টাকায় বিক্রয় করায় তার n গুণ পরিমাণ লাভ হয়। জিনিসটির ক্রয়মূল্য যদি X টাকা হয় তবে, ক্রয়মূল্য $X=\frac{Y_2+(n\times Y_1)}{n+1}$
যেখানে, Y_1 = যে বিক্রয়মূল্যে ক্ষতি হয়েছে,
Y_2 = যে বিক্রয়মূল্যে লাভ হয়েছে,
n = ক্ষতির যতগুণ লাভ সেই পরিমাণ

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি খাতা ৩৬ টাকায় বিক্রি করলে যত ক্ষতি হয়, ৭২ টাকা বিক্রি করলে তার দ্বিগুণ লাভ হয়। খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৪৫ টাকা (খ) ৪৪ টাকা
(গ) ৪২ টাকা (ঘ) ৪৮ টাকা

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য x টাকা
প্রশ্নমতে, ২ × (x − ৩৬) = ৭২ − x
⇒ ২x − ৭২ = ৭২ − x ⇒ ২x + x = ৭২ + ৭২
⇒ ৩x = ১৪৪ ⇒ $x=\frac{১৪৪}{৩}$ ∴ x = ৪৮
∴ খাতাটির ক্রয়মূল্য ৪৮ টাকা

S/M : এখানে,
Y_1 = ৩৬ টাকা, Y_2 = ৭২ টাকা, n = ২, X = ?
$\therefore X=\frac{Y_2+(n\times Y_1)}{n+1}=\frac{৭২+(২\times৩৬)}{২+১}$ = ৪৮ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০২। একটি টেলিভিশন ১১০০০ টাকায় বিক্রয় করলে যে ক্ষতি হয়, ২০০০০ টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হয়, তাহলে টেলিভিশনের ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১৩০০০ টাকা (খ) ১৪০০০ টাকা
(গ) ১৫০০০ টাকা (ঘ) ১৬০০০ টাকা

সমাধান : মনে করি, টেলিভিশনের ক্রয়মূল্য x টাকা
প্রশ্নমতে, ২ × (x − ১১০০০) = ২০০০০ − x
⇒ ২ × x − ২২০০০ = ২০০০০ − x
⇒ ৩ × x = ২২০০০ + ২০০০০
⇒ ৩ × x = ৪২০০০ ⇒ $x=\frac{৪২০০০}{৩}$ ∴ x = ১৪০০০
∴ টেলিভিশনের ক্রয়মূল্য ১৪০০০ টাকা

S/M : এখানে, Y_1 = ১১০০০ টাকা,
Y_2 = ২০০০০ টাকা, n = ২, X = ?
$\therefore X=\frac{Y_2+(n\times Y_1)}{n+1}=\frac{২০০০০+(২\times১১০০০)}{২+১}$ = ১৪০০০
উত্তর : (খ)

Type-12 : জিনিসের পরিমাণ সম্পর্কিত লাভ ও ক্ষতি

Case - 1 : নির্দিষ্ট পরিমাণ মূল্যে যে পরিমাণ জিনিস ক্রয় করা হয় পরবর্তীতে ভিন্ন পরিমাণ বিক্রয় করলে লাভ/ক্ষতি নির্ণয়

X টাকায় P পরিমাণ জিনিস ক্রয় করে Y টাকায় Q পরিমাণ জিনিস বিক্রয় করলে যদি A% লাভ বা ক্ষতি হয় তবে,

শতকরা লাভ বা ক্ষতি, $A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

যেখানে, P = যে পরিমাণ জিনিস ক্রয় করা হয়েছে,
X = P পরিমাণ জিনিসের ক্রয়মূল্য,
Q = যে পরিমাণ জিনিস বিক্রয় করা হয়েছে,
Y = Q পরিমাণ জিনিসের বিক্রয়মূল্য
বি.দ্র. A এর মান ধনাত্মক হলে লাভ ও ঋণাত্মক হলে ক্ষতি হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। টাকায় ৩টি এবং টাকায় ৫টি দরে সমান সংখ্যাক আমলকি ক্রয় করে এক ব্যক্তি টাকায় ৪টি করে আমলকি বিক্রয় করলেন। ঐ ব্যক্তির শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো তা নির্ণয় করুন। [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]

(ক) ৪.২৫% লাভ (খ) ৫.২৫% ক্ষতি
(গ) ৬.২৫% ক্ষতি (ঘ) ৭.২৫% ভাল

সমাধান : ১টির ক্রয়মূল্য $\frac{১}{৩}$ টাকা

আবার, ১টির ক্রয়মূল্য $\frac{১}{৫}$ টাকা

∴ (১ + ১) বা, ২টির ক্রয়মূল্য $\left(\frac{১}{৩}+\frac{১}{৫}\right)=\frac{৮}{১৫}$ টাকা

১টির ক্রয়মূল্য $\frac{৮}{১৫\times২}=\frac{৪}{১৫}$ টাকা

১টির বিক্রয়মূল্য $\frac{১}{৪}$ টাকা

∴ ক্ষতি $=\left(\frac{৪}{১৫}-\frac{১}{৪}\right)=\left(\frac{১৬-১৫}{৬০}\right)=\frac{১}{৬০}$ টাকা

∴ শতকরা ক্ষতি $=\frac{১\times১৫\times১০০}{৬০\times৪}\times\frac{১}{১০০}=৬.২৫\%$

উত্তর: (গ)

০২। ১০০ টাকায় ১০ টি ডিম কিনে ১০০ টাকায় ৮ টি ডিম বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত হবে? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৬% (খ) ২০%
(গ) ২৫% (ঘ) ২৮%

সমাধান : ১০টি ডিমের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১টি ডিমের ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১০}=১০$ টাকা

৮ টি ডিমের বিক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১টি ডিমের ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৮}=\frac{২৫}{২}$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ $=\left(\frac{২৫}{২}-১০\right)=\frac{৫}{২}$ টাকা

এখন, ১০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫}{২}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫}{২\times১০}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫\times১০০}{২\times১০}=২৫$ টাকা

∴ শতকরা ২৫ টাকা বা ২৫% লাভ হয়।

S/M : এখানে, X = ১০০ টাকা, P = ১০টি, Y = ১০০ টাকা, Q = ৮টি, A = ?

∴ $A=\frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times100}{X\times Q}\%$

$=\frac{\{(১০\times১০০)-(১০০\times৮)\}\times১০০}{১০০\times৮}\%=২৫\%$ লাভ হবে।

উত্তর : (গ)

০৩। টাকায় ৩টি করে লেবু কিনে টাকায় ২টি করে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে? [৩২তম ও ২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫০% (খ) ২০%
(গ) ৩০% (ঘ) ৩৩%

সমাধান : ৩টি লেবুর ক্রয় মূল্য ১ টাকা

∴ ১টি লেবুর ক্রয় মূল্য $\frac{১}{৩}$ টাকা

আবার, ২টি লেবুর বিক্রয় মূল্য ১ টাকা

∴ ১টি লেবুর ক্রয় মূল্য $\frac{১}{২}$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ $=\left(\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}\right)=\frac{১}{৬}$ টাকা

এখন, $\frac{১}{৩}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{৬}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{\frac{১}{৬}}{\frac{১}{৩}}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৩\times১০০}{৬}=৫০$ টাকা

∴ শতকরা ৫০ টাকা বা ৫০% লাভ হবে।

S/M : এখানে, X = ১ টাকা, P = ৩টি, Y = ১ টাকা, Q = ২টি, A = ?

∴ $A=\frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times100}{X\times Q}\%$

$=\frac{\{(৩\times১)-(১\times২)\}\times১০০}{১\times২}\%=৫০\%$

∴ ৫০% লাভ হবে।

উত্তর : (ক)

০৪। টাকায় তিনটি করে আম ক্রয় করে টাকায় ২টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?[১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫০% (খ) ৩৩%
(গ) ৩০% (ঘ) ৩১%

সমাধান : ৩টি আমের ক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ টি আমের ক্রয়মূল্য $\frac{১}{৩}$ টাকা

আবার, ২টি আমের বিক্রয়মূল্য ১ টাকায়

∴ ১টি আমের বিক্রয়মূল্য $\frac{১}{২}$ টাকায়

∴ লাভের পরিমাণ $=\left(\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}\right)=\frac{১}{৬}$ টাকা

এখন, $\frac{১}{৩}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{৬}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{\frac{১}{৬}}{\frac{১}{৩}}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১\times১০০}{৬}=৫০$ টাকা

∴ শতকরা ৫০ টাকা লাভ বা ৫০% লাভ হবে।

S/M : এখানে, X = ১ টাকা, P = ৩টি, Y = ১ টাকা, Q = ২টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(৩\times ১)-(১\times ২)\}\times ১০০}{১\times ২}\% = ৫০\%$

∴ ৫০% লাভ হবে।

উত্তর : (ক)

০৫। ৪ টাকায় ৫টি করে কিনে ৫ টাকায় ৪টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৫% (খ) ৪৮.৫০%

(গ) ৫২.৭৫% (ঘ) ৫৬.২৫%

সমাধান : ৫টি জিনিসের ক্রয়মূল্য ৪ টাকা

∴ ১ টি জিনিসের ক্রয়মূল্য $\frac{৪}{৫}$ টাকা

আবার, ৪টি জিনিসের বিক্রয়মূল্য ৫ টাকা

∴ ১ টি জিনিসের বিক্রয়মূল্য $\frac{৫}{৪}$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ = $\left(\frac{৫}{৪}-\frac{৪}{৫}\right) = \frac{৯}{২০}$ টাকা

এখন, $\frac{৪}{৫}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{৯}{২০}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৯\times ৫}{২০\times ৪}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৯\times ৫\times ১০০}{২০\times ৪} = ৫৬.২৫$ টাকা

∴ শতকরা ৫৬.২৫ টাকা লাভ বা ৫৬.২৫% লাভ হবে।

S/M : এখানে, X = ৪ টাকা, P = ৫টি, Y = ৫ টাকা, Q = ৪টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(৫\times ৫)-(৪\times ৪)\}\times ১০০}{৪\times ৪}\% = ৫৬.২৫\%$

∴ ৫৬.২৫% লাভ হবে।

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১০০ টাকায় ২৫টি আম ক্রয় করে ১০০ টাকায় ২০টি আম বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

(ক) ১০% (খ) ২০%

(গ) ২৫% (ঘ) ৩০%

সমাধান : ২৫টি আমের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১টি আমের ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{২৫} = ৪$ টাকা

২০টি আমের বিক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১টি আমের বিক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{২০} = ৫$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ = (৫ − ৪) = ১ টাকা

এখন, ৪ টাকায় লাভ হয় ১ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{৪}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{১০০}{৪} = ২৫$ টাকা

∴ শতকরা ২৫ টাকা লাভ বা ২৫% লাভ হবে।

S/M : এখানে, X = ১০০ টাকা, P = ২৫টি, Y = ১০০ টাকা, Q = ২০টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(২৫\times ১০০)-(১০০\times ২০)\}\times ১০০}{১০০\times ২০}\% = ২৫\%$

∴ ২৫% লাভ হবে।

উত্তর : (গ)

০২। একজন বিক্রেতা ১০ টাকায় ৪টি করে বল ক্রয় করে ৬ টাকায় ২টি করে বল বিক্রয় করলো। সে শতকরা কত টাকা লাভ করলো?

(ক) ১৭.৫% (খ) ২০%

(গ) ২২% (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ৪টি বলের ক্রয়মূল্য ১০ টাকা

∴ ১টি বলের ক্রয়মূল্য $\frac{১০}{৪} = \frac{৫}{২}$ টাকা

আবার, ২টি বলের বিক্রয়মূল্য ৬ টাকা

∴ ১টি বলের বিক্রয়মূল্য $\frac{৬}{২} = ৩$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ = $\left(৩-\frac{৫}{২}\right) = \frac{১}{২}$ টাকা

$\frac{৫}{২}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{২}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{\frac{১}{২}}{\frac{৫}{২}}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{২\times ১০০}{২\times ৫} = ২০$ টাকা

∴ শতকরা ২০ টাকা লাভ বা ২০% লাভ করলো

S/M : এখানে, X = ১০ টাকা, P = ৪টি, Y = ৬ টাকা, Q = ২টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(৪\times ৬)-(১০\times ২)\}\times ১০০}{১০\times ২}\% = ২০\%$

∴ ২০% লাভ হবে।

উত্তর : (খ)

০৩। ১০ টাকায় ১২টি করে কোনো জিনিস ক্রয় করে ১০ টাকায় ৮টি করে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

(ক) ৫০% লাভ (খ) ৩৫% লাভ

(গ) ২৫% লাভ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : ১২টি জিনিসের ক্রয়মূল্য ১০ টাকা

∴ ১ টি জিনিসের ক্রয়মূল্য $\frac{১০}{১২} = \frac{৫}{৬}$ টাকা

আবার, ৮টি জিনিসের বিক্রয়মূল্য ১০ টাকা

∴ ১টি জিনিসের বিক্রয়মূল্য $\frac{১০}{৮} = \frac{৫}{৪}$ টাকা

∴ লাভের পরিমাণ = $\frac{৫}{৪}-\frac{৫}{৬} = \frac{৫}{১২}$ টাকা

$\frac{৫}{৬}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫}{১২}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫}{১২}\times\frac{৬}{৫}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫\times ৬\times ১০০}{১২\times ৫} = ৫০$ টাকা।

∴ শতকরা ৫০ টাকা লাভ বা ৫০% লাভ হবে।

S/M : এখানে, X = ১০ টাকা, P = ১২টি, Y = ১০ টাকা, Q = ৮টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(১২\times ১০)-(১০\times ৮)\}\times ১০০}{১০\times ৮}\% = ৫০\%$

∴ ৫০% লাভ হবে।

উত্তর : (ক)

০৪। ৫০টি কলম ২০০ টাকায় কিনে ২৫টি কলম ৫০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

(ক) লাভ ১০% (খ) ক্ষতি ৫০%

(গ) কোনো লাভ বা ক্ষতি হবে না (ঘ) ক্ষতি ১০%

সমাধান : ৫০টি কলমের ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা

∴ ১টি কলমের ক্রয়মূল্য $\frac{২০০}{৫০} = ৪$ টাকা

আবার, ২৫টি কলমের বিক্রয়মূল্য ৫০ টাকা

∴ ১টি কলমের বিক্রয়মূল্য $\frac{৫০}{২৫} = ২$ টাকা

∴ ক্ষতির পরিমাণ = (৪ − ২) = ২ টাকা

৪ টাকায় ক্ষতি হয় ২ টাকা

∴ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২}{৪}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২\times ১০০}{৪} = ৫০$ টাকা

∴ শতকরা ৫০ টাকা ক্ষতি বা ৫০% ক্ষতি

S/M : এখানে, X = ২০০ টাকা, P = ৫০টি, Y = ৫০ টাকা, Q = ২৫টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(৫০\times ৫০)-(২০০\times ২৫)\}\times ১০০}{২০০\times ২৫}\% = -৫০\%$

∴ ৫০% ক্ষতি হবে।

উত্তর : (খ)

০৫। ২০ টাকায় এক ডজন কলা কিনে প্রতিটি ২ টাকা করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?

(ক) ২০% (খ) ১২.৫%

(গ) ১৫% (ঘ) ১০%

সমাধান : ১ ডজন = ১২টি

১২টি কলার ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

∴ ১টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{২০}{১২} = \frac{৫}{৩}$ টাকা

আবার, ১টি বিক্রয় করে ২টাকায়

∴ লাভ $= \left(২ - \frac{৫}{৩}\right) = \frac{১}{৩}$ টাকা

$\frac{৫}{৩}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{৩}$ টাকা

∴ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{\frac{১}{৩}}{\frac{৫}{৩}}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৩\times ১০০}{৩\times ৫} = ২০$ টাকা

∴ শতকরা ২০ টাকা লাভ বা ২০% লাভ।

S/M : এখানে, X = ২০ টাকা, P = ১ ডজন = ১২টি, Y = ২ টাকা, Q = ১টি, A = ?

$\therefore A = \frac{\{(P\times Y)-(X\times Q)\}\times 100}{X\times Q}\%$

$= \frac{\{(১২\times ২)-(২০\times ১)\}\times ১০০}{২০\times ১}\% = ২০\%$

∴ ২০% লাভ হবে।

উত্তর : (ক)

Case – 2 : নির্দিষ্ট পরিমাণ মূল্যে নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিস বিক্রয় করায় ক্ষতি হলে নির্দিষ্ট পরিমাণ লাভ করতে বিক্রয়মূল্য নির্ণয়

Y টাকায় n_1 পরিমাণ জিনিস বিক্রয় করলে B% ক্ষতি হয়। যদি A% লাভ করতে Y টাকায় n_2 পরিমাণ জিনিস বিক্রয় করতে হয়

তবে, জিনিসের পরিমাণ, $n_2 = \frac{n_1\times(100-B)}{100+A}$

যেখানে, n_1 = যে পরিমাণ বিক্রয় করা হয়েছে,

B = n_1 পরিমাণ বিক্রয় করায় ক্ষতির শতকরা পরিমাণ,

A = যে শতকরা পরিমাণ লাভ করতে হবে

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। টাকায় ৫ টি মার্বেল বিক্রয় করায় ১২% ক্ষতি হয়। ১০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি বিক্রয় করতে হবে?

[৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪ টি (খ) ৩ টি

(গ) ২ টি (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ১২% ক্ষতিতে, মার্বেলের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১২) = ৮৮ টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য ৮৮ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৮৮} = \frac{২৫}{২২}$ টাকা

১০% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০+১০) =১১০ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য $\frac{২৫}{২২}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০\times ২৫}{১০০\times ২২} = \frac{৫}{৪}$ টাকা

এখন, $\frac{৫}{৪}$ টাকায় বিক্রয় করতে হবে ৫টি

∴ ১ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{৫\times ৪}{৫} = ৪$টি

S/M : এখানে, n_1 = ৫টি, B = ১২, A = ১০, n_2 = ?

$\therefore n_2 = \frac{n_1\times(100-B)}{100+A} = \frac{৫\times(১০০-১২)}{১০০+১০} = ৪$টি

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। টাকায় এক ডজন কলা বিক্রি করায় ২৫% ক্ষতি হয়। ৫০% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি কলা বিক্রি করতে হবে?

(ক) ৫টি (খ) ৬টি

(গ) ৭টি (ঘ) ৮টি

সমাধান : ২৫% ক্ষতিতে, কলার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ২৫) = ৭৫ টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য ৭৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৭৫} = \frac{৪}{৩}$ টাকা

৫০% লাভে, কলার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৫০) = ১৫০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৫০}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য $\frac{৪}{৩}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৫০\times৪}{১০০\times৩} = ২$ টাকা

২ টাকায় বিক্রি করতে হবে ১২টি কলা

∴ ১ টাকায় বিক্রি করতে হবে $\frac{১২}{২} = ৬$টি কলা।

S/M : এখানে, $n_1 = ১$ ডজন = ১২টি,

$B = ২৫, A = ৫০, n_2 = ?$

$\therefore n_2 = \frac{n_1\times(100-B)}{100+A}$

$= \frac{১২\times(১০০-২৫)}{১০০+৫০} = ৬$টি

উত্তর : (খ)

০২। টাকায় ১২টি লেবু বিক্রি করায় ৪% ক্ষতি হয়। ৪৪% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি লেবু বিক্রি করতে হবে?

(ক) ৮ (খ) ৯

(গ) ১০ (ঘ) ১১

সমাধান : ৪% ক্ষতিতে লেবুর বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ৪) = ৯৬ টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য ৯৬ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯৬} = \frac{২৫}{২৪}$ টাকা

আবার, ৪৪% লাভে লেবুর বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৪৪) = ১৪৪ টাকা

ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৪৪}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য $\frac{২৫}{২৪}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১৪৪\times২৫}{১০০\times২৪} = \frac{৩}{২}$ টাকা

$\frac{৩}{২}$ টাকায় বিক্রয় করতে হবে ১২টি লেবু

∴ ১ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{১২\times২}{৩} = ৮$টি।

S/M : এখানে, $n_1 = ১২$টি, $B = ৪, A = ৪৪, n_2 = ?$

$\therefore n_2 = \frac{n_1\times(100-B)}{100+A}$

$= \frac{১২\times(১০০-৪)}{১০০+৪৪} = ৮$টি

উত্তর : (ক)

Case – 3 : দুইটি পণ্যের একটি শতকরা নির্দিষ্ট পরিমাণ লাভ ও অন্যটি ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে মোট লাভ/ক্ষতি নির্ণয়

দুই প্রকার জিনিসের একটি A% লাভে ও অন্যটি B% ক্ষতিতে একই মূল্য Y টাকায় বিক্রয় করলে যদি সর্বমোট লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ P টাকা হয় তবে, মোট লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ,

$P = \frac{2\times Y\times(50A-50B-A\times B)}{(100+A)(100-B)}$

যেখানে, Y = দুই প্রকার জিনিসের প্রত্যেকটির বিক্রয়মূল্য,

A = শতকরা লাভের পরিমাণ, B = শতকরা ক্ষতির পরিমাণ

বি.দ্র. P এর মান ধনাত্মক হলে লাভ হবে এবং ঋণাত্মক হলে ক্ষতি হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৩৬০০ টাকা করে দুটি চেয়ার বিক্রয় করা হয়েছে। একটি ২০% লাভে এবং অন্যটি ২০% লোকসানে বিক্রয় করা হয়েছে। সব মিলিয়ে কত লোকসান হয়েছে?

[১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) লাভ-লোকসান কিছু হয়নি (খ) ৯০০ টাকা

(গ) ৩০০ টাকা (ঘ) ৬০০ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, প্রথম চেয়ারের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য (১০০+২০) = ১২০ টাকা

প্রথম চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ প্রথম চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ প্রথম চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ৩৬০০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৩৬০০}{১২০} = ৩০০০$ টাকা

আবার, ২০% লোকসানে,

দ্বিতীয় চেয়ারের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

বিক্রয়মূল্য (১০০−২০) = ৮০ টাকা

দ্বিতীয় চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ দ্বিতীয় চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৮০}$ টাকা

∴ দ্বিতীয় চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ৩৬০০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৩৬০০}{৮০} = ৪৫০০$ টাকা

∴ দুইটি চেয়ারের বিক্রয়মূল্য (৩৬০০ × ২)= ৭২০০ টাকা

এবং দুইটি চেয়ারের ক্রয়মূল্য = (৩০০০ + ৪৫০০) টাকা

= ৭৫০০ টাকা

∴ মোট লোকসান হয়েছে =(৭৫০০ − ৭২০০)= ৩০০ টাকা

S/M : এখানে, Y = ৩৬০০ টাকা, A = ২০, B = ২০, P = ?

$\therefore P = \frac{2\times Y\times(50A-50B-A\times B)}{(100+A)(100-B)}$

$= \frac{২\times৩৬০০\times(৫০\times২০-৫০\times২০-২০\times২০)}{(১০০+২০)(১০০-২০)} = -৩০০$ টাকা

∴ ৩০০ টাকা ক্ষতি বা লোকসান হয়েছে।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন দালাল দুটি পুরনো গাড়ির প্রত্যেকটি ৩৯,১০০ টাকায় বিক্রয় করেন। প্রথমটিতে তার ১৫% লাভ হয় কিন্তু দ্বিতীয়টিতে ৭.৫% ক্ষতি হয়। মোটের উপর তার কত টাকা লাভ হয়?

(ক) ২০০০ টাকা (খ) ১৯০০ টাকা

(গ) ১৯২৯.৭৩ টাকা (ঘ) ১২০০ টাকা

সমাধান : ১৫% লাভে, পুরনো গাড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১৫) = ১১৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১১৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১১৫}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ৩৯১০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times৩৯১০০}{১১৫}$ টাকা

= ৩৪০০০ টাকা

আবার, ৭.৫% ক্ষতিতে, পুরনো গাড়ির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ৭.৫) = ৯২.৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৯২.৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯২.৫}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ৩৯১০০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{(১০০\times৩৯১০০)}{৯২.৫}$ = ৪২২৭০.২৭ টাকা

∴ গাড়ি দুটির মোট ক্রয়মূল্য,

= ৩৪০০০ + ৪২২৭০.২৭ টাকা

= ৭৬২৭০.২৭ টাকা

এবং গাড়ি দুটির মোট বিক্রয়মূল্য,

= ৩৯১০০ + ৩৯১০০ টাকা

= ৭৮২০০ টাকা

∴ মোট লাভ হয়েছে,

= (৭৮২০০ − ৭৬২৭০.২৭) = ১৯২৯.৭৩ টাকা

S/M : এখানে, Y = ৩৯১০০ টাকা, A = ১৫, B = ৭.৫, P = ?

$\therefore P = \frac{2\times Y\times(50A-50B-A\times B)}{(100+A)(100-B)}$

$= \frac{২\times৩৯১০০\times(৫০\times১৫-৫০\times৭.৫-১৫\times৭.৫)}{(১০০+১৫)(১০০-৭.৫)}$

= ১৯২৯.৭৩ টাকা

∴ ১৯২৯.৭৩ টাকা লাভ।

উত্তর : (গ)

০২। একজন ব্যক্তি ২০০০ টাকা দরে দুইটি মেশিন বিক্রয় করল। একটিতে ২০% লাভ এবং অপরটিতে ৪০% ক্ষতি হলে সর্বমোট লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?

(ক) ১০০০ টাকা (খ) ১৫০০ টাকা

(গ) ২০০০ টাকা (ঘ) ৮০০ টাকা

সমাধান : ২০% লাভে, প্রথম মেশিনের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

প্রথম মেশিনের বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ প্রথম মেশিনের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ প্রথম মেশিনের বিক্রয়মূল্য ২০০০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times২০০০}{১২০} = \frac{৫০০০}{৩}$ টাকা

আবার, ৪০% ক্ষতিতে,

দ্বিতীয় মেশিনের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৪০) = ৬০ টাকা

দ্বিতীয় মেশিনের বিক্রয়মূল্য ৬০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ দ্বিতীয় মেশিনের বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৬০}$ টাকা

∴ দ্বিতীয় মেশিনের বিক্রয়মূল্য ২০০০ টাকা হলে,

ক্রয়মূল্য $\frac{১০০\times২০০০}{৬০} = \frac{১০০০০}{৩}$ টাকা

∴ দুইটি মেশিনের বিক্রয়মূল্য = (২০০০ × ২) = ৪০০০ টাকা

এবং দুইটি মেশিনের ক্রয়মূল্য = $\left(\frac{৫০০০}{৩} + \frac{১০০০০}{৩}\right)$ টাকা

= ৫০০০ টাকা

∴ মোট ক্ষতি হয়েছে =(৫০০০ − ৪০০০)= ১০০০ টাকা

S/M : এখানে, Y = ২০০০ টাকা, A = ২০, B = ৪০, P = ?

$\therefore P = \frac{2\times Y\times(50A-50B-A\times B)}{(100+A)(100-B)}$

$= \frac{২\times২০০০\times(৫০\times২০-৫০\times৪০-২০\times৪০)}{(১০০+২০)(১০০-৪০)} = -১০০০$ টাকা

∴ ১০০০ টাকা ক্ষতি বা লোকসান হয়েছে।

উত্তর : (ক)

Case – 4 : নির্দিষ্ট পরিমাণ জিনিস শতকরা লাভে বিক্রয়ের ক্ষেত্রে পরিবর্তিত পরিমাণ নির্ণয়

X টাকায় n_1 পরিমাণ জিনিস ক্রয় করে যদি n_2 পরিমাণ জিনিস A% লাভের উদ্দেশ্যে Y টাকায় বিক্রয় করতে হয় তবে,

$n_2 = \frac{n_1\times Y\times100}{X\times(100+A)}$

যেখানে, n_1 = যে পরিমাণ জিনিস ক্রয় করা হয়েছে,

X = n_1 পরিমাণ জিনিসের ক্রয়মূল্য

Y = যে মূল্যে বিক্রয় করতে হবে,

A = শতকরা লাভের পরিমাণ

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪ টাকায় ১টি করে কমলা কিনে ২৪ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে ২০% লাভ হবে?

(ক) ৬টি (খ) ৩টি

(গ) ৪টি (ঘ) ৫টি

সমাধান : ২০% লাভে, কমলার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য, = (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ৪ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২০ \times ৪}{১০০} = \frac{২৪}{৫}$ টাকা

$\frac{২৪}{৫}$ টাকায় বিক্রয় করতে হবে ১টি কমলা

∴ ১ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{৫}{২৪}$ টি কমলা

∴ ২৪ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{৫ \times ২৪}{২৪} = ৫$টি কমলা।

S/M : এখানে, $n_1 = ১$টি, X = ৪ টাকা,

Y = ২৪ টাকা, A = ২০, n_2 = ?

∴ $n_2 = \frac{n_1 \times Y \times 100}{X \times (100+A)}$

$= \frac{১ \times ২৪ \times ১০০}{৪ \times (১০০+২০)} = ৫$টি

উত্তর : (ঘ)

০২। ৫ টাকায় ২টি করে কমলা কিনে ৩৫ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে M% লাভ হবে?

(ক) (১৪০০× M)টি (খ) $\frac{১৪০০}{১০০+M}$ টি

(গ) $\frac{১০০+M}{১৪০০}$ টি (ঘ) $\frac{১৪০০+M}{১০০}$ টি

সমাধান : M% লাভে কমলার বিক্রয়মূল্য = (১০০ + M) টাকা

তাহলে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + M) টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১০০+M}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ৫ টাকা হলে,

বিক্রয়মূল্য $\frac{(১০০+M)\times ৫}{১০০} = \frac{১০০+M}{২০}$ টাকা

$\frac{১০০+M}{২০}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে ২ টি কমলা

∴ ১ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{২}{\frac{১০০+M}{২০}}$ টি কমলা

∴ ৩৫ টাকায় বিক্রি করতে হবে $= \frac{২০ \times ৩৫ \times ২}{১০০+M}$ টি কমলা

$= \frac{১৪০০}{১০০+M}$ টি কমলা

S/M : এখানে, $n_1 = ২$টি, X = ৫ টাকা,

Y = ৩৫ টাকা, A = M, n_2 = ?

∴ $n_2 = \frac{n_1 \times Y \times 100}{X \times (100+A)}$

$= \frac{২ \times ৩৫ \times ১০০}{৫ \times (১০০+M)}$

$= \frac{১৪০০}{১০০+M}$ টি

উত্তর : (খ)

০৩। ১৬০ টাকায় ৪টি বই কিনে ৫০০ টাকায় কয়টি বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে?

(ক) ৮টি (খ) ১০টি

(গ) ১২টি (ঘ) ১৪টি

সমাধান : ২৫% লাভে, ৪টি বইয়ের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা

∴ ৪টি বইয়ের ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২৫}{১০০}$ টাকা

∴ ৪টি বইয়ের ক্রয়মূল্য ১৬০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য

$\frac{১২৫ \times ১৬০}{১০০} = ২০০$ টাকা

২০০ টাকায় বিক্রয় করতে হবে ৪টি

∴ ১ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{৪}{২০০}$ টি

∴ ৫০০ টাকায় বিক্রয় করতে হবে $\frac{৪ \times ৫০০}{২০০} = ১০$টি

S/M : এখানে, $n_1 = ৪$টি, X = ১৬০ টাকা,

Y = ৫০০ টাকা, A = ২৫, n_2 = ?

∴ $n_2 = \frac{n_1 \times Y \times 100}{X \times (100+A)} = \frac{৪ \times ৫০০ \times ১০০}{১৬০ \times (১০০+২৫)} = ১০$টি

উত্তর : (খ)

Case – 5 : ভিন্ন পরিমাণ জিনিস ভিন্ন মূল্যে ক্রয় করে একত্রে নির্দিষ্ট লাভে বিক্রয় করলে জিনিসের পরিমাণ নির্ণয়

একই বা ভিন্ন প্রকার জিনিস ভিন্ন পরিমাণে ভিন্ন দরে ক্রয় করে মিলিতভাবে নির্দিষ্ট মূল্যে নির্দিষ্ট লাভে বিক্রয় করলে প্রত্যেক জিনিসের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়। এক্ষেত্রে যে দুইটি ভিন্ন দরে ভিন্ন পরিমাণ জিনিস ক্রয় করা হয় সেই দুইটি পরিমাণের মধ্যে এক প্রকার সম্পর্ক থাকবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। এক দোকানদার ১১০ টাকা কেজি দামের কিছু চায়ের সঙ্গে ১০০ টাকা কেজি দামের দ্বিগুণ পরিমাণ চা মিশ্রিত করে তা ১২০ টাকা কেজি দামে বিক্রি করে মোট ২,০০০ টাকা লাভ করল। দোকানদার দ্বিতীয় প্রকারে কত কেজি চা ক্রয় করেছিল? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০০ কেজি (খ) ৮০ কেজি

(গ) ৫০ কেজি (ঘ) ৬০ কেজি

সমাধান : মনে করি, ১১০ টাকা দরে ক্রয় করে x কেজি

∴ ১০০ টাকা দরে ক্রয় করে (২ × x) কেজি

∴ মোট ক্রয়মূল্য,

= (১১০× x) + (২× x ×১০০) = ৩১০× x টাকা

আবার, মোট বিক্রয় মূল্য = ১২০ × (x + ২ × x) টাকা
= ৩৬০× x টাকা
প্রশ্নমতে, ৩৬০× x − ৩১০× x = ২০০০
⇒ ৫০ × x = ২০০০
⇒ $x = \frac{২০০০}{৫০}$
∴ x = ৪০
∴ দ্বিতীয় প্রকারে চা ক্রয় করেছিল = (৪০ × ২)কেজি
= ৮০ কেজি
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন চাল বিক্রেতা ৫৫ টাকা কেজি কিছু পরিমাণ চাল এবং ৭৫ টাকা কেজিতে ঐ পরিমাণের তিন গুণ পরিমাণ চাল ক্রয় করে একত্রিতভাবে ৮০ টাকা দরে বিক্রয় করে ২৫০০ টাকা লাভ করল। তাহলে ৫৫ টাকা কেজিতে কি পরিমাণ চাল ক্রয় করেছিল?
(ক) ৬০ কেজি (খ) $৫৫\frac{১}{২}$ কেজি
(গ) $৬২\frac{১}{২}$ কেজি (ঘ) $৬৫\frac{১}{২}$ কেজি

সমাধান : মনে করি, ৫৫ টাকা কেজিতে ক্রয় করে x কেজি
∴ ৭৫ টাকা কেজিতে ক্রয় করে (৩ × x) কেজি
∴ মোট ক্রয়মূল্য = (৫৫ + x) + (৩ × x × ৭৫)
= (২৮০ × x) টাকা
আবার, মোট বিক্রয়মূল্য = ৮০ × (x + ৩ × x)
= (৩২০ × x) টাকা
প্রশ্নমতে, (৩২০ × x) − (২৮০ × x) = ২৫০০
⇒ ৪০ × x = ২৫০০
⇒ $x = \frac{২৫০০}{৪০}$
⇒ $x = \frac{১২৫}{২}$
∴ $x = ৬২\frac{১}{২}$
∴ ৫৫ টাকা কেজিতে $৬২\frac{১}{২}$ কেজি চাল ক্রয় করেছিল।
উত্তর : (গ)

০২। ১০০ কেজি পেঁয়াজ ৫০ টাকা দরে এবং কিছু পরিমাণ ৪০ টাকা দরে কিনে সবগুলো ৫৫ টাকা দরে বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হয়। তাহলে ৪০ টাকা দরে কি পরিমাণ পেঁয়াজ ক্রয় করেছিল?
(ক) ৬০ কেজি (খ) ৮০ কেজি
(গ) ১০০ কেজি (ঘ) ১৫০ কেজি

সমাধান : মনে করি, ৪০ টাকা দরে x কেজি পেঁয়াজ ক্রয় করেছিল।
∴ মোট ক্রয়মূল্য = (১০০ × ৫০) + (৪০× x)
= (৫০০০ + ৪০x) টাকা
প্রশ্নমতে, $(৫০০০ + ৪০x)\frac{১২৫}{১০০} = ৫৫(১০০ + x)$
⇒ $(৫০০০ + ৪০x)\frac{৫}{৪} = ৫৫০০ + ৫৫x$
⇒ ২৫০০০ + ২০০x = ২২০০০ + ২২০x
⇒ ২২০x − ২০০x = ২৫০০০ − ২২০০০
⇒ ২০x = ৩০০০
∴ x = ১৫০
∴ ৪০ টাকা দরে ক্রয় করেছিল = ১৫০ কেজি পেঁয়াজ
উত্তর : (ঘ)

০৩। রাসেল প্রতিটি ৩০ টাকা করে কিছু পরিমাণ চকলেট এবং প্রতিটি ৫০ টাকা করে ঐ পরিমাণ অপেক্ষা ৫০টি চকলেট বেশি ক্রয় করল। সবগুলো চকলেট মিলিতভাবে ৫০ টাকা করে বিক্রয় করলে যদি ৬০০ টাকা লাভ হয় তবে ৩০ টাকা করে কতটি চকলেট কিনেছিল?
(ক) ২৫টি (খ) ৩০টি
(গ) ৪০টি (ঘ) ৪৫টি

সমাধান : মনে করি, প্রতিটি ৩০ টাকা করে ক্রয় করেছিল x টি
∴ প্রতিটি ৫০ টাকা করে ক্রয় করেছিল (x + ৫০) টি
∴ মোট ক্রয়মূল্য = (৩০ × x) + {৫০ × (x + ৫০)}
= ৩০ × x + ৫০ × x + ২৫০০
= (৮০ × x + ২৫০০) টাকা
আবার, মোট বিক্রয়মূল্য = ৫০ × (x + x + ৫০)
= ৫০ × (২ × x + ৫০)
= (১০০ × x + ২৫০০) টাকা
প্রশ্নমতে,
(১০০ × x + ২৫০০) − (৮০ × x +২৫০০) = ৬০০
⇒ ১০০ × x + ২৫০০ − ৮০ × x − ২৫০০ = ৬০০
⇒ ২০ × x = ৬০০ ⇒ $x = \frac{৬০০}{২০}$ ∴ x = ৩০টি
∴ ৩০ টাকা করে ৩০টি চকলেট ক্রয় করেছিল।
উত্তর : (খ)

প্র্যাক্টিস প্রবলেম

০১। ৬০ টাকায় আম কিনে ১৫০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ-
(ক) ২০০% (খ) ১৫০%
(গ) ৩০০% (ঘ) কোনটিই নয়

০২। একটি আলমারি ১৮০০০ টাকায় ক্রয় করে ১৩৫০০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা ক্ষতির পরিমাণ কত?
(ক) ২০% (খ) ২৫%
(গ) ৩৫% (ঘ) ৪০%

০৩। একটি গাড়ি মেরামত করায় মেরামতকারী ব্যক্তিকে ৪৫০০ টাকা দেওয়ায় তার ৫০০ টাকা ক্ষতি হলো। তাহলে তার শতকরা কত ক্ষতি হল?
(ক) ১০ টাকা (খ) ২০ টাকা
(গ) ২৫ টাকা (ঘ) ১২ টাকা

০৪। জালাল একটি মোবাইল ক্রয় করে তার বন্ধুর কাছে মোবাইলটি বিক্রয় করল। ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ৫ : ১১ হলে তার শতকরা কত লাভ হয়েছে?
(ক) ৮০% (খ) ৯০%
(গ) ১২০% (ঘ) ১৩০%

০৫। একটি রেফ্রিজারেটর ৪০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?
(ক) ৩ : ২ (খ) ২ : ৩
(গ) ৫ : ৩ (ঘ) ৩ : ৫

০৬। আয়ান সাহেব একটি মোবাইল সেট P টাকায় বিক্রয় করে Q% লাভ করেছেন। তিনি মোবাইল সেটটি কত টাকায় ক্রয় করেছিলেন?
(ক) $\frac{১০০\times Q}{১০০+P}$ (খ) $\frac{১০০\times P}{১০০+P\times Q}$
(গ) $\frac{১০০}{১০০\times Q+P}$ (ঘ) $\frac{১০০\times P}{১০০+Q}$

০৭। একজন দোকানদার ৮% লাভে একটি জিনিস ৫৪ টাকায় বিক্রি করেন। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৪৮ টাকা (খ) ৫০ টাকা
(গ) ৫২ টাকা (ঘ) ৪৬ টাকা

০৮। একটি বাল্ব ১৯০ টাকায় বিক্রি করাতে ৫% ক্ষতি হয়। বাল্বটির ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১৯৫ টাকা (খ) ২০০ টাকা
(গ) ২১০ টাকা (ঘ) ২২০ টাকা

০৯। নির্দিষ্ট দামে একটি দ্রব্য বিক্রয় করাতে ২০% ক্ষতি হলো। এটি ৬০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করতে পারলে ১০% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ২০০ টাকা (খ) ৩০০ টাকা
(গ) ১৬০ টাকা (ঘ) ২২০ টাকা

১০। একটি প্রিন্টার ১৩% লাভে বিক্রয় করা হলো এর বিক্রয়মূল্য ৩১৩৫ টাকা কমালে ২০% ক্ষতি হত। প্রিন্টারের ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৯০০০ টাকা (খ) ৯৫০০ টাকা
(গ) ১০০০০ টাকা (ঘ) ৮০০০ টাকা

১১। একটি দ্রব্য ২৪০ টাকায় বিক্রয় করাতে ৪% ক্ষতি হলো। বিক্রয়মূল্য কত হলে ৪% লাভ হত?
(ক) ২৫০ টাকা (খ) ২৪৫ টাকা
(গ) ২৩০ টাকা (ঘ) ২৬০ টাকা

১২। চালের বস্তা ২৩৭৫ টাকায় বিক্রয় করলে ৫% ক্ষতি হয়। ২৬৫০ টাকায় বিক্রয় করলে কত লাভ বা ক্ষতি হবে?
(ক) ৬% লাভ (খ) ৮% লাভ
(গ) ৯% লাভ (ঘ) ৬% ক্ষতি

১৩। একজন ফল বিক্রেতা ৫% ক্ষতিতে কিছু আপেল বিক্রয় করল। যদি আপেলগুলো সে ১০% কমে ক্রয় করত এবং ২২০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করত তাহলে ৩০% লাভ হত। তাহলে আপেলগুলোর ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৮০ টাকা (খ) ১০০ টাকা
(গ) ৮০০ টাকা (ঘ) ১০০০ টাকা

১৪। A একটি দ্রব্য ১২০ টাকা খরচে তৈরি করে ২৫% লাভে B এর কাছে বিক্রি করে। B আবার দ্রব্যটি C এর নিকট ১০% লাভে বিক্রি করে। C এর ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১২৫ টাকা (খ) ১৬০ টাকা
(গ) ১৬৫ টাকা (ঘ) ১৭০ টাকা

১৫। একটি ফার্নিচার ১২৫০০ টাকায় ক্রয় করে ২৮% লাভে বিক্রয় করা হল। পরবর্তীতে ঐ ফার্নিচার ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে শেষ বিক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১১৮০০ টাকা (খ) ৯৬০০ টাকা
(গ) ১০৮০০ টাকা (ঘ) ১২৮০০ টাকা

১৬। প্রতি কেজি আপেল ২০০ টাকায় বিক্রয় করলে যে ক্ষতি হয়, ৩৫০ টাকায় বিক্রি করলে তার দ্বিগুণ পরিমাণ লাভ হয়। প্রতি কেজি আপেলের ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ২০০ টাকা (খ) ২৫০ টাকা
(গ) ৩০০ টাকা (ঘ) ৩৫০ টাকা

১৭। ৫০ টাকায় ৬টি দরে আম ক্রয় করে ৫০ টাকায় ৫টি দরে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে?
(ক) ১০% (খ) ১২%
(গ) ২০% (ঘ) ২৫%

১৮। দুইটি টেলিভিশনের প্রত্যেকটি ১২০০০ টাকা করে বিক্রয় করা হল। একটি টেলিভিশনে ৬০% লাভ ও অপর টেলিভিশনে ২০% ক্ষতি হলে সব মিলিয়ে লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?
(ক) ১৬০০ টাকা (খ) ১৫০০ টাকা
(গ) ১৪০০ টাকা (ঘ) ১৩০০ টাকা

১৯। ১২টি ডিমের বিক্রয়মূল্য ১৫টি ডিমের ক্রয়মূল্যের সমান হলে, শতকরা কত লাভ হবে?
(ক) ২০% (খ) ১৫%
(গ) ৩০% (ঘ) ২৫%

২০। এক ব্যবসায়ী প্রতিটি ২০০ টাকা করে কিছু পরিমাণ টি-শার্ট এবং প্রতিটি ৩৫০ টাকা করে ঐ পরিমাণের অর্ধেক পরিমাণ টি-শার্ট ক্রয় করে একত্রিতভাবে ৪০০ টাকায় প্রতিটি বিক্রয় করে ৭২০০ টাকা লাভ করলে ২০০ টাকা করে কতটি টি-শার্ট কিনেছিল?
(ক) ২০টি (খ) ২৮টি
(গ) ৩২টি (ঘ) ৪০টি

উত্তরমালা

০১	খ	০২	খ	০৩	ক	০৪	গ	০৫	গ
০৬	ঘ	০৭	খ	০৮	খ	০৯	ক	১০	খ
১১	ঘ	১২	ক	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	ঘ
১৬	খ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	ঘ	২০	গ

অধ্যায় ০৭ সরল ও যৌগিক মুনাফা

প্রাত্যহিক জীবনে আমরা সবাই লেনদেন অথবা কেনাবেচার সাথে পরিচিত। অনেকেই শিল্প প্রতিষ্ঠানে অর্থ বিনিয়োগ করে বিভিন্ন বাণিজ্যিক কাজে। সেই বাণিজ্যের সাথে যুক্ত থাকে পাইকারি, খুচরা এবং বিভিন্ন শ্রেণিপেশার মানুষ। প্রতিটি স্তরে কমবেশি সবাই লাভ বা মুনাফা আশা করে। অনেক সময় লোকসানও হয়। অনেকে অর্থনৈতিক নিরাপত্তার জন্য ব্যাংকে টাকা আমানত রাখে। সেখানেও বিভিন্ন খাতে মুনাফা লাভ করা যায়। তাই কমবেশি সকলেরই মুনাফা সম্পর্কে একটি ভালো ধারণা থাকা দরকার।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম 'তে ৬টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম' তে ৬টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - মুনাফা, আসল, সুদ এবং সময় নির্ণয় সম্পর্কিত
  - সুদাসল/মুনাফা-আসল নির্ণয়
  - মুনাফার হার সম্পর্কিত সমস্যা
  - দুটি সুদ ও দুটি আসল সম্পর্কিত সমস্যা
  - চক্রবৃদ্ধি মূলধন সম্পর্কিত সমস্যা
  - চক্রবৃদ্ধি মুনাফা
  - জনসংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা
  - বছরে একাধিকবার মুনাফা প্রদান

মুনাফা/সুদ (Interest):
ব্যাংক এবং বিভিন্ন বাণিজ্যিক কাজে কোন টাকা বিনিয়োগের উপর ভিত্তি করে একটি নির্দিষ্ট সময়ের উপর নির্দিষ্ট হারে কিছু অতিরিক্ত টাকা লাভ হয়। সাধারণত সেই লাভের অংশটাই হলো মুনাফা/সুদ। হিসাবের ক্ষেত্রে একে সাধারণত 'I' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

আসল/মূলধন (Principal or Capital):
যে পরিমাণ টাকা বিনিয়োগের ক্ষেত্রে খাটানো হয় বা ধার দেওয়া অথবা জমা রাখা হয় সেই নির্দিষ্ট পরিমাণ অংশটিই হলো আসল বা মূলধন। একে 'P' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সুদের হার/মুনাফার হার (Rate of Interest):
একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকার উপর একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর যে লাভ/সুদ দেওয়া হয় তাই সুদের হার। একে 'r' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সাধারণত শতকরায় থাকে।

সুদাসল/মুনাফা আসল (Interest Principal/Amount):
সাধারণত একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর লাভের অংশ (মুনাফা/সুদ) সহ আসলকে একত্রে সুদাসল বলা হয়। সরল মুনাফার ক্ষেত্রে 'A' এবং যৌগিক মুনাফার ক্ষেত্রে 'C' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
অর্থাৎ, মুনাফাআসল = মুনাফা + আসল

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

সরল মুনাফা (Simple Interset)	যৌগিক/চক্রবৃদ্ধি মুনাফা (Compound Interest)
1. $I = Pnr$ 2. $P = \frac{I}{nr}$ 3. $n = \frac{I}{Pr}$ 4. $r = \frac{I}{Pn} \times ১০০\%$ 5. $A = P + I$ $= P + Pnr$ $= P(1 + nr)$	1. $C = P(1 + r)^n$ 2. $I_c = C - P$ $= P(1 + r)^n - P$ $= P\{(1 + r)^n - 1\}$

পরিচিতি

n = সময় নির্দেশক/ বছর
I = n একক সময় পর মুনাফার পরিমাণ
P = মূলধনের পরিমাণ
r = মুনাফার হার/একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা
A = মুনাফাসহ মূলধন/সুদাসল
C = চক্রবৃদ্ধি মুনাফাসহ মূলধন
I_c = চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

Type-01 : মুনাফা, আসল, সুদ এবং সময় নির্ণয়

Case – 1 : মুনাফা নির্ণয়

বার্ষিক r% হারে P টাকার (মূলধন) n বছরের মুনাফা I হলে,
$I = Pnr$
এখানে, n = সময় নির্দেশক/ বছর,
I = n একক সময় পর মুনাফার পরিমাণ, P = মূলধনের পরিমাণ
r = মুনাফার হার/একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৬% হারে নয় মাসে ১০,০০০/- টাকার উপর সুদ কত হবে? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫০০ টাকা (খ) ৬০০ টাকা
(গ) ৪৫০ টাকা (ঘ) ৬৫০ টাকা

সমাধান : ১০০ টাকার ১২ মাসের সুদ ৬ টাকা
∴ ১ টাকার ১ মাসের সুদ $\frac{৬}{১০০\times১২}$ টাকা
∴ ১০,০০০ টাকার ৯ মাসের সুদ $\frac{৬\times১০০০০\times৯}{১০০\times১২} = ৪৫০$ টাকা

বিকল্প : এখানে, r = ৬%, n = $\frac{৯}{১২}$ বছর, P = ১০,০০০ টাকা
∴ $I = Pnr = ১০০০০ \times \frac{৯}{১২} \times \frac{৬}{১০০}$ ∴ I = ৪৫০ টাকা

উত্তর : (গ)

০২। ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হার মুনাফা পাওয়া যাবে? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯% (খ) ৯.২%
(গ) ৮% (ঘ) ৮.২%

সমাধান : ১০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা ১০ টাকা
∴ ১ টাকায় ১ বছরের মুনাফা $\frac{১০}{১০০}$ টাকা
∴ ৩০০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা $\frac{১০\times৩০০০}{১০০} = ৩০০$ টাকা
আবার, ১০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা ৮ টাকা
∴ ১ টাকায় ১ বছরের মুনাফা $\frac{৮}{১০০}$ টাকা
∴ ২০০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা $\frac{৮\times২০০০}{১০০} = ১৬০$ টাকা
মোট মুনাফা = (৩০০ + ১৬০) = ৪৬০ টাকা
মোট আসল = (৩০০০ + ২০০০) = ৫০০০ টাকা
এখন, ৫০০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৪৬০ টাকা
∴ ১ টাকার ১ বছরের মুনাফা $\frac{৪৬০}{৫০০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা $\frac{৪৬০\times১০০}{৫০০০} = ৯.২$ টাকা

বিকল্প : এখানে, $I_1 = P_1n_1r_1 = \frac{৩০০০\times১\times১০}{১০০} = ৩০০$ টাকা
$I_2 = P_2n_2r_2 = \frac{২০০০\times১\times৮}{১০০} = ১৬০$ টাকা
মোট মুনাফা (৩০০ + ১৬০) = ৪৬০ টাকা
মোট মূলধন (৩০০০ + ২০০০) = ৫০০০ টাকা
আবার, $I = Pnr \Rightarrow r = \frac{I}{pn} \times ১০০\%$
∴ $r = \left(\frac{৪৬০\times১০০}{৫০০০}\right)\% = ৯.২\%$
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা হার সরল সুদে ৫২০০ টাকার ২ বছরের সুদ কত?

(ক) ৪৫০ টাকা (খ) ৫২৪ টাকা
(গ) ৬০০ টাকা (ঘ) ৬২৪ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ৬\% = \frac{৬}{১০০}$, n = ২ বছর, P = ৫২০০ টাকা
∴ $I = Pnr = ৫২০০ \times ২ \times \frac{৬}{১০০}$ ∴ I = ৬২৪ টাকা
উত্তর : (ঘ)

০২। শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে ৭২০ টাকার ২ বছর ৪ মাসের সুদ কত হবে?

(ক) ৮৩ টাকা (খ) ৮৪ টাকা
(গ) ৮২ টাকা (ঘ) ৯০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ৫\% = \frac{৫}{১০০}$, $n = \frac{৭}{৩}$ বছর, P = ৭২০ টাকা
∴ $I = Pnr = ৭২০ \times \frac{৭}{৩} \times \frac{৫}{১০০}$ ∴ I = ৮৪ টাকা
উত্তর : (খ)

০৩। শতকরা বার্ষিক ১২ টাকা হারে ৬০০ টাকার ৬ মাসের সুদ কত?

(ক) ২৪ টাকা (খ) ৩৬ টাকা
(গ) ৪৮ টাকা (ঘ) ৬০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$, $n = \frac{১}{২}$ বছর, P = ৬০০ টাকা
∴ $I = Pnr = ৬০০ \times \frac{১}{২} \times \frac{১২}{১০০}$ ∴ I = ৩৬ টাকা
উত্তর : (খ)

০৪। M টাকার M% সরল সুদে ৪ বছরের সুদ M টাকা হলে M = ?

(ক) ২০ (খ) ২৫
(গ) ৫০ (ঘ) ৫৫

সমাধান : এখানে, P = M, $r = M\% = \frac{M}{১০০}$, I = M, n = ৪
So, $I = Pnr \Rightarrow M = M \times ৪ \times \frac{M}{১০০}$
২৫M = $M^২$ ∴ M = ২৫
উত্তর : (খ)

০৫। প্রতি ৬ মাসে সুদের সংশ্লেষ হলে বছরে ২০% বার্ষিক সুদের হারে ১০০০ টাকায় এক বছরে কত টাকা সুদ পাবে?

(ক) ২০০ (খ) ২০৫
(গ) ২০৮ (ঘ) ২১০

সমাধান : এখানে, P = ১০০০, $r = ২০\% = \frac{২০}{১০০}$, $n = \frac{১}{২}$
যেহেতু চক্রবৃদ্ধি সুদ তাই, $I_1 = P \times n \times r$
$= ১০০০ \times \frac{১}{২} \times \frac{২০}{১০০} = ১০০$ টাকা।
মোট টাকা = ১০০০ + ১০০ = ১১০০ টাকা।
পরবর্তী ছয় মাসের ক্ষেত্রে,
$I_2 = ১১০০ \times \frac{১}{২} \times \frac{২০}{১০০} = ১১০$
∴ মোট মুনাফা = ১০০ + ১১০ = ২১০ টাকা।
উত্তর : (ঘ)

০৬। কোনো ব্যাংকে ১০০০০ টাকা রেখে ১ম মাসে হাজারে p টাকা এবং পরবর্তী প্রতি মাসের জন্য হাজারে q টাকা মুনাফা পেলে ৩ মাস পর টাকার পরিমাণ কত হবে?

(ক) ১০p + ২০q (খ) ৩০q
(গ) ৩০p (ঘ) ২০p + ১০q

সমাধান : ১০০০ টাকার ১ মাসের মুনাফা p টাকা
∴ ১০০০০ টাকার ১ মাসের মুনাফা $\frac{১০০০০\times p}{১০০০} = ১০p$ টাকা
আবার, ১০০০ টাকার ১ মাসের মুনাফা q টাকা
∴ ১০০০০ টাকার ২ মাসের মুনাফা $\frac{১০০০০\times q\times ২}{১০০০} = ২০q$ টাকা
∴ মোট মুনাফা = (১০p + ২০q) টাকা
উত্তর : (ক)

Case – 2 : আসল নির্ণয়

বার্ষিক r% হারে n বছরের মুনাফা/সুদ I হলে, আসল/মূলধন, $P = \frac{I}{n\times r}$
এখানে, n = সময় নির্দেশক/ বছর, I = n একক সময় পর মুনাফার পরিমাণ, P = মূলধনের পরিমাণ r = একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। শতকরা বার্ষিক ৬ টাকা হার সুদে ৩ বছরে সুদ ১০৮ টাকা হলে আসল কত?
(ক) ৪০০ টাকা (খ) ৫০০ টাকা
(গ) ৬০০ টাকা (ঘ) ৩০০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ৬\% = \frac{৬}{১০০}$, $n = ৩$ বছর, $I = ১০৮$ টাকা
$P = \frac{I}{n \times r} = \frac{১০০ \times ১০৮}{৩ \times ৬} = ৬০০$ টাকা $\therefore P = ৬০০$ টাকা
উত্তর : (গ)

০২। ১০% হার মুনাফায় কত টাকার ৪ বৎসরের সুদ ১৪০ টাকা?
(ক) ৩০০ টাকা (খ) ৪০০ টাকা
(গ) ৩৫০ টাকা (ঘ) ৪৫০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ১০\% = \frac{১০}{১০০}$, $n = ৪$ বছর, $I = ১৪০$ টাকা
$P = \frac{I}{n \times r} = \frac{১০০ \times ১৪০}{৪ \times ১০} = ৩৫০$ টাকা $\therefore P = ৩৫০$ টাকা
উত্তর : (গ)

০৩। শতকরা বার্ষিক ৬ টাকা হার সুদে ৯৫০ টাকার ৮ বছরে যত সুদ হয়, বার্ষিক ৭.৫% হার সুদে কত টাকার ১৯ বছরে তত সুদ হবে?
(ক) ২৮০ টাকা (খ) ৩২০ টাকা
(গ) ৩৮০ টাকা (ঘ) ৪৯০ টাকা

সমাধান : এখানে, $P = ৯৫০$, $r = ৬\% = \frac{৬}{১০০}$, $n = ৮$
$I = Pnr \Rightarrow I = ৯৫০ \times ৮ \times \frac{৬}{১০০} = ৪৫৬$ টাকা
আবার, $P = \frac{I}{n \times r} = \frac{১০০ \times ৪৫৬}{১৯ \times ৭.৫}$ $\therefore P = ৩২০$ টাকা।
উত্তর : (খ)

০৪। সুদের হার ৭% থেকে কমে ৫% হলে এক ব্যক্তির আয় ৫ বছরে ৭০ টাকা কমে যায়, তার মূলধন কত টাকা?
(ক) ৬০০ টাকা (খ) ৭০০ টাকা
(গ) ৮০০ টাকা (ঘ) ৯০০ টাকা

সমাধান : এখানে, $I_1 - I_2 = ৭০$ টাকা
$r_1 = ৭\% = \frac{৭}{১০০}$, $r_2 = ৫\% = \frac{৫}{১০০}$, $n = ৫$
$\Rightarrow \frac{P \times r_1 \times n}{100} - \frac{P \times r_2 \times n}{100} = ৭০ \Rightarrow \frac{P \times ৭ \times ৫}{১০০} - \frac{P \times ৫ \times ৫}{১০০} = ৭০$
$\Rightarrow \frac{৩৫P}{১০০} - \frac{২৫P}{১০০} = ৭০ \Rightarrow \frac{১০P}{১০০} = ৭০ \therefore P = ৭০০$ টাকা
উত্তর : (খ)

০৫। ৪% হার সুদে কত টাকার ২ বছরের সরল সুদ এবং চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য ১ টাকা হবে?
(ক) ৬০০ (খ) ৬৫০
(গ) ৬২৫ (ঘ) ৬২০

সমাধান : $I = Pnr = P \times ২ \times \frac{৪}{১০০} = \frac{২P}{২৫}$
$I_c = P\{(১ + r)^n - ১\}$
$= P\left\{\left(১ + \frac{১}{২৫}\right)^২ - ১\right\} = P\left\{\left(\frac{২৬}{২৫}\right)^২ - ১\right\}$
$= P\left(\frac{৬৭৬}{৬২৫} - ১\right)$ $\therefore I_c = \frac{৫১P}{৬২৫}$
$\therefore \frac{৫১P}{৬২৫} - \frac{২P}{২৫} = ১ \Rightarrow \frac{৫১P - ৫০P}{৬২৫} = ১$ $\therefore P = ৬২৫$
উত্তর : (গ)

Case – 3 : সুদের/মুনাফার হার নির্ণয়

P টাকার (আসল) n বছরে মুনাফা I হলে,
বার্ষিক সুদের হার, $r = \frac{I}{pn} \times ১০০\%$

এখানে, n= সময় নির্দেশক/ বছর
I = n একক সময় পর মুনাফার পরিমাণ, P = মূলধনের পরিমাণ
r = একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে মুনাফার হার কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০% (খ) ১২.৫%
(গ) ১৫% (ঘ) ১২%

সমাধান : ধরি, আসল ৮ টাকা
$\therefore$ মুনাফা $= \left(৮ \text{ এর } \frac{৩}{৮}\right) = ৩$ টাকা
$\therefore$ মুনাফা + আসল $= (৮ + ৩) = ১১$ টাকা
মুনাফা-আসল ১১ টাকা হলে মুনাফা ৩ টাকা
$\therefore$ মুনাফা-আসল ৫৫০০ টাকা হলে,
মুনাফা $\frac{৫৫০০ \times ৩}{১১} = ১৫০০$ টাকা
$\therefore$ আসল $= (৫৫০০ - ১৫০০)$ টাকা $= ৪০০০$ টাকা
$\therefore$ মুনাফার হার, $r = \left(\frac{১৫০০ \times ১০০}{৪০০০ \times ৩}\right)\% = ১২.৫\%$

বিকল্প : এখানে, $n = ৩$, $A = ৫৫০০$
ধরি, $P = x$ এবং $I = x$ এর $\frac{৩}{৮} = \frac{৩x}{৮}$
$\Rightarrow P + I = ৫৫০০ \Rightarrow x + \frac{৩x}{৮} = ৫৫০০$
$\Rightarrow x\left(১ + \frac{৩}{৮}\right) = ৫৫০০ \Rightarrow x = ৫৫০০ \times \frac{৮}{১১}$
$\therefore x = ৪০০০$
তাহলে, $I = \frac{৩x}{৮} = \frac{৩ \times ৪০০০}{৮} = ১৫০০$
$\therefore r = \frac{I}{pn} \times ১০০\% = \frac{১০০ \times ১৫০০}{৪০০০ \times ৩}\% = ১২.৫\%$
উত্তর : (খ)

০২। রকীব সাহেব ৩,৭৩,৮৯৯ টাকা ব্যাংকে রাখলেন। $৭\frac{১}{২}$ বছর পর তিনি আসল টাকার $১\frac{১}{৪}$ অংশ সুদ পেলেন। ব্যাংকের সুদের হার কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $১২\frac{১}{২}\%$ (খ) $১৬\frac{২}{৩}\%$
(গ) $৮\frac{১}{৩}\%$ (ঘ) $১১\frac{১}{৯}\%$

সমাধান : মোট সুদ $= ৩৭৩৮৯৯ \times ১\frac{১}{৪}$
$= ৩৭৩৮৯৯ \times \frac{৫}{৪} = ৪৬৭৩৭৩.৭৫$ টাকা।
$৭\frac{১}{২}$ বা $\frac{১৫}{২}$ বছরের সুদ ৪৬৭৩৭৩.৭৫ টাকা
$\therefore$ ১ বছরের সুদ $\frac{৪৬৭৩৭৩.৭৫ \times ২}{১৫} = ৬২৩১৬.৫$ টাকা
৩৭৩৮৯৯ টাকার ১ বছরের সুদ ৬২৩১৬.৫ টাকা
$\therefore$ ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $= \frac{৬২৩১৬.৫ \times ১০০}{৩৭৩৮৯৯} = ১৬\frac{২}{৩}$ টাকা

বিকল্প : এখানে, $P = ৩,৭৩,৮৯৯$, $n = \frac{১৫}{২}$ $[৭\frac{১}{২} = \frac{১৫}{২}]$

$I = ৩,৭৩,৮৯৯ \times \frac{৫}{৪}$ $[\because ১\frac{১}{৪} = \frac{৫}{৪}]$

$r = \frac{I}{pn} \times ১০০\% = \frac{৩৭৩৮৯৯ \times \frac{৫}{৪}}{৩৭৩৮৯৯ \times \frac{১৫}{২}} \times ১০০\%$

$= \frac{১০০ \times ৫ \times ২}{১৫ \times ৪} \times ১০০\% = \frac{৫০}{৩}\% = ১৬\frac{২}{৩}\%$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪২৫ টাকার ৪ বছরের সুদ ৮৫ টাকা হলে বার্ষিক সুদের হার কত?

(ক) ১০% (খ) ৫%

(গ) ৭% (ঘ) ১২%

সমাধান : এখানে, P = ৪২৫ টাকা, n = ৪ বছর, I = ৮৫ টাকা

$r = \frac{I}{P \times n} \times ১০০\% = \frac{৮৫}{৪২৫ \times ৪} \times ১০০\% = ৫\%$

উত্তর : খ

০২। কোনো আসল টাকার ৪ বছরের সুদ, সুদাসলের $\frac{১}{৬}$ অংশ। সুদের হার কত?

(ক) $৬\frac{১}{৪}$ (খ) ৫%

(গ) $৭\frac{১}{২}\%$ (ঘ) ৪%

সমাধান : ধরি, A = ১০০ $\therefore I = \frac{১০০}{৬}$, n = ৪

তাহলে, $P = ১০০ - \frac{১০০}{৬} = \frac{৫০০}{৬}$

$r = \frac{I}{pn} \times ১০০\% = \frac{\frac{১০০}{৬}}{\frac{৫০০}{৬} \times ৪} \times ১০০\% = ৫\%$

উত্তর : (খ)

০৩। আবু ব্যাংকে ৯০০০ টাকা রেখে ২ বছরে ১৮০০ টাকা মুনাফা পেল। বার্ষিক সুদের হার কত ছিল?

(ক) ১৫% (খ) ২৫%

(গ) ২০% (ঘ) ১০%

সমাধান : এখানে, P = ৯০০০ টাকা, n = ২ বছর, I = ১৮০০ টাকা

$\therefore r = \frac{I}{pn} \times ১০০\% = \frac{১০০ \times ১৮০০}{৯০০০ \times ২}\% = ১০\%$

উত্তর : (ঘ)

০৪। ৩০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা ও ৪০০ টাকার ৫ বছরের সরল মুনাফা একত্রে ১৬০ টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

(ক) ৬% (খ) ৫%

(গ) ৭% (ঘ) ৮%

সমাধান : ধরি, মুনাফার হার r%

$\therefore ৩০০ \times ৪ \times \frac{r}{১০০} + ৪০০ \times ৫ \times \frac{r}{১০০} = ১৬০$

$\Rightarrow ১২r + ২০r = ১৬০ \Rightarrow r = \frac{১৬০}{৩২} \therefore r = ৫\%$

বিকল্প : এখানে, $P_1 = ৩০০$ টাকা, $P_2 = ৪০০$ টাকা,

$n_1 = ৪$ বছর, $n_2 = ৫$ বছর, I = ১৬০ টাকা

$r = \frac{I}{P_1n_1 + P_2n_2} \times ১০০\% = \frac{১০০ \times ১৬০}{(৩০০ \times ৪) + (৪০০ \times ৫)}\%$

$= \frac{১৬০০০}{১২০০ + ২০০০} = \frac{১৬০০০}{৩২০০} = ৫\%$

উত্তর : (খ)

০৫। পঙ্কজ ব্যাংকে ২ বছরের জন্য ৪০০ টাকা জমা রাখলেন। একই হার মুনাফায় তিনি ৪ বছরের জন্য আরও ৫৫০ টাকা এবং ৬ বছরের জন্য আরও ১২০০ টাকা জমা রাখলেন তার প্রাপ্ত মোট মুনাফা ১০২০ টাকা হলে বার্ষিক মুনাফার হার কত?

(ক) ১০% (খ) ৫%

(গ) ১৫% (ঘ) ২০%

সমাধান : ধরি, সুদের হার r%

$\therefore P_1n_1 \times \frac{r}{১০০} + P_2n_2 \times \frac{r}{১০০} + P_3n_3 \times \frac{r}{১০০} = ১০২০$

$\Rightarrow ৪০০ \times ২ \times \frac{r}{১০০} + ৫৫০ \times ৪ \times \frac{r}{১০০} + ১২০০ \times ৬ \times \frac{r}{১০০} = ১০২০$

$\Rightarrow ৮r + ২২r + ৭২r = ১০২০$

$\Rightarrow ১০২r = ১০২০ \therefore r = ১০\%$

উত্তর : (ক)

Case – 4 : সময় নির্ণয়

বার্ষিক r% হারে P টাকার (আসল) মুনাফা I হতে সময় লাগবে, $n = \frac{I}{Pr}$	এখানে, n = সময় নির্দেশক/ বছর I = n একক সময় পর মুনাফার পরিমাণ P = মূলধনের পরিমাণ r = একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৪৫০ টাকা বার্ষিক ৬% সুদে কত বছরে সুদে- আসলে ৫৫৮ টাকা হবে? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩ বছরে (খ) ৪ বছরে

(গ) ৫ বছরে (ঘ) ৬ বছরে

সমাধান : এখন, ৬% হারে ৪৫০ টাকায়

১ বছরের মুনাফা = $৪৫০ \times \frac{৬}{১০০} = ২৭$

মোট সুদ = (৫৫৮ – ৪৫০) = ১০৮

২৭ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

১০৮ টাকা সুদ হয় $\frac{১০৮}{২৭} = ৪$ বছর

বিকল্প : A = ৫৫৮ টাকা, P = ৪৫০ টাকা, $r = ৬\% = \frac{৬}{১০০}$

I = A – P = ৫৫৮ – ৪৫০ = ১০৮

$\therefore n = \frac{I}{Pr} = \frac{১০০ \times ১০৮}{৪৫০ \times ৬} = ৪$ বছর

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৬৬৬৬ টাকা বার্ষিক ১০% সুদে কয় বছরে সুদে আসলে ১৩৩৩২ টাকা হবে?

(ক) ৮ বছর (খ) ১৫ বছর

(গ) ১০ বছর (ঘ) ২০ বছর

সমাধান : এখানে, মুনাফা, I = ১৩৩৩২ − ৬৬৬৬ = ৬৬৬৬
P = ৬৬৬৬ টাকা, r = ১০% = $\frac{১০}{১০০}$
∴ সময় n = $\frac{I}{Pr} = \frac{৬৬৬৬}{৬৬৬৬\times\frac{১০}{১০০}} = \frac{১০০}{১০}$ ∴ n = ১০ বছর।
উত্তর : (গ)

০২। বার্ষিক ৮% হার সুদে কত বছরে সুদ আসলের সমান হবে?
(ক) ৮ বছর (খ) ১২ $\frac{১}{২}$ বছর
(গ) ১০ বছর (ঘ) ১৪ $\frac{১}{২}$ বছর

সমাধান : এখানে, r = ৮% = $\frac{৮}{১০০}$
ধরি, P = x টাকা, I = x টাকা,
এবং n বছরে x টাকার সুদ হবে x টাকা
I = Pnr ⇒ x = x × n × $\frac{৮}{১০০}$
⇒ ১ = n × $\frac{২}{২৫}$ ⇒ n = $\frac{২৫}{২}$ ∴ n = ১২$\frac{১}{২}$ বছর
উত্তর : (খ)

০৩। ৬ $\frac{১}{৪}$% হার সুদে কত সময়ে ৯৬ টাকার সুদ ১৮ টাকা হবে?
(ক) ২ বছর (খ) ২$\frac{১}{২}$ বছর
(গ) ৩ বছর (ঘ) ৪ বছর

সমাধান : এখানে, I = ১৮, P = ৯৬, r = ৬$\frac{১}{৪}$% = $\frac{২৫}{৪}$% = $\frac{২৫}{৪\times১০০}$
∴ n = $\frac{I}{Pr} = \frac{১৮\times৪\times১০০}{৯৬\times২৫}$ ∴ n = ৩ বছর
উত্তর : (গ)

০৪। বার্ষিক ৮% মুনাফায় ৫০০০ টাকার মুনাফা ১০০০ টাকা হবে কত বছরে?
(ক) ৩ $\frac{১}{৪}$ বছর (খ) ২ $\frac{১}{২}$ বছর
(গ) ২ $\frac{১}{৪}$ বছর (ঘ) ১ $\frac{১}{৫}$ বছর

সমাধান : এখানে, I = ১০০০, P = ৫০০০, r = ৮% = $\frac{৮}{১০০}$
n = $\frac{I}{P\times r} = \frac{১০০০\times১০০}{৫০০০\times৮} = \frac{৫}{২}$ ∴ n = ২ $\frac{১}{২}$ বছর
উত্তর : (খ)

০৫। বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা হার সুদে কোন মূলধন কত বছর পরে সুদাসলে দ্বিগুণ হবে?
(ক) ৯ বছর (খ) ১১ বছর
(গ) ১২ বছর (ঘ) ১০ বছর

সমাধান : ধরি, আসল ১০০ টাকা ∴ সুদাসল ২০০ টাকা
∴ সুদ = (২০০ − ১০০) টাকা = ১০০ টাকা
∴ সময় (n) = $\frac{১০০\times১০০}{১০০\times১০} = ১০$ বছর

Type-02 : সুদাসল/মুনাফা-আসল নির্ণয়

এখানে, A = মুনাফা-আসল; P = আসল; I = মুনাফা;
r = মুনাফার হার; n = বছর/সময়
মুনাফা ও আসলের টাকাকে একত্রে মুনাফা-আসল বা সবৃদ্ধিমূল বলে।
মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা
মুনাফা-আসল নির্ণয়ের সূত্র :
A = P + I = P + Pnr = P(1 + nr)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বার্ষিক ৪$\frac{১}{২}$% সরল সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করলে ৪ বছরে তা ৮২৬ টাকা হবে? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪৫৮ টাকা (খ) ৬৫০ টাকা
(গ) ৭০০ টাকা (ঘ) ৭২৫ টাকা

সমাধান : ধরি, আসল ১০০ টাকা
১ বছরে সুদ ৪$\frac{১}{২}$ টাকা = $\frac{৯}{২}$ টাকা
৪ বছরে সুদ $\frac{৯\times৪}{২}$ = ১৮ টাকা
∴ সুদাসল = (১০০ + ১৮) = ১১৮ টাকা
সুদাসল ১১৮ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা
সুদাসল ৮২৬ টাকা হলে আসল $\frac{১০০}{১১৮}$ × ৮২৬ = ৭০০ টাকা

বিকল্প : এখানে, A = ৮২৬ টাকা, n = ৪ বছর,
r = ৪ $\frac{১}{২}$% = $\frac{৯}{২}$% = $\frac{\frac{৯}{২}}{১০০}$
তাহলে, A = P(১ + nr)
⇒ ৮২৬ = P$\left\{১ + \left(\frac{\frac{৯}{২}\times৪}{১০০}\right)\right\}$
⇒ ৮২৬ = $\frac{১১৮P}{১০০}$
∴ P = $\frac{৮২৬\times১০০}{১১৮}$ = ৭০০ টাকা
উত্তর : (গ)

০২। শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ২০ বছরে সুদে-আসলে ৫০,০০০ টাকা হলে মূলধন কত?
[১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]
(ক) ২০,০০০ টাকা (খ) ২৫,০০০ টাকা
(গ) ৩০,০০০ টাকা (ঘ) ৩৫,০০০ টাকা

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৫ টাকা
১০০ টাকার ২০ বছরের সুদ = ৫ × ২০ = ১০০ টাকা
সুদে-আসলে = ১০০ + ১০০ = ২০০ টাকা
সুদাসল ২০০ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা
∴ সুদাসল ১ টাকা হলে আসল $\frac{১০০}{২০০}$ টাকা
∴ সুদাসল ৫০,০০০ টাকা হলে আসল,
= $\frac{১০০\times৫০,০০০}{২০০}$ = ২৫,০০০ টাকা

বিকল্প : এখানে, A = ৫০,০০০ টাকা, n = ২০ বছর,
r = ৫% = $\frac{৫}{১০০}$
A = P(1 + nr)
⇒ ৫০,০০০ = P$\left(১ + \frac{৫\times২০}{১০০}\right)$
⇒ ৫০,০০০ = ২P
∴ P = ২৫,০০০ টাকা
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। শতকরা ৫ টাকা হার সুদের ১২০ টাকা ৩ বছরে সুদ-আসলে কত হয়?

(ক) ১৩৮ টাকা (খ) ১৩৭.৫০ টাকা
(গ) ১৪৮ টাকা (ঘ) ১৩৫ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ৫\% = \frac{৫}{১০০}$, P = ১২০ টাকা, n = ৩ বছর

$I = Pnr = ১২০ \times ৩ \times \frac{৫}{১০০} = ১৮$ টাকা

$\therefore A = P + I = ১২০ + ১৮ = ১৩৮$ টাকা

উত্তর : (ক)

০২। কোন আসল ৫% সুদে ৫ বছরে সুদাসলে ৫২৫ টাকা হলে আসল কত?

(ক) ৪০০ টাকা (খ) ৪২০ টাকা
(গ) ৪৫০ টাকা (ঘ) ৫০০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ৫\% = \frac{৫}{১০০}$, A = ৫২৫ টাকা, n = ৫ বছর

$A = P(১ + nr) \Rightarrow ৫২৫ = P\left(১ + \frac{১}{৪}\right)$

$\Rightarrow ৫২৫ = \frac{৫P}{৪} \quad \therefore P = \frac{৫২৫ \times ৪}{৫} = ৪২০$ টাকা

উত্তর : (খ)

০৩। বার্ষিক $৩\frac{১}{৩}\%$ হার সুদে ১৩৫০ টাকা কত বছরে সুদে-আসলে ১৬২০ টাকা হবে?

(ক) ৫ বছরে (খ) ৮ বছরে
(গ) ৭ বছরে (ঘ) ৬ বছরে

সমাধান : এখানে, সুদাসল = ১৬২০ টাকা, আসল = ১৩৫০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (১৬২০ − ১৩৫০) টাকা = ২৭০ টাকা

$r = ৩\frac{১}{৩}\% = \frac{১০}{৩}\% = \frac{\frac{১০}{৩}}{১০০}$,

$\therefore$ সময় $= \frac{\text{সুদ}}{\text{আসল} \times \text{হার}} = \frac{১০০ \times ২৭০}{১৩৫০ \times \frac{১০}{৩}} = \frac{১০০ \times ২৭০}{১৩৫০ \times \frac{১০}{৩}} = ৬$ বছর।

উত্তর : (ঘ)

Type-03 : মুনাফার হার সম্পর্কিত সমস্যা

Case – 1 : আসল ও সুদাসলের তুলনামূলক সমস্যা

শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে সুদ-আসল n বছরে আসলের x গুণ হয়? প্রথমে ১০০ টাকা আসল ধরে নিম্নোক্ত ধাপের মাধ্যমে সমাধান করতে হবে।

১০০ টাকার n বছরে আসল = (১০০ × x)

১০০ টাকার n বছরে সুদ = {(১০০ × x) − ১০০}

১০০ টাকার ১ বছরে সুদ $= \frac{\{(১০০ \times x) - ১০০\}}{n} = \frac{১০০(x-১)}{n}$

$$r = \left(\frac{100(x-1)}{n}\right)\%$$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সরল সুদের হার শতকরা কত টাকা হলে যে কোনো মূলধন ৮ বছরে সুদে – আসলে তিনগুণ হবে? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১২.৫০ টাকা (খ) ২০ টাকা
(গ) ২৫ টাকা (ঘ) ১৫ টাকা

সমাধান : ধরি, আসল = ১০০ টাকা

সুদাসল = ১০০ × ৩ = ৩০০

$\therefore$ সুদ= ৩০০ − ১০০ = ২০০ টাকা

$\therefore$ সুদের হার $= \frac{\text{সুদ} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১০০ \times ২০০}{১০০ \times ৮} = ২৫\%$

বিকল্প : এখানে, n = ৮, x = ৩,

$r = \frac{১০০(৩-১)}{৮}\% = \frac{১০০ \times ২}{৮}\% = ২৫\%$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৭ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে কত বছরে মুনাফা আসলের তিনগুণ হবে?

(ক) ১১ বছর (খ) ১২ বছর
(গ) ১৪ বছর (ঘ) ২১ বছর

সমাধান : ধরি, আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা-আসল ২০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা = (২০০ − ১০০) বা ১০০ টাকা

$r = \frac{১০০ \times ১০০}{১০০ \times ৭} = ১৪.২৯$

মুনাফা-আসলে তিনগুণ হলে

মুনাফা = (৩০০ − ১০০) বা ২০০ টাকা

$\therefore n = \frac{২০০ \times ১০০}{১০০ \times ১৪.২৯} = ১৪$ বছর

বিকল্প : এখানে, $x_1 = ২, x_2 = ৩, n_1 = ৭, n_2 = ?$

তাহলে, $r = \frac{১০০(x_1-১)}{n_1}\% = \frac{১০০(x_2-১)}{n_2}\%$

$\Rightarrow \frac{১০০(২-১)}{৭} = \frac{১০০(৩-১)}{n_2} \Rightarrow \frac{১০০}{৭} = \frac{২০০}{n_2}$

$\therefore n_2 = ১৪$ বছর

উত্তর : (গ)

০২। শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে কোনো আসল কত বছরে সুদে-আসলে দ্বিগুণ হবে?

(ক) ১ বছরে (খ) ২০ বছরে
(গ) ৫ বছরে (ঘ) ১০০ বছরে

সমাধান : ধরি, আসল ১০০ টাকা

সুদে আসলে দ্বিগুণ অর্থাৎ সুদ-আসল = ১০০× ২ = ২০০ টাকা

$\therefore$ সুদ = ২০০ − ১০০ = ১০০ টাকা

৫ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ টাকা সুদ হয় $\frac{১}{৫}$ বছরে

$\therefore$ ১০০ টাকা সুদ হয় $\frac{১ \times ১০০}{৫}$ বছরে = ২০ বছরে

বিকল্প : এখানে, r = ৫%, x = ২ , n = ?

$r = \frac{100(x-1)}{n} \Rightarrow 5 = \frac{100(2-1)}{n} \Rightarrow n = \frac{100}{5}$

$\therefore n = 20$ বছর

উত্তর : (খ)

০৩। কোনো আসল ২০ বছরে সুদে-মূলে দ্বিগুণ হলে কত বছরে সুদে-মূলে তিনগুণ হবে?

(ক) ৩০ বছর (খ) ২৫ বছর

(গ) ৪০ বছর (ঘ) ৬০ বছর

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ২০ বছরের সুদে-মূলে হবে = ২০০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (২০০ – ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

সুদে-মূলে তিনগুণ = ৩০০ টাকা

সুদ = (৩০০ – ১০০) টাকা বা ২০০ টাকা

১০০ টাকা সুদ হয় = ২০ বছরে

$\therefore$ ১ টাকা সুদ হয় = $\frac{20}{100}$ বছরে

$\therefore$ ২০০ টাকা সুদ হয় = $\frac{20\times200}{100} = 40$ বছরে।

বিকল্প : এখানে, $x_1 = 2, x_2 = 3, n_1 = 20, n_2 = ?$

আমরা জানি, $r = \frac{100(x-1)}{n}\%$

তাহলে, $\frac{100(x_1-1)}{n_1} = \frac{100(x_2-1)}{n_2}$

$\Rightarrow \frac{100(2-1)}{20} = \frac{100(3-1)}{n_2} \Rightarrow \frac{100}{20} = \frac{200}{n_2}$

$\therefore n_2 = 40$ বছর।

উত্তর : (গ)

Case – 2 : আসল ও সুদাসলের তুলনামূলক সমস্যা

সুদে-আসলে A টাকা হলে B টাকার উপর n বছরে সুদের হার হবে শতকরা r% $r = \frac{(A-B)\times100}{B\times n}$	এখানে, n = সময় নির্দেশক/ বছর r = মুনাফার হার /একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা A = মুনাফাসহ মূলধন/সুদাসল B = আসল

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বার্ষি ক শতকরা কত হার সুদে ২৭৫ টাকার ৪ বছরে সুদে-আসলে ৪০৭ টাকা হবে?

(ক) ৯% (খ) ১০%

(গ) ১১% (ঘ) ১২%

সমাধান : সুদ = সুদাসল – আসল = (৪০৭ – ২৭৫) = ১৩২ টাকা

২৭৫ টাকার ৪ বছরে সুদ ১৩২ টাকা

$\therefore$ ১ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{132}{275\times4}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{132\times100}{275\times4} = 12$ টাকা।

বিকল্প : এখানে, A = ৪০৭, B = ২৭৫, n = ৪ বছর;

আমরা জানি,

$r = \frac{(A-B)\times100}{Bn}\% = \frac{(407-275)\times100}{275\times4}\% = 12\%$

উত্তর : (ঘ)

০২। বার্ষিক শতকরা কত হার সুদে ব্যাংক কর্তৃক কোনো ব্যক্তিকে ৫,০০০ টাকা মূলধনে ৪ বছরে সুদে-আসলে ১০,০০০ প্রদান করবে?

(ক) ২৫% (খ) ৩০%

(গ) ৪০% (ঘ) ৫০%

সমাধান : সুদ = সুদাসল – আসল

= ১০০০০ – ৫০০০ টাকা

= ৫০০০ টাকা

৫০০০ টাকার ৪ বছরে সুদ ৫০০০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{5000}{5000\times4}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{5000\times100}{5000\times4} = 25$ টাকা।

বিকল্প : এখানে, A = ১০,০০০, B = ৫,০০০, n = ৪ বছর;

আমরা জানি,

$r = \frac{(A-B)\times100}{Bn}\%$

$= \frac{(10000-5000)\times100}{5000\times4}\%$

$= 25\%$

উত্তর : (ক)

০৩। ৪০০০ টাকায় ২ বছরে সুদে-আসলে ৬০০০ টাকা হলে বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত?

(ক) ২৫% (খ) ৩০%

(গ) ৩৫% (ঘ) ৪৫%

সমাধান : সুদ = সুদাসল – আসল

= (৬০০০ – ৪০০০) = ২০০০ টাকা

৪০০০ টাকার ২ বছরে সুদ ২০০০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{2000}{4000\times2}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকার ১ বছরে সুদ $\frac{2000\times100}{4000\times2} = 25$ টাকা।

বিকল্প : এখানে, A = ৬০০০, B = ৪০০০, n = ২ বছর;

আমরা জানি, $r = \frac{(A-B)\times100}{Bn}\%$

$= \frac{(6000-4000)\times100}{4000\times2}\%$

$= 25\%$

উত্তর : (ক)

Type-04 : দুটি সুদ ও দুটি আসল সম্পর্কিত সমস্যা

Case – 1 : দুটি সুদ ও দুটি আসল থাকলে

P_1 টাকার n_1 বছরের সুদ এবং P_2 টাকার n_2 বছরের সুদ একত্রে I টাকা হলে সুদের হার, সুদের হার, $r = \frac{100\times I}{P_1n_1+P_2n_2}$	P_1, P_2 =আসল/মূলধন n_1, n_2 = সময়/বছর I = মুনাফা/সুদ r = মুনাফার হার/সুদের হার

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৫০০ টাকা হলে সুদের হার কত? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫% (খ) ৬%
(গ) ১০% (ঘ) ১২%

সমাধান : ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ,
= (৫০০ × ৪) বা ২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ
এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ,
= (৬০০ × ৫) বা ৩০০০ টাকার ১ বছরের সুদ
∴(২০০০+৩০০০) বা ৫০০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫০০ টাকা
∴ ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{৫০০\times১০০}{৫০০০}$ = ১০ টাকা

বিকল্প : এখানে, I = ৫০০ টাকা P_1 = ৫০০ টাকা, n_1 = ৪,
P_2 = ৬০০ টাকা, n_2 = ৫
তাহলে, $r = \frac{100\times I}{p_1n_1+p_2n_2}\%$
$= \frac{১০০\times৫০০}{(৫০০\times৪)+(৬০০\times৫)} = \frac{৫০০০০}{২০০০+৩০০০}$
$= \frac{৫০০০০}{৫০০০} = ১০$ ∴ r = ১০%
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সরল হার সুদে ২০০ টাকায় ৫ বছরের সুদ ও ৫০০ টাকায় ৬ বছরের সুদ মোট ৩২০ টাকা হলে সুদের হার কত?

(ক) ৬% (খ) ৭%
(গ) ৮% (ঘ) ৯%

সমাধান : ২০০ টাকার ৫ বছরের সুদ,
= (২০০ × ৫) বা ১০০০ টাকার ১ বছরের সুদ
৫০০ টাকার ৬ বছরের সুদ,
= (৫০০ × ৬) বা ৩০০০ টাকার ১ বছরের সুদ
(১০০০ + ৩০০০) টাকা বা
৪০০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৩২০ টাকা
∴ ১ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{৩২০}{৪০০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{৩২০\times১০০}{৪০০০}$ = ৮ টাকা

বিকল্প : এখানে, P_1 = ২০০, P_2 = ৫০০, n_1 = ৫ বছর,
n_2 = ৬ বছর, I = ৩২০
আমরা জানি, সুদের হার,
$r = \frac{100\times I}{P_1n_1+P_2n_2}\% = \frac{১০০\times৩২০}{২০০\times৫+৫০০\times৬}\%$
$= \frac{১০০\times৩২০}{৪০০০}\% = ৮\%$
উত্তর : (গ)

০২। ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ এবং ৮০০ টাকার ৬ বছরের সুদ একত্রে ৭৮০ টাকা হলে সুদের হার কত?

(ক) ৫% (খ) ১০%
(গ) ১৫% (ঘ) ২০%

সমাধান : ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ,
= (৬০০ × ৫) বা ৩০০০ টাকা ১ বছরের সুদ
৮০০ টাকার ৬ বছরের সুদ,
= (৮০০ × ৬) বা ৪৮০০ টাকা ১ বছরের সুদ
(৩০০০ + ৪৮০০) টাকা বা
৭৮০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৭৮০ টাকা
∴ ১ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{৭৮০}{৭৮০০}$ টাকা
∴ ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{৭৮০\times১০০}{৭৮০০}$ = ১০ টাকা

বিকল্প : এখানে, P_1 = ৬০০, P_2 = ৮০০, n_1 = ৫ বছর,
n_2 = ৬ বছর, I = ৭৮০
আমরা জানি, সুদের হার,
$r = \frac{100\times I}{P_1n_1+P_2n_2}\%$
$= \frac{৭৮০\times১০০}{(৬০০\times৫)+(৮০০\times৬)}\%$
$= \frac{৭৮০\times১০০}{৭৮০০}\%$
= ১০%
উত্তর : (খ)

Case – 2 : সুদ এবং মুনাফার হ্রাস বৃদ্ধি থাকলে

সুদের হার r_1 % থেকে কমে r_2 % হওয়ায় n বছরে মুনাফা I_1 থেকে কমে I_2 হয়ে গেলে আসল (মূলধন) $P = \frac{100\,(I_1-I_2)}{n(r_1-r_2)}$
এখানে, $I_1 - I_2$ = মুনাফার হ্রাস, n = বছর, P = আসল

সুদের হার r_1 % থেকে বৃদ্ধি পেয়ে r_2 % হওয়ায় n বছরের মুনাফা I_1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে I_2 হলে আসল (মূলধন) $P = \frac{100\,(I_2-I_1)}{n(r_2-r_1)}$
এখানে, $I_2 - I_1$ = মুনাফার বৃদ্ধি, n = বছর, P = আসল

অথবা,
সুদের হারের পরিবর্তন Δr এবং মুনাফার পরিবর্তন ΔI হলে,
আসল/মূলধন $P = \frac{100\times\Delta I}{n\times\Delta r}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সুদের হার ৬% থেকে কমে ৪% হাওয়ায় এক ব্যক্তির বাৎসরিক আয় ২০ টাকা কমে গেল। আসলের পরিমাণ কত?

(ক) ১০০ টাকা (খ) ২০০ টাকা
(গ) ১,০০০ টাকা (ঘ) ২,০০০ টাকা

সমাধান : এখানে, $I_1 - I_2$ = ২০ টাকা;
r_1 = ৬%; r_2 = ৪%; n = ১ বছর; P = ?
আমরা জানি,
$P = \frac{১০০(I_1-I_2)}{n(r_1-r_2)} = \frac{১০০\times২০}{১(৬-৪)}$ = ১০০০ টাকা
উত্তর : (গ)

০২। সুদের হার ৯% হতে কমে ৪% হওয়ায় এক ব্যক্তির আয় ২ বছরে ৫০ টাকা কমে গেল। তার মূলধন কত?
(ক) ৪০০ টাকা (খ) ৫০০ টাকা
(গ) ৮০০ টাকা (ঘ) ৯০০ টাকা

সমাধান : এখানে, $I_1 - I_2 = ৫০$ টাকা; $r_1 = ৯\%$; $r_2 = ৪\%$; $n = ২$ বছর; $P = ?$
আমরা জানি,
$P = \frac{১০০(I_1 - I_2)}{n(r_1 - r_2)} = \frac{১০০ \times ৫০}{২(৯-৪)} = ৫০০$ টাকা
উত্তর : (খ)

Type-05 : চক্রবৃদ্ধি মূলধন সম্পর্কিত সমস্যা

ধরা যাক, প্রারম্ভিক মূলধন বা আসল P
এবং বার্ষিক মুনাফার হার $r\% = \frac{r}{১০০}$

∴ n বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন C হলে, $C = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

এভাবে প্রতি বছরান্তে ব্যাংকে আমানতকারীর মূলধন বাড়তে থাকবে, এই বৃদ্ধি প্রাপ্ত মূলধনকে বলা হয় চক্রবৃদ্ধি মূলধন বা চক্রবৃদ্ধিমূল।

n = সময় নির্দেশক/ বছর
P = মূলধনের পরিমাণ
r = মুনাফার হার /একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা
C = চক্রবৃদ্ধি মুনাফাসহ মূলধন

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৯৪০ টাকা (খ) ৯৬০ টাকা
(গ) ৯৬৮ টাকা (ঘ) ৯৮০ টাকা

সমাধান : দেওয়া আছে, $r = ১০\%$, $P = ৮০০$ টাকা, $n = ২$ বছর
$\therefore C = P(1+r)^n = ৮০০\left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^২ = ৮০০\left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২$
$= ৮০০\left(\frac{১১}{১০}\right)^২ = ৮০০ \times \frac{১২১}{১০০} = ৯৬৮$ টাকা।
উত্তর: (গ)

০২। বার্ষিক শতকরা ১০% হারে ১০০০ টাকার ২ বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত? [৩৯ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]
(ক) ১১ টাকা (খ) ১১.৫ টাকা
(গ) ১২ টাকা (ঘ) ১০ টাকা

সমাধান : এখানে, $r = ১০\%$, $P = ১০০০$ টাকা, $n = ২$ বছর
সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$
$\Rightarrow I = ১০০০ \times ২ \times \frac{১০}{১০০} = ২০০$ টাকা
চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, $C = P(১ + r)^n$
$= ১০০০\left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^২ = ১০০০\left(১ + \frac{১}{১০}\right)^২$
$= ১০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} = ১২১০$ টাকা
$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, $I_c = C - P$
$= ১২১০ - ১০০০ = ২১০$ টাকা
$\therefore$ মুনাফার পার্থক্য $= ২১০ - ২০০ = ১০$ টাকা
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ব্যাংকে কত টাকা রাখলে ৮% হার মুনাফায় ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৫২০০ টাকা হবে?
(ক) ৪৫৫৮.১৬ টাকা (খ) ৪০৪০.৭৫ টাকা
(গ) ৪৪৫৮.১৬ টাকা (ঘ) ৫০৫০.৬০ টাকা

সমাধান : চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$
এখানে, $C = ৫২০০$, $r = ৮\% = \frac{৮}{১০০}$, $n = ২$, $P = ?$
এখন, $৫২০০ = P\left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^২ = P\left(১ + \frac{২}{২৫}\right)^২ = P\left(\frac{২৭}{২৫}\right)^২$
$\Rightarrow ৫২০০ = P \times \frac{২৭^২}{২৫^২}$
$\therefore P = \frac{৫২০০ \times ২৫^২}{২৭^২} = \frac{৫২০০ \times ২৫ \times ২৫}{২৭ \times ২৭} = ৪৪৫৮.১৬$ টাকা।
উত্তর : (গ)

০২। ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে ১০০ টাকার ২ বৎসরের সুদ-আসলে কত টাকা হয়?
(ক) ২০ টাকা (খ) ২১ টাকা
(গ) ১২০ টাকা (ঘ) ১২১ টাকা

সমাধান : চক্রবৃদ্ধি মুনাফায়,
$C = P(1+r)^n$
$= ১০০\left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^২$
$= ১০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২$
$= \frac{১০০ \times ১১০ \times ১১০}{১০০ \times ১০০} = ১২১$ টাকা
$n = ২$ বছর
$p = ১০০$ টাকা
$r = ১০\%$
উত্তর : (ঘ)

০৩। ১০০০ টাকা ১২% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে বিনিয়োগ করলে ২ বছর পরে লাভসহ কত হবে?
(ক) ১২৫৪.৪০ টাকা (খ) ১২৪৪.৫০ টাকা
(গ) ১২৬৪.৪০ টাকা (ঘ) ১৩৫৫.৪০ টাকা

সমাধান : $P = ১০০০$ টাকা, $n = ২$ বছর, $r = ১২\%$
চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, $C = P(1+r)^n$
$= ১০০০\left(১ + \frac{১২}{১০০}\right)^২$
$= ১০০০ \times \frac{১১২}{১০০} \times \frac{১১২}{১০০} = ১২৫৪.৪০$ টাকা
উত্তর : (ক)

Type-06 : চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে প্রত্যেক বছরের শেষে মূলধনের সাথে মুনাফা যোগ হয়ে নতুন মূলধন হয়। আর প্রতি বছর বৃদ্ধিপ্রাপ্ত মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, একে বলে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা।

চক্রবৃদ্ধির মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = P(1+r)^n - P = P\{(1+r)^n - 1\}$

এবং $I_c = C - P \Rightarrow I_c = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - P$

n = সময় নির্দেশক/ বছর, P = মূলধনের পরিমাণ
r = একক সময়ে একক মূলধনের উপর মুনাফা
C = চক্রবৃদ্ধি মুনাফাসহ মূলধন, I_c = চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। আপনি পোস্ট অফিসে ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে ১৫০০০ টাকা জমা রাখলে ৩ বছর পরে কত টাকা সুদ পাবেন?
(ক) ৪৫০০ (খ) ৪৯৬৫
(গ) ৪০০০ (ঘ) ১৯৫০০

সমাধান : এখানে, $P = ১৫০০০$, $r = ১০\% = \frac{১০}{১০০}$, $n = ৩$ বছর
চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল, $C = P(১+r)^n$
$= ১৫০০০\left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^৩ = ১৫০০০\left(১+\frac{১}{১০}\right)^৩$
$= ১৫০০০ \times \frac{১১ \times ১১ \times ১১}{১০ \times ১০ \times ১০} = ১৯৯৬৫$
∴ সুদের পরিমাণ = (১৯৯৬৫ − ১৫০০০) = ৪৯৬৫ টাকা
উত্তর : (খ)

০২। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ১০০০ টাকার ৪ বছরের সরল ও চক্রবৃদ্ধির মুনাফার পার্থক্য কত হবে?
(ক) ৩১.৯০ টাকা (খ) ৩২.১০ টাকা
(গ) ৪৪.৯০ টাকা (ঘ) ৬৪.১০ টাকা

সমাধান : সরল মুনাফা, $I_1 = Pnr = ১০০০ \times ৪ \times \frac{১০}{১০০} = ৪০০$
এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, $I_2 = P(1+r)^n - P$
$= P\{1+r)^n - 1\}$
$= ১০০০\left\{\left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^৪ - ১\right\}$
$= ১০০০\left\{\left(\frac{১০০+১০}{১০০}\right)^৪ - ১\right\} = ১০০০\{(১.১)^৪ - ১\}$
$= ১০০০ \times ০.৪৬৪১ = ৪৬৪.১০$
∴ পার্থক্য = ৪৬৪.১০ − ৪০০ = ৬৪.১০ টাকা
উত্তর : (ঘ)

Type-07 : জনসংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ব্যাকটেরিয়ার একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা প্রতি ১০ মিনিটে দ্বিগুণ হয়। শুরুতে যদি এদের সংখ্যা হয় $১০^৪$। তাহলে ১ ঘণ্টা পর এদের সংখ্যা কত হবে?
(ক) ২($২০^৪$) (খ) ৬($১০^৪$)
(গ) ($২^৬$) ($১০^৪$) (ঘ) ($১০^৬$) ($১০^৪$)

সমাধান : এখানে, প্রতি ১০ মিনিটে ব্যাকটেরিয়া চক্রবৃদ্ধি হারে দ্বিগুন হয়। অর্থাৎ বৃদ্ধির পরিমাণ আসলের সমান।
সুতরাং $r = ১০০\%$
এখানে, $n = \frac{৬০}{১০} = ৬$, $P = ১০^৪$
এখন, চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, $C = P(1+r)^n$
$= ১০^৪\left(১+\frac{১০০}{১০০}\right)^৬ = ১০^৪ \times ২^৬$
অর্থাৎ এক ঘণ্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা হবে ($২^৬$) ($১০^৪$)
উত্তর : (গ)

০২। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?
(ক) ৯৭,৪১,৮১৬ জন (খ) ৬৭,৪১,৮১৬ জন
(গ) ৮৭,৪১,৮১৬ জন (ঘ) ৭৭,৪১,৮১৬ জন

সমাধান : শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা, $P = ৮০০০০০০$,
জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার, $r = \frac{৩০}{১০০০} \times ১০০\%$
$= ৩\%$;
সময়, $n = ৩$ বছর।
এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য
$\therefore C = P(1+r)^n = ৮০,০০,০০০ \times \left(১+\frac{৩}{১০০}\right)^৩$
$= ৮০,০০,০০০ \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০}$
$= ৮ \times ১০৩ \times ১০৩ \times ১০৩$
$= ৮৭৪১৮১৬$
∴ ৩ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৮৭,৪১,৮১৬ জন
উত্তর : (গ)

Type-08 : বছরে একাধিকবার মুনাফা প্রদান

বছরে একাধিকবার মুনাফা প্রদান (Compounding more frequently than annually): পূর্বে আপনারা বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি জেনেছেন। কিন্তু এ মুনাফা গণনা বা চক্রবৃদ্ধিকরণ বছরে একাধিকবারও প্রদান করা হতে পারে। বছরে একাধিকবার মুনাফা গণনা করাকে বলা হয় Multi-Period Compounding। এ Multi-Period Compounding -কে m দ্বারা চিহ্নিত করা হয়ে থাকে।

যখন একাধিকবার মুনাফা প্রদান করা হয় তখন এ সূত্রটি ব্যবহার করা হয় : $C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m \times n}$

যেখানে, আসল বা মূলধন = P, মুনাফার হার = $r\% = \frac{r}{100}$, সময় (বছরে) = n, বছরে চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা = m

এক বছরে একাধিকবার চক্রবৃদ্ধিকরণ (Multiperiod Compounding):

সময়ের ব্যবধান	ব্যবহৃত নাম	বছরে চক্রবৃদ্ধি সংখ্যা	সূত্র
6 মাস অন্তর	অর্ধ-বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি	$\frac{12}{6}$ মাস = m = 2 বার	$C = P\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}$
4 মাস অন্তর	চতুর্মাসিক চক্রবৃদ্ধি	$\frac{12}{4}$ মাস = m = 3 বার	$C = P\left(1+\frac{r}{3}\right)^{3n}$
3 মাস অন্তর	ত্রৈমাসিক চক্রবৃদ্ধি	$\frac{12}{3}$ মাস = m = 4 বার	$C = P\left(1+\frac{r}{4}\right)^{4n}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২০% যৌগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধ বছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $১২^৪$ (খ) $১১^৪$
(গ) $১০^৪$ (ঘ) $৯^৪$

সমাধান : এখানে, আসল P = ১০০০০ টাকা
সুদের হার, r = ২০% = $\frac{২০}{১০০}$
সময় n = ২ বছর, চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা m = ২ বার
আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মুনাফা-আসল বা
চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{n\times m}$
$= ১০০০০\left(১+\frac{২০}{১০০\times২}\right)^{২\times২}$
$= ১০০০০\left(\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}\right) = ১১^৪$
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বার্ষিক 4% হারে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা বছরে 4 বার দেওয়া হলে 2500 টাকার 3 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় করুন।
(ক) 312.16 (খ) 317.06
(গ) 1502.58 (ঘ) 412.16

সমাধান: এখানে, আসল P = 2500 টাকা
সুদের হার, r = 4% = $\frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0.04$
সময় n = 3 বছর, চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা m = 4 বার
আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মুনাফা-আসল,
$C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn} \Rightarrow C = 2500\left(1+\frac{.04}{4}\right)^{4\times3}$
$\Rightarrow C = 2500 \times 1.126825 = 2817.06$
বছরে 4 (চার) বার চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হলে, মুনাফা
= C − P = 2817.06 − 2500 = 317.06 টাকা
উত্তর : (খ)

০২। বার্ষিক 20% যৌগিক মুনাফায় 160000 টাকা 1 বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো যদি যৌগিক মুনাফা ত্রৈমাসিক হিসাবে ধরা হয় তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক) $(21)^4$ (খ) $(20)^4$
(গ) $(22)^4$ (ঘ) $(11)^4$

সমাধান : দেওয়া আছে, আসল, P =160000 টাকা
হার, r = 20% = $\frac{20}{100}$ = 0.2; সময়, n = 1 বছর
চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা, m = 4 (ত্রৈমাসিক)
আমরা জানি, $C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}$
$\Rightarrow C = P\left(1+\frac{0.2}{4}\right)^{4\times1}$
$\Rightarrow C = 160000\left(1+\frac{1}{20}\right)^{4\times1}$
$\Rightarrow C = 160000\left(\frac{21}{20}\right)^4$
$\Rightarrow C = 160000 \times \frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$
$\therefore C = (21)^4$ টাকা
উত্তর : (ক)

০৩। মনি ব্যাংক হতে 10% যৌগিক মুনাফার হারে 64000 টাকা দেড় বছরের জন্য ধার নেয়। যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধ-বছর হিসাবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক) 73500 (খ) 74500
(গ) 74088 (ঘ) 73836.15

সমাধান : দেওয়া আছে, আসল, P = 64000 টাকা
হার, r = 10% = $\frac{10}{100}$ = 0.1; সময়, n = $1\frac{1}{2}$ বছর = $\frac{3}{2}$ বছর
চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা, m = 2 বছর (অর্ধ-বছর)
আমরা জানি, $C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{n\times m}$
$\Rightarrow C = 64000\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{\frac{3}{2}\times2} \Rightarrow C = 64000\left(\frac{21}{20}\right)^3$
$\Rightarrow C = 64000 \times \frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$ $\therefore C = 74088$ টাকা
উত্তর : (গ)

০৪। গণি বার্ষিক 12% মুনাফায় ত্রৈমাসিক চক্রবৃদ্ধিতে ব্যাংকে 64000000 টাকা জমা দিয়েছেন। 9 মাস পর সে কত টাকা পাবে?
(ক) $(412)^3$ (খ) $(400)^3$
(গ) $(512)^3$ (ঘ) $(500)^3$

সমাধান : দেওয়া আছে, আসল, P = 64000000 টাকা
মুনাফার হার, r = 12% [বার্ষিক] = $\frac{12}{100}$ = 0.12
সময়, n = 9 মাস = $\frac{9}{12}$ বছর
চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা, m = 4 মাস [ত্রৈমাসিক]

আমরা জানি, $C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}$

$\Rightarrow C = 64000000\left(1+\frac{0.12}{4}\right)^{4\times\frac{9}{12}}$

$\Rightarrow C = 64000000\left(\frac{412}{400}\right)^{3}$

$\Rightarrow C = 64000000 \times \frac{412}{400} \times \frac{412}{400} \times \frac{412}{400}$

$\therefore C = (412)^3$ টাকা

উত্তর : (ক)

০৫। বার্ষিক 10% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে 8000 টাকার $1\frac{1}{2}$ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত হবে যদি মুনাফা অর্ধ-বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি হয়?

(ক) 615.125 (খ) 715.125

(গ) 815.125 (ঘ) $(41)^5$

সমাধান : দেওয়া আছে, আসল, P = 8000 টাকা

সময়, $n = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ বছর

চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা, m = 2 [অর্ধ-বছর]

মুনাফার হার, $r = 10\% = \frac{10}{2}\%$ [অর্ধ-বছর হওয়ায়]

$= 5\% = 0.05$

আমরা জানি, $C = P\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}$

$\Rightarrow C = 8000\left(1+\frac{0.05}{2}\right)^{2\times\frac{3}{2}} \Rightarrow C = 8000\left(\frac{41}{40}\right)^{3}$

$\Rightarrow C = 8000 \times \frac{41}{40} \times \frac{41}{40} \times \frac{41}{40} \therefore C = 8615.125$

মুনাফা = C – P =8615.125 – 8000 = 615.125

উত্তর: (ক)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। রহিমা ২০% সরল সুদে ৮০০ টাকা এবং ১৫% সরল সুদে ৬০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এক বছর পর তিনি কত সুদ পাবেন?

(ক) ২০৫ টাকা (খ) ২৫০ টাকা

(গ) ২২৫ টাকা (ঘ) ২৯০ টাকা

০২। ৬০০ টাকা ৪ বছরের সুদে-মূলে ৭২০ টাকা হয়। সুদের হার ২% বৃদ্ধি পেলে সুদাসল কত হবে?

(ক) ৬৪৮ টাকা (খ) ৭৬৮ টাকা

(গ) ৭২৬ টাকা (ঘ) ৭৯২ টাকা

০৩। দুটি সঞ্চয় ব্যাংক একাউন্টে যথাক্রমে ৬% এবং ৭% সুদের হার দেয়। জনাব ফারুক ব্যাংকগুলিতে মোট ৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন এবং এক বছরে তার ২৫০ টাকা লাভ হয়। ৭% সুদের হারে ব্যাংকে তিনি কত টাকা রেখেছিলেন?

(ক) ৩০০০ (খ) ২০০০

(গ) ১৫০০ (ঘ) ১০০০

০৪। সুদের হার দশমিক ৭৫ শতাংশ হ্রাস পাওয়াতে একজন আমানতকারীর আমানতের উপর ৪ বছরের প্রাপ্ত আয় ৭৫০ টাকা কমে যায়। তার আমানতের মোট পরিমাণ কত?

(ক) ২৫,০০০ টাকা (খ) ১৮, ৭৫০ টাকা

(গ) ৩০,০০০ টাকা (ঘ) ১,০০,০০০ টাকা

০৫। কোন মূলধন ৪ বছরের সুদে মূলে ৬০০ টাকা এবং ৬ বছরে সুদে মূলে ৭০০ টাকা হলে, মূলধন কত?

(ক) ৬৫০ টাকা (খ) ৪০০ টাকা

(গ) ১০০ টাকা (ঘ) ১৩০০ টাকা

০৬। কোন আসল ৩ বছরে সুদে- আসলে ৪৬০ টাকা এবং ৫ বছরে সুদে-আসলে ৫০০ টাকা হয়। শতকরা সুদের হার কত?

(ক) ৭% (খ) ৬%

(গ) ৪% (ঘ) ৫%

০৭। কোনো আসল ২ বছরের সুদে-মূলে ২৮০০ টাকা এবং ৫ বছরে সুদেমূলে ৩২৫০ টাকা হলে বার্ষিক সুদের হার কত?

(ক) ৪% (খ) ৩%

(গ) ৫% (ঘ) ৬%

০৮। কোনো আসল টাকার উপর বার্ষিক ৫% হারে ৮ বছরের মুনাফা ৮৪০ টাকা। সমপরিমাণ মুনাফা ৫ বছরে পেতে হলে সুদের হার কত হবে?

(ক) ৬% (খ) ৮%

(গ) ৯% (ঘ) ১০%

০৯। বার্ষিক ৫% হারে ৪০০ টাকায় ৫ বছরের মুনাফা হতে বার্ষিক ৫% হারে ৫০০ টাকার মুনাফা হতে কত সময় লাগবে?

(ক) ৮ বছর (খ) ৬ বছর

(গ) ৪ বছর (ঘ) ৩ বছর

১০। ৮% হার সুদে ৫০০০ টাকা ৮ বছরে সুদাসলে কত হবে?

(ক) ৯২২৫ (খ) ৩২০০

(গ) ৫৩২০ (ঘ) ৮২০০

১১। বার্ষিক ৪.৫% সরল সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করলে ৪ বছরে তা ৮২৬ টাকা হবে?

(ক) ৪৫৮ টাকা (খ) ৬৫০ টাকা

(গ) ৭০০ টাকা (ঘ) ৭২৫ টাকা

১২। শতকরা কত হার লাভে কোনো আসল ১০ বছরে লাভে আসলে দ্বিগুণ হবে?

(ক) ১০ টাকা (খ) ১২ টাকা

(গ) ১৫ টাকা (ঘ) ২০ টাকা

১৩। ৫০০০ টাকায় ২ বছরের সুদ এবং ৪০০০ টাকায় ৩ বছরের সুদ মোট ১১০০ টাকা হলে সুদের হার কত?

(ক) ৬% (খ) ৮%

(গ) ৫% (ঘ) ৪%

১৪। মুনাফা ১২% থেকে হ্রাস পেয়ে ৮% হলে কত টাকার বার্ষিক মুনাফা ৫০০ টাকা হ্রাস পাবে?

(ক) ১৫০০০ (খ) ১২৫০০

(গ) ১২০০০ (ঘ) ১৩৫০০

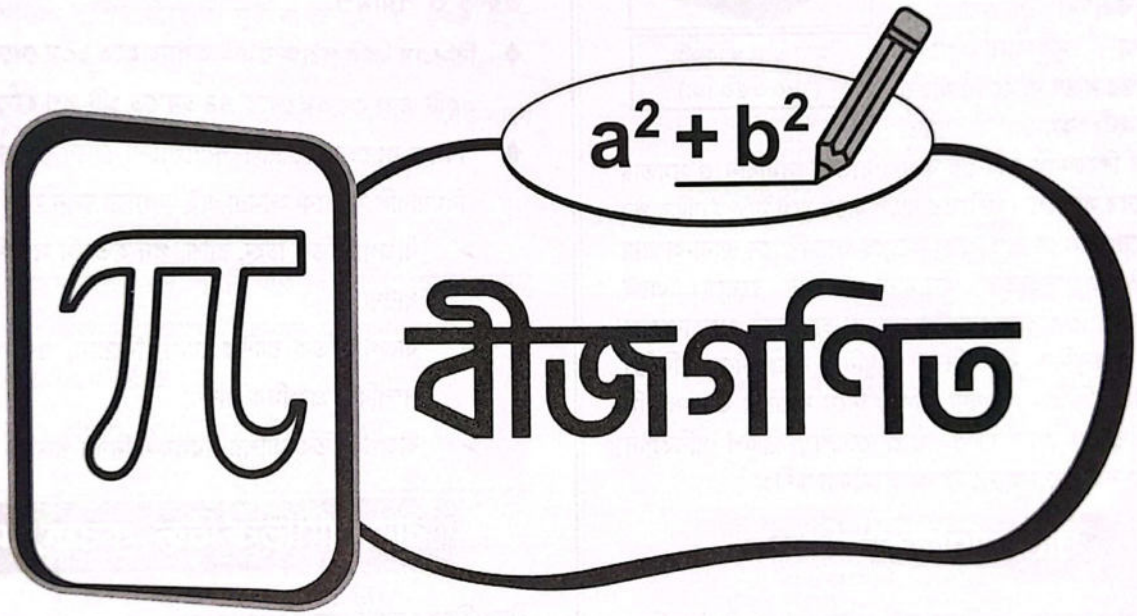
১৫। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার শতকরা ২৫ জন হলে ২ বছর পরে শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

(ক) ৬,২৫,০০০ (খ) ৬,৫০,০০০

(গ) ৫,৫০,০০০ (ঘ) ৫,২৪,০০০

উত্তরমালা

০১	খ	০২	খ	০৩	ঘ	০৪	ক	০৫	খ
০৬	ঘ	০৭	ঘ	০৮	খ	০৯	গ	১০	ঘ
১১	গ	১২	ক	১৩	গ	১৪	খ	১৫	ক


$a^2 + b^2$
বীজগণিত

অধ্যায় ০৮ বীজগাণিতিক রাশি

বীজগণিতের সংক্ষিপ্ত ইতিহাস

'বীজগণিত' আমরা পেয়েছি গণিতবিদ মুসা আল খারিজমি'র হাত ধরে। "কিতাব আল জাবর ওয়াল মুকাবালা" বইয়ে তিনি সর্বপ্রথম রৈখিক বীজগণিত এর ধারণা প্রকাশ করেন। 'আল জবর' থেকে 'Algebra' যার বাংলা অনুবাদ থেকে 'বীজগণিত' শব্দটি এসেছে, যার অর্থ 'অনুমান করা' বা 'উদ্ধার করা', বা 'সমাধান করা'। 'মুকাবালা' শব্দের সরাসরি ভাষান্তর সম্ভব না হলেও ধারণা করা হয় এর অর্থঃ 'কমানো' বা 'সমতা করা'। বইটির শিরোনাম ভাষান্তর করলে দাঁড়ায় 'সমাধান ও সমতার মাধ্যমে হিসাবের সারাংশ'। গণিতের ধাপে ধাপে যুগে যুগে উন্নতির পর আধুনিক সময়ে এসে যে রূপ ধারণ করেছে তার পিছনে জানা-অজানা অনেক জাতি ও সভ্যতার অসামান্য অবদান রয়েছে। এরই ধারাবাহিকতায়, ১৯০৩ সালে 'বার্টেল লেন্ডার্ট ভ্যান ডার ওয়েয়ারডেন' কর্তৃক রচিত 'আধুনিক বীজগণিত' আধুনিক বীজগণিতের ভিত্তি। পরবর্তীতে বীজগাণিতিক গবেষণা এগিয়ে নিয়ে যাওয়ার জন্য ফরাসি গণিতবিদ 'এভারিস্ত গালোয়া'ও 'গুস্তা কোশি', ব্রিটিশ গণিতবিদ 'আর্থার কেলি' সহ আরো অনেকের কাছে আমরা ঋণী।



মুসা আল খারিজমি (৭৮০-৮৫০ খ্রি:)

বীজগাণিতিক রাশি

বীজগণিতের সাথে আমাদের পরিচয় সেই ছোটবেলা থেকেই। দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে বীজগণিত খুবই জনপ্রিয় একটি মাধ্যম। অন্যান্য অংকের ভিড়ে বীজগণিত থেকে আমরা দূরে সরে গেলেও ছোট্ট একটি গল্পের মাধ্যমে আমরা আবার সেই ছোটবেলার অংকগুলোতে ফিরে যেতে পারি। ধরে নেই, রবিন তার ছোটবোনের জন্মদিন উপলক্ষে ৩টি চকলেট কিনেছে সুপারশপ থেকে। চকলেটের দাম আমরা জানি না। এর সাথে সে 300 টাকা দিয়ে একটি কেক কিনলো। এতে তার টোটাল বিল আসলো 600 টাকা। সুতরাং, এর গাণিতিক সমাধানের জন্য পুরো ব্যাপারটা এভাবে ফুটিয়ে তোলা যায়:

সহগ ↑ $3x + 300 = 600$ ↓ চলক	এখানে চকলেটের দামকে x ধরা হয়েছে। এটার মান আমরা বের করব। সুতরাং, এটি চলক বলে রাখা প্রয়োজন, চলকের সাথে যা থাকবে, সেটা সহগ। এক্ষেত্রে x এর সহগ ও চকলেটের সমীকরণ সমাধানে রবিন পেল যে, x =100 টাকা; অর্থাৎ প্রতিটি চকলেটের দাম 100 টাকা।

এভাবে শুধু একটি জিনিস না, একাধিক জিনিসের ক্রয়মূল্য বীজগাণিতিক রাশির সাহায্যে বের করা সম্ভব।

এ গল্প থেকে আমরা শিখলাম যে, বীজগণিত হচ্ছে গণিতের একটি শাখা যেখানে চিহ্ন ও প্রতীকের মাধ্যমে অজানা রাশির মান বের করা হয়। এখানে অজানা রাশিকে 'চলক' ধরে সাধারণ হিসাব নিকাশ করা হয়। চলকের আসনে ইংরেজি বর্ণমালা (x, y, z, p, q, r) থেকে শুরু করে গ্রীক বর্ণের ব্যবহার ও দেখা যায়। যেমন, α, β, γ ইত্যাদি।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ০৫টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ১টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - বীজগাণিতিক চিহ্ন, রাশি, পদ ইত্যাদি সম্পর্কিত প্রাথমিক ধারণা
  - বীজগাণিতিক রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ ইত্যাদি সম্পর্কিত প্রাথমিক ধারণা
  - বীজগাণিতিক রাশির সরলফল নির্ণয় পদ্ধতি

বীজগাণিতিক চিহ্ন, ধ্রুবক, পদ

বীজগণিতের দুটো পদের মাঝে সংবন্ধন করতে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ এসব ব্যবহার করা হয়।

$p + q - r = x$ [এখানে যোগ ও বিয়োগ উভয় চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে]

আরেকটি বিষয় লক্ষণীয়, কিছু সংখ্যা আমরা বীজগাণিতিক রাশিতে পাচ্ছি যেগুলোর মান নির্দিষ্ট।

যেমন: $3x + 2z = \underline{500}$; এখানে 500 এর মান নির্দিষ্ট ; এটি ধ্রুবক।

বাংলা ব্যাকরণে যেমন আমরা পড়েছি, একটি বাক্যের প্রতিটি অর্থবোধক শব্দকে একেকটি পদ বলে, বীজগণিতের ক্ষেত্রেও অনেকটা তাই। রাশিমালার যেসব অংশ $+, -, \times, \div$ দিয়ে যুক্ত থাকে, তারা সবাই পদ।

যেমন:

$$\underset{\downarrow}{x} + \underset{\downarrow}{y} + \underset{\downarrow}{z} = \underset{\text{ধ্রুবক}}{k}$$

এখানে প্রত্যেকেই একেকটি পদ

বীজগাণিতিক রাশিতে কয়টি পদ আছে, সে হিসেবে রাশিকে কয়েক শ্রেণিতে ভাগ করা যায়-

প্রকারভেদ	সংজ্ঞা	উদাহরণ
একপদী রাশি	এ ধরনের বীজগাণিতিক রাশিতে ১টি মাত্র পদ থাকে।	$xyz \to 2ab \to 3pq \to 4mn$
দ্বিপদী রাশি	এ ধরনের বীজগাণিতিক রাশিতে মাত্র ২টি পদ থাকে।	$x + yz \to a + 2b \to 3p + 2q \to 4m + 3n$
ত্রিপদী রাশি	এ ধরনের বীজগাণিতিক রাশিতে মাত্র ৩টি পদ থাকে।	$x + y + z \to a + 2b + 3c \to p + q + r \to 2m + 3n + 4z$

অনুরূপভাবে, বীজগাণিতিক রাশিতে যত সংখ্যক পদ থাকে, তত পদী রাশি বলা হবে।

Type-01 : বীজগাণিতিক রাশির যোগ,বিয়োগ,গুণ,ভাগ

- বীজগাণিতিক রাশির যোগ: দুই বা ততোধিক একই রকম বীজগাণিতিক পদ কে যোগ করাই হচ্ছে, বীজগাণিতিক রাশির যোগ। যেমন: $a + 2a + 3a = 6a$
  এখানে খেয়াল রাখতে হবে যে, পদগুলোর একই রকম হতে হবে।
- বীজগাণিতিক রাশির বিয়োগ: দুই বা ততোধিক একই রকম বীজগাণিতিক পদের বিয়োগ করাকে, বীজগাণিতিক রাশির বিয়োগ বলে। (কেতাবি ভাষায় বলতে গেলে একটি পদের সাথে দ্বিতীয় পদের যোগাত্মক বিপরীত রাশির যোগ করা)
  যেমন: $5a - 2a = 3a, 10x - 7x = 3x$
- বীজগাণিতিক রাশির গুণ: দুইটি একপদী রাশির গুণের ক্ষেত্রে তাদের সাংখ্যিক সহগদ্বয়কে চিহ্নযুক্ত সংখ্যার গুণের নিয়মে বীজগাণিতিক গুণ করতে হয় ।
  যেমন: $2a \times 3b = 6ab, 3x \times 2y = 6xy$
- বীজগাণিতিক রাশির ভাগ: দুইটি একপদী রাশির ভাগের ক্ষেত্রে একটি পদকে অন্য একটি পদের বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করে বীজগাণিতিক রাশির ভাগ সম্পন্ন করা হয়।
  যেমন: a কে b দ্বারা ভাগ করার অর্থ হচ্ছে a এর সাথে b এর বিপরীত ভগ্নাংশের গুণ করতে হবে।
  অর্থাৎ, $a \div b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$
- সরলীকরণ: বীজগাণিতিক রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ ফর্মুলা ব্যবহার করে সমীকরণ সমাধানের পদ্ধতিকে সরলীকরণ বলা হয়। এক্ষেত্রে আমরা "B BODMAS" নিয়ম ফলো করতে পারি।
  B = Bar ($\overline{***}$ 'বার' এর ব্যবহার)
  B = Bracket (বন্ধনী) প্রথম বন্ধনী ( ), দ্বিতীয় বন্ধনী { }, তৃতীয় বন্ধনী [ ]
  O = Of (এর)
  D = Division (ভাগ, ÷)
  M = Multiplication (গুণ, ×)
  A = Addition (যোগ, +)
  S = Subtraction (বিয়োগ, –)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}] =$ কত?
[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 1 (খ) –1
(গ) a –1 (ঘ) a +1

সমাধান : $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}]$
$= a - [a - \{a - (a - a + 1)\}]$
$= a - [a - \{a - 1\}]$
$= a - [a - a + 1] = a - 1$
উত্তর : (গ)

০২। $x - [x - \{x - (x + 1)\}]$- এর মান কত?
[১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) x + 1 (খ) 1
(গ) −1 (ঘ) x − 1

সমাধান : $x - [x - \{x - (x + 1)\}]$
$= x - [x - \{x - x - 1\}]$
$= x - [x + 1]$
$= x - x - 1 = -1$
উত্তর : (গ)

০৩। $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে,
$a - (-b) - (-c) - (-d)$ এর মান কত?
[১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 3

সমাধান : $a - (-b) - (-c) - (-d) = a + b + c + d$
$= 1 - 1 + 2 - 2 = 0$
উত্তর : (ক)

০৪। $a - \{a - (a + 1)\} =$ কত? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) a − 1 (খ) 1
(গ) a (ঘ) a + 1

সমাধান : $a - \{a - (a + 1)\} = a - (a - a - 1)$
$= a - (-1) = a + 1$
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $a - [a - \{a - (a - 1)\}] = ?$

(ক) -1 (খ) 1

(গ) $2a - 1$ (ঘ) $2a + 1$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $= a - [a - \{a - (a - 1)\}]$

$= a - [a - (a - a + 1)] = a - [a - 1]$

$= a - a + 1 = 1$

সুতরাং, প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান 1।

উত্তর : (খ)

০২। $3xy \text{ of } \frac{x^2}{100} + 4x^3y = ?$

(ক) $\frac{304x^3y}{200}$ (খ) $\frac{x^3y}{100}$

(গ) $\frac{403x^3y}{100}$ (ঘ) $\frac{7x^3y}{10000}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $= 3xy \text{ of } \frac{x^2}{100} + 4x^3y$

[বীজগাণিতিক সরলীকরণ of এবং গুণ চিহ্ন (×) একই অর্থ প্রকাশ করে]

$= 3xy \text{ of } \frac{x^2}{100} + 4x^3y = \frac{3x^3y}{100} + 4x^3y$

$= \frac{3x^3y + 400x^3y}{100} = \frac{403x^3y}{100}$

সুতরাং, প্রদত্ত রাশির সরল মান $\frac{403x^3y}{100}$ ।

উত্তর : (গ)

০৩। $x - \{(2x - \overline{3x + 1})\} = \text{কত?}$

(ক) $x + 1$ (খ) $2x + 1$

(গ) $-x + 2$ (ঘ) $x + 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $= x - \{(2x - \overline{3x + 1})\}$

['B BODMAS' নিয়ম অনুসারে সর্বপ্রথম Bar' (***) এর কাজ করতে হবে]

$= x - (2x - 3x - 1) = x - (-x - 1)$

$= x + x + 1 = 2x + 1$

সুতরাং, প্রদত্ত রাশির সরল মান $2x + 1$।

উত্তর : (খ)

০৪। $p - \left[p - \left\{p - \left(p - \overline{p - \overline{p - 1}}\right)\right\}\right]$

(ক) 1 (খ) $-p - 1$

(গ) $p - 1$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$= p - \left[p - \left\{p - \left(p - \overline{p - \overline{p - 1}}\right)\right\}\right]$

$= p - [p - \{p - (p - \overline{p - p + 1})\}]$

$= p - [p - \{p - (p - 1)\}]$

$= p - [p - \{p - p + 1\}] = p - [p - 1]$

$= p - p + 1 = 1$

সুতরাং, প্রদত্ত রাশির সরল মান 1

উত্তর : (ক)

০৫। $xy - [yz + zx + \{x(3y + 2z) - zx + yz\}] - x(3z + 3y)$ এর মান কত?

(ক) $2xy + 2yz - 5zx$ (খ) $2xy - 2yz - 5zx$

(গ) $-5xy - 2yz - 5zx$ (ঘ) $-2xy - 2yz - 5zx$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $= xy - [yz + zx + \{x(3y + 2z) - zx + yz\}] - x(3z + 3y)$

$= xy - [yz + zx + 3xy + 2zx - zx + yz] - 3zx - 3xy$

$= xy - 3xy - 2yz - 2zx - 3zx - 3xy$

$= -5xy - 2yz - 5zx$

সুতরাং, প্রদত্ত রাশির সরল মান $-5xy - 2yz - 5zx$

উত্তর : (গ)

Type-02 : বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে?

[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ (খ) $\frac{2x^2 - y^2}{xy}$

(গ) $\frac{y^2 - x^2}{xy}$ (ঘ) $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$

সমাধান : $\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{y^2 - x^2}{xy}$

উত্তর : (গ)

০২। $\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ হবে?

[২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{2y^2 - x^2}{xy}$ (খ) $\frac{x^2 - 2y}{xy}$

(গ) $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ (ঘ) $\frac{x^2 - y^2}{xy}$

সমাধান : উভয় রাশির বিয়োগফলই হবে কাঙ্ক্ষিত উত্তর।

$\therefore \frac{2y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{2y^2 - x^2}{xy}$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{1}{x-y}$ এবং $\frac{1}{x+y}$ এর যোগফলের সাথে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল 2 হবে?

(ক) $2 - \frac{2}{x^2 - y^2}$ (খ) $2 - \frac{2x}{x^2 - y^2}$

(গ) $\frac{2}{x^2 - y^2} - 2$ (ঘ) $\frac{2x}{x^2 - y^2} - 2$

সমাধান : মনে করি, $\frac{1}{x-y}$ এবং $\frac{1}{x+y}$ এর যোগফল থেকে p বিয়োগ করলে বিয়োগফল 2 হবে।

$\therefore \frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}-p=2 \quad \Rightarrow p=\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}-2$

$\Rightarrow p=\frac{x+y+x-y-2(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} \Rightarrow p=\frac{2x-2(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)}$

$\Rightarrow p=\frac{2x}{x^2-y^2}-\frac{2(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)} \Rightarrow p=\frac{2x}{x^2-y^2}-2$

সুতরাং $\frac{2x}{x^2-y^2}-2$ বিয়োগ করতে হবে।

উত্তর : (ঘ)

০২। $\frac{a^3-b^3}{a+b}$ কে $\frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

(ক) $a+b$ (খ) $a-b$

(গ) a^2+b^2 (ঘ) a^2-b^2

সমাধান : $\frac{a^3-b^3}{a+b} \div \frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}$

$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a+b} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2-a^2b^2}$

$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a+b} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+b^2)^2-(ab)^2}$

$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a+b} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)}=a-b$

বিকল্প : $\frac{a^3-b^3}{a+b} \div \frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}=\frac{a^3-b^3}{a+b} \times \frac{a^3+b^3}{a^4+b^4+a^2b^2}$

$=\frac{(a^3-b^3)\times(a^3+b^3)}{(a+b)(a^4+b^4+a^2b^2)}=\frac{a^6-b^6}{(a+b)(a^4+b^4+a^2b^2)}$

$=\frac{(a^2)^3-(b^2)^3}{(a+b)(a^4+b^4+a^2b^2)}=\frac{(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)}{(a+b)(a^4+b^4+a^2b^2)}$

$=\frac{a^2-b^2}{(a+b)}=a-b$

উত্তর : (খ)

০৩। $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}=-1$ হলে, $x=$?

(ক) 2 (খ) 4

(গ) -1 (ঘ) 0

সমাধান : $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}=-1 \quad \Rightarrow \frac{x+2-x+2}{(x+2)(x-2)}=-1$

$\Rightarrow \frac{4}{x^2-2^2}=-1 \quad \Rightarrow 4=-x^2+4$

$\Rightarrow x^2=4-4 \quad \therefore x=0$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $\left(\frac{1}{a}+1\right)\div\left(1-\frac{1}{a^2}\right)=$ কত?

(ক) $\frac{a}{a+1}$ (খ) $\frac{a}{a-1}$

(গ) $a(a+1)$ (ঘ) $a(a-1)$

সমাধান : $\left(\frac{1}{a}+1\right)\div\left(1-\frac{1}{a^2}\right)=\left(\frac{1+a}{a}\right)\div\left(\frac{a^2-1}{a^2}\right)$

$=\frac{1+a}{a}\times\frac{a^2}{(a+1)(a-1)}=\frac{a}{a-1}$

উত্তর : (খ)

০৫। $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y}$ এর সরলীকৃত মান নিচের কোনটি?

(ক) $2(x+y)(x-y)$ (খ) $x-y+2$

(গ) $(x+y)(x-y)^2$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y}=\frac{2(x+y)+(x+y)(x-y)}{x+y}$

$=\frac{(x+y)+(x-y+2)}{x+y}=x-y+2$

উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $a-[2b-\{3c-(a-2b+3c)\}]=$ কত?

(ক) 0 (খ) $a+b+c$

(গ) $a-b$ (ঘ) $2a$

০২। $1-\Big(x-\big(x-(x-(x-1))\big)\Big)=?$

(ক) $4a-1$ (খ) 1

(গ) a (ঘ) 0

০৩। $3p-[2q-\{2r-(3p-\overline{2q+5r})\}]=$ কত?

(ক) $3p-7r$ (খ) $7r$

(গ) $3r$ (ঘ) $p-2q$

০৪। $p-[p-\{3p-(4p+1)\}]=$ এর মান কত?

(ক) 2 (খ) $p+1$

(গ) $-p-1$ (ঘ) $2p$

০৫। $a=2, b=-2, c=3$ এবং $d=-3$ হলে $c-(-d)-(-a)-b$ এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 4 (ঘ) 5

০৬। $\frac{x-3}{x-2}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে?

(ক) $x-2$ (খ) $x-3$

(গ) 1 (ঘ) -1

০৭। $\frac{a-b}{ab}+\frac{b-c}{bc}+\frac{c-a}{ca}$ এর মান—

(ক) 2 (খ) 1

(গ) 0 (ঘ) -1

০৮। a^4-27a^2+1 এর উৎপাদক নিম্নের কোনটি?

(ক) $(a^2-5a+1)(a^2-5a-1)$

(খ) (a^2+5a+1)

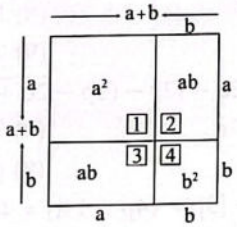
(গ) (a^2-5a-1)

(ঘ) কোনোটিই নয়

উত্তরমালা							
০১	ক	০২	ঘ	০৩	খ	০৪	গ
০৫	গ	০৬	ঘ	০৭	গ	০৮	গ

অধ্যায় ০৯ বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

১৯০৩ সালে বার্ট্রান্ড রাসেল বলেছিলেন, "যুক্তিনীতির উপর যুক্তিনীতি প্রয়োগ করে যে সব সিদ্ধান্ত করা যায়, তারই নাম বিশুদ্ধ গণিত"। যুক্তি ও তর্কের এ সূচনায় আমাদের ফিরে যেতে হবে প্রাচীন মিসরের ইতিহাসে। প্রাচীন মিসরীয়দের মনে বিভিন্ন বস্তু নিরপেক্ষ সংখ্যাবিজ্ঞান সম্পর্কিত প্রশ্ন তৈরী হয়েছিল যা কেবল বিশিষ্ট চিন্তাশীলদের মধ্যেই সীমাবদ্ধ ছিল। তাদের মধ্যে এ ধরনের চিন্তাশীল প্রশ্ন এবং উত্তরপর্ব চলত যা বুদ্ধির লড়াই হিসেবে বিবেচিত হতো। এই সময়টিকে গ্রিক গণিতের স্বর্ণযুগ বলা হতো। বর্তমান বীজগণিতের কিছু ভিত্তি গ্রিক গণিতবিদরাই স্থাপন করেছেন। যেমন তাঁরা দুটি রাশির বর্গের যোগফল জ্যামিতির সাহায্যে প্রমাণ করেছেন। তবে সে যুগে সংখ্যার বদলে অঙ্কিত রেখা দ্বারাই এগুলোর সমাধান দেখানো হতো। এ পর্যায়ে আমরা দেখে নেবো তাদের দৃষ্টিভঙ্গি অনুযায়ী একটি প্রধান বীজগণিতিক সূত্রের জ্যামিতিক প্রমাণ:



উল্লেখিত চিত্রে সবচেয়ে বড় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a + b; যেখানে a ও b দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি পৃথক বর্গক্ষেত্র 1, 4 এবং a ও b দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্র 2, 3 অন্তর্নিহিত

∴ সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল: $= (a + b) \times (a + b)$
$= (a + b)^2$

এখানে লক্ষণীয় যে,

সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = 1 বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + 2 আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল+ 3 আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল+ 4 বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$\Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$

$\Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

এক নজরে সকল সূত্রাবলি:

❑ **বর্গের সূত্রাবলি:**

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}\{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$
5. $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
6. $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
7. $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
8. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
   $= (a - b)^2 + 2ab$
9. $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
10. $ab = \frac{1}{4}\{(a + b)^2 - (a - b)^2\}$
    $= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
11. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

❑ **ঘনের সূত্রাবলি:**

1. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
   $= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
2. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
   $= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
3. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
4. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
5. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
6. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ২৩টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৯টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - বর্গ এবং ঘনের সূত্র এবং অনুসিদ্ধান্তসমূহের প্রয়োগ
  - বীজগাণিতিক রাশির মান নির্ণয়
  - বর্গ হতে ঘন এবং ঘন হতে বর্গের রূপান্তর পদ্ধতি
  - বিশেষ সমস্যাবলির সমাধান

Type-01 : বর্গের সূত্র এবং অনুসিদ্ধান্ত সমূহের প্রয়োগ

বর্গের সূত্রাবলি প্রয়োগ করে নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করা যায়।

Case - 1 : বর্গের সাধারণ সমস্যাবলির সমাধান

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{3}{25}$ (খ) $\frac{25}{144}$

(গ) $\frac{31}{144}$ (ঘ) $\frac{11}{49}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2b^2} = \frac{(a+b)^2-2ab}{(ab)^2}$

$= \frac{(7)^2-2\times12}{(12)^2} = \frac{49-24}{144} = \frac{25}{144}$

উত্তর : (খ)

০২। $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, x -এর ধনাত্মক মানটি- [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান : $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

$= 4 + 96 = 100$

$\therefore x + y = \pm 10$

ধনাত্মক মান নিয়ে $x + y = 10$ .....(i)

$x - y = 2$.....(ii)

এখন (i) + (ii) করে পাই, $2x = 12 \ \therefore x = 6$

উত্তর : (ঘ)

০৩। যদি $a + b = 2, ab = 1$ হয় তবে a এবং b এর মান যথাক্রমে– [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 0, 2 (খ) 1, 1

(গ) – 1, 3 (ঘ) – 3, – 4

সমাধান : $a + b = 2$ .....(i)

$\Rightarrow (a+b)^2 = 4$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow (a-b)^2 + 4ab = 4$ [সূত্র]

$\Rightarrow (a-b)^2 + 4 \times 1 = 4$ [$\because ab = 1$]

$\Rightarrow (a-b)^2 = 4 - 4$

$\Rightarrow (a-b)^2 = 0$

$\therefore a - b = 0$ .....(ii)

(i) + (ii) করে পাই, $a + b + a - b = 2 + 0$

$\Rightarrow 2a = 2 \quad \therefore a = 1$

এখন, a এর মান (i) নং সমীকরণে বসালে,

$1 + b = 2 \ \Rightarrow b = 2 - 1 \ \therefore b = 1$

$\therefore (a, b) = (1, 1)$

Option Test: $a = 1$ এবং $b = 1$ হলে,

$a + b = 1 + 1 = 2$ এবং $ab = 1 \times 1 = 1$

$\therefore a = 1$ এবং $b = 1$ এর জন্য উভয় শর্তই সিদ্ধ হয়।

উত্তর : (খ)

০৪। $a + b = 7$ এবং $a^2 + b^2 = 25$ হলে নিচের কোনটি ab এর মান হবে? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 12 (খ) 10

(গ) 6 (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = 25$

$\Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = 25$

$\Rightarrow 7^2 - 2ab = 25$ [$\because a + b = 7$]

$\Rightarrow 2ab = 24 \quad \therefore ab = 12$

উত্তর : (ক)

০৫। যদি $(x-y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয় তবে $x^2 + y^2$ = কত? [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 12 (খ) 14

(গ) 16 (ঘ) 18

সমাধান : $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 14 + 2 \times 2 = 18$

উত্তর : (ঘ)

০৬। $x + y = 8, \ x - y = 6$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান – [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 40 (খ) 60

(গ) 50 (ঘ) 80

সমাধান : $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}\{(x+y)^2 + (x-y)^2\}$

$= \frac{1}{2}\{(8^2 + 6^2)\} = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

উত্তর : (গ)

০৭। $x + y = 6$ এবং $xy = 8$ হলে, $(x-y)^2$ –এর মান কত? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 (খ) 6

(গ) 8 (ঘ) 12

সমাধান : $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 6^2 - 4 \times 8$

$= 36 - 32 = 4$

উত্তর : (ক)

০৮। $x + y = 7$ এবং $xy = 10$ হলে, $(x-y)^2$ -এর মান কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 (খ) 6

(গ) 9 (ঘ) 12

সমাধান : $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 7^2 - 4 \times 10$

$= 49 - 40 = 9$

উত্তর : (গ)

০৯। $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$ হলে, xy- এর মান কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 35 (খ) 140

(গ) 70 (ঘ) 144

সমাধান : আমরা জানি, $xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4} = \frac{12^2 - 2^2}{4}$

$= \frac{144-4}{4} = \frac{140}{4} = 35$

উত্তর : (ক)

১০। $x^2 + y^2 = 8$ এবং $xy = 7$ হলে $(x+y)^2$ এর মান কত? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 14 (খ) 16

(গ) 22 (ঘ) 30

সমাধান : $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$= 8 + 2 \times 7$ [মান বসিয়ে]

$= 8 + 14 = 22$

উত্তর : (গ)

১১। $\frac{1}{2}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$ = কত? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]

(ক) $a^2 + b^2$ (খ) $a^2 - b^2$

(গ) $\frac{(a+b)^2}{2} - \frac{(a-b)^2}{2}$ (ঘ) $(a+b)^2 + (a-b)^2$

সমাধান : $\frac{1}{2}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$

$= \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2)$

$= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2) = \frac{1}{2} \times 2(a^2 + b^2)$

উত্তর : (ক)

১২। $a + b = 5$ এবং $a - b = 3$ হলে, ab এর মান কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

সমাধান : আমরা জানি,

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{25-9}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $a = 17$ এবং $b = 11$ হয় তবে $a^2 - 2ab + b^2 =$ কত?

(ক) 36 (খ) 289
(গ) 100 (ঘ) 374

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$= (17 - 11)^2$ [মান বসিয়ে পাই]
$= 6^2 = 36$
উত্তর :(ক)

০২। $p^2 + q^2 = 10$ এবং $pq = 7$ হয় তবে $(p + q)^2$ এর মান কত?

(ক) 14 (খ) 24
(গ) 17 (ঘ) 4

সমাধান : আমরা জানি, $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$
$= p^2 + q^2 + 2 \times pq$
$= 10 + 2 \times 7$ [মান বসিয়ে পাই]
$= 10 + 14 = 24$
উত্তর : (খ)

০৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 15$ হলে $a^2 + b^2 + 3ab$ = কত?

(ক) 29 (খ) 64
(গ) 69 (ঘ) 34

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $a^2 + b^2 + 3ab = a^2 + 2ab + b^2 + ab$
$= (a + b)^2 + ab = (7)^2 + 15$ [মান বসিয়ে পাই]
$= 49 + 15 = 64$
উত্তর : (খ)

০৪। যদি $(x + y)^2 = 30$ এবং $xy = 4$ হয় তবে $x^2 + y^2$ = কত?

(ক) 38 (খ) 22
(গ) 34 (ঘ) 26

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $(x + y)^2 = 30$
$\Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 30$
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 30 - 2xy$
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 30 - 2 \times 4$ [মান বসিয়ে পাই]
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 22$
উত্তর : (খ)

০৫। $a+b = 5$ এবং $a - b = 2$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 29
(গ) $\frac{29}{2}$ (ঘ) 25

সমাধান : আমরা জানি, $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
$\Rightarrow 2(a^2 + b^2) = 25 + 4$
$\Rightarrow 2(a^2 + b^2) = 29 \quad \therefore a^2 + b^2 = \frac{29}{2}$
উত্তর : (গ)

০৬। যদি $p = 1 + \sqrt{2}$ এবং $q = 1 - \sqrt{2}$ হয়, তবে $p^2 + q^2$ =?

(ক) 7 (খ) 8
(গ) 6 (ঘ) 4

সমাধান : আমরা জানি, $a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}$
প্রদত্ত রাশি, $p^2 + q^2 = \frac{(p+q)^2+(p-q)^2}{2}$
$= \frac{(1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2})^2+(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2}{2}$
$= \frac{(2)^2+(2\sqrt{2})^2}{2} = \frac{4+(4\times2)}{2} = \frac{12}{2} = 6$
উত্তর : (গ)

০৭। $x + y = 28$ এবং $xy = 192$ হলে, x ও y এর মান কত?

(ক) 10, 12 (খ) 9, 12
(গ) 16, 12 (ঘ) 16, 20

সমাধান : আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$
$\Rightarrow (x - y)^2 = (28)^2 - 4 \times 192$ [মান বসিয়ে পাই]
$\Rightarrow (x - y)^2 = 784 - 768$
$\Rightarrow (x - y)^2 = 16$
$\therefore x - y = 4$ .....(i)
এখন, $x + y = 28$
$x - y = 4$

$2x = 32$ (যোগ করে)
$\therefore x = 16$
যেহেতু $x = 16$ সুতরাং (i) হতে পাই,
$16 - y = 4 \quad \therefore y = 12$
Option Test: $x = 16$ এবং $y = 12$ হলে,
$x + y = 16 + 12 = 28$
এবং $xy = 16 \times 12 = 192$
$x = 16$ ও $y = 12$ উভয় শর্তকেই সিদ্ধ করে।
উত্তর : (গ)

০৮। $p + q = 9x$ এবং $pq = 18x^2$ হলে, $p - q$ এর মান কত?

(ক) $6x$ (খ) $3x$
(গ) $\pm 3x$ (ঘ) $9x^2$

সমাধান : আমরা জানি, $(p - q)^2 = (p + q)^2 - 4pq$
$\Rightarrow (p - q)^2 = (9x)^2 - 4 \times 18x^2$ [মান বসিয়ে পাই]
$\Rightarrow (p - q)^2 = 81x^2 - 72x^2 \Rightarrow (p - q)^2 = 9x^2$
$\Rightarrow p - q = \pm\sqrt{9x^2}$ [বর্গমূল করে পাই]
$\therefore p - q = \pm 3x$
উত্তর : (গ)

০৯। $a+b=\sqrt{7}$ এবং $a-b=\sqrt{5}$ হলে, $8ab(a^2+b^2)$ এর মান নিচের কোনটি হবে?

(ক) 0 (খ) 12

(গ) 24 (ঘ) 144

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $8ab(a^2+b^2)$

$= 4ab \times 2(a^2+b^2)$

$= \{(a+b)^2-(a-b)^2\}\{(a+b)^2+(a-b)^2\}$

$= \left\{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2\right\}\left\{(\sqrt{7})^2+(\sqrt{5})^2\right\}$

$= (7-5)(7+5) = 2 \times 12 = 24$

উত্তর : (গ)

১০। $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, $\frac{x}{x^2+x-1}=$ এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 1

(গ) 10 (ঘ) 4

সমাধান : এখানে, প্রদত্ত রাশি $x+\frac{1}{x}=2$

$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=2 \Rightarrow x^2+1=2x$

$\Rightarrow x^2-2x+1=0 \quad \Rightarrow (x-1)^2=0$

$\Rightarrow x-1=0 \quad \therefore x=1$

এখন, $\frac{x}{x^2+x-1}=\frac{1}{(1)^2+1-1}$ [x এর মান বসিয়ে পাই]

$=1$

উত্তর : (খ)

১১। $x+\frac{9}{x}=6$ হলে, $\frac{5x^2}{5x^3+x^2-119}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{45}{144}$ (খ) $\frac{9}{5}$

(গ) $\frac{45}{263}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x+\frac{9}{x}=6 \Rightarrow \frac{x^2+9}{x}=6$

$\Rightarrow x^2+9=6x$ [উভয় পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে পাই]

$\Rightarrow x^2-6x+9=0$

$\Rightarrow x^2-2.x.3+(3)^2=0$

$\Rightarrow (x-3)^2=0$

$\Rightarrow x-3=0 \quad \therefore x=3$

এখন, $\frac{5x^2}{5x^3+x^2-119}$

$=\frac{5\times(3)^2}{5\times(3)^3+(3)^2-119}$ [x এর মান বসিয়ে পাই]

$=\frac{45}{5\times27+9-119}=\frac{45}{135+9-119}=\frac{45}{25}=\frac{9}{5}$

উত্তর : (খ)

১২। $x^2-6x+9=0$ হলে, $3x^2-3$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 30

(গ) 24 (ঘ) 9

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^2-6x+9=0$

$\Rightarrow x^2-2.x.3+(3)^2=0$

$\Rightarrow (x-3)^2=0$

$\Rightarrow x-3=0 \quad \therefore x=3$

এখন, $3x^2-3 = 3(3)^2-3$ [x এর মান বসিয়ে পাই]

$=27-3=24$

উত্তর : (গ)

১৩। $\frac{p}{q}-\frac{q}{p}=5$ হলে, $\frac{p^2}{q^2}+\frac{q^2}{p^2}$ এর মান কত?

(ক) 7 (খ) 25

(গ) 23 (ঘ) 27

সমাধান : এখানে, $\frac{p^2}{q^2}+\frac{q^2}{p^2}$

$=\left(\frac{p}{q}\right)^2+\left(\frac{q}{p}\right)^2$

$=\left(\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right)^2+2.\frac{p}{q}.\frac{q}{p}$

$=5^2+2$

$=25+2$

$=27$

উত্তর : (ঘ)

Case - 02 : "x" রাশির সাথে কত যোগ বা বিয়োগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে

বহুনির্বাচনী প্রশ্নের ক্ষেত্রে এই ধরনের সমস্যাবলি গুরুত্বপূর্ণ। এ ক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশিকে বিশ্লেষণ করে আমরা ধাপে ধাপে $(a+b)^2$ বা $(a-b)^2$ ফরম্যাট সাজাবো। এবং কত যোগ বা বিয়োগ করতে হবে তা নির্ধারণ করতে পারব।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2-8x-8y+16+y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [৩২তম ও ১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4xy (খ) 2xy

(গ) 6xy (ঘ) 8xy

সমাধান: $x^2-8x-8y+16+y^2$

$= x^2+(-4)^2+y^2+2.x(-4)+2.(-4).y+2xy-2xy$

$= (x-4+y)^2-2xy$

∴ প্রদত্ত রাশির সাথে 2xy যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।

উত্তর : (খ)

০২। P-এর মান কত হলে $4x^2-Px+9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 10 (খ) 9

(গ) 16 (ঘ) 12

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $4x^2-Px+9$

এখানে প্রান্তীয় রাশি দুটি হলো $4x^2$ এবং 9

$4x^2=(2x)^2$ এবং $9=(3)^2$ এবং মধ্য রাশি $= Px$

বর্গের বিয়োগের সূত্রানুসারে,

মধ্য রাশি হবে $= -2.2x.3 = -12x$

অর্থাৎ, $-Px$ এর সাথে তুলনা করলে P এর মান পাওয়া যায় 12

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $9a^2 + 16b^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

(ক) 6ab (খ) 24ab
(গ) −24ab (ঘ) 144ab

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $9a^2 + 16b^2 = (3a)^2 + (4b)^2$
$= (3a)^2 + 2.3a.4b + (4b)^2 - 2.3a.4b$
$= (3a + 4b)^2 - 24ab$
সুতরাং প্রদত্ত রাশির সাথে 24ab যোগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।
উত্তর : (খ)

০২। $9 - 12a + 4a^2$ রাশিটির সাথে কত যোগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হবে?

(ক) 16a (খ) 24a
(গ) −24 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $9 - 12a + 4a^2$
$= (3)^2 - 2.3.2a + (2a)^2$
$= (3 - 2a)^2$
সুতরাং প্রদত্ত রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশি।
∴ রাশিটির সাথে কিছুই যোগ করতে হবে না।
উত্তর : (ঘ)

০৩। $4p^2 - 12p$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?

(ক) − 9 (খ) 16
(গ) 9 (ঘ) 25

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $4p^2 - 12p$
$= (2p)^2 - 12p$
$= (2p)^2 - 2.2p.3 + (3)^2 - 9$
$= (2p - 3)^2 - 9$
সুতরাং প্রদত্ত রাশির সাথে 9 যোগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।
উত্তর : (গ)

০৪। $\frac{2x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?

(ক) $\frac{x^2-y^2}{y^2}$ (খ) $\frac{y^2-x^2}{y^2}$
(গ) $\frac{x^2+y^2}{y^2}$ (ঘ) $\frac{x^2+y^2}{x^2}$

সমাধান : $\frac{2x}{y}$ এর সাথে $\frac{x^2+y^2}{y^2}$ যোগ করে পাই, $\frac{2x}{y} + \frac{x^2+y^2}{y^2}$
$= \frac{2xy+x^2+y^2}{y^2} = \frac{(x+y)^2}{y^2} = \left(\frac{x+y}{y}\right)^2$
যা একটি পূর্ণবর্গ রাশি, কিন্তু অপশন (ক), (খ) ও (ঘ)- তে বিদ্যমান রাশিগুলো $\frac{2x}{y}$ এর সাথে যোগ করলে এরূপ কোনো পূর্ণবর্গ রাশি পাওয়া যায় না।
উত্তর : (গ)

০৫। p এর মান কত হলে $16x^2 - px + 25$ একটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে? (যেখানে $p > 0$)

(ক) ± 60 (খ) 40
(গ) 30 (ঘ) −40

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $16x^2 - px + 25$
এখানে প্রান্তীয় রাশি দুটি হলো $16x^2$ এবং 25
$16x^2 = (4x)^2$ এবং $25 = (5)^2$ এবং মধ্য রাশি $= -px$
বর্গের বিয়োগের $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ সূত্রানুসারে
মধ্য রাশি হবে $= -2.4x.5 = -40x$
অর্থাৎ, $-px = -40x$
∴ $p = 40$ অর্থাৎ, $p = 40$ হলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।
উত্তর : (খ)

Case – 03: অনুসিদ্ধান্তগুলোর মিশ্র ব্যবহারে গঠিত সমাধান পদ্ধতি

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান– [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $5\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{5}$
(গ) $4\sqrt{5}$ (ঘ) $6\sqrt{5}$

সমাধান : $x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x$
$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = 3$
এবং $x - \frac{1}{x} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}}$
$= \sqrt{(3)^2 - 4} = \sqrt{9-4}$
$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$
এখন, $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5}$
উত্তর : (খ)

০২। যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয় তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ±9 (খ) ±7
(গ) ±5 (ঘ) ±3

সমাধান : এখানে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$
$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a} = 51$
$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 51 - 2$
$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 49 \therefore a - \frac{1}{a} = \pm 7$
উত্তর : (খ)

০৩। $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান– [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 6 (খ) 4
(গ) 2 (ঘ) 1

সমাধান : $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2a.\frac{1}{a} = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2$
$= 3 - 2 = 1$
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $p^2 - \sqrt{5}p + 1 = 0$ হলে, $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

(ক) $\sqrt{3}$ (খ) 7

(গ) 3 (ঘ) $\sqrt{5}-2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $p^2 - \sqrt{5}p + 1 = 0$

$\Rightarrow p^2 + 1 = \sqrt{5}p$

$\Rightarrow \frac{p^2+1}{p} = \frac{\sqrt{5}p}{p}$ [উভয়পক্ষকে p দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\Rightarrow p + \frac{1}{p} = \sqrt{5}$

এখন, $p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2.p.\frac{1}{p}$

$= \left(\sqrt{5}\right)^2 - 2 = 5 - 2 = 3$

উত্তর : (গ)

০২। $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) 5 (খ) 14

(গ) 10 (ঘ) 1

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

[$(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ দ্বারা লব ও হরকে গুণ করে পাই]

$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$

[$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ সূত্র অনুসারে]

$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$ $\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2$

$= 4 \times 3 - 2 \quad = 12 - 2 = 10$

উত্তর : (গ)

০৩। $x^4 + 2x^2 + 1 = 8x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 8

(গ) -8 (ঘ) $\sqrt{8}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x^4 + 2x^2 + 1 = 8x^2$

$\Rightarrow \frac{x^4+2x^2+1}{x^2} = \frac{8x^2}{x^2}$ [উভয়পক্ষকে x^2 দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 8$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 8 - 2$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ ..... (i)

আমরা জানি, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$\Rightarrow 6 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$

[সমীকরণ (i) হতে মান বসিয়ে পাই]

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6 + 2 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{8}$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $p = 3 - \frac{1}{p}$ হলে, $100 + p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

(ক) 92 (খ) 102

(গ) 93 (ঘ) 107

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $p = 3 - \frac{1}{p}$ $\therefore p + \frac{1}{p} = 3$

এখন, $100 + p^2 + \frac{1}{p^2} = 100 + \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)$

$= 100 + \left\{\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2.p.\frac{1}{p}\right\}$

$= 100 + (3^2 - 2)$ [মান বসিয়ে পাই]

$= 100 + 7 = 107$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।

(ক) 0 (খ) 5

(গ) 10 (ঘ) 1

সমাধান : এখানে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2 - 2$

$= \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2 = (4 \times 3) - 2 = 12 - 2 = 10$

S/M: যদি $x = \sqrt{b} + \sqrt{c}$ রাশি দেওয়া থাকে

এবং b, c এর পার্থক্য যদি 1 হয় তবে,

$\frac{1}{x} = \sqrt{b} - \sqrt{c}$ [যদি $b > c$ হয়]

অথবা, $\frac{1}{x} = \sqrt{c} - \sqrt{b}$ [যদি $c > b$ হয়]

উদাহরণস্বরূপ: $x = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ এর ক্ষেত্রে

7 ও 6 এর পার্থক্য 1

$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$

অনুরূপভাবে, $x = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ এর ক্ষেত্রে $\frac{1}{x} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ হবে।

উত্তর : (গ)

০৬। যদি $2a - \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ হয়, তবে $4a$ = কত?

(ক) 4 (খ) $\sqrt{10} - \sqrt{2}$

(গ) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (ঘ) 8

সমাধান : এখানে, $2a - \frac{1}{a} = \sqrt{2}$

$\therefore \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(2a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4.2a.\frac{1}{a}$

$= \left(\sqrt{2}\right)^2 + 8$ [মান বসিয়ে পাই]

$= 2 + 8$

$\therefore 2a + \frac{1}{a} = \sqrt{10}$

$\left(2a + \frac{1}{a}\right)$ এবং $\left(2a - \frac{1}{a}\right)$ যোগ করে পাই,

$2a + \frac{1}{a} + 2a - \frac{1}{a} = \sqrt{10} + \sqrt{2}$

$\Rightarrow 4a = \sqrt{10} + \sqrt{2}$

উত্তর : (গ)

Case – 04: তিন পদ বিশিষ্ট রাশির বর্গের সূত্র এবং অনুসিদ্ধান্তসমূহের প্রয়োগ

❑ a,b,c এর সকল মানের জন্য,

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

- $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
- $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$

প্রধান সূত্রে a, b বা c এর মান ঋণাত্মক বসিয়ে সূত্রের শাখা নির্ণয় করা সম্ভব।

উদাহরণস্বরূপ: a, (−b), (−c) এর জন্য সূত্রটি হবে নিম্নরূপ:

$\{a+(-b)+(-c)\}^2 = a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a.(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$

$\therefore (a-b-c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

অনুরূপভাবে, ঋণাত্মক মান বসিয়ে একই সূত্রের বিভিন্ন রূপ গঠন করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $a+b+c=9$, $a^2+b^2+c^2=29$ হলে, $ab+bc+ca$ এর মান কত? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 52 (খ) 46

(গ) 26 (ঘ) 22

সমাধান : আমরা জানি,

$a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca = \frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2}$

$= \frac{81-29}{2} = 26$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x+y+z=4$ এবং $x^2+y^2+z^2=5$ হলে, $xy+yz+zx$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{9}{2}$ (খ) 11

(গ) $\frac{11}{2}$ (ঘ) 25

সমাধান : আমরা জানি,

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$\Rightarrow 2(xy+yz+zx) = (x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)$

$\Rightarrow 2(xy+yz+zx) = 4^2-5$

$\Rightarrow 2(xy+yz+zx) = 16-5$

$\Rightarrow 2(xy+yz+zx) = 11$

$\therefore xy+yz+zx = \frac{11}{2}$

উত্তর : (খ)

০২। $a+b+c=7$ এবং $ab+bc+ca=24$ হলে, $a^2+b^2+c^2$ এর মান কত?

(ক) 58 (খ) 97

(গ) 1 (ঘ) −41

সমাধান : আমরা জানি, $a^2+b^2+c^2$

$= (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$= 7^2-2.24 = 49-48 = 1$

উত্তর : (গ)

০৩। $a+b+c=10, a^2+b^2+c^2=38$ হলে, $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$ এর মান কত?

(ক) 12 (খ) 14

(গ) 15 (ঘ) 16

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b+c=10$, $a^2+b^2+c^2=38$

আমরা জানি,

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\Rightarrow 2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$

$= (10)^2-38 = 100-38 = 62$

প্রদত্ত রাশি, $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

$= a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2$

$= 2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ca)$

$= 2\times 38-62 = 14$

উত্তর : (খ)

Type-02 : ঘনের সূত্র এবং অনুসিদ্ধান্ত সমূহের প্রয়োগ

একাধিক রাশির যোগফল বা বিয়োগফলের ঘনের সূত্র ও অনুসিদ্ধান্তসমূহ নিয়ে এ প্রকরণ গঠিত।

Case – 1 : ঘনের সাধারণ সমস্যাবলির সমাধান

সূত্রসমূহ:

❑ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$= a^3+b^3+3ab(a+b)$

❑ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
$= a^3-b^3-3ab(a-b)$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

- $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$
- $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x=\sqrt{4}+\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $5\sqrt{3}$ (খ) 52

(গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$

সমাধান : $x=\sqrt{4}+\sqrt{3}$ $\therefore \frac{1}{x}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

তাহলে, $x+\frac{1}{x} = 2\sqrt{4} = 4$

প্রদত্ত রাশি, $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\cdot x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=(4)^3-3\cdot 4$
$=64-12=52$

উত্তর: (খ)

০২। $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$
(গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8

সমাধান : $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$
$\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$
$\therefore\frac{1}{x}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$
$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$
এখন, $x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})^3-3.x.\frac{1}{x}(x+\frac{1}{x})$
$=(2\sqrt{3})^3-3\times 2\sqrt{3}$
$=8\times 3\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$=24\sqrt{3}-6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$
উত্তর : (খ)

০৩। $x-\frac{1}{x}=1$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

সমাধান : $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=(1)^3+3.1$
$=1+3=4$
উত্তর : (ঘ)

০৪। $x+y=2, x^2+y^2=4$ হলে, $x^3+y^3=$ কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 8 (খ) 9
(গ) 16 (ঘ) 25

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$\Rightarrow 4=(2)^2-2xy$
$\Rightarrow 4=4-2xy\ \therefore xy=0$
এখন, $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$
$=(2)^3-3\times 0\times 2=8$
উত্তর : (ক)

০৫। $x-\frac{1}{x}=7$ হলে, $x^3-\left(\frac{1}{x}\right)^3$ এর মান কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 334 (খ) 154
(গ) 364 (ঘ) 512

সমাধান : $x^3-\left(\frac{1}{x}\right)^3=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=(7)^3+3.7$
$=343+21$
$=364$
উত্তর : (গ)

০৬। $a-\frac{1}{a}=3$ হলে, $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 9 (খ) 18
(গ) 27 (ঘ) 36

সমাধান : প্রশ্নটিতে ভুল রয়েছে। তবে-
(i) প্রশ্নপত্রে $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর পরিবর্তে $a^3-\frac{1}{a^3}$ থাকলে,
$a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$
$=3^3+(3\times 3)=27+9=36$
(ii) প্রশ্নপত্রে $a-\frac{1}{a}=3$ এর পরিবর্তে $a+\frac{1}{a}=3$ থাকলে,
$a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$
$=3^3-(3\times 3)$
$=27-9$
$=18$
উত্তর : (Blank)

০৭। $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ -এর মান- [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) 4
(গ) 0 (ঘ) 6

সমাধান : $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=\left(\sqrt{3}\right)^3-3\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}$
$=0$
উত্তর : (গ)

০৮। যদি $a^3-b^3=513$ এবং $a-b=3$ হয়, তবে ab –এর মান কত? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 54 (খ) 35
(গ) 45 (ঘ) 55

সমাধান : $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
$\Rightarrow 513=27+9ab$
$\Rightarrow 9ab=486$
$\therefore ab=54$
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x+3+\frac{1}{x}=0$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}=?$

(ক) -11 (খ) 18

(গ) -18 (ঘ) -36

সমাধান : এখানে, $x+3+\frac{1}{x}=0$

$\Rightarrow x+\frac{1}{x}=-3$

প্রদত্ত রাশি, $x^3+\frac{1}{x^3}=x^3+\left(\frac{1}{x}\right)^3$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(-3)^3-3.(-3)$ [মান বসিয়ে পাই]

$=-27+9=-18$

উত্তর : (গ)

০২। $x+\frac{1}{x}=b$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) $-b^3-3b$ (খ) b^3+3b

(গ) b^3-3b (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $x+\frac{1}{x}=b$

প্রদত্ত রাশি, $x^3+\frac{1}{x^3}=(x)^3+\left(\frac{1}{x}\right)^3$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=b^3-3.b$ [মান বসিয়ে পাই]

$=b^3-3b$

উত্তর : (গ)

০৩। $\frac{1}{a}=5-a$ হলে, $a^3+\frac{1}{a^3}=?$

(ক) 50 (খ) 125

(গ) 140 (ঘ) 110

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1}{a}=5-a \therefore a+\frac{1}{a}=5$

প্রদত্ত রাশি, $a^3+\frac{1}{a^3}=(a)^3+\left(\frac{1}{a}\right)^3$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=5^3-3.5$ [মান বসিয়ে পাই]

$=125-15$

$=110$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $y=1+\sqrt{3}$ হলে, y^3 এর মান কত?

(ক) $4+3\sqrt{3}$ (খ) $10+9\sqrt{3}$

(গ) $10+6\sqrt{3}$ (ঘ) $10-6\sqrt{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $y=1+\sqrt{3}$

$\Rightarrow y^3=\left(1+\sqrt{3}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে পাই]

$\Rightarrow y^3=1^3+\left(\sqrt{3}\right)^3+3.1^2.\sqrt{3}+3.1\left(\sqrt{3}\right)^2$

$\Rightarrow y^3=1+3\sqrt{3}+3\sqrt{3}+9$

$\therefore y^3=10+6\sqrt{3}$

উত্তর : (গ)

০৫। $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6-1}{a^3}=?$

(ক) $40\sqrt{6}$ (খ) $34\sqrt{5}$

(গ) $40\sqrt{5}$ (ঘ) $46\sqrt{5}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

$\Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$

$\Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2} \Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$

$\therefore \frac{1}{a}=\sqrt{6}-\sqrt{5}$

$\therefore a-\frac{1}{a}=\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a^6-1}{a^3}=\frac{a^6}{a^3}-\frac{1}{a^3}=a^3-\frac{1}{a^3}$

$=(a)^3-\left(\frac{1}{a}\right)^3=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=\left(2\sqrt{5}\right)^3+3.2\sqrt{5}=8.5.\sqrt{5}+6\sqrt{5}$

$=40\sqrt{5}+6\sqrt{5}=46\sqrt{5}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির মান $46\sqrt{5}$

উত্তর : (ঘ)

০৬। $a+b=c$ হলে, $a^3+b^3+3abc=?$

(ক) b^3 (খ) c^3

(গ) c^3-6abc (ঘ) a^3

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b=c$

প্রদত্ত রাশি, a^3+b^3+3abc

$=(a+b)^3-3ab(a+b)+3abc$

$=c^3-3abc+3abc=c^3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির মান c^3

উত্তর : (খ)

Case - 2 : তিন পদ বিশিষ্ট রাশির ঘনের সূত্র এবং অনুসিদ্ধান্তের প্রয়োগ

❑ সূত্র:

$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(c+a)$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

❑ $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

❑ $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $a+b+c=0$ এবং $a^3+b^3+c^3$ এর মান কত?

[১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 6abc (খ) 0

(গ) 3abc (ঘ) abc

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $a^3 + b^3 + c^3$

$= (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc + 3abc)$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

$= 0 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

$= 3abc$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির মান $3abc$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$ এবং $a \neq b \neq c$ হলে $ab + bc + ca$ এর মান নিচের কোনটি হবে?

(ক) $3abc$ (খ) 1

(গ) 0 (ঘ) -1

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^3 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 + \left(\frac{1}{c}\right)^3 - 3.\frac{1}{a}.\frac{1}{b}.\frac{1}{c} = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2\right\} = 0$

> এখানে, $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান শূন্য হতে পারে না। কারণ, দুই বা ততোধিক বর্গ রাশির যোগফল শূন্য হলে, এদের মান পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হয় । সেক্ষেত্রে $a \neq b \neq c$ শর্ত লঙ্ঘিত হয়।

$\therefore \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{bc + ac + ab}{abc} = 0$

$\therefore ab + bc + ca = 0$

সুতরাং প্রদত্ত রাশির মান '0'

উত্তর : (গ)

০২। যদি $(a + b + c)(ab + bc + ca) = abc$ হয়, তবে $(a + b + c)^3$ এর মান কত?

(ক) $3abc$ (খ) $a^3 + b^3 + c^2$

(গ) $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}$ (ঘ) $a^3 + b^3 + c^3$

সমাধান : এখানে,

$(a+b+c)^3 = (a+b+c)^3 - 3abc + 3abc$

$= (a+b+c)^3 - 3(a+b+c)(ab+bc+ca) + 3abc$

$[\because abc = (a+b+c)(ab+bc+ca)]$

$= (a+b+c)\{(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca)\} + 3abc$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3ab - 3bc - 3ca) + 3abc$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc + 3abc$

$= a^3 + b^3 + c^3$

উত্তর : (ঘ)

Type-03 : বর্গ এবং ঘনের সূত্রাবলির সমন্বয়ে সমস্যার সমাধান

এ ধরনের সমস্যাবলিতে সমাধানের ক্ষেত্রে বর্গ এবং ঘন উভয় ক্ষেত্রের সূত্র, অনুসিদ্ধান্তসমূহ প্রয়োগ করা হয়েছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$ [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 0

সমাধান : দেওয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$\Rightarrow x^4 + 1 = x^2$

$\Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 1$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(\sqrt{3}\right)^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

উত্তর : (ঘ)

০২। $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2-এর মান— [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 100 (খ) $\frac{1}{10}$

(গ) 10 (ঘ) $\frac{1}{100}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x^{-3} - 0.001 = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{x^3} = 0.001 \Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$

$\Rightarrow x^3 = 1000 = 10^3$

$\Rightarrow x = 10$

$\therefore x^2 = 100$ [বর্গ করে পাই]

উত্তর : (ক)

০৩। $x + y = 2, x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^3 + y^3 =$ কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 8 (খ) 9

(গ) 16 (ঘ) 25

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 2, x^2 + y^2 = 4$

$\Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 4 \Rightarrow (2)^2 - 2xy = 4$

$\Rightarrow 4 - 2xy = 4 \Rightarrow -2xy = 0 \quad \therefore xy = 0$

এখন, $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= (2)^3 - 3 \times 0 \times 2 = 8$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 4$ হয়, তবে, $8a^3 + \frac{1}{a^3}$ = কত?

(ক) 0 (খ) $14\sqrt{8}$

(গ) $2\sqrt{8}$ (ঘ) $2\sqrt{6}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 4$

$\Rightarrow (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 4 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.2a.\frac{1}{a} = 4$

$\Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 4 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 8$

$\therefore 2a + \frac{1}{a} = \sqrt{8}$

প্রদত্ত রাশি, $8a^3 + \frac{1}{a^3}$

$= (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.2a.\frac{1}{a}\left(2a + \frac{1}{a}\right)$

$= \left(\sqrt{8}\right)^3 - 6 \times \sqrt{8}$ [মান বসিয়ে পাই]

$= \left(\sqrt{8}\right)^3 - 6 \times \sqrt{8} = 8\sqrt{8} - 6\sqrt{8} = 2\sqrt{8}$

উত্তর : (গ)

০২। $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$ হবে?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) -2 (ঘ) 0

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 0$

[$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ সূত্রানুসারে পাই]

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right) = 0$

যেহেতু $x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$ এর মান শূন্য হওয়া সম্ভব নয়।

অর্থাৎ, $x - \frac{1}{x} = 0$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 0$ [বর্গ করে পাই]

$\Rightarrow x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 0 \quad \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

উত্তর : (খ)

০৩। $p^3 - \frac{1}{p^3} = 0$ হলে, $p^2 + \frac{1}{p^2} + 100$ এর মান কত হবে?

(ক) 104 (খ) 102

(গ) 108 (ঘ) 112

সমাধান : দেওয়া আছে, $p^3 - \frac{1}{p^3} = 0$

$\Rightarrow \left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + p.\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}\right) = 0$

[$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ সূত্রানুসারে পাই]

$\Rightarrow \left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2} + 1\right) = 0$

যেহেতু $p^2 + \frac{1}{p^2} + 1$ এর মান শূন্য হওয়া সম্ভব নয়।

সুতরাং $p - \frac{1}{p} = 0$

$\Rightarrow \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 0^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে পাই]

$\Rightarrow p^2 - 2.p.\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 0$

$\Rightarrow p^2 - 2 + \frac{1}{p^2} = 0$

$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি, $p^2 + \frac{1}{p^2} + 100 = 2 + 100 = 102$

[$p^2 + \frac{1}{p^2} = 2$ এর মান বসিয়ে পাই]

উত্তর : (খ)

Type-04 : বিশেষ সমস্যাসমূহ এবং এর সমাধান

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত?

[৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনরি]

(ক) 4x (খ) 6x

(গ) 4 (ঘ) 8

সমাধান : $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$

$\Rightarrow x = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)$

$\Rightarrow x^3 = \left\{-\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right\}^3$

$\Rightarrow x^3 = -\left\{\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3.2^{\frac{1}{3}}.2^{\frac{2}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right\}$

$\Rightarrow x^3 = -\{2 + 4 + 6(-x)\} = -\{6 - 6x\}$

$\Rightarrow x^3 = -6 + 6x$

$\Rightarrow x^3 + 6 = 6x$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^3 - px + 10 = 0$ এর একটি সমাধান $x = 2$ হলে, p এর মান কত হবে?

(ক) 10 (খ) 9

(গ) -9 (ঘ) 1

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^3 - px + 10 = 0$

$\Rightarrow (2)^3 - p \times 2 + 10 = 0$ [মান বসিয়ে পাই]

$\Rightarrow 8 - 2p + 10 = 0$

$\Rightarrow -2p = -18$

$\therefore p = 9$

উত্তর : (খ)

০২। $x^4 - x^2 - 1 = 0$ হলে, $50 + x^2 - \frac{1}{x^2} = ?$

(ক) 46 (খ) 51

(গ) 50 (ঘ) 49

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^4 - x^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow x^4 - 1 = x^2$

$\Rightarrow \frac{x^4-1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$ [উভয়পক্ষকে x^2 দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = 1$

এখন, $50 + x^2 - \frac{1}{x^2} = 50 + 1 = 51$

[$x^2 - \frac{1}{x^2} = 1$ বসিয়ে পাই]

উত্তর : (খ)

০৩। যদি $x = 7 - 4\sqrt{3}$ হয়, তবে $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ এর মান কত?

(ক) $3\sqrt{3}$ (খ) $8\sqrt{3}$

(গ) 14 (ঘ) $14 + 8\sqrt{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 7 - 4\sqrt{3}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{7+4\sqrt{3}}{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \frac{7+4\sqrt{3}}{7^2-(4\sqrt{3})^2}$

$= \frac{7+4\sqrt{3}}{49-48} = 7 + 4\sqrt{3}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = 7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3} = 14$

উত্তর : (গ)

০৪। $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}$ হলে, $3a^3 - 9a + 1$ এর মান কত?

(ক) 5 (খ) 8

(গ) 10 (ঘ) 11

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow (a)^3 = \left(3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}\right)^3$

$\Rightarrow a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}\right)$

$\Rightarrow a^3 = 3 + 3^{-1} + 3.3^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}.a \quad \left[\because a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}\right]$

$\Rightarrow a^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3.3^0.a$

$\Rightarrow a^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3a \quad \Rightarrow a^3 = \frac{9+1+9a}{3}$

$\Rightarrow 3a^3 = 10 + 9a \quad \Rightarrow 3a^3 - 9a = 10$

$\therefore 3a^3 - 9a + 1 = 10 + 1 = 11$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $x + x^{-1} = 2$ হলে, $\frac{2x}{x^2-x+1} + 2$ এর মান কত?

(ক) 6 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $x + x^{-1} = 2$

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2$

$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + x = x$

[উভয়পক্ষকে x দ্বারা যোগ করে পাই]

$\therefore x^2 - x + 1 = x$ .....(i)

এখন, $\frac{2x}{x^2-x+1} + 2 = \frac{2x}{x} + 2$ [$x^2 - x + 1 = x$ বসিয়ে পাই]

$= 2 + 2 = 4$

উত্তর : (গ)

০৬। $\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 2$ হলে, $\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}$ এর মান কত?

(ক) -1 (খ) 0

(গ) 1 (ঘ) 4

সমাধান : $\left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 = \left(\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 - 4.\sqrt{m}.\frac{1}{\sqrt{m}}$;

[$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ সূত্রানুসারে পাই]

$\Rightarrow \left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 = (2)^2 - 4$

$\Rightarrow \left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 = 4 - 4$

$\Rightarrow \left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 = 0 \quad \therefore \sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}} = 0$

উত্তর : (খ)

০৭। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$এর মান কত?

(ক) -4 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) -2

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 2$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$ [বর্গ করে পাই]

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$

$\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4 \quad \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ ..... (i)

(i) নং হতে পুনরায় বর্গ করে পাই, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 2^2$

$\Rightarrow x^4 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 4$

$\Rightarrow x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 4 \qquad \therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$

সুতরাং $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = 2 \times 2 = 4$

উত্তর : (গ)

০৮। যদি $a^4 + a^2b^2 + b^4 = a^2 + ab + b^2 = 3$ হয়, তবে $a^2 + b^2$এর মান কত হবে?

(ক) 2 (খ) 9

(গ) 4 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে,

$a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3$

$\Rightarrow a^4 + b^4 + a^2b^2 = 3$

$\Rightarrow (a^2)^2 + (b^2)^2 + a^2b^2 = 3$

$\Rightarrow (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 + a^2b^2 = 3$

$\Rightarrow (a^2 + b^2)^2 - a^2b^2 = 3$

$\Rightarrow (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 3$

$\Rightarrow (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = 3$

[$(a^2 - b^2)^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্রানুসারে পাই]

$\Rightarrow 3(a^2 - ab + b^2) = 3$

$\therefore a^2 - ab + b^2 = 1$

এখন, $a^2 - ab + b^2 = 1$
$a^2 + ab + b^2 = 3$

(+) করে, $2a^2 + 2b^2 = 4$
$\Rightarrow 2(a^2 + b^2) = 4$
$\therefore a^2 + b^2 = 2$
উত্তর : (ক)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $a + b = 9$ এবং $ab = 10$ হলে, $a^2 + b^2 + 50ab =$ কত?
(ক) 480 (খ) 489
(গ) 471 (ঘ) 561

০২। যদি $p^2 + q^2 = 4$ এবং $p^2 - q^2 = -4$ হয়, তবে $p^4 - q^4$ এর মান কত হবে?
(ক) -32 (খ) 32
(গ) -16 (ঘ) -8

০৩। যদি $x + y = \sqrt{5}$ এবং $x - y = \sqrt{3}$ হয়, তবে $x^2 + y^2 =$?
(ক) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (খ) 8
(গ) 4 (ঘ) 2

০৪। যদি $x^2 + y^2 = 5$ এবং $x^2 - y^2 = -5$ হয়, $x^4 + y^4$ এর মান কত?
(ক) $\frac{25}{2}$ (খ) 50
(গ) 25 (ঘ) 0

০৫। $a + b = 3$ এবং $ab = 10$ হলে, $(a - b)^2$ এর মান কত?
(ক) 0 (খ) 49
(গ) -31 (ঘ) -29

০৬। যদি $x + y = \sqrt{7}$ এবং $x - y = \sqrt{3}$ হয়, তবে xy এর মান কত?
(ক) $\sqrt{21}$ (খ) 1
(গ) $\frac{7}{4}$ (ঘ) 2

০৭। m এর মান কত হলে, $4x^2 - mx + 9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে?
(ক) 9 (খ) -6
(গ) 12 (ঘ) 15

০৮। $4a^2 - 4ab + 4b^2$ রাশিটির সাথে কত যোগ বা বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হবে?
(ক) 4ab বিয়োগ করতে হবে (খ) $2a^2$ যোগ করতে হবে
(গ) 4ab যোগ করতে হবে (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। $x + \frac{16}{x} = 8$ হলে, x^3 এর মান কত?
(ক) 25 (খ) 64
(গ) $\frac{25}{8}$ (ঘ) 8

১০। $x - \frac{1}{x} = 3\sqrt{3}$ হলে, $\frac{x^4+1}{x^2} =$ কত?
(ক) 35 (খ) 29
(গ) 25 (ঘ) $3\sqrt{3} + 2$

১১। $a - \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4} =$ কত?
(ক) 14 (খ) 36
(গ) 34 (ঘ) 2

১২। $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?
(ক) $\sqrt{3}$ (খ) $\sqrt{5}$
(গ) 2 (ঘ) $5\sqrt{5}$

১৩। $p + p^{-1} = \sqrt{3}$ হলে, $p^2 + p^{-2}$ এর মান কত?
(ক) 3 (খ) 2
(গ) 1 (ঘ) কোনোটিই নয়

১৪। $p^4 + 3p^2 + 1 = 9p^2$ হলে, $\left(p - \frac{1}{p}\right)$ এর মান কত?
(ক) -3 (খ) 4
(গ) 2 (ঘ) -2

১৫। $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3} =$এর মান কত?
(ক) 16 (খ) 9
(গ) 45 (ঘ) 27

১৬। $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3} =$?
(ক) $8\sqrt{2}$ (খ) 72
(গ) $24\sqrt{3}$ (ঘ) $16\sqrt{3}$

১৭। $\frac{1}{b} = 1 - b$ হলে, $\frac{1}{b^2} + b^2$ এর মান কত?
(ক) -1 (খ) 0
(গ) 1 (ঘ) 2

১৮। $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ হলে, $\frac{6x+y}{3x+2y} + 5$ এর মান কত?
(ক) $\frac{25}{4}$ (খ) 25
(গ) $-\frac{15}{4}$ (ঘ) $\frac{5}{4}$

১৯। $p^2 + 7p + c$ রাশিটি $p - 5$ দ্বারা বিভাজ্য হলে c-এর মান কত হবে?
(ক) -60 (খ) 60
(গ) 30 (ঘ) -30

২০। $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3}$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3} =$ কত?
(ক) $24\sqrt{3}$ (খ) $22\sqrt{3}$
(গ) $22\sqrt{2}$ (ঘ) $24\sqrt{2}$

উত্তরমালা

০১	ঘ	০২	গ	০৩	গ	০৪	গ	০৫	গ
০৬	খ	০৭	গ	০৮	ক	০৯	খ	১০	খ
১১	গ	১২	খ	১৩	গ	১৪	গ	১৫	খ
১৬	গ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	ক	২০	গ

অধ্যায় ১০ বহুপদী উৎপাদক ও ফাংশন

বহুপদী(Polynomials): সকল বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যাদের চলকের সূচক অখণ্ড সংখ্যা তাদের বহুপদী (Polynomials) বলে।

যেমন: $x^2, x^3 - 8, x^4 - 5x + 8$ ইত্যাদি এরা হলো বহুপদী কারণ এদের চলক x এর সূচক গুলো অখণ্ড।

কিন্তু $\sqrt{x} + 2, 5x^2 + \sqrt{y}, x^2 - 2\sqrt[3]{y}$ ইত্যাদি বহুপদী নয়, কারণ এদের x এবং y চলকের সূচক সর্বদা অখণ্ড নয়।

প্রতীক(Symbol): যে সংখ্যা বা অক্ষর দ্বারা কোনো কিছুর পরিমাণ প্রকাশ করা হয় তাকে প্রতীক বলা হয়। বীজগণিতে দুই ধরনের প্রতীক রয়েছে।

(i) সংখ্যা প্রতীক। যেমন: 1, 2, 5

(ii) অক্ষর প্রতীক। যেমন: x, y, z

চলক(Variable): যে কোনো ধরনের অজ্ঞাত রাশি বা অক্ষর প্রতীককে বীজগণিতীয় চলক বলা হয়।

- চলকের মান পরিবর্তনশীল।
- চলকের মান নির্দিষ্ট নয়।
- কোনো রাশিতে একাধিক চলক থাকতে পারে।

পদ(Term): বীজগণিতে পৃথক পৃথক কোনো সংখ্যা বা অক্ষর প্রতীককে পদ বলা হয়। যেমন: 1, 8, x, $3x^2$, 7y ইত্যাদি।

রাশি(Expression): প্রক্রিয়া চিহ্ন ও সংখ্যাসূচক প্রতীকের অর্থবোধক সংযোগ বা বিন্যাসকে বীজগণিতীয় রাশি বলা হয়।

যেমন: $4x^3 + 6xy - 15xy^2$, $3a - 5b$, $2x + 4y - 5z$ ইত্যাদি।

- পদ পৃথক হয় যোগ ও বিয়োগ চিহ্নের মাধ্যমে। যেমন: $3a - 2b$।
- একাধিক পদের গুণফল ও ভাগফলও তাই একটি পদ হিসেবে বিবেচিত হয়। যেমন: $3x$ ও $\frac{x}{2}$।

সহগ(Coefficient): সহগ হলো কোনো বীজগাণিতিক রাশির উৎপাদক।

কোনো বর্ণ বা অক্ষর দিয়ে সহগ গঠিত হলে তাকে বর্ণমূলক সহগ (Literal Coefficient) বলে।

আবার, কেবল সংখ্যা দিয়ে সহগ গঠিত হলে তাকে সংখ্যামূলক সহগ (Numerical Coefficient) বলে।

যেমন: $3ax^2$ বীজগাণিতিক পদটিতে 3 হলো ax^2 এর সংখ্যামূলক সহগ এবং 3a হলো x^2 এর সহগ। আবার abx পদটিতে ab হলো x এর বর্ণমূলক সহগ।

সহগ সাধারণত কোনো পদের বাঁ দিকে লেখা হয়, যদি কোনো পদে সহগের উল্লেখ না থাকে, তবে সহগ হিসাবে 1 ধরতে হয়। যেমন: x^2 এর সহগ 1।

উৎপাদক (Factor): কোন রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশি গুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়। কোন বীজগাণিতিক রাশিকে প্রাপ্ত উৎপাদকগুলোর গুণফল আকারে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে। নিম্নোক্ত ছকের মাধ্যমে বিষয়টি তুলে ধরা হল :

রাশি	উৎপাদকে বিশ্লেষিত রাশি
$x^2 - y^2$	$(x + y)(x - y)$
$x^3 - 1$	$(x - 1)(x^2 + x + 1)$
$x^3 - y^3$	$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
$x^2 + 5x + 6$	$(x + 2)(x + 3)$

উৎপাদকে বিশ্লেষণের সাধারণ মাধ্যমসমূহ:

- সদৃশ পদ বা সংখ্যা 'Common' নেয়া
- সূত্র প্রয়োগ
- Middle term বা মধ্যরাশিকে বিশ্লেষণ করা
- ফাংশন এবং ভাগশেষ উপপাদ্যের প্রয়োগ

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

1. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
2. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$
3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$
5. $(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$
6. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
8. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
   $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
   $= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a^2)\}$

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ১৫টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ২টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সূত্রাবলির ব্যবহার ও সাধারণ পদ 'Common' নিয়ে উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি
  - Middle term/মধ্যপদ বিশ্লেষণ করে সমস্যার সমাধান নির্ণয়
  - সাধারণ পদকে x, p, q ইত্যাদি ধরে সমাধান নির্ণয়
  - ফাংশনের সাধারণ ধারণা
  - ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয়
  - $f(x) = z$ হলে, $f(y)$ এর মান নির্ণয়
  - এক-এক; সার্বিক ও বিপরীত ফাংশন
  - ভাগশেষ উপপাদ্য ও এর প্রয়োগ
  - বীজগাণিতিক পদের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি

Type-01 : সূত্রাবলির ব্যবহার ও সাধারণ পদ 'Common' নিয়ে উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি

এ প্রকরণে দুটি রাশির বর্গ ও ঘনের প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহের ব্যবহার পাওয়া যায় এবং কোনো রাশির বিশ্লেষণে সাধারণ পদ পাওয়া গেলে সেটিকে 'Common' নিয়ে উৎপাদক বিশ্লেষণ এগিয়ে নিতে হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক– [৩২তম এবং ২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x + y + 1$ (খ) $x - y$

(গ) $x + y - 1$ (ঘ) $x - y - 1$

সমাধান : $x^2 - y^2 + 2y - 1$
$= x^2 - (y - 1)^2$
$= (x + y - 1)(x - y + 1)$
উত্তর : (গ)

০২। $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} =$ কত? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $a + b + c$ (খ) $\frac{a+b-c}{a-b+c}$

(গ) $\frac{a-b+c}{a+b-c}$ (ঘ) $\frac{a+b-c}{a+b+c}$

সমাধান : $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} = \frac{(a+b)^2-(c)^2}{(a+c)^2-(b)^2}$
$= \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)} = \frac{a+b-c}{a-b+c}$
উত্তর : (খ)

০৩। $a^4 + 4$ এর উৎপাদক কি কি? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a - 2)$
(খ) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$
(গ) $(a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a - 2)$
(ঘ) $(a^2 - 2a - 2)(a^2 - 2a + 2)$

সমাধান : $a^4 + 4 = \{(a^2)^2 + 2.a^2.2 + 2^2\} - 2a^2.2$
$= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2$
$= (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a)$
$= (a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x - a)(ax - 1)$ (খ) $(x + a)(ax - 1)$

(গ) $(x + a)(ax + 1)$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$
$= ax^2 + a^2x + x + a$
$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$
উত্তর : (গ)

০২। $ab(x - y) - bc(x - y)$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x - y - bc)(ab - bc)$
(খ) $(x - y - ab)(bc - ab)$
(গ) $(x - y)(ab - bc)$
(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $ab(x - y) - bc(x - y)$
$= (x - y)(ab - bc)$
উত্তর : (গ)

০৩। $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $a + y + 4$
(খ) $(a + y + 2)(a - y + 4)$
(গ) $a - y - 4$
(ঘ) $(a + 3)(y + 1)(a + y)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$
$= a^2 + 6a + 8 - (y^2 - 2y.1 + 1^2) + 1$
$= a^2 + 6a + 8 - (y - 1)^2$
$= a^2 + 6a + 9 - (y - 1)^2$
$= a^2 + 2.a.3 + 3^2 - (y - 1)^2$
$= (a + 3)^2 - (y - 1)^2$
$= (a + 3 + y - 1)(a + 3 - y + 1)$
$= (a + y + 2)(a - y + 4)$
উত্তর : (খ)

০৪। $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $2a + \frac{1}{2a}$ (খ) $\left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2$

(গ) $\left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$

(ঘ) $\left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2 - \frac{1}{2a} + 1\right)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
$= (2a)^2 - 2.2a.\frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a}$
$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$
$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$
উত্তর : (গ)

০৫। -4 এবং 4 এর মধ্যকার কোন মানের জন্য $x^2 - 10x + 16$ মান সর্বোচ্চ হবে-

(ক) -2 (খ) -4

(গ) 4 (ঘ) 0

সমাধান : যেহেতু $x^2 - 10x + 16$ রাশির ২য় পদ ঋণাত্মক , তাই x এর ঋণাত্মক মানের জন্য রাশির মান বৃদ্ধি পাবে। প্রথম পদ বর্গরাশি হওয়ায় x এর ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মানের জন্য সার্বিক পরিবর্তন হবে না। তাই -4 থেকে 4 সীমায়, -4 এর জন্য প্রদত্ত রাশির মান সর্বোচ্চ হবে।
উত্তর : (খ)

০৬। $27x^4 + 8xy^3$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণে নিম্নের কোন রাশিটি পাওয়া যায় না?

(ক) x (খ) $3x$

(গ) $(3x + 2y)$ (ঘ) $(9x^2 - 6xy + 4y^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $27x^4 + 8xy^3 = x\{(3x)^3 + (2y)^3\}$
$= x(3x + 2y)\{(3x)^2 - 3x.2y + (2y)^2\}$
$= x(3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2)$
উত্তর : (খ)

০৭। $8x^3 + 36x^2 + 54xy^2 + 27y^3$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(2x + 3y)(2x - 4y)$

(খ) $(2x + 12xy)$

(গ) $(2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)$

(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $8x^3 + 36x^2 + 54xy^2 + 27y^3$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.2x.(3y)^2 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)^3$

$= (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)$

উত্তর : (গ)

০৮। $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(2x + 3)^3$

(খ) $(2x + 3)(2x + 4)$

(গ) $(x + 8)(x + 3)$

(ঘ) $(2x - 3)(4x^2 + 12x + 21)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.(1)^2 + (1)^3 - 64$

$= (2x + 1)^3 - (4)^3$

$= (2x + 1 - 4)\{(2x + 1)^2 + (2x + 1).4 + 4^2\}$

$= (2x - 3)(4x^2 + 2.2x.1 + 1^2 + 8x + 4 + 16)$

$= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21)$

উত্তর : (ঘ)

০৯। $8a^3 + \frac{b^3}{27}$ এর উৎপাদক নয় কোনটি?

(ক) $6a + b$ (খ) $36a^2 - 6ab + b^2$

(গ) $6a - b$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a.\frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\}$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$

$= \left(\frac{6a+b}{3}\right)\left(\frac{36a^2 - 6ab + b^2}{9}\right)$

$= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2)$

উত্তর : (গ)

১০। $x^4 + x^2 + 1$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x^2 - 1 - x)$

(খ) $(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$

(গ) $(x^2 + 1 + x)(x^2 - 1 - x)$

(ঘ) $(x^2 + 1 + x)^2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^4 + x^2 + 1$

$= (x^2)^2 + 2.x^2.1 + 1^2 - x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - x^2$

$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$

উত্তর : (খ)

Type-02 : Middle term/মধ্যপদ বিশ্লেষণ করে সমস্যার সমাধান নির্ণয়

এ প্রকরণে মধ্য রাশিকে বিশ্লেষণ করে এমন দুটি পদে বিভক্ত করতে হবে যেন পরবর্তীতে সাধারণ পদ পাওয়া যায় অথবা সূত্রের নিয়মে এগিয়ে নেয়া যায়। নিচের সূত্রগুলো ব্যবহার করে এ ধরনের উৎপাদক বিশ্লেষণ করা যায়।

1. $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
2. $ax^2 + (a + b)x + b = (ax + b)(x + 1)$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $2x^2 + x - 15$-এর উৎপাদক কোনটি?

[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $(x + 3)(2x - 5)$ (খ) $(x - 3)(2x - 5)$

(গ) $(x - 3)(2x + 5)$ (ঘ) $(x + 3)(2x + 5)$

সমাধান : $2x^2 + x - 15 = 2x^2 + 6x - 5x - 15$

$= 2x(x + 3) - 5(x + 3) = (x + 3)(2x - 5)$

উত্তর : (ক)

০২। $2x^2 - x - 15$ এর উৎপাদক হবে-

[১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $(x + 6)(x - 5)$ (খ) $(x - 5)(x - 6)$

(গ) $(x + 3)(2x - 5)$ (ঘ) $(2x + 5)(x - 3)$

সমাধান : $2x^2 - x - 15$

$= 2x^2 - 6x + 5x - 15$

$= 2x(x - 3) + 5(x - 3)$

$= (2x + 5)(x - 3)$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $6p^2 - 7p - 5$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণে নিম্নের কোন রাশিটি পাওয়া যায় না?

(ক) $1 + 2p$ (খ) $3p - 5$

(গ) $3p + 5$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $6p^2 - 7p - 5$

$= 6p^2 - 10p + 3p - 5$

$= 6p^2 + 3p - 10p - 5$

$= 3p(1 + 2p) - 5(1 + 2p)$

$= (1 + 2p)(3p - 5)$

উত্তর : (গ)

০২। $2a^2 + 7ab - 15b^2$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(a + 5b)(2a + 3b)$ (খ) $(a + 5b)(2a - 3b)$

(গ) $(a - 5b)(2a + 3b)$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $2a^2 + 7ab - 15b^2$

$= 2a^2 + 10ab - 3ab - 15b^2$

$= 2a(a + 5b) - 3b(a + 5b)$

$= (a + 5b)(2a - 3b)$

উত্তর : (খ)

০৩। $4x^2 - 23x + 33$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $(3x - 11)(x - 4)$ (খ) $(4x + 11)(x + 23)$
(গ) $(4x - 11)(x - 3)$ (ঘ) $(x - 11)(x - 3)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $4x^2 - 23x + 33$
$= 4x^2 - 11x - 12x + 33$
$= x(4x - 11) - 3(4x - 11) = (4x - 11)(x - 3)$
উত্তর : (গ)

০৪। $10p^2 + 11pq - 6q^2$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $2p - 3q$ (খ) $5p + 2q$
(গ) $(2p + 3q)(5p - 2q)$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $10p^2 + 11pq - 6q^2$
$= 10p^2 + 15pq - 4pq - 6q^2$
$= 5p(2p + 3q) - 2q(2p + 3q)$
$= (2p + 3q)(5p - 2q)$
উত্তর : (গ)

০৫। $a^2 - 4a + 3 = 0$ হলে a =?
(ক) 3 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) ক ও খ

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $a^2 - 4a + 3 = a^2 - 3a - a + 3$
$= a(a - 3) - 1(a - 3) = (a - 3)(a - 1)$
হয়, $a - 3 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$
$\therefore a = 3$ $\therefore a = 1$
উত্তর : (ঘ)

০৬। $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $(x + a + b)(x + 2a + 3b)$
(খ) $(x + 2a + 3b)$
(গ) $(x - a - b)(x + a + b)$
(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$
$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2)$
$= x^2 + (3a + 4b)x + \{a(2a + 3b) + b(2a + 3b)\}$
$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a + 3b)(a + b)$
$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (2a + 3b)(a + b)$
$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$
$= (x + 2a + 3b)(x + a + b)$
$= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$

বিকল্প : $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$
$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2)$
$= x^2 + (3a + 4b)x + \{a(2a + 3b) + b(2a + 3b)\}$
$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a + 3b)(a + b)$
ধরি,
$2a + 3b = m$
$a + b = n$

$3a + 4b = m + n$ [যোগ করে]
তাহলে, $x^2 + (m + n)x + mn$ [মান বসিয়ে]
$= x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) + n(x + m)$
$= (x + m)(x + n) = (x + 2a + 3b)(x + a + b)$
উত্তর : (ক)

Type-03 : সাধারণ পদকে x, p, q ইত্যাদি ধরে সমাধান নির্ণয়

এ প্রকরণে কোনো বীজগাণিতিক রাশিতে বৃহদাকার পদকে চলক (x,y,z,p,q.....) ইত্যাদি ধরে তুলনামূলক ছোট রাশিতে পরিণত করা হয়। অতঃপর বিশ্লেষণ এগিয়ে নেয়া হয়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$ এর উৎপাদক নিম্নের কোনটি?
(ক) $(x - a - 3)(x + a + 2)$
(খ) $(x - a - 2)$
(গ) $(x - a - 1)(x + a + 2)$
(ঘ) $(x + 1)(x + 2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$
$= x^2 + x - (a + 1)(a + 1 + 1)$
$= x^2 + x - p(p + 1)$ [ধরি, $a + 1 = p$]
$= x^2 + x - p^2 - p = x^2 - p^2 + x - p$
$= (x + p)(x - p) + (x - p)$
$= (x - p)(x + p + 1)$
$= (x - a - 1)(x + a + 1 + 1)$ [p এর মান বসিয়ে]
$= (x - a - 1)(x + a + 2)$
উত্তর : (গ)

০২। $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $(2x + 8)(x^2 - x - 5)$
(খ) $(5x - 8)(5x - 5)$
(গ) $(x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$
(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$
$= p^2 + 3p - 40$ [ধরি, $x^2 - x = p$]
$= p^2 + 8p - 5p - 40$
$= p(p + 8) - 5(p + 8) = (p + 8)(p - 5)$
$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$ [p এর মান বসিয়ে]
উত্তর : (গ)

০৩। $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $(a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$
(খ) $(a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 - 4)$
(গ) $(a + b - 14)(a + b - 12)$
(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$
$= p^2 - 18p - 88$ [ধরি, $a^2 + b^2 = p$]
$= p^2 - 22p + 4p - 88$
$= p(p - 22) + 4(p - 22) = (p - 22)(p + 4)$
$= (a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$; [p এর মান বসিয়ে]
উত্তর : (ক)

০৪। $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $(2x + a - 1)(2x - a + 1)$
(খ) $(x - a - 1)(x - 1)$
(গ) $(x + a + 1)(x - a - 1)$
(ঘ) $(x + a + 1)(x - a - 2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $x^2 - x - (a+1)(a+1+1)$
$= x^2 - x - m(m+1)$ [ধরি, $a+1 = m$]
$= x^2 - m^2 - x - m = (x+m)(x-m) - (x+m)$
$= (x+m)(x-m-1)$
$= (x+a+1)\{x-(a+1)-1\}$ [m এর মান বসিয়ে]
$= (x+a+1)(x-a-1-1)$
$= (x+a+1)(x-a-2)$
উত্তর : (ঘ)

০৫। $(a-1)x^2 + a^2xy + (a+1)y^2$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি?
(ক) $(x-ay+y)(ax-x+y)$
(খ) $(x+ay+y)(ax-x+y)$
(গ) $(x-ay-y)(ax-x+y)$
(ঘ) $(x+ay+y)(ax+x-y)$

সমাধান : $(a-1)x^2 + a^2xy + (a+1)y^2$
মনে করি, $a-1 = p$
এবং $a+1 = q$
গুন করে, $a^2 - 1 = pq$
বা, $a^2 = pq + 1$
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি, $px^2 + (pq+1)xy + qy^2$
$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$
$= px(x+qy) + y(x+qy) = (x+qy)(px+y)$
$= \{x+(a+1)y\}\{(a-1)x+y\}$
[p ও q এর মান বসিয়ে]
$= (x+ay+y)(ax-x+y)$
উত্তর : (খ)

ফাংশন

বিশ্ব বই পড়া দিবস উপলক্ষ্যে মিনা তার প্রিয় ৩টি বইয়ের তালিকা তৈরি করল। প্রতিটি বইয়ের পাশে লেখকের নাম লিখে রাখলো। তালিকাটি এরকম-

হ্যারি পটার —— জে. কে রাওলিং
মা —— ম্যাক্সিম গোর্কি
শেষের কবিতা —— রবীন্দ্রনাথ ঠাকুর

এ ৩টি বই মিনা আগামী এক সপ্তাহের মধ্যে পড়ে শেষ করবে বলে ঠিক করল। লক্ষ্য করি যে, 'মা' বইটির সাথে যেভাবে 'ম্যাক্সিম গোর্কি' নামটির সম্পর্ক রয়েছে, তেমনি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের সাথে 'শেষের কবিতা' শব্দটির সম্পর্ক রয়েছে। কিন্তু 'শেষের কবিতা' এর সাথে 'ম্যাক্সিম গোর্কি'র কোনো সম্পর্ক নেই।

প্রতিটি বইয়ের নামের সাথে লেখকের নামের সম্পর্ক রয়েছে। এ রকম একটি পদের সাথে অন্য একটি পদের সম্পর্ক থেকেই অন্বয় ধারণার সূত্রপাত। আরো একটি উদাহরণ থেকে বিষয়টি নিয়ে আমরা আরো স্পষ্ট হতে পারবো।

মহাস্থানগড়	→ বগুড়া
ময়নামতি	→ কুমিল্লা
স্বর্ণমন্দির	→ বান্দরবান
Y	X

এখানে, X সেট এ বিভিন্ন দর্শনীয় স্থান ও Y সেটে ঐ স্থানটি কোন জেলায় অবস্থিত তার সম্পর্ক দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে X সেটের একটি উপাদানের জন্য Y সেটের কেবল একটি উপাদান পাওয়া যায়। গণিতের ভাষায় একে একটি ফাংশন বলে। ঠিক এভাবেই বীজগাণিতিক রাশিসমূহের মধ্যকার সম্পর্ককে ফাংশন বলা চলে।

যেমন : $y = x + 2$ এ সমীকরণে x এর মান 1, 2, 3, 4 বসিয়ে y এর মান পাই।

x	y
1	3
2	4
3	5
4	6

অর্থাৎ এর একটি মানের জন্য $y = x + 2$ সমীকরণ হতে এর বিভিন্ন মান আমরা পাচ্ছি। x এবং y এর মধ্যকার এ সম্পর্ককে বীজগণিতের ভাষায় ফাংশন বলে। মনে রাখতে হবে যে, ফাংশনের ক্ষেত্রে x এর মান বসিয়ে আমরা কেবল একটি মান পাবো। যদি একাধিক মান পাই, তাহলে সে অন্বয়টিকে 'ফাংশন' বলা যাবে না।

যেমন: $y = f(x) = x^2 - 7x + 3$ এর ক্ষেত্রে, y, x এর একটি ফাংশন কারণ x এর প্রতিটি মানের জন্য y এর একটি নির্দিষ্ট মান রয়েছে। সুতরাং এক্ষেত্রে y কে x এর ফাংশন বলা হবে। কিন্তু, $y = x^2$এর ক্ষেত্রে x এর দু'টি মান (+2,−2) এর জন্য y এর কেবল একটিই মান পাওয়া যায়; 4 । এক্ষেত্রে x, y এর ফাংশন নয়। এটি শুধুমাত্র অন্বয়।

Type-01 : ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয়

ডোমেন ও রেঞ্জ এর ধারণা :

ধরি, $y = 2x^2 + 3$ একটি ফাংশন। এক্ষেত্রে x এর ধনাত্মক, ঋণাত্মক যেকোন মানের জন্যই y এর একটি মান পাওয়া সম্ভব।

x এর মান	$y = 2x^2 + 3$
$x = -1$	$y = 5$
$x = 0$	$y = 3$
$x = 1$	$y = 5$
$x = 2$	$y = 11$

ডোমেন — রেঞ্জ

ছক-১

বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}(-\infty, +\infty)$ এর যেকোন মানের জন্যই y এর মান পাওয়া সম্ভব।

$\therefore$ ফাংশনটির ডোমেন = {সকল বাস্তব সংখ্যার সেট}

অন্যদিকে, x এর মান ইনপুট দেবার পর y এর যেকোনো মান পাবো, সেগুলো দ্বারা গঠিত সেট কে রেঞ্জ বলে।

ছক ১ এর ক্ষেত্রে রেঞ্জ = {5, 3, 11}

অর্থাৎ এ থেকে আমরা উপনীত হতে পারি, সমীকরণের যেকোনো সম্ভাব্য ইনপুটই ঐ ফাংশনের ডোমেন এবং ইনপুট দেওয়ার ফলে যে আউটপুট পাওয়া যায় তাই ঐ সমীকরণের রেঞ্জ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $y = x^2 + 3x + 1$ এর ডোমেন $\{1, 2, 3\}$ হলে রেঞ্জ কত?

(ক) {5,11,19} (খ) {4,5,6}
(গ) {4,10,18} (ঘ) {5,10,20}

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $y = x^2 + 3x + 1$
$x = 1$ হলে, $y = (1)^2 + 3.1 + 1 = 5$
$x = 2$ হলে, $y = (2)^2 + 3.2 + 1 = 11$
$x = 3$ হলে, $y = (3)^2 + 3.3 + 1 = 19$
উত্তর : (ক)

০২। $f(x) = x + 2$ ফাংশনের রেঞ্জ $\{6, 8, 10\}$ হলে, ডোমেন কোনটি?

(ক) {8,10,12} (খ) {4,6,8}
(গ) {6,8,10} (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $f(x) = x + 2$
$y = 6$ হলে, $x = 6 - 2 = 4$
$y = 8$ হলে, $x = 8 - 2 = 6$
$y = 10$ হলে, $x = 10 - 2 = 8$
উত্তর : (খ)

০৩। নিচের কোন মানটি $f(y) = \pm\sqrt{y}$ এর ডোমেন হতে পারে না?

(ক) 2 (খ) 4
(গ) −4 (ঘ) 6

সমাধান : $f(y) = \pm\sqrt{y}$ এর ক্ষেত্রে y এর ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।
উত্তর : (গ)

০৪। $\{(2, 2), (4, 2), (2, 10), (7, 10)\}$ অন্বয়টির ডোমেন কোনটি?

(ক) {2,4,5,7} (খ) {2,2,10,7}
(গ) {2,4,10,7} (ঘ) {2,4,7}

সমাধান : এখানে,
অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানগুলো কে ডোমেন বলা হয়। এখানে প্রথম উপাদানগুলো: 2, 4, 2, 7।
∴ ডোমেন = {2,4,7}
উত্তর : (ঘ)

Type-02 : $f(x) = z$ হলে, $f(y)$ এর মান নির্ণয়

$f(x)$ দ্বারা সাধারণত x এর ফাংশন বুঝায়। x কে $f(x)$ এর ইনপুট বলে। তাহলে x এর বিভিন্ন মানের জন্য $f(x)$ এর সংশ্লিষ্ট মান পাওয়া সম্ভব।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $f(x) = x^3 - 2x + 10$ হলে $f(0)$ কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) 5
(গ) 8 (ঘ) 10

সমাধান : এখানে, $f(x) = x^3 - 2x + 10$
$\therefore f(0) = 0^3 - 2.0 + 10 = 10$
উত্তর : (ঘ)

০২। $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$; k -এর মান কত হলে $f(3) = 0$ হবে। [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) − 1
(গ) 2 (ঘ) 0

সমাধান : $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$
$\Rightarrow f(3) = 3^3 + k \times 3^2 - 6 \times 3 - 9$
$= 27 + 9k - 18 - 9 = 9k$
এখন, $9k = 0 \Rightarrow k = 0$ হলে $f(3) = 0$ হবে।
উত্তর : (ঘ)

০৩। $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$ এর অনুরূপ কোনটি? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $f(1) = 1$ (খ) $f(0) = 1$
(গ) $f(-1) = 3$ (ঘ) $f(1) = 3$

সমাধান : $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$
$\Rightarrow f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$
$\Rightarrow f(0) = 0 + \infty + 1$ (অসংজ্ঞায়িত)
$\Rightarrow f(-1) = 1 - 1 + 1 = 1$
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হলে, $f(2) =$ কত?

(ক) 3 (খ) 2
(গ) 1 (ঘ) 0

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
$\therefore f(2) = 2^3 - 6.2^2 + 11.2 - 6$
$= 8 - 24 + 22 - 6 = 30 - 30 = 0$
উত্তর : (ঘ)

০২। $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$ হলে, নিম্নের কোনটি সঠিক?

(ক) $f(0) = \infty$ (খ) $f(x) = -1$
(গ) $f(1) = 0$ (ঘ) $f(-1) = \frac{-1}{2}$

সমাধান : $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$
$\therefore f(-1) = (-1)^2 + \frac{1}{-1-1} - 1$
$= 1 + \frac{1}{-2} - 1 = 1 - \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$
উত্তর : (ঘ)

০৩। $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে $f(-1), f(2)$ এর মান কত?

(ক) −7, 23 (খ) −7, 26
(গ) −7, 3 (ঘ) 3, 15

সমাধান : এখানে, $f(x) = x^4 + 5x - 3$
$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3$
$= 1 - 5 - 3 = -7$
এবং $f(2) = 2^4 + 5.2 - 3 = 16 + 10 - 3 = 23$
উত্তর : (ক)

০৪। $f(x) = \frac{2x-1}{2x+3}$ এর ফাংশনের ক্ষেত্রে $f\left(-\frac{1}{3}\right) = ?$

(ক) $\frac{7}{5}$ (খ) $-\frac{5}{7}$

(গ) $\frac{5}{7}$ (ঘ) $-\frac{7}{5}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি, $f(x) = \frac{2x-1}{2x+3}$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)-1}{2\left(-\frac{1}{3}\right)+3} = \frac{-\frac{2}{3}-1}{-\frac{2}{3}+3}$$

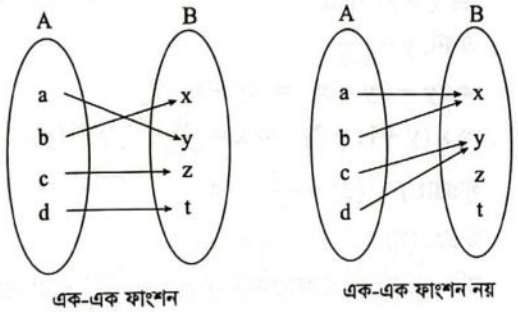
$$= \frac{\frac{-2-3}{3}}{\frac{-2+9}{3}} = -\frac{5}{3} \times \frac{3}{7} = -\frac{5}{7}$$

উত্তর : (খ)

Type-03 : এক-এক, সার্বিক ও বিপরীত ফাংশন

এক-এক ফাংশন (One One Function): ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন উপাদানগুলোর জন্য যদি কোডোমেনে ভিন্ন ভিন্ন প্রতিচ্ছবি পাওয়া যায় তাহলে ফাংশনটিকে এক-এক ফাংশন বলা হয়।

সকল $x_1, x_2 \in$ ডোমেন f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ হলে ফাংশনটি এক-এক।

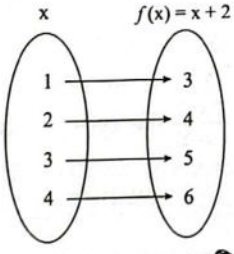


এক-এক ফাংশন এক-এক ফাংশন নয়

উদাহরণ: (i) $f: A \to B$ এর জন্য $f(x) = x + 2$ এক-এক ফাংশন।

যেখানে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{3, 4, 5, 6\}$

কেননা,



এখানে, x একটি মানের জন্য $f(x)$ -এর একটি মান পাওয়া যায়।

(ii) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশন এক-এক নয়।

কেননা, $f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

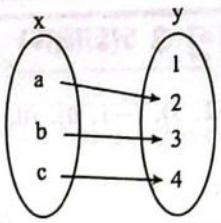
এখানে x এর দুইটি মানের জন্য $f(x)$ এর একটি মান পাওয়া যায়।

সুতরাং, $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক নয়।

কো-ডোমেন (Codomain): কোনো অন্বয়ের y সেটের বিদ্যমান সকল উপাদান গুলোকে কো-ডোমেন বলে।

- ❖ অন্বয়ের x সেটের সাথে y সেটের সম্পর্কযুক্ত উপাদানকে রেঞ্জ বলে।
- ❖ x সেটের উপাদানের সাথে y সেটের উপাদানের সম্পর্কযুক্ত বা সম্পর্কযুক্ত নয় এরূপ সকল উপাদানকে কো-ডোমেন বলে।

উদাহরণ:

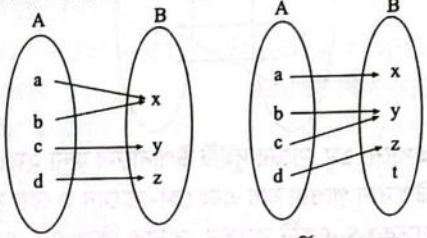


এখানে, y সেটে বিদ্যমান মান $\{1, 2, 3, 4\}$

এবং x সেটের সাথে সম্পর্কযুক্ত মান $\{2, 3, 4\}$

সুতরাং অন্বয়টির রেঞ্জ = $\{2, 3, 4\}$ এবং কো-ডোমেন = $\{1, 2, 3, 4\}$

সার্বিক ফাংশন (Universal Function): ফাংশনের সবগুলি উপাদান সম্পর্কে অংশগ্রহণ করলে তাকে সার্বিক ফাংশন বলে। অর্থাৎ ফাংশনের রেঞ্জ যদি কো-ডোমেনের সমান হয় তাকে সার্বিক সেট বলে।



সার্বিক ফাংশন সার্বিক ফাংশন নয়

উদাহরণ: (i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$; $A \to B$ এবং $f(x) = x + 2$ একটি সার্বিক ফাংশন।

কেননা, এখানে কো-ডোমেন = $\{3, 4, 5, 6\}$ এবং রেঞ্জ = $\{3, 4, 5, 6\}$

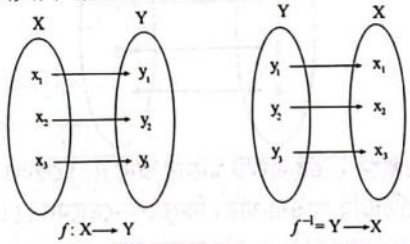
কো-ডোমেন ও রেঞ্জ সমান হওয়ায় ফাংশনটি সার্বিক।

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$; $A \to B$ এবং $f(x) = x + 2$ সার্বিক ফাংশন নয়।

কেননা, এখানে কো-ডোমেন = $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং রেঞ্জ = $\{3, 4, 5, 6\}$

কো-ডোমেন ও রেঞ্জ সমান না হওয়ায় ফাংশনটি সার্বিক নয়।

বিপরীত ফাংশন: $f: X \to Y$ দ্বারা সূচিত ফাংশন এক-এক এবং সার্বিক হলে f এর বিপরীত ফাংশন f^{-1} কে $f^{-1}: Y \to X$ দ্বারা সূচিত করা হয়, যেখানে সকল $y \in Y$ এর জন্য একটি অনন্য $f^{-1}(y) = x \in X$ বিদ্যমান থাকে।



বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ফাংশনে $f: R \to R, f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 0 (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) 5 (ঘ) 1

সমাধান: ধরি, $f(x) = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$

এখন, $y = 2x + 1 \Rightarrow 2x = y - 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{2}$

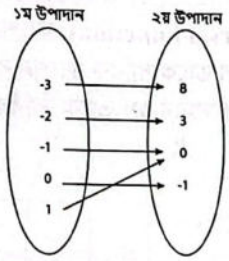
$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y-1}{2}$ সুতরাং $f^{-1}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

উত্তর: (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0)\}$ অন্বয়টি কিরূপ?
(ক) এক-এক ফাংশন
(খ) এক-এক ফাংশন নয়
(গ) সার্বিক ফাংশন নয়
(ঘ) ফাংশন নয়

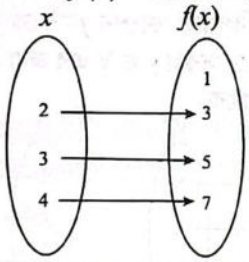
সমাধান:



এখানে, ১ম সেটের দুইটি উপাদানের জন্য ২য় সেটের একটি উপাদান পাওয়া যায় এবং কো-ডোমেন ও রেঞ্জ সমান।
সুতরাং S একটি ফাংশন, সার্বিক কিন্তু এক-এক নয়।
উত্তর: (খ)

০২। যদি $f: A \to B$ একটি ফাংশন যা $f(x) = 2x - 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, ফাংশনটি কেমন হবে?
যেখানে, $A = \{2, 3, 4\}$ এবং $B = \{1, 3, 5, 7\}$
(ক) এক-এক ও সার্বিক
(খ) এক-এক কিন্তু সার্বিক নয়
(গ) এক-এক নয় কিন্তু সার্বিক
(ঘ) এক-এক ও সার্বিক কোনোটিই নয়

সমাধান: $f: A \to B$ এবং $f(x) = 2x - 1$ শর্তে,



এখানে x এর একটি মানের জন্য $f(x)$ কেবল একটি প্রতিচ্ছবি পাওয়া যায়। কিন্তু কো-ডোমেন $[\{1, 3, 5, 7\}]$ এবং রেঞ্জ $[\{3, 5, 7\}]$ সমান নয়।
সুতরাং ফাংশনটি এক-এক কিন্তু সার্বিক নয়।
উত্তর: (খ)

০৩। যদি $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = 5x - 4$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে $f^{-1}(6)$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 26 (ঘ) 34

সমাধান: ধরি, $f(x) = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$
এখন, $y = 5x - 4 \Rightarrow y + 4 = 5x$
$\Rightarrow x = \frac{y+4}{5} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+4}{5}$
সুতরাং $f^{-1}(6) = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$
উত্তর: (খ)

০৪। যদি $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $g(x) = \frac{x-3}{3}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $g^{-1}(-3)$ -এর মান কোনটি?
(ক) -2 (খ) -1
(গ) -6 (ঘ) 2

সমাধান: ধরি, $g(x) = y$
$\Rightarrow x = g^{-1}(y)$
এখন, $y = \frac{x-3}{3} \Rightarrow 3y = x - 3$
$\Rightarrow x = 3y + 3 \Rightarrow g^{-1}(y) = 3y + 3$
সুতরাং $g^{-1}(-3) = 3 \times (-3) + 3$
$= -9 + 3 = -6$
উত্তর: (গ)

০৫। যদি $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x}{x-2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) 4 (ঘ) অসংজ্ঞায়িত

সমাধান: ধরি, $f(x) = y$
$\Rightarrow x = f^{-1}(y)$
এখন, $y = \frac{x}{x-2}$
$\Rightarrow xy - 2y = x \Rightarrow xy - x = 2y$
$\Rightarrow x(y - 1) = 2y \Rightarrow x = \frac{2y}{y-1} \therefore f^{-1}(y) = \frac{2y}{y-1}$
সুতরাং $f^{-1}(2) = \frac{2.2}{2-1} = 4$
উত্তর: (গ)

০৬। যদি $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(3)$ এর মান কত?
(ক) 4 (খ) 5
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

সমাধান: ধরি, $f(x) = y$
$\Rightarrow x = f^{-1}(y)$
এখন, $y = \frac{2x+2}{x-1} \Rightarrow xy - y = 2x + 2$
$\Rightarrow xy - 2x = y + 2 \Rightarrow x(y - 2) = y + 2$
$\Rightarrow x = \frac{y+2}{y-2} \therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$
সুতরাং, $f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2} = 5$
উত্তর: (খ)

০৭। যদি $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = \sqrt{1-x}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f(-3)$ এর মান কত?
(ক) -8 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) 8

সমাধান: ধরি, $f(x) = y$
$\Rightarrow x = f^{-1}(y)$
এখন, $y = \sqrt{1-x} \Rightarrow y^2 = 1 - x$
$\Rightarrow x = 1 - y^2 \therefore f^{-1}(y) = 1 - y^2$
সুতরাং, $f^{-1}(-3) = 1 - (-3)^2 = 1 - 9 = -8$
উত্তর: (ক)

০৮। যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = 1 - 2^x$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(-3)$ এর মান কত?

(ক) $\frac{7}{8}$ (খ) 9

(গ) 2 (ঘ) 0

সমাধান: ধরি, $f(x) = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$

এখন, $y = 1 - 2^x \Rightarrow 2^x = 1 - y$

$\Rightarrow \log 2^x = \log(1-y) \Rightarrow x \log 2 = \log(1-y)$

$\Rightarrow x = \frac{\log(1-y)}{\log 2} \quad \therefore f^{-1}(y) = \frac{\log(1-y)}{\log 2}$

সুতরাং $f^{-1}(-3) = \frac{\log\{1-(-3)\}}{\log 2} = \frac{\log(1+3)}{\log 2}$

$= \frac{\log 4}{\log 2} = \frac{\log 2^2}{\log 2} = \frac{2\log 2}{\log 2} = 2$

উত্তর: (গ)

০৯। যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = \log_{10} x$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(-1)$ এর মান কত?

(ক) -1 (খ) 0.1

(গ) 0.01 (ঘ) অসংজ্ঞায়িত

সমাধান: ধরি, $f(x) = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$

এখন, $y = \log_{10} x$

$\Rightarrow x = 10^y \quad \therefore f^{-1}(y) = 10^y$

সুতরাং $f^{-1}(-1) = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$

উত্তর: (খ)

ভাগশেষ উপপাদ্য

ভাগশেষ উপপাদ্য:

উৎপাদকে বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে এমন কিছু রাশি রয়েছে যাদেরকে অন্যান্য নিয়ম যেমন 'Common' বা 'Middle term' পদ্ধতিতে সূত্রের আকারে প্রকাশ করা যায় না। এক্ষেত্রে 'ভাগশেষ উপপাদ্য' নামক বিশেষ পদ্ধতির সাহায্য নিতে হবে। ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে যেকোন বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

ভাগশেষ উপপাদ্য সম্পর্কিত সমস্যা ও সমাধান

ধরি, $f(x)$ একটি বহুপদী। এটিকে $x - a$ আকারের বহুপদী দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা ভাগ না করে বের করার পদ্ধতিকে বলা হয় ভাগশেষ উপপাদ্য। এ পদ্ধতির সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয়ের পদ্ধতিকে শূন্যায়ন পদ্ধতি 'Vanishing Method'ও বলা হয়।

ধরি, $f(x) = x^4 - 4x + 3$

এখানে, x এর মান 1 হলে, $f(1) = (1)^4 - 4.1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$

সুতরাং $(x-1)$, $f(x)$এর একটি উৎপাদক

অন্যভাবে বলা যায়, $f(x) = x^4 - 4x + 3$ এর একটি উৎপাদক $(x-1)$ হলে $f(1) = 0$ হবে।

উৎপাদক উপপাদ্য: যদি $p(x)$ ধনাত্মক মাত্রার বহুপদী হয় এবং $p(a) = 0$ হয় তবে $p(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে $x - a$।

উৎপাদক উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য: $x - a$ যদি $p(x)$ বহুপদীর একটি উৎপাদক হয় তবে $p(a) = 0$ হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে– [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) 4

(গ) -6 (ঘ) -8

সমাধান : এখানে, $(x-2)$ একটি সাধারণ গুণণীয়ক

$\therefore x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

এখন, $f(x) = x^3 - x^2$

$\therefore f(2) = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$

উত্তর : (খ)

০২। $3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$ রাশিটির একটি উৎপাদক হচ্ছে- [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x + 2$ (খ) $x - 2$

(গ) $x + 1$ (ঘ) $x - 1$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$

$\therefore f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1)^2 - 21(-1) - 20 = 0$

যেহেতু x এর পরিবর্তে -1 বসালে প্রদত্ত রাশিটির মান শূন্য (০) হয়, সুতরাং $x - (-1)$ বা $x + 1$ প্রদত্ত রাশিটির একটি উৎপাদক।

উত্তর : (গ)

০৩। $(x+3)(x-3)$ কে $x^2 - 6$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) -6 (খ) 3

(গ) 6 (ঘ) -3

সমাধান : $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$

$\therefore x^2 - 6)\ x^2 - 9(1$

$\quad\quad x^2 - 6$

$\quad\quad -3$

$\therefore$ ভাগশেষ $= -3$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $ax^3 + bx^2 + cx + d$ এর একটি উৎপাদক $(x-1)$ হলে, $a + b + c + d$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) -1

(গ) 1 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

$\therefore P(1) = a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + d$

$\Rightarrow P(1) = a + b + c + d$

উৎপাদক উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$P(1) = 0 \quad \therefore a + b + c + d = 0$

উত্তর : (ক)

Note: $(x-1)$ ধনাত্মক মাত্রার যেকোন বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে যদি ও কেবল যদি বহুপদীটির সহগসমূহের সমষ্টি শূন্য হয়।

০২। নিচের কোনটি $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ এর উৎপাদক নয় ?

(ক) $x - 1$ (খ) $x + 2$

(গ) $x - 2$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$,

$\therefore P(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$

আবার, $P(2) = 2^3 - 6.2^2 + 11.2 - 6 = 0$

এবং $P(-2) = (-2)^3 - 6(-2)^2 + 11(-2) - 6$

$= -8 - 24 - 22 - 6 = -60$

যেহেতু $P(-2) \neq 0$

$\therefore (x + 2)$, $P(x)$ এর উৎপাদক হতে পারে না।

উত্তর : (খ)

০৩। $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

(ক) 16 (খ) 30

(গ) 2 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুযায়ী, $f(x)$ কে যদি $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে

$\therefore f(2) = 2(2)^3 - 5(2)^2 + 7 \times 2 - 8$

$= 2 \times 8 - 20 + 14 - 8$

$= 30 - 28$

$= 2$

উত্তর : (গ)

০৪। $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ রাশিটির উৎপাদক হচ্ছে-

(ক $(x + 3)(x + 3)(x + 1)$

(খ) $(x - 3)((x + 3)(x + 1)$

(গ)$(x - 2)(x + 3)(x + 1)$

(ঘ) $(x + 2)(x + 3)(x + 1)$

সমাধান : $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

ধরি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$\therefore f(2) = 2^3 + 2.2^2 - 5.2 - 6$

$= 8 + 8 - 10 - 6 = 16 - 16 = 0$

$\therefore (x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$= x^3 - 2x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6$

$= x^2(x - 2) + 4x(x - 2) + 3(x - 2)$

$= (x - 2)(x^2 + 4x + 3)$

$= (x - 2)(x^2 + 3x + x + 3)$

$= (x - 2)\{x(x + 3) + 1(x + 3)\}$

$= (x - 2)((x + 3)(x + 1)$

উত্তর : (গ)

০৫। $a^3 + 3a + 36$ রাশিটির একটি উৎপাদক হচ্ছে-

(ক) $(a^2 - 2a + 12)$ (খ) $(a^2 - 3a + 36)$

(গ) $(a^2 - 3a + 1)$ (ঘ) $(a^2 - 3a + 12)$

সমাধান : $a^3 + 3a + 36$

ধরি, $f(a) = a^3 + 3a + 36$

$\therefore f(-3) = (-3)^3 + 3.(-3) - 36$

$= -27 - 9 + 36 = 36 - 36 = 0$

$\therefore (a + 3)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 + 3a + 36$

$= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$

$= a^2(a + 3) - 3a(a + 3) + 12(a + 3)$

$= (a + 3)(a^2 - 3a + 12)$

উত্তর : (ঘ)

ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু

গ.সা.গু. (গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক) / Highest Common Factor (HCF): একাধিক রাশির অন্তর্গত সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় গুণনীয়কে ঐ রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু বলে।

যেমন: $(a + b)(a - b)$ এবং $(a + b)$ রাশিদ্বয়ের গ.সা.গু. $(a + b)$। গ.সা.গু. নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদকগুলো এবং সংখ্যা-সহগের মাঝে সর্বোচ্চ সংখ্যক সাধারণ উপাদানগুলো নিয়ে ধারাবাহিক গুণফল নির্ণয় করতে হবে। রাশিসমূহে কোন সাধারণ উপাদান পাওয়া না গেলে গ.সা.গু. হবে '1'।

ল.সা.গু. (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক) / Lowest Common Multiple (LCM): একাধিক সংখ্যা বা বীজগাণিতিক রাশির মধ্যে সাধারণ গুণিতকের মধ্যে সবচেয়ে ছোট গুণিতককে লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু. বলে।

যেমন: 2, 4, 6 এর ল.সা.গু. নির্ণয়ে প্রথমে সংখ্যাগুলোর গুণিতকগুলো লক্ষ্য করি :

2 এর গুণিতক ⟶ 2, 4, 6, 8,10, $\boxed{12}$ ইত্যাদি

4 এর গুণিতক ⟶ 4, 8, $\boxed{12}$,16, 20, 24 ইত্যাদি

6 এর গুণিতক ⟶ 6, $\boxed{12}$,18, 24, 30 ইত্যাদি

এ 3টি সংখ্যার গুণিতকগুলোর ক্ষেত্রে 12 সংখ্যাটি সকল ক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতক।

$\therefore$ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু. 12 ।

অনুরূপভাবে, $x^3y^3z^4$, $x^2y^2z^2$ এ ২টি রাশির ল.সা.গু. $x^3y^3z^4$ । বীজগণিতীয় রাশিগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয়ে সাধারণ উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাত বের করতে হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগের গ.সা.গু. নিচের কোনটি? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) a^2bc (খ) $2a^2bc$

(গ) $2a^2b^2c^2$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত রাশির সংখ্যা সহগ 6 ও 4

এবং 6 ও 4 এর গ.সা.গু. = 2

কিন্তু অপশনে সঠিক উত্তরটি নাই। সুতরাং উত্তর হবে কোনটিই নয়।

অন্যদিকে, রাশি দুইটির গ.সা.গু. = $2a^2bc$

উত্তর: (ঘ)

০২। $x^3 + x^2y,\ x^2y + xy^2$ এর ল.সা.গু. কোনটি?
[৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) xy (খ) $x + y$
(গ) $xy(x + y)$ (ঘ) $x^2y(x + y)$

সমাধান : ১ম রাশি, $x^3 + x^2y = x^2(x + y)$
এবং ২য় রাশি, $x^2y + xy^2 = xy(x + y)$
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= x^2y(x + y)$
উত্তর : (ঘ)

০৩। $(4x^2 - 16)$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ এর গ.সা.গু.–
[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $x + 2$ (খ) $x + 4$
(গ) $x + 2$ (ঘ) $2(x + 2)$

সমাধান : ১ম রাশি, $4x^2 - 16 = 4(x^2 - 4)$
$= 2.2(x + 2)(x - 2)$
এবং ২য় রাশি, $6x^2 + 24x + 24$
$= 6(x^2 + 4x + 4)$
$= 6(x^2 + 2.x.2 + 2^2)$
$= 2.3(x + 2)^2$
∴নির্ণেয় গ.সা.গু $= 2(x + 2)$
উত্তর : (ঘ)

০৪। $x^2 - 11x + 30$ এবং $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$ এর গ.সা.গু. কত? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $x - 5$ (খ) $x - 6$
(গ) $x^2 + x + 3$ (ঘ) $x^2 - x + 3$

সমাধান : ১ম রাশি, $x^2 - 11x + 30$
$= x^2 - 6x - 5x + 30$
$= x(x - 6) - 5(x - 6)$
$= (x - 6)(x - 5)$
আবার ২য় রাশি, $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$
$x = 5$ বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়।
∴ $(x - 5)$ ২য় রাশিটির একটি উৎপাদক
$= x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x + 3x - 15$
$= x^2(x - 5) + x(x - 5) + 3(x - 5)$
$= (x - 5)(x^2 + x + 3)$
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x - 5)$
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2 - 3x + 2$ এবং $x^2 - 5x + 6$ এর ল.সা.গু. কত?
(ক) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
(খ) $(x + 1)(x - 2)(x + 3)$
(গ) $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$
(ঘ) $(x - 2)$

সমাধান : ১ম রাশি, $x^2 - 3x + 2$
$= x^2 - 2x - x + 2$
$= x(x - 2) - 1(x - 2)$
$= (x - 2)(x - 1)$
২য় রাশি, $x^2 - 5x + 6$
$= x^2 - 3x - 2x + 6$
$= x(x - 3) - 2(x - 3)$
$= (x - 3)(x - 2)$
∴নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (x - 1)(x - 2)(x - 3)$
উত্তর : (ক)

০২। $x^2 + 5x, x^2 - 25$ এবং $x^2 + 7x + 10$ এর গ.সা.গু. কত?
(ক) $x - 5$
(খ) $x + 5$
(গ) $x(x + 5)$
(ঘ) $x(x + 5)(x - 5)(x + 2)$

সমাধান : ১ম রাশি, $x^2 + 5x = x(x + 5)$,
২য় রাশি, $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$
$= (x + 5)(x - 5)$
এবং ৩য় রাশি, $x^2 + 7x + 10$
$= x^2 + 5x + 2x + 10$
$= (x + 5)(x + 2)$
∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. $= (x + 5)$
উত্তর : (খ)

০৩। $x^2 - y^2, (x + y)^2, x^3 + y^3$ এর গ.সা.গু. কত?
(ক) $x - y$
(খ) $x + y$
(গ) $(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)$
(ঘ) $(x - y)(x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$

সমাধান : ১ম রাশি, $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
২য় রাশি, $(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$
এবং ৩য় রাশি, $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy - y^2)$
সুতরাং গ.সা.গু. $= (x + y)$
উত্তর : (খ)

০৪। $x^4 - 9$ এবং $x^4 + 6x^2 + 9$ এর গ.সা.গু. কোনটি?
(ক) $(x^2 + 3)^2(x^2 - 3)$
(খ) $(x^2 + 3)(x^2 - 3)$
(গ) $x^2 + 3$
(ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ১ম রাশি, $x^4 - 9 = (x^2)^2 - 3^2$
$= (x^2 + 3)(x^2 - 3)$
২য় রাশি, $x^4 + 6x^2 + 9 = (x^2)^2 + 2.x^2.3 + 3^2$
$= (x^2 + 3)^2 = (x^2 + 3)(x^2 + 3)$
∴ গ.সা.গু. $= (x^2 + 3)$
উত্তর : (গ)

০৫। দুটি সংখ্যার ল.সা.গু. $a^2b(a+b)$ এবং গ.সা.গু. $a(a+b)$ একটি সংখ্যা a^3+a^2b হলে, অপরটি কত?

(ক) $a^2b(a+b)^2$ (খ) $ab-ab^2$

(গ) a^2b+ab^2 (ঘ) $ab(a+b)^2$

সমাধান: আমরা জানি, দুটি সংখ্যার ক্ষেত্রে এদের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. এবং যেকোনো একটি সংখ্যার মান দেয়া থাকলে,

অপর সংখ্যাটি হবে $= \frac{\text{ল.সা.গু.}\times\text{গ.সা.গু}}{\text{প্রদত্ত সংখ্যা}}$

$= \frac{a^2b(a+b)\times a(a+b)}{a^3+a^2b}$

$= \frac{a^3b(a+b)^2}{a^2(a+b)}$

$= ab(a+b)$

$= a^2b+ab^2$

∴ অপর সংখ্যাটি হবে a^2b+ab^2

উত্তর : (গ)

০৬। $a^2-b^2-c^2-2bc, b^2-c^2-a^2-2ac$ রাশিদ্বয়ের গ.সা.গু নির্ণয় করুন?

(ক) $(a-b-c)(b-c-a)$

(খ) $(a-b-c)$

(গ) $(a+b+c)(b-c-a)$

(ঘ) $(a+b+c)$

সমাধান : ১ম রাশি, $a^2-b^2-c^2-2bc$

$= a^2-(b^2+2bc+c^2)$

$= a^2-(b+c)^2$

$= (a+b+c)(a-b-c)$

২য় রাশি, $b^2-c^2-a^2-2ca$

$= b^2-(c^2+2ca+a^2)$

$= b^2-(c+a)^2$

$= (a+b+c)(b-c-a)$

∴ রাশিদ্বয়ের গ.সা.গু. $= (a+b+c)$

উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $a^2-c^2-2ab+b^2$ এর সঠিক উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(a+b+c)(a-b-c)$

(খ) $(a-b+c)(a-b-c)$

(গ) $(a-b-c)(a+b-c)$

(ঘ) $(a-b-c)^2$

০২। $(a^2-b^2)(x^2-y^2)+4abxy$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $ax+by+bx+ay$

(খ) $ax+by-bx-ay$

(গ) $(ax+by+bx-ay)(ax+by-bx+ay)$

(ঘ) কোনোটিই নয়

০৩। $36-12x+x^2$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x-6)^2$ (খ) $(x-6)(x-5)$

(গ) $(x-3)(x-12)$ (ঘ) $(x-3)^2$

০৪। $x^2-3xy-40y^2$ এর উৎপাদক কত?

(ক) $(x-8y)$

(খ) $(x-8y)(x-5y)$

(গ) $(x-8y)(x+5y)$

(ঘ) $(x-5y)(8x-5y)$

০৫। $2(x+y)^2-3(x+y)-2$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x+y-2)(2x+2y+1)$

(খ) $(x-y+2)(2y+1)$

(গ) $(x+3y+2)$

(ঘ) কোনোটিই নয়

০৬। $a^3-9b^3+(a+b)^3$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(2a-3b)(a^2+ab+b^2)$

(খ) $(a+b)(a^2+5ab+8b^2)$

(গ) $(a-b)(2a^2+5ab+8b^2)$

(ঘ) কোনোটিই নয়

০৭। যদি $f(x)=x^3-12x^2+48x-64$ হলে, $f(5)$এর মান কত?

(ক) 1 (খ) -1

(গ) 2 (ঘ) -2

০৮। নিচের কোনটি $4x^4+12x^3+7x^2-3x-2$ এর উৎপাদক?

(ক) $3x+1$ (খ) $2x-1$

(গ) $x-\frac{1}{4}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। x^3-1, x^3+1, x^4+x^2+1 এর ল.সা.গু. কত?

(ক) x^3+1 (খ) x^8-1

(গ) x^3-1 (ঘ) x^6-1

১০। $4(a+b), 10(a-b)$ এবং $12(a^2-b^2)$ এর গ. সা. গু কত?

(ক) $a-b$ (খ) $a+b$

(গ) $12(a^2-b^2)$ (ঘ) 2

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	গ	০৩	ক	০৪	গ	০৫	ক
০৬	গ	০৭	ক	০৮	খ	০৯	ঘ	১০	ঘ

অধ্যায় ১১

সরল ও দ্বিঘাত সমীকরণ

বীজগণিতের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায় হচ্ছে সরল ও দ্বিপদী সমীকরণ। বীজগাণিতিক রাশি, চলক, ধ্রুবক ইত্যাদি ধারণা ব্যবহার করে এ ধাপে আমরা সমীকরণ ভিত্তিক সমস্যার সমাধান করব। সমীকরণ হচ্ছে বিশেষ বীজগাণিতিক অভিব্যক্তি যেখানে ধ্রুবক, চলক, ঘাত, সমতা চিহ্ন ইত্যাদির মাধ্যমে অজানা রাশি বা চলকের মান নির্ণয় করা হয়।

যেমন: $x^2 + 5x + 6 = 0$, ইহা একটি সমীকরণ যেখানে x একটি চলক। 5, 6 ইত্যাদি ধ্রুবক রাশির মানের সাহয্যে x এর মান নির্ণয় করা সম্ভব। সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার হিসেবে প্রথম দিকের অক্ষর a, b, c কে ধ্রুবক হিসেবে ব্যবহার করা হয়।

সমীকরণের ঘাত: কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত বা পাওয়ারকে সমীকরণটির ঘাত বলে।

যেমন: $x + y + z = 5$ সমীকরণটিতে x, y, z এর ঘাত 1; তাই এটি এক ঘাত বিশিষ্ট সমীকরণ। অন্যদিকে, $y^3 - 2y^2 + 3y + 5x$ সমীকরণে y এর সর্বোচ্চ ঘাত 3। সুতরাং এটি দ্বিচলক বিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণের উদাহরণ।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ২১টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৪টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সরল সমীকরণ সম্পর্কিত সমস্যা
  - দ্বিঘাত বিশিষ্ট সমীকরণের সমাধান
  - ভগ্নাংশ ও শতাংশভিত্তিক সমীকরণ সমাধান পদ্ধতি
  - সংখ্যা, বয়সভিত্তিক ও অন্যান্য সমস্যাবলির সমাধান পদ্ধতি
  - সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান পদ্ধতি

Type-01 : সরল সমীকরণ সম্পর্কিত সমস্যা

এ ধরনের সমস্যাবলিতে একটি মাত্র চলক (x, y, z..... ইত্যাদি) দ্বারা সমীকরণ গঠন করা হয়। বীজগাণিতিক সূত্রাবলি, উৎপাদকে বিশ্লেষণ ইত্যাদি প্রক্রিয়ায় সমাধান করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $(2 + x) + 3 = 3(x + 2)$ হলে x এর মান কত? [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

সমাধান : $(2 + x) + 3 = 3(x + 2)$

$\Rightarrow 2 + x + 3 = 3x + 6$

$\Rightarrow 2x = -1 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$

উত্তর : (ক)

০২। যদি $x^3 + hx + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হয়, তবে h এর মান কত? [১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 10 (খ) 9

(গ) −9 (ঘ) 2

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণের একটি সমাধান 2 হলে, $x = 2$ এর জন্য সমীকরণটি সিদ্ধ হবে-

অর্থাৎ $2^3 + h \times 2 + 10 = 0$

$\Rightarrow 8 + 2h + 10 = 0$

$\Rightarrow 2h + 18 = 0 \quad \therefore h = -9$

উত্তর : (গ)

০৩। $(x - 5)(a + x) = x^2 - 25$ হলে, a এর মান কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 25 (খ) −25

(গ) 5 (ঘ) −5

সমাধান : $(x - 5)(a + x) = x^2 - 25$

$\Rightarrow (x - 5)(a + x) = (x - 5)(x + 5)$

$\Rightarrow a + x = x + 5$ [উভয়পক্ষকে$(x - 5)$ দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow a = x + 5 - x \quad \therefore a = 5$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $x\sqrt{3} + 3 = 4$ হয়, তবে x এর কোন মানটি সঠিক?

(ক) 1 (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $\sqrt{3}$

সমাধান : $x\sqrt{3} + 3 = 4$ বা, $x\sqrt{3} = 4 - 3 \quad \therefore x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

উত্তর : (গ)

০২। 3x যদি 15 থেকে 3 বেশি হয়, তাহলে $3x + 2$ = কত?

(ক) 17 (খ) 18

(গ) 20 (ঘ) 21

সমাধান : $3x - 15 = 3 \Rightarrow 3x = 15 + 3 \quad \therefore 3x = 18$

এখন, $3x + 2 = 18 + 2 \quad \therefore 3x + 2 = 20$

উত্তর : (গ)

০৩। $(5 + x) + 4 = 3(x + 1)$ হলে x –এর মান কত?

(ক) 4 (খ) 5

(গ) 2 (ঘ) 3

সমাধান : $(5 + x) + 4 = 3(x + 1) \Rightarrow 5 + x + 4 = 3x + 3$

$\Rightarrow 3x - x = 9 - 3 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} \quad \therefore x = 3$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $(y-1)(y+2) = (y+4)(y-2)$ হলে, y = কত?
(ক) 5 (খ) 6
(গ) 0 (ঘ) 3

সমাধান : $(y-1)(y+2) = (y+4)(y-2)$
$\Rightarrow y^2 - y + 2y - 2 = y^2 + 4y - 2y - 8$
$\Rightarrow y - 2 = 2y - 8$
$\Rightarrow y - 2y = -8 + 2$ [পক্ষান্তর করে]
$\Rightarrow -y = -6 \quad \therefore y = 6$
উত্তর : (খ)

০৫। $2(3x+5) = -(x-31)$ কে সমাধান করলে x এর মান হবে-
(ক) 5 (খ) 3
(গ) -2 (ঘ) -3

সমাধান : $2(3x+5) = -(x-31)$
$\Rightarrow 6x + 10 = -x + 31$
$\Rightarrow 6x + x = 31 - 10$
$\Rightarrow 7x = 21 \quad \therefore x = 3$
উত্তর : (খ)

০৬। $3(4x-6) = (3x+9)$ কে সমাধান করলে x এর মান হবে-
(ক) 2 (খ) -2
(গ) 3 (ঘ) -3

সমাধান : $3(4x-6) = (3x+9)$
$\Rightarrow 12x - 18 = 3x + 9$
$\Rightarrow 12x - 3x = 9 + 18$
$\Rightarrow 9x = 27 \quad \therefore x = 3$
উত্তর : (গ)

০৭। a ও b দুটি ধনাত্মক সংখ্যা এবং $\frac{ab}{x} = \sqrt{a}$ হলে $\frac{x}{\sqrt{b}}$ = কত?
(ক) $\sqrt{a}$ (খ) $\sqrt{ab}$
(গ) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{b}{a}}$

সমাধান : $\frac{ab}{x} = \sqrt{a} \Rightarrow x = \frac{ab}{\sqrt{a}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{a}.\sqrt{a}.b}{\sqrt{a}} \Rightarrow x = \sqrt{a}.b$
$\therefore \frac{x}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}.b}{\sqrt{b}} = \sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
উত্তর : (খ)

০৮। $\sqrt{x+3} = \sqrt{x} + \sqrt{3}$ হলে x = কত?
(ক) 3 (খ) -3
(গ) 0 (ঘ) $\sqrt{3}$

সমাধান : $\sqrt{x+3} = \sqrt{x} + \sqrt{3}$
$\Rightarrow (\sqrt{x+3})^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{3})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
$\Rightarrow x + 3 = (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$
$\Rightarrow x + 3 = x + 3 + 2\sqrt{x}\sqrt{3}$
$\Rightarrow 2\sqrt{x}\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \quad \therefore x = 0$
উত্তর : (গ)

Type-02 : দ্বিঘাত বিশিষ্ট সমীকরণের সমাধান

একচলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (Quadratic equation with one variable): যেসকল সমীকরণের চলকের ঘাত দুই তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে প্রকাশ করা হয়, এক্ষেত্রে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$।

❖ দ্বিঘাত সমীকরণ ৩টি ভিন্ন প্রক্রিয়ায় সমাধান করা যেতে পারে:
১. উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতি দ্বারা।
২. সমীকরণকে পূর্ণ বর্গ আকারে প্রকাশ করে।
৩. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ সূত্র দ্বারা।

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ → এই সূত্রে $(b^2 - 4ac)$ কে discriminant বা নিশ্চায়ক বলা হয়। এই সূত্রের মূলগুলোর প্রকৃতি নিম্নে ছক আকারে দেখানো হল:

নিশ্চায়ক $(b^2 - 4ac)$ এর প্রকৃতি	মূল দুটির প্রকৃতি
$b^2 - 4ac = 0$	পরস্পর বাস্তব, মূলদ ও সমান হবে
$b^2 - 4ac > 0$ (ধনাত্মক)	মূল দুটি বাস্তব ও অসমান হবে।
$b^2 - 4ac < 0$ (ঋণাত্মক)	মূল দুইটি জটিল সংখ্যা হবে।
$b^2 - 4ac$, পূর্ণবর্গ হলে	মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে
$b^2 - 4ac$, পূর্ণবর্গ না হলে	মূল দুটি বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে

একটি মূল জটিল হলে, অপর মূলটি অনুবন্ধী (Conjugate) জটিল সংখ্যা হবে অর্থাৎ একটি মূল $\left(-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{-q}}{2a}\right)$ হলে অপরটি $\left(-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{-q}}{2a}\right)$ হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) বাস্তব ও সমান (খ) বাস্তব ও অসমান
(গ) অবাস্তব (ঘ) পূর্ণ বর্গ সংখ্যা

সমাধান : $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,
$a = 6, b = -7$ এবং $c = -4$
$\therefore b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 6 (-4)$
$= 49 + 96 = 145 > 0$
যেহেতু $b^2 - 4ac > 0$ তাই সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
উত্তর : (খ)

০২। যদি $x^2 + px + 6 = 0$ এর মূল দুটি সমান এবং $p > 0$, তবে p এর মান কত? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\sqrt{48}$ (খ) 0
(গ) $\sqrt{6}$ (ঘ) $\sqrt{24}$

সমাধান : মূল দুটি সমান হলে নিশ্চায়ক শূন্য,
$\therefore p^2 - 4.1.6 = 0 \Rightarrow p^2 = 24 \Rightarrow p = \sqrt{24}$ হবে
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^3 + 1 = 0$ সমীকরণটির বাস্তব মূলের সংখ্যা?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) নাই

সমাধান : $x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

এখন, $x + 1 = 0$

$\therefore x = -1$ এবং $x^2 - x + 1 = 0$

তাহলে, $x = \frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4.1.1}}{2.1}$

$= \frac{1\pm\sqrt{1-4}}{2}$

$\therefore x = \frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}$ [যা অবাস্তব]

$\therefore$ বাস্তব মূলের সংখ্যা 1টি

উত্তর : (ক)

০২। $7x^2 - 6x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি?

(ক) বাস্তব ও অসমান (খ) বাস্তব ও সমান

(গ) অবাস্তব (ঘ) পূর্ণবর্গ সংখ্যা

সমাধান : $7x^2 - 6x - 4 = 0$ এই সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 7, b = -6, c = -4$

$\therefore b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.7.(-4)$

$= 36 + 112 = 148 > 0$

যেহেতু $b^2 - 4ac > 0$, তাই সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।

উত্তর : (ক)

০৩। $x^2 - (p+q)x + pq = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $\{p, q\}$ (খ) $\{p, -q\}$

(গ) $\{-p, -q\}$ (ঘ) $\{\pm p, q\}$

সমাধান : $x^2 - (p+q)x + pq = 0$

$\Rightarrow x^2 - px - qx + pq = 0$

$\Rightarrow x(x-p) - q(x-p) = 0$

$\Rightarrow (x-p)(x-q) = 0$

$\therefore x = p, q$ $\therefore$ সমাধান সেট $= \{p, q\}$

উত্তর : (ক)

০৪। $3 + 4x - x^2 = 0$ এর সমাধান কোনটি?

(ক) $-2 + \sqrt{7}$ (খ) $-2 - \sqrt{7}$

(গ) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ (ঘ) $2 + \sqrt{7}$

সমাধান : $3 + 4x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 3 = 0$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায় $a = 1, b = -4, c = -3$

অতএব, সমীকরণটির সমাধান

$x = \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4.1.(-3)}}{2.1} = \frac{4\pm\sqrt{16+12}}{2}$

$= \frac{4\pm\sqrt{28}}{2} = \frac{4\pm2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$

অর্থাৎ, $x = 2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $2x^2 + 9x + 9 = 0$ এর সমাধান কোনটি?

(ক) $-2, -3$ (খ) $-\frac{3}{2}, 3$

(গ) $-\frac{3}{2}, -3$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $2x^2 + 9x + 9 = 0$ কে আদর্শরূপে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2, b = 9, c = 9$

অতএব, সমীকরণটির সমাধান:

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-9\pm\sqrt{9^2-4.2.9}}{2.2}$

$= \frac{-9\pm\sqrt{81-72}}{4} = \frac{-9\pm\sqrt{9}}{4} = \frac{-9\pm3}{4}$

$= \frac{-9+3}{4}, \frac{-9-3}{4} = \frac{-6}{4}, \frac{-12}{4} = -\frac{3}{2}, -3$

অর্থাৎ, $x_1 = -\frac{3}{2}$ এবং $x_2 = -3$

উত্তর : (গ)

Type-03: ভগ্নাংশযুক্ত সমীকরণের সমাধান

ভগ্নাংশ যুক্ত সমীকরণ দ্বারা এ ধরনের সমস্যাবলি গঠিত। এক্ষেত্রে ভগ্নাংশ আকার নির্মূল করে চলকের মান নির্ণয় করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\{\varphi\}$ (খ) $\{1\}$

(গ) $\{-1\}$ (ঘ) $\{2\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2$

$\Rightarrow \frac{x-2+1}{x-1} = 2 \Rightarrow x - 1 = 2x - 2$

$\Rightarrow x = 1$, যা সম্ভব নয়।

কেননা $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$; রাশিটির ভগ্নাংশের হর শূন্য হলে ভগ্নাংশটি অসংজ্ঞায়িত হয়।

সুতরাং $x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট $= \{\varphi\}$

উত্তর : (ক)

০২। $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x-এর মান — [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 4

সমাধান: $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2 \Rightarrow \frac{3x+3+4x}{x(x+1)} = 2$

$\Rightarrow 7x + 3 = 2(x^2 + x)$

$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x + x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x(x-3) + 1(x-3) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(2x+1) = 0$

হয়, $(x-3) = 0$ অথবা, $2x + 1 = 0$

$\therefore x = 3$ $\therefore x = -\frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০৩। একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লবের অন্তর 2, হর ও লব উভয় থেকে 3 বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সঙ্গে $\frac{1}{4}$ যোগ করলে যোগফল 1 হয়, ভগ্নাংশটি কত? [২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{7}{9}$ (খ) $\frac{9}{11}$

(গ) $\frac{11}{13}$ (ঘ) $\frac{13}{15}$

সমাধান : লব x হলে হর $x+2$ $\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{x+2}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x-3}{x+2-3}+\frac{1}{4}=1$

$\Rightarrow \frac{x-3}{x-1}+\frac{1}{4}=1 \Rightarrow \frac{x-3}{x-1}=1-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{x-3}{x-1}=\frac{4-1}{4} \Rightarrow 4x-12=3x-3$

$\Rightarrow 4x-3x=9 \therefore x=9 \therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{9}{9+2}=\frac{9}{11}$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{x}{a}+a=\frac{x}{b}+b$ হলে, x এর মান কত?

(ক) ab (খ) a

(গ) b (ঘ) $\frac{a}{b}$

সমাধান : $\frac{x}{a}+a=\frac{x}{b}+b \Rightarrow \frac{x}{a}-\frac{x}{b}=b-a$

$\Rightarrow x\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=b-a$

$\Rightarrow x=\frac{b-a}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\frac{b-a}{\frac{b-a}{ab}}=\frac{(b-a)\times ab}{(b-a)}=ab$

উত্তর : (ক)

০২। $\left(\frac{m}{3}+3\right)=\left(\frac{2m}{15}+6\right)$ সমীকরণে m এর মান কত?

(ক) -15 (খ) ± 5

(গ) 14 (ঘ) 15

সমাধান : $\left(\frac{m}{3}+3\right)=\left(\frac{2m}{15}+6\right) \Rightarrow \frac{(m+9)}{3}=\frac{(2m+90)}{15}$

$\Rightarrow 15m+135=6m+270$

$\Rightarrow 9m=135 \therefore m=15$

উত্তর : (ঘ)

০৩। $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x+1}{6}$ সমীকরণে x এর মান কত?

(ক) $x=1$ (খ) $x=\frac{1}{2}$

(গ) $x=-2$ (ঘ) $x=2$

সমাধান: $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{4x-3x}{12}=\frac{x+1}{6}$

$\Rightarrow \frac{x}{12}=\frac{x+1}{6} \Rightarrow 12x+12=6x$

$\Rightarrow 6x=-12 \therefore x=-2$

উত্তর : (গ)

০৪। $\frac{a}{b}=4, a+2b=12$ হলে a এর মান কত?

(ক) 16 (খ) 4

(গ) 8 (ঘ) 12

সমাধান : $\frac{a}{b}=4 \Rightarrow b=\frac{a}{4}$

এখন, $a+2\times\frac{a}{4}=12 \Rightarrow a+\frac{a}{2}=12$

$\Rightarrow 2a+a=24 \Rightarrow 3a=24 \therefore a=8$

উত্তর : (গ)

০৫। সমাধান করুন : $\frac{x}{5}-\frac{2}{7}=\frac{5x}{7}-\frac{4}{5}$

(ক) 0 (খ) 1

(গ) 2 (ঘ) 3

সমাধান : $\frac{x}{5}-\frac{2}{7}=\frac{5x}{7}-\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{7x-10}{35}=\frac{25x-28}{35}$

$\Rightarrow 7x-10=25x-28 \Rightarrow 25x-7x=28-10$

$\Rightarrow 18x=18 \therefore x=1$

উত্তর : (খ)

০৬। $\frac{x}{5}+4=\frac{3x}{10}+6$ হলে, x এর মান কত?

(ক) ± 15 (খ) -10

(গ) 20 (ঘ) -20

সমাধান : $\frac{x}{5}+4=\frac{3x}{10}+6 \Rightarrow \frac{x}{5}-\frac{3x}{10}=6-4$

$\Rightarrow \frac{2x-3x}{10}=2 \Rightarrow -x=20 \therefore x=-20$

উত্তর : (ঘ)

Type-04: সংখ্যাভিত্তিক সমস্যার সমাধান পদ্ধতি

এ ধরনের সমস্যাবলিতে এক বা একাধিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্যযুক্ত উদ্দীপক দেওয়া থাকে। উদ্দীপক হতে সমীকরণ সাজিয়ে যোগ, গড়, বর্গ ইত্যাদি প্রক্রিয়ায় কাঙ্ক্ষিত সংখ্যা বা সংখ্যাসমূহ নির্ণয় করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা, অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময়ের ফলে 54 বৃদ্ধি পায়। অঙ্ক দুটির যোগফল 12 হলে সংখ্যাটি কত? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 57 (খ) 75

(গ) 39 (ঘ) 93

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক y

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y+x$

প্রশ্নমতে, $10x+y=10y+x+54$

$\Rightarrow 10x-10y+y-x=54$

$\Rightarrow 9x-9y=54$

$\therefore x-y=6$ ..... (i)

আবার, $x+y=12$ .....(ii)

(i) + (ii) হতে পাই, $2x=18 \therefore x=9$

(i) এ x এর মান বসাই $9-y=6 \therefore y=3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y+x=10\times 3+9=39$

উত্তর : (গ)

০২। দুটি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 36 (খ) 37

(গ) 38 (ঘ) 40

সমাধান : একটি সংখ্যা x এবং অপর সংখ্যা $(48-x)$

প্রশ্নমতে, $x(48-x)=432$

$\Rightarrow 48x-x^2-432=0 \Rightarrow x^2-48x+432=0$

$\Rightarrow x^2-12x-36x+432=0$

$\Rightarrow (x-12)(x-36)=0 \therefore x=12, x=36$

উত্তর : (ক)

০৩। যদি দুটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে 20 এবং 96 হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যস্তানুপাতিক (reciprocals) যোগফল কত হবে? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$

(গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{5}{24}$

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি a, b

$\therefore a + b = 20$ এবং $ab = 96$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{ab} = \frac{20}{96} = \frac{5}{24}$

উত্তর: (ঘ)

০৪। কোন সংখ্যার $\frac{1}{2}$ অংশের সাথে 6 যোগ করলে সংখ্যাটির $\frac{2}{3}$ অংশ হবে, সংখ্যাটি কত? [২৬ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 53 (খ) 63

(গ) 36 (ঘ) 35

সমাধান : সংখ্যাটি x হলে-

শর্তমতে, $\frac{x}{2} + 6 = \frac{2x}{3}$ বা, $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = 6$

বা, $\frac{x}{6} = 6 \quad \therefore x = 36$

উত্তর : (গ)

০৫। একটি সংখ্যার তিনগুণের সাথে দ্বিগুণ যোগ করলে 90 হয়। সংখ্যাটি কত? [১৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 16 (খ) 18

(গ) 20 (ঘ) 24

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে, $3x + 2x = 90 \Rightarrow 5x = 90$

$\Rightarrow x = \frac{90}{5} \quad \therefore x = 18$

উত্তর : (খ)

০৬। কোন সংখ্যার $\frac{2}{7}$ অংশ 64- এর সমান? [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $18\frac{2}{7}$ (খ) 248

(গ) 217 (ঘ) 224

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

$\therefore x \times \frac{2}{7} = 64 \quad \Rightarrow x = \frac{64 \times 7}{2} = 224$

উত্তর : (ঘ)

০৭। দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অঙ্ক দশকের অঙ্ক অপেক্ষা ৩ বেশি। সংখ্যাটি এর অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা ৪ বেশি। সংখ্যাটি কত? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৭ (খ) ৩৬

(গ) ২৫ (ঘ) ১৪

সমাধান : ধরি, দশকের অঙ্ক = x

$\therefore$ এককের অঙ্ক = (x + ৩)

$\therefore$ সংখ্যাটি = ১০x + x + ৩ = ১১x + ৩

প্রশ্নমতে, ১১x + ৩ = (x + x + ৩) × ৩ + ৪

$\Rightarrow$ ১১x − ৬x = ১৩ − ৩

$\Rightarrow$ ৫x = ১০ $\therefore$ x = ২

$\therefore$ সংখ্যাটি ১১ × ২ + ৩ = ২৫

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর 199 হলে, বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) 80 (খ) 90

(গ) 100 (ঘ) 99

সমাধান : ধরি, ছোট সংখ্যাটি = x

$\therefore$ বড় সংখ্যাটি = x + 1

প্রশ্নমতে, $(x + 1)^2 - x^2 = 199$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 = 199$

$\Rightarrow 2x = 198 \Rightarrow x = 99$

$\therefore$ বড় সংখ্যাটি = 99 + 1 = 100

উত্তর : (গ)

০২। একটি সংখ্যার অর্ধেক তার এক তৃতীয়াংশের চেয়ে 17 বেশি। সংখ্যাটি কত?

(ক) 102 (খ) 104

(গ) 106 (ঘ) 108

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

$\therefore \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 17$ বা, $\frac{3x-2x}{6} = 17$

বা, $x = 17 \times 6 \therefore x = 102$

উত্তর : (ক)

০৩। ছয়টি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার প্রথম তিনটির গড় 8 হলে, শেষ তিনটির যোগফল-

(ক) 29 (খ) 31

(গ) 33 (ঘ) 35

সমাধান : ধরি, ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যাগুলো:

x − 2, x − 1, x, x + 1, x + 2 ও x + 3

এখন, $\frac{x-2+x-1+x}{3} = 8$

$\Rightarrow 3x - 3 = 24$

$\Rightarrow 3x = 24 + 3 \Rightarrow x = \frac{27}{3} \quad \therefore x = 9$

$\therefore$ শেষ তিনটির যোগফল = x + 1 + x + 2 + x + 3

= 3x + 6 = (3 × 9) + 6

= 27 + 6 = 33

উত্তর : (গ)

০৪। তিনটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল 123। ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুটির গুণফল কত?

(ক) 1600 (খ) 1650

(গ) 1640 (ঘ) 1680

সমাধান : ধরি, সংখ্যা তিনটি x − 1, x ও x + 1

$\therefore x - 1 + x + x + 1 = 123$

$\Rightarrow 3x = 123 \quad \therefore x = 41$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুটির গুণফল = (41 − 1) × 41

= 40 × 41 = 1640

উত্তর : (গ)

০৫। পরপর তিনটি সংখ্যার গুণফল 120 হলে তাদের যোগফল কত হবে?
(ক) 9 (খ) 12
(গ) 14 (ঘ) 15

সমাধান : সম্ভাব্য সংখ্যাত্রয় : 1, 2 ও 3; 2, 3 ও 4; 3, 4 ও 5; 4, 5 ও 6; 5, 6 ও 7 প্রভৃতি।
এখানে, $4 \times 5 \times 6 = 120$ যা শর্তকে সিদ্ধ করে।
$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $= 4 + 5 + 6 = 15$
উত্তর : (ঘ)

০৬। দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের অন্তর 8, গুণফল 3, সংখ্যা দুটির বর্গের সমষ্টি কত?
(ক) 8 (খ) 10
(গ) 13 (ঘ) 25

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি x ও y
$\therefore x^2 - y^2 = 8$ এবং $xy = 3$
$\therefore (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2$
$= (8)^2 + 4(3)^2 = 64 + 36 = 100$
$\therefore x^2 + y^2 = 10$
উত্তর : (খ)

০৭। দুটি সংখ্যার অনুপাত 2 এবং পার্থক্য 15, ছোট সংখ্যাটি—
(ক) 15 (খ) 10
(গ) 20 (ঘ) 30

সমাধান : x ও y দুইটি সংখ্যা যেখানে $x > y$
$\therefore \frac{x}{y} = 2$ বা, $x = 2y$
আবার, $x - y = 15$
বা, $2y - y = 15$ বা, $y = 15$
$\therefore$ ছোট সংখ্যা 15
উত্তর : (ক)

০৮। প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যার গুণফল 35 এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যার গুণফল 63। দ্বিতীয় সংখ্যাটি কত?
(ক) 5 (খ) 6
(গ) 7 (ঘ) 8

সমাধান : x, y ও z তিনটি সংখ্যা হলে, $xy = 35$ এবং $yz = 63$
$\Rightarrow \frac{xy}{yz} = \frac{35}{63} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{5}{9}$
$\therefore$ শর্তানুসারে, $x = 5$ ও $z = 9$
$\therefore y = \frac{35}{5} = 7$
উত্তর : (গ)

০৯। একসেট সংখ্যা থেকে 35 সংখ্যাটি বাদ দেয়ার ফলে সেটের গড় 14 থেকে 11 হয়ে গেল। সেটের সদস্য সংখ্যা কত ছিল?
(ক) 8 (খ) 11
(গ) 21 (ঘ) 25

সমাধান : মনে করি, সেটের সদস্য সংখ্যা ছিল x
x সংখ্যক সংখ্যার গড় 14
$\therefore$ x সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি 14x
আবার,
একটি সংখ্যা বাদ হওয়ায় সেটের সদস্য সংখ্যা $(x - 1)$
$(x - 1)$ সংখ্যক সংখ্যার গড় 11
$\therefore (x - 1)$ সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি $11(x - 1)$
প্রশ্নমতে, $14x - 35 = 11(x - 1)$
বা, $14x - 35 = 11x - 11$
বা, $14x - 11x = 35 - 11$
বা, $3x = 24$
$\therefore x = 8$
$\therefore$ সেটের সদস্য সংখ্যা 8 টি।
উত্তর : (ক)

১০। একটি সংখ্যা ও তার গুণাত্মক বিপরীতের সমষ্টি 2 হলে, সংখ্যাটি কত?
(ক) -1 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) $\frac{1}{2}$

সমাধান : সংখ্যাটি x হলে, তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা $\frac{1}{x}$
দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 2$
বা, $\frac{x^2+1}{x} = 2$
বা, $x^2 + 1 = 2x$
বা, $x^2 - 2x + 1 = 0$
বা, $(x - 1)^2 = 0$
বা, $x - 1 = 0$
$\therefore x = 1$
উত্তর : (খ)

Type-05: উদ্দীপক হতে সমীকরণ সাজিয়ে সমস্যার সমাধান নির্ণয়

এ ধরনের সমস্যাবলিতে পিতা-পুত্রের বয়স, শিক্ষক-শিক্ষার্থী, ক্রয়মূল্য-বিক্রয়মূল্য, আয়-ব্যয় ইত্যাদি উপাদান নিয়ে উদ্দীপক গঠন করা হয়। উদ্দীপক অনুসারে চলক নির্ণয় করে সমীকরণ গঠন করে কাঙ্ক্ষিত সমাধান নিরূপণ করা সম্ভব।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী আছে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 25পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়ায় মোট 75 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 70 (খ) 85
(গ) 75 (ঘ) 100

সমাধান : মনে করি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা x জন,
প্রত্যেকে চাঁদা দেয় $(x + 25)$ পয়সা।

প্রশ্নমতে, $x(x + 25) = 75 \times 100$

[∵75 টাকা = 7500 পয়সা]

বা, $x^2 + 25x - 7500 = 0$

বা, $x^2 + 100x - 75x - 7500 = 0$

বা, $x(x + 100) - 75(x + 100) = 0$

বা, $(x - 75)(x + 100) = 0$

হয়, $x - 75 = 0$ অথবা, $x + 100 = 0$

$\therefore x = 75$ $\therefore x = -100$ (যা গ্রহণযোগ্য মান নয়)

∴ ঐ শ্রেণিতে 75 জন ছাত্র-ছাত্রী

উত্তর : (গ)

০২। মামুন 240 টাকায় একই রকম কতগুলি কলম কিনে দেখল যে, যদি সে একটি কলম বেশি পেত তাহলে প্রতিটি কলমের মূল্য 1 টাকা কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 13টি (খ) 14টি

(গ) 15টি (ঘ) 16টি

সমাধান : ধরি, সে কলম কিনেছিল xটি

প্রতিটি কলমের দাম = $\frac{240}{x}$ টাকা

আবার, 1টি কলম বেশি পেলে কলমের দাম = $\frac{240}{x+1}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+1} = 1$

$\Rightarrow \frac{240x+240-240x}{x(x+1)} = 1$

$\Rightarrow 240 = x^2 + x$

$\Rightarrow x^2 + x - 240 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 16x - 15x - 240 = 0$

$\Rightarrow x(x + 16) - 15(x + 16) = 0$

$\Rightarrow (x - 15)(x + 16) = 0$

হয়, $x - 15 = 0$ অথবা, $x + 16 = 0$

$\therefore x = 15$ $\therefore x \neq -16$ (গ্রহণযোগ্য নয়)

∴ সে 15টি কলম কিনেছিল

উত্তর : (গ)

০৩। শিক্ষা সফরে যাওয়ার জন্য 2400 টাকায় বাস ভাড়া করা হলো এবং প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক হলো। অতিরিক্ত 10 জন ছাত্র/ছাত্রী যাওয়ায় প্রতি জনের ভাড়া 8 টাকা কমে গেল। বাসে কতজন ছাত্র/ছাত্রী গিয়েছিল? [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 40 (খ) 48

(গ) 50 (ঘ) 60

সমাধান : ধরি, প্রথমে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল = x

∴ মাথাপিছু ভাড়া = $\frac{2400}{x}$

10 জন বেশি যাওয়ায় সংখ্যা হলো = x + 10

∴ মাথাপিছু ভাড়া = $\frac{2400}{x+10}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{2400}{x} - \frac{2400}{x+10} = 8$

$\Rightarrow \frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$ [উভয়পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \frac{300x+3000-300x}{x(x+10)} = 1$

$\Rightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 60x - 50x - 3000 = 0$

$\Rightarrow x(x + 60) - 50(x + 60) = 0$

$\Rightarrow (x + 60)(x - 50) = 0$

$\therefore x = 50$ এবং $x = -60$, যা গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ ছাত্রছাত্রী গিয়েছিল = (50 + 10) = 60 জন।

উত্তর : (ঘ)

০৪। পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের চারগুণ। 6 বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দশগুণ ছিল। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 56 এবং 14 বছর (খ) 32 এবং 7 বছর

(গ) 36 এবং 9 বছর (ঘ) 40 এবং 10 বছর

সমাধান : ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স x বছর;

পিতার বর্তমান বয়স 4x বছর।

প্রশ্নমতে, $10(x - 6) = 4x - 6$ বা, $10x - 60 = 4x - 6$

বা, $6x = 54$ $\therefore x = 9$

∴ পিতার বয়স $4 \times 9 = 36$ বছর

এবং পুত্রের বয়স 9 বছর।

উত্তর : (গ)

০৫। একটি কাঠের টুকরোর দৈর্ঘ্য আরেকটি টুকরোর দৈর্ঘ্যের 3 গুণ। টুকরো দুটো সংযুক্ত করা হলে সংযুক্ত টুকরোটির দৈর্ঘ্য ছোট টুকরোর চেয়ে কতগুণ বড় হবে? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 গুণ (খ) 4 গুণ

(গ) 5 গুণ (ঘ) 8 গুণ

সমাধান : ধরি, ছোট টুকরোর দৈর্ঘ্য x ফুট

∴ বড় টুকরোর দৈর্ঘ্য 3x ফুট

∴ সংযুক্ত টুকরোর দৈর্ঘ্য = (3x + x) ফুট = 4x ফুট

= 4 × ছোট টুকরোর দৈর্ঘ্য

∴ 4গুণ বড় হবে।

উত্তর : (খ)

০৬। কোনো পরীক্ষায় একজন ছাত্র n সংখ্যক প্রশ্নের প্রথম 20টি প্রশ্ন হতে 15টি প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দেয় এবং বাকি প্রশ্নগুলোর এক-তৃতীয়াংশের শুদ্ধ উত্তর দিতে পারে। এভাবে সে যদি 50% প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দিয়ে থাকে তবে ঐ পরীক্ষায় প্রশ্নের সংখ্যা কত ছিল? [১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 20 টি (খ) 30 টি

(গ) 40 টি (ঘ) 50 টি

সমাধান : প্রশ্নানুসারে, $15 + (n - 20) \times \frac{1}{3} = n \times 50\%$

বা, $\frac{45 + n - 20}{3} = \frac{n}{2}$

বা, $\frac{n + 25}{3} = \frac{n}{2}$ বা, $3n = 2n + 50$

$\therefore n = 50$

উত্তর : (ঘ)

০৭। বালক ও বালিকার একটি দলে নিম্নরূপ খেলা হচ্ছে। প্রথম বালক 5 জন বালিকার সঙ্গে খেলছে, দ্বিতীয় বালক 6 জন বালিকার সঙ্গে খেলছে। এভাবে শেষ বালক সবকটি বালিকার সঙ্গে খেলছে। যদি b বালকের সংখ্যা এবং g বালিকার সংখ্যা প্রকাশ করে, তবে b এর মান কত?

[১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $b = g$ (খ) $b = \frac{g}{5}$

(গ) $b = g - 4$ (ঘ) $b = g - 5$

সমাধান : বালকের সংখ্যা + 4 = বালিকার সংখ্যা

$\Rightarrow b + 4 = g$

$\therefore b = g - 4$

উত্তর : (গ)

০৮। বার্ষিক পরীক্ষায় একটি ছাত্র ক সংখ্যক প্রশ্নের প্রথম 20টির মধ্যে 15টি নির্ভুল উত্তর দিল। বাকি যা প্রশ্ন রইল তার $\frac{1}{3}$ অংশ সে নির্ভুল উত্তর দিল। সমস্ত প্রশ্নের মান সমান। যদি ছাত্রটি শতকরা 75 ভাগ নম্বর পায় তবে প্রশ্নের সংখ্যা কত ছিল? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 15 টি (খ) 20 টি

(গ) 25 টি (ঘ) 18 টি

সমাধান : ধরি, প্রশ্নের সংখ্যা x

প্রশ্নমতে,

$15 + \frac{x-20}{3} = x \times \frac{75}{100}$

$\Rightarrow 45 + x - 20 = \frac{9}{4}x$

$\Rightarrow \frac{9}{4}x - x = 25$

$\Rightarrow \frac{9x-4x}{4} = 25$

$\Rightarrow 5x = 100$

$\therefore x = 20$

উত্তর : (খ)

০৯। একটি ক্রিকেট দলে যতজন স্ট্যাম্প আউট হলো তার দেড়গুণ ক্যাচ আউট হলো এবং মোট উইকেটের অর্ধেক বোল্ড আউট হলো। এই দলের কতজন ক্যাচ আউট হলো?

[১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 জন (খ) 3 জন

(গ) 2 জন (ঘ) 5 জন

সমাধান : ধরি, স্ট্যাম্প আউট হলো 'x'জন

এবং ক্যাচ আউট হলো $\frac{3x}{2}$

$\therefore$ প্রশ্নানুসারে, $x + \frac{3x}{2} + 5 = 10$

$\Rightarrow 5x = 10$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ ক্যাচ আউট হলো $= \frac{3\times2}{2}$ জন $= 3$ জন

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। করিম ও রহিম এর বেতনের অনুপাত 7 : 5; করিমের বেতন রহিমের বেতন অপেক্ষা 400 টাকা বেশি। রহিমের বেতন কত?

(ক) 900 টাকা (খ) 1000 টাকা

(গ) 1100 টাকা (ঘ) 1600 টাকা

সমাধান : ধরি, তাদের বেতন যথাক্রমে 7x ও 5x টাকা

প্রশ্নমতে, $7x - 5x = 400$

$\Rightarrow 2x = 400 \quad \therefore x = 200$

$\therefore$ রহিমের বেতন 5×200 টাকা $= 1000$ টাকা।

উত্তর : (খ)

০২। রিনা মীমের থেকে 10 বছরের বড়। 7 বছর পর, রিনার বয়স মীমের বয়সের দ্বিগুণ হবে। রিনার বর্তমান বয়স কত?

(ক) 17 বছর (খ) 16 বছর

(গ) 13 বছর (ঘ) 11 বছর

সমাধান : ধরি, মীমের বর্তমান বয়স x বছর এবং রিনার বর্তমান বয়স $(x + 10)$ বছর

$\therefore 2(x + 7) = x + 10 + 7$

$\Rightarrow 2x + 14 = x + 17$

$\Rightarrow 2x - x = 17 - 14 \quad \therefore x = 3$

$\therefore$ রিনার বর্তমান বয়স $(10 + 3)$ বা 13 বছর

উত্তর : (গ)

০৩। A ও B এর মোট বয়স B ও C এর মোট বয়সের তুলনায় 15 বছর বেশি। C, A এর চেয়ে কত বছরের ছোট?

(ক) 10 বছর (খ) 15 বছর

(গ) 20 বছর (ঘ) 25 বছর

সমাধান : ধরি, B ও C এর বয়স x বছর

এবং A ও B এর বয়স $(x + 15)$ বছর

$\therefore (A + B) - (B + C) = x + 15 - x$

$\Rightarrow A - C = 15$

$\therefore A - 15 = C$ অর্থাৎ, C, A এর চেয়ে 15 বছরের ছোট।

উত্তর : (খ)

০৪। দুই হাজার ছয়শত টাকা তিন জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করা হলো যে প্রথম ব্যক্তি দ্বিতীয় ব্যক্তির চেয়ে দ্বিগুণ টাকা পেল এবং দ্বিতীয় ব্যক্তি তৃতীয় ব্যক্তির $\frac{1}{10}$ গুণ টাকা পেল। তৃতীয় ব্যক্তি কত টাকা পেল?

(ক) 1800 টাকা (খ) 1625 টাকা

(গ) 2000 টাকা (ঘ) কোনোটি নয়

সমাধান : ধরি, তৃতীয় ব্যক্তি পায় 10x টাকা

$\therefore$ দ্বিতীয় ব্যক্তি পায় $\left(10x \text{ এর } \frac{1}{10}\right)$ টাকা $= x$ টাকা

$\therefore$ প্রথম ব্যক্তি পায় 2x টাকা

$\therefore x + 2x + 10x = 2600$

$\Rightarrow 13x = 2600 \quad \therefore x = 200$

$\therefore$ তৃতীয় ব্যক্তি পায় $(200 \times 10) = 2000$ টাকা

উত্তর : (গ)

০৫। কোনো স্কুলের ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ছিল **1800** জন। কিছুদিন পরে **4%** ছাত্র চলে গেল, আর **5%** নতুন ছাত্রী ভর্তি হলো। এর ফলে ঐ স্কুলের মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা **2%** বেড়ে গেল। বর্তমানে ঐ স্কুলে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

(ক) 1850 জন (খ) 1872 জন
(গ) 1836 জন (ঘ) কোনোটি নয়

সমাধান : স্কুলের শিক্ষার্থীর সংখ্যা 1800।
4% ছাত্র চলে গেলে ও 5% নতুন ছাত্রী ভর্তি হলে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 2% বেড়ে যায়।
∴ বর্তমানে ঐ স্কুলের মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা
$= 1800 + (1800 \text{ এর } 2\%)$
$= 1800 + 1800 \text{ এর } \frac{2}{100}$
$= (1800 + 36)$
$= 1836$ জন
উত্তর : (গ)

০৬। **240** জন লোক একটি বনভোজনে যায়। সেখানে যতজন মহিলা ছিল তার থেকে **20** জন পুরুষ বেশি ছিল। আবার যতজন শিশু ছিল তার থেকে **20** জন প্রাপ্তবয়স্ক বেশি ছিল। বনভোজনে কতজন পুরুষ ছিল?

(ক) 100 জন (খ) 140 জন
(গ) 145 জন (ঘ) 75 জন

সমাধান : ধরি,
মহিলার সংখ্যা x জন এবং পুরুষের সংখ্যা $(x + 20)$ জন
∴ প্রাপ্তবয়স্ক লোকের সংখ্যা $(x + x + 20) = 2x + 20$ জন
এবং শিশুর সংখ্যা $(2x + 20 - 20) = 2x$ জন
এখন, $2x + 20 + 2x = 240$
$\Rightarrow 4x = 240 - 20$
$\Rightarrow x = \frac{220}{4}$
$\therefore x = 55$
∴ পুরুষের সংখ্যা $= (55 + 20) = 75$ জন
উত্তর : (ঘ)

০৭। খ এর দৈনিক আয় ক এর দ্বিগুণ এবং গ এর দৈনিক আয় খ এর দ্বিগুণ। তাদের তিনজনের আয়ের যোগফল **1120** টাকা হলে গ এর দৈনিক আয় কত টাকা?

(ক) 560 (খ) 640
(গ) 684 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, ক এর দৈনিক আয় x টাকা
এবং খ এর দৈনিক আয় 2x টাকা
∴ গ এর দৈনিক আয় 4x টাকা
$\therefore x + 2x + 4x = 1120$
$\Rightarrow 7x = 1120$
$\Rightarrow x = \frac{1120}{7}$
$\therefore x = 160$
∴ গ এর দৈনিক আয় (4×160) বা 640 টাকা
উত্তর : (খ)

০৮। আরিফ তার বেতনের **20%** বাড়ি ভাড়া বাবদ ব্যয় করল এবং খাদ্য কেনার জন্য অবশিষ্ট টাকার **20%** ব্যয় করল। এই খরচ করার পর আরিফের কাছে যদি **3200** টাকা থাকে তবে আরিফের মাসিক বেতন কত টাকা?

(ক) 5000 টাকা (খ) 6000 টাকা
(গ) 7200 টাকা (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, মাসিক বেতন x টাকা
∴ বাড়ি ভাড়া $\left(x \text{ এর } \frac{20}{100}\right) = \frac{x}{5}$ টাকা
তাহলে, অবশিষ্ট টাকা $\left(x - \frac{x}{5}\right) = \frac{4x}{5}$ টাকা
∴ খাদ্য কিনল $= \frac{4x}{5} \times \frac{20}{100} = \frac{4x}{25}$
শর্তমতে, $\frac{4x}{5} - \frac{4x}{25} = 3200$
বা, $20x - 4x = 3200 \times 25$
বা, $16x = 3200 \times 25$
বা, $x = \frac{3200 \times 25}{16}$
$\therefore x = 5000$
উত্তর : (ক)

০৯। আরিফের একদিনের আয় বাবুর একদিনের আয়ের দ্বিগুণ। আরিফের আয় যদি **100** টাকা কমে যায় এবং বাবুর আয় যদি **50** টাকা বেড়ে যায় তবে তাদের আয় সমান হবে। আরিফের একদিনের আয় কত?

(ক) 200 টাকা (খ) 250 টাকা
(গ) 300 টাকা (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, বাবুর একদিনের আয় x টাকা
∴ আরিফের একদিনের আয় 2x টাকা
$\therefore 2x - 100 = x + 50$
বা, $2x - x = 50 + 100$
$\therefore x = 150$
∴ আরিফের একদিনের আয় $(2 \times 150) = 300$ টাকা
উত্তর : (গ)

১০। একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে **4** জন করে ছাত্র বসলে **3**টি বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে **3** জন করে বসলে **6** জন ছাত্রের দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত?

(ক) 50 (খ) 60
(গ) 70 (ঘ) 80

সমাধান : ধরি, ছাত্র সংখ্যা x জন
4 জন করে বসলে বেঞ্চের সংখ্যা $\left(\frac{x}{4} + 3\right)$ টি
3 জন করে বসলে বেঞ্চের সংখ্যা $\left(\frac{x}{3} - \frac{6}{3}\right)$ টি
$\therefore \frac{x}{4} + 3 = \frac{x}{3} - \frac{6}{3}$
বা, $\frac{x}{4} + 3 = \frac{x}{3} - 2$
বা, $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 3 + 2$
বা, $\frac{4x - 3x}{12} = 5$
$\therefore x = 60$
উত্তর : (খ)

১১। 5 ফুট দীর্ঘ একটি তারকে এমনভাবে দুই ভাগ করা হলো যেন এক অংশ অন্য অংশের $\frac{2}{3}$। ছোট অংশটি কত ইঞ্চি লম্বা?

(ক) 8″ (খ) 12″

(গ) 24″ (ঘ) 36″

সমাধান : ধরি, বড় অংশ x ইঞ্চি

$\therefore$ ছোট $\left(x \text{ এর } \frac{2}{3}\right) = \frac{2x}{3}$ ইঞ্চি

$\therefore x + \frac{2x}{3} = 5 \times 12$ [$\because$ 1 ফুট = 12 ইঞ্চি]

$\Rightarrow \frac{3x+2x}{3} = 60$

$\Rightarrow 5x = 60 \times 3$

$\therefore x = 36$

$\therefore$ ছোট অংশের দৈর্ঘ্য $= \frac{2 \times 36}{3} = 24$ ইঞ্চি

উত্তর : (গ)

১২। খালেক ঈদ বোনাসের টাকার 1/3 অংশ খরচ করে একটি জ্যাকেট এবং 100 টাকা খরচ করে একটি শার্ট কিনলো। এই খরচ করার পর তার কাছে বোনাসের 1/2 অংশ টাকা রয়ে গেল। খালেক কত টাকা বোনাস পেয়েছিল?

(ক) 6000 (খ) 7200

(গ) 8400 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, খালেক x টাকা বোনাস পেয়েছিল।

$\therefore \frac{x}{3} + 100 = \frac{x}{2}$

বা, $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 100$

বা, $\frac{3x-2x}{6} = 100$

$\therefore x = 600$

সুতরাং সঠিক উত্তর কোনোটিই নয়

উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $2x + 15 = 27 - 4x$ কে সমাধান করলে x এর মান হবে-

(ক) -1 (খ) 2

(গ) -2 (ঘ) 3

০২। $3(3x - 4) = 2(4x - 3)$ কে সমাধান করলে x এর মান হবে-

(ক) 6 (খ) -4

(গ) -6 (ঘ) 3

০৩। কোন দুটি $x^2 - x - 6 = 0$ সমীকরণের মূল?

(ক) 2, 3 (খ) 2, -3

(গ) -2, 3 (ঘ) -2, -3

০৪। $(x + 1)(4x - 7) - (x - 1)(x + 5) = 3(x + 2)^2 +$ 5 হলে, x এর মান কত হবে?

(ক) 3 (খ) 5

(গ) -1 (ঘ) -3

০৫। $16x^2 - 8x + 9 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ের যোগফল কত?

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) 144 (ঘ) $\frac{9}{13}$

০৬। $\frac{x}{3} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x এর মান কত -

(ক) 1 (খ) 2, 3

(গ) 3, 4 (ঘ) $-2, 3$

০৭। $\left(\frac{5x}{6} + 3\right)$ এবং $\left(\frac{x}{3} + 10\right)$ পরস্পর সমান হলে x এর মান কত?

(ক) 14 (খ) 6

(গ) 7 (ঘ) $\frac{21}{2}$

০৮। $\left(\frac{2p-1}{5} + 1\right) = \left(\frac{p-1}{10}\right)$ সমীকরণে p এর মান কত?

(ক) $-\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) -3 (ঘ) 3

০৯। $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$ সমীকরণে x এর মান কত?

(ক) $\frac{a+b}{ab}$ (খ) $\frac{ab}{a+b}$

(গ) ab (ঘ) a + b

১০। একটি সংখ্যার বর্গের সাথে 4 যোগ করলে যোগফল 40 হয়। সংখ্যাটি কত?

(ক) 4 (খ) 5

(গ) 8 (ঘ) 6

১১। 25 থেকে কোন সংখ্যাকে বিয়োগ করলে বিয়োগফল ঐ সংখ্যা অপেক্ষা 5 বেশি হবে?

(ক) 7 (খ) 9

(গ) 10 (ঘ) 12

১২। কোন সংখ্যার দুই-তৃতীয়াংশ ঐ সংখ্যার চেয়ে 250 কম হলে সংখ্যাটি কত?

(ক) 720 (খ) 600

(গ) 580 (ঘ) 750

১৩। কোনো সংখ্যার দ্বিগুনের সাথে 3 যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটির অপেক্ষা 7 বেশি হয়। সংখ্যাটি কত?

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6

১৪। একটি সংখ্যার 3 গুণিতকের সাথে 6 যোগ করলে যোগফল 3 হয়। সংখ্যাটির দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল কত হবে?

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 5 (ঘ) 6

১৫। একটি সংখ্যার 5 গুণের সাথে তার বর্গ বিয়োগ করলে এবং 6 বিয়োগ করলে যোগফল শূন্য হয়। সংখ্যাটি -
(ক) 1 অথবা 2 (খ) 3 অথবা 4
(গ) 2 অথবা 3 (ঘ) 3 অথবা 4

১৬। কোন সংখ্যার $\frac{1}{3}$ সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অপেক্ষা 4 বেশি?
(ক) 30 (খ) 15
(গ) 45 (ঘ) 60

১৭। পরপর দুটি পূর্ণ সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের বর্গের পার্থক্য হবে 53।
(ক) 25, 26 (খ) 26, 27
(গ) 27, 28 (ঘ) 28, 29

১৮। দুটি সংখ্যার অন্তর 12। বড়টির সঙ্গে 1 যোগ করলে ছোটটির দ্বিগুণ হয়। সংখ্যা দুটি কত?
(ক) 35, 23 (খ) 20, 8
(গ) 30, 18 (ঘ) 25, 13

১৯। একটি সংখ্যার অর্ধেক তার এক-তৃতীয়াংশের চেয়ে 17 বেশি, সংখ্যাটি কত?
(ক) 52 (খ) 84
(গ) 102 (ঘ) 204

২০। মায়ের 30 বছর বয়সে কন্যার জন্ম হয়। মায়ের কত বছর বয়সে তার বয়স কন্যার দ্বিগুণ হবে?
(ক) 30 (খ) 50
(গ) 60 (ঘ) 70

২১। একটি ছাত্রাবাসে যতজন ছাত্র থাকে, তাদের প্রত্যেকের মাসিক খরচ তাদের মোট সংখ্যার দশগুণ। ঐ ছাত্রাবাসের সকল ছাত্রের মোট মাসিক খরচ 6,250 টাকা হলে ঐ ছাত্রাবাসে কতজন ছাত্র থাকে?
(ক) 15 (খ) 25
(গ) 35 (ঘ) কোনোটিই নয়

২২। যদি ক, খ থেকে 5 বছরের বড় এবং খ এর বয়স গ এর বয়সের দ্বিগুণ এবং তাদের মোট বয়স 50 বছর হলে ক এর বয়স কত?
(ক) 9 বছর (খ) 23 বছর
(গ) 18 বছর (ঘ) 13 বছর

২৩। কোন স্থানে যতজন লোক ছিল প্রত্যেকে তত পাঁচ টাকা করে চাঁদা দেয়ায় মোট 4500 টাকা আদায় হলো। এখানে লোক সংখ্যা কত?
(ক) 750 (খ) 900
(গ) 800 (ঘ) কোনোটিই নয়

২৪। বনি, ডলি ও লিলির মধ্যে 1,260 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যেন, ডলি লিলির সমান টাকা পায় এবং বনি ডলির দ্বিগুণ টাকা পায়। এতে বনি কত টাকা পেল?
(ক) 315 (খ) 530
(গ) 630 (ঘ) 525

২৫। ফারুকের বেতন কালামের বেতনের 1.2 গুণ। মালেকের বেতন কালামের বেতনের 0.8 গুণ। তাদের মোট বেতন 6300 টাকা হলে মালেকের বেতন কত?
(ক) 1680 (খ) 2100
(গ) 2510 (ঘ) কোনোটিই নয়

২৬। একটি পানি ভর্তি বালতির ওজন 16.5 কেজি। বালতির $\frac{1}{4}$ অংশ পানি ভর্তি থাকলে তার ওজন 5.25 কেজি হয়। খালি বালতির ওজন কত কেজি?
(ক) 2.5 (খ) 1.5
(গ) 3.5 (ঘ) 1.25

২৭। কোন সংখ্যা $\frac{3}{7}$ অংশ 48 এর সমান?
(ক) 128 (খ) 132
(গ) 112 (ঘ) 140

২৮। একটি কলম ও পেন্সিলের একত্রিত মূল্য 42 টাকা। যদি পেন্সিলের মূল্য কলমের মূল্যের $\frac{1}{6}$ অংশ হয়, তবে কলমের মূল্য কত?
(ক) 30 (খ) 32
(গ) 36 (ঘ) কোনোটিই নয়

২৯। দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং গুণফল 6 হলে, সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তরফল কত?
(ক) 4 (খ) 5
(গ) 7 (ঘ) 6

৩০। দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ। দশক স্থানীয় অঙ্ক 3 হলে বিনিময়কৃত সংখ্যাটি কত?
(ক) 39 (খ) 93
(গ) 31 (ঘ) 13

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	ক	০৩	গ	০৪	গ	০৫	খ
০৬	খ	০৭	ক	০৮	গ	০৯	খ	১০	ঘ
১১	গ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	খ	১৫	গ
১৬	ক	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	গ
২১	খ	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	ক
২৬	খ	২৭	গ	২৮	গ	২৯	খ	৩০	খ

অধ্যায় ১২
সরল সহসমীকরণ

একত্রে উপস্থাপিত এবং একই বৈশিষ্ট্যের দুটি চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে সরল সহসমীকরণ বলা হয়। আবার, এরূপ দুটি সমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোটও বলে। অর্থাৎ, অজ্ঞাত চলকগুলোর (x, y, z ইত্যাদি) মান দ্বারা একই সাথে একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে, সমীকরণগুলোকে একত্রে সহসমীকরণ বলে। উল্লেখ্য যে, অজ্ঞাত চলকগুলো একঘাত বিশিষ্ট হলে, উহাকে সরল সহসমীকরণ বলে।

যেমন: $x - y = 4$ সমীকরণটি x ও y এর অসংখ্য মান দ্বারা সিদ্ধ হবে। ($x = 5, y = 1$ বা, $x = 6, y = 2$ ইত্যাদি)। অপরদিকে, $x - y = 4$ এবং $x + y = 6$ সমীকরণ দুটি শুধুমাত্র $x = 5, y = 1$ মানের জন্য সিদ্ধ হতে পারে।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ০৫টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ০১টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - দ্বিচলক বিশিষ্ট একঘাত সহসমীকরণ
  - সংখ্যাভিত্তিক সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণের ব্যবহার

সরল সহসমীকরণ সমাধানের ৪টি পদ্ধতি আছে।

০১. প্রতিস্থাপন পদ্ধতি: এই পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করা হয়।

(ক) যে কোন সমীকরণ থেকে চলক দুইটির একটির মান অপরটির মাধ্যমে প্রকাশ।

(খ) অপর সমীকরণে প্রাপ্ত চলকের মানটি স্থাপন করে এক চলক বিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান করা।

(গ) নির্ণীত সমাধান প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির যে কোন একটিতে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

০২. অপনয়ন পদ্ধতি: এই পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করা যায়:

(ক) প্রদত্ত উভয় সমীকরণকে এমন দুইটি সংখ্যা বা রাশি দ্বারা পৃথকভাবে গুণ করতে হবে যেন যেকোনো একটি চলকের সহগের সাংখ্যিক মান সমান হয়।

(খ) একটি চলকের সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে সমীকরণ পরস্পর বিয়োগ, অন্যথায় যোগ করতে হবে। বিয়োগফলকৃত (বা যোগফলকৃত) সমীকরণটি একটি এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ হবে।

(গ) সরল সমীকরণ সমাধানের নিয়মে চলকটির মান নির্ণয় করা।

(ঘ) প্রাপ্ত চলকের মান প্রদত্ত যেকোনো একটি সমীকরণে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

০৩. লেখচিত্র পদ্ধতি : দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে। এ জাতীয় সমীকরণের লেখচিত্রে অসংখ্য বিন্দু থাকে। এরূপ কয়েকটি বিন্দু স্থাপন করে এদের পরস্পর সংযুক্ত করলেই লেখচিত্র পাওয়া যায়। সরল সহসমীকরণের প্রত্যেকটির অসংখ্য সমাধান রয়েছে। প্রত্যেকটি সমীকরণের লেখচিত্র একটি সরল রেখা। দুটি সমীকরণের দুটি সরল রেখা যে বিন্দুতে ছেদ করে সে বিন্দুটি ঐ সমীকরণ দুটির সমাধান।

০৪. আড়গুণন পদ্ধতি : আড়গুণন পদ্ধতিকে বজ্রগুণন পদ্ধতিও বলে।

উদাহরণ : $a_1x + b_1y + c_1 = 0 \ldots\ldots (1)$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \ldots\ldots (2)$

বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \Rightarrow x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

আবার, $\frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \Rightarrow y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা

মনে করি, $a_1x + b_1y = c_1$

$a_2x + b_2y = c_2$

এ দুটি সমীকরণের ক্ষেত্রে, সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা করে ৩টি ঘটনা হতে পারে।

ক্র.নং	সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস/অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
(i)	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
(ii)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
(iii)	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

এ বিষয়টি ৩টি উদাহরণের মাধ্যমে তুলে ধরা হল:

Case–01:	Case–02:	Case–03:
$2x-5y=3, x+3y=1$ এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{1}$ y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-5}{3}$ এখানে, $\frac{2}{1}\neq\frac{-5}{3}$ ∴ সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।	$x+3y=1, 2x+6y=2$ এখানে,x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$ y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$ ∴ ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$ অতএব, সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।	$3x-5y=7, 6x-10=15$ এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$ y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-5}{-10}$ বা $\frac{1}{2}$ ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{15}$ ∴ $\frac{3}{6}=\frac{-5}{-10}\neq\frac{7}{15}$ ∴ সমীকরণ জোট অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। এক্ষেত্রে সমীকরণ জোটের কোনো সমাধান নেই।

Type-01 : দ্বিচলক বিশিষ্ট একঘাত সহসমীকরণ

এ ধরনের সমস্যাবলিতে একঘাত বিশিষ্ট দুই চলক সম্বলিত দুটি সমীকরণ হতে চলকদ্বয়ের মান নির্ণয় করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $(x-y,3)=(0,x+2y)$ হলে, $(x,y)=$ কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) (1,1) (খ) (1,3)

(গ) $(-1,-1)$ (ঘ) $(-3,1)$

সমাধান : এভাবে সমাধান আসলে সমীকরণটি সাজিয়ে নিতে হয় এভাবে–

$x-y=0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

$x+2y=3 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

$-3y=-3$ [বিয়োগ করে]

$\therefore y=1$

এখন, y এর মান (i)নং এ বসিয়ে পাই,

$x-y=0 \therefore x=1$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $(x,y)=(1,1)$

উত্তর : (ক)

০২। $3x-7y+10=0$ এবং $y-2x-3=0$ এর সমাধান– [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x=1, y=-1$ (খ) $x=1, y=1$

(গ) $x=-1, y=-1$ (ঘ) $x=-1, y=1$

সমাধান : $3x-7y+10=0$ .....(i)

$y-2x-3=0$ .....(ii)

(i) + (ii) × 7 করে পাই,

$3x-7y+10=0$

$7y-14x-21=0$

$-11x-11=0$ [যোগ করে]

$\Rightarrow -11x=11 \ \therefore x=-1$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসালে,

$3(-1)-7y+10=0$

$\Rightarrow -3-7y+10=0$

$\Rightarrow -7y=-7$

$\Rightarrow y=\frac{-7}{-7}$

$\therefore y=1$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x,y)=(-1,1)$

উত্তর : (ঘ)

০৩। যদি $x+5y=16$ এবং $x=3y$ হয়, তাহলে $y=$ কত? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) –24 (খ) –2

(গ) 8 (ঘ) 2

সমাধান : $x+5y=16$

বা, $3y+5y=16$ [$\because x=3y$]

বা, $8y=16$

$\therefore y=2$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $x+y=0$ এবং $2x-y+3=0$ সরলরেখা দুটি কোন বিন্দুতে ছেদ করে? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ (খ) (1,1)

(গ) $(-3,3)$ (ঘ) $(-1,1)$

সমাধান : $x+y=0 \ldots\ldots\ldots$ (i)

$2x-y=-3 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(i) ও (ii) নং কে যোগ করে পাই, $3x=-3$

$\therefore x=-1$

আবার, (i) নং-এ x এর মান বসালে,

$-1+y=0$

$\therefore y=1$

সুতরাং রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $(-1,1)$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $2x + 3y = 36, 2x + y = 16$ হলে (x, y) এর মান কত?

(ক) (6, 4) (খ) (3, 10)
(গ) (10, 9) (ঘ) (10, 3)

সমাধান : এখানে,
$2x + 3y = 36$ ..... (i)
$2x + y = 16$ ..... (ii)
(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,
$2y = 20$
$\therefore y = 10$
(ii) নং এ $y = 10$ বসিয়ে পাই,
$2x + 10 = 16$
বা, $2x = 6$
$\therefore x = 3$
$\therefore (x, y) = (3, 10)$
উত্তর : (খ)

০২। $(2x - 6, 5) = (4, 2y - 5)$ হলে (x, y) এর মান কত?

(ক) (6, 5) (খ) (5, 5)
(গ) (2, 5) (ঘ) (10, 10)

সমাধান : এখানে, $2x - 6 = 4$
$\Rightarrow 2x = 10 \quad \therefore x = 5$
আবার, $2y - 5 = 5$
$\Rightarrow 2y = 10 \quad \therefore y = 5$
$\therefore (x, y) = (5, 5)$
উত্তর : (খ)

০৩। $2x + 3y = 7$ এবং $5x - 2y = 8$ হলে (x, y) এর মান কত?

(ক) (2,1) (খ) (1,2)
(গ) (3,1) (ঘ) (1,3)

সমাধান : $2x + 3y = 7$ .....(i)
$5x - 2y = 8$ .....(ii)
(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,
$4x + 6y = 14$
$15x - 6y = 24$
$19x = 38$ [যোগ করে]
$\therefore x = 2$, এখন, x এর মান (i)নং এ বসিয়ে পাই,
$2 \times 2 + 3y = 7$
$\Rightarrow 3y = 7 - 4$
$\therefore y = 1$
সুতরাং $(x, y) = (2, 1)$
$\therefore (x, y) = (2, 1)$
উত্তর : (ক)

০৪। $2x = 3y$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে (x, y) হবে:

(ক) (6,4) (খ) (3,2)
(গ) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{3}\right)$ (ঘ) $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

সমাধান : $2x = 3y$
বা, $x = \frac{3y}{2}$ ..... (i)
এবং $3x - 2y = 5$
বা, $3 \times \frac{3}{2}y - 2y = 5$ [(i)নং হতে মান বসিয়ে]
বা, $\frac{9y - 4y}{2} = 5$
বা, $5y = 10$
$\therefore y = 2$
আবার, $2x = 3 \times 2$
$\therefore x = 3$
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$
উত্তর : (খ)

Type-02 : সংখ্যাভিত্তিক সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণের ব্যবহার

এ ধরনের সমস্যাবলিতে সংখ্যাভিত্তিক সমস্যা নিয়ে উদ্দীপক গঠন করা হয়। উক্ত উদ্দীপক হতে চলক নিরূপণ করে সহসমীকরণ গঠন করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $x^2 + y^2 = 185, x - y = 3$ এর একটি সমাধান হল : [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) (7, 4) (খ) (9, 6)
(গ) (10, 7) (ঘ) (11, 8)

সমাধান : $x^2 + y^2 = 185$ ..... (i)
$x - y = 3$ ..... (ii)
(i) নং হতে পাই, $(x - y)^2 + 2xy = 185$
$\Rightarrow 2xy = 185 - 9$ [(ii)নং হতে $x - y = 3$ বসিয়ে]
$\Rightarrow 2xy = 176$
$\Rightarrow xy = 88$
$\therefore (x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$
$= 3^2 + 4 \times 88$
$= 9 + 352$
$\Rightarrow (x + y)^2 = 361$
$\therefore x + y = 19$ ..... (iii)
(ii) + (iii) $\Rightarrow 2x = 22$
$\therefore x = 11$
(iii)নং এ $x = 11$ বসিয়ে পাই, $11 + y = 19$
$\therefore y = 8$
$\therefore (x, y) = (11, 8)$
উত্তর : (ঘ)

০২। ক ও খ দুটি সংখ্যা। ক এর $\frac{1}{2}$ এবং খ এর $\frac{1}{3}$ অংশ যোগ করলে 45 হবে। খ এর অর্ধেক এবং ক এর $\frac{1}{5}$ অংশ যোগ করলে 40 হয়। ক ও খ এর মান কত? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ক = 50, খ = 60 (খ) ক = 60, খ = 50

(গ) ক =40, খ = 48 (ঘ) ক = 60, খ =48

সমাধান : $\frac{ক}{2}+\frac{খ}{3}=45$ ... ... (i)

$\frac{ক}{5}+\frac{খ}{2}=40$ ... ... (ii)

(i) $\times\frac{1}{2}$ − (ii) $\times\frac{1}{3}\Rightarrow$

$\frac{ক}{4}+\frac{খ}{6}-\frac{ক}{15}-\frac{খ}{6}=\frac{45}{2}-\frac{40}{3}$

$\Rightarrow\frac{ক}{4}-\frac{ক}{15}=\frac{45}{2}-\frac{40}{3}$

$\Rightarrow\frac{15ক-4ক}{60}=\frac{135-80}{6}$

$\Rightarrow\frac{11ক}{10}=55$

$\Rightarrow ক=\frac{55\times10}{11}$

$\therefore$ ক = 50

(i) নং হতে, $\frac{50}{2}+\frac{খ}{3}=45$

$\Rightarrow\frac{খ}{3}=45-25$

$\Rightarrow$ খ = 20 × 3

$\therefore$ খ = 60

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 2টি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) 36 (খ) 37

(গ) 38 (ঘ) 40

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি a ও b; যেখানে a > b

$\therefore a+b=48$ ... ... (i)

এবং ab = 432

আমরা জানি, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$\Rightarrow(a-b)^2=(48)^2-4\times432$

$\Rightarrow(a-b)^2=2304-1728$

$\Rightarrow(a-b)^2=576$

$\therefore a-b=24$ ... ... (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow 2a=72$

$\therefore a=36$

(i) নং এ a এর মান বসিয়ে, 36 + b = 48

$\therefore$ b = 12

সুতরাং বড় সংখ্যাটি 36

উত্তর : (ক)

০২। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি কত?

(ক) $\frac{5}{7}$ (খ) $\frac{5}{6}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{7}{9}$

সমাধান : ধরি, ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x+7}{y}=2$.....(i)

এবং $\frac{x}{y-2}=1$.....(ii)

(i) নং হতে পাই,

$x+7=2y$

$\Rightarrow x-2y=-7$.....(iii)

এবং (ii) নং হতে পাই,

$x=y-2$

$\Rightarrow x-y=-2$.....(iv)

(iii) − (iv) $\Rightarrow x-2y-x+y=-7+2$

$\Rightarrow -y=-5$

$\therefore y=5$

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x-2\times5=-7$

$\Rightarrow x=-7+10$

$\therefore x=3$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$

উত্তর : (গ)

০৩। দুটি সংখ্যার গুণফল 40 এবং ভাগফল $\frac{5}{2}$ হলে সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল কত?

(ক) 22 (খ) 41

(গ) 13 (ঘ) 14

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুটি x ও y ; যেখানে, x > y

প্রশ্নানুসারে, xy = 40 .....(i)

এবং $\frac{x}{y}=\frac{5}{2}$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে পাই, $x=\frac{5y}{2}$ ... ... (iii)

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$\frac{5y}{2}.y=40$

$\Rightarrow\frac{5y^2}{2}=40$

$\Rightarrow 5y^2=80$

$\Rightarrow y^2=16$

$\therefore y=4$

y এর মান (iii) এ বসিয়ে, $x=\frac{5\times4}{2}=10$

$\therefore$ সংখ্যা দুটি 10 ও 4 এবং এদের যোগফল = 10 + 4 = 14

উত্তর : (ঘ)

০৪। দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তরফল কত?

(ক) 4 (খ) 5

(গ) 6 (ঘ) 7

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুটি x ও y

$\therefore x^2 + y^2 = 13$

এবং $xy = 6$

$\therefore x^2 - y^2 = \sqrt{(x^2+y^2)^2 - 4x^2y^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - 4(xy)^2}$

$= \sqrt{169 - 4(6)^2}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

উত্তর : (খ)

০৫। দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার পার্থক্য 2 এবং গুণফল 24 হলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত?

(ক) 2 (খ) 4

(গ) 6 (ঘ) 8

সমাধান : ধরি, বৃহত্তম সংখ্যাটি x এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি y

প্রশ্নমতে, $x - y = 2$ .... (i)

এবং $xy = 24$ ..... (ii)

আমরা জানি, $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

$= 2^2 + 4 \times 24 = 100$

$\therefore x + y = 10$ .... (iii)

(i) + (iii) করে, $x - y = 2$

$x + y = 10$

$2x = 12$

$\therefore x = 6$

$\therefore$ (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $y = \frac{24}{6} = 4$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা 4

উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $2x + 3y = 1$ এবং $5x - 2y + 7 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত?

(ক) (1, 1) (খ) (3, 4)

(গ) (−1, 1) (ঘ) (2, −1)

০২। $3x + 7y = 10$ এবং $4x - y = 3$ হলে x ও y এর মান হবে যথাক্রমে –

(ক) (1, 1) (খ) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

(গ) (2, 1) (ঘ) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

০৩। k–এর কোন মানের জন্য $2x + 5y + 8 = 0$ এবং $2x - ky = 3$ সমীকরণ দুটির কোনো সমাধান থাকবে না?

(ক) −5 (খ) 5

(গ) 0 (ঘ) $\frac{1}{5}$

০৪। $y = x + 3$ এবং $y = -x - 3$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কোনটি?

(ক) (−3,0) (খ) (3,0)

(গ) (0,3) (ঘ) (0. −3)

০৫। 2টি সংখ্যার গুণফল 189 এবং যোগফল 30। সংখ্যা 2টি কত?

(ক) 18, 9 (খ) 10, 3

(গ) 63, 3 (ঘ) কোনোটিই নয়

০৬। দুটি সংখ্যার বিয়োগফল 37 এবং যোগফল বিয়োগফলের 11 গুণ। সংখ্যা দুটি কত?

(ক) 20, 57 (খ) 19, 56

(গ) 185, 222 (ঘ) 170, 207

০৭। যদি দুটি সংখ্যার গুণফল 96 এবং সংখ্যা দুটির যোগফল 22 হয় তবে ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) 4 (খ) 6

(গ) 8 (ঘ) কোনোটিই নয়

০৮। বাবু ও তপুর কাছে কিছু মার্বেল আছে। বাবু যদি তপুকে 10টি মার্বেল দিয়ে দেয় তবে তাদের মার্বেলের সংখ্যা সমান হবে। আর তপু যদি বাবুকে 20টি মার্বেল দেয় তবে বাবুর মার্বেল সংখ্যা দ্বিগুণ হবে বাবুর কাছে কয়টি মার্বেল আছে?

(ক) 100 (খ) 120

(গ) 140 (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ হলে, (x,y) = কত?

(ক) (2, 5) (খ) (4, 3)

(গ) (2, 6) (ঘ) (6, 2)

১০। একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যা $\frac{2}{3}$ গুণ। সংখ্যা দুটির সমষ্টি 100 হলে, সংখ্যা দুটি হবে–

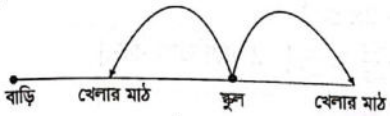
(ক) 50, 40 (খ) 60, 50

(গ) 60, 40 (ঘ) 70, 60

উত্তরমালা									
০১	গ	০২	ক	০৩	ক	০৪	ক	০৫	ঘ
০৬	গ	০৭	খ	০৮	ক	০৯	ঘ	১০	গ

অধ্যায় ১৩
সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

ধরা যাক, মীনার বাসা থেকে স্কুলের দূরত্ব ৫ কি.মি.। সারাদিন স্কুলে ক্লাস করার পর মীনা ১ কি.মি. এর মধ্যে একটি ছোট মাঠে নিয়মিত খেলতে যায়। বর্তমানে বাসা থেকে যদি সে x কি.মি. দূরে অবস্থান করে তবে x এর দুটি সীমা হতে পারে:



এখানে স্কুল হতে খেলার মাঠের দূরত্ব বাড়ি হতে স্কুলের দিকে সোজাপথে হতে পারে এবং বিপরীত দিকেও হতে পারে। কারণ কোনো নির্দিষ্ট দিক উল্লেখ করা নেই।

সুতরাং, সোজাপথে মিনার বর্তমান অবস্থান A বিন্দুতে হলে x এর মান হবে = (5 + 1) = 6 কি.মি.

এবং মিনার অবস্থান B বিন্দুতে হলে x এর সর্বনিম্ন মান হবে = (5−1) = 4 কি.মি.

সুতরাং, গাণিতিকভাবে x এর ব্যাপ্তি হবে $4 \le x \le 6$

সুতরাং, অসমতা কোনো নির্দিষ্ট মান নির্দেশ করে না। এটি শুধুমাত্র একটি সীমারেখা নির্দেশ করে যেটি বাস্তবিক বিভিন্ন ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। বাস্তব জীবনে এর একটি প্রয়োগ আমরা দেখতে পাই সামাজিক অনুষ্ঠানে। ধরে নেই ৫০০ জন অতিথিকে নিমন্ত্রণ করা হয়েছে। অধিকাংশ ক্ষেত্রেই সকল অতিথির পক্ষে নিমন্ত্রণ রক্ষা করা সম্ভব নয়। আবার, অতিথির সংখ্যা শূন্য হওয়ারও কোনো সম্ভাবনা সাধারণত থাকে না। সুতরাং এক্ষেত্রেও অতিথির সংখ্যা x কে একটি সীমায় প্রকাশ করা যায়: $0 < x < 500$

অসমতার ব্যবহারিক প্রয়োগ আরো দেখতে পাওয়া যায় দালান কোটা তৈরিতে, কারখানায় পণ্য তৈরিতে, কোনো কাঁচামালের হিসাব তৈরি করতে ক্রয়মূল্য-বিক্রয়মূল্য এ ধরনের বিভিন্ন ক্ষেত্রে।

এ আলোচনা থেকে আমরা অসমতার কেতাবি সংজ্ঞা বানিয়ে ফেলতে পারি যদি দুটি সংখ্যা বা রাশি একটি নির্দিষ্ট সীমারেখায় অসমান হয়, তবে উহার গাণিতিক প্রকাশকে অসমতা বলে। অসমতা প্রকাশে $<, >, \le, \ge$ চিহ্নগুলো ব্যবহার করা হয়।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে কোনো প্রশ্ন আসেনি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ১১টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সরল অসমতা
  - ভগ্নাংশের অসমতা সম্পর্কিত সমস্যা
  - অসমতায় পরমমান যুক্ত সমস্যাবলি

অসমতা সম্পর্কিত প্রাথমিক ধারণা

যদি a ও b যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হয় তবে $a > b$ যদি ও কেবল যদি $(a - b) > 0$ এবং $a < b$ যদি ও কেবল যদি $(a - b) < 0$ হয়

অসমতার বিধিসমূহ:

- $a > b \Leftrightarrow b < a$
- $a > b$ হলে যেকোনো c এর জন্য $a + c > b + c$ এবং $a - c > b - c$
  অর্থাৎ অসমতার উভয় পক্ষে একটি নির্দিষ্ট বাস্তব সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ করলে অসমতার চিহ্নের কোন পরিবর্তন হয় না।
- $a > b$ হলে যেকোনো c এর জন্য $ac > bc$ এবং $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ যখন $c > 0$ এবং $ac < bc$ এবং $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ যখন $c < 0$
  অর্থাৎ, অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের রাশিকে ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হবে না কিন্তু ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হবে।
- $a + b < c \Rightarrow a < c - b$
  অর্থাৎ অসমতা চিহ্নের বামপক্ষের কোনো রাশিকে ডানপক্ষ বা ডানপক্ষের কোনো রাশিকে বামপক্ষে পক্ষান্তর করলে রাশির চিহ্ন পরিবর্তন হবে তবে অসমতা চিহ্নের পরিবর্তন হবে না।

অসমতার সাধারণ বিষয়: অসমতার ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে যে,

→ $a \ge b$ এর অর্থ $a > b$ অথবা $a = b$

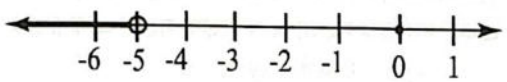
→ $a \le b$ এর অর্থ $a < b$ অথবা $a = b$

→ $a < b < c$ এর অর্থ $a < b$ অথবা $b < c$ অর্থাৎ $a < c$

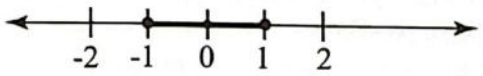
অসমতার ক্ষেত্রে সংখ্যারেখার ধারণা:

সমীকরণের সমাধান যেমন একটি সমতা দ্বারা প্রকাশ পায়, অসমতার সমাধান তেমনি একটি অসমতা দ্বারা প্রকাশ পায়। অসমতার সমাধান সেট সাধারণত বাস্তব সংখ্যার একটি উপসেট যার উপাদান সংখ্যা অসীম।

যেমন: $x < -5$ সমাধান সেটটি নিচে অঙ্কিত সংখ্যা রেখা-



$-1 \le x \le 1$ এর সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখানো হল:



অর্থাৎ x এর মান প্রদর্শিত −1 থেকে 1 সীমারেখায় চিহ্নিত করা হয়েছে।

Type-01 : সরল অসমতা

অসমতার সাধারণ বিধিসমূহ ব্যবহার করে সাধারণ বা সরল অসমতা সমাধান করা যায়।

Case – 1 : অসমতা সম্পর্কিত সাধারণ সমস্যাবলি

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $3x - 2 > 2x - 1$ এর সমাধান সেট কোনটি?
[৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $[1, \infty)$ (খ) $(1, \infty)$
(গ) $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ (ঘ) $[-1, \infty)$

সমাধান : $3x - 2 > 2x - 1$
$\Rightarrow 3x - 2x > -1 + 2$
$\Rightarrow x > 1$
অর্থাৎ x এর মান 1 এর চেয়ে বড় এবং অসীম থেকে ছোট।
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $a > b$ এবং $c > 0$ হয়, তবে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
(ক) $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (খ) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
(গ) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (ঘ) $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

সমাধান : $\therefore a > b$ এবং $c > 0$ $\therefore \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ [অসমতার উভয় পক্ষকে ধনাত্মক সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হবে না]
উত্তর : (খ)

০২। $X > Y$ এবং $XY < 0$ হলে নিচের কোনটি ঋণাত্মক হবে?
(ক) X (খ) Y
(গ) $X - Y$ (ঘ) $X^2 - Y^2$

সমাধান : XY –এর মান শূন্য (0) থেকে ছোট অর্থাৎ ঋণাত্মক। তাহলে, X ও Y –এর মধ্যে যে কোনো একটি ঋণাত্মক। কিন্তু শর্তানুসারে $X > Y$ । সুতরাং Y অবশ্যই ঋণাত্মক।
উত্তর : (খ)

০৩। যদি $xy > 0$ এবং $yz < 0$ হয় নিচের কোনটি অবশ্যই ঋণাত্মক সংখ্যা?
(ক) xyz (খ) xyz^2
(গ) xy^2z (ঘ) xy^2z^2

সমাধান : $xy > 0$ অর্থাৎ xy এর গুণফল ধনাত্মক সংখ্যা।
$yz < 0$ অর্থাৎ yz এর গুণফল ঋণাত্মক সংখ্যা।
এখন, ধনাত্মক সংখ্যা × ঋণাত্মক সংখ্যা = ঋণাত্মক সংখ্যা
$\therefore xy \times yz < 0$ অর্থাৎ $xy^2z < 0$
উত্তর : (গ)

০৪। যদি $(x + y) > 5$ এবং $(x - y) > 3$ হয়, তবে x এর মান নিচের কোনটি?
(ক) $x < 3$ (খ) $x > 3$
(গ) $x > 4$ (ঘ) $x < 5$

সমাধান : $x + y > 5$.....(i) $x - y > 3$.....(ii)
(i) নং (ii) নং অসমতা যোগ করে পাই,
$2x > 8$ $\therefore x > 4$
উত্তর : (গ)

০৫। যদি $1 - 2x \leq 3$, তাহলে -
(ক) $x \leq -2$ (খ) $x \geq -2$
(গ) $x \leq -1$ (ঘ) $x \geq -1$

সমাধান : $1 - 2x \leq 3$
বা, $1 - 2x - 1 \leq 3 - 1$
বা, $-2x \leq 2$
বা, $\frac{-2x}{-2} \geq \frac{2}{-2}$ [–2 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore x \geq -1$
উত্তর : (ঘ)

০৬। $-2x - 5 > x - 2$ অসমতাটির সমাধান হবে -
(ক) $x > 1$ (খ) $x < -1$
(গ) $x < 1$ (ঘ) $x > 3$

সমাধান : $-2x - 5 > x - 2$
বা, $-2x - x > -2 + 5$
বা, $-3x > 3$
বা, $\frac{-3x}{-3} < \frac{3}{-3}$ [–3 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore x < -1$
উত্তর : (খ)

Case – 2 : অসমতার দ্বিঘাত সমীকরণ সম্পর্কিত সমস্যা

দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়া:

(i) দ্বিঘাত সমীকরণের সমস্ত পদকে বামপক্ষে নিয়ে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হবে। অর্থাৎ ডানপক্ষে শূন্য করতে হবে।

যেমন: $x^2 + 12 > 7x$
$\Rightarrow x^2 - 7x + 12 > 0$
[ডানপক্ষের 7x কে বামপাশে আনা হয়েছে]
$\Rightarrow x^2 - 4x - 3x + 12 > 0$
$\Rightarrow x(x-4) - 3(x-4) > 0$
$\Rightarrow (x-4)(x-3) > 0$
[Middle Term ফর্মুলায় উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা হয়েছে]

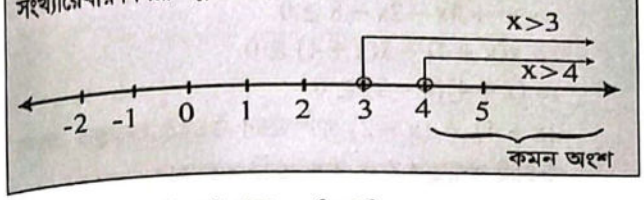
(ii) উৎপাদকে বিশ্লেষণে প্রাপ্ত উৎপাদকদ্বয় এবং ডানপক্ষের শূন্যের মাঝে যদি 'গ্রেটার দ্যান (>)' চিহ্ন থাকে তবে,
(a) উভয় উৎপাদক শূন্য (0) থেকে বড় হলে সমীকরণ সত্য হবে।

অথবা (b) উভয় উৎপাদক শূন্য (0) থেকে ছোট হলে সমীকরণ সত্য হবে।

উদাহরণ: $(x-4)(x-3) > 0$
তাহলে, (a) $x - 4 > 0$ এবং $x - 3 > 0$
$\Rightarrow x > 4$ এবং $x > 3$
$\therefore x > 4$

এখানে কেনো শুধু $x > 4$ লিখা হলো?

কারণ, x এর মান 3 থেকে বড় এবং 4 থেকে বড় এর মানে 3 ও 4 -এর কমন অংশই হবে x এর সমাধান অংশ।
সংখ্যারেখায় বিষয়টি ক্লিয়ার হয়-



অথবা (b) $x-4 < 0$ এবং $x-3 < 0$
$\Rightarrow x < 4$ বা, $x < 3$
$\therefore x < 3$

এখানে কেন শুধু $x < 3$ লিখা হলো?
[সংখ্যারেখা দিয়ে নিজে বোঝার চেষ্টা করুন।]

(iii) উৎপাদকে বিশ্লেষণে প্রাপ্ত উৎপাদকদ্বয় এবং শূন্যের মাঝে যদি 'লেস দ্যান (<)' চিহ্ন থাকে তবে,

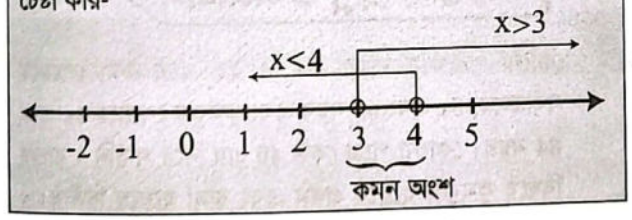
(a) প্রথম উৎপাদকটি শূন্য থেকে ছোট এবং দ্বিতীয়টি শূন্য থেকে বড় হবে।

অথবা (b) প্রথম উৎপাদকটি শূন্য থেকে বড় এবং দ্বিতীয়টি শূন্য থেকে ছোট হবে।

উদাহরণ: $(x-4)(x-3) < 0$
তাহলে, (a) $x-4 < 0$ এবং $x-3 > 0$
$\Rightarrow x < 4$ এবং $x > 3$
$\therefore 3 < x < 4$

এখানে কেন $3 < x < 4$ লিখা হয়েছে?

কারণ, x এর মান 4 থেকে ছোট এবং 3 থেকে বড় বলতে এদের কমন অংশই x এর সমাধান অংশ। বিষয়টি সংখ্যারেখায় বোঝার চেষ্টা করি-



অথবা (b) $x-4 > 0$ এবং $x-3 < 0$
$\Rightarrow x > 4$ এবং $x < 3$ $\therefore \emptyset$

এখানে $\emptyset$ লেখা হলো কেন?
[সংখ্যারেখা দিয়ে নিজে বোঝার চেষ্টা করুন।]

❖ ব্যবধির আলোচনা: a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং $a < b$ হলে,

ক) $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ কে খোলা ব্যবধি (Open interval) বলে।

খ) $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \le x \le b\}$ কে বদ্ধ ব্যবধি (Closed interval) বলে।

গ) $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \le b\}$ এবং $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \le x < b\}$ কে যথাক্রমে খোলা- বদ্ধ ও বদ্ধ -খোলা ব্যবধি বলে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x > 3, x < 2$ (খ) $2 > x > 3$
(গ) $x < 2$ (ঘ) $2 < x < 3$

সমাধান : $5x - x^2 - 6 > 0$
$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$ [(–1) দ্বারা গুণ করে]
$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0$
$\Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$
এখন, $(x-3)$ ও $(x-2)$ রাশিদ্বয়ের একটি ধনাত্মক এবং অপরটি ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।
শর্ত-(i): $x-3 < 0$ এবং $x-2 > 0$
$\Rightarrow x < 3$ এবং $x > 2$
অর্থাৎ $2 < x < 3$
শর্ত-(ii): $x-3 > 0$ এবং $x-2 < 0$
$\Rightarrow x > 3$ এবং $x < 2$
অর্থাৎ ফাঁকা সেট
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $2 < x < 3$
উত্তর : (ঘ)

০২। $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$
(খ) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$
(গ) $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$
(ঘ) $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$

সমাধান : $x^2 - 3x - 10 > 0$
$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 > 0$
$\Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) > 0$
$\Rightarrow (x-5)(x+2) > 0$
এখন, $(x-5)$ ও $(x+2)$ রাশিদ্বয়ের উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।
শর্ত-(i): $x-5 > 0$ এবং $x+2 > 0$
$\Rightarrow x > 5$ এবং $x > -2$
$\Rightarrow x > 5$ [কমন অংশ নিয়ে]
শর্ত-(ii): $x-5 < 0$ এবং $x+2 < 0$
$\Rightarrow x < 5$ এবং $x < -2$
$\Rightarrow x < -2$ [কমন অংশ নিয়ে]
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x < -2$ অথবা $x > 5$
$\Rightarrow (-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$
উত্তর : (খ)

০৩। $2x^2 + 5x + 3 < 0$ এর সমাধান কোনটি? [৩৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-\frac{3}{2} < x < -1$ (খ) $-\frac{3}{2} < x < 1$
(গ) $-\frac{3}{2} \le x \le 1$ (ঘ) $-\frac{3}{2} < x \le 1$

সমাধান : $2x^2 + 5x + 3 < 0$
$\Rightarrow 2x^2 + 3x + 2x + 3 < 0$
$\Rightarrow x(2x+3) + 1(2x+3) < 0$
$\Rightarrow (2x+3)(x+1) < 0$

এখন, $(2x+3)$ ও $(x+1)$ রাশিদ্বয়ের একটি ধনাত্মক এবং অপরটি ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।

শর্ত-(i): $(2x+3)>0$ এবং $(x+1)<0$

$\Rightarrow x>-\frac{3}{2}$ এবং $x<-1$

অর্থাৎ $-\frac{3}{2}<x<-1$

শর্ত-(ii): $(2x+3)<0$ এবং $(x+1)>0$

$\Rightarrow x<-\frac{3}{2}$ এবং $x>-1$

অর্থাৎ ফাঁকা সেট

উত্তর : (ক)

০৪। $x^2-5x+6<0$ হলে- [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $2<x<3$ (খ) $-3<x<-2$

(গ) $x<2$ (ঘ) $x<3$

সমাধান : $x^2-5x+6<0$

$\Rightarrow x^2-3x-2x+6<0$

$\Rightarrow x(x-3)-2(x-3)<0$

$\Rightarrow (x-3)(x-2)<0$

এখন, $(x-3)$ ও $(x-2)$ রাশিদ্বয়ের একটি ধনাত্মক এবং অপরটি ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।

শর্ত-(i): $x-3<0$ এবং $x-2>0$

$\Rightarrow x<3$ এবং $x>2$

অর্থাৎ $2<x<3$

শর্ত-(ii): $x-3>0$ এবং $x-2<0$

$\Rightarrow x>3$ এবং $x<2$

অর্থাৎ ফাঁকা সেট

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $2<x<3$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $x^2-7x+12<0$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি সত্য?

(ক) $x<3$ (খ) $-4<x<-3$

(গ) $3<x<4$ (ঘ) $x>4$

সমাধান : $x^2-7x+12<0$

$\Rightarrow x^2-4x-3x+12<0$

$\Rightarrow x(x-4)-3(x-4)<0$

$\Rightarrow (x-4)(x-3)<0$

এখন, $(x-4)$ ও $(x-3)$ রাশিদ্বয়ের একটি ধনাত্মক এবং অপরটি ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।

তাহলে, (i) $x-4>0$ এবং $x-3<0$

অথবা (ii) $x-4<0$ এবং $x-3>0$

এখন, (i) $x-4>0$ এবং $x-3<0$

$\Rightarrow x>4$ এবং $x<3$

অর্থাৎ ফাঁকা সেট

অথবা (ii) $x-4<0$ এবং $x-3>0$

$\Rightarrow x<4$ এবং $x>3$

$\Rightarrow 3<x<4$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $3<x<4$

উত্তর : (গ)

০২। $x^2+2x-8\geq 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?

(ক) $(-\infty,-4]\cup[2,\infty)$ (খ) $(\infty,-4]\cup[2,\infty)$

(গ) $(\infty,-4]\cup[2,\infty)$ (ঘ) $(\infty,4]\cup(2,\infty)$

সমাধান : $x^2+2x-8\geq 0$

$\Rightarrow x^2+4x-2x-8\geq 0$

$\Rightarrow x(x+4)-2(x+4)\geq 0$

$\Rightarrow (x+4)(x-2)\geq 0$

$(x+4)$ ও $(x-2)$ রাশিদ্বয়ের উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হলে, অসমতাটি সত্য হবে।

তাহলে, (i) $x+4\geq 0$ এবং $x-2\geq 0$

অথবা (ii) $x+4\leq 0$ এবং $x-2\leq 0$

এখন, (i) $x+4\geq 0$ এবং $x-2\geq 0$

$\Rightarrow x\geq -4$ এবং $x\geq 2$

$\Rightarrow x\geq 2$ [কমন অংশ নিয়ে]

$\therefore [2,\infty)$ [খোলা ও বন্ধ ব্যবধির সংজ্ঞানুসারে]

অথবা (ii) $x+4\leq 0$ এবং $x-2\leq 0$

$\Rightarrow x\leq -4$ এবং $x\leq 2$

$\Rightarrow x\leq -4$ [কমন অংশ নিয়ে]

$\therefore (-\infty,-4]$[খোলা ও বন্ধ ব্যবধির সংজ্ঞানুসারে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(-\infty,-4]$ অথবা $[2,\infty)$

$\Rightarrow (-\infty,-4]\cup[2,\infty)$

উত্তর : (ক)

Case - 3 : অসমতা বিষয়ক বাস্তবিক সমস্যা

বাস্তবিক সমস্যাকে অসমতায় প্রকাশ করে অসমতার বিধি ব্যবহার করে সমাধান করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো পরীক্ষায় বাংলা ১ম ও ২য় পত্রে রুমা পেয়েছে যথাক্রমে, $5x$ এবং $6x$ নম্বর এবং কুমকুম পেয়েছে $4x$ এবং 84 নম্বর। কোনো পত্রে কেউ 40 এর নিচে পায়নি । বাংলা বিষয়ে কুমকুম হয়েছে প্রথম এবং রুমা হয়েছে দ্বিতীয়। x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি?

(ক) $0<x<12$ (খ) $10\leq x<12$

(গ) $x\geq 10$ (ঘ) $10<x\leq 12$

সমাধান : রুমা পেয়েছে মোট $5x+6x$ নম্বর

এবং কুমকুম পেয়েছে মোট $4x+84$ নম্বর

প্রশ্নমতে, $5x+6x<4x+84$

$\Rightarrow 5x+6x-4x<84 \Rightarrow 7x<84$

$\Rightarrow x<\frac{84}{7}$ $\therefore x<12$

যেহেতু সর্বনিম্ন নম্বর $4x$ তাই

$4x\geq 40 \Rightarrow x\geq 10$

অতএব সমাধান, $10\leq x<12$

উত্তর : (খ)

০২। একজন ছাত্র 5 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 8 টাকা দরে (x + 4) টি খাতা কিনেছে মোট মূল্য অনূর্ধ্ব 97 টাকা হলে, x এর সম্ভব্য মান কত?

(ক) সর্বোচ্চ 5 টি (খ) সর্বনিম্ন 5 টি
(গ) সর্বোচ্চ 3 টি (ঘ) 5 টি

সমাধান : x টি পেন্সিলের দাম 5x টাকা এবং x + 4 টি খাতার দাম 8(x + 4) টাকা।

প্রশ্নমতে, $5x + 8(x + 4) \le 97$

$\Rightarrow 5x + 8x + 32 \le 97$

$\Rightarrow 13x \le 65 \Rightarrow x \le \frac{65}{13} \therefore x \le 5$

∴ ছাত্রটি সর্বাধিক 5 টি পেন্সিল কিনেছে।

উত্তর : (ক)

০৩। সুজন সাহেব 50 টাকা দরে x কেজি ছোট মাছ কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একটি নোট দিলে বিক্রেতা (x−2)টি 50 টাকার নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন। x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি?

(ক) $x \le 6$ (খ) $x < 6$
(গ) $x = 6$ (ঘ) $-6 < x \le 6$

সমাধান: প্রশ্নানুসারে, সুজন সাহেবের ক্রয়কৃত মাছের মোট মূল্য, 50x টাকা

আবার, বিক্রেতা ফেরত দেয় 50(x−2) টাকা।

প্রশ্নমতে, মাছের মূল্য ও 50 টাকার নোটে ফেরতকৃত টাকা 500 টাকার কম হবে।

অর্থাৎ $50x + 50(x-2) < 500$

$\Rightarrow 50x + 50x - 100 < 500 \Rightarrow 100x < 500 + 100$

$\Rightarrow 100x < 600 \Rightarrow x < \frac{600}{100} \therefore x < 6$

উত্তর : (খ)

Type-02 : ভগ্নাংশ সম্পর্কিত অসমতার সমাধান

যেকোনো দুইটি বাস্তব সংখ্যা a ও b হলে, $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

অর্থাৎ কোন বাস্তব সংখ্যা অপর বাস্তব সংখ্যার চেয়ে বৃহত্তর হলে বৃহত্তর সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা ক্ষুদ্রতর সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বাস্তব সংখ্যায় $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান- [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-\infty < x < \frac{5}{3}$
(খ) $\frac{8}{3} < x < \infty$
(গ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$
(ঘ) $-\infty < x < \frac{5}{2}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$

সমাধান : $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 3x - 5 > 3$

$\Rightarrow 3x > 8$

$\therefore x > \frac{8}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{8}{3} < x < \infty$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $x > 0, y > 0$ এবং $\frac{x}{1} > \frac{1}{y}$ হয়, তবে x এবং y এর মধ্যে কি সম্পর্ক?

(ক) $x > y$ (খ) $x < y$
(গ) $x = y$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $\frac{x}{1} > \frac{1}{y}$ $[x > 0, y > 0]$

$\Rightarrow x > \frac{1}{y}$

$\therefore xy > 1$

∴ x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক প্রদত্ত অপশনের কোনোটিই নয়।

উত্তর : (ঘ)

০২। $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ অসমতাটির সমাধান সেট নিচের কোনটি?

(ক) $S = \{x \in R : x > 1\}$ (খ) $S = \{x \in R : x > -1\}$
(গ) $S = \{x \in R : x < 1\}$ (ঘ) $S = \{x \in R : x < -1\}$

সমাধান : $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

$\Rightarrow \frac{20x + 15x + 12x}{60} > \frac{47}{60}$

$\Rightarrow \frac{47x}{60} > \frac{47}{60}$

$\therefore x > 1$

উত্তর : (ক)

০৩। বাস্তব সংখ্যায় $\frac{2x}{1-x} > \frac{1}{5}$ অসমতাটির সমাধান-

(ক) $-\infty < x < \frac{1}{11}$
(খ) $\frac{1}{11} < x < \infty$
(গ) $-\infty < x < \frac{1}{5}$ অথবা $\frac{1}{5} < x < \infty$
(ঘ) $-\infty < x < \frac{1}{11}$ এবং $\frac{1}{11} < x < \infty$

সমাধান : $\frac{2x}{1-x} > \frac{1}{5}$

$\Rightarrow 10x > 1 - x$

$\Rightarrow 11x > 1$

$\therefore x > \frac{1}{11}$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{1}{11} < x < \infty$

উত্তর : (খ)

Type-03: অসমতায় পরমমান যুক্ত সমস্যাবলি

পরমমান : x কোন বাস্তবসংখ্যা হলে x এর পরমমানকে $|x|$ দিয়ে প্রকাশ করা হয়। $|x| = \begin{cases} x; \text{ যখন } x \geq 0 \\ -x; \text{ যখন } x \leq 0 \end{cases}$

যদি কোন রাশি পরমমানের মাঝে থাকে তবে এর অঋণাত্মক মান এবং ঋণাত্মক মান দুটোই হিসাব করে সমাধান করতে হবে। যেমন:

পরমমান বিহীন অসমতা	পরমমানযুক্ত অসমতা
$x + 10 \leq 15$ $\Rightarrow x \leq 15 - 10$ $\therefore x \leq 5$	$\|x + 10\| \leq 15$ এক্ষেত্রে, $(x + 10)$ অঋণাত্মক হলে, $x + 10 \leq 15$ $\Rightarrow x \leq 15 - 10 \quad \therefore x \leq 5$ $(x + 10)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x + 10) \leq 15 \Rightarrow -x - 10 \leq 15$ $\Rightarrow -x \leq 25 \quad \therefore x \geq -25$

পরমমান সংক্রান্ত অসমতার ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে-

$|x| < m$ হলে, $-m < x < m$

$|x| > m$ হলে, $x < -m$ অথবা $x > m$

$|x| = m$ হলে, $x = \pm m$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বাস্তব সংখ্যায় $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান: [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-3 < x < 3$ (খ) $-\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$

(গ) $-3 < x < \frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$

সমাধান: প্রদত্ত অসমতা, $|3x + 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x + 2 < 7$

$\Rightarrow -7 - 2 < 3x + 2 - 2 < 7 - 2$

$\Rightarrow -9 < 3x < 5 \Rightarrow -\frac{9}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{5}{3} \therefore -3 < x < \frac{5}{3}$

উত্তর: (গ)

০২। $|x - 2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x + 5 < n$ হবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $m = 1, n = 10$ (খ) $m = 2, n = 20$

(গ) $m = 3, n = 30$ (ঘ) $m = 4, n = 40$

সমাধান : $|x - 2| < 3 \Rightarrow -3 < x - 2 < 3$

$\Rightarrow -3 + 2 < x < 3 + 2 \Rightarrow -1 < x < 5$

$\Rightarrow -3 < 3x < 15$ [3 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow -3 + 5 < 3x + 5 < 15 + 5$

$\Rightarrow 2 < 3x + 5 < 20 \therefore m = 2$ এবং $n = 20$

উত্তর : (খ)

০৩। $|1 - 2x| < 1$ এর সমাধান- [৩৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-2 < x < 1$ (খ) $-1 < x < 0$

(গ) $0 < x < 1$ (ঘ) $-1 < x < 1$

সমাধান : $|1 - 2x| < 1$

অঋণাত্মক হলে, $1 - 2x < 1 \Rightarrow -2x < 0$

$\Rightarrow 2x > 0 \quad \therefore x > 0$

ঋণাত্মক হলে, $-(1 - 2x) < 1 \Rightarrow 1 - 2x > -1$

$\Rightarrow -2x > -1 - 1 \Rightarrow -2x > -2$

$\Rightarrow 2x < 2 \quad \therefore x < 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $0 < x < 1$

উত্তর : (গ)

০৪। বাস্তব সংখ্যায় $|2x - 3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান – [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $1 < x < 2$ (খ) $x \leq 1$ অথবা $x \geq 2$

(গ) $1 \leq x \leq 2$ (ঘ) $-1 < x < 2$

সমাধান : $|2x - 3| \leq 1$

$(2x - 3)$ অঋণাত্মক হলে,

$(2x - 3) \leq 1 \Rightarrow 2x - 3 + 3 \leq 1 + 3$

$\Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} \quad \therefore x \leq 2$

আবার, $(2x - 3)$ ঋণাত্মক হলে,

$-(2x - 3) \leq 1 \Rightarrow 2x - 3 \geq -1$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 2x - 3 + 3 \geq -1 + 3$

$\Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow \frac{2x}{2} \geq \frac{2}{2} \quad \therefore x \geq 1$

$\therefore$ নির্ণয়ে অসমতা $1 \leq x \leq 2$

উত্তর : (গ)

০৫। $|x - 3| < 5$ হলে— [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $2 < x < 8$ (খ) $-2 < x < 8$

(গ) $-8 < x < -2$ (ঘ) $-4 < x < -2$

সমাধান : অঋণাত্মক ধরে, $x - 3 < 5 \quad \therefore x < 8$

ঋণাত্মক ধরে, $-(x - 3) < 5$

$\Rightarrow x - 3 > -5$ [উভয়পক্ষে -1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x > -2$ অর্থাৎ $-2 < x < 8$ উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $|x + 1| < 3$ অসমতার সমাধান সেট হবে -

(ক) $-4 < x < 2$ (খ) $-2 < x < 2$

(গ) $-4 < x < 4$ (ঘ) $-4 \leq x \leq 2$

সমাধান : $|x + 1| < 3 \Rightarrow -3 < x + 1 < 3$

$\Rightarrow -3 - 1 < x + 1 - 1 < 3 - 1 \Rightarrow -4 < x < 2$

উত্তর : (ক)

০২। $\frac{|x+6|}{2} \geq 3$ অসমতার সমাধান হবে –

(ক) $x \leq -12$ অথবা $x \geq 0$ (খ) $-8 \geq x \geq 6$

(গ) $x \geq -12$ অথবা $x \leq 0$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান: $\frac{|x+6|}{2} \geq 3$

$(x + 6)$ কে অঋণাত্মক বিবেচনা করে, $\frac{x+6}{2} \geq 3$

বা, $x + 6 \geq 6$

বা, $x + 6 - 6 \geq 6 - 6$

$\therefore x \geq 0$

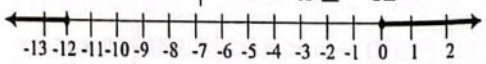
$(x + 6)$ কে ঋণাত্মক বিবেচনা করে,

$-\frac{(x+6)}{2} \geq 3$

বা, $\frac{x+6}{2} \leq -3$

বা, $x + 6 - 6 \leq -6 - 6$

$\therefore x \leq -12$



$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x \leq -12$ অথবা $x \geq 0$

উত্তর : (ক)

০৩। $\frac{1}{|2x-1|} \geq 7$,অসমতার সমাধান কোনটি?$\left(\text{যেখানে, } x \neq \frac{1}{2}\right)$

(ক) $\frac{3}{7} \geq x \geq \frac{4}{7}$ (খ) $\frac{3}{7} < x < \frac{4}{7}$

(গ) $\frac{3}{7} \leq x \leq \frac{4}{7}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $\frac{1}{|2x-1|} \geq 7, \quad \left(x \neq \frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow |2x-1| \leq \frac{1}{7} \Rightarrow -\frac{1}{7} \leq 2x-1 \leq \frac{1}{7}$

$\Rightarrow -\frac{1}{7}+1 \leq 2x-1+1 \leq \frac{1}{7}+1$

$\Rightarrow \frac{6}{7} \leq 2x \leq \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{3}{7} \leq x \leq \frac{4}{7}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{3}{7} \leq x \leq \frac{4}{7}$ যেখানে, $x \neq \frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০৪। $|2x-1| < x+2$ অসমতার সমাধান কোনটি?

(ক) $3 < x < -\frac{1}{3}$ (খ) $-\frac{1}{3} < x < 3$

(গ) $-\frac{1}{3} > x > 3$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $|2x-1| < x+2$

অঋণাত্মক মান নিয়ে, $2x-1 < x+2$

$\Rightarrow 2x-x < 2+1 \quad \therefore x < 3$

আবার ঋণাত্মক মান নিয়ে, $-(2x-1) < x+2$

$\Rightarrow -2x+1 < x+2$

$\Rightarrow -2x-x < 2-1 \Rightarrow -3x < 1$

$\Rightarrow -x < \frac{1}{3} \quad \therefore x > -\frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণয় সমাধান: $-\frac{1}{3} < x < 3$

উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 5 গুণ, সংখ্যাটির দ্বিগুণ এবং 15 এর সমষ্টি অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতায় প্রকাশ কর।

(ক) $x < 5$ (খ) $0 < x < 5$

(গ) $0 \leq x < 5$ (ঘ) $0 > x > 5$

০২। যদি $0 < x < 1$ হয় তাহলে নিচের কোনটি অপর তিনটি হতে বড়?

(ক) $\frac{1}{x}$ (খ) $\frac{1}{x^2}$

(গ) x^2 (ঘ) x^3

০৩। $(a-3)(b+3) < 0$ হলে নিচের কোনটি সত্য?

(ক) $a > 3, b < -3$ (খ) $a > 3, b > -3$

(গ) $a < 3, b < -3$ (ঘ) $a = 3, b = -3$

০৪। যদি $2x < y < 0$ হয় তাহলে নিচের কোনটি সর্বোচ্চ?

(ক) $2y + 2x$ (খ) $3x - 2y$

(গ) $-(3x-2y)$ (ঘ) $-(3x+2y)$

০৫। যদি $xy < 0$ হয়, নিচের কোনটি অবশ্যই সত্য?

i. $x+y=0$ ii. $2y-2x<0$ iii. $x^2+y^2>0$

(ক) (i) (খ) (ii)

(গ) (iii) (ঘ) (ii) এবং (iii)

০৬। যদি $5 > x > 2$ এবং $10 > y > 7$ হয়, তাহলে নিচের কোন রাশিটি অবশ্যই ধনাত্মক?

(ক) $x^2y - xy^2$ (খ) $xy^2 - x^2y$

(গ) $4xy - x^2y$ (ঘ) $4xy - xy^2$

০৭। $-5 \leq x-4 \leq 13$ এর সমাধান–

(ক) $-1 > x \cup x < 17$ (খ) $-1 \leq x \leq 17$

(গ) $-1 < x < 17$ (ঘ) $-1 > x > 17$

০৮। $x^2 + x - 2 > 0$ অসমাটির সমাধান–

(ক) $(-\infty, -2) \cup [1, \infty)$

(খ) $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

(গ) $(-\infty, -2) \cup [1, \infty)$

(ঘ) $(-\infty, -2] \cup (1, \infty)$

০৯। জেনি 14 বছর বয়সে জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা দিয়েছিল। 17 বছর বয়সে সে এস.এস.সি. পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতায় কোনটি হবে?

(ক) $14 < x < 17$ (খ) $14 < x \leq 17$

(গ) $14 \leq x < 17$ (ঘ) $14 \leq x \leq 17$

১০। $|4x+4| > 16$ অসমতার সমাধান কোনটি?

(ক) $-5 > x > 3$ (খ) $-4 \geq x > 2$

(গ) $-3 < x < 5$ (ঘ) কোনোটিই নয়

১১। একটি বোর্ডিং এ রোজ 4x কেজি চাল এবং $(x-3)$ কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না। নিচের কোনটি উপরোক্ত ঘটনাকে সমর্থন করে?

(ক) $x \leq \frac{43}{5}$ (খ) $x < 3$

(গ) $x = 3$ (ঘ) $3 < x \leq \frac{43}{5}$

১২। $|x-5| \leq 4$ হলে, নিচের যে ব্যবধি সত্য তা হলো -

(ক) $x \in (1,9)$ (খ) $x \in [1,9)$

(গ) $x \in (1,9]$ (ঘ) $x \in [1,9]$

১৩। $|2-2x| \geq 8$ অসমতার সমাধান কোনটি?

(ক) $3 \geq x > -5$ (খ) $-3 \geq x \geq 5$

(গ) $-6 \geq x \geq 5$ (ঘ) $-6 \leq x \leq 3$

১৪। যদি $xy < 0, xz > 0$ এবং $z < 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি অবশ্যই সত্য হবে?

(ক) $y > 0$ (খ) $y < 0$

(গ) $yz > 0$ (ঘ) কোনোটিই নয়

১৫। যদি $0 \leq x \leq 4$ এবং $y < 6$ হয় তাহলে নিচের কোনটি xy এর মান হতে পারে না?

(ক) -2 (খ) 0

(গ) 6 (ঘ) কোনোটিই নয়

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	খ	০৩	ক	০৪	ঘ	০৫	গ
০৬	খ	০৭	খ	০৮	খ	০৯	ক	১০	ক
১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	খ	১৪	ক	১৫	ঘ

অধ্যায় ১৪ সূচক ও লগারিদম

সূচক

বিশ্ববিখ্যাত ভারতীয় গণিতবিদ রামানুজন (1887-1920) নাম্বার থিউরিতে বিশেষ অবদান রাখেন। তাঁর মনে রাখার ক্ষমতা ছিল অসাধারণ। তিনি প্রথম 1000 পূর্ণসংখ্যার বৈশিষ্ট্য মনে রাখতে পারতেন এবং প্রতিটি সংখ্যাই যেন তার খেলার সাথী হয়ে গিয়েছিল। পাঁচ বছর ইংল্যান্ডে থাকার শেষের দিকে খুব অসুস্থ হয়ে পড়েছিলেন রামানুজন। একদিন হার্ডি ট্যাক্সি নিয়ে হাসপাতালে রামানুজনকে দেখতে যান। সেই ট্যাক্সির নাম্বার ছিল '1729' । হার্ডি সেই নাম্বারের কোনও বৈশিষ্ট্য খুঁজে না পেয়ে বিরক্ত হয়ে গিয়েছিলেন। হাসপাতালে গিয়ে হার্ডি রামানুজনকে বলেন, 'সংখ্যাটা খুব বোরিং।' রামানুজন সঙ্গে সঙ্গে উত্তর দেন, " কে বলল? এটা অত্যন্ত ইন্টারেস্টিং সংখ্যা। কারণ এটাই হলো সবচেয়ে ছোট পূর্ণসংখ্যা যা দুটি ঘনের যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায় অর্থাৎ $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$"

বীজগণিতের এ পর্যায়ে আমরা সূচকের সাথে পরিচিত হবো যা বড় সংখ্যাকে ছোট আকারে প্রকাশ করতে বিশেষভাবে ব্যবহৃত হয়। আমরা জানি, সূচক হলো একই সংখ্যা বা রাশির বারবার গুণের গাণিতিক প্রকাশ। যেমন :

$3\times3\times3\times3=3^4$ ⟶ এখানে, 4 হচ্ছে পাওয়ার
↳ ⟶ এখানে, 'base' হচ্ছে 3

অর্থাৎ, সূচকের সাহায্যে বোঝা যায় কোন সংখ্যা আমরা কতবার গুণ করেছি। 3^4 এর অর্থ 3 কে 4 বার গুণ করা হয়েছে। অনুরূপভাবে $(ab + bc)^3$ এর মানে হচ্ছে, $(ab + bc)$ রাশিকে 3 বার গুণ করা হয়েছে।

ক্র:	সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি	ক্র:	সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি
১	$a^m \times a^n = a^{m+n}$, $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$; $a \neq 0$	৫	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, $a \neq 0$
২	$a^m \div a^n = a^{m-n}$	৬	$a^0 = 1$, $a \neq 0$
৩	$(a^m)^n = a^{mn}$	৭	$(ab)^m = a^m b^m$
৪	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	৮	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ১৫টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ১৬টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সূচকীয় রাশি ও সূচক মান নির্ণয় পদ্ধতি
  - সূচকীয় রাশির সরলফল নির্ণয়
  - লগারিদমের মান নির্ণয়
  - log-এর "base" -এর মান নির্ণয়
  - সরল মান নির্ণয়

Type-01 : সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ

Case – 1 : মান নির্ণয়

সূচকের সাধারণ সূত্রাবলি ও বৈশিষ্ট্য প্রয়োগ করে সূচকীয় রাশি বা সূচক মান নিরূপণ করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}} = ?$ [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 8 (খ) 16
(গ) 4 (ঘ) 64

সমাধান: দেওয়া আছে, $\sqrt[4]{x^3} = 2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4}} = 2$

$\Rightarrow \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^2 = 2^2$ [বর্গ করে]

$\therefore x^{\frac{3}{2}} = 4$

উত্তর: (গ)

০২। $\left(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4}\right)^6 =$ কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 12 (খ) 48
(গ) 36 (ঘ) 144

সমাধান : $\left(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4}\right)^6 = \left(3^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}}\right)^6$ [বর্গমূলের মধ্যে যে সংখ্যাটি থাকে বর্গমূল তুলে দিলে সেটি বিপরীত ঘাতে পরিণত হয়]

$= \left(12^{\frac{1}{3}}\right)^6$ [ঘাত একই থাকলে ভিত্তি গুণ হয়ে যায়]

$= 12^2 = 144$

উত্তর : (ঘ)

০৩। $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}}$ = কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) a (খ) 1

(গ) $a^{\frac{1}{3}}$ (ঘ) a^3

সমাধান : $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}} = \sqrt[3]{(a^3)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$

উত্তর : (গ)

০৪। $\left(\frac{১২৫}{২৭}\right)^{-\frac{২}{৩}}$- এর সহজ প্রকাশ- [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১}{২৫}$ (খ) $\frac{৫}{২০}$

(গ) $\frac{৯}{২৫}$ (ঘ) $\frac{৩}{২০}$

সমাধান : $\left(\frac{১২৫}{২৭}\right)^{-\frac{২}{৩}} = \left(\frac{২৭}{১২৫}\right)^{\frac{২}{৩}} = \left(\frac{৩}{৫}\right)^{৩\times\frac{২}{৩}} = \left(\frac{৩}{৫}\right)^{২} = \frac{৯}{২৫}$

উত্তর : (গ)

০৫। $(\sqrt{3}.\sqrt{5})^4$-এর মান কত? [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 30 (খ) 6

(গ) 225 (ঘ) 15

সমাধান : $(\sqrt{3}.\sqrt{5})^4 = (\sqrt{3})^4.(\sqrt{5})^4 = 3^2.5^2 = 9\times 25 = 225$

উত্তর : (গ)

০৬। $a^m.a^n = a^{m+n}$ কখন হবে? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]

(ক) m ধনাত্মক হলে

(খ) n ধনাত্মক হলে

(গ) m ও n ধনাত্মক হলে

(ঘ) m ধনাত্মক ও n ঋণাত্মক হলে

সমাধান : এটি ধ্রুব সত্য।

উত্তর : (গ)

০৭। যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$ হয় তবে K এর মান– [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $9\frac{2}{3}$ (খ) $11\frac{1}{3}$

(গ) $12\frac{2}{5}$ (ঘ) $13\frac{2}{3}$

সমাধান : $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$

$\Rightarrow (4^3)^{\frac{2}{3}} + \{(25)^2\}^{\frac{1}{2}} = 3K$

$\Rightarrow 4^2 + 25 = 3K$

$\Rightarrow 16 + 25 = 3K$

$\therefore K = \frac{41}{3} = 13\frac{2}{3}$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1$ হলে, a-এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) -1

সমাধান : $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = \left(\frac{x}{2}\right)^0$

$\Rightarrow a + 1 = 0 \ \therefore a = -1$

উত্তর : (ঘ)

০২। $100^x = 10$ হলে, x –এর মান কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{4}$

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) 1

সমাধান : $100^x = 10 \Rightarrow (10)^{2x} = (10)^1$

$\Rightarrow 2x = 1 \ \therefore x = \frac{1}{2}$

উত্তর : (ক)

০৩। $x\sqrt{0.09} = 3$ হলে, x এর মান -

(ক) $\frac{3}{10}$ (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) 10 (ঘ) $\frac{10}{3}$

সমাধান : $x\sqrt{0.09} = 3$

$\Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{0.09}} \Rightarrow x^2 = \frac{3^2}{0.09}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 = 10^2 \quad \therefore x = 10$ [বর্গমূল করে]

উত্তর : (গ)

০৪। যদি x, y বাস্তব সংখ্যা এবং $x \neq 0, y \neq 0$ হয়, তবে $x^{x^0} + y^{y^0}$ এর মান-

(ক) x + y (খ) 2

(গ) 0 (ঘ) $x^2 + y^2$

সমাধান : $x^{x^0} + y^{y^0} = x^1 + y^1 = x + y$

উত্তর : (ক)

০৫। $2^{x+2} = 16$ হলে 5^{x-2} এর মান কত?

(ক) 5 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 0

সমাধান : $2^{x+2} = 16 \Rightarrow 2^{x+2} = 2^4$

$\Rightarrow x + 2 = 4 \ \therefore x = 2$

$\therefore 5^{x-2} = 5^{2-2} = 5^0 = 1$

উত্তর : (গ)

০৬। $x^a = y, y^b = z, z^c = x$ হলে, abc এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1

(গ) 2 (ঘ) 3

সমাধান : $z^c = x \Rightarrow (y^b)^c = x \Rightarrow y^{bc} = x$

$\Rightarrow (x^a)^{bc} = x \Rightarrow x^{abc} = x^1 \ \therefore abc = 1$

উত্তর : (খ)

০৭। $x^y = y^x$ এবং $x = 2y \ (x \neq 0, y \neq 0)$ হলে, (x, y) = কত?

(ক) (8, 4) (খ) (6, 3)

(গ) (2, 1) (ঘ) (4, 2)

সমাধান : x = 2y হলে, $x^y = y^x \Rightarrow x = y^{\frac{x}{y}}$

$\Rightarrow x = y^{\frac{2y}{y}} \Rightarrow x = y^2$

$\Rightarrow 2y = y^2 \Rightarrow 2 = y \quad \therefore y = 2$

y এর মান বসিয়ে, $x = 2\times 2 \quad \therefore x = 4$

$\therefore (x, y) = (4, 2)$

উত্তর : (ঘ)

০৮। যদি $3^{x+2} = 243$ হয় তবে 3^{x-2} এর মান -

(ক) 2 (খ) 3

(গ) 0 (ঘ) 1

সমাধান : $3^{x+2} = 243 \Rightarrow 3^x.3^2 = 243$

$\Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \quad \therefore x = 3$

$\therefore 3^{x-2} = 3^{3-2} = 3^1 = 3$

উত্তর : (খ)

০৯। $\sqrt[4]{x} = 0.1$ হলে, x = কত?

(ক) 0.1 (খ) 0.01

(গ) 0.001 (ঘ) 0.0001

সমাধান : $\sqrt[4]{x} = 0.1 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{10}\right)^4 \Rightarrow x = \frac{1}{10000} \therefore x = 0.0001$

উত্তর : (ঘ)

Case - 2 : সরলফল

সূচকীয় রাশিকে তুলনামূলক সরল রাশিতে পরিণত করা বা মান নির্ণয় করার প্রক্রিয়াই সরলফল নির্ণয় প্রক্রিয়া।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{5^{n+2}+35\times5^{n-1}}{4\times5^n}$ এর মান কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 (খ) 8

(গ) 5 (ঘ) 7

সমাধান : $\frac{5^{n+2}+35\times5^{n-1}}{4\times5^n} = \frac{5^n.5^2+35\times5^n\times\frac{1}{5}}{4\times5^n}$

$= \frac{5^n(25+7)}{4\times5^n} = \frac{32}{4} = 8$

উত্তর : (খ)

০২। $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ এর মান নিচের কোনটি?

[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 16^x (খ) 4^{4x}

(গ) 2^{2x+2} (ঘ) 2^{8x}

সমাধান : $4^x + 4^x + 4^x + 4^x = 4^x(1 + 1 + 1 + 1)$

$= 4^x.4^1 = 4^{x+1} = 2^{2x+2}$

উত্তর : (গ)

০৩। $[২ - ৩(২ - ৩)^{-১}]^{-১}$ এর মান কত?

[১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫ (খ) -৫

(গ) $\frac{১}{৫}$ (ঘ) $-\frac{১}{৫}$

সমাধান : $[২ - ৩(২ - ৩)^{-১}]^{-১} = \left[২ - ৩ \times \frac{১}{-১}\right]^{-১}$

$= [২ + ৩]^{-১} = ৫^{-১} = \frac{১}{৫}$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $[2 - (3^{-1})^{-1}]^{-1}$ = কত?

(ক) 1 (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) $-\frac{1}{2}$ (ঘ) -1

সমাধান : $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^{-1} = \left[2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^{-1}$

$= [2 - 3]^{-1} = [-1]^{-1} = \frac{-1}{1} = -1$

উত্তর : (ঘ)

০২। $5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3} = ?$

(ক) 25^{-15} (খ) 25^{-3}

(গ) 5^{-2} (ঘ) 5^{-15}

সমাধান : $5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3} + 5^{-3}$

$= 5^{-3}(1 + 1 + 1 + 1 + 1)$

$= 5^{-3} \times 5 = 5^{-3+1} = 5^{-2}$

উত্তর : (গ)

০৩। $9.2^n - 2.2^{n-1}$ = কত?

(ক) 2^{n+3} (খ) 2^{n-3}

(গ) 2^n (ঘ) 2^{-n}

সমাধান: $9.2^n - 2.2^{n-1} = 9.2^n - 2.\frac{2^n}{2}$

$= 2^n(9 - 1) = 2^n.8 = 2^n.2^3 = 2^{n+3}$

উত্তর : (ক)

০৪। $\left[\left\{1 - \left(1 - \frac{1}{p}\right)\right\}^{-1} \div \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1}\right]$ = কত?

(ক) 1 (খ) -1

(গ) $\frac{1}{p}$ (ঘ) $(p - 1)$

সমাধান : $\left[\left\{1 - \left(1 - \frac{1}{p}\right)\right\}^{-1} \div \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1}\right]$

$= \left[\left\{1 - \left(\frac{p-1}{p}\right)\right\}^{-1} \div \left(\frac{p-1}{p}\right)^{-1}\right]$

$= \left[\left\{1 - \frac{p-1}{p}\right\}^{-1} \div \left(\frac{1}{\frac{p-1}{p}}\right)\right]$

$= \left[\left\{\frac{p-p+1}{p}\right\}^{-1} \div \frac{1\times p}{p-1}\right] = \left[\frac{1}{\frac{1}{p}} \div \frac{p}{p-1}\right]$

$= \left[p \times \frac{p-1}{p}\right] = (p - 1)$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $\sqrt{x^{-1}y}.\sqrt{y^{-1}z}.\sqrt{z^{-1}x}$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1

(গ) xyz (ঘ) $\sqrt{xyz}$

সমাধান : $\sqrt{x^{-1}y}.\sqrt{y^{-1}z}.\sqrt{z^{-1}x} = \sqrt{x^{-1}y.y^{-1}z.z^{-1}x}$

$= \sqrt{x^{-1+1}.y^{1-1}.z^{1-1}} = \sqrt{x^0.y^0.z^0} = \sqrt{1.1.1} = 1$

উত্তর : (খ)

০৬। $\frac{9^x-4}{3^x-2}-2$ এর মান কত?

(ক) 3^x (খ) 3^x+2

(গ) 2^x-2 (ঘ) 2^x

সমাধান : $\frac{9^x-4}{3^x-2}-2=\frac{(3^x)^2-(2)^2}{3^x-2}-2$

$=\frac{(3^x+2)(3^x-2)}{(3^x-2)}-2=3^x+2-2=3^x$

উত্তর : (ক)

০৭। $\frac{2^{x+4}-4\times2^{x+1}}{2^{x+2}\div2}=?$

(ক) 4 (খ) 2

(গ) 6 (ঘ) 8

সমাধান : $\frac{2^{x+4}-4\times2^{x+1}}{2^{x+2}\div2}=\frac{2^x.2^4-4\times2^x.2^1}{2^x.2^2\div2}=\frac{16.2^x-8.2^x}{\frac{4.2^x}{2}}=\frac{8.2^x}{2.2^x}=4$

উত্তর : (ক)

০৮। $\frac{3.2^n-4.2^{n-2}}{2^n-2^{n-1}}$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 4

সমাধান : $\frac{3.2^n-4.2^{n-2}}{2^n-2^{n-1}}=\frac{3.2^n-2^2.2^{n-2}}{2^n-2^n.2^{-1}}=\frac{3.2^n-2^{2+n-2}}{2^n-2^n.\frac{1}{2}}$

$=\frac{3.2^n-2^n}{\left(1-\frac{1}{2}\right).2^n}=\frac{(3-1).2^n}{\frac{1}{2}.2^n}=\frac{2}{\frac{1}{2}}=2\times\frac{2}{1}=4$

উত্তর : (ঘ)

০৯। $\left(\frac{x^{p+q}}{x^{2r}}\right)\left(\frac{x^{q+r}}{x^{2p}}\right)\left(\frac{x^{p+r}}{x^{2q}}\right)$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) - 1

সমাধান : $\left(\frac{x^{p+q}}{x^{2r}}\right)\left(\frac{x^{q+r}}{x^{2p}}\right)\left(\frac{x^{p+r}}{x^{2q}}\right)$

$=(x^{p+q-2r})(x^{q+r-2p})(x^{p+r-2q})$

$=x^{p+q-2r+q+r-2p+p+r-2q}$

$=x^{2p+2q+2r-2p-2q-2r}=x^0=1$

উত্তর : (খ)

১০। $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}\div\frac{9^{m+1}}{\left(3^{m-1}\right)^{m+1}}$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1

(গ) $\frac{1}{9}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}\div\frac{9^{m+1}}{\left(3^{m-1}\right)^{m+1}}=\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}}\div\frac{\left(3^2\right)^{m+1}}{3^{m^2-1}}$

$=3^{m+1-m^2+m}\div3^{2m+2-m^2+1}$

$=3^{2m+1-m^2}\div3^{2m+3-m^2}$

$=3^{2m+1-m^2-2m-3+m^2}=3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$

উত্তর : (গ)

Type-02 : সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

সূচকের সাধারণ সূত্রাবলি ও সরলফল নির্ণয়ের প্রক্রিয়ার মিলিত ব্যবহারে সূচকীয় সমীকরণ সমাধান করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $4^x+4^{1-x}=4$ হলে $x=$ কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1

সমাধান : $4^x+4^{1-x}=4\Rightarrow4^x+\frac{4}{4^x}=4$

$4^x=p$ ধরে, $p+\frac{4}{p}=4$

$\Rightarrow\frac{p^2+4}{p}=4$

$\Rightarrow p^2-4p+4=0$

$\Rightarrow(p-2)^2=0$

$\Rightarrow p=2\Rightarrow4^x=2$

$\Rightarrow2^{2x}=2^1$

$\Rightarrow2x=1\ \therefore\ x=\frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০২। $5^x+8.5^x+16.5^x=1$ হলে, x এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) -3 (খ) -2

(গ) -1 (ঘ) $-\frac{1}{2}$

সমাধান : $5^x+8.5^x+16.5^x=1$

ধরি, $5^x=a$

$\therefore a+8a+16a=1$

$\Rightarrow25a=1\Rightarrow a=\frac{1}{25}\Rightarrow5^x=5^{-2}\ \therefore x=-2$

উত্তর : (খ)

০৩। $x^{x\sqrt{x}}=\left(x\sqrt{x}\right)^x$ হলে, x এর মান কত? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{3}{2}$ (খ) $\frac{4}{5}$

(গ) $\frac{9}{4}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x^{x\sqrt{x}}=\left(x\sqrt{x}\right)^x$

$\Rightarrow(x^x)^{\sqrt{x}}=\left(x.x^{\frac{1}{2}}\right)^x$

$=\left(x^{1+\frac{1}{2}}\right)^x=\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^x=(x^x)^{\frac{3}{2}}$

$\therefore(x^x)^{\sqrt{x}}=(x^x)^{\frac{3}{2}}\Rightarrow\sqrt{x}=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\quad\therefore x=\frac{9}{4}$

উত্তর : (গ)

০৪। $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত?
[৩৯ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]
(ক) 3 (খ) −3
(গ) 7 (ঘ) 9

সমাধান : $125(\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow 5^3(\sqrt{5})^{2x} = 1$
$\Rightarrow 5^3.5^{2x.\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow 5^{3+x} = 5^0$
$\Rightarrow 3 + x = 0 \therefore x = -3$
উত্তর : (খ)

০৫। $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে, x = কত?
[৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) (1, 2) (খ) (0, 2)
(গ) (1, 3) (ঘ) (0, 1)

সমাধান : $2^x + 2^{1-x} = 3$ বা, $2^x + \frac{2^1}{2^x} = 3$
বা, $a + \frac{2}{a} = 3[2^x = a$ ধরে$]$
বা, $a^2 + 2 = 3a$ বা, $a^2 - 3a + 2 = 0$
বা, $a^2 - 2a - a + 2 = 0$
বা, $a(a-2) - 1(a-2) = 0$
বা, $(a-2)(a-1) = 0$
হয়, $a - 2 = 0$ অথবা $a - 1 = 0$
বা, $a = 2$ বা, $a = 1$
বা, $2^x = 2$ বা, $2^x = 1$[a –এর মান বসিয়ে]
বা, $2^x = 2^1$ বা, $2^x = 2^0$
$\therefore x = 1$ $\therefore x = 0$
সুতরাং, x = (0,1)
উত্তর : (ঘ)

০৬। যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x = কত?
[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 0 (খ) 1
(গ) − 1 (ঘ) 4

সমাধান : $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6} \Rightarrow (5^2)^{2x+3} = 5^{3x+6}$
$\Rightarrow 5^{4x+6} = 5^{3x+6} \Rightarrow 4x + 6 = 3x + 6$
$\Rightarrow 4x - 3x = 6 - 6 \therefore x = 0$
উত্তর : (ক)

০৭। যদি $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x এর মান কত?
[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 8 (খ) 3
(গ) 5 (ঘ) 4

সমাধান : $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{5-x}$
$\Rightarrow x - 3 = 5 - x \Rightarrow 2x = 8 \therefore x = 4$
উত্তর : (ঘ)

০৮। $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে x এর মান কত?
[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\frac{7}{3}$ (খ) 3
(গ) $\frac{8}{3}$ (ঘ) 2

সমাধান : $36.2^{3x-8} = 3^2 \Rightarrow 2^{3x-8} = \frac{9}{36}$
$\Rightarrow \frac{2^{3x}}{2^8} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{3x} = \frac{2^8}{4} \Rightarrow 2^{3x} = \frac{2^8}{2^2}$
$\Rightarrow 2^{3x} = 2^{8-2} \Rightarrow 2^{3x} = 2^6$
$\Rightarrow 3x = 6 \therefore x = 2$
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{0.15\times10^p}{0.3\times10^q} = 5 \times 10^7$ হলে, p − q = কত?
(ক) 6 (খ) 7
(গ) 8 (ঘ) 9

সমাধান : $\frac{0.15\times10^p}{0.3\times10^q} = 5 \times 10^7$
$\Rightarrow 0.5 \times 10^{p-q} = 5 \times 10^7$
$\Rightarrow 10^{p-q} = \frac{5\times10^7}{0.5}$
$\Rightarrow 10^{p-q} = 10^8 \therefore p - q = 8$
উত্তর : (গ)

০২। $8^{2x+3} = 2^{3x+6}$ হলে, x এর মান-
(ক) − 3 (খ) − 1
(গ) 0 (ঘ) 4

সমাধান : $8^{2x+3} = 2^{3x+6}$
$\Rightarrow (2^3)^{2x+3} = 2^{3x+6}$
$\Rightarrow 2^{6x+9} = 2^{3x+6}$
$\therefore 6x + 9 = 3x + 6$
$\Rightarrow 6x - 3x = 6 - 9$
$\Rightarrow 3x = -3 \quad \therefore x = -1$
উত্তর : (খ)

০৩। $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$ হলে x এর মান কত?
(ক) $\frac{2}{m}$ (খ) 2m
(গ) $\frac{m}{2}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$
$\Rightarrow \frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2}$
$\Rightarrow 3^{mx-2} = a^{mx-2}$
$\Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = 1$
$\Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$
$\therefore mx - 2 = 0$
$\Rightarrow mx = 2 \quad \therefore x = \frac{2}{m}$
উত্তর : (ক)

০৪। $3.27^x = 9^{x+4}$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 9 (খ) 3

(গ) 7 (ঘ) 1

সমাধান : $3.27^x = 9^{x+4}$

$\Rightarrow 3.(3^3)^x = (3^2)^{x+4}$

$\Rightarrow 3.3^{3x} = 3^{2x+8}$

$\Rightarrow 3^{3x+1} = 3^{2x+8}$

$\therefore 3x + 1 = 2x + 8$

$\Rightarrow 3x - 2x = 8 - 1$

$\therefore x = 7$

উত্তর : (গ)

০৫। যদি $16^{2x+4} = 4^{3x+3}$, তবে x এর মান কত?

(ক) -5 (খ) 1

(গ) $\frac{13}{5}$ (ঘ) -1

সমাধান : $16^{2x+4} = 4^{3x+3}$

বা, $(2^4)^{2x+4} = (2^2)^{3x+3}$

বা, $2^{8x+16} = 2^{6x+6}$

$\therefore 8x + 16 = 6x + 6$

বা, $8x - 6x = 6 - 16$

বা, $x = \frac{-10}{2}$

$\therefore x = -5$

উত্তর : (ক)

০৬। $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$ হলে, x = কত?

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান : $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

$\Rightarrow 3^{\frac{x+1}{2}} = 3^{\frac{2x-1}{3}}$

$\therefore \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$

$\Rightarrow 4x - 2 = 3x + 3$

$\Rightarrow 4x - 3x = 3 + 2$

$\therefore x = 5$

উত্তর : (গ)

০৭। $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 8 (খ) 4

(গ) -4 (ঘ) 16

সমাধান : $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$

$\Rightarrow 3^x.3^5 = 3^x.3^3 + \frac{8}{3}$

$\Rightarrow 3^x.3^5.3 = 3^x.3^3.3 + \frac{8}{3}.3$

[উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 3^x.3^6 = 3^x.3^4 + 8$

$\Rightarrow 3^x.3^6 - 3^x.3^4 = 8$ [পক্ষান্তর করে]

$\Rightarrow 3^x.3^4(3^2 - 1) = 8$

$\Rightarrow 3^{x+4}.8 = 8$

$\Rightarrow 3^{x+4} = 1$

$\Rightarrow 3^{x+4} = 3^0$

$\Rightarrow x + 4 = 0$

$\therefore x = -4$

উত্তর : (গ)

০৮। $\frac{5^{2x}.b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}(a, b > 0, 5b \neq a)$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 3 (খ) 5

(গ) 15 (ঘ) 8

সমাধান : $\frac{5^{2x}.b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3} \Rightarrow \frac{5^{2x}}{5^{x+3}} = \frac{a^{x-3}}{b^{x-3}}$

$\Rightarrow 5^{2x-x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3}$ $\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

$\Rightarrow 5^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} \Rightarrow \frac{5^{x-3}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3}} = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{5}{\frac{a}{b}}\right)^{x-3} = \left(\frac{5}{\frac{a}{b}}\right)^0$ $[\because a^0 = 1]$

$\Rightarrow x - 3 = 0$ $\therefore x = 3$

উত্তর : (ক)

০৯। $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 0 (খ) 4

(গ) 16 (ঘ) 8

সমাধান : $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$

$\Rightarrow 4^x.4^2 = 2^{2x}.2^1 + 14$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

$\Rightarrow 4^x.16 = (2^2)^x.2 + 14$

$\Rightarrow 4^x.16 = 4^x.2 + 14$

$\Rightarrow 4^x.16 - 4^x.2 = 14$

$\Rightarrow 4^x(16 - 2) = 14$

$\Rightarrow 4^x.14 = 14$ [উভয় পক্ষকে 14 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 4^x = 1$ $[\because a^0 = 1]$

$\Rightarrow 4^x = 4^0$ $\therefore x = 0$

উত্তর : (ক)

১০। x এর মান কত হলে, $72.3^{3x-5} = 2^3$ হবে?

(ক) $\frac{3}{5}$ (খ) 2

(গ) $\frac{5}{3}$ (ঘ) 1

সমাধান : দেওয়া আছে, $72.3^{3x-5} = 2^3$

বা, $8 \times 9.3^{3x-5} = 2^3$

বা, $8.3^2.3^{3x-5} = 8$

বা, $3^{3x-5+2} = 1$

বা, $3^{3x-3} = 1$

বা, $3^{3x-3} = 3^0$

$\therefore 3x - 3 = 0$

বা, $3x = 3$ $\therefore x = 1$

উত্তর : (ঘ)

লগারিদম

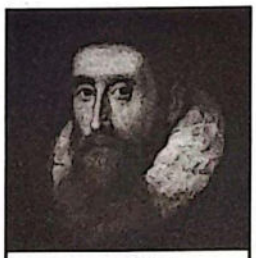
সূচকের ঠিক উল্টো ব্যাপারটিই হল 'logarithm' যা বীজগণিতে বহুল ব্যবহৃত। সূচকে আমরা $y = a^x$ সমীকরণে x এর বিভিন্ন মান বসিয়ে y এর মান নির্ণয় করি। যেমন: 3^4এর মান পাই 81। কিন্তু যদি y এর মান হতে x এর মান নির্ণয় করা প্রয়োজন হয় তবে লগারিদমের আশ্রয় নিতে হয়।

log এর সাহায্যে আমরা পাবো $\log_3 81 = 4$

অর্থাৎ সূচকে সংখ্যা বা রাশির ওপর ঘাত (power) বসানোর পর উত্তর পেয়েছি কিন্তু log এর ক্ষেত্রে উত্তরের সাথে log যুক্ত করে আমরা ঘাত বা power নির্ণয় করতে পেরেছি।

$\log_3 81$ কে আমরা পড়ব log base 3 of 81 বা log 81 base 3 এভাবে।

লগারিদমের ইতিহাস: স্কটিশ গণিতবিদ জন নেপিয়ার (1550-1617) 'Logarithm' শব্দটির ধারণা দেন। তিনি বলেন, গ্রীক শব্দ 'Logos' মানে 'Proportion' বা 'ratio' এবং 'arithmos' শব্দের অর্থ 'number' এই দুটি শব্দই একত্রে 'Logarithm' যার অর্থ দাঁড়ায় 'ratio-number'। ডিজিটাল কম্পিউটার আবিষ্কার হওয়ার পূর্ব পর্যন্ত জন নেপিয়ার এর লগারিদম ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয়। ব্যবহারে সহজ দশ ভিত্তিক লগারিদম চালু করেছিলেন হেনরি ব্রিগস।


জন নেপিয়ার

লগারিদমের ধর্ম:

পদ্ধতি	Log এর ধর্ম
গুণ	$\log_b(x.y) = \log_b x + \log_b y$
ভাগ	$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$
সূচক	$\log_b x^y = y \log_b x$

প্রসঙ্গত উল্লেখ্য যে, log এর base খালি থাকার অর্থ উভয়ের একই base রয়েছে এবং log এর সাধারণ base 10 ধরে নেয়া হয়।

- **Natural logarithm:** লগারিদমের বেস e হলে একে বলা হয় "Natural logarithm"। একে নেপিরিয়ান লগারিদম বা e ভিত্তিক লগারিদম বা তত্ত্বীয় লগারিদমও বলে। e একটি অমূলদ সংখ্যা যার মান 2.7182818284 ....
  Natural logarithm কে বেশিরভাগ ক্ষেত্রে $\log_e$ না লিখে ln লেখা হয় [$\log_e(y) = \ln(y)$]।
- **Common logarithm:** ইংল্যান্ডের গণিতবিদ হেনরি ব্রিগস 1624 সালে 10 কে ভিত্তি ধরে লগারিদমের টেবিল (লগ টেবিল বা লগ সারণি) তৈরি করেন। তাঁর এই লগারিদমকে ব্রিগস লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বা ব্যবহারিক লগারিদমও বলা হয়। এই লগারিদমকে $\log_{10} x$ আকারে লেখা হয়।
- **Anti logarithm:** Anti logarithm হলো logarithm এর বিপরীত। সূচক থেকে লগ –এ রূপান্তরকে লগারিদমের সংজ্ঞা বলে। অপরপক্ষে, লগ থেকে সূচকে রূপান্তরকে Anti logarithm বলা হয়।
  যেমন : $y = \log_2 5$
  Anti $\log_2 y = 5$
  আমরা জানি, $y = \log_2 5$ হলে $2^y = 5$
  $\therefore$ Anti $\log_2 y = 2^y$

বর্তমানে লগারিদমের উল্লেখযোগ্য কয়েকটি ব্যবহার নিম্নরূপ:

- রসায়নবিদ্যায় অম্ল ও ক্ষারের পরিমাণ নির্ণয় করতে বিশেষত ওষুধ প্রস্তুতকারক প্রতিষ্ঠানে এর ব্যবহার লক্ষণীয়
- ভূমিকম্পের প্রবলতা নির্ণয়
- শব্দের প্রবলতা নির্ণয়
- গণিতের বিভিন্ন বৃহত্তর সংখ্যাকে প্রকাশ
- গাণিতিক বিভিন্ন সমস্যার সমাধান নির্ণয়

Type-01 : লগারিদমের মান নির্ণয়

ক্র:নং	লগের সূত্রাবলি	ক্র:নং	লগের সূত্রাবলি
১	$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$	৬	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
২	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	৭	$\log_a 1 = 0$
৩	$\log_a x^m = m \log_a x$	৮	$\log_a a = 1$
৪	$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n}\log_a x$	৯	$n^{\log_n x} = x$
৫	$\log_a b \times \log_b a = 1$		

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ এর মান কত?
[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 8 (খ) 2
(গ) 15 (ঘ) 10

সমাধান : $2^{\log_2 3+\log_2 5} = 2^{\log_2 3}.2^{\log_2 5}$ [$\because a^{m+n} = a^m.a^n$]
$= 3.5$ [$\because n^{\log_n x} = x$]
$= 15$

বিকল্প : ধরি, $x = 2^{\log_2 3+\log_2 5}$
$\Rightarrow x = 2^{\log_2(3\times5)}$
$\Rightarrow \log_2 x = \log_2 2^{\log_2 15}$ [উভয় পাশে $\log_2$ নিয়ে]
$\Rightarrow \log_2 x = \log_2 15 . \log_2 2$ [$\because \log_a b^n = n.\log_a b$]
$\Rightarrow \log_2 x = \log_2 15 . 1$ [$\because \log_a a = 1$]
$\Rightarrow \log_2 x = \log_2 15 \quad \therefore x = 15$
উত্তর : (গ)

০২। $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = ?$ [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) -2 (খ) -1

(গ) 1 (ঘ) 2

সমাধান : $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = \log_2 \log_{\sqrt{e}} (\sqrt{e})^4$

$= \log_2 4 \log_{\sqrt{e}} \sqrt{e}$

$= \log_2 2^2 . 1 = 2\log_2 2 = 2$

উত্তর : (ঘ)

০৩। কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $a > 0, a \neq 1$ (খ) $a \neq 0, a > 1$

(গ) $a > 0, a = 1$ (ঘ) $a \neq 1, a < 0$

সমাধান : $\log_a 1 = 0$ হবে যখন, $a > 0$ এবং $a \neq 1$(স্বতঃসিদ্ধ)

উত্তর : (ক)

০৪। $\log_{\sqrt{3}} 81$ = কত? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 (খ) $27\sqrt{3}$

(গ) 8 (ঘ) $\frac{1}{8}$

সমাধান : $\log_{\sqrt{3}} 81 = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8$

$= 8 \times \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 8$ [$\because \log_a a = 1$]

উত্তর : (গ)

০৫। $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান — [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) -2

(গ) 3 (ঘ) -3

সমাধান : $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = \log_3 \left(\frac{1}{3^2}\right) = \log_3 (3^{-2})$

$= -2.\log_3 3 = -2$ [$\because \log_a a = 1$]

উত্তর : (খ)

০৬। $\log_2 8$ = কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4 (খ) 3

(গ) 2 (ঘ) 1

সমাধান : $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\log_2 2 = 3.1 = 3$

উত্তর : (খ)

০৭। $\log_a \left(\frac{m}{n}\right)$ = কত? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\log_a m - \log_a n$ (খ) $\log_a m + \log_a n$

(গ) $\log_a m \times \log_a n$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : লগারিদমের সূত্রানুযায়ী,

$\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$

উত্তর : (ক)

০৮। ৩২ এর ২ ভিত্তিক লগারিদম কত? [১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩ (খ) ৪

(গ) ৫ (ঘ) ৬

সমাধান : $\log_২ ৩২ = \log_২ ২^৫ = ৫$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\log_2 16$ এর মান কোনটি?

(ক) 5 (খ) 3

(গ) 4 (ঘ) $\frac{1}{4}$

সমাধান : $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \times \log_2 2$

$= 4 \times 1 = 4$ [$\because \log_a a = 1$]

উত্তর : (গ)

০২। $\log_5 (\sqrt[3]{5})(\sqrt{5})$ = কত?

(ক) 1 (খ) $\frac{1}{5}$

(গ) $\frac{5}{6}$ (ঘ) $\frac{6}{5}$

সমাধান : $\log_5 (\sqrt[3]{5})(\sqrt{5}) = \log_5 \left(5^{\frac{1}{3}} . 5^{\frac{1}{2}}\right)$

$= \log_5 \left(5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}\right) = \log_5 \left(5^{\frac{2+3}{6}}\right)$

$= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6}\log_5 5 = \frac{5}{6}.1 = \frac{5}{6}$

উত্তর : (গ)

০৩। $25\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত?

(ক) $\frac{5}{2}$ (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{125}{2}$ (ঘ) $\frac{25}{\sqrt{5}}$

সমাধান : $\log_5 25\sqrt{5} = \log_5 5^2 . 5^{\frac{1}{2}}$

$= \log_5 5^{2+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{4+1}{2}}$

$= \log_5 5^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}\log_5 5 = \frac{5}{2} \times 1 = \frac{5}{2}$

উত্তর : (ক)

০৪। $\log_{2\sqrt{5}} 20$ এর মান -

(ক) 2 (খ) $\sqrt{5}$

(গ) 3 (ঘ) 4

সমাধান : $\log_{2\sqrt{5}} 20 = \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^2$

$= 2\log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} = 2 \times 1 = 2$

উত্তর : (ক)

০৫। $\log_3 \frac{1}{27}$ = কত?

(ক) 3 (খ) 9

(গ) -3 (ঘ) -9

সমাধান : $\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3 \times 1 = -3$

উত্তর : (গ)

০৬। $3^{\log_3 20 - \log_3 5}$ এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 20

সমাধান : $3^{\log_3 20 - \log_3 5} = 3^{\log_3 \frac{20}{5}} = 3^{\log_3 4} = 4$

উত্তর : (খ)

০৭। $2^{\log_2 20} \div 3^{\log_3 5+\log_3 6}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{3}{2}$

(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{6}$

সমাধান : $2^{\log_2 20} \div 3^{\log_3 5+\log_3 6} = 20 \div 3^{\log_3 5\times 6}$

$= 20 \div 30 = \frac{2}{3}$

উত্তর : (ক)

Type-02 : log-এর "base" -এর মান নির্ণয়

$\log_x y = p$ হলে, $x^p = y$। এখানে, p এবং y এর মান জানা থাকলে x এর মান নির্ণয় করা সম্ভব।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $\log_{10} x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 0.1 (খ) 0.01

(গ) $\frac{1}{10000}$ (ঘ) 0.001

সমাধান: প্রদত্ত রাশি, $\log_{10} x = -1$

$\Rightarrow x = 10^{-1}$ [$\because \log_a x = b$ হলে, $x = a^b$]

$\therefore x = \frac{1}{10} = 0.1$

উত্তর: (ক)

০২। $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে x এর মান কোনটি? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 (খ) 2

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{3}$

সমাধান : $\log_x \frac{1}{9} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow x^2 = 9 \therefore x = 3$

উত্তর : (ক)

০৩। $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে, x = কত? [৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$

(গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 4

সমাধান : $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$

$\Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{8}$ [$\because x = \log_a N$ হলে $a^x = N$]

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow x^2 = 8$

$\Rightarrow x^2 = (2\sqrt{2})^2$

$\therefore x = 2\sqrt{2}$ [$\because$ পাওয়ার বা ঘাত সমান]

উত্তর : (গ)

০৪। $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x-এর মান– [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{9}{4}$

(গ) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

সমাধান : $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow (x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{9}{4} \quad \therefore x = \frac{4}{9}$

উত্তর : (ক)

০৫। $\log_2 \frac{1}{32}$ এর মান – [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{25}$ (খ) -5

(গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{-1}{5}$

সমাধান : $\log_2 \frac{1}{32} = \log_2 \frac{1}{2^5} = \log_2 2^{-5}$

$= -5 \log_2 2 = (-5) \times 1 = -5$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\log_y \sqrt[3]{3} = \frac{1}{15}$ হলে, y এর মান কত?

(ক) 9 (খ) 27

(গ) 81 (ঘ) 243

সমাধান : $\log_y \sqrt[3]{3} = \frac{1}{15} \Rightarrow y^{\frac{1}{15}} = \sqrt[3]{3}$

$\Rightarrow y^{\frac{1}{15}} = 3^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y^{\frac{1}{15}} = 3^{\frac{5}{3\times 5}}$

$\Rightarrow y^{\frac{1}{15}} = (3^5)^{\frac{1}{15}}$

$\Rightarrow y = 3^5$

$\therefore y = 243$

উত্তর : (ঘ)

০২। $\log_x 324 = 4$ হলে, x এর মান কত?

(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{3}$

(গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$

সমাধান : $\log_x^{324} = 4$

$\Rightarrow x^4 = 324$

$\Rightarrow x^4 = (3\sqrt{2})^4$

$\therefore x = 3\sqrt{2}$

উত্তর : (ক)

০৩। $\log_x \frac{1}{16} = -2$ হলে, x এর মান কত ?

(ক) 3 (খ) 5

(গ) 4 (ঘ) 6

সমাধান : $\log_x \frac{1}{16} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{16}$

$\Rightarrow x^{-2} = 4^{-2} \quad \therefore x = 4$

উত্তর : (গ)

০৪। $\log_x \left(\frac{1}{27}\right) = -3$ হলে, x এর মান -

(ক) -3 (খ) 3

(গ) $-\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

সমাধান : $\log_x \left(\frac{1}{27}\right) = -3$

$\Rightarrow x^{-3} = \frac{1}{27} \Rightarrow x^{-3} = \frac{1}{3^3} \Rightarrow x^{-3} = 3^{-3}$

$\therefore x = 3$ [যেহেতু power বা ঘাত সমান]

উত্তর : (খ)

Type-03 : সরলমান নির্ণয়

লগারিদমের ধর্ম ও সাধারণ সূত্রাবলি ব্যবহার করে সরলমান নির্ণয় করা সম্ভব।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $2\log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = ?$ [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) 100

(গ) 37 (ঘ) 4.6

সমাধান: $2\log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9$

$= \log_{10} 5^2 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 \quad [\because n\log_a M = \log_a M^n]$

$= \log_{10} 25 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9$

$= \log_{10} \left(\frac{25 \times 36}{9}\right) \quad [\because \log_a M + \log_a N = \log_a (MN)$ এবং $\log_a M - \log_a N = \log_a \left(\frac{M}{N}\right)]$

$= \log_{10} (25 \times 4) = \log_{10} 100$

$= \log_{10} (10)^2 = 2\log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2$

উত্তর: (ক)

০২। $\log_a x = 1, \log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3y^2}{z}\right)$ এর মান কত? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) 5

সমাধান : $\log_a \left(\frac{x^3y^2}{z}\right) = \log_a (x^3y^2) - \log_a z ; \quad \left[\because \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N\right]$

$= \log_a x^3 + \log_a y^2 - \log_a z ; \quad [\because \log_a MN = \log_a M + \log_a N]$

$= 3\log_a x + 2\log_a y - \log_a z$

$= 3 \times 1 + 2 \times 2 - 3$ [মান বসিয়ে]

$= 3 + 4 - 3 = 4$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$ কত?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 3

সমাধান : $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$

$= \log_2 \sqrt{3.2} + \log_2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \log_2 \left(\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$= \log_2 \left(\sqrt{2}\right)^2 = \log_2 2 = 1$

উত্তর : (গ)

০২। $5\log_{10} 5 - \log_{10} 25 = ?$

(ক) $\log_{10} 8$ (খ) $\log_{10} 5$

(গ) $\log_{10} 125$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে, $5\log_{10} 5 - \log_{10} 25$

$= \log_{10} 5^5 - \log_{10} 5^2$

$= \log_{10} \left(\frac{5^5}{5^2}\right) = \log_{10} (5^{5-2})$

$= \log_{10} 5^3$

$= \log_{10} 125$

উত্তর : (গ)

০৩। $\log_k \left(\frac{a^n}{b^n}\right) + \log_k \left(\frac{b^n}{c^n}\right) + \log_k \left(\frac{c^n}{a^n}\right) =$ কত?

(ক) $\frac{a}{b}$ (খ) $\log_k \frac{a}{b}$

(গ) $\log_k \frac{b}{c}$ (ঘ) 0

সমাধান : $\log_k \left(\frac{a^n}{b^n}\right) + \log_k \left(\frac{b^n}{c^n}\right) + \log_k \left(\frac{c^n}{a^n}\right)$

$= \log_k \left(\frac{a}{b}\right)^n + \log_k \left(\frac{b}{c}\right)^n + \log_k \left(\frac{c}{a}\right)^n$

$= n\log_k \frac{a}{b} + n\log_k \frac{b}{c} + n\log_k \frac{c}{a}$

$= n\left(\log_k \frac{a}{b} + \log_k \frac{b}{c} + \log_k \frac{c}{a}\right)$

$= n\left(\log_k \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{a}\right)$

$= n\log_k 1 = n \times 0 \; [\because \log_k 1 = 0] = 0$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $\log_a p \times \log_p q \times \log_q r \times \log_r b = ?$

(ক) $\log_a b$ (খ) $\log_a p$

(গ) pqrb (ঘ) $\log_r b$

সমাধান : $\log_a p \times \log_p q \times \log_q r \times \log_r b$

$= (\log_a p \times \log_p q) \times (\log_q r \times \log_r b)$

$= \log_a q \times \log_q b = \log_a b$

উত্তর : (ক)

০৫। $\frac{1}{\log_a(abc)}+\frac{1}{\log_b(abc)}+\frac{1}{\log_c(abc)}=?$

(ক) 3 (খ) 1

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{1}{\log_a(abc)}+\frac{1}{\log_b(abc)}+\frac{1}{\log_c(abc)}$

$=\log_{abc} a+\log_{abc} b+\log_{abc} c \left[\because \log_a b=\frac{1}{\log_b a}\right]$

$=\log_{abc} abc=1$

উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $9^{x+2}=81$ হলে $x=?$

(ক) 0 (খ) 1

(গ) 2 (ঘ) 3

০২। $12.27^x=2^2.9^{x+4}$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 8

(গ) 7 (ঘ) 4

০৩। $(1000)^{\frac{x}{3}}=10$ হলে x এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 10

০৪। যদি $\sqrt{2^n}=64$ হয়, তবে n এর মান কত?

(ক) 2 (খ) 4

(গ) 6 (ঘ) 12

০৫। $a^x=b, b^y=c, c^z=a$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

(ক) $a=a^{\frac{x}{yz}}$ (খ) $a=a^{\frac{z}{zx}}$

(গ) $b=c^{\frac{x}{yz}}$ (ঘ) $a=a^{xyz}$

০৬। $\left(2^{-1}+5^{-1}\right)^{-1}$ এর মান কত?

(ক) 7 (খ) $\frac{10}{7}$

(গ) 3 (ঘ) $\frac{7}{10}$

০৭। $x, y, z>0$ হলে $\sqrt{x^{-2}y^2}.\sqrt{y^{-2}z^2}.\sqrt{z^{-2}x^2}$ এর মান

(ক) 0 (খ) 1

(গ) xyz (ঘ) y

০৮। $p^m \times p^n \times p^{-r}=$ কত?

(ক) p^{-mnr} (খ) p^{m+n+r}

(গ) p^{m+n-r} (ঘ) p^{m-n-r}

০৯। $2^{x-4}=4a^{x-6}\ (a>0, a\neq 2)$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 36 (খ) 4

(গ) 6 (ঘ) 16

১০। $\frac{3^{2x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}}=a^{2x-5}(a>0)$ এর সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 4 (খ) 5

(গ) 25 (ঘ) 8

১১। $\log_5 \sqrt[3]{5}=?$

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{1}{5}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{3}$

১২। $\log_3 81$ এর মান কোনটি?

(ক) 4 (খ) 12

(গ) 3 (ঘ) কোনোটিই নয়

১৩। $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান কোনটি?

(ক) 4 (খ) 5

(গ) 15 (ঘ) 25

১৪। $\log_{12} x=4$ হলে x এর মান -

(ক) 12^2 (খ) 12^3

(গ) 12^4 (ঘ) 12^5

১৫। $\log_4^2=x$ হলে x এর মান হবে -

(ক) 1 (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) 0 (ঘ) 2

১৬। 400 এর log কত ভিত্তির মান 4?

(ক) 10 (খ) e

(গ) 2 (ঘ) $2\sqrt{5}$

১৭। $3.2^n-4.2^{n-2}$ এর সরলমান নিচের কোনটি?

(ক) 1 (খ) 2^{n-1}

(গ) 2^{n+1} (ঘ) 3^{n-1}

১৮। $3\log_{10}2+\log_{10}5=?$

(ক) $\log_{10}6$ (খ) $\log_{10}20$

(গ) $\log_{10}40$ (ঘ) কোনোটিই নয়

১৯। $\log_2 64+\log_2 8$ এর মান কত?

(ক) 128 (খ) 7

(গ) 9 (ঘ) 2

২০। যদি $\frac{\log a}{y-z}=\frac{\log b}{z-x}=\frac{\log c}{x-y}$ হয়, তবে $a^x b^y c^z=?$

(ক) 0 (খ) 1

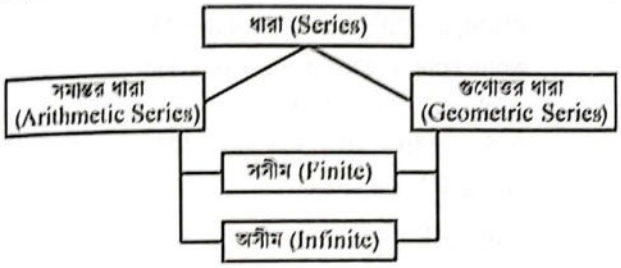
(গ) 3 (ঘ) 2

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	গ	০৩	ক	০৪	ঘ	০৫	ঘ
০৬	খ	০৭	খ	০৮	গ	০৯	গ	১০	খ
১১	ক	১২	ক	১৩	ক	১৪	গ	১৫	খ
১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	গ	১৯	গ	২০	খ

অধ্যায় ১৫

অনুক্রম ও ধারা

ধারার পরিধি শুধু তাত্ত্বিক গণিত নয়, প্রাত্যহিক ব্যবহারিক ক্ষেত্রেও অত্যন্ত ব্যাপক। ধারার ব্যবহার আমরা পাই, সুপারশপে জিনিসপত্র সুন্দরভাবে সাজানো থেকে শুরু করে আদমশুমারিতে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার নিরূপণসহ হাজারো ক্ষেত্রে। এমনকি ধারা খুঁজে পাওয়া যাবে ছায়াপথ "আকাশ গঙ্গা"র সর্পিলাকার বাহু বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের বিবিধ উপাদানের মধ্যে। অত্যন্ত মজার এ শাখায় আমরা অনুক্রম, গড়, মধ্যক, প্রচুরক ইত্যাদি উপাদানের সাথে পরিচিত হয়ে ক্রমান্বয়ে সসীম ও অসীম সংখ্যক ধারার সমষ্টি ও n তম উপাদানের মান ইত্যাদি নির্ণয় প্রক্রিয়া আয়ত্ত করবো।



গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০ম হতে ৩৪তম'তে ১৮টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৯টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - n সংখ্যক স্বাভাবিক (জোড়/বিজোড়) সংখ্যার ধারা
  - সমান্তর ধারা ও অনুক্রম
  - গুণোত্তর ধারা ও অনুক্রম
  - লগ সম্বলিত ধারা
  - Fibonacci ধারা
  - মিশ্র ধারা/বিবিধ

Type-01 : সমান্তর ধারা ও অনুক্রম

অনুক্রম (Sequence): কতগুলো সংখ্যা বা রাশিকে একটি নির্দিষ্ট নিয়মানুসারে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়..... এভাবে ধারাবাহিকভাবে সাজানোকে অনুক্রম বলে। যেমন-১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১.....এখানে বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজানো হয়েছে।

ধারা (Series): একটি অনুক্রমের সকল পদের সমষ্টিকে ধারা বলা হয়। যেমন-১ + ৩ + ৫ + ৭ +..... একটি ধারা।

ধারা সাধারণত দুই প্রকার। যথা: সমান্তর ধারা ও গুণোত্তর ধারা।

সমান্তর ধারা (Arithmetic Series): যে ধারার দু'টি ক্রমিক পদের অন্তর সর্বদা একই থাকে, তাকে সমান্তর ধারা বলে।

যেমন- ২ + ৪ + ৬ +..... + ৫০ একটি সমান্তর ধারা।

কারণ, এখানে প্রত্যেক ক্রমিক পদের অন্তরফল ২।

$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) +.....+ \{a + (n - 1) \times d\}$

সমান্তর ধারাটির ক্ষেত্রে,

i. n তম পদ $= a + (n - 1)d$,
যেখানে a = প্রথম পদ, n = পদ সংখ্যা, d = সাধারণ অন্তর

ii. পদসংখ্যা, $n = \frac{\text{শেষ পদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

iii. n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

বি.দ্র. : ১ম পদ, শেষ পদ এবং পদ সংখ্যা জানা থাকলে,

সমষ্টি $= \frac{(\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ})}{2} \times$ পদসংখ্যা

- সূত্রটি ব্যবহার করলে সমষ্টি নির্ণয় সহজ হয়।

$$\text{সমান্তর ধারার পদগুলোর গড়} = \frac{\text{সমষ্টি}}{\text{পদসংখ্যা}} = \frac{\text{১মপদ} + \text{শেষ পদ}}{2}$$

Case - 01 : পদ সংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যাবলি

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d, পদগুলোর সমষ্টি S_n দেওয়া থাকলে ধারাটির পদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

পদ সংখ্যা, $n = \frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রমে থাকে, তাহলে p ও q এর মান হবে যথাক্রমে- [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-2, 9$ (খ) $2, 9$

(গ) $-2, -9$ (ঘ) $2, -9$

সমাধান: যেহেতু ধারাটি সমান্তর সুতরাং ধারাটির পর পর দুইটি পদের পার্থক্য সমান হবে।

$\therefore p - (-5) = q - p = 16 - q$

তাহলে, $p - (-5) = q - p \Rightarrow p + 5 = q - p$

$\Rightarrow p - q + p = -5 \quad \therefore 2p - q = -5$ .....(i)

আবার, $p - (-5) = 16 - q \Rightarrow p + 5 = 16 - q$

$\Rightarrow p + q = 16 - 5 \quad \therefore p + q = 11$ .....(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$3p = 6 \quad \therefore p = 2$

p এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2 + q = 11 \Rightarrow q = 11 - 2 \quad \therefore q = 9$

উত্তর: (খ)

০২। $5 + 8 + 11 + 14 + \ldots\ldots$ ধারাটির কত তম পদ 302। [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 60 তম পদ (খ) 70 তম পদ

(গ) 90 তম পদ (ঘ) 100 তম পদ

ব্যাখ্যাঃ প্রথম পদ, $a = 5$; n তম পদ $= 302$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5 = 3$; $n = ?$

আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\Rightarrow 302 = 5 + (n-1)3$

$\Rightarrow 3n + 2 = 302 \Rightarrow 3n = 300 \therefore n = 100$

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি সমান্তর অনুক্রমে 5ম পদটি 18 এবং প্রথম 5টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 2 (খ) 10

(গ) 4 (ঘ) 12

সমাধান : ধরি, ধারাটির ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$\therefore a + (5-1)d = 18 \Rightarrow a + 4d = 18 \ldots\ldots\ldots\ldots$ (i)

এবং $\frac{5}{2}\{2a + (5-1)d\} = 75$

$\Rightarrow 2a + 4d = 30 \ldots\ldots\ldots$ (ii)

(ii) − (i) ⇒

$$\begin{array}{r} 2a + 4d = 30 \\ a + 4d = 18 \\ \hline a \quad\quad = 12 \end{array}$$

$\therefore$ প্রথম পদ $= 12$

উত্তর : (ঘ)

০৪। একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি – [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 140 (খ) 142

(গ) 148 (ঘ) 150

সমাধান : প্রথম পদ a ও সাধারণ অন্তর d হলে,

n-তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ 6- তম পদ $= a + (6-1)d$

$\Rightarrow 52 = a + 5 \times 10 \Rightarrow a = 52 - 50 \therefore a = 2$

$\therefore$ 15-তম পদ $= 2 + (15-1) \times 10 = 2 + 140 = 142$

উত্তর : (খ)

০৫। কোনো সমান্তর প্রগমনে প্রথম দুটি সংখ্যা যদি 5 ও 17 হয়, তবে তৃতীয় সংখ্যাটি কত? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 22 (খ) 25

(গ) 29 (ঘ) 85

সমাধান : সমান্তর প্রগমনে প্রথম দুটি পদ 5 ও 17 হলে

সাধারণ অন্তর $= (17 - 5) = 12$

$\therefore$ তৃতীয় পদ = দ্বিতীয় পদ+সাধারণ অন্তর $= 17 + 12 = 29$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২, − ৫, − ১২, − ১৯, ... ধারাটির ১২তম পদ?

(ক) − ৬০ (খ) − ৬৫

(গ) − ৭০ (ঘ) − ৭৫

সমাধান : ধরি, ধারাটির ১ম পদ $a = ২$

এবং সাধারণ অন্তর $d = -৫ - ২ = -৭$

$\therefore$ ১২তম পদ $= a + (১২ - ১)\, d = a + ১১d$

$= ২ + ১১(-৭) = ২ - ৭৭ = -৭৫$

উত্তর : (ঘ)

০২। 20, 25, 30 . . . . . 140 ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে?

(ক) 25টি (খ) 24টি

(গ) 23টি (ঘ) 22টি

সমাধান : 20, 25, 30 . . . . . 140।

এখানে, $a = 20$, সাধারণ অন্তর $d = 25 - 20 = 5$

আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore 20 + (n-1)5 = 140$

$\Rightarrow 5n = 140 - 20 + 5 \Rightarrow 5n = 125$

$\Rightarrow n = \frac{125}{5} \therefore n = 25$

উত্তর : (ক)

০৩। একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 1, শেষপদ 99 এবং সমষ্টি 2500 হলে ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

(ক) 4 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 6

সমাধান : সমষ্টি $= \frac{\text{শেষ পদ}+\text{১ম পদ}}{২} \times$ পদ সংখ্যা

$\Rightarrow 2500 = \frac{99+1}{2} \times$ পদসংখ্যা

$\Rightarrow 2500 = \frac{100}{2} \times$ পদসংখ্যা

$\Rightarrow 2500 = 50 \times$ পদসংখ্যা

$\Rightarrow$ পদসংখ্যা $= \frac{2500}{50} \therefore$ পদ সংখ্যা $= 50$

আবার, পদসংখ্যা $= \frac{\text{শেষ পদ}-\text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

$\Rightarrow 50 = \frac{99-1}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \Rightarrow$ সাধারণ অন্তর $= \frac{98}{49} = 2$

উত্তর : (খ)

০৪। একটি সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর 9 এবং 7ম পদ 60 হলে 12 তম পদটি কত?

(ক) 89 (খ) 100

(গ) 108 (ঘ) 105

সমাধান : ধরি, ধারার প্রথম পদ = a, সাধারণ অন্তর $d = 9$

$\therefore$ 7 তম পদ $= a + (7-1)d$

$\Rightarrow 60 = a + 6 \times 9 \Rightarrow a = 60 - 54 \therefore a = 6$

$\therefore$ 12 তম পদ $= a + (12-1)d$

$= 6 + 11 \times 9 = 6 + 99 = 105$

উত্তর : (ঘ)

০৫। কোনো সমান্তর ধারার p-তম পদ q এবং q-তম পদ p হলে (p + q) তম পদ কত?

(ক) pq (খ) p + q
(গ) pq (p + q) (ঘ) 0

সমাধান : ধারাটির p তম পদ = a + (p – 1)d
ধারাটির q তম পদ = a + (q –1) d
এবং p + q তম পদ = a + (p + q – 1) d
প্রশ্নমতে, a + (p – 1) d = q . . . . . (i)
a + (q – 1) d = p . . . . . (ii)
(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,
{a + (p – 1)d} – {a + (q – 1)d} = q – p
⇒ a + (p – 1) d – a – (q – 1) d = q – p
⇒ (p – 1) d – (q – 1) d = q – p
⇒ d (p – 1 – q + 1) = q – p
⇒ d(p – q) = – (p – q) ∴ d = – 1
সুতরাং p + q তম পদ = a + (p + q – 1) d
= a + (p – 1)d + qd = q + qd [(i) নং হতে]
= q + q (–1) [∵ d = –1] = 0.
উত্তর : (ঘ)

০৬। 9 + 7 + 5 . . . . . ধারাটির প্রথম n-সংখ্যক পদের যোগফল – 144 হলে n = কত?

(ক) 16 (খ) 12
(গ) 14 (ঘ) 18

সমাধান : প্রথম পদ, a = 9; সাধারণ অন্তর, d = 7 – 9 = – 2
এবং n সংখ্যক পদের যোগফল = –144
∴ $\frac{n}{2}$ {2a + (n – 1)d} = –144
বা, $\frac{n}{2}$ {2 × 9 + (n – 1) (–2)} = –144
বা, $\frac{n}{2}$ (18 – 2n + 2) = –144
বা, $\frac{n}{2}$ (–2n + 20) = –144
বা, $-\frac{n}{2} \times 2(n - 10) = -144$
বা, n(n – 10) = 144
বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$
বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$
বা, n(n – 18) + 8(n – 18) = 0
বা, (n – 18) (n + 8) = 0
হয়, n – 18 = 0 অথবা n + 8 = 0
∴ n = 18 ∴ n = – 8 (গ্রহণযোগ্য নয়)
উত্তর : (ঘ)

Case – 02 : সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যাবলি

সমান্তর ধারাটির ক্ষেত্রে,
n সংখ্যক পদের সমষ্টি= $\frac{n}{2}$ {2a + (n – 1)d}
বি:দ্র: ১ম পদ, শেষ পদ এবং পদ সংখ্যা জানা থাকলে,
সমষ্টি = $\frac{(১ম\ পদ + শেষ\ পদ)}{2} \times$ পদসংখ্যা [সূত্রটি ব্যবহার করলে সমষ্টি নির্ণয় সহজ হয়]

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 1 + 3 + 5 + ... + (2x – 1) = কত?
[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) x(x – 1) (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$
(গ) x(x – 1) (ঘ) x^2

সমাধান : ১ম পদ =1 , সাধারণ অন্তর = 3 – 1 = 2
এবং শেষ পদ = 2x – 1
∴ পদ সংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{2x-1-1}{2} + 1$
$= \frac{2(x-1)}{2} + 1 = x - 1 + 1 = x$
এবং সমষ্টি = $\frac{\text{শেষ পদ} + \text{১ম পদ}}{2} \times$ পদ সংখ্যা
$= \frac{2x-1+1}{2} \times x = \frac{2x}{2} \times x = x^2$
উত্তর : (ঘ)

০২। 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 99 = কত?
[২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 4650 (খ) 4750
(গ) 4850 (ঘ) 4950

সমাধান : এখানে, মোট পদ n = 99
∴ সমষ্টি, $S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{99(99+1)}{2} = \frac{99 \times 100}{2} = 4950$
উত্তর : (ঘ)

০৩। $১^২ + ৩^২ + ৫^২ + \ldots\ldots + ৩১^২$ সমান কত?
[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৫৮ (খ) ২৫৬
(গ) ২৫৪ (ঘ) ২৫২

সমাধান : প্রশ্নটিতে ভুল রয়েছে।
যদি ধারাটি ১ + ৩ + ৫ + ... + ৩১ হয়,
তবে ধারাটির পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১$
$= \frac{৩১ - ১}{৩ - ১} + ১ = \frac{৩০}{২} + ১ = ১৬$
এবং ধারাটির সমষ্টি = $\frac{\text{প্রথম পদ} + \text{শেষ পদ}}{২} \times$ পদ সংখ্যা
$= \frac{১ + ৩১}{২} \times ১৬ = ২৫৬$
উত্তর : (Blank)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ + ৪ + ৭ + ১০ + ... + ৭৩ সমান্তর ধারাটির যোগফল কত হবে?

(ক) ৯২৫ (খ) ১০২৫
(গ) ১১২৫ (ঘ) ১২২৫

সমাধান : ধারাটির ১ম পদ a = ১ , সাধারণ অন্তর d = ৪ – ১ = ৩
এবং n তম পদ বা শেষ পদ = ৭৩
এখন, n তম পদ = a + (n – ১) × d
বা, ৭৩ = ১ + (n – ১) × ৩ বা, ৭৩ = ১ + ৩n – ৩
বা, ৩n – ২ = ৭৩ বা, ৩n = ৭৫ ∴ n = ২৫

∴ ধারাটির সমষ্টি $= \frac{২৫}{২}\{২ \times ১ + (২৫ - ১) \times ৩\}$

$= \frac{২৫}{২}(২ + ২৪ \times ৩) = \frac{২৫ \times ৭৪}{২} = ৯২৫$

উত্তর : (ক)

০২। **5, 9, 13, 17, ... ধারাটির প্রথম সতেরটি পদের সমষ্টি-**

(ক) 529 (খ) 462

(গ) 629 (ঘ) 523

সমাধান : 5, 9, 13, 17, —

ধারাটির ১ম পদ $a = 5$, সাধারণ অন্তর $d = 9 - 5 = 4$

∴ প্রথম 17টি পদের সমষ্টি,

$= \frac{17}{2}\{2 \times 5 + (17 - 1) \times 4\}$

$= \frac{17}{2}(10 + 64) = 17 \times 37 = 629$

উত্তর : (গ)

০৩। **একটি সমান্তর ধারার 12তম পদ 77 হলে, তার প্রথম 23 পদের সমষ্টি কত?**

(ক) 1771 (খ) 1176

(গ) 1056 (ঘ) 2025

সমাধান : nতম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ 12 তম পদ $= a + (12 - 1)d$

$\Rightarrow 77 = a + 11d$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

∴ 23টি পদের সমষ্টি $= \frac{23}{2}\{2a + (23 - 1)d\}$

$= \frac{23}{2}(2a + 22d) = 23(a + 11d)$

$= 23 \times 77 = 1771$

উত্তর : (ক)

০৪। **একটি কূপের সাথে একই লাইনে ৫ মিটার সমান দূরত্বে ১০টি গাছ আছে। কূপ হতে নিকটতম গাছের দূরত্ব ১০ মিটার। একজন লোক প্রত্যেক গাছে আলাদাভাবে পানি দেওয়ার পর আবার কূপে ফিরে আসে। সব গাছে পানি দেওয়ার পর সে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?**

(ক) ৩২৫ (খ) ৬২০

(গ) ৬০০ (ঘ) ৬৫০

সমাধান : ১ম গাছে পানি দিতে অতিক্রান্ত দূরত্ব = ১০ + ১০ = ২০ মি.

২য় গাছে পানি দিতে অতিক্রান্ত দূরত্ব = ১৫ + ১৫ = ৩০ মি.

৩য় গাছে পানি দিতে অতিক্রান্ত দূরত্ব = ২০ + ২০ = ৪০ মি.

তবে ধারাটি হবে, ২০ + ৩০ + ৪০ +.....

তাহলে প্রথম পদ, $a = ২০$; পদ সংখ্যা, $n = ১০$

সাধারণ অন্তর, $d = ৩০ - ২০ = ১০$

∴ সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{২}\{২a + (n - ১)d\}$

$= \frac{১০}{২}\{২ \times ২০ + (১০ - ১)১০ = ৫ \times (৪০ + ৯০)$

$= ৫ \times ১৩০ = ৬৫০$

উত্তর : (ঘ)

Type-02 : n সংখ্যক স্বাভাবিক (জোড়/বিজোড়) সংখ্যার ধারা

Case – 01 : সাধারণ সমস্যা

→ $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$;

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

→ $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ldots\ldots + (2n - 1) = n^2$;

n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

→ $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots\ldots + 2n = n(n + 1)$;

n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **১ হতে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা সমূহের যোগফল কত?** [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৯৯৯ (খ) ৫৫০১

(গ) ৫০৫০ (ঘ) ৫০০১

সমাধান : আমরা জানি, $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 100 = \frac{100 \times (100+1)}{2}$

$= 50 \times 101 = 5050$

উত্তর : (গ)

০২। **১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যার যোগফল-** [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৮৫০ (খ) ৪৯৫০

(গ) ৫৭৫০ (ঘ) ৫৯৫০

সমাধান : প্রথম পদ = ১, শেষ পদ = ৯৯, পদ সংখ্যা = ৯৯

∴ সমষ্টি $= \frac{(১+৯৯) \times ৯৯}{২} = ৪৯৫০$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **প্রথম দশটি বিজোড় সংখ্যার যোগফল কত?**

(ক) ১০০ (খ) ৮১

(গ) ১০০০ (ঘ) ১০৯

সমাধান : প্রথম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার যোগফল n^2

∴ প্রথম ১০টি সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার যোগফল $(১০)^২$

$= ১০০$

উত্তর : (ক)

০২। **৫ থেকে ৪৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?**

(ক) ১৫০ (খ) ৮৬১

(গ) ৭০০ (ঘ) ৪২০

সমাধান : সমান্তর ধারার পদ সংখ্যা,

$n = \frac{\text{শেষপদ} - ১\text{মপদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১ = \frac{৪৫ - ৫}{১} + ১ = ৪১$

∴ যোগফল $= \frac{৪১(৪১+১)}{২} = \frac{৪১ \times ৪২}{২} = ৪১ \times ২১ = ৮৬১$

উত্তর : (খ)

০৩। ১ হতে ৫০ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যাগুলোর গড় কত?
(ক) ২০ (খ) ২৪.৫
(গ) ২৫.০ (ঘ) ২৫.৫

সমাধান : ১ থেকে ৫০ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যা ২৫ টি।
∴ পদসংখ্যা, n = ২৫
∴ সমষ্টি, $S = n^2 = (২৫)^২ = ৬২৫$
এবং গড় $= \frac{৬২৫}{২৫} = ২৫$
উত্তর : (গ)

০৪। 1 থেকে 31 এর মধ্যে সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার যোগফল কত?
(ক) 16 (খ) 128
(গ) 240 (ঘ) 512

সমাধান : 1 থেকে 31 পর্যন্ত জোড় সংখ্যাগুলোর সমষ্টির ধারাটি
$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots + 30$
এখানে,
পদ সংখ্যা $= \frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{30-2}{2} + 1 = 15$
আবার, n সংখ্যক জোড় সংখ্যার সমষ্টি $= n(n + 1)$
$= 15(15 + 1) = 15 \times 16 = 240$
উত্তর : (গ)

০৫। k সংখ্যক ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার যোগফল 41 এবং সবচেয়ে ছোট সংখ্যা – 40 হলে k =?
(ক) 40 (খ) 41
(গ) 81 (ঘ) 82

সমাধান : k সংখ্যাক ক্রমিক সংখ্যার সমষ্টি 41 এবং সবচেয়ে ছোট সংখ্যা – 40 হলে
সংখ্যাগুলোর ধারা :
$-40, -39, -38, \ldots\ldots 38, 39, 40, 41$
অর্থাৎ মোট 81টি সংখ্যা হবে।
∴ K = 81
উত্তর : (গ)

Case - 02 : বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

→ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল।

→ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$;
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের যোগফল।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots + x^2$ এর মান কত?
[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$
(গ) x (ঘ) $\left\{\frac{x(x+1)}{2}\right\}^2$

সমাধান : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + x^2 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$
[n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$]
উত্তর : (ক)

০২। $১^২ + ২^২ + ৩^২ + \ldots\ldots\ldots\ldots + ৫০^২$ = কত?
[২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩৫৭২৫ (খ) ৪২৯২৫
(গ) ৪৫৫০০ (ঘ) ৪৭২২৫

সমাধান : আমরা জানি, n সংখ্যাক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি
$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{৫০ \times ৫১ \times ১০১}{৬} = ৪২৯২৫$
উত্তর : (খ)

০৩। ৯, ৩৬, ৮১, ১৪৪, ... এর পরবর্তী সংখ্যা কত?
[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১৬৯ (খ) ২২৫
(গ) ২৫৬ (ঘ) ২৭২

সমাধান : রাশিগুলো $৩^২, ৬^২, ৯^২, ১২^২, ১৫^২$ .....এভাবে দেয়া হয়েছে।
অতএব, শূন্যস্থানে পরবর্তী সংখ্যা হবে $১৫^২ = ২২৫$
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3$ = কত?
(ক) $\frac{n(n+1)}{2}$ (খ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
(গ) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ (ঘ) একটিও নয়

সমাধান : সূত্র : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$
উত্তর : (গ)

০২। $১^২ + ২^২ + ৩^২ + \ldots\ldots\ldots\ldots + ২০^২$ = কত?
(ক) ২৮৭০ (খ) ১৫৪০
(গ) ৪৪১০০ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধারাটির সমষ্টি $= \frac{১}{৬} n(n + ১)(2n + ১)$
$= \frac{১}{৬} \times ২০(২০ + ১)(২ \times ২০ + ১)$
$= \frac{১}{৬} \times ২০ \times ২১ \times ৪১ = ২৮৭০$
উত্তর : (ক)

০৩। $১^২ + ২^২ + ৩^২ + \ldots\ldots\ldots + ১০^২ = ৩৮৫$ হলে,
$২^২ + ৪^২ + ৬^২ + \ldots\ldots\ldots + ২০^২$ এর মান কত?
(ক) ৭৭০ (খ) ১৫৪০
(গ) ১১৫৫ (ঘ) $(৩৮৫)^২$

সমাধান : $২^২ + ৪^২ + ৬^২ + \ldots\ldots\ldots + ২০^২$
$= ৪ + ১৬ + ৩৬ + \ldots\ldots + ৪০০$
$= ৪ (১ + ৪ + ৯ + \ldots\ldots + ১০০)$
$= ৪ (১^২ + ২^২ + ৩^২ + \ldots\ldots\ldots + ১০^২)$
$= ৪ \times ৩৮৫ = ১৫৪০$
উত্তর : (খ)

Type-03 : গুণোত্তর ধারা ও অনুক্রম

গুণোত্তর ধারা (Geometric Series): যে ধারার দু'টি ক্রমিক পদের অনুপাত সর্বদা একই থাকে, তাকে গুণোত্তর ধারা বলে।

যেমন- ২ + ৪ + ৮ +..... + ১২৮ একটি গুণোত্তর ধারা। কারণ, এখানে প্রত্যেক ক্রমিক পদের অনুপাত ২।

$a + ar^2 + ar^3 + \cdots \ldots \ldots \ldots + ar^{n-1}$

গুণোত্তর ধারাটির,

১ম পদ = a, সাধারণ অনুপাত = r

পদ সংখ্যা = n

n তম পদ = ar^{n-1}

n সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r > 1$

$= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r < 1$

Case – 01 : পদের মান নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা

কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, পদসংখ্যা n অথবা পদগুলোর সমষ্টি S_n দেওয়া থাকলে যেকোনো পদের মান নির্ণয় করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ (6-তম) পদটি 160 হলে প্রথম পদটি- [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 5 (খ) 10

(গ) 12 (ঘ) 8

সমাধান : প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং পদসংখ্যা = n

$ar^2 = 20$ ..... (1) [$\because a_n = a.r^{n-1}$]

$ar^5 = 160$ ..... (2)

(2) ÷ (1) $\Rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{160}{20}$

$\Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \therefore r = 2$

(1) নং হতে, $a(2)^2 = 20 \Rightarrow a = \frac{20}{4} \therefore a = 5$

উত্তর : (ক)

০২। একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি −48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $-\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $-\frac{1}{4}$

সমাধান : আমরা জানি, কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে n তম পদ = ar^{n-1}

$\therefore$ দ্বিতীয় পদ = $ar^{2-1} = ar = -48$

$\therefore a = -\frac{48}{r}$ ..... (i)

আবার, পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$

$= \left(-\frac{48}{r}\right) r^4$ [(i) এর মান বসিয়ে] $= -48r^3$

প্রশ্নমতে, $-48r^3 = \frac{3}{4}$ বা, $r^3 = -\frac{3}{192}$

বা, $r^3 = -\frac{1}{64}$ বা, $r^3 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \therefore r = -\frac{1}{4}$

অর্থাৎ সাধারণ অনুপাত $-\frac{1}{4}$

উত্তর : (ঘ)

০৩। $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$.... ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে? [৩৯ তম বিসিএস(স্বাস্থ্য)পরীক্ষা]

(ক) ৯তম পদ (খ) ১০তম পদ

(গ) ১১তম পদ (ঘ) ১২তম পদ

সমাধান : প্রথম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$

ধরি, n তম পদ হবে $8\sqrt{2}$

$\therefore ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^6.\sqrt{2}$ $\left[\because 8 = 2^3 = (\sqrt{2})^6\right]$

$\Rightarrow (\sqrt{2})^{n-2} = (\sqrt{2})^7 \Rightarrow n - 2 = 7$ $\therefore n = 9$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 128 + 64 + 32 + ... গুণোত্তর ধারাটির নবম পদ কত?

(ক) 3 (খ) 1

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, a = 128,

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ নবম পদ = $128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{9-1} = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০২। 2 + 4 + 8 + 16 + ... এই ধারাটির কত তম পদের মান 128?

(ক) 5 (খ) 4

(গ) 7 (ঘ) 6

সমাধান : ধারাটি গুণোত্তর। এখানে, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2$;

প্রথম পদ, a = 2; n-তম পদ = ar^{n-1}

শর্তমতে, $ar^{n-1} = 128$

বা, $2.2^{n-1} = 2^7$ বা, $2^n = 2^7$ $\therefore n = 7$

উত্তর : (গ)

০৩। একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ −27 হলে, ধারাটির 10তম পদ নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(গ) −81 (ঘ) $6\sqrt{3}$

সমাধান : মনে করি, প্রথম পদ = a, সাধারণ অনুপাত = r

তাহলে, পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} \Rightarrow 3\sqrt{3} = ar^4$

$\Rightarrow ar^4 = 3\sqrt{3}$.....(i)

এবং অষ্টম পদ = ar^{8-1}

$\Rightarrow ar^7 = -27$.....(ii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^7}{ar^4} = -\frac{27}{3\sqrt{3}} \Rightarrow r^3 = -\frac{9}{\sqrt{3}} \Rightarrow r^3 = -\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow r^3 = (-\sqrt{3})^3 \therefore r = -\sqrt{3}$

r এর মান (i)নং সমীকরণে বসিয়ে,

$a(-\sqrt{3})^4 = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow a = \frac{3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

তাহলে, 10তম পদ $= ar^{10-1} = \frac{\sqrt{3}}{3}(-\sqrt{3})^9 = -81$

উত্তর : (গ)

০৪। **একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ পদটি 160 হলে প্রথম পদটি কত?**

(ক) 5 (খ) 10

(গ) 12 (ঘ) 8

সমাধান : $ar^2 = 20$ ..... (i)

এবং $ar^5 = 160$ ..... (ii)

এখন, (ii) ÷ (i)

$\Rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{160}{120} \Rightarrow r^3 = 8 \quad \therefore r = 2$

(i) নং হতে পাই, $a.(2)^2 = 20 \Rightarrow a = 5$

∴প্রথম পদটি= $ar^0 = 5 \times 1 = 5$

উত্তর : (ক)

০৫। **$5 + x + y + 40$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান কত?**

(ক) 15 এবং 30 (খ) 10 এবং 20

(গ) 10 এবং 35 (ঘ) 15 এবং 25

সমাধান: ধরি, প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার ১ম পদ, $a = 5$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = 40 \Rightarrow 5r^3 = 40$

$\Rightarrow r^3 = \frac{40}{5} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \therefore r = 2$

∴ গুণোত্তর ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar$

$= 5 \times 2 = 10$

∴ গুণোত্তর ধারাটির ৩য় পদ, $y = ar^{3-1} = ar^2$

$= 5 \times 2^2 = 5 \times 4 = 20$

∴ $x = 10$ এবং $y = 20$

উত্তর : (খ)

Case – 02 : সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যা

$a + ar^2 + ar^3 + \cdots \ldots \ldots \ldots + ar^{n-1}$

গুণোত্তর ধারাটির,

১ম পদ $= a$, সাধারণ অনুপাত $= r$

পদ সংখ্যা $= n$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r > 1$

$= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$; $r < 1$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ ..... n সংখ্যক পদের যোগফল হবে-** [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 0 (খ) 1

(গ) $[1 + (-1)^n]$ (ঘ) $\frac{1}{2}[1 - (-1)^n]$

সমাধান: এখানে, ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{1} = -1$

∴ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$= \frac{1(1-(-1)^n)}{1-(-1)} = \frac{1}{2}[1 - (-1)^n]$

উত্তর: (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **$2 - 4 + 8 - 16 + \cdots \ldots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?**

(ক) -86 (খ) 86

(গ) 0 (ঘ) 43

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$; সাধারণ অনুপাত, $r = -2$

পদ সংখ্যা, $n = 7$

আমরা জানি,

প্রথম n পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ [যখন $r < 1$]

∴ প্রথম 7 পদের সমষ্টি $= \frac{2(1-r^7)}{1-r} = \frac{2(1-(-2)^7)}{1-(-2)}$

$= \frac{2(1+128)}{1+2} = \frac{2\times129}{3} = 2 \times 43 = 86$

উত্তর : (খ)

০২। **কোনো ধারার n তম পদ $n.2^{n-1}$ হলে ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল কত?**

(ক) 129 (খ) 152

(গ) 98 (ঘ) 106

সমাধান : n তম পদ $= n.2^{n-1}$

১ম পদ $= 1.2^{1-1} = 1 \times 1 = 1$

২য় পদ $= 2.2^{2-1} = 2 \times 2 = 4$

৩য় পদ $= 3.2^{3-1} = 3 \times 4 = 12$

৪র্থ পদ $= 4.2^{4-1} = 4 \times 8 = 32$

৫ম পদ $= 5.2^{5-1} = 5 \times 16 = 80$

∴ সমষ্টি $= 1 + 4 + 12 + 32 + 80 = 129$

উত্তর : (ক)

০৩। **$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots\ldots$ এর ধারাটির $(2n + 1)$ পদের সমষ্টি হবে?**

(ক) -1 (খ) 1

(গ) 0 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ $a = 1$,

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$

আমরা জানি, কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

প্রদত্ত ধারার $(2n+1)$ পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{2n+1})}{1-r}$

$= \frac{1\{1-(-1)^{2n+1}\}}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^{2n}(-1)}{2}$

$= \frac{1-(1)(-1)}{2}$ [$\because n \in \mathbb{N}$ হওয়ায় $(-1)^{2n}=1$]

$= \frac{2}{2} = 1$

উত্তর : (খ)

০৪। $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?

(ক) $\frac{1}{128}$ (খ) $\frac{64}{128}$

(গ) $\frac{255}{256}$ (ঘ) $\frac{255}{128}$

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a=1$; পদ সংখ্যা $n=8$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

সুতরাং, ধারাটির 8 টি পদের সমষ্টি

$S_8 = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{1\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1-\frac{1}{256}}{\frac{1}{2}}$

$= 2\left(\frac{256-1}{256}\right) = \frac{255}{128}$

উত্তর : (ঘ)

০৫। $5+55+555+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম **n** সংখ্যক পদের যোগফল নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{50}{81}(10^n-1)$ (খ) $\frac{50}{9}(8^n-1)-\frac{5n}{9}$

(গ) $\frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$ (ঘ) $\frac{50}{81}-\frac{5n}{9}(10^n-1)$

সমাধান: মনে করি, প্রদত্ত ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল S_n

$S_n = 5+55+555+\ldots\ldots$ n তম পদ পর্যন্ত

$= 5\,(1+11+111+\ldots\ldots$ n তম পদ পর্যন্ত)

$= \frac{5}{9}(9+99+999+\ldots\ldots$ n তম পদ পর্যন্ত)

$= \frac{5}{9}\{(10-1)+(100-1)+(1000-1)+$ ..... n তম পদ পর্যন্ত}

$= \frac{5}{9}(10+10^2+10^3+\ldots\ldots+10^n)-(1+1+1+\cdots\ldots\ldots$ n তম পদ পর্যন্ত)

$= \frac{5}{9}\times 10(1+10+10^2+\ldots\ldots 10^{n-1})-\frac{5n}{9}$

$= \frac{50}{9}\times 1.\frac{10^n-1}{10-1}-\frac{5n}{9}$ [$\frac{a(r^n-1)}{r-1}$ সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \frac{50}{9\times 9}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$

$\therefore S_n = \frac{50}{81}(10^n-1)-\frac{5n}{9}$

উত্তর : (গ)

Case – 03 : অসীম ধারা সম্পর্কিত সমস্যা

আমরা জানি, কোন অসীম ধারার অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান থাকবে যদি ধারাটির সাধারণ অনুপাত r এর মান -1 এর থেকে বড় এবং $+1$ এর থেকে ছোট হয়। অর্থাৎ, $-1 < r < 1$ এই শর্তটির জন্য কোনো ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $s_\infty = \frac{a}{1-r}$

[এখানে, a ধারাটির প্রথম পদ, r ধারাটির সাধারণ অনুপাত]

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{2}{7}+\ldots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $S_\infty = \frac{20}{3}$ (খ) $S_\infty = \frac{3}{20}$

(গ) $S_\infty = 20$ (ঘ) $S_\infty = 3$

সমাধান : [প্রশ্নের চতুর্থ পদ $-\frac{2}{7}$ এর পরিবর্তে $-\frac{2}{27}$ হলে প্রশ্নটি যথার্থ হয়।]

$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{2}{27}$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}$

$= \frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{4}\times\frac{3}{5} = \frac{3}{20}$

$r = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}$

$= -\frac{1}{6}\times 4$

$= -\frac{2}{3}$

উত্তর : (খ)

০২। $0.12+0.0012+0.000012+\ldots\ldots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল- [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{8}{33}$ (খ) $\frac{8}{99}$

(গ) $\frac{112}{99}$ (ঘ) $\frac{18}{99}$

সমাধান : $a = 0.12$ এবং $r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01$

$\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0.12}{1-0.01} = \frac{0.12}{0.99} = \frac{12}{99} = \frac{8}{33}$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{3}{2}$

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ $a = \frac{1}{3}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{3^2}\times\frac{3}{1} = \frac{1}{3} < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\times\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০২। $1+0.1+0.01+0.001+\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

(ক) $\frac{2}{5}$ (খ) $\frac{10}{9}$

(গ) $\frac{13}{6}$ (ঘ) $\frac{9}{10}$

সমাধান : প্রথম পদ, $a = 1$,

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{0.1}{1} = \frac{1}{10} < 1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{10}{9}$

উত্তর : (খ)

Type-04 : লগ সম্বলিত ধারা

সমান্তর ধারা ও গুণোত্তর ধারায় সূচকীয় ও লগারিদম সম্পর্কিত সমস্যাবলি পরিলক্ষিত করা যায়। এ সকল ক্ষেত্রে সমান্তর ধারা ও গুণোত্তর ধারার সূত্রাবলির সাহায্যে আমরা কোনো নির্দিষ্ট পদ অথবা পদগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করতে পারি।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **log2 + log4 + log8 +. . . . . ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?** [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 45 log2 (খ) 55 log2

(গ) 65 log2 (ঘ) 75 log2

সমাধান : log2 + log4 + log8 +..... দশম পদ পর্যন্ত।

$= \log 2^1 + \log 2^2 + \log 2^3 + \ldots\ldots + \log 2^{10}$

$= \log (2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2^5 \times 2^6 \times 2^7 \times 2^8 \times 2^9 \times 2^{10})$

$= \log 2^{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10}$

$= \log 2^{55} = 55\log 2.$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **log2 + log16 + log512 + ...ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নিচের কোনটি?**

(ক) 500log2 (খ) 625log2

(গ) 650log2 (ঘ) 512log2

সমাধান : log2 + log16 + log512 + ...ধারাটির দ্বাদশ পদ পর্যন্ত

$= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 +$ ..... ধারাটির দ্বাদশ পদ পর্যন্ত

$= \log 2 + 4\log 2 + 9\log 2 +$..... ধারাটির দ্বাদশ পদ পর্যন্ত

$= (1 + 4 + 9 +$..... দ্বাদশ পদ পর্যন্ত) $\times \log 2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 12^2) \times \log 2$

$= \left\{\frac{12(12+1)(2.12+1)}{6}\right\} \times \log 2$

$[\because 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

[n স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল]

$= 2 \times 13 \times 25 \times \log 2 = 650\log 2$

উত্তর : (গ)

০২। **log 3 + log 9 + log 27 + ⋯ ... ...ধারাটির কত তম পদ log 2187?**

(ক) 12 (খ) 7

(গ) 6 (ঘ) 8

সমাধান: মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 3$

সাধারণ অন্তর, $d = \log 9 - \log 3$

$= \log \frac{9}{3} = \log 3$

ধারাটির n তম পদ $= \log 2187$

প্রশ্নমতে, $a + (n-1)d = \log 2187$

$\Rightarrow \log 3 + (n-1)\log 3 = \log 3^7$

$\Rightarrow (n-1)\log 3 = 7\log 3 - \log 3$

$\Rightarrow (n-1)\log 3 = 6\log 3$

$\Rightarrow (n-1) = \frac{6\log 3}{\log 3} \Rightarrow n - 1 = 6$

$\Rightarrow n = 6 + 1 \quad \therefore n = 7$

উত্তর : (খ)

Type-05 : Fibonacci ধারা

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১..... প্রদত্ত ধারাটি অথবা অনুক্রমটি লক্ষ করলে দেখা যায়, যে কোনো পদ তার পূর্ববর্তী পদের সাথে যোগ হয়ে তার উত্তর পদটি তৈরি হচ্ছে। এই ধারাটিকে Fibonacci ধারা বলা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১..... ধারার ১০ম পদটি কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৪ (খ) ৫৫

(গ) ৪৮ (ঘ) ৬৪

সমাধান : ৩য় পদ : ১ + ১ = ২

৪র্থ পদ : ২ + ১ = ৩

৫ম পদ : ৩ + ২ = ৫

৮ম পদ : ১৩ + ৮ = ২১

∴ ৯ম পদ = ২১ + ১৩ = ৩৪

∴ ১০ম পদ = ৩৪ + ২১= ৫৫

উত্তর : (খ)

০২। ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ... এই সংখ্যা পরম্পরায় অষ্টম পদ কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (বাতিল)]

(ক) ২১ (খ) ১৩

(গ) ১৯ (ঘ) ১৬

সমাধান : প্রথম পদ + দ্বিতীয় পদ = তৃতীয় পদ = ২

দ্বিতীয় পদ + তৃতীয় পদ = চতুর্থ পদ = ৩

তৃতীয় পদ + চতুর্থ পদ = পঞ্চম পদ = ৫

চতুর্থ পদ + পঞ্চম পদ = ষষ্ঠ পদ = ৮

পঞ্চম পদ + ষষ্ঠ পদ = সপ্তম পদ = ১৩

ষষ্ঠ পদ + সপ্তম পদ = অষ্টম পদ = ২১

উত্তর : (ক)

০৩। ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, ... ধারাটির পরবর্তী সংখ্যা কত? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫৫ (খ) ৪০

(গ) ৬৮ (ঘ) ৮৯

সমাধান : ১ + ২ = ৩, ৩ + ২ = ৫, ৫ + ৩ = ৮, ৮ + ৫ = ১৩, ১৩ + ৮ = ২১, ২১ + ১৩ = ৩৪, ৩৪ + ২১ = ৫৫

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩. . . . . প্রদত্ত ধারার পরবর্তী সংখ্যাটি কত?

(ক) ১৮ (খ) ২০

(গ) ২৩ (ঘ) ২১

সমাধান : ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ... ধারাটি হতে দেখা যায় ধারাটি ফিবোনাক্কি।

∴ ১ + ১ = ২

১ + ২ = ৩, ২ + ৩ = ৫,

৩ + ৫ = ৮, ৫ + ৮ = ১৩

∴ পরবর্তী সংখ্যাটি = ৮ + ১৩ = ২১

উত্তর : (ঘ)

০২। ১, ১, ১, ২, ২, ৩, ৩, ৪, ৫, ৫, ৮, ৬, ১৩, ... ধারাটির ২০তম পদ কত?

(ক) ৯ (খ) ১০

(গ) ১২ (ঘ) ১১

সমাধান : এখানে, ধারাটিকে জোড় ও বিজোড় অবস্থানের ভিত্তিতে ভাগ করে দুটি ধারা পাওয়া যায়।

বিজোড় অবস্থান গুলো নিয়ে ধারাটি = ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

জোড় অবস্থান গুলো নিয়ে ধারাটি = ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ...

উল্লেখ্য, জোড় অবস্থানের প্রথম পদ = ১, ২য় পদ = ২

∴ ১০ম পদ = ১০

আবার, জোড় অবস্থানের ১০ম পদ = প্রদত্ত ধারাটির ২০তম পদ। ∴ ২০তম পদ = ১০

উত্তর : (খ)

০৩। ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ___, ২১,..... ফাঁকা স্থানে কত বসবে?

(ক) ১২ (খ) ১৩

(গ) ১১ (ঘ) ১৪

সমাধান : ১ + ১ = ২, ১ + ২ = ৩, ২ + ৩ = ৫, ৩ + ৫ = ৮, ৫ + ৮ = ১৩, ৮ + ১৩ = ২১

উত্তর : (খ)

Type-06 : মিশ্র ধারা/বিবিধ

কিছু কিছু ধারার মাঝে গুণোত্তর এবং সমান্তর উভয় ধারা বিদ্যমান থাকে। আবার, কিছু কিছু ধারাতে লক্ষ করা যায়, কোন পদ তার পূর্ববর্তী/পরবর্তী পদ হতে বিশেষ নিয়মে বৃদ্ধি/হ্রাস পায়। এ জাতীয় ধারাকে আমরা মিশ্র ধারা বলে থাকি।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১, ৩, ৬, ১০, ১৫, ২১..... ধারাটির দশম পদ কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৫ (খ) ৫৫

(গ) ৬২ (ঘ) ৬৫

সমাধান : ২য় পদ = ১ + ২ (১ম পদ + ২)

৩য় পদ = ৩ + ৩ (২য় পদ + ৩)

৪র্থ পদ = ৬ + ৪ (৩য় পদ + ৪)

৫ম পদ = ১০ + ৫ (৪র্থ পদ + ৫)

৬ষ্ঠ পদ = ১৫ + ৬ = ২১ (৫ম পদ + ৬)

৭ম পদ = ২১ + ৭= ২৮ (৬ষ্ঠ পদ + ৭)

৮ম পদ = ২৮ + ৮ = ৩৬ (৭ম পদ + ৮)

৯ম পদ = ৩৬ + ৯ = ৪৫ (৮ম পদ + ৯)

১০ম পদ = ৪৫ + ১০ = ৫৫ (৯ম পদ + ১০)

উত্তর : (খ)

০২। পরপর দশটি সংখ্যার প্রথম ৫টির যোগফল ৫৬০ হলে শেষ ৫টির যোগফল কত? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫৮৫ (খ) ৫৮০

(গ) ৫৭৫ (ঘ) ৫৭০

সমাধান : মনে করি, প্রথম সংখ্যা ক

∴ ক + (ক + ১) + (ক + ২) + (ক + ৩) + (ক + ৪) = ৫৬০

⇒ ৫ক = ৫৬০ − ১০

⇒ ক = ১১০

∴ শেষ ৫টির যোগফল = (ক + ৫) + (ক + ৬) + (ক + ৭) + (ক + ৮) + (ক + ৯)

= ৫ক + ৩৫

= ৫ × ১১০ + ৩৫

= ৫৫০ + ৩৫

= ৫৮৫

বিকল্প: শেষ ৫ টির যোগফল, $S_2 = S_1 + n^2$

= ৫৬০ + $৫^২$

= ৫৮৫

উত্তর : (ক)

০৩। ১২ ও ৯৬ এর মধ্যে (এ দুটি সংখ্যাসহ) কয়টি সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২১ (খ) ২৩

(গ) ২৪ (ঘ) ২২

সমাধান : পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - ১\text{মপদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১$

= $\frac{৯৬-১২}{৪} + ১$

= $\frac{৮৪}{৪} + ১$

= ২১ + ১

= ২২

উত্তর : (ঘ)

০৪। ৮১, ২৭, –, ৩, ১ লুপ্ত সংখ্যাটি কত?
[১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬ (খ) ৯
(গ) ১২ (ঘ) ১৫

সমাধান : ৮১ ÷ ৩ = ২৭, ২৭ ÷ ৩ = ৯,
৯ ÷ ৩ = ৩,
৩ ÷ ৩ =১ [এক্ষেত্রে কোনো পদের সাথে ৩গুণ করা হলে তার পূর্বপদ পাওয়া যায়]
উত্তর : (খ)

০৫। ৮, ১১, ১৭, ২৯, ৫৩ ——। পরবর্তী সংখ্যাটি কত?
[১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০১ (খ) ১০২
(গ) ৭৫ (ঘ) ৫৯

সমাধান : ৮ + ৩ = ১১, ১১ + ৬ =১৭,
১৭ + ১২ = ২৯, ২৯ + ২৪ = ৫৩,
৫৩ + ৪৮ = ১০১ [এক্ষেত্রে সাধারণ অন্তর দ্বিগুণ হারে বৃদ্ধি পেয়ে উত্তর পদ তৈরি হচ্ছে]
উত্তর : (ক)

০৬। ১৯, ৩৩, ৫১, ৭৩, ——। পরবর্তী সংখ্যাটি কত?
[১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৮৫ (খ) ১২১
(গ) ৯৯ (ঘ) ৯৮

সমাধান : ১৯ +১৪ = ৩৩, ৩৩ + ১৮ = ৫১
৫১ + ২২ = ৭৩, ৭৩ + ২৬ = ৯৯।
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২, ৪, ৩, ৭, ৪, ১০, ৫ . . . . . ধারাটির পরবর্তী পদ কি হবে?
(ক) ১০ (খ) ১২
(গ) ১৩ (ঘ) ১৫

সমাধান : দুটি ধারা— (i) বিজোড় পদ সমূহ- ২, ৩, ৪, ৫, ৬ . . . .
[২ থেকে শুরু হয়ে ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার ধারা]
(ii) জোড় পদ সমূহ- ৪, ৭, ১০, ১৩, ...
[এক্ষেত্রে সাধারণ অন্তর ৩ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে]
সুতরাং পরবর্তী পদ ১৩।
উত্তর : (গ)

০২। একটি ধারার n-তম পদ $m^{2n} - 5$, ধারাটির ২য় পদ 76 হলে m-এর মান কত?
(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান : ধারাটির n-তম পদ = $m^{2n} - 5$
∴ ধারাটির ২য় পদ = $m^{2.2} - 5$
$= m^4 - 5$
শর্তমতে, $m^4 - 5 = 76$
$\Rightarrow m^4 = 76 + 5$
$\Rightarrow m^4 = 81$
$\Rightarrow m^4 = 3^4$
$\therefore m = 3$
উত্তর : (ক)

০৩। 1, 3, 6, 10, 15, ... অনুক্রমটির সপ্তম পদটি কত?
(ক) 20 (খ) 25
(গ) 28 (ঘ) 26

সমাধান : ধারাটিতে প্রথম পদ = 1; দ্বিতীয় পদ = 3 = 1 + 2
তৃতীয় পদ = 6 = 3 + 3; চতুর্থ পদ = 10 = 6 + 4
পঞ্চম পদ = 15 = 10 + 5; ষষ্ঠ পদ = 21 = 15 + 6
সুতরাং সপ্তম পদ = ৬ষ্ঠ পদ + 7 = 21 + 7 = 28
উত্তর : (গ)

০৪। যদি একটি ধারা 1, 1.5, 2.5, 4, ... হয়, তাহলে ধারার পরবর্তী সংখ্যাটি কত হবে?
(ক) 5 (খ) 6
(গ) 6.5 (ঘ) 7

সমাধান : ধারা : 1 1.5 2.5 4
পার্থক্য : .5 1 1.5 সুতরাং, পরবর্তী পার্থক্য = 2
∴ পরবর্তী সংখ্যাটি (4 + 2) = 6
উত্তর : (খ)

০৫। 3, 18, 90, 360, ... ধারাটির পরবর্তী সংখ্যাটি কত?
(ক) 720 (খ) 480
(গ) 1800 (ঘ) 1080

সমাধান : 3 × 6 = 18
18 × 5 = 90
90 × 4 = 360
360 × 3 = 1080
∴ পরবর্তী সংখ্যাটি 1080
উত্তর : (ঘ)

০৬। ২৩, ২৫, ২৯, ৩৭, — শূন্যস্থানে কত বসবে?
(ক) ৪২ (খ) ৪৯৮
(গ) ৫৩ (ঘ) ৫৭

সমাধান : ২৩, ২৫, ২৯, ৩৭, ...
এখানে, ২৫ = ২৩ + ২
২৯ = ২৫ + $২^২$
৩৭ = ২৯ + $২^৩$
∴ ৫৩ = ৩৭ + $২^৪$
উত্তর : (গ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $1+5+9+13+\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির 15তম পদ হবে?
(ক) 61 (খ) 53
(গ) 57 (ঘ) 65

০২। $১+৫+৯+\ldots\ldots+৮১$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত?
(ক) ২১ (খ) ২০
(গ) ২৩ (ঘ) ১৯

০৩। কোনো সমান্তর প্রগমনের চতুর্থ এবং দ্বাদশ তম পদের সমষ্টি ২০। ধারাটির প্রথম পনেরো পদের সমষ্টি কত?
(ক) 300 (খ) 120
(গ) 150 (ঘ) 130

০৪। $৩৭+৩৬+৩৫+\ldots\ldots+২১=$ কত?
(ক) ৪৯১ (খ) ৪৯৩
(গ) ৪৯৪ (ঘ) ৪৯৫

০৫। ০.০৩, ০.১২, ০.৪৮, ... শূন্যস্থানে সংখ্যাটি কত হবে?
(ক) ০.৯৬ (খ) ১.৪৮
(গ) ১.৯২ (ঘ) ১.৫০

০৬। $২-৪+৮-১৬+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?
(ক) ৩০ (খ) ৪০
(গ) ৫২ (ঘ) ৮৬

০৭। $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির ১ম 5টি পদের সমষ্টি কত?
(ক) $\frac{121}{81}$ (খ) $\frac{119}{81}$
(গ) $\frac{81}{121}$ (ঘ) $-\frac{121}{81}$

০৮। $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4}+\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নিচের কোনটি?
(ক) 3.1416 (খ) 3.641
(গ) 3.416 (ঘ) 3.414

০৯। $১+২+৩+\ldots\ldots+৫০=$ কত?
(ক) ১২২৫ (খ) ১২৫০
(গ) ১২৭৫ (ঘ) ১৩৭৫

১০। 6 টি ক্রমিক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার মধ্যে ষষ্ঠ সংখ্যাটি 15 হলে, ধারাটির চতুর্থ সংখ্যাটি কত?
(ক) 7 (খ) 9
(গ) 11 (ঘ) 13

১১। প্রথম 6টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি কত?
(ক) 15 (খ) 18
(গ) 21 (ঘ) 24

১২। $1^2+2^2+3^2+\ldots+(40)^2=$ কত?
(ক) 22130 (খ) 22140
(গ) 22150 (ঘ) 22160

১৩। $\log2+\log4+\log8+\log16+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম 9 পদের সমষ্টি কত?
(ক) 40log4 (খ) 45log2
(গ) log512 (ঘ) 10log64

১৪। ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১,..... ধারাটি দ্বাদশ পদের বর্গমূল কত?
(ক) ১১ (খ) ১২
(গ) ১৩ (ঘ) ১৪

১৫। ১০, ২২, ৪৬, ৯৪, —?
(ক) ১৬০ (খ) ১৮০
(গ) ১৭০ (ঘ) ১৯০

১৬। 1, 3, 7, 15, 31, 63, — ধারাটির শূন্যস্থানে কত বসবে?
(ক) 123 (খ) 125
(গ) 127 (ঘ) 129

১৭। প্রথম পাঁচ সংখ্যার নিয়মিত ধারাবাহিকতা হল ৪, ১০, ২২, ৪৬ এবং ৯৪। পরবর্তী সংখ্যাটি কত?
(ক) ১৯০ (খ) ১৭৬
(গ) ১৮২ (ঘ) ১৫৪

১৮। বিশেষ ক্রমানুযায়ী সাজানো ৯, ৩৬, ৮১, ১৪৪, ২২৫ সংখ্যাগুলোর পরবর্তী সংখ্যা কত হবে?
(ক) ২৮৯ (খ) ৩৬১
(গ) ৩২৪ (ঘ) ২৫৬

১৯। কোন ধারার ১ম পদ ২ এবং ১২ তম পদ –৭৫ হলে, সাধারণ অন্তর কত?
(ক) –৫ (খ) –৪ (গ) –৭ (ঘ) –৬

২০। $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের যোগফল কত?
(ক) $\frac{33}{31}$ (খ) $\frac{63}{32}$
(গ) $\frac{63}{64}$ (ঘ) $\frac{127}{64}$

উত্তরমালা

০১	গ	০২	ক	০৩	গ	০৪	খ	০৫	গ
০৬	ঘ	০৭	ক	০৮	ঘ	০৯	গ	১০	গ
১১	গ	১২	খ	১৩	খ	১৪	খ	১৫	ঘ
১৬	গ	১৭	ক	১৮	গ	১৯	গ	২০	ঘ



জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

অধ্যায় ১৬.১ বিন্দু, রেখা ও কোণ

জ্যামিতি বা 'Geometry' গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। 'Geometry' শব্দটি গ্রিক শব্দ Geo - ভূমি (Earth) ও Metrein – পরিমাপ (Measure) শব্দের সমন্বয়ে গঠিত। তাই 'জ্যামিতি' শব্দের অর্থ 'ভূমির পরিমাপ'। ঐতিহাসিকদের মতে প্রাচীন মিশরে আনুমানিক চার হাজার বছর আগে ভূমি জরিপের কাজে জ্যামিতিক ধ্যান-ধারণা ব্যবহার করা হয়। প্রাচীন গ্রিক সভ্যতার যুগেই জ্যামিতিক প্রণালিবদ্ধ রূপটি সুস্পষ্টভাবে লক্ষ করা যায়। গ্রিক গণিতবিদ থেলিসকে প্রথম জ্যামিতিক প্রমাণের কৃতিত্ব দেয়া হয়। তিনি যুক্তিমূলক প্রমাণ দেন যে, ব্যাস দ্বারা বৃত্ত সমদ্বিখণ্ডিত হয়। থেলিসের শিষ্য গ্রিক গণিতবিদ পিথাগোরাস জ্যামিতিক তত্ত্বের বিস্তৃতি ঘটান। আনুমানিক খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ অব্দে গ্রিক পণ্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতির বিক্ষিপ্ত সূত্রগুলোকে বিধিবদ্ধভাবে সুবিন্যস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ 'ইলিমেন্টস'১৩ টি খণ্ডে রচনা করেন। এজন্য তাকে জ্যামিতির জনক বলা হয়।



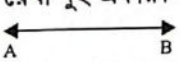
ইউক্লিড
(জন্ম: অজানা - মৃত্যু: ৩০০ খ্রি. পূ.)

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

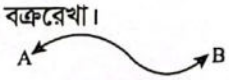
- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০তম থেকে ৩৪তম'তে ১৬টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৮টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - বিন্দু ও রেখা সম্পর্কে ধারণা
  - বিভিন্ন কোণ সম্পর্কে ধারণা ও বিভিন্ন সমস্যাবলির সমাধান
  - ঘড়ি সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান
  - ত্রিভুজের বিভিন্ন উপাদান ও প্রকারভেদ সম্পর্কে ধারণা ও বিভিন্ন সমস্যাবলির সমাধান
  - চতুর্ভুজের বিভিন্ন উপাদান ও বিভিন্ন রকম চতুর্ভুজ (আয়ত, সামান্তরিক, বর্গ, রম্বস ইত্যাদি) সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান
  - বহুভুজ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

বিন্দু ও রেখা

- **বিন্দু :** যার নির্দিষ্ট অবস্থান আছে কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা ও বেধ নেই, তাকে বিন্দু বলে। বিন্দু মাত্রাহীন।
- **রেখা :** একাধিক বিন্দুর সংযোজনের ফলে সৃষ্ট আকৃতি বিশেষকে রেখা বলে। রেখার কোনো প্রান্তবিন্দু নেই।
  রেখা দুই প্রকার। যথা: সরলরেখা ও বক্ররেখা।



সরলরেখা



বক্ররেখা

- **রশ্মি :** রশ্মি হল সরলরেখার একটি অংশ, যার একটি নির্দিষ্ট প্রান্তবিন্দু থাকে।



চিত্রে, AB সরলরেখাটির A বিন্দুটি নির্দিষ্ট কিন্তু B বিন্দুটি চলমান। ফলে AB একটি রশ্মি।

- **রেখাংশ :** রেখাংশ হল একটি সরলরেখার সসীম অংশ বিশেষ যার দুটি নির্দিষ্ট প্রান্তবিন্দু থাকে।



চিত্রে, AB সরলরেখাটির A ও B বিন্দু দুটি নির্দিষ্ট। ফলে AB একটি রেখাংশ।

- **তল :** যে জিনিসের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে কিন্তু বেধ বা উচ্চতা নেই তাকে তল বলে। তল সাধারণত দুপ্রকারের, যথা - সমতল ও অসমতল বা বক্রতল

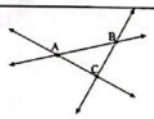
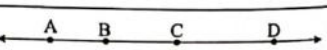


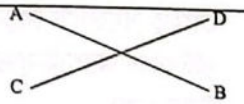
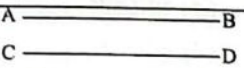
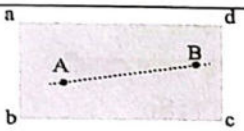
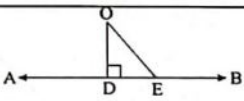
সমতল



বক্রতল

❖ **বিন্দু, রেখা, তল সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় তথ্য :**

দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবল একটি সরলরেখা আঁকা যায়।	 চিত্রে, A, B এবং C বিন্দু তিনটি দিয়ে যদি সরলরেখা আকার চেষ্টা করা হয়, তবে দেখা যাচ্ছে কেবল দুইটি বিন্দু দিয়ে একটি রেখা আঙ্কন করা যায়। এখানে, তিনটি বিন্দু A, B এবং C দিয়ে AB, AC এবং BC তিনটি সরলরেখা আঁকা যাচ্ছে।
যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়।	 চিত্রে, A, B, C এবং D বিন্দুগুলো একই সরলরেখার উপর অবস্থিত। ফলে A, B, C এবং D বিন্দু গুলো সমরেখ।
একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্যই তার প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব।	 চিত্রে, AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য হবে A ও B প্রান্তদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

প্রান্তবিন্দুদ্বয় ছাড়া রেখাংশের যেকোনো বিন্দুকে ঐ রেখাংশের অন্তঃস্থ বিন্দু বলা হয়।	 চিত্রে, PR রেখাংশের অন্তঃস্থ কোনো বিন্দু Q হলে, PQ + QR = PR হবে।
একই সমতলে দুইটি অসমান্তরাল সরলরেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে।	 চিত্রে, AB ও CD পরস্পর অসমান্তরাল সরলেখা হওয়ায়, এরা কেবল একটি বিন্দুতেই ছেদ করে।
দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করে না।	 চিত্রে, AB ও CD সরলরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তারাল হওয়ায়, এরা ছেদ করেনি।
যদি দুইটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থান করে, তবে তাদের সংযোগরেখা সম্পূর্ণভাবে ঐ তলেই অবস্থান করে।	 চিত্রে, A ও B বিন্দু দুইটি একই সমতল abcd এ থাকায়, এদের সংযোগ রেখাও একই সমতলেই থাকবে।
বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে সরলরেখার ক্ষুদ্রতম দূরত্ব লম্ব দূরত্ব।	 চিত্রে, AB সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু O। O থেকে AB এর উপর লম্ব টানা হলে, OD ব্যতীত বাকি সকল রেখা (যেমন OE) OD থেকে বড় হবে। ফলে OD ই ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

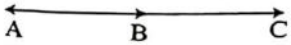
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুইটি সরলরেখা পরস্পর সমাপতিত হলে, সমাধান সংখ্যাটি কত হবে?

(ক) অসংখ্য (খ) সমাধান নেই

(গ) দুইটি (ঘ) একটি

সমাধান :



চিত্রে, AB ও BC সরলরেখা দুটি পরস্পরের উপর সমাপতিত হয়েছে, কিন্তু কোনো নির্দিষ্ট ছেদ বিন্দু নেই। ফলে এদের সমাধান অসংখ্য।

উত্তর : (ক)

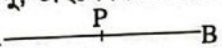
০২। ২টি বিন্দু দিয়ে কয়টি সরলরেখা আঁকা যাবে?

(ক) ২টি (খ) ১টি

(গ) ৩টি (ঘ) ৪টি

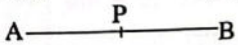
সমাধান : আমরা জানি, দুটি বিন্দু দিয়ে কেবল একটি সরলরেখাই অঙ্কন সম্ভব।

উত্তর : (খ)

০৩। AB রেখাংশের উপর P একটি বিন্দু, তাহলে নিচের কোনটি সকল ক্ষেত্রেই সঠিক হবে? 

(ক) AP = PB (খ) AP > PB

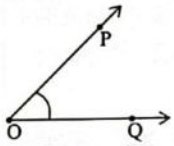
(গ) PB > AP (ঘ) AB > AP

সমাধান : এখানে, 

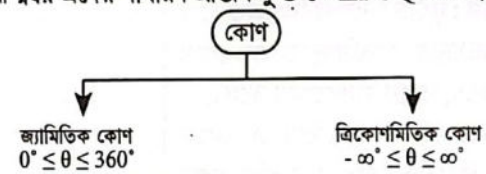
AB = AP + BP ∴ AB > AP

উত্তর : (ঘ)

কোণ



একই সমতলে দুইটি রশ্মির প্রান্তবিন্দু একই হলে কোণ তৈরি হয়। চিত্রে, OP ও OQ রশ্মিদ্বয় এদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু O তে ∠POQ উৎপন্ন করেছে।



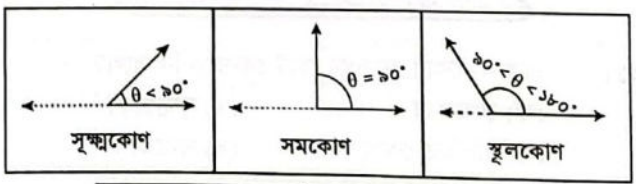
জ্যামিতিক কোণ: দুইটি রশ্মি ছেদ করলে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাকে জ্যামিতিক কোণ বলে।

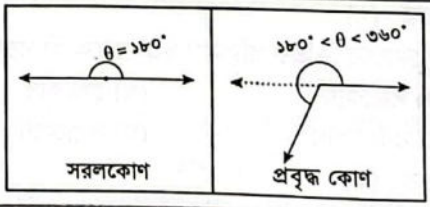
ত্রিকোণমিতিক কোণ: একটি সরলরেখাকে স্থির রেখে আরেকটি সরলরেখার ঘূর্ণনের ফলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে, ত্রিকোণমিতিক কোণ বলে।

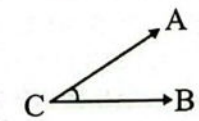
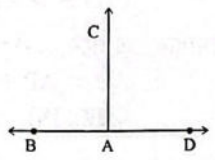
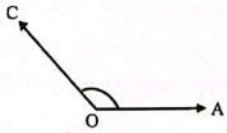
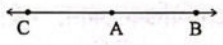
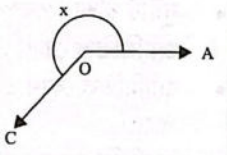
Type-01 : জ্যামিতিক কোণ

- দুইটি রশ্মি পরস্পর ছেদ করলে, এদের সংযোগস্থলে জ্যামিতিক কোণ উৎপন্ন হয়।
- জ্যামিতিক কোণ এর মান ০° থেকে শুরু করে ৩৬০° পর্যন্ত হতে পারে।
- জ্যামিতিক কোণ ঋণাত্মক হতে পারে না।

Case – 1 : বিভিন্ন ধরনের কোণের পরিচয়





সূক্ষ্মকোণ: যে কোণের মান এক সমকোণ বা ৯০° অপেক্ষা ছোট ঐ কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলে। চিত্রে, ∠ACB কোণটি ৯০° অপেক্ষা ছোট, ফলে ∠ACB একটি সূক্ষ্মকোণ।	
সমকোণ: যে কোণের পরিমাপ ৯০° তাকে সমকোণ বলে। সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব। চিত্রে, ∠BAC = ∠DAC = ৯০° = ১ সমকোণ এবং AC ⊥ BD ফলে ∠BAC, ∠DAC সমকোণ।	
স্থূলকোণ : যে কোণের মান এক সমকোণ বা ৯০° অপেক্ষা বড় কিন্তু দুই সমকোণ বা ১৮০° অপেক্ষা ছোট ঐ কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়। চিত্রে, ∠AOC কোণটি ৯০° অপেক্ষা বড়, ফলে ∠AOC একটি স্থূলকোণ।	
সরলকোণ : দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি এদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে সরলকোণ বলে। চিত্রে, AB রশ্মির প্রান্তবিন্দু A থেকে AB এর বিপরীত দিকে AC রশ্মি অঙ্কন হয়েছে। AC ও AB রশ্মিদ্বয় এদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে ∠BAC উৎপন্ন করেছে। ফলে ∠BAC একটি সরল কোণ। সরল কোণের পরিমাপ দুই সমকোণ বা ১৮০°।	
প্রবৃদ্ধ কোণ : দুই সমকোণ বা ১৮০° অপেক্ষা বড় কিন্তু চার সমকোণ বা ৩৬০° অপেক্ষা ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলা হয়। চিত্রে, চিহ্নিত ∠AOC, ১৮০° অপেক্ষা বড় কিন্তু ৩৬০° অপেক্ষা ছোট, ফলে ∠AOC একটি প্রবৃদ্ধ কোণ।	

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

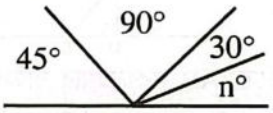
০১। এক সমকোণ অপেক্ষা ছোট কোণকে কি বলে?
(ক) স্থূলকোণ (খ) সূক্ষ্মকোণ
(গ) সন্নিহিত কোণ (ঘ) সমকোণ
উত্তর : (খ)

০২। যে কোণের ডিগ্রির পরিমাপ ৯০° তাকে কী বলে?
(ক) সমকোণ (খ) স্থূলকোণ
(গ) সরলকোণ (ঘ) সূক্ষ্মকোণ
উত্তর : (ক)

০৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অন্য দুটি কি কোণ?
(ক) সরল কোণ (খ) সম্পূরক কোণ
(গ) সূক্ষ্মকোণ (ঘ) সন্নিহিত কোণ
সমাধান : আমরা জানি, একটি ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি 180° যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 90° সুতরাং অপর দুটি কোণ অবশ্যই সূক্ষ্মকোণ হবে।
উত্তর : (গ)

০৪। দুইটি রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন কোণ **60°**। এক সরলকোণ হতে উক্ত কোণ বিয়োগ করলে কি কোণ উৎপন্ন হবে–
(ক) সমকোণ (খ) সূক্ষ্মকোণ
(গ) স্থূলকোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ
সমাধান : আমরা জানি, এক সরল কোণ = 180°
∴ নির্ণেয় কোণ = 180° − 60° = 120°;
যা একটি স্থূলকোণ
উত্তর : (গ)

০৫। স্থূলকোণ কোনটি?
(ক) ৯০° (খ) ৬০°
(গ) ৫০° (ঘ) ১০০°
সমাধান : আমরা জানি, স্থূলকোণের মান ৯০° অপেক্ষা বেশি কিন্তু ১৮০° অপেক্ষা কম।
উত্তর : (ঘ)

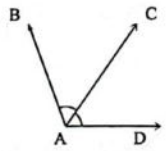
০৬। 
উপরের ছবিতে n° = কত?
(ক) বের করা সম্ভব নয় (খ) 45°
(গ) 15° (ঘ) 5°
সমাধান : আমরা জানি, এক সরলকোণ = 180°
∴ 180° = 45° + 90° + 30° + n°
⇒ n° = 180° − 165° = 15°
উত্তর : (গ)

০৭। ২৫৩ ডিগ্রী কোণকে কি কোণ বলে?
(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) স্থূলকোণ
(গ) পূরককোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধকোণ
সমাধান : আমরা জানি, ১৮০° অপেক্ষা বড় এবং ৩৬০° অপেক্ষা ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধকোণ বলা হয়।
উত্তর : (ঘ)

০৮। **180°** চেয়ে বড় এবং **360°** এর চেয়ে ছোট কোণকে কি বলে?
(ক) acute angle (খ) obtuse angle
(গ) reflex angle (ঘ) adjacent angle
সমাধান : আমরা জানি, 180° চেয়ে বড় এবং 360° এর চেয়ে ছোট কোণকে reflex angle বা প্রবৃদ্ধ কোণ বলা হয়।
উত্তর : (গ)

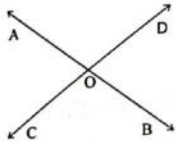
Case – 2 : সন্নিহিত ও বিপ্রতীপ কোণ

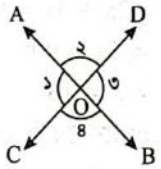
সন্নিহিত কোণ : যদি কোনো তলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় এবং কোণদ্বয় সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।



চিত্রে, ∠DAC ও ∠BAC পরস্পর পরস্পরের সন্নিহিত কোণ।

বিপ্রতীপ কোণ : কোনো কোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।





চিত্রে, ∠BOC ও ∠DOA একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ।

বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

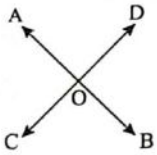
০১। AB ও CD সরলরেখাদ্বয় 'O' বিন্দুতে ছেদ করলে নিচের কোন গাণিতিক বাক্যটি সঠিক হবে?

[১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ∠AOD = ∠BOC (খ) ∠AOD = ∠BOD

(গ) ∠BOC = ∠AOC (ঘ) ∠AOD > ∠BOC

সমাধান :



দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান হবে।

∴ ∠AOD = ∠BOC এবং ∠AOC = ∠BOD

উত্তর : (ক)

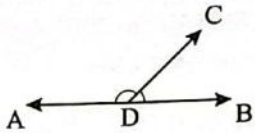
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সরলরেখার সাথে অপর একটি রেখাংশ মিলিত হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি হবে–

(ক) 120° (খ) 140°

(গ) 160° (ঘ) 180°

সমাধান :



চিত্রে, AB সরলরেখার D বিন্দুতে CD রেখাংশটি মিলিত হয়েছে।

∴ সন্নিহিত কোণ ∠ADC + ∠CDB = 180°

উত্তর : (ঘ)

০২। ৩৭ ডিগ্রি কোণের বিপ্রতীপ কোণ কত?

(ক) ৩৭ ডিগ্রি (খ) ৫৩ ডিগ্রি

(গ) ১২৭ ডিগ্রি (ঘ) ১৪৩ ডিগ্রি

সমাধান : দুটি সরলরেখার পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদ বিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের যে কোনো একটি কোণকে তার বিপরীত কোণের বিপ্রতীপ কোণ বলে। বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান। ৩৭° কোণের বিপ্রতীপ কোণের পরিমাণ হবে ৩৭°।

উত্তর : (ক)

০৩। দুটি কোণের একটি সাধারণ বাহু থাকলে এবং কোণ দুটি সাধারণ বাহুর বিপরীত দিকে অবস্থিত হলে কোণ দু'টিকে বলে–

(ক) সন্নিহিত কোণ (খ) বিপ্রতীপ কোণ

(গ) পূরক কোণ (ঘ) সম্পূরক কোণ

সমাধান : আমরা জানি, দুটি কোণের একটি সাধারণ বাহু থাকলে এবং কোণ দুটি সাধারণ বাহুর বিপরীত দিকে অবস্থিত হলে কোণ দু'টিকে সন্নিহিত কোণ বলে।

উত্তর : (ক)

০৪। দুটি সরলরেখার পরস্পর ছেদ করলে কয়টি কোণ তৈরি হয়?

(ক) ১টি (খ) ৩টি

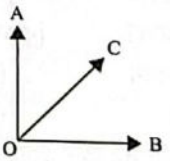
(গ) ২টি (ঘ) ৪টি

সমাধান : এখানে, চিত্রে, AB ও CD সরলরেখায় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অর্থাৎ দুটি সরলরেখার পরস্পরকে ছেদ করলে ৪ টি কোণ তৈরি হয়।

উত্তর : (ঘ)

Case – 3 : পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণ

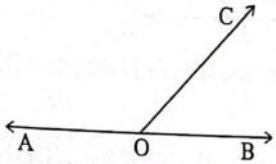
পূরক কোণ : দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ বা ৯০° হলে, কোণ দু'টিকে একটি অপরটির পূরক কোণ বলে।



চিত্রে, ∠AOC এবং ∠BOC একে অপরের পূরক কোণ।

∴ ∠AOC + ∠BOC = ৯০°

সম্পূরক কোণ : দুইটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০° হলে কোণ দু'টিকে একে অপরের সম্পূরক কোণ বলে।

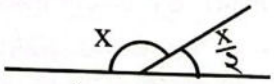


চিত্রে, ∠AOC এবং ∠COB পরস্পর সম্পূরক কোণ।
∴ ∠AOC + ∠BOC = ১৮০°

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩০° (খ) ৬০°
(গ) ৯০° (ঘ) ১২০°

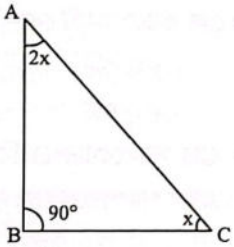
সমাধান :



$\therefore x + \frac{x}{2} = ১৮০°$
$\Rightarrow ৩x = ৩৬০°$
$\Rightarrow x = ১২০°$
∴ নির্ণেয় কোণ : $\frac{x}{2} = ৬০°$
উত্তর : (খ)

০২। একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? [৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 60° (খ) 45°
(গ) 30° (ঘ) 25°

সমাধান :



একটি কোণ x, অপর কোণ = 2x
প্রশ্নমতে, x + 2x = 90°
[∵ ২টি পূরক কোণের যোগফল = 90°]
বা 3x = 90°
∴ x = 30°
উত্তর : (গ)

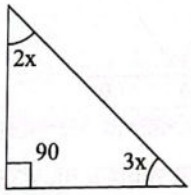
০৩। দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির কি বলে? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) সন্নিহিত কোণ (খ) সরলকোণ
(গ) পূরককোণ (ঘ) সম্পূরক কোণ

সমাধান : আমরা জানি, দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে কোণ দুটির একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজের একটি কোণের মান 90° । অন্য কোণ দুটির অনুপাত 2 : 3 হলে ছোট কোণটির পূরক কোণ-
(ক) 36° (খ) 144°
(গ) 54° (ঘ) 126°

সমাধান :



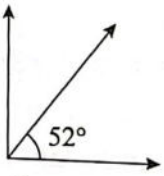
ধরি, অন্য কোণ দুটি 2x ও 3x
∴ 2x + 3x = 90°
⇒ 5x = 90°
∴ x = 18°
এখানে 2x ও 3x একে অপরের পূরক কোণ।
∴ ছোট কোণের পূরক কোণ = (3 × 18°) = 54°
উত্তর : (গ)

০২। 90° কোণের পূরক কোণের মান কত?
(ক) 0° (খ) 90°
(গ) 180° (ঘ) 360°

সমাধান : আমরা জানি, দুটি কোণের মানের সমষ্টি যদি 90° - এর সমান হয় তবে ঐ কোণ দুটিকে পরস্পরের পূরক কোণ বলে। সুতরাং 90° কোণের পূরক কোণ হবে 0°।
উত্তর : (ক)

০৩। দুটি কোণ যদি পূরক কোণ হয় এবং এদের একটি পরিমাণ 52° হলে অপরটি কত?
(ক) 100° (খ) 68°
(গ) 128° (ঘ) 38°

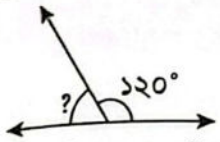
সমাধান :



দুটি কোণের সমষ্টি 90° হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলা হয়।
∴ অপর কোণটি = 90° − 52° = 38°
উত্তর : (ঘ)

০৪। ∠A ও ∠B পরস্পর সম্পূরক কোণ। ∠A = ১২০° হলে ∠B = কত?
(ক) ৫০° (খ) ৬০°
(গ) ৭০° (ঘ) ৮০°

সমাধান :



যদি দুটি কোণের পরিমাণ ১৮০° এর সমান হয় তবে একটি কোণকে অপর কোণের সম্পূরক কোণ বলা হয়।

$\angle A$ এবং $\angle B$ পরস্পর সম্পূরক কোণ হলে,

$\angle B = ১৮০° - ১২০° = ৬০°$ [$\because \angle A + \angle B = ১৮০°$]

উত্তর : (খ)

০৫। 30° কোণের সম্পূরক কোণের এক-তৃতীয়াংশ কত?

(ক) 150° (খ) 100°

(গ) 50° (ঘ) 10°

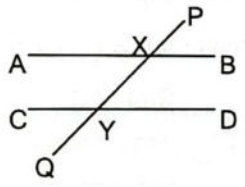
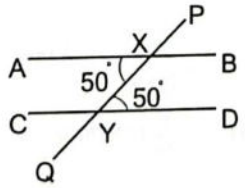
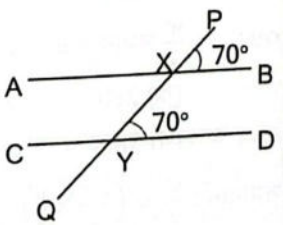
সমাধান : যদি দুটি কোণের পরিমাণ 180° এর সমান হয় তবে একটি কোণকে অপর কোণের সম্পূরক কোণ বলা হয়।

30° এর সম্পূরক কোণ (180°−30°) = 150°

∴ 150°-এর এক-তৃতীয়াংশ $= \frac{1}{3} \times 150° = 50°$

উত্তর : (গ)

Case - 4 : ছেদক একান্তর ও অনুরূপ কোণ

ছেদক : যে সরলরেখা দুই বা ততোধিত সরলরেখাকে ছেদ করে, তাকে ছেদক বলে। এখানে, AB ও CD সরলরেখাকে PQ সরলরেখাটি X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং PQ সরলরেখাটি একটি ছেদক।	
একান্তর কোণ : দুটি সমান্তরাল সরল রেখাকে অপর একটি সরল রেখা তীর্যকভাবে ছেদ করলে ছেদকের বিপরীত পার্শ্বস্থ কোণদ্বয়ের একটিকে অপরটির একান্তর কোণ বলে। একান্তর কোণদ্বয় পরস্পর সমান। চিত্রে, $\angle AXY$ এর একান্তর কোণ $\angle XYD$ এবং $\angle AXY = \angle XYD$	
অনুরূপকোণ : দুটি সমান্তরাল সরল রেখাকে কোন ছেদক ছেদ করলে ছেদকের একই পার্শ্বস্থ কোণদ্বয়ের একটিকে অপরটির অনুরূপ কোণ বলে। চিত্রে, $\angle PXB$ এবং $\angle XYD$ পরস্পর পরস্পরের অনুরূপ কোণ।	

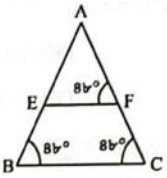
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ABC ত্রিভুজে B কোণের পরিমাণ ৪৮° এবং $AB = AC$। যদি E এবং F, AB এবং AC- কে এমনভাবে ছেদ করে যেন $EF \parallel BC$ হয়, তাহলে $\angle A + \angle AFE = ?$ [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৩২° (খ) ১৮০°

(গ) ১০৮° (ঘ) ১৬০°

সমাধান:



চিত্রে, $\angle B = ৪৮°$ এবং $AB = AC$

সুতরাং $\angle B = \angle C = ৪৮°$

আবার, EF||BC এবং AC ছেদক

∴ $\angle C = \angle AFE$ [একান্তর কোণ]

অতএব $\angle AFE = ৪৮°$

এখানে, $\angle A + \angle B + \angle C = ১৮০°$

$\Rightarrow \angle A + ৪৮° + ৪৮° = ১৮০°$

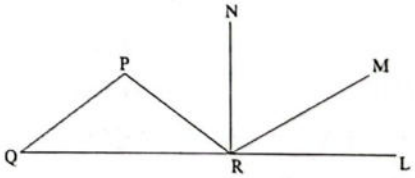
$\Rightarrow \angle A = ১৮০° - ৯৬°$

∴ $\angle A = ৮৪°$

সুতরাং $\angle A + \angle AFE = ৮৪° + ৪৮° = ১৩২°$

উত্তর: (ক)

০২।



চিত্রে, $\angle PQR = 55°$, $\angle LRN = 90°$ এবং $PQ \parallel MR$, $PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নিচের কোনটি? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 90° (খ) 55°

(গ) 45° (ঘ) 35°

সমাধান : চিত্রে Δ PQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

এখন, Δ PQR- এর যেহেতু PQ= PR,

তাই $\angle PQR = \angle PRQ$

∴ $\angle PQR = \angle PRQ = 55°$

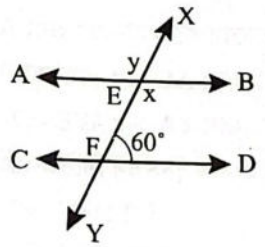
আবার, $\angle LRN = \angle NRQ = 90°$

∴ $\angle NRP = 90° - \angle PRQ$

$= 90 - 55° = 35°$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 

এই চিত্রে y এর মান কোনটি?

(ক) 60° (খ) 100°

(গ) 120° (ঘ) 180°

সমাধান : এখানে, $\angle EFD = \angle XEB$ অনুরূপ। $\therefore \angle XEB = 60°$

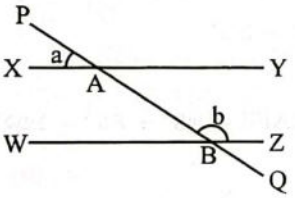
আবার, $\angle XEA + \angle XEB = 180°$

$\Rightarrow \angle XEA + 60° = 180°$

$\Rightarrow \angle XEA = 180° - 60° = 120°$

উত্তর : (গ)

০২। চিত্রে **XY** এবং **WZ** দুটো সমান্তরাল সরলরেখা, **PQ** তাদের ছেদক। সেক্ষেত্রে $\angle a + \angle b$ এর মান নিচের কোনটি?



(ক) 90° (খ) 120°

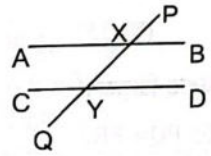
(গ) 180° (ঘ) 360°

সমাধান : এখানে, $\angle PAY = \angle ABZ =$ অনুরূপ কোণ

$\therefore \angle PAY = \angle b$

সুতরাং $\angle a + \angle b$ এর যোগফল হবে দুই সমকোণের সমান অর্থাৎ 180°।

উত্তর : (গ)

০৩। 

চিত্রে $\angle QYD$ কোণটির সমান কোনটি?

(ক) $\angle QYC$ (খ) $\angle YXA$

(গ) $\angle AXP$ (ঘ) $\angle YXB$

সমাধান : এখানে, $\angle QYD = \angle YXB =$ অনুরূপ কোণ।

উত্তর : (ঘ)

Type-02 : কোণ পরিমাপের এককসমূহ

কোণ পরিমাপের জন্য সাধারণত ষাটমূলক (ডিগ্রি) বা, বৃত্তীয়মূলক (রেডিয়ান) একক ব্যবহার করা হয়।

$১৮০° = \pi^c$ (১৮০ ডিগ্রি = π রেডিয়ান)

$১° = ৬০'$ (১ ডিগ্রি = ৬০ মিনিট)

$১' = ৬০''$ (১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড)

$১° = ৩৬০০''$ (১ ডিগ্রি = ৩৬০০ সেকেন্ড)

- ১ ডিগ্রি $= \frac{\pi}{১৮০}$ রেডিয়ান বা $১^\circ = \left(\frac{\pi}{১৮০}\right)^c$

  $\therefore$ D ডিগ্রি $= \left(\frac{\pi}{১৮০} \times D\right)$ রেডিয়ান বা $D^\circ = \left(\frac{\pi}{১৮০} \times D\right)^c$

- ১ রেডিয়ান $= \frac{১৮০}{\pi}$ ডিগ্রি বা $১^c = \left(\frac{১৮০}{\pi}\right)^\circ$

  $\therefore$ R রেডিয়ান $= \left(\frac{১৮০}{\pi} \times R\right)$ ডিগ্রি বা $R^c = \left(\frac{১৮০}{\pi} \times R\right)^\circ$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 90° সমান কত রেডিয়ান?

(ক) $\frac{\pi}{3}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$

(গ) π (ঘ) 2π

সমাধান : $90° = \left(\frac{\pi}{180} \times 90°\right)^c = \left(\frac{\pi}{2}\right)$ রেডিয়ান

উত্তর : (খ)

০২। একটি ত্রিভুজের 40° ও 60° কোণ হলে, অপর কোণটি কত রেডিয়ান?

(ক) $\frac{\pi}{9}$ (খ) $\frac{2\pi}{9}$

(গ) $\frac{3\pi}{4}$ (ঘ) $\frac{4\pi}{9}$

সমাধান : অপর কোণ $= 180° - 40° - 60° = 80°$

$\therefore 80° = \left(\frac{\pi}{180} \times 80\right)^c = \frac{4\pi}{9}$

উত্তর: (ঘ)

০৩। $\frac{\pi}{10}$ রেডিয়ানকে ষাটমূলক পদ্ধতিতে কত ডিগ্রি?

(ক) 24° (খ) 28°

(গ) 18° (ঘ) 26°

সমাধান : $\frac{\pi^c}{10} = \frac{180°}{\pi} \times \frac{\pi}{10} = 18°$

উত্তর : (গ)

০৪। $\frac{\pi^c}{2}$ সমান কত ডিগ্রি?

(ক) 280° (খ) 180°

(গ) 380° (ঘ) 90°

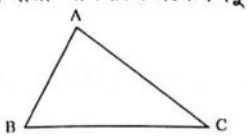
সমাধান : $\frac{\pi^c}{2} = \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{2}\right)^\circ = 90^\circ$

উত্তর: (ঘ)

অধ্যায় ১৬.২

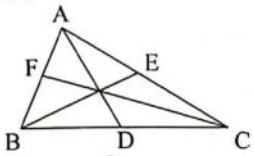
ত্রিভুজ

সংজ্ঞা: তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।



এখানে, AB, BC, CA রেখাংশত্রয় দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্র ABC একটি ত্রিভুজ।

ত্রিভুজের বিভিন্ন উপাদান:



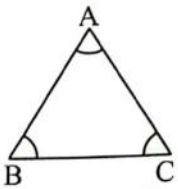
- ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা = ৩টি (AB, BC এবং AC)
- ত্রিভুজের কোণের সংখ্যা = ৩টি (∠ABC, ∠ACB ও ∠BAC)
- ত্রিভুজের শীর্ষের সংখ্যা = ৩টি (A, B ও C)
- ত্রিভুজের মধ্যমার সংখ্যা = ৩টি
  (কোন বাহুর মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোজক সরল রেখাংশকে মধ্যমা বলে। চিত্রে, D, E, ও F যথাক্রমে BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু।
  ∴ AD, BE ও CF তিনটি ΔABC এর মধ্যমা।

Type-01 : ত্রিভুজ এর উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

ত্রিভুজের যে সকল বিষয়ের উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত রয়েছে:

- ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি
- ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ
- ত্রিভুজের সর্বসমতা
- ত্রিভুজের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ
- ত্রিভুজের বাহু
- ত্রিভুজের বাহু-কোণ
- সদৃশকোণী ত্রিভুজ ইত্যাদি

Case – 1 : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টির উপপাদ্য



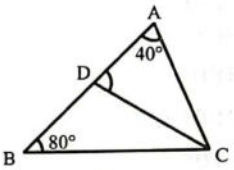
উপপাদ্য: ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।
এখানে, ABC ত্রিভুজের ∠A+∠B +∠C = ২ সমকোণ বা ১৮০°
∴ যেকোনো ত্রিভুজের দু'টি কোণ দেওয়া থাকলে, অবশিষ্ট কোণটি ১৮০° থেকে ঐ দু'টি কোণের সমষ্টি বাদ দিয়ে নির্ণয় করা যায়।
অর্থাৎ, ∠C = ১৮০° – (∠A + ∠B)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ΔABC এর ∠A = 40° এবং ∠B = 80° । ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে ∠CDA =?
[৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১১০° (খ) ১০০°
(গ) ৯০° (ঘ) ৮০°

সমাধান :



আমরা জানি, ∠ABC + ∠BAC + ∠ACB = 180°
⇒ 80° + 40° + ∠ACB = 180°
⇒ ∠ACB = 180° − 120°
∴ ∠ACB = 60°
∠C এর সমদ্বিখণ্ডক $\angle ACD = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$
আবার, ΔACD এ ∠ACD + ∠CDA + ∠CAD = 180°
⇒ 30° + ∠CDA + 40° = 180°
⇒ ∠CDA = 180° − 70°
∴ ∠CDA = 110°
উত্তর: (ক)

০২। একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাণ ৩৫° ও ৫৫° । ত্রিভুজটি কোন ধরনের? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) সমকোণী (খ) সমবাহু
(গ) সমদ্বিবাহু (ঘ) স্থূলকোণী

সমাধান : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।
∴ ত্রিভুজটির তৃতীয় কোণের পরিমাণ
= ১৮০° − (৫৫° + ৩৫°) = ৯০°
∴ ত্রিভুজটি সমকোণী।
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

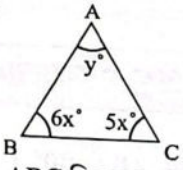
০১। ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি কত?

(ক) এক সমকোণ (খ) দুই সমকোণ
(গ) তিন সমকোণ (ঘ) চার সমকোণ

উত্তর : (খ)

০২। ABC ত্রিভুজে $\angle C = 5x^\circ$, $\angle B = 6x^\circ$ এবং $\angle A = y^\circ$ এবং $6\angle A = 7\angle B$ হলে, y এর মান হবে-
(ক) 90° (খ) 80°
(গ) 70° (ঘ) 60°

সমাধান :



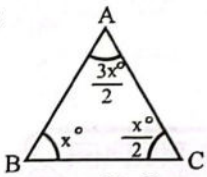
ABC ত্রিভুজে $\angle A = y$ এবং $6\angle A = 7\angle B$
বা, $6 \times y = 7\angle B$ বা, $\angle B = \frac{6y}{7}$
বা, $6x = \frac{6y}{7}$ [যেহেতু $\angle B = 6x$] $\therefore x = \frac{y}{7}$
আমরা জানি,
ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০°
$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
বা, $y + 6x + 5x = 180^\circ$
বা, $y + 6.\frac{y}{7} + 5.\frac{y}{7} = 180^\circ$
বা, $7y + 6y + 5y = 180^\circ \times 7$
বা, $y = \frac{180^\circ \times 7}{18}$ $\therefore y = 70^\circ$
উত্তর : (গ)

০৩। একটি ত্রিভুজের একটি কোণ যদি ২য় কোণের তিনগুণ এবং ৩য় কোণ যদি ২য় কোণের চেয়ে ৩০ ডিগ্রী বড় হয় তবে ১ম কোণটি কত ডিগ্রী?
(ক) ৬০° (খ) ৫০°
(গ) ৪৫° (ঘ) ৯০°

সমাধান : ধরি, ২য় কোণ x $\therefore$ ১ম কোণ ৩x
এবং ৩য় কোণ (x + ৩০°)
আমরা জানি,
ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০°।
$\therefore x + 3x + x + 30^\circ = 180^\circ$
$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 30^\circ \Rightarrow x = \frac{150^\circ}{5}$
$\therefore x = 30^\circ$ $\therefore$ ১ম কোণ $= 30^\circ \times 3 = 90^\circ$
উত্তর : (ঘ)

০৪। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে $x, \frac{x}{2}, \frac{3x}{2}$। বৃহত্তম কোণটির মান কত?
(ক) 90° (খ) 45°
(গ) 60° (ঘ) 120°

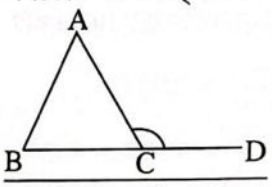
সমাধান :



আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°
প্রশ্নমতে, $x + \frac{x}{2} + \frac{3x}{2} = 180^\circ$ বা, $\frac{2x+x+3x}{2} = 180^\circ$
বা, $6x = 360^\circ$ বা, $x = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$
$\therefore$ বৃহত্তম কোণ $= \frac{3 \times 60^\circ}{2} = 90^\circ$
উত্তর : (ক)

Case - 2 : ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দুইটির প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর।
<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।



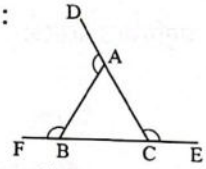
এখানে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করলে,
- উৎপন্ন বহিঃস্থ $\angle ACD = \angle A + \angle B$
- $\angle ACB + \angle ACD =$ ২ সমকোণ বা ১৮০°

[যেহেতু, $\angle BCD =$ সরলকোণ]
ত্রিভুজের তিনটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি ৩৬০° বা চার সমকোণ।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

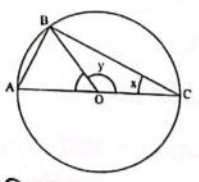
০১। কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থকোণ তিনটির সমষ্টি কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১৮০° (খ) ১৫০°
(গ) ২৭০° (ঘ) ৩৬০°

সমাধান :



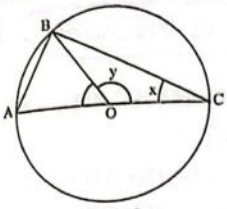
এখানে,
চিত্রে, ΔABC –এর বাহুগুলো বর্ধিত করা হলে,
$\angle BAD = 180^\circ - \angle A$
$\angle ABF = 180^\circ - \angle B$ এবং $\angle ACE = 180^\circ - \angle C$
$\therefore \angle BAD + \angle ABF + \angle ACE = 540^\circ - (\angle A + \angle B + \angle C) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$
[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°]
উত্তর : (ঘ)

০২।



চিত্রানুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত। $\angle y = 112^\circ$ হলে $\angle x =$ কত? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 68° (খ) 34°
(গ) 45° (ঘ) 39°

সমাধান :



ΔOBC এর বহিঃস্থ $\angle AOB = \angle OBC + \angle OCB$

এখন, $\angle AOB + y = 180°$

$\Rightarrow \angle AOB + \angle BOC = 180°$ [$\because$ AOC = সরলকোণ]

$\therefore \angle OBC + \angle OCB + y = 180°$

$\Rightarrow x + x + y = 180°$

$\Rightarrow 2x = 180° - 112°$

$\Rightarrow x = \frac{68°}{2}$ $\therefore x = 34°$

উত্তর : (খ)

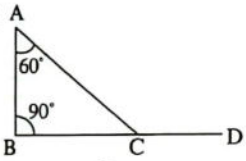
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ΔABC এর BC বাহুকে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। $\angle A = 60°, \angle B = 90°$ হলে, $\angle ACD$ এর মান-**

(ক) 150° (খ) 180°

(গ) 140° (ঘ) 160°

সমাধান :



আমরা জানি,

ত্রিভুজের কোনো বাহু বর্ধিত করা হলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণের মান বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

$\therefore \angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

$= 90° + 60° = 150°$

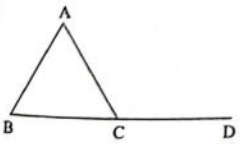
উত্তর : (ক)

০২। **কোনো ত্রিভুজের একটি বহিঃস্থকোণ ও এর অন্তঃস্থ সন্নিহিত কোণের সমষ্টি কত?**

(ক) 90° (খ) 120°

(গ) 180° (ঘ) 360°

সমাধান :



এখানে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে বর্ধিত করলে,

বহিঃস্থ $\angle ACD$ + অন্তঃস্থ $\angle ACB = \angle BCD =$ সরলকোণ $= 180°$

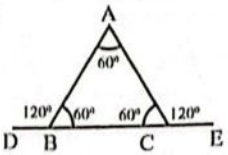
উত্তর : (গ)

০৩। **একটি সমবাহু ত্রিভুজের উভয় দিকে বর্ধিত করলে দুটি বহিঃস্থকোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি কত?**

(ক) 120° (খ) 60°

(গ) 240° (ঘ) 100°

সমাধান :



এখানে, ত্রিভুজ ABC –এ, $\angle ABD + \angle ABC = 180°$

$\Rightarrow \angle ABD + 60° = 180° \Rightarrow \angle ABD = 120°$

আবার, $\angle ACE + \angle ACB = 180°$

অনুরূপভাবে,

$\angle ACE + 60° = 180° \Rightarrow \angle ACE = 120°$

$\therefore \angle ABD + \angle ACE = 120° + 120° = 240°$

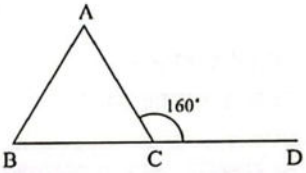
উত্তর : (গ)

০৪। **ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। $\angle ACD = 160°, \angle ABC = 7\angle BAC$ হলে, $\angle BAC$-এর মান কত?**

(ক) 20° (খ) 40°

(গ) 60° (ঘ) 70°

সমাধান :



এখানে, $\angle ACD = 160°$

$\therefore \angle ACB = 180° - 160° = 20°$

ΔABC এ, $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$

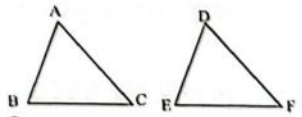
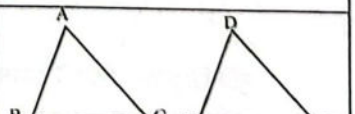
বা, $7\angle BAC + \angle BAC + 20° = 180°$

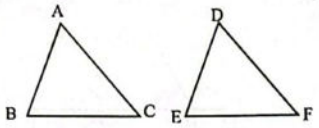
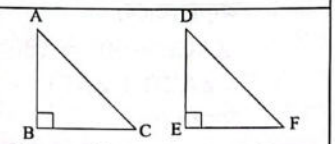
বা, $8\angle BAC = 160°$ $\therefore \angle BAC = 20°$

উত্তর : (ক)

Case – 3 : ত্রিভুজের সর্বসমতা সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত

সর্বসমতা: একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান।

উপপাদ্য: যদি দুইটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম।	 চিত্রে, AB = DE; BC = EF এবং $\angle B = \angle E$ হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
উপপাদ্য: যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু অপর একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।	 চিত্রে, AB = DE; BC = EF এবং AC = DF হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

উপপাদ্য: যদি একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও এদের সংলগ্ন বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও তাদের সংলগ্ন বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।	 চিত্রে, $\angle B = \angle E$; $\angle C = \angle F$ এবং $BC = EF$ হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
উপপাদ্য: দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজদ্বয় সমান হলে এবং একটির এক বাহু অপরটির অপর এক বাহুর সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।	 চিত্রে, অতিভুজ AC = অতিভুজ DF; এবং AB = DE হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

ত্রিভুজের সর্বসম হওয়ার শর্ত:

- দুই বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান।
- তিনটি বাহু সমান।
- দুইটি কোণ ও এদের সংলগ্ন বাহু সমান।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও একবাহু সমান।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) একটির তিন বাহু অপরটির তিন বাহুর সমান

(খ) একটির তিন কোণ অপরটির তিন কোণের সমান

(গ) একটির দুই কোণ ও এক বাহু অপরটির দুই কোণ ও অনুরূপ বাহুর সমান

(ঘ) একটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান

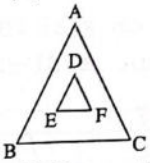
উত্তর : (খ)

০২। দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নাও হতে পারে? [১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) দুই বাহু অন্তর্ভুক্ত কোণ (খ) দুই কোণ ও এক বাহু

(গ) তিন কোণ (ঘ) তিন বাহু

সমাধান :



দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না। ΔABC ও ΔDEF এর $\angle A = \angle D$

$\therefore \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$ কিন্তু ΔABC ও ΔDEF সর্বসম নয়।

উত্তর : (গ)

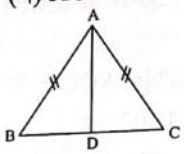
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ABC ত্রিভুজে $\angle B = \angle C$ এবং BC বাহুর উপর D একটি বিন্দু। কোন তথ্যটি সঠিক?**

(ক) $AB > AC$ (খ) $AB < AC$

(গ) $AC < AD$ (ঘ) $AC > AD$

সমাধান :



ΔABC এ, $\angle B = \angle C$ সুতরাং $AB = AC$.

D, BC এর উপর অবস্থিত যে কোনো বিন্দু। A, D যোগ করলে, উৎপন্ন AD বাহু, AB ও AC উভয় বাহু অপেক্ষা ছোট হবে।

উত্তর : (ঘ)

০২। **ΔABC ও ΔDEF এর, $AB = DE$, $BC = EF$ এবং $\angle B = \angle E$ হলে কোনটি সত্য?**

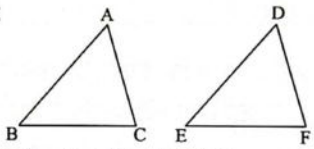
(ক) $\Delta ABC = \Delta DEF$

(খ) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$

(গ) $AC = DF$

(ঘ) $AB + BC = DE + DF$

সমাধান :

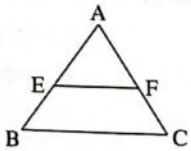


আমরা জানি, দুইটি ত্রিভুজের দুই বাহু ও অর্ন্তভুক্ত কোণ পরস্পর সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম।

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ অর্থাৎ, $AC = DF$

উত্তর : (গ)

Case – 4 : ত্রিভুজের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত



উপপাদ্য: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।

এখানে, ABC ত্রিভুজের AB এর মধ্যবিন্দু E এবং AC এর মধ্যবিন্দু F হলে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2} \times BC$

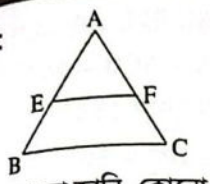
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ΔABC এর E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে EF = কত?**

(ক) $\frac{1}{2}(AB + AC)$ (খ) $\frac{1}{2}AB$

(গ) $\frac{1}{2}AC$ (ঘ) $\frac{1}{2}BC$

সমাধান :



আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহুর অর্ধেক। $\therefore EF = \frac{1}{2}BC$

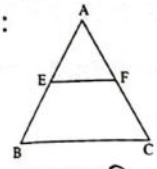
উত্তর : (ঘ)

০২। **ABC ত্রিভুজের E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। BC = 5 হলে, EF = ?**

(ক) 5 (খ) 3

(গ) 2.5 (ঘ) 10

সমাধান :

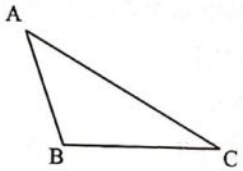


আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর অর্ধেক।

$\therefore EF = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$

উত্তর : (গ)

Case - 5 : ত্রিভুজের বাহু সম্পর্কিত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত



উপপাদ্য: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

অনুসিদ্ধান্ত: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর এর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। এখানে, ABC ত্রিভুজের, বৃহত্তর বাহু AC।

$\therefore AB + BC > AC$ এবং $AB - BC < AC$

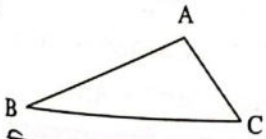
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু যদি যথাক্রমে ৭ সে.মি. ও ৪ সে.মি. হয়। এর তৃতীয় বাহু দৈর্ঘ্য কেমন হবে?

(ক) ৩ সে.মি. থেকে বড় (খ) ৩ সে.মি. থেকে ছোট

(গ) ৩ সে.মি এর সমান (ঘ) সবগুলো সত্য

সমাধান :



ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এখানে, দুই বাহুর সমষ্টি = ৩ + ৪ = ৭

অর্থাৎ, ৩ থেকে অবশ্যই বড় হতে হবে

উত্তর : (ক)

০২। একটি ত্রিভুজের দুইবাহু যদি 7 ও 11 হয় এবং তৃতীয় বাহুটির দৈর্ঘ্য যদি একটি পূর্ণসংখ্যা হয় তাহলে কমপক্ষে ত্রিভুজের পরিসীমা কত হবে?

(ক) 18 (খ) 20

(গ) 22 (ঘ) 23

সমাধান : ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং তৃতীয় বাহুর মান কমপক্ষে 5 হবে। কারণ $7 + 5 > 11$।

$\therefore$ ত্রিভুজটির perimeter বা পরিসীমা $= 5 + 7 + 11 = 23$

উত্তর : (ঘ)

০৩। ABC ত্রিভুজে, AB = AC। নিচের কোন শর্তটি সত্য নয়?

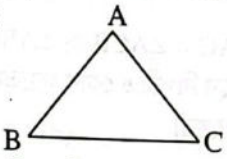
(ক) $AB < AC + BC$

(খ) $AC < AB + BC$

(গ) $BC + AC > AB + BC$

(ঘ) $AC + BC = AB + BC$

সমাধান :



ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

অপশন (গ) কখনও সম্ভব নয়, যেহেতু AB এবং AC সমান তাই, $BC + AC > AB + BC$ সম্ভব নয়।

উত্তর : (গ)

০৪। ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য মিটারে দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

(ক) ৬, ৭, ও ১১ (খ) ৩, ৮ ও ৮

(গ) ১৪, ১২ ও ২৮ (ঘ) ২০, ৮ ও ১৩

সমাধান : ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

ক) ৬ + ৭ = ১৩ > ১১ ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব ।

খ) ৩ + ৮ = ১৩ > ৮ ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব।

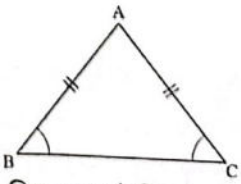
গ) ১৪ + ১২ = ২৬ < ২৮ ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।

ঘ) ১৩ + ৮ = ২১ > ২০ ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব।

$\therefore$ ১৪, ১২ ও ২৮ বাহুগুলো দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।

উত্তর : (গ)

Case - 6 : ত্রিভুজের বাহু-কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত



উপপাদ্য: যদি কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান হয়, তবে এদের বিপরীত কোণ দুইটিও পরস্পর সমান হবে।

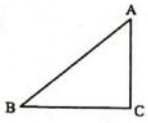
উপপাদ্য: যদি কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ পরস্পর সমান হয়, তবে এদের বিপরীত বাহু দুইটিও পরস্পর সমান হবে।

উপপাদ্য: বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর। এখানে, ABC ত্রিভুজের AB = AC, AB এর বিপরীত কোণ ∠ACB এবং AC এর বিপরীত কোণ ∠ABC হলে, ∠ACB = ∠ABC।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

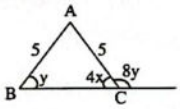
০১। ABC ত্রিভুজে AB > AC হলে, নীচের কোনটি সত্য?
(ক) ∠ABC > ∠ACB (খ) ∠ABC < ∠BAC
(গ) ∠ACB > ∠BAC (ঘ) ∠ACB > ∠ABC

সমাধান :



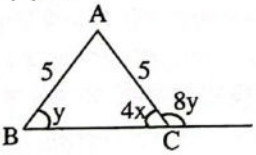
আমরা জানি,
ABC ত্রিভুজে, AB > AC ∴ ∠ACB > ∠ABC
[আমরা জানি, বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]
উত্তর : (ঘ)

০২। চিত্রে x এর মান কত?



(ক) 36 (খ) 5°
(গ) 20 (ঘ) 10

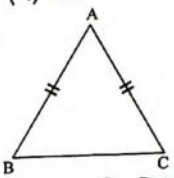
সমাধান :



এখানে, AB = AC ∴ ∠ACB = ∠ABC
অর্থাৎ 4x = y
এখন, $4x + 8y = 180° \Rightarrow 4x + 8 \times 4x = 180°$
$\Rightarrow 36x = 180° \Rightarrow x = \frac{180°}{36}$
$\therefore x = 5°$
উত্তর : (খ)

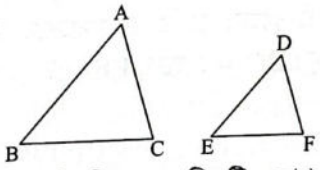
০৩। ABC ত্রিভুজের AB = AC হলে, ∠B = ৫৫° হলে, ∠A এর মান কত?
(ক) ৫৫° (খ) ৪০°
(গ) ৬০° (ঘ) ৭০°

সমাধান :



আমরা জানি, ত্রিভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান হলে, এদের বিপরীত কোণ দুইটিও পরস্পর সমান।
∴ ABC ত্রিভুজে AB = AC বলে, ∠ACB = ∠ABC
যেহেতু, ∠ABC = ৫৫° ∴ ∠ACB = ৫৫°
আবার, ত্রিভুজের তিনি বাহুর সমষ্টি ১৮০°
∴ ∠A = ১৮০° − ৫৫° − ৫৫° = ৭০°
উত্তর : (ঘ)

Case – 7 : সদৃশকোণী ত্রিভুজ সম্পর্কিত



সদৃশকোণী ত্রিভুজ: দুইটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ অপরটির তিনটি কোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটিকে সদৃশকোণী বলা হয়। সদৃশকোণী ত্রিভুজে অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান।
ΔABC ও ΔDEF এ ∠BAC = ∠EDF,
∠ABC = ∠DEF, ∠ACB = ∠DFE
অতএব, ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী।
$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

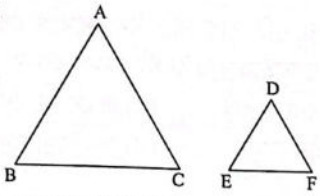
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। তিন কোণ দেয়া থাকলে যে সকল ত্রিভুজ আঁকা যায় তাদের কি ত্রিভুজ বলে?
(ক) সদৃশ ত্রিভুজ (খ) সমান ত্রিভুজ
(গ) সর্বসম ত্রিভুজ (ঘ) সমানুপাতিক ত্রিভুজ

সমাধান : আমরা জানি, সদৃশ ত্রিভুজের কোণগুলো সমান থাকে, ফলে তিনকোণ দেওয়া থাকলে এর অনুরূপ আরো ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।
উত্তর : (ক)

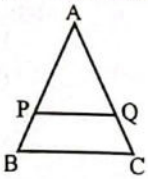
০২। ΔABC ও ΔDEF পরস্পর সদৃশকোণী। ∠A = ৭০° ও ∠C = ৪০° হলে, ∠E এর মান কত?
(ক) ৫০° (খ) ৬৫°
(গ) ৪০° (ঘ) ৭০°

সমাধান :



যেহেতু, ABC ত্রিভুজের ∠A = ৭০° ও ∠C = ৪০°
∴ ∠B = ১৮০° − ৭০° − ৪০° = ৭০°
[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০°]
যেহেতু, ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী, ফলে ∠B = ∠E
∴ ∠B = ∠E = ৭০°
উত্তর : (ঘ)

০৩। ΔABC এ $PQ \parallel BC$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?



(ক) $AP : PB = AQ : QC$ (খ) $AB : PQ = AC : PQ$

(গ) $AB : AC = PQ : BC$ (ঘ) $PQ : BC = BP : BQ$

সমাধান : চিত্রে, ΔABC ও ΔAPQ -এ

$\angle B = \angle P$, $\angle C = \angle Q$

[$\because PQ \parallel BC$ এবং কোণগুলো অনুরূপ কোণ]

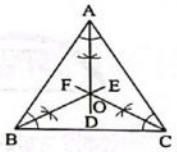
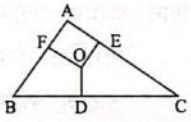
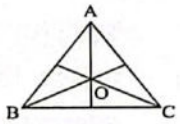
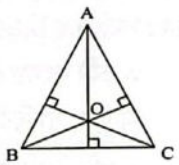
এবং ΔABC ও ΔAPQ সদৃশকোণী।

তাহলে, $\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{AQ} \Rightarrow \frac{AB - AP}{AP} = \frac{BC - AQ}{AQ}$ [বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{PB}{AP} = \frac{QC}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ $\therefore AP : PB = AQ : QC$

উত্তর : (ক)

Type-02 : ত্রিভুজের কেন্দ্র সমূহ

<u>অন্তঃকেন্দ্র</u>: ত্রিভুজের কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডক রেখার ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র বলে। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে, AD, BE এবং CF যথাক্রমে $\angle BAC$, $\angle ABC$ এং $\angle ACB$ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডক। সমদ্বিখণ্ডক তিনটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব, O হলো ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র।	
<u>পরিকেন্দ্র</u>: ত্রিভুজের লম্বদ্বিখণ্ডকত্রয় এর ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলে। চিত্রে, ABC ত্রিভুজের লম্বদ্বিখণ্ডকত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব, O হল ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র।	
<u>ভরকেন্দ্র</u>: ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় এর ছেদ বিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলে। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব, O হল ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র।	
<u>লম্ববিন্দু</u>: ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় এর ছেদ বিন্দুকে ত্রিভুজের লম্ববিন্দু বলে। চিত্রে, ABC ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব O হলো ত্রিভুজটির লম্ব বিন্দু।	

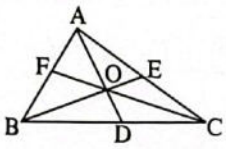
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুর নাম কি?

(ক) পরিকেন্দ্র (খ) ভরকেন্দ্র

(গ) অন্তঃকেন্দ্র (ঘ) লম্বকেন্দ্র

সমাধান :



আমরা জানি, ত্রিভুজের কোনো একটি শীর্ষবিন্দু এবং তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে। ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু। এই বিন্দু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র। ΔABC এ D, E, F যথাক্রমে BC, CA এবং AB এর মধ্যবিন্দু। AD, BE, CF মধ্যমাত্রায় O বিন্দুতে মিলিত হয়। সুতরাং O হলো ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র। সুতরাং ভরকেন্দ্র হলো কোনো ত্রিভুজের তিন বাহুর সমদ্বিখণ্ডকগুলোর ছেদবিন্দু।

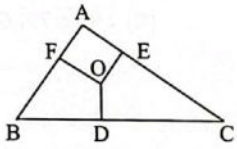
উত্তর : (খ)

০২। কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্ব-দ্বিখণ্ডক তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে বলে–

(ক) ভরকেন্দ্র (খ) পরিকেন্দ্র

(গ) অন্তঃকেন্দ্র (ঘ) লম্ববিন্দু

সমাধান :



ΔABC-এ D, E, F যথাক্রমে BC, CA এবং AB এর মধ্যবিন্দু। OD, OE, OF যথাক্রমে O বিন্দু হতে BC, CA এবং AB বাহুর উপর লম্ব। O হলো ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র।

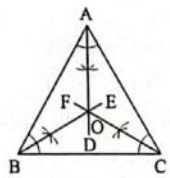
উত্তর : (খ)

০৩। কোনো ত্রিভুজের কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডকের ছেদবিন্দুকে কি বলে?

(ক) ভরকেন্দ্র (খ) পরিকেন্দ্র

(গ) বহিঃকেন্দ্র (ঘ) অন্তঃকেন্দ্র

সমাধান :



চিত্রে, ABC ত্রিভুজে, AD, BE এবং CF যথাক্রমে $\angle BAC$, $\angle ABC$ এং $\angle ACB$ কোণত্রয়ের সমদ্বিখণ্ডক। সমদ্বিখণ্ডক তিনটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

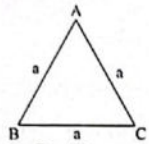
অতএব, O হল ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র।

উত্তর : (ঘ)

Type-03 : বাহুর ভিত্তিতে ত্রিভুজের শ্রেণিবিভাগ



Case – 1 : সমবাহু ত্রিভুজ



সমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB = BC = CA অর্থাৎ বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য সমান। সুতরাং ABC ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

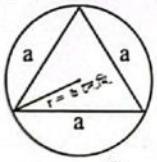
- সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাণ ৬০°।
- সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা পরস্পর সমান।
- সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২$
- সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{\text{বাহু}}{\sqrt{৩}}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৬ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $২১\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি. (খ) $২৩\sqrt{২}$ বর্গ সে.মি.
(গ) $২৫\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $২৭\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি.

সমাধান :



আমরা জানি, প্রদত্ত চিত্র হতে,

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{a}{\sqrt{৩}} \Rightarrow ৬ = \frac{a}{\sqrt{৩}} \Rightarrow a = ৬\sqrt{৩}$

ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২ = \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times (৬\sqrt{৩})^২ = ২৭\sqrt{৩}$

উত্তর: (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যে ত্রিভুজের তিন কোণের মান সমান তাকে কোন ধরনের ত্রিভুজ বলে?

(ক) সমবাহু (খ) বিষমবাহু
(গ) সমকোণী (ঘ) স্থূলকোণী

সমাধান : যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান তার তিনটি বাহুই পরস্পর সমান। তাই একে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।

উত্তর : (ক)

০২। সমবাহু ত্রিভুজের–

(ক) একটি বাহু অসমান (খ) দুইটি বাহু সমান
(গ) প্রতিটি বাহু সমান (ঘ) প্রতিটি বাহু অসমান

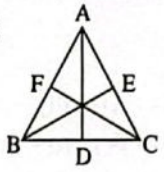
সমাধান : ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলা হয়।

উত্তর : (গ)

০৩। একটি ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি-

(ক) বিষমবাহু (খ) সমদ্বিবাহু
(গ) সমকোণী (ঘ) সমবাহু

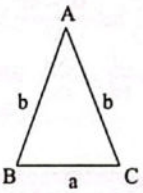
সমাধান :



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান।

উত্তর : (ঘ)

Case – 2 : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ



সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান তা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। চিত্রে ABC ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান (AB = AC), যাদের কোনোটিই তৃতীয় বাহুর সমান নয়। সুতরাং ABC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণের মান 94° হলে অপর একটি কোণের মান হবে-

(ক) 43° (খ) 47°
(গ) 94° (ঘ) 88°

সমাধান : আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলো সমান।

তাহলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে,

$x + x + 94° = 180°$

$\therefore x = \frac{180° - 94°}{2} = 43°$

উত্তর : (ক)

০২। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণের মান 80° হলে, অপর কোণদ্বয়ের মান কত?

(ক) 50° ও 50° (খ) 60° ও 40°
(গ) 45° ও 45° (ঘ) 40° ও 40°

সমাধান : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ 80°

$\therefore$ ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি $(180° - 80°)$ বা 100°

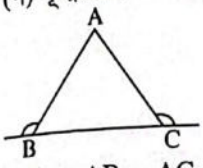
আবার, সমদ্বিবাহু হওয়ার কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

$\therefore$ প্রতিটি কোণ $= \frac{100°}{2} = 50°$

উত্তর : (ক)

০৩। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয় হবে-
(ক) স্থূলকোণ (খ) সমকোণ
(গ) সূক্ষ্মকোণ (ঘ) সরলকোণ

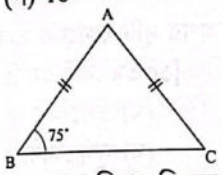
সমাধান :



এখানে, AB = AC, B ও C বিন্দুকে বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তার পরিমাণ 90° এর চেয়ে বেশি। তাই উৎপন্ন কোণগুলো হবে স্থূলকোণ।
উত্তর : (ক)

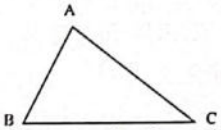
০৪। ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ∠A শীর্ষকোণ, ∠B ও ∠C দুটি ভূমিকোণ, AB বাহু = AC বাহু। ∠B = 75°, ∠A = কত ডিগ্রি?
(ক) 25° (খ) 30°
(গ) 40° (ঘ) 50°

সমাধান :



ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে, ∠B = ∠C = 75°
∴ ∠B + ∠C = 75° + 75° = 150°
এখন, ∠A + ∠B + ∠C = 180°
[∴ তিন কোণের সমষ্টি 180°]
বা, ∠A + 150° = 180°
∴ ∠A = 180° − 150° = 30°
উত্তর : (খ)

Case – 3 : বিষমবাহু ত্রিভুজ



বিষমবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ। চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান। সুতরাং ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বিষমবাহু ত্রিভুজের-
(ক) ৩ টি বাহু সমান (খ) ৩ টি কোণ সমান
(গ) ৩ টি বাহু অসমান (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান তাকে বিষম বাহু ত্রিভুজ বলে। উল্লেখ্য, ত্রিভুজের তিনটি বাহু অসমান হলে কোণ তিনটিও অসমান হবে।
উত্তর : (গ)

০২। কোন ত্রিভুজের সকল বাহু ও কোণ অসমান?
(ক) সদৃশকোণী (খ) সমবাহু
(গ) সমদ্বিবাহু (ঘ) বিষমবাহু

সমাধান : আমরা জানি, বিষমবাহু ত্রিভুজের সকল বাহু অসমান। বাহু অসমান বলে কোণগুলোও অসমান।
উত্তর : (ঘ)

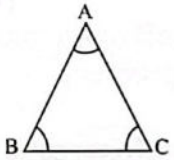
০৩। ABC ত্রিভুজের, AB = ৭ সে.মি. BC = ৮ সে.মি. ও AC = ৫ সে.মি. হলে ত্রিভুজটি হবে–
(ক) সমবাহু (খ) বিষমবাহু
(গ) সমকোণী (ঘ) সমদ্বিবাহু

সমাধান : যেহেতু ত্রিভুজের সব বাহু পরস্পর অসমান, ফলে সমবাহু ও সমদ্বিবাহু সম্ভব নয়। সমকোণী ত্রিভুজে হলে,
অতিভুজ^২ = ভূমি^{২} + লম্ব^২ হবে।
∴ ৮^২ ≠ ৭^২ + ৫^২ অর্থাৎ, ত্রিভুজটি বিষমবাহু।
উত্তর : (খ)

Type-04 : কোণের ভিত্তিতে ত্রিভুজের শ্রেণিবিভাগ



Case – 1 : সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ



সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে ∠BAC, ∠ABC, ∠BCA কোণ তিনটির প্রত্যেকের পরিমাণ 90° অপেক্ষা কম। সুতরাং ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ৫৫° ও ৭৫° হলে, ত্রিভুজটি-
(ক) সমকোণী (খ) সমদ্বিবাহু
(গ) সূক্ষ্মকোণী (ঘ) স্থূলকোণী

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০°।
∴ ত্রিভুজের তৃতীয় কোণ = ১৮০° − ৫০° − ৭৫° = ৫৫°
যেহেতু ত্রিভুজটির তিনটি কোণ অসমান এবং ৯০° এর চেয়ে কম।
∴ ত্রিভুজটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।
উত্তর : (গ)

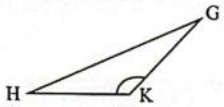
০২। একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের কোণগুলো হলো–
(ক) ৬০°, ৩০°, ৯০° (খ) ১০০°, ৪০°, ৪০°
(গ) ৬৯°, ৯১°, ২০° (ঘ) ৬৫°, ৮৯°, ২৬°

সমাধান : আমরা জানি, সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ। এখানে, শুধুমাত্র (ঘ) নং অপশনটিতে প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ।
উত্তর : (ঘ)

০৩। সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–
(ক) প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ
(খ) দুইটি কোণ সূক্ষ্মকোণ
(গ) একটি কোণ সূক্ষ্মকোণ
(ঘ) একটি কোণ সমকোণ বাকি দুইটি সূক্ষ্মকোণ

সমাধান : আমরা জানি, যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।
উত্তর : (ক)

Case – 2 : স্থূলকোণী ত্রিভুজ



স্থূলকোণী ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ বা ৯০° থেকে বড় তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ।
GHK ত্রিভুজে ∠GKH একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি ∠GHK ও ∠HGK প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। সুতরাং ΔGHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

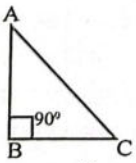
০১। স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের সংখ্যা:
(ক) ১টি (খ) ২টি
(গ) ৩টি (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ সেই ত্রিভুজটিকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলা হয়।
উত্তর : (ক)

০২। একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ৩০° ও ৪০° হলে, ত্রিভুজটি কিরূপ?
(ক) সমবাহু (খ) সূক্ষ্মকোণী
(গ) স্থূলকোণী (ঘ) সমকোণী

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০°।
∴ তৃতীয় কোণটি = ১৮০° – ৩০° – ৪০° = ১১০°
বা স্থূলকোণ।
∴ ত্রিভুজটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।
উত্তর : (গ)

Case – 3 : সমকোণী ত্রিভুজ



সমকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ, তা সমকোণী ত্রিভুজ। চিত্রে, ABC ত্রিভুজে ∠ABC সমকোণ, অপর কোণ দুইটি ∠BAC ও ∠BCA প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ।
∴ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র, অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
  ∴ $AC^2 = AB^2 + BC^2$
- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণ দুটির সমষ্টি = 90°

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব হবে? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬ : ৫ : ৪ (খ) ৩ : ৪ : ৫
(গ) ১২ : ৮ : ৪ (ঘ) ৬ : ৪ : ৩

সমাধান : আমরা জানি, কোনো ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের যোগফলের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী। এখানে, অপশনগুলো পরীক্ষা করে পাই-
(ক) $5^2 + 4^2 \neq 6^2$
(খ) $3^2 + 4^2 = 5^2$ (সমকোণী ত্রিভুজ)
(গ) $8^2 + 4^2 \neq 12^2$
(ঘ) $3^2 + 4^2 \neq 6^2$
উত্তর : (খ)

০২। ত্রিভুজের একটি কোণ, অপর দুটি কোণের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি– [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) সমকোণী (খ) স্থূলকোণী
(গ) সমবাহু (ঘ) সূক্ষ্মকোণী

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০°। একটি কোণ ৯০° হলে অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি ৯০°।
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি ৪০ ডিগ্রি হলে অপরটি কত?
(ক) ৪৫ ডিগ্রি (খ) ৫৫ ডিগ্রি
(গ) ৫০ ডিগ্রি (ঘ) ৬০ ডিগ্রি

সমাধান : সমকোণী ত্রিভুজের অপর সূক্ষ্ম কোণটি
১৮০° – (৯০ + ৪০)°
= ১৮০° – ১৩০°
= ৫০°
উত্তর : (গ)

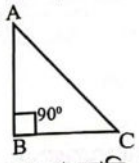
০২। যে সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অন্তর 8°, আর ক্ষুদ্রতম কোণ কত ডিগ্রী?
(ক) 38° (খ) 39°
(গ) 40° (ঘ) 41°

সমাধান : ধরি, ক্ষুদ্রতম কোণ x ∴ অপর কোণ x + 8°
এখানে, x + x + 8° + 90° = 180°
⇒ 2x = 180° – 98°
⇒ $x = \frac{82°}{2}$
∴ x = 41°
উত্তর : (ঘ)

০৩। সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কোণটি?
(ক) ৬ : ৪ : ৩ (খ) ৬ : ৫ : ৩
(গ) ১২ : ৮ : ৪ (ঘ) ১৩ : ১২ : ৫

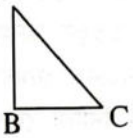
সমাধান : এখানে, $(১২)^২ + ৫^২$
$= ১৪৪ + ২৫$
$= ১৬৯ = (১৩)^২$
∴ সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ১৩ : ১২ : ৫
উত্তর : (ঘ)

০৪। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণ ২ টির প্রত্যেকটি কী কোণ?
(ক) সমকোণ (খ) সূক্ষ্মকোণ
(গ) স্থূলকোণ (ঘ) সরলকোণ

সমাধান :


আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০°। যার একটি কোণ ৯০° এবং অপর দুটি কোণের সমষ্টি ৯০° অর্থাৎ অতিভুজ সংলগ্ন কোণ দুটির প্রত্যেকটির মান ৯০° অপেক্ষা ছোট। অতএব, কোণ দুটি সূক্ষ্মকোণ।
উত্তর : (খ)

০৫। **ABC** সমকোণী ত্রিভুজে **AB = BC** এবং অতিভূজ **AC**। **∠C** এর মান কত?
(ক) 35° (খ) 45°
(গ) 60° (ঘ) 90°

সমাধান :


ABC সমকোণী ত্রিভুজে AB = BC এবং AC অতিভূজ
∴ ∠C = ∠A
এখানে, ∠A + ∠B + ∠C = 180°
⇒ ∠C + 90° + ∠C = 180°
⇒ 2∠C = 180° − 90° ⇒ $\angle C = \frac{90°}{2}$ ∴ ∠C = 45°
উত্তর : (খ)

Type-05 : কোণের সাহায্যে ত্রিভুজ নির্ণয়

একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ এর মান দেওয়া থাকলে, তৃতীয় কোণটি বের করে নিতে হবে। এবার, কোণ তিনটির মান বিবেচনা করে ত্রিভুজের ধরন নির্ণয় করা যায়।

- তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ হলে, ত্রিভুজটি সূক্ষ্মকোণী
- দুইটি কোণ সমান হলে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু
- তিনটি কোণই সমান হলে, ত্রিভুজটি সমবাহু
- একটি কোণ সমকোণ হলে, ত্রিভুজটি সমকোণী
- একটি কোণ স্থূলকোণ হলে, ত্রিভুজটি স্থূলকোণী

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ΔABC** এ **∠A = 40°, ∠B = 70°**, হলে **ΔABC** কি ধরনের ত্রিভুজ? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) সমকোণী (খ) স্থূলকোণী
(গ) সমদ্বিবাহু (ঘ) সমবাহু

সমাধান : ΔABC এ ∠A + ∠B + ∠C = 180°
⇒ 40° + 70° + ∠C = 180°
⇒ ∠C = 180° − 110°
∴ ∠C = 70° = ∠B
∴ ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। কেননা আমরা জানি, ত্রিভুজের সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান।
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ΔABC** এ **∠A = 70°** এবং **∠B = 20°** হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকৃতির?
(ক) সমকোণী (খ) সমদ্বিবাহু
(গ) সূক্ষ্মকোণী (ঘ) সমবাহু

সমাধান : ΔABC এর ∠A + ∠B + ∠C = 180°
⇒ 70° + 20° + ∠C = 180°
⇒ ∠C = 180° − 90°
∴ ∠C = 90° অর্থাৎ ত্রিভুজটি সমকোণী।
উত্তর : (ক)

০২। ত্রিভুজের একটি কোণ উহার অপর দুটি কোণের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি-
(ক) সমকোণী (খ) স্থূলকোণী
(গ) সমবাহু (ঘ) সূক্ষ্মকোণী

সমাধান : ধরি, একটি কোণ x এবং অপর দুটি কোণের সমষ্টি y
∴ x + y = 180°
⇒ x + x = 180° [∵ x = y]
⇒ 2x = 180°
⇒ $x = \frac{180°}{2}$
∴ x = 90°
∴ ত্রিভুজটি সমকোণী।
উত্তর : (ক)

০৩। **ΔABC** এর **∠A = 45°, ∠B = 45°** হলে **ΔABC** হলো
(i) সমবাহু (ii) সমদ্বিবাহু (iii) সমকোণী
নিচের কোনটি সত্য?
(ক) (i), (ii) (খ) (i), (iii)
(গ) (ii), (iii) (ঘ) (i),(ii),(iii)

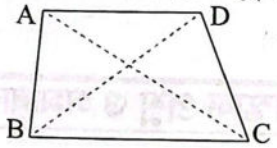
সমাধান : ত্রিভুজটির দুটি কোণ সমান যাদের সমষ্টি (45° + 45°) = 90°
সুতরাং এর অপর কোণটি 180° − 90° = 90°
অর্থাৎ ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
উত্তর : (গ)

০৪। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত **1 : 1 : 2** হলে, ত্রিভুজটি হবে-
(ক) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (খ) সমকোণী ত্রিভুজ
(গ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ (ঘ) সমবাহু ত্রিভুজ

সমাধান : কোনো ত্রিভুজের দুটি কোণের সমষ্টি অপর কোণের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হয়।
উত্তর : (খ)

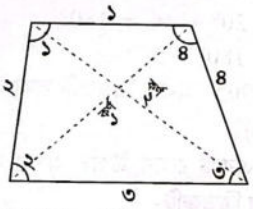
অধ্যায় ১৬.৩ চতুর্ভুজ, বহুভুজ ও স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

সংজ্ঞাঃ চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রকে চতুর্ভুজক্ষেত্র বলে।



এখানে, AB, BC, CD ও DA রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্র একটি চর্তুভুজ।

Type-01 : চতুর্ভুজ সম্পর্কিত



→ চতুর্ভুজের বাহুর সংখ্যা = ৪টি
→ চতুর্ভুজের কোণের সংখ্যা = ৪টি
→ চতুর্ভুজের শীর্ষের সংখ্যা = ৪টি
→ চতুর্ভুজের কর্ণের সংখ্যা = ২টি

- ► একই শীর্ষ বিন্দুতে যে দুটি বাহু মিলিত হয়, তারা পরস্পর সন্নিহিত বাহু।
- ► চতুর্ভুজের বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ দুটির প্রত্যেকটিকে কর্ণ বলে।
- ► চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের সীমানা নির্ধারক বক্ররেখার মোট দৈর্ঘ্যকে পরিসীমা বলে।
- ► চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ২ : ৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ হবে-
[১৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০০° (খ) ১১৫°
(গ) ১৩৫° (ঘ) ২২৫°

সমাধান : অনুপাতগুলোর সমষ্টি = ১ + ২ + ২ + ৩ = ৮
আমরা জানি, চতুর্ভুজের ৪ কোণের সমষ্টি ৪ সমকোণ
অর্থাৎ, ৪ × ৯০° = ৩৬০°
∴ বৃহত্তম কোণের পরিমাণ = ৩৬০° × $\frac{৩}{৮}$ = ১৩৫°
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি কত?
(ক) দুই সমকোণ
(খ) তিন সমকোণ
(গ) চার সমকোণ
(ঘ) তিন সমকোণের বেশি কিন্তু চার সমকোণের কম

সমাধান : আমরা জানি, চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০°
= ৪ × ৯০° = চার সমকোণ
উত্তর : (গ)

০২। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে কয়টি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?
(ক) 3 টি (খ) 4 টি
(গ) 5 টি (ঘ) 6 টি

সমাধান : চতুর্ভুজের চারটি বাহু, চারটি কোণ ও দুইটি কোণ- এই মোট দশটি উপাত্ত আছে। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে পাঁচটি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন। যেমন: কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহু ও একটি নিদিষ্ট কোণ দেওয়া থাকলে, চতুর্ভুজটি আঁকা যাবে।
উত্তর : (গ)

০৩। কোনো চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ৩ : ৪ হলে, বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত?
(ক) ১৪৪° (খ) ৯০°
(গ) ১৮০° (ঘ) ৬৫°

সমাধান : অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ১ + ২ + ৩ + ৪ = ১০
∴ বৃহত্তম কোণের মান = (৩৬০° এর $\frac{৪}{১০}$) = ১৪৪°
উত্তর : (ক)

০৪। **ABCD** চতুর্ভুজের $\angle A + \angle B + \angle C = 2\angle D$ হলে, $\angle D$ এর মান কত?
(ক) 90° (খ) 120°
(গ) 135° (ঘ) 45°

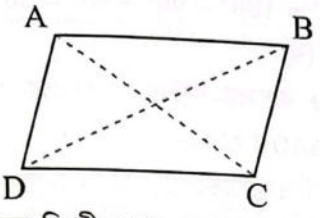
সমাধান : আমরা জানি, চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি 360°
∴ ABCD চতুর্ভুজে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$
বা, $2\angle D + \angle D = 360°$
[∵ $\angle A + \angle B + \angle C = 2\angle D$]
বা, $3\angle D = 360°$ ∴ $\angle D = \frac{360°}{3} = 120°$
উত্তর : (খ)

০৫। একটি চতুর্ভুজের ৩ কোণের সমষ্টি ২৮০°। ৪র্থ কোণের মান কত?

(ক) ৯০ ডিগ্রি (খ) ৭০ ডিগ্রি
(গ) ৮০ ডিগ্রি (ঘ) ৬০ ডিগ্রি

সমাধান : আমরা জানি, চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি ৩৬০°
∴ ৪র্থ কোণের মান = (৩৬০ − ২৮০)° = ৮০°
উত্তর : (গ)

Type-02 : সামান্তরিক



সংজ্ঞা: যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল তাকে সামান্তরিক বলে। সামান্তরিক দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।

সামান্তরিকের বৈশিষ্ট্য :

- বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।
- বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- যে কোন দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পরের সম্পূরক।
- কর্ণদ্বয় অসমান।
- কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- বিপরীত বাহু ও বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান এবং প্রত্যেক কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, চতুর্ভুজটি হবে –

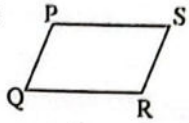
(ক) সামান্তরিক (খ) বর্গক্ষেত্র
(গ) রম্বস (ঘ) আয়তক্ষেত্র

সমাধান: কোনো চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, সে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক হবে। সামান্তরিকের প্রতিটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়তক্ষেত্র হবে।
কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহু সমান এবং বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল হলে, চতুর্ভুজটি রম্বস হয়।
রম্বসের প্রতিটি কোণ সমকোণ হলে, তা বর্গক্ষেত্র হয়।
উত্তর : (ক)

০২। PQRS সামান্তরিকের ∠P = 100°, তাহলে ∠Q এর মান কত?

(ক) 120° (খ) 100°
(গ) 90° (ঘ) 80°

সমাধান :

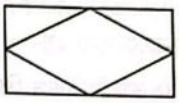


সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
∴ ∠P = ∠R = 100°
∴ $\angle Q = \angle S = \frac{360°-200°}{2} = \frac{160°}{2} = 80°$
উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর মধ্যবিন্দু পরস্পর যুক্ত করলে কিরূপ ক্ষেত্র পাওয়া যাবে?

(ক) বর্গক্ষেত্র (খ) আয়তক্ষেত্র
(গ) ট্রাপিজিয়াম (ঘ) সামান্তরিক

সমাধান :

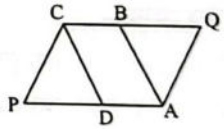


আমরা জানি, কোনো চতুর্ভুজের 4 টি বাহুর মধ্যবিন্দু যোগ করলে মধ্যবিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা সামান্তরিক উৎপন্ন করে।
উত্তর : (ঘ)

০৪। PAQC চতুর্ভুজের PA = CQ এবং PA∥CQ। ∠A ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে, ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?

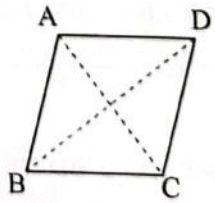
(ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস
(গ) আয়ত (ঘ) বর্গ

সমাধান :



চিত্র হতে, যেহেতু AB, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক
∴ $\angle BAD = \frac{১}{২}\angle A$ অনুরূপভাবে, $\angle BCD = \frac{১}{২}\angle C$
∴ ∠BAD = ∠BCD
আবার, PA || CQ এবং AB এদের ছেদক
∠ABQ = ∠BAD
∴ ∠ABQ = ∠BCD; কিন্তু, এরা অনুরূপ কোণ।
∴ ABCD একটি সামান্তরিক।
উত্তর : (ক)

Type-03 : রম্বস



সংজ্ঞা: যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুই সমান এবং কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে রম্বস বলে। অর্থাৎ, রম্বস একটি সামান্তরিক যার চারটি বাহুই সমান।

রম্বসের বৈশিষ্ট্য :

- সকল বাহু সমান।
- বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- একটি কোণও সমকোণ নয়।
- কর্ণদ্বয় অসমান।
- সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ।
- কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। চারটি সমান বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ একটি ক্ষেত্র যার একটি কোণও সমকোণ নয়, এরূপ চিত্রকে বলা হয়- [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) বর্গক্ষেত্র (খ) চতুর্ভুজ
(গ) রম্বস (ঘ) সামান্তরিক

সমাধান : এটি রম্বসের সংজ্ঞা।

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর 'A' বিন্দুতে ছেদ করেছে। কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ—

(ক) সূক্ষকোণ (খ) স্থূলকোণ
(গ) সরলকোণ (ঘ) সমকোণ

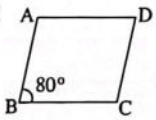
সমাধান: আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

উত্তর : (ঘ)

০২। **ABCD** রম্বসের $\angle B = 80°$ হলে $\angle C$ =কত?

(ক) 120° (খ) 70°
(গ) 80° (ঘ) 100°

সমাধান :



ABCD রম্বসের $\angle B = 80°$ $\therefore \angle D = 80°$

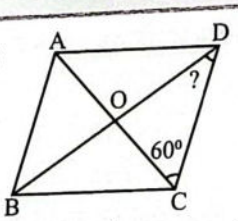
সুতরাং $\angle C = \angle A = \frac{(360-160)°}{2} = \frac{200°}{2} = 100°$

উত্তর : (ঘ)

০৩। **ABCD** রম্বসের **AC** ও **BD** কর্ণ দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle ACD = 60°$ হলে, $\angle ODC$ = কত?

(ক) 60° (খ) 30°
(গ) 90° (ঘ) 45°

সমাধান :



রম্বসের কর্ণদ্বয় সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore \Delta ODC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সুতরাং $\angle DOC = 90°$

তাহলে $\angle ODC$ এ,

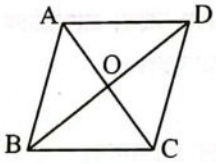
$\Delta ODC = 180° - 90° - 60° = 30°$

উত্তর : (খ)

০৪। **ABCD** রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে **'O'** বিন্দুতে ছেদ করে। ΔAOB হবে—

(ক) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (খ) বিষমবাহু ত্রিভুজ
(গ) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (ঘ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

সমাধান :



ABCD রম্বসের কর্ণ AC ও BD পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং কোণভেদে ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD ও ΔDOA প্রত্যেকটি সমকোণী ত্রিভুজ।

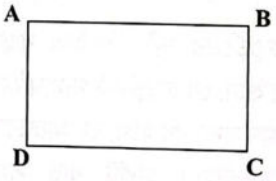
আবার, রম্বসের কর্ণদ্বয় অসমান। কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD

তাহলে, AO ≠ BO

সুতরাং, বাহুভেদে ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD এবং ΔDOA প্রত্যেকটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর : (খ)

Type-04 : আয়ত



সংজ্ঞা: যে সামান্তরিকের কোণগুলো সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়ত দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে।

আয়তক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য :

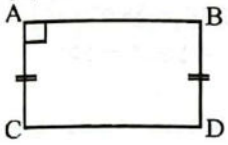
- বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।
- প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।
- কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ABCD চতুর্ভুজে AB || CD, AC = BD এবং ∠A = 90° হলে, সঠিক চতুর্ভুজ কোনটি?
[৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস
(গ) ট্রাপিজিয়াম (ঘ) আয়তক্ষেত্র

সমাধান :



এখানে, AB ∥CD
∴ AC = BD এবং ∠A = 90°
উত্তর : (ঘ)

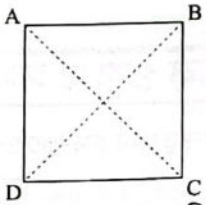
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। আয়তক্ষেত্রের চারটি বাহুর মধ্যে-
(ক) ৪টিই সমান (খ) পাশাপাশি ২টি সমান
(গ) বিপরীত দুই বাহু সমান (ঘ) সবগুলি অসমান
সমাধান : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো এবং কোণগুলো সমান তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।
উত্তর : (গ)

০২। কোন চতুর্ভুজের কোণগুলো সমান, বাহুগুলো অসমান-
(ক) আয়তক্ষেত্র (খ) রম্বস
(গ) সামান্তরিক (ঘ) বর্গক্ষেত্র
সমাধান : কোনো চতুর্ভুজের কোণগুলো সমান এবং বাহুগুলো অসমান কিন্তু বিপরীত বাহুগুলো সমান তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।
উত্তর : (ক)

০৩। বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি-
(ক) রম্বস (খ) আয়তক্ষেত্র
(গ) ট্রাপিজিয়াম (ঘ) বর্গক্ষেত্র
সমাধান : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্যের একটি অনুসিদ্ধান্ত → বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।
উত্তর : (খ)

Type-05 : বর্গ



সংজ্ঞা: বর্গ এমন একটি আয়ত যার সন্নিহিত বাহুগুলো সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো প্রতিটি সমান। বর্গের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে। চিত্রে ABCD একটি বর্গ।

বর্গক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য :
- সকল বাহু সমান।
- প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ অর্থাৎ ৯০° ফলে চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°
- কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।
- কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

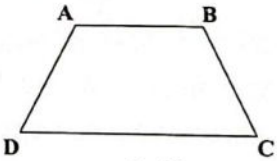
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যে আয়তের সব বাহু এবং কর্ণদ্বয় সমান, তাকে কি বলে?
(ক) রম্বস (খ) বর্গ
(গ) সামান্তরিক (ঘ) ট্রাপিজিয়াম
সমাধান : আমরা জানি, বর্গের সব বাহু সমান এবং কর্ণদ্বয় সমান।
উত্তর : (খ)

০২। বর্গক্ষেত্রের ৪টি কোণের সমষ্টি-
(ক) ১ সমকোণ (খ) ২ সমকোণ
(গ) ৩ সমকোণ (ঘ) ৪ সমকোণ
সমাধান : বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।
∴ বর্গক্ষেত্রের ৪টি কোণের সমষ্টি ৪ সমকোণ।
উত্তর : (ঘ)

০৩। ৬×৬ একটি বক্সে কতগুলো ৩×৩ সাইজের ছোট বক্স রাখা যাবে?
(ক) ৪ (খ) ৬
(গ) ২ (ঘ) ৯
সমাধান : এখানে, ৬×৬ সাইজের বক্স এর ক্ষেত্রফলকে, ৩×৩ সাইজের বক্স এর ক্ষেত্রফল দিয়ে ভাগ করলে কত গুলো বক্স আটানো যাবে, তা নির্ণয় করা যাবে।
∴ নির্ণেয় বক্স সংখ্যা = $\frac{৬\times৬}{৩\times৩} = ৪$
উত্তর : (ক)

Type-06 : ট্রাপিজিয়াম



সংজ্ঞা: যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে।
এখানে চিত্রে ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম।

ট্রাপিজিয়ামের বৈশিষ্ট্য :
- কেবল দুইটি বাহু সমান্তরাল, বাকী দুইটি বাহু অসমান্তরাল
- সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটিকে ভূমি এবং অসমান্তরাল বাহুদ্বয়কে তীর্যক বাহু বলা হয়।
- তীর্যক বাহুদ্বয় সমান হলে একে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।
- সমান্তরাল বাহুদ্বয় কখনও সমান হতে পারে না।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যে চতুর্ভুজের দুটি বাহু সমান্তরাল এবং অপর দুটি বাহু তীর্যক তাকে বলে-
(ক) রম্বস (খ) ট্রাপিজিয়াম
(গ) চতুর্ভুজ (ঘ) আয়তক্ষেত্র

সমাধান : যে চতুর্ভুজের দুটি বাহু সমান্তরাল এবং অপর দুটি বাহু তীর্যক তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
উত্তর : (খ)

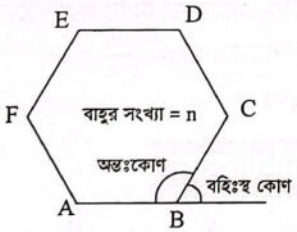
০২। যে চতুর্ভুজের কেবল দুটি বাহু সমান্তরাল তাকে বলে-
(ক) ট্রাপিজিয়াম (খ) রম্বস
(গ) আয়তক্ষেত্র (ঘ) সামান্তরিক

সমাধান : চতুর্ভুজের কেবল দুটি বাহু সমান্তরাল হলে তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
উত্তর : (ক)

০৩। ট্রাপিজিয়ামের অন্তস্থঃকোণগুলির সমষ্টি—
(ক) ১৮০° (খ) ৩৬০°
(গ) ৪৫০° (ঘ) ৫৪০°

সমাধান : ট্রাপিজিয়াম এক প্রকারের চতুর্ভুজ এবং আমরা জানি চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°।
উত্তর : (খ)

Type-07 : বহুভুজ



<u>সংজ্ঞা</u>: তিন বা ততোধিক বাহু বিশিষ্ট যে কোনো ক্ষেত্রকেই বহুভুজ বলা হয়। ত্রিভুজ হচ্ছে সবচেয়ে কম বাহু বিশিষ্ট বহুভুজ। যে বহুভুজের বাহুগুলো এবং কোণগুলো সমান তাকে সুষম বহুভুজ বলে।

- সকল বহুভুজের বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি ৩৬০°
- সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{\text{বহিঃস্থ কোণ}}$
  $= \frac{৩৬০^\circ}{১৮০^\circ - \text{অন্তঃস্থ কোণ}}$
- সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ $= \frac{৩৬০^\circ}{\text{বাহুর সংখ্যা}}$
- বহুভুজের অন্তঃকোণের পরিমাপ = ১৮০° − বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ
- n বাহু বিশিষ্ট সুষম বহুভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = (n − ২) × ১৮০°

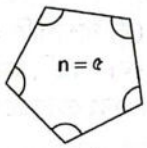
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণ ১৬৮°। এর বাহুসংখ্যা কতগুলো হবে? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩০ (খ) ২০
(গ) ১৮ (ঘ) ১০

সমাধান: আমরা জানি,
বহিঃস্থ কোণ + অন্তঃস্থ কোণ = ১৮০°
∴ বহিঃস্থ কোণ = ১৮০° − ১৬৮° = ১২°
আবার আমরা জানি,
বাহু সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{\text{বহিঃস্থ কোণ}}$
∴ বাহু সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{১২^\circ} = ৩০$
উত্তর: (ক)

০২। একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি — [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪ সমকোণ (খ) ৬ সমকোণ
(গ) ৮ সমকোণ (ঘ) ১০ সমকোণ

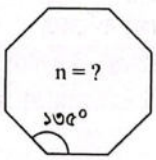
সমাধান :



আমরা জানি, সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে,
বহুভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = (n − ২) × ১৮০°
= (৫ − ২) × ১৮০° = ৩ × ১৮০°
= ৫৪০° $= \frac{৫৪০^\circ}{৯০^\circ}$ = ৬ সমকোণ [যেহেতু ৯০° = ১ সমকোণ]
উত্তর : (খ)

০৩। সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ ১৩৫° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪ (খ) ৭
(গ) ৯ (ঘ) ৮

সমাধান :



আমরা জানি, বহুভুজের বাহুর সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{১৮০^\circ - \text{অন্তঃস্থ কোণ}}$
$= \frac{৩৬০^\circ}{১৮০^\circ - ১৩৫^\circ}$ = ৮ টি
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সুষম ষড়ভুজের কোণগুলোর পরিমাণ-
(ক) ১২০° (খ) ১৩০°
(গ) ৭২০° (ঘ) ১০৮০°

সমাধান : সুষম ষড়ভুজের কোণগুলোর পরিমাণ
= (৬ − ২) × ১৮০° = ৭২০°
উত্তর : (গ)

০২। কোনো সুষম দশভুজের প্রতিটি কোণ হবে-
(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) প্রবৃদ্ধকোণ
(গ) স্থূলকোণ (ঘ) সমকোণ

সমাধান : আমরা জানি, কোনো সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাণ $= \left(১৮০ \times \frac{n-2}{n}\right)^\circ$ [যেখানে, n= বাহুর সংখ্যা]
$= \left(১৮০ \times \frac{১০-২}{১০}\right)$ [$\because n = ১০$]
$= \left(১৮০ \times \frac{৮}{১০}\right)^\circ = ১৪৪^\circ$, যা ৯০° অপেক্ষা বেশি কিন্তু ১৮০° অপেক্ষা কম। সুতরাং কোনো সুষম দশভুজের প্রতিটি কোণ স্থূলকোণ হবে।
উত্তর : (গ)

০৩। একটি সুষম বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ ৪৫° হলে বহুভুজের বাহুর সংখ্যা হবে-
(ক) ৬ (খ) ৮
(গ) ১০ (ঘ) ১২

সমাধান : আমরা জানি, বহুভুজের বাহুর সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{\text{বহিঃস্থ কোণ}}$
$= \frac{৩৬০^\circ}{৪৫^\circ} = ৮$ টি
উত্তর : (খ)

০৪। সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ ১২০° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত?
(ক) ৪ (খ) ৫
(গ) ৬ (ঘ) ৮

সমাধান : আমরা জানি, বহুভুজের বাহুর সংখ্যা
$= \frac{৩৬০^\circ}{১৮০^\circ - \text{অন্তঃস্থ কোণ}} = \frac{৩৬০^\circ}{১৮০^\circ - ১২০^\circ} = ৬$ টি
উত্তর : (গ)

০৫। একটি সুষম ষড়ভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ হবে-
(ক) ৯০° (খ) ১০৫°
(গ) ১২০° (ঘ) ১৪৫°

সমাধান : [বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা ৬টি। $\therefore n = ৬$]
অন্তঃকোণের পরিমাণ $= (n-২) \times ১৮০^\circ$
$= (৬-২) \times ১৮০^\circ = ৭২০^\circ$
$\therefore$ একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ $= \frac{৭২০^\circ}{৬} = ১২০^\circ$
উত্তর : (গ)

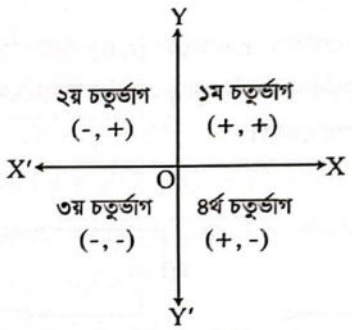
০৬। একটি সুষম পঞ্চভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ কত?
(ক) ১২০° (খ) ৬০°
(গ) ৭২° (ঘ) ৩০°

সমাধান : আমরা জানি,
বহুভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ $= \frac{৩৬০^\circ}{\text{বাহুর সংখ্যা}}$
এখানে, বাহুর সংখ্যা = ৫
$\therefore$ বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ $= \frac{৩৬০^\circ}{৫} = ৭২^\circ$
উত্তর : (গ)

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

'স্থানাঙ্ক জ্যামিতি' হলো বীজগণিতের সাথে জ্যামিতির সংযোগ। বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার বীজগাণিতিক প্রকাশকে যে অংশে অধ্যয়ন করা হয় তাই স্থানাঙ্ক নামে পরিচিত। এই অংশ বিশ্লেষণ জ্যামিতি (Analytic Geometry) নামেও পরিচিত। বিখ্যাত ফরাসি গণিতবিদ Ren Descartes (ডেকার্তে নামে পরিচিত) প্রবর্তিত জ্যামিতির স্থানাঙ্ক (Coordinates) প্রথা তাঁরই নামানুসারে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (Cartesian Coordinates) নামে পরিচিত।

স্থানাঙ্ক: বিন্দুর অবস্থান অঙ্কের সাহায্যে প্রকাশ করা হলে, ঐ অঙ্কগুলিকে বিন্দু স্থানাঙ্ক বলে। যেমন: A (3, –7), B $\left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$ প্রভৃতি।



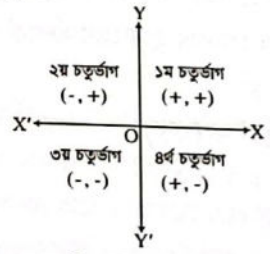
XOX′ এবং YOY′ কে স্থানাঙ্কের অক্ষ এবং স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের ছেদ বিন্দু O কে মূলবিন্দু বলা হয়। স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় দ্বারা সমতল XOY, YOX′, X′OY′ ও Y′OX এই চারটি ভাগে বিভক্ত হয়। এদের প্রত্যেকটিকে চতুর্ভাগ (Quadrant) বলা হয়।

ঘড়ির কাঁটার আবর্তনের বিপরীত দিকে পর্যায়ক্রমে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ চতুর্ভাগ ধরা হয়।

বিভিন্ন চতুর্ভাগে কোন একটি বিন্দুর চিহ্ন নিম্নে দেখানো হলো:
(i) প্রথম চতুর্ভাগে x এবং y উভয়ে ধনাত্মক
(ii) দ্বিতীয় চতুর্ভাগে x ঋণাত্মক এবং y ধনাত্মক
(iii) তৃতীয় চতুর্ভাগে x এবং y উভয়ে ঋণাত্মক
(iv) চতুর্থ চতুর্ভাগে x ধনাত্মক এবং y ঋণাত্মক

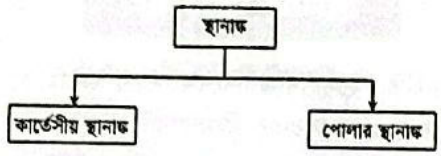
উদাহরণ: $(-3, 4)$ বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

সমাধান : এখানে, প্রথম পদ অর্থাৎ ভুজ ঋণাত্মক এবং দ্বিতীয় পদ অর্থাৎ কোটি ধনাত্মক।
আমরা জানি, স্থানাঙ্কের ২য় চতুর্ভাগে ভুজ ঋণাত্মক এবং কোটি ধনাত্মক।

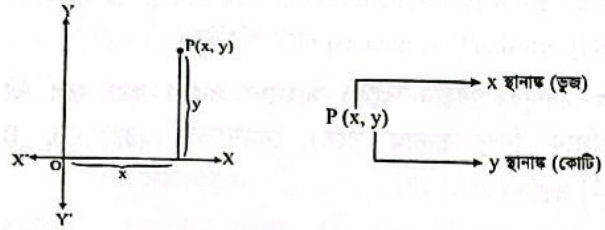


সুতরাং $(-3, 4)$ বিন্দুটি স্থানাঙ্কের দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

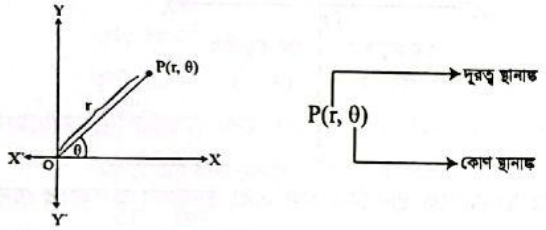
স্থানাঙ্কের প্রকারভেদ:



কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ককে (x, y) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। x কে ভুজ (abscissa) বা x-স্থানাঙ্ক এবং y কে কোটি (ordinate) বা y-স্থানাঙ্ক বলা হয়।



পোলার স্থানাঙ্ক: পোলার স্থানাঙ্ককে (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে r হলো মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব এবং θ হলো X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।



Type-01 : কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত

কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক:

• পোলার স্থানাঙ্ক → কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক
$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$
• কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক → পোলার স্থানাঙ্ক
$r = \sqrt{x^2 + y^2},\ \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $(1, \sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

(ক) $(4, -60°)$ (খ) $(4, 60°)$

(গ) $(2, 120°)$ (ঘ) $(2, 60°)$

সমাধান : মনে করি, $(1, \sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ)

কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক হতে পাই,

$r^2 = x^2 + y^2$

$\Rightarrow r^2 = (1)^2 + (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow r^2 = 1 + 3 = 4$

$\Rightarrow r^2 = 4$

$\therefore r = 2$

আবার, $\tan\theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan 60°$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় পোলার স্থানাঙ্ক $(2, 60°)$

উত্তর : (ঘ)

০২। $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

(ক) $(5, -135°)$ (খ) $(5, -45°)$

(গ) $(5, 135°)$ (ঘ) $(5, 45°)$

সমাধান : মনে করি,

$\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ)

$\therefore r^2 = \left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\Rightarrow r^2 = \frac{50}{4} + \frac{50}{4}$

$\Rightarrow r^2 = 25$

$\therefore r = 5$

এবং $\tan\theta = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{-\frac{5\sqrt{2}}{2}}$

$\Rightarrow \tan\theta = -1$

$\Rightarrow \tan\theta = -\tan(45°)$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan(180° - 45°)$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan(135°)$

$\therefore \theta = 135°$

$\therefore$ নির্ণেয় পোলার স্থানাঙ্ক $(5, -135°)$

উত্তর : (ক)

০৩। $(4, 330°)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

(ক) $(-2, 2\sqrt{3})$ (খ) $(2, -2\sqrt{3})$

(গ) $(2\sqrt{3}, -2)$ (ঘ) $(-2\sqrt{3}, 2)$

সমাধান : মনে করি,

$(4, 330°)$ বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (x, y)

$\therefore x = r\cos\theta$

$\Rightarrow x = 4\cos(330°)$

$\Rightarrow x = 4\cos(360° - 30°)$

$\Rightarrow x = 4\cos(4 \times 90° - 30°)$

$\Rightarrow x = 4\cos 30°$

$\Rightarrow x = 4.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x = 2\sqrt{3}$

এবং $y = r\sin\theta$

$\Rightarrow y = 4\sin(330°)$

$\Rightarrow y = 4\sin(360° - 30°)$

$\Rightarrow y = 4\sin(4 \times 90° - 30°)$

$\Rightarrow y = -4\sin 30°$

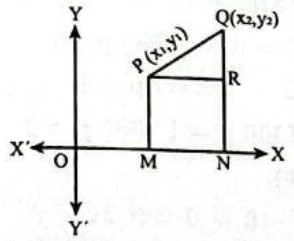
$\Rightarrow y = -4.\frac{1}{2}$

$\therefore y = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{3}, -2)$

উত্তর : (গ)

Type-02 : দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব



মনে করি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

(i) $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব
$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ একক

(ii) (x, y) যে কোনো বিন্দু থেকে,
X- অক্ষের লম্ব দূরত্ব $=|y|$ একক বা বিন্দুটির ভুজের পরমমানের সমান।
এবং Y- অক্ষের লম্ব দূরত্ব $=|x|$ একক বা বিন্দুটির কোটির পরমমানের সমান।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $(-5, 5)$ এবং $(5, 0)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত?
(ক) 25 (খ) 5
(গ) 0 (ঘ) $\sqrt{125}$

সমাধান : $(-5, 5)$ এবং $(5, 0)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব
$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$= \sqrt{(5 - (-5))^2 + (0 - 5)^2}$
$= \sqrt{(5 + 5)^2 + (5)^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125}$
উত্তর : (ঘ)

০২। $(0, 0)$ ও $(\sin\theta, \cos\theta)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
(ক) 0 (খ) 2
(গ) 1 (ঘ) $\sin^2\theta - \cos^2\theta$

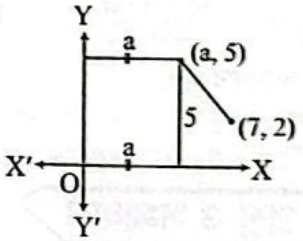
সমাধান : মনে করি, $P(0, 0)$ এবং $Q(\sin\theta, \cos\theta)$ প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়
$\therefore$ PQ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,
$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$= \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2}$ একক
$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = \sqrt{1} = 1$ একক
উত্তর : (গ)

০৩। মূলবিন্দু হতে $(-5, 5)$ এবং $(5, k)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত?
(ক) 0 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

সমাধান : আমরা জানি, মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,0)
শর্তমতে,
$\sqrt{(-5 - 0)^2 + (5 - 0)^2} = \sqrt{(5 - 0)^2 + (k - 0)^2}$
$\Rightarrow 25 + 25 = 25 + k^2$
$\Rightarrow k = \sqrt{25}$
$\therefore k = 5$
উত্তর : (ঘ)

০৪। y অক্ষ ও (7, 2) হতে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় করুন।
(ক) 25 (খ) $\frac{29}{7}$
(গ) 0 (ঘ) $\sqrt{25}$

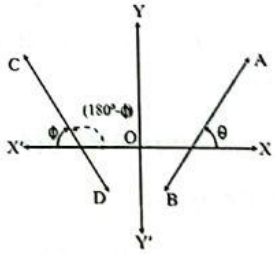
সমাধান :



দেয়া আছে, y অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু হতে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব সমান।
এখন, y অক্ষ হতে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব বিন্দুটির ভুজের পরমমানের সমান $= |a|$ একক
আবার, (7, 2) বিন্দু হতে (a, 5) বিন্দুর দূরত্ব
$= \sqrt{(7 - a)^2 + (2 - 5)^2}$
শর্তানুসারে, $|a| = \sqrt{(7 - a)^2 + (2 - 5)^2}$
বা, $a^2 = \left(\sqrt{(7 - a)^2 + (-3)^2}\right)^2$ [উভয় পাশে বর্গ করে]
বা, $a^2 = (7 - a)^2 + 9$
বা, $a^2 = 7^2 - 2.7.a + a^2 + 9$
বা, $a^2 = 49 - 14a + a^2 + 9$
বা, $a^2 - 49 + 14a - a^2 - 9 = 0$
বা, $14a = 58$ বা, $a = \frac{58}{14}$ $\therefore a = \frac{29}{7}$
$\therefore$ নির্ণেয় মান, $a = \frac{29}{7}$
উত্তর: (খ)

Type-03: ঢাল সম্পর্কিত সমস্যাবলি

সরলরেখার ঢাল: কোনো সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেন্ট(tangent) কে সরলরেখাটির ঢাল বলা হয়।



মনে করি, AB সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং অপর একটি সরলরেখা CD, x-অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে ϕ কোণ উৎপন্ন করে। তাহলে AB সরলরেখার ঢাল $= \tan\theta$ এবং CD সরলরেখার ঢাল $= \tan(180° - \phi) = -\tan\phi$;

সরলরেখার ঢাল:

(i) $m = \tan\theta$, যেখানে θ = X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।

(ii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল,

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$$

(iii) $ax + by + c = 0$ সরলরেখার ঢাল,

$$m = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{a}{b}$$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $X = (x, 0)$, $Y = (0, y)$, $x + y = 0$ এবং $x \neq y$ হয়, তবে XY রেখার ঢাল হবে-

(ক) ধনাত্মক (খ) ঋণাত্মক

(গ) শূন্য (ঘ) অনির্ণেয়

সমাধান : xy রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

$= \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = \frac{y}{y} = 1$ [$\because x + y = 0$]

$\therefore$ xy রেখার ঢাল হবে ধনাত্মক।

উত্তর : (ক)

০২। একটি সরলরেখার উপর অবস্থিত দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (৩, ৪) ও (৬, ৭) হলে, সরলরেখাটির ঢাল কত হবে?

(ক) ২ (খ) ১

(গ) ৪ (ঘ) অনির্ণেয়

সমাধান : আমরা জানি, রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

$= \frac{৭-৪}{৬-৩} = \frac{৩}{৩} = ১$

$\therefore$ রেখাটির ঢাল ১

উত্তর : (খ)

০৩। A (3, 3P) এবং $B(4, P^2 + 1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল -1 হলে, p এর মান কত?

(ক) 2 (খ) -1

(গ) -2 (ঘ) অনির্ণেয়

সমাধান : আমরা জানি, $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

এখন, A (3, 3P) এবং $B(4, P^2 + 1)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{3p - p^2 - 1}{3-4} = \frac{3p - p^2 - 1}{-1}$

$= -(3p - p^2 - 1) = p^2 - 3p + 1$

শর্তানুসারে, $p^2 - 3p + 1 = -1$

বা, $p^2 - 3p + 1 + 1 = 0$

বা, $p^2 - 3p + 2 = 0$

বা, $p^2 - 2p - p + 2 = 0$

বা, $p(p-2) - 1(p-2) = 0$

বা, $(p-2)(p-1) = 0$

হয় $p - 2 = 0$ অথবা $p - 1 = 0$

$\therefore p = 2$ $\therefore p = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $p = 1$ অথবা $p = 2$

উত্তর : (ক)

০৪। $x - 2y - 10 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল কত?

(ক) -1 (খ) -2

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) অনির্ণেয়

সমাধান : প্রদত্ত রেখা দুইটির সমীকরণ

$x - 2y - 10 = 0$ ..... (i)

এবং $2x + y - 3 = 0$ ..... (ii)

(i) নং সমীকরণের ঢাল,

$$m_1 = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{1}{(-2)} = \frac{1}{2}$$

আবার, (ii) নং সমীকরণের ঢাল,

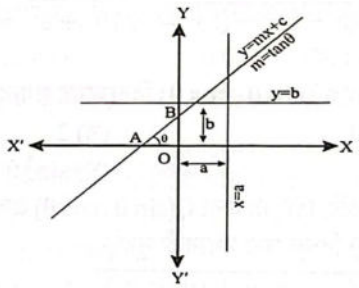
$$m_2 = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{2}{1} = -2$$

(i) ও (ii) রেখার ঢালদ্বয়ের গুণফল $= \frac{1}{2} \times -2 = -1$

[বি.দ্র: দুইটি রেখার ঢালের গুণফল -1 হলে, রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়।]

উত্তর : (ক)

Type-04: সরলরেখার সমীকরণ সম্পর্কিত সমস্যা



সরলরেখার সমীকরণ:

(i) সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ: $ax + by + c = 0$

(ii) m ঢালবিশিষ্ট এবং y-অক্ষ থেকে c পরিমাণ অংশ ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$

(iii) মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $ax + by = 0$ অথবা $y = mx$

(iv) Y-অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$ এবং X-অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$

(v) Y-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $x = a$ এবং X-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $y = b$

(vi) অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, যেখানে x ও y অক্ষের ছেদাংশ যথাক্রমে a ও b; রেখাটি X-অক্ষকে (a, 0) বিন্দুতে এবং Y-অক্ষকে (0, b) বিন্দুতে ছেদ করে।

(vii) (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

(viii) দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$ এবং $y = -2$ দ্বারা গঠিত জ্যামিতিক চিত্রটি কি? [২৫তম ও ১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) একটি সমবাহু ত্রিভুজ

(খ) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

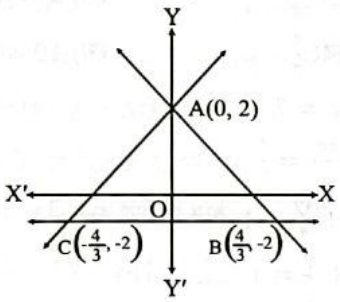
(গ) একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ

(ঘ) একটি সমকোণী ত্রিভুজ

সমাধান : $y = 3x + 2$ ..... (i)

$y = -3x + 2$ ..... (ii)

$y = -2$ ..... (iii)



(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে (i) ও (ii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = (0, 2) পাই।

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে (ii)ও (iii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = $(\frac{4}{3}, -2)$ পাই।

(i) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে (i)ও (iii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = $(-\frac{4}{3}, -2)$ পাই।

এখন, ধরি, $A \equiv (0, 2)$, $B \equiv (\frac{4}{3}, -2)$

এবং $C \equiv (-\frac{4}{3}, -2)$

তাহলে, $AB = \sqrt{\left(\frac{4}{3} - 0\right)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + (-4)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + 16} = \sqrt{\frac{160}{9}}$

$AC = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - 0\right)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + (-4)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + 16} = \sqrt{\frac{160}{9}}$

$BC = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\right)^2 + (-2+2)^2}$

$= \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + (0)^2} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$

এখানে, $AB = AC \neq BC$

সুতরাং, জ্যামিতিক চিত্রটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হবে।

উত্তর : (খ)

> সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে: ত্রিভুজের দুটি বাহু পরস্পর সমান এবং তৃতীয় বাহু অসমান।

S/M: $y = 3x + 2$ ..... (i)

$y = -3x + 2$ ..... (ii)

$y = -2$ ..... (iii)

(i)ও (ii) নং সমীকরণের ঢাল (m) যথাক্রমে -3 ও 3, যাদের পরমমান সমান এবং $y = -2$ রেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল। সুতরাং এই রেখা দুটি সমান। কিন্তু (iii) নং রেখাটি (i)ও (ii) হতে ভিন্ন। অতএব ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর : (খ)

০২। $x + y - 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$ এবং $y + 3 = 0$ সরলরেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি- [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

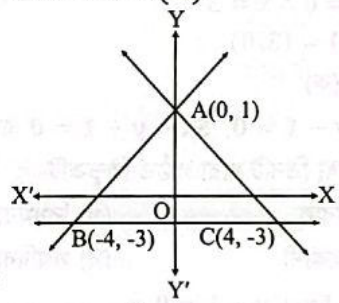
(ক) সমবাহু (খ) বিষমবাহু

(গ) সমকোণী (ঘ) সমদ্বিবাহু

সমাধান : $y = -x + 1$ ..... (i)

$y = x + 1$ ..... (ii)

$y = -3$ ..... (iii)



(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে (i) ও (ii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = (0, 1) পাই

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে (ii) ও (iii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = $(-4, -3)$ পাই

(i) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে (i) ও (iii) নং সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু = (4, −3) পাই

এখন, ধরি, $A \equiv (0, 1)$, $B \equiv (-4, -3)$

এবং $C \equiv (4, -3)$

$AB = \sqrt{(-4-0)^2 + (-3-1)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$

$AC = \sqrt{(4-0)^2 + (-3-1)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$

$BC = \sqrt{(4+4)^2 + (-3+3)^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{64} = 8$

এখানে, $AB = AC \neq BC$ বলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হবে।

বিকল্প: $y = -x + 1$ ..... (i)

$y = x + 1$ ..... (ii)

$y = -3$ ..... (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণের ঢাল (m) যথাক্রমে -1 ও 1, যাদের পরমমান সমান এবং $y = -3$ রেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল। সুতরাং এই রেখা দুটি সমান। কিন্তু (iii) নং রেখাটি (i) ও (ii) হতে ভিন্ন। অতএব ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $2x + 3y - 6 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক–

(ক) (3, 0) (খ) (0, 3)

(গ) (2, 0) (ঘ) (0, 2)

সমাধান : x অক্ষকে ছেদ করলে $y = 0$

তাহলে, $2x + 3 \times 0 - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x = 6 \therefore x = 3$

$\therefore (x, y) = (3, 0)$

উত্তর : (ক)

০২। $5x + y - 1 = 0$, $5x - y + 1 = 0$ এবং $y - 2 = 0$ সরলরেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি-

(ক) সমবাহু (খ) বিষমবাহু

(গ) সমকোণী (ঘ) সমদ্বিবাহু

সমাধান : এখানে, $5x + y - 1 = 0$

$\Rightarrow y = -5x + 1$..... (i)

এবং $5x - y + 1 = 0$

$\Rightarrow y = 5x + 1$.....(ii)

আবার, $y - 2 = 0$

$\Rightarrow y = 2$.....(iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণের ঢাল (m) যথাক্রমে -5 ও 5, যাদের পরমমান সমান।

সুতরাং এই রেখা দুটি সমান। কিন্তু (iii) নং রেখাটি (i) ও (ii) হতে ভিন্ন এবং X -অক্ষের সমান্তরাল।

অতএব ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

উত্তর : (ঘ)

০৩। A $(-2, 3)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট রেখাটির সমীকরণ-

(ক) $x - 2y - 8 = 0$ (খ) $x + 2y + 8 = 0$

(গ) $2y - x - 8 = 0$ (ঘ) $y - 2x - 8 = 0$

সমাধান : আমরা জানি, m ঢাল বিশিষ্ট (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

তাহলে A $(-2, 3)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ, $y - 3 = \frac{1}{2}\{(x - (-2)\}$

বা, $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 2)$

বা, $2(y - 3) = (x + 2)$

বা, $2y - 6 - x - 2 = 0$

$\therefore 2y - x - 8 = 0$

উত্তর : (গ)

০৪। $3x + 4y = 7$ সরলরেখাটি অক্ষ দুইটি হতে খণ্ডিত অংশের পরিমাণ কত?

(ক) $\frac{7}{3}$ এবং $\frac{7}{4}$ (খ) 3 এবং 4

(গ) $\frac{3}{7}$ এবং $\frac{4}{7}$ (ঘ) 10 এবং 11

সমাধান : $3x + 4y = 7$

$\Rightarrow \frac{3x + 4y}{7} = \frac{7}{7}$

$\Rightarrow \frac{3x}{7} + \frac{4y}{7} = 1$

$\therefore \frac{x}{\frac{7}{3}} + \frac{y}{\frac{7}{4}} = 1$ ..... (ii)

(ii) নং কে $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ এর সাথে তুলনা করলে পাই,

$a = \frac{7}{3}$ এবং $b = \frac{7}{4}$ যা যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ থেকে খণ্ডিত অংশের পরিমাণ।

উত্তর : (ক)

০৫। যদি (k, 0) বিন্দুগামী ও k ঢালবিশিষ্ট সরলরেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয়, তবে k এর মান কত?

(ক) -2 অথবা 3 (খ) 2 অথবা 3

(গ) 2 অথবা -3 (ঘ) -2 অথবা -3

সমাধান : দেওয়া আছে, ঢাল $m = k$ এবং রেখাটি $(k, 0)$ বিন্দুগামী।

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ হবে, $(y - y_1) = m(x - x_1)$

বা, $(y - 0) = k(x - k)$

$\therefore y = k(x - k)$

রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হয় তবে,

$6 = k(5 - k)$

বা, $6 = 5k - k^2$

বা, $k^2 - 5k + 6 = 0$

বা, $k^2 - 3k - 2k + 6 = 0$

বা, $k(k-3) - 2(k-3) = 0$

বা, $(k-3)(k-2) = 0$

হয় $k - 3 = 0$ অথবা $k - 2 = 0$

$\therefore k = 3$ $\therefore k = 2$

∴নির্ণেয় মান : $k = 2, 3$

উত্তর : (খ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। AB একটি সরলরেখা। কোনো একটি বহিঃস্থ বিন্দু O হতে AB রেখার ক্ষুদ্রতম দূরত্ব OC হলে ∠OCB কত ডিগ্রি?

(ক) 60° (খ) 90°

(গ) 120° (ঘ) 180°

০২। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহু দুটির ছেদবিন্দুতে ত্রিভুজের যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে বলা হয়-

(ক) পূরক কোণ (খ) শিরঃকোণ

(গ) সন্নিহিত কোণ (ঘ) সম্পূরক কোণ

০৩। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে-

(ক) একটিমাত্র ত্রিভুজ আঁকা যায়

(খ) দুটিমাত্র ত্রিভুজ আঁকা যায়

(গ) কোনো ত্রিভুজ আঁকা যায় না

(ঘ) অনেকগুলো ত্রিভুজ আঁকা যায়

০৪। 150° কোণটি হলো–

(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) স্থূলকোণ

(গ) বিপরীত কোণ (ঘ) সমকোণ

০৫। দুই সমকোণ থেকে বড়, কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট, সে ধরনের কোণের নাম কি?

(ক) সূক্ষ্ম কোণ (খ) স্থূল কোণ

(গ) সম্পূরক কোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ

০৬। দু'টি সরলরেখার পরস্পর ছেদ করলে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের একটির বিপরীত কোণকে অপরটির কি বলা হয়?

(ক) পূরক কোণ (খ) সম্পূরক কোণ

(গ) বিপ্রতীপ কোণ (ঘ) সন্নিহিত কোণ

০৭। একটি কোণের দ্বিগুণ 60° হলে, তার পূরক কোণ কত?

(ক) ৩০° (খ) ১৫°

(গ) ২০° (ঘ) ৬০°

০৮। ৭০° এর সম্পূরক কোণ কত?

(ক) ২০° (খ) ৩০°

(গ) ৬০° (ঘ) ১১০°

০৯। ∠A ও ∠B পরস্পর সম্পূরক কোণ। $\angle A = 115°$ হলে, $\angle B$ = কত?

(ক) 65° (খ) 75°

(গ) 85° (ঘ) 90°

১০। ৩ টা ৪৫ বাজলে ঘড়ির ঘণ্টার ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী কোণ কত?

(ক) ১৫৭° (খ) ১৭৫.৫°

(গ) ১৫৭.৫° (ঘ) ১৭৫°

১১। একটি সুষম বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ ৬০° হলে বহুভুজের বাহুর সংখ্যা কত?

(ক) ৮ (খ) ৪

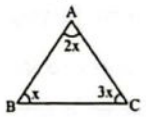
(গ) ৬ (ঘ) ৭

১২। $2x + 3y - 1 = 0$ সরলরেখাটির ঢাল কত?

(ক) 2 (খ) 3

(গ) $-\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

১৩।



চিত্রে x-এর মান কত?

(ক) 15° (খ) 30°

(গ) 45° (ঘ) 60°

১৪। নিচের কোন শর্তে ত্রিভুজ সর্বসম হয়?

(ক) দুই বাহু ও যেকোনো কোণ সমান

(খ) দুই কোণ ও বিপরীত বাহু সমান

(গ) তিন কোণ সমান

(ঘ) দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান

১৫। কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ 10° এবং 80° হলে ত্রিভুজটি হবে-

(ক) স্থূলকোণী (খ) সমকোণী

(গ) সূক্ষ্মকোণী (ঘ) সমবাহু ত্রিভুজ

উত্তরমালা									
০১	খ	০২	খ	০৩	ঘ	০৪	খ	০৫	ঘ
০৬	গ	০৭	ঘ	০৮	ঘ	০৯	ক	১০	গ
১১	গ	১২	গ	১৩	খ	১৪	খ	১৫	খ

অধ্যায় ১৭ পিথাগোরাসের উপপাদ্য

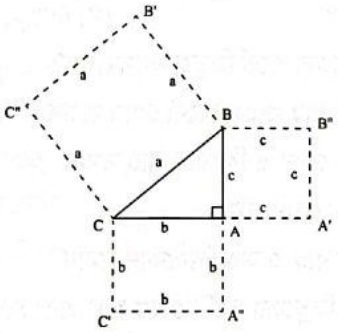


পিথাগোরাস
(জন্ম ৫৭০ খ্রি. পূ.-মৃত্যু ৪৯৫ খ্রি. পূ.)

খ্রিষ্টের জন্মের প্রায় ৬০০ বছর আগে বিখ্যাত গ্রিক পণ্ডিত পিথাগোরাস (জন্ম খ্রিষ্টপূর্ব ৫৭০-মৃত্যু খ্রিষ্টপূর্ব ৪৯৫) সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য (theorem) বর্ণনা করেন। এই উপপাদ্য তার নামানুসারে পিথাগোরাসের উপপাদ্য নামে পরিচিত। জানা যায় তারও প্রায় ১০০০ বছর আগে মিশরীয় ভূমি জরিপকারীগণের এই উপপাদ্যটি সম্বন্ধে ধারণা ছিল।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ১০তম থেকে ৩৪তম'তে ৩টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ১টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - পিথাগোরাসের উপপাদ্য সম্পর্কে ধারণা ও প্রয়োগ
  - পিথাগোরাসের সূত্রের সাহায্যে ত্রিভুজ ধরণ নির্ণয়
  - সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর অনুপাত নির্ণয়



<u>পিথাগোরাসের উপপাদ্য:</u> একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

উপরের চিত্রে ABC এটি সমকোণী ত্রিভুজ। ∠BAC সমকোণ এবং BC অতিভুজ।

BC অতিভুজের উপর কোনো বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করলে তার যে ক্ষেত্রফল হবে সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় AB ও AC এর উপর বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করলে তাদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হবে।

এখানে,

BC^2 = BB′C″C বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2,

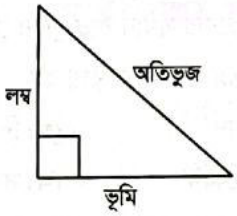
AB^2 = AA′B″B বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = c^2,

এবং CA^2 = CC′A″A বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2

অতএব $BC^2 = AB^2 + AC^2$ বা $a^2 = b^2 + c^2$

∴ সমকোণী ত্রিভুজে, অতিভুজ^২ = ভূমি^{২} + লম্ব^২

Case – 1 : পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী, সমকোণী ত্রিভুজে,

অতিভুজ^২ = ভূমি^{২} + লম্ব^২

$\therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{(\text{ভূমি})^২ + (\text{লম্ব})^২}$

ভূমি^{২} = অতিভুজ^২ – লম্ব^২

$\therefore$ ভূমি $= \sqrt{(\text{অতিভুজ})^২ - (\text{লম্ব})^২}$

লম্ব^২ = অতিভুজ^২ – ভূমি^{২}

$\therefore$ লম্ব $= \sqrt{(\text{অতিভুজ})^২ - (\text{ভূমি})^২}$

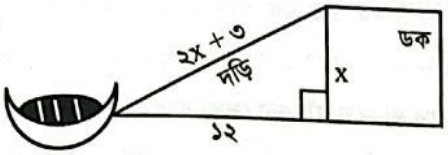
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি নৌকা পানির লেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্ব হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯ ফুট (খ) ৮ ফুট

(গ) ৫ ফুট (ঘ) ৪ ফুট

সমাধান :



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$(১২)^২ + x^২ = (২x + ৩)^২$

$\Rightarrow ১৪৪ + x^২ = ৪x^২ + ১২x + ৯$

$\Rightarrow ৩x^২ + ১২x - ১৩৫ = ০$

$\Rightarrow x^২ + ৪x - ৪৫ = ০$

$\Rightarrow x^২ + ৯x - ৫x - ৪৫ = ০$

$\Rightarrow x(x + ৯) - ৫(x + ৯) = ০$

$\Rightarrow (x + ৯)(x - ৫) = ০$

$\therefore x + ৯ = ০$ অথবা, $x - ৫ = ০$

$\Rightarrow x = -৯$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore x = ৫$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = ৫$

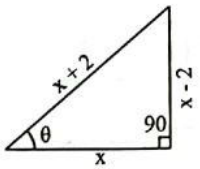
উত্তর : (গ)

০২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. ছোট; কিন্তু অতিভুজ ভূমি অপেক্ষা ২ সে. মি. বড়। অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ সে. মি. (খ) ৮ সে. মি.

(গ) ৪ সে. মি. (ঘ) ৬ সে. মি.

সমাধান :



ধরি, ভূমি x সে.মি.

$\therefore$ লম্ব = x – ২ সে.মি. এবং অতিভুজ = x + ২ সে.মি.

আমরা জানি, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

সমকোণী ত্রিভুজে, ভূমি^{২} + লম্ব^২= অতিভুজ^২

$\therefore x^২ + (x - ২)^২ = (x + ২)^২$

$\Rightarrow x^২ + x^২ - ৪x + ৪ = x^২ + ৪x + ৪$

$\Rightarrow x^২ - ৮x = 0$

$\Rightarrow x - ৮ = 0$

$\therefore x = ৮$

$\therefore$ অতিভুজ = x + ২ = ৮ + ২ = ১০ সে.মি.

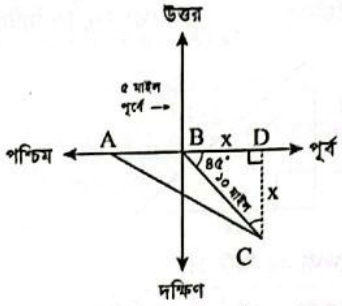
উত্তর : (ক)

০৩। B শহর A শহর থেকে ৫ মাইল পূর্বে অবস্থিত। আবার C শহর B শহর থেকে ১০ মাইল দক্ষিণ-পূর্বে অবস্থিত। নীচের কোনটি A শহর থেকে C শহর এর নিকটতম দূরত্ব? [২৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১১ মাইল (খ) ১২ মাইল

(গ) ১৩ মাইল (ঘ) ১৪ মাইল

সমাধান :



এখানে, BC দক্ষিণ-পূর্বে হওয়ায় B বিন্দুতে ৪৫° কোণ উৎপন্ন করে।

BDC সমকোণী ত্রিভুজ বলে, $\angle BDC = ৯০°$ এবং $\angle DBC = ৪৫°$ দক্ষিণ

$\therefore \angle BCD = ১৮০° - ৯০° - ৪৫° = ৪৫°$

$\therefore \angle BCD = \angle CBD$

$\therefore BD = CD$

ΔBDC –এ সমকোণী ত্রিভুজে, $BC^২ = BD^২ + CD^২$

$\Rightarrow ১০^২ = x^২ + x^২$

$\Rightarrow ১০^২ = ২x^২$

$\Rightarrow x^২ = ৫০$

$\therefore x = ৫\sqrt{২}$

$\therefore AD = AB + BD = ৫ + ৫\sqrt{২}$

এখন, ΔACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^২ = AD^২ + CD^২$

$\Rightarrow AC^২ = (৫ + ৫\sqrt{২})^২ + (৫\sqrt{২})^২$

$= ১৪৫.৭১ + ৫০$

$\therefore AC = \sqrt{১৯৫.৭১} = ১৩.৯৪ \approx ১৪$ মাইল

উত্তর : (ঘ)

০৪। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৩ ও ৪ সেন্টিমিটার হলে এর অতিভুজের মান কত? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]

(ক) ৬ সে.মি. (খ) ৫ সে.মি.

(গ) ৮ সে.মি. (ঘ) ৭ সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, অতিভুজ^২ = ভূমি^{২} + লম্ব^২

$\therefore$ অতিভুজ = $\sqrt{(\text{ভূমি})^২ + (\text{লম্ব})^২}$

$= \sqrt{(৩)^২ + (৪)^২} = ৫$ সে.মি.

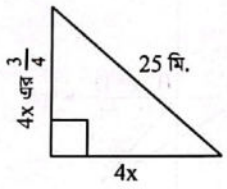
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। অপর বাহুদ্বয়ের একটি অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 12, 15 মিটার (খ) 20, 22 মিটার
(গ) 15, 20 মিটার (ঘ) 10, 15 মিটার

সমাধান :



ধরি, ভূমির দৈর্ঘ্য 4x মিটার।

∴ লম্বের দৈর্ঘ্য (4x এর $\frac{3}{4}$) = 3x মিটার।

এখন, (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2 = (অতিভুজ)^2

$\Rightarrow (3x)^2 + (4x)^2 = (25)^2$

$\Rightarrow 9x^2 + 16x^2 = 625$

$\Rightarrow x^2 = 25 \therefore x = 5$

∴ ভূমির দৈর্ঘ্য (4×5) মিটার = 20 মিটার

এবং লম্বের দৈর্ঘ্য (3 × 5) মিটার = 15 মিটার

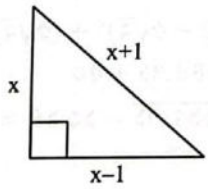
সুতরাং অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য =15, 20 মিটার

উত্তর : (গ)

০২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্ব অপেক্ষা 1 মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজ 1 মিটার বেশি হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

(ক) 4 (খ) 5
(গ) 6 (ঘ) 3

সমাধান :



ধরি, লম্ব x মিটার।

∴ ভূমি = x − 1,

অতিভুজ = x + 1

শর্তমতে, $(x + 1)^2 = x^2 + (x - 1)^2$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 2x + 1$

$\Rightarrow x^2 - 4x = 0$

$\Rightarrow x - 4 = 0$

$\therefore x = 4$

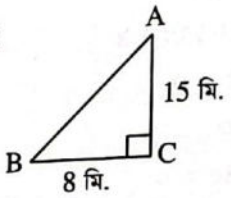
∴ অতিভুজ = 4 + 1 = 5 মিটার।

উত্তর : (খ)

০৩। একটি মই এর এক প্রান্ত ভূমি থেকে 15 মিটার উঁচু ঘরের জানালা বরাবর পৌঁছায়। অপর প্রান্ত ঘর থেকে 8 মিটার দূরে থাকলে মই এর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 17 মিটার (খ) 18 মিটার
(গ) 19 মিটার (ঘ) 20 মিটার

সমাধান :



ΔACB সমকোণী ∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

এখানে, AC = জানালা পর্যন্ত ঘরের উচ্চতা = 15 মিটার।

BC = ঘরের প্রান্ত থেকে মইয়ের পাদবিন্দুর দূরত্ব = 8 মিটার।

মইয়ের দৈর্ঘ্য, AB =?

$AB^2 = 15^2 + 8^2 = 289$

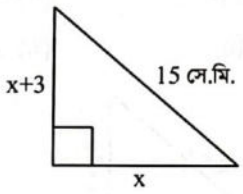
$\therefore AB = \sqrt{289} = 17$ মিটার।

উত্তর : (ক)

০৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 15 সে.মি. এবং অপর দুটি বাহুর অন্তর 3 সে.মি হলে অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

(ক) 13 সে.মি., 16 সে.মি. (খ) 11 সে.মি., 14 সে.মি.
(গ) 10 সে.মি., 13 সে.মি. (ঘ) 9 সে.মি., 12 সে.মি.

সমাধান :



ধরি, সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু = x

∴ অপর বাহু = x + 3 এবং অতিভুজ = 15

তাহলে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$x^2 + (x + 3)^2 = 15^2$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$

$\Rightarrow 2x^2 + 6x - 216 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$

$\Rightarrow (x + 12)(x - 9) = 0$

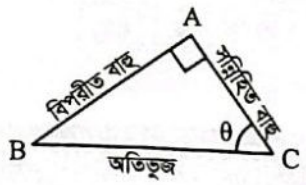
$\therefore x = -12, 9$; কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না

অতএব x = 9

∴ এক বাহু 9 সে.মি. এবং অপর বাহু 9 + 3 =12 সে.মি.।

উত্তর : (ঘ)

Case - 2 : পিথাগোরাসের সূত্রের সাহায্যে ত্রিভুজ নির্ণয়



অতিভুজ = সমকোণের বিপরীত বাহু,

বিপরীত বাহু = প্রদত্ত কোণের বিপরীত দিকের বাহু

সন্নিহিত বাহু = কোণ সৃষ্টিকারী রেখাংশ

বি.দ্র.: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচে ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। কোনটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে?

(ক) 2, 3, 4 (খ) 4, 5, 6

(গ) 3, 4, 7 (ঘ) 3, 4, 5

সমাধান : আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

(বড় বাহু)^2 = (ছোট বাহু$_১$)^2 + (ছোট বাহু$_২$)^2

এখানে, অপশন (ক) এর ক্ষেত্রে:

$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \neq 4^2 = 16$

অপশন (খ) এর ক্ষেত্রে:

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41 \neq 6^2 = 36$

অপশন (গ) এর ক্ষেত্রে:

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \neq 7^2 = 49$

অপশন (ঘ) এর ক্ষেত্রে: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 5^2 = 25$

∴ 3, 4 ও 5 একক দৈর্ঘ্যের বাহু দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

উত্তর : (ঘ)

০২। নিচে ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। কোনটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে?

(ক) 2, 7, 4 (খ) 4, 5, 9

(গ) 5, 4, 7 (ঘ) 12, 13, 5

সমাধান : আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

(বড় বাহু)^2 = (ছোট বাহু$_১$)^2 + (ছোট বাহু$_২$)^2

এখানে, অপশন (ক) এর ক্ষেত্রে:

$2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53 \neq 4^2 = 16$

অপশন (খ) এর ক্ষেত্রে:

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41 \neq 9^2 = 81$

অপশন (গ) এর ক্ষেত্রে:

$5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41 \neq 7^2 = 49$

অপশন (ঘ) এর ক্ষেত্রে:

$12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 13^2 = 169$

∴ 12, 13 ও 5 একক দৈর্ঘ্যের বাহু দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. হলে অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. (খ) 2 সে.মি. ও 5 সে.মি.

(গ) 3 সে.মি. ও 2 সে.মি. (ঘ) 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.

০২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 8 ইঞ্চি ও 6 ইঞ্চি হলে ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 9 ইঞ্চি (খ) 10 ইঞ্চি

(গ) 1 ইঞ্চি (ঘ) 11 ইঞ্চি

০৩। 17 সে.মি, 15 সে.মি, 8 সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-

(ক) সমবাহু (খ) সমদ্বিবাহু

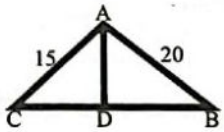
(গ) সমকোণী (ঘ) স্থূলকোণী

০৪। নিচের কোনটি সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাত?

(ক) 8 : 15 : 17 (খ) 6 : 5 : 4

(গ) 11 : 8 : 7 (ঘ) 3 : 4 : 6

০৫।



ΔABC এর ক্ষেত্রফল 150, AD লম্ব এবং BC = 25 হলে CD কত?

(ক) 31 মিটার (খ) 10 মিটার

(গ) 15 মিটার (ঘ) 9 মিটার

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	খ	০৩	গ	০৪	ক	০৫	ঘ

অধ্যায় ১৮

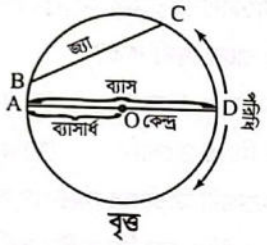
বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

সংজ্ঞা: একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট দূরত্ব বজায় রেখে চলমান কোনো বিন্দুর সঞ্চারপথ যে ক্ষেত্র তৈরি করে, তাকে বৃত্ত বলে। নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র।

বৈশিষ্ট্য:

- → একটি বৃত্তে একটিই কেন্দ্র থাকে।
- → বৃত্তের কেন্দ্রে ৩৬০° কোণ উৎপন্ন হয়।
- → কেন্দ্রগামী জ্যা বৃত্তের ব্যাস।
- → বৃত্তের পরিধি বলতে বৃত্তের চারপাশের দৈর্ঘ্য বুঝায়।

বৃত্তের বিভিন্ন অংশ:



বৃত্ত

- পরিধি: বৃত্ত উৎপন্নকারী চলমান বিন্দুটির সঞ্চারপথের দৈর্ঘ্যকেই পরিধি বলে। যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r একক হয়, তবে বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক
- জ্যা : বৃত্তের পরিধির উপরস্থ যেকোনো দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলে।
- ব্যাস: বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে গমন করে, তবে জ্যাটিকে বৃত্তের ব্যাস বলে। বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা ই হচ্ছে ব্যাস।
- ব্যাসার্ধ: কেন্দ্র থেকে বৃত্তের পরিধির উপর কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- ♦ বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এ অধ্যায় হতে ৬টি প্রশ্ন হয়েছে ১০তম থেকে ৩৪তম'তে এবং ৩টি প্রশ্ন হয়েছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে।
- ♦ বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - ➢ বৃত্তের ব্যাস, ব্যাসার্ধ ও পরিধি সম্পর্কিত সমস্যা
  - ➢ বৃত্তের জ্যা সম্পর্কিত সমস্যা
  - ➢ বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত সমস্যা
  - ➢ বৃত্তের চাপ, কোণ ও সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা

Type-01 : বৃত্তের ব্যাস, ব্যাসার্ধ ও পরিধি সম্পর্কিত সমস্যা

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]
(ক) ৪ (খ) ৮
(গ) ১২ (ঘ) ১৬

সমাধান : বৃত্তের ব্যাস ২r হলে, ব্যাসার্ধ = r এবং ক্ষেত্রফল = πr^2
∴ বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি পেলে ব্যাস হবে,
$(৪\times ২r) = ৮r$ এবং ব্যাসার্ধ = ৪r
∴ পরিবর্তিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi (৪r)^২$
$= ১৬\pi r^২ = ১৬ \times$ মূল বৃত্তের ক্ষেত্রফল
উত্তর: (ঘ)
[আমাদের কথাঃ সঠিক উত্তর হবে ২৪ গুণ। যেটি অপশনে নেই। প্রশ্নে যদি বলা থাকতো বৃত্তের ব্যাস চারগুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে তাহলে উত্তর হতো ১৬ গুণ।
বৃত্তের ব্যাস ২r হলে, ব্যাসার্ধ = r
এবং ক্ষেত্রফল = $\pi r^২$
∴ বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি পেলে,
ব্যাস হবে $(৪\times ২r) = ৮r$ এবং ব্যাসার্ধ = ৪r
∴ নতুন ব্যাসার্ধ = $r + ৪r = ৫r$
∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $\pi(৫r)^২ = ২৫\pi r^২$
∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $২৫\pi r^২ - \pi r^২ = ২৪\pi r^২$
[২৪ × মূল বৃত্তের ক্ষেত্রফল]

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের সবচেয়ে বড় জ্যা কোনটি?
(ক) ব্যাস (খ) ব্যাসার্ধ
(গ) জ্যা (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : কেন্দ্রগামী জ্যা-ই ব্যাস। সুতরাং ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।
উত্তর : (ক)

০২। বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত-
(ক) e (খ) π
(গ) $\frac{22}{7}$ (ঘ) প্রায় 5

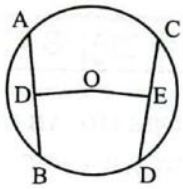
সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ এবং ব্যাস = 2r
∴ অনুপাত $\frac{2\pi r}{2r} = \pi$
এখানে, $\frac{22}{7}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, $\frac{22}{7}$ হচ্ছে 'π'- এর আসন্ন মান; প্রকৃত মান নয়।
উত্তর : (খ)

০৩। বৃত্তের পরিধি দ্বিগুণ হলে এর ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?
(ক) 5 গুণ (খ) 4 গুণ
(গ) 3 গুণ (ঘ) 2 গুণ

সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$, যেখানে r = ব্যাসার্ধ। পরিধি দ্বিগুণ হবে যদি ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হয়। কেননা ২ এবং π ধ্রুব রাশি।
তাহলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল πr^2 হলে, পরবর্তী ক্ষেত্রফল $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$।
∴ ক্ষেত্রফল চারগুণ হবে।
উত্তর : (খ)

Type-02 : বৃত্তের জ্যা সম্পর্কিত সমস্যা

Case – 1 : বৃত্তের জ্যা সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত



উপপাদ্য: বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।
উপপাদ্য: বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।
এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তে AB ও CD পরস্পর সমান। ফলে O কেন্দ্র থেকে AB ও CD এর দূরত্ব OD ও OE পরস্পর সমান।

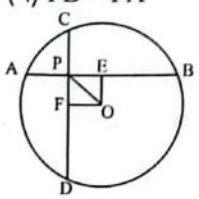
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী জ্যাকে কী বলা হয়? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ব্যাস (খ) ব্যাসার্ধ
(গ) বৃত্তচাপ (ঘ) পরিধি

সমাধান : বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে গমনকারী জ্যাকে বলা হয় বৃত্তের ব্যাস।
উত্তর : (ক)

০২। **ABD** বৃত্তে **AB** এবং **CD** দুটি সমান জ্যা পরস্পর **P** বিন্দুতে ছেদ করলে কোনটি সত্য? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) PC = PD (খ) PA = PB
(গ) PB = PA (ঘ) PB = PD

সমাধান :



এখানে,
AB = CD সমান বলে, কেন্দ্র থেকে এদের দূরত্ব ও সমান।
অর্থাৎ, OE = OF এবং DF = CF, BE = AE
ΔOPE ও ΔOPF সমকোণী ত্রিভুজে,
অতিভুজ, OP = অতিভুজ OP, লম্ব OE = লম্ব OF
∴ ΔOPE ≅ ΔOPF
সুতরাং PF = PE
⇒ PF + DF = PE + BE [∵ DF = BE]
∴ PD = PB
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সর্বদা নিচের কোনটি?
(ক) সমদূরবর্তী (খ) অসমদূরবর্তী
(গ) সমান্তরাল (ঘ) কোনোটিই নয়

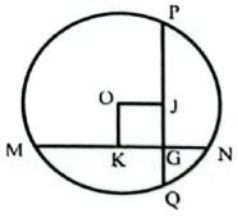
সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।
উত্তর : (ক)

০২। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. হলে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?
(ক) ২ সে.মি. (খ) ৭ সে.মি.
(গ) ১৪ সে.মি. (ঘ) ১২ সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা হল বৃত্তের ব্যাস।
∴ ব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. হলে ব্যাস ২ × ৭ = ১৪ সে.মি.
উত্তর : (গ)

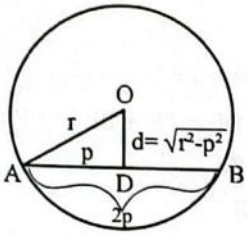
০৩। **MPNQ** বৃত্তে **MN** এবং **PQ** জ্যাদ্বয়ের উপর কেন্দ্র **O** থেকে লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে **OK** এবং **OJ** পরস্পর সমান হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) PJ = MK (খ) GQ = GN
(গ) PQ = MN (ঘ) উপরের সবগুলো

সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।
যেহেতু OJ = OK, সেহেতু PQ এবং MN জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান।
জ্যাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করায় GQ = GN
এবং কেন্দ্র O থেকে লম্বদ্বয়ের দূরত্ব সমান হওয়ায় PJ = MK
উত্তর : (ঘ)

Case – 2: কেন্দ্র থেকে জ্যা এর লম্ব দূরত্ব



<u>উপপাদ্য:</u> বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> বৃত্তের যেকোনো জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী।

এখানে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে, কেন্দ্র O থেকে AB জ্যা এর উপর OD লম্ব। O, A যোগ করলে ব্যাসার্ধ OA = r, কেন্দ্র O থেকে জ্যা এর লম্ব দূরত্ব OD= d এবং অর্ধ জ্যা AD = p হলে, জ্যা AB = 2p হবে।

এখন, OAD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$r^2 = p^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{r^2 - p^2}$

∴ কেন্দ্র থেকে জ্যা এর লম্ব দূরত্ব, $d = \sqrt{r^2 - p^2}$

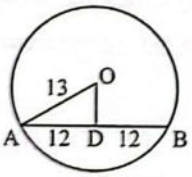
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 13 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা-এর দৈর্ঘ্য 24 সে.মি. হলে কেন্দ্র থেকে উক্ত জ্যা-এর লম্ব দূরত্ব কত সে. মি.? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 3 (খ) 4

(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান :



এখানে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ OA = 13 সে.মি.

OD লম্ব হওয়ায়, AD = BD

জ্যা AB = 24 হলে,

অর্ধ জ্যা $AD = 24 \times \frac{1}{2} = 12$

∴ ΔOAD সমকোণী ত্রিভুজে, কেন্দ্র থেকে লম্ব দূরত্ব

$OD = \sqrt{OA^2 - AD^2}$

$= \sqrt{13^2 - 12^2}$

$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$

∴ কেন্দ্র থেকে লম্ব দূরত্ব OD = 5 সে.মি.

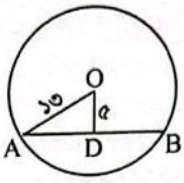
উত্তর : (গ)

০২। ১৩ সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্র হতে ৫ সে.মি. দূরত্বে অবস্থিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য- [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪ সে.মি. (খ) ১৮ সে.মি.

(গ) ১৬ সে.মি. (ঘ) ১২ সে.মি.

সমাধান :



এখানে, ব্যাসার্ধ OA = ১৩ সে.মি. এবং কেন্দ্র থেকে জ্যা এর দূরত্ব OD = ৫ সে.মি. হলে,

এখন, OAD সমকোণী ত্রিভুজে,

অর্ধ জ্যা, $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2}$

$= \sqrt{১৩^২ - ৫^২}$

$= \sqrt{১৬৯ - ২৫} = ১২$

যেহেতু, AB, D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

∴ AB জ্যা-এর দৈর্ঘ্য ১২ + ১২ = ২৪ সে.মি.।

উত্তর : (ক)

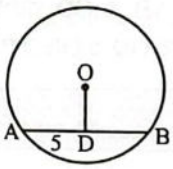
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD, AB জ্যা-এর উপর লম্ব এবং AD = 5 সে.মি হলে, AB = কত?

(ক) 10 সে.মি (খ) 15 সে.মি

(গ) $7\frac{1}{2}$ সে.মি (ঘ) 4 সে.মি

সমাধান :



যেহেতু, কেন্দ্র থেকে AB এর উপর OD লম্ব, ফলে D বিন্দুতে AB সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

∴ AB = 5 × 2 = 10

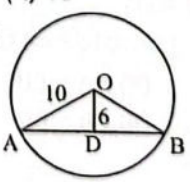
উত্তর : (ক)

০২। 10 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 6 সে.মি দূরত্বে অবস্থিত জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি?

(ক) 12 (খ) 14

(গ) 16 (ঘ) 18

সমাধান :



এখানে, ব্যাসার্ধ, OA = 10 সে.মি. ও কেন্দ্র থেকে লম্ব, OD = 6 সে.মি. হলে, OAD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}$

∴ অর্ধ জ্যা, AD = 8

∴ জ্যা, AB = 2 × AD = 2 × 8 = 16

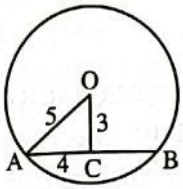
উত্তর : (গ)

০৩। 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধ-জ্যা এর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, কেন্দ্র হতে জ্যাটির লম্ব দূরত্ব কত?

(ক) 3 সে.মি (খ) 9 সে.মি

(গ) 10 সে.মি (ঘ) 12 সে.মি

সমাধান :



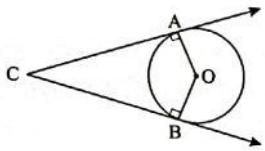
এখানে, ব্যাসার্ধ, OA = 5 সে.মি. ও অর্ধ-জ্যা, AC = 4 সে.মি. হলে, OAC সমকোণী ত্রিভুজে,

$OC = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$

উত্তর : (ক)

Type-03 : স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত সমস্যা

Case - 1 : বৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত



<u>উপপাদ্য:</u> বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব।

<u>উপপাদ্য:</u> বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়।

এখানে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের A ও B বিন্দুতে বহিঃস্থ বিন্দু C থেকে CA ও CB দুইটি স্পর্শক।

∴ AC = BC এবং OA ⊥ AC

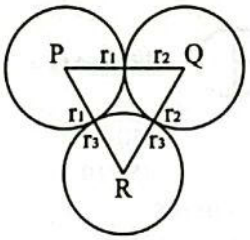
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। পরস্পরকে স্পর্শ করে আছে এমন তিনটি বৃত্তের কেন্দ্র P, Q, R এবং PQ = a, QR = b, RP = c হলে P কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাস হবে- [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) a + b + c (খ) b + c − a

(গ) c + a − b (ঘ) a − b + c

সমাধান :



আমরা জানি, দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের সমষ্টির সমান। P, Q, R কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তত্রয়ের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 হলে—

PQ, $r_1 + r_2 = a$ .....(1)

QR, $r_2 + r_3 = b$ .....(2)

RP, $r_1 + r_3 = c$ .....(3)

(1), (2) ও (3) নং সমীকরণ যোগ করি–

$2r_1 + 2r_2 + 2r_3 = a + b + c$

$\therefore r_1 + r_2 + r_3 = \frac{1}{2}(a + b + c)$ ..... (4)

(4) নং সমীকরণ হতে (2) নং সমীকরণ বিয়োগ করি—

$r_1 = \frac{1}{2}(a + b + c) - b = \frac{1}{2}(a + b + c - 2b)$

$= \frac{1}{2}(a - b + c)$

P কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস $= 2r_1$

$= 2 \times \frac{1}{2}(a - b + c) = a - b + c$

উত্তর : (ঘ)

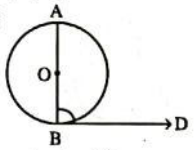
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো বৃত্তে স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং স্পর্শকের অন্তর্ভুক্ত কোণ-

(ক) এক সমকোণের অর্ধেক (খ) এক সমকোণ

(গ) দুই সমকোণ (ঘ) এক সরলকোণ

সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তের স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

এখানে, BD স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

∴ OB ⊥ BD অর্থাৎ ∠OBD = ৯০° বা এক সমকোণ।

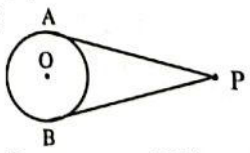
উত্তর : (খ)

০২। বহিঃস্থ কোন বিন্দু হতে একটি বৃত্তে কতগুলো স্পর্শক অঙ্কন সম্ভব হবে?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 4

সমাধান :

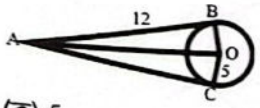


চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P। P থেকে PA ও PB এই 2 টি স্পর্শকই টানা সম্ভব।

∴ 2টি স্পর্শক PA ও PB অঙ্কন করা যাবে।

উত্তর : (খ)

০৩।

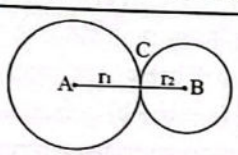


চিত্রে, AO = ?

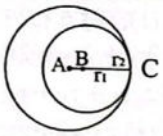
(ক) 5 (খ) 12
(গ) 13 (ঘ) 10

সমাধান : বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OC = OB = 5
ΔAOB সমকোণী ত্রিভুজে,
$OA^2 = AB^2 + OB^2 \Rightarrow OA^2 = 12^2 + 5^2$
$\Rightarrow AO = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$
উত্তর : (গ)

Case - 2: ছেদ, বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত



চিত্র - ১



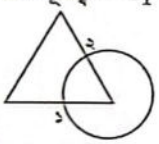
চিত্র - ২

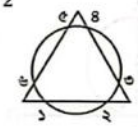
<u>উপপাদ্য:</u> দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, এদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখ।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান।

<u>অনুসিদ্ধান্ত:</u> দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান।

এখানে, চিত্র-১ এ A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় C বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে এবং চিত্র-২ এ অন্তঃস্পর্শ করে।
∴ A, C, B সমরেখ।
A বৃত্তের ব্যাসার্ধ r_1 এবং B বৃত্তের ব্যাসার্ধ r_2 হলে,
চিত্রে-১ এ, AB এর দূরত্ব = $r_1 + r_2$
চিত্রে-২ এ, AB এর দূরত্ব = $r_1 - r_2$





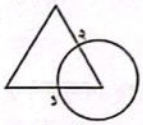
- একটি ত্রিভুজ এবং একটি বৃত্ত ন্যূনতম ২টি এবং সর্বোচ্চ ৬টি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে।
- একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এরূপ তিনটি বিন্দু দিয়ে অবশ্যই একটি বৃত্ত আঁকা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজ এবং একটি বৃত্ত ন্যূনতম কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে?

(ক) ৪টি (খ) ১টি
(গ) ৩টি (ঘ) ২টি

সমাধান :



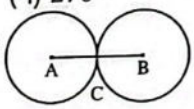


একটি ত্রিভুজ এবং একটি বৃত্ত ন্যূনতম ২টি এবং সর্বোচ্চ ৬টি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে।
উত্তর : (ঘ)

০২। A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পর C বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। ∠ACB এর মান-

(ক) 120° (খ) 180°
(গ) 270° (ঘ) 360°

সমাধান :



এখানে, A, B ও C সমরেখ। সুতরাং ∠ACB একটি সরলকোণ। ∴ ACB = 180°
উত্তর : (খ)

০৩। x সে.মি এবং y সে.মি পরিধির দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে। বৃত্ত দুটির কেন্দ্রের দূরত্ব কত?

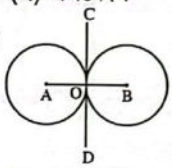
(ক) 2πx + 2πy সে.মি. (খ) $\frac{x+y}{2\pi}$ সে.মি.
(গ) πx + πy সে.মি. (ঘ) $\frac{\pi}{x+y}$ সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি, দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল।
x সে. মি. পরিধির বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{x}{2\pi}$
এবং y সে. মি. পরিধির বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{y}{2\pi}$
∴ দূরত্ব = $\frac{x}{2\pi} + \frac{y}{2\pi} = \frac{x+y}{2\pi}$
উত্তর : (খ)

০৪। দুটি বৃত্ত যদি পরস্পর স্পর্শ করে তবে কেন্দ্রদ্বয় হতে স্পর্শ বিন্দুগামী সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ-

(ক) সূক্ষ্মকোণ (খ) স্থূলকোণ
(গ) সমকোণ (ঘ) সরলকোণ

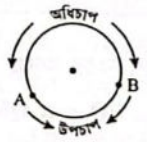
সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।
∴ ∠AOC = 90°, ∠BOC = 90°
সুতরাং, ∠AOC + ∠BOC = 90° + 90°
= 180° = এক সরলকোণ
∴ AO ও BO এর মধ্যবর্তী সরলকোণ।
উত্তর : (ঘ)

Type-04 : বৃত্তের চাপ, কোণ ও সমীকরণ সংক্রান্ত সমস্যা

Case - 1 : বৃত্তচাপ সম্পর্কিত



চিত্রে, AB একটি বৃত্তচাপ। বড় অংশকে অধিচাপ ও ছোট অংশকে উপচাপ বলে।

- যে কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ।
- যে কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।

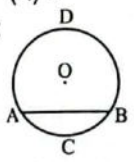
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী যে বক্ররেখা আঁকা হয় তাকে বলে-
(ক) বৃত্তচাপ (খ) ব্যাস
(গ) ব্যাসার্ধ (ঘ) স্পর্শক

সমাধান : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী যে বক্ররেখা আঁকা হয় তাকে বৃত্তচাপ বলে।
উত্তর : (ক)

০২। একটি জ্যা একটি বৃত্তকে কয়টি চাপে বিভক্ত করে?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

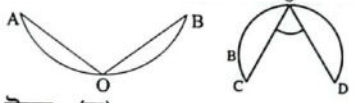
সমাধান :



এখানে AB জ্যাটি বৃত্তটিকে ADB অধিচাপ ও ACB উপচাপ এই 2টি চাপে বিভক্ত করে।
উত্তর : (খ)

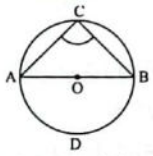
০৩। বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ-
(ক) স্থূলকোণ (খ) সূক্ষ্মকোণ
(গ) সমকোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধকোণ

সমাধান : বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ এবং বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।



উত্তর : (ক)

Case – 2 : অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

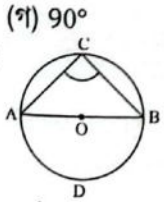


উপপাদ্য: অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।
এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অর্ধবৃত্ত ADB এর উপর দণ্ডায়মান।
∠ACB একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।
∴ ∠ACB = ৯০° বা এক সমকোণ।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

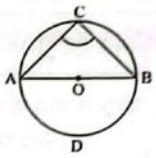
০১। অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রী?
(ক) 45° (খ) 60°
(গ) 90° (ঘ) 100°

সমাধান :



অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 1 সমকোণ = 90°
উত্তর : (গ)

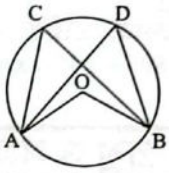
০২।



চিত্রে AB = AC হলে, ∠ABC এর মান কত?
(ক) ৪৫° (খ) ৯০°
(গ) ১৮০° (ঘ) ১২০°

সমাধান : চিত্রে ∠ACB একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।
আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = ১ সমকোণ = ৯০°
আবার, ABC ত্রিভুজে AB = AC। সুতরাং ∠A = ∠B
এখন, ∠A + ∠B = ৯০°
⇒ ২∠B = ৯০° ∴ ∠B = ৪৫°
উত্তর : (খ)

Case – 3 : বৃত্তের বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ



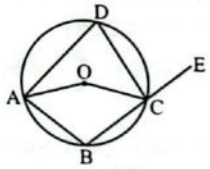
উপপাদ্য: বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

উপপাদ্য: বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

এখানে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ∠AOB কেন্দ্রস্থ কোণ এবং ∠ACB ও ∠ADB দুইটি বৃত্তস্থ কোণ।

∴ ∠ACB = ∠ADB এবং $\angle ACB = \angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB$

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ (Inscribed Quadrilatelaterals): বৃত্তীয় চতুর্ভুজ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ হলো এমন চতুর্ভুজ যার চারটি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের উপর অবস্থিত।



চিত্রে, ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত অর্থাৎ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।
এ সকল চতুর্ভুজের নিম্নোক্ত বৈশিষ্ট্য গুলো দেখা যায়-

(i) বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।
উদাহরণ: উপর্যুক্ত চিত্র হতে, ∠ADC + ∠ABC = দুই সমকোণ।
আবার, ∠BAD + ∠BCD = দুই সমকোণ

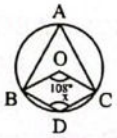
(ii) বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।
উদাহরণ: উপরোক্ত চিত্র হতে, বহিঃস্থ কোণ ∠DCE = ∠BAD

(iii) বৃত্তের অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

(iv) কোনো চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত হবে। [(i) নং এর বিপরীত উপপাদ্য]

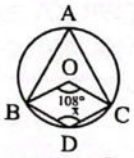
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]



(ক) 54° (খ) 72°
(গ) 108° (ঘ) 126°

সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

$\therefore \angle BAC = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে, $\angle BAC + \angle BDC = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BDC = 180^\circ - 54^\circ \therefore x = 126^\circ$

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বৃত্তের একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের-
(ক) সমান (খ) দ্বিগুণ
(গ) অর্ধেক (ঘ) তিনগুণ

সমাধান : বৃত্তের একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ।

উত্তর : (খ)

০২। কোনো বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ 120° হলে ঐ বৃত্তের পরিধিস্থ কোণ হবে-
(ক) 240° (খ) 60°
(গ) 90° (ঘ) 120°

সমাধান : বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ বা পরিধিস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

$\therefore$ বৃত্তের পরিধিস্থ কোণ $= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

উত্তর : (খ)

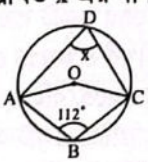
০৩। বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি কোণ ৭০° হলে উহার বিপরীত কোণের পরিমাপ কত হবে?
(ক) ২০° (খ) ৭০°
(গ) ১১০° (ঘ) ৯০°

সমাধান : বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ১৮০° ।

$\therefore$ বিপরীত কোণের পরিমাপ হবে $(১৮০^\circ - ৭০^\circ) = ১১০^\circ$

উত্তর : (গ)

০৪। নিচের চিত্রে উল্লিখিত x এর মান কত?



(ক) 58° (খ) 68°
(গ) 112° (ঘ) 22°

সমাধান : ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

সুতরাং চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণ পরস্পর সম্পূরক হবে।

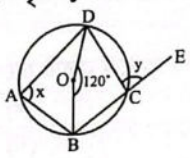
তাহলে, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$\Rightarrow 112^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 112^\circ$

$\therefore x = 68^\circ$

উত্তর: (খ)

০৫। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে y এর মান কত?



(ক) 60° (খ) 30°
(গ) 120° (ঘ) 90°

সমাধান : ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের, $\angle DCE = y =$ বহিঃস্থ কোণ।

বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণের সমান।

$\therefore \angle DCE = \angle BAD = y = x$

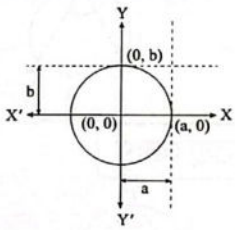
আবার, আমরা জানি, বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

$\therefore x = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

সুতরাং $x = y = 60^\circ$

উত্তর: (ক)

Case - 4 : সমীকরণ সম্পর্কিত



- বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (০,০) এবং ব্যাসার্ধ = r হলে, বৃত্তের সমীকরণ: $x^2 + y^2 = r^2$
- বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (h, k) হলে, ব্যাসার্ধ = r হলে, বৃত্তের সমীকরণ : $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- পরাবৃত্তের সমীকরণ: $y^2 = 4ax$
- উপবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ [এখানে, a = বৃহৎ অক্ষের অর্ধ-দৈর্ঘ্য এবং b = ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধ-দৈর্ঘ্য, যেখানে $a \neq b$]
- অধিবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ [এখানে, a = বৃহৎ অক্ষের অর্ধ-দৈর্ঘ্য এবং b = ক্ষুদ্র অক্ষের অর্ধ-দৈর্ঘ্য]

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 100$ বৃত্তের কেন্দ্রীয় স্থানাঙ্ক কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) (0, 0) (খ) (4, – 3)
(গ) (– 4, 3) (ঘ) (10, 10)

সমাধান : $(x-4)^2+(y+3)^2=100$
বা, $\{x-(+4)\}^2+\{y-(-3)\}^2=10^2$
কেন্দ্র $(4,-3)$
সূত্র: কেন্দ্র (h, k) ও ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের সমীকরণ $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$
উত্তর : (খ)

০২। নিচের কোনটি বৃত্তের সমীকরণ? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $ax^2+bx+c=0$ (খ) $y^2=ax$
(গ) $x^2+y^2=16$ (ঘ) $y^2=2x+7$

সমাধান : আমরা জানি, কেন্দ্র (p,q) ও ব্যাসার্ধ r বিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ হলো, $(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$
$p=0, q=0$ এবং $r=4$ হলে উপরিউক্ত সমীকরণটি দাঁড়ায়, $x^2+y^2=16$
উত্তর : (গ)
[Note: x^2 ও y^2 এর সহগ সমান হলে সমীকরণটি বৃত্তের সমীকরণ হয়।]

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোনটি উপবৃত্তের সমীকরণ?
(ক) $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ (খ) $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$
(গ) $y^2=4ax$ (ঘ) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

সমাধান : আমরা জানি, উপবৃত্তের সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ এক্ষেত্রে, $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ [এখানে, $a=3, b=4$]
উত্তর : (ক)

০২। $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তের পরিসীমা কত হবে?
(ক) $\frac{3a^2}{4}\pi$ (খ) $2\pi a$
(গ) 2π (ঘ) $6a\alpha$

সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের সমীকরণ $x^2+y^2=a^2$ [যেখানে ব্যাসার্ধ = a] ∴ বৃত্তটির পরিসীমা $=2\pi a$
উত্তর : (খ)

০৩। একটি বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (10, 5) এবং এর ব্যাসার্ধ 13 হলে এর সমীকরণ কি হবে?
(ক) $x^2+y^2-20x-10y-169=0$
(খ) $x^2+y^2-20x-10y+294=0$
(গ) $x^2+y^2-20x-10y+44=0$
(ঘ) $x^2+y^2-20x-10y-44=0$

সমাধান: আমরা জানি, (h, k) কেন্দ্র ও a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ, $(x-h)^2+(y-k)^2=a^2$
এখন কেন্দ্র (10, 5) ও ব্যাসার্ধ 13 হলে বৃত্তের সমীকরণ,
$(x-10)^2+(y-5)^2=13^2$
$\Rightarrow x^2-20x+100+y^2-10y+25=169$
$\Rightarrow x^2+y^2-20x-10y+125-169=0$
$\therefore x^2+y^2-20x-10y-44=0$
উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। বৃত্তের যে কোনো দুটি বিন্দুর সংযোগ বৃত্তের একটি-
(ক) জ্যা (খ) চাপ
(গ) ব্যাসার্ধ (ঘ) ব্যাস

০২। বৃত্তসমূহের পরস্পর পরিধিগুলোর অনুপাত এদের ব্যাসার্ধগুলোর অনুপাতের কী হয়?
(ক) সমান (খ) অর্ধেক
(গ) অসমান (ঘ) কোনোটিই নয়

০৩। কোনো বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা-এর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. হলে, কেন্দ্র থেকে 3 সে.মি. দূরবর্তী জ্যা - এর দৈর্ঘ্য হবে-
(ক) 4 সে.মি. (খ) 8 সে.মি.
(গ) 6 সে.মি. (ঘ) 3 সে.মি.

০৪। ACB বৃত্তে AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু D, $\angle ADC=90°$, DC = 2 সে.মি এবং বৃত্তটির ব্যাস 10 সে.মি হলে AB = কত?
(ক) 9 সে.মি. (খ) 8 সে.মি.
(গ) 6 সে.মি. (ঘ) 4 সে.মি.

০৫। দুটি পরস্পর ছেদী বৃত্তে কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যেতে পারে?
(ক) 1টি (খ) 2টি
(গ) 3টি (ঘ) 4টি

০৬। দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করল। বৃহত্তর বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 2 সে.মি। অপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?
(ক) 2 সে.মি (খ) 4 সে.মি
(গ) 6 সে.মি (ঘ) 8 সে.মি

০৭। বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ 60° হলে, বৃত্তস্থ কোণ কত?
(ক) 60° (খ) 30°
(গ) 120° (ঘ) 180°

০৮। অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমান কত?
(ক) দুই সমকোণ (খ) অর্ধ সমকোণ
(গ) এক সমকোণ (ঘ) এক সরলকোণ

০৯। একটি চাকার পরিধি 5 মিটার। 80 কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কত বার ঘুরবে?
(ক) 40000 (খ) 1600
(গ) 16000 (ঘ) 4000

১০। একটি চাকার ব্যাস 4.2 মিটার। চাকাটি 330 মিটার পথ অতিক্রম করতে কত বার ঘুরবে?
(ক) 22 বার (খ) 27 বার
(গ) 25 বার (ঘ) 30 বার

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	ক	০৩	খ	০৪	খ	০৫	খ
০৬	খ	০৭	খ	০৮	গ	০৯	গ	১০	গ

অধ্যায় ১৯.১ পরিমিতি-পরিমাপ

পরিমিতির ইতিহাস

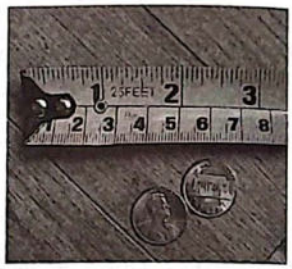

মিশরের পিরামিড

প্রাগৈতিহাসিক যুগে (প্রস্তর যুগ – খ্রিষ্টপূর্ব ১০০০ অব্দ) প্রাচীন মেসোপটেমিয়ার ব্যাবিলনীয় ও নীল নদের অববাহিকার প্রাচীন মিশরে পরিমিতির সূত্রপাত হয়েছিলো। সে সময়ে ব্যবহারিক প্রয়োজনে যতটুকু জ্যামিতিক চর্চা ছিল তা শুধু পরিমিতিতেই সীমাবদ্ধ ছিল। খ্রিষ্টপূর্ব ১৮০০ অব্দে প্রাচীন মিশরে শস্য ক্ষেতের ক্ষেত্রফল, শস্যাগারের আয়তন নির্ণয়ে ও নির্দিষ্ট কাঠামোর জন্য প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য পরিমিতি ব্যবহার শুরু হয়। এরপর প্রাচীন যুগে (খ্রিষ্টপূর্ব ১০০০ অব্দ – ১৬০০ খ্রিষ্টাব্দ) জ্যামিতির চূড়ান্ত রূপ গ্রহণ করে, সাথে সাথে পরিমিতির নানান দিক আবিষ্কৃত হয়। যেমন, গ্রীকদের দ্বারা আবিষ্কৃত হয় বৃত্তকে সমদ্বিখণ্ডিত করন ও বৃত্তের পরিধির সাথে ব্যাসের সম্পর্ক, পিথাগোরাস (৫৭০-৪৯৫ খ্রিষ্টপূর্ব) আবিষ্কার করেন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য ইত্যাদি। এসব জমির পরিমাপ নির্ণয়ে ব্যাপক ব্যবহার হতে থাকে। আমাদের ব্যবহারিক প্রয়োজনে জ্যামিতিক ক্ষেত্রগুলোর দৈর্ঘ্য, ক্ষেত্রফল, ঘনবস্তুর আয়তন ইত্যাদি পরিমাপ করার প্রয়োজন হয়, যা পরিমিতিতে আলোচনা করা হয়। আদিকাল থেকেই জমি পরিমাপের কাজে পরিমিতি এর চর্চা চালু রয়েছে। এছাড়া আধুনিক বিশ্বে ঘনবস্তু বা ত্রিমাত্রিক বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন পরিমাপ গুরুত্বপূর্ণ বিষয়।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ৩৫টি প্রশ্ন হয়েছে ১০তম থেকে ৩৪তম'তে এবং ৯টি প্রশ্ন হয়েছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - পরিমাপের একক সমূহের ধারণা, এককের পরিবর্তন সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান
  - ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল নির্ণয়
  - চতুর্ভুজের সূত্র প্রয়োগ করে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়
  - বহুভুজের বিভিন্ন কোণের মান ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়
  - বৃত্তের পরিধি ও বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয়
  - বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও তার অংশবিশেষ নির্ণয়
  - আয়তকার ঘনবস্তু, ঘনক, বেলন ও কোণকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়

পরিমাপ



যেকোনো রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। পরিমাপকৃত রাশি এবং এরূপ নির্ধারিত একক পরিমাপের মানের অনুপাতই রাশিটির পরিমাপ নির্ধারণ করে।

অর্থাৎ, পরিমাপ $= \frac{\text{পরিমাপকৃত রাশি}}{\text{একক পরিমাণ রাশির মান}}$

নির্ধারিত একক সম্পর্কে প্রত্যেক পরিমাপ একটি সংখ্যা যা পরিমাপকৃত রাশিটির একক রাশির কতগুণ তা নির্দেশ করে। যেমন, একটি বেঞ্চ ৫ মিটার লম্বা বলতে বুঝায় ১ মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসেবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় বেঞ্চটি ৫ গুণ লম্বা।

বিভিন্ন দেশে পরিমাপের জন্য বিভিন্ন পরিমাপ পদ্ধতি প্রচলিত থাকায় আন্তর্জাতিক ব্যবসা-বাণিজ্যে ও আদান-প্রদানে অসুবিধা হয়। তাই ব্যবসা-বাণিজ্যে ও আদান-প্রদানের ক্ষেত্রে পরিমাপ করার জন্য আন্তর্জাতিক রীতি তথা মেট্রিক পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। এ পরিমাপের বৈশিষ্ট্য হলো এটা দশগুণোত্তর। দশমিক ভগ্নাংশের দ্বারা এ পদ্ধতিতে পরিমাপ সহজে প্রকাশ করা যায়। মেট্রিক পদ্ধতিতে ভরের একক কিলোগ্রাম, দৈর্ঘ্যের একক মিটার এবং সময়ের একক সেকেন্ড।

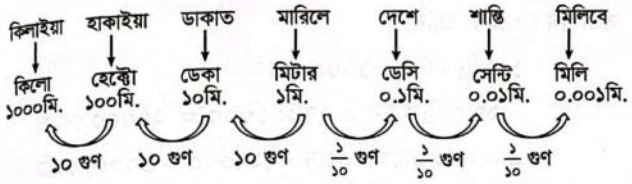
- অষ্টাদশ শতাব্দীতে ফ্রান্সে প্রথম মেট্রিক পদ্ধতির প্রবর্তন করা হয়।
- বাংলাদেশে ১লা জুলাই, ১৯৮২ সাল থেকে মেট্রিক পদ্ধতি চালু করা হয়।

Type-01 : দৈর্ঘ্য পরিমাপের এককসমূহ

মেট্রিক পদ্ধতি		
১০ মিলিমিটার (মি.মি.)	=	১ সেন্টিমিটার (সে.মি.)
১০ সেন্টিমিটার	=	১ ডেসিমিটার (ডেসি.মি.)
১০ ডেসিমিটার	=	১ মিটার (মি.)
১০ মিটার	=	১ ডেকামিটার (ডেকা.মি)
১০ ডেকামিটার	=	১ হেক্টোমিটার (হে.মি.)
১০ হেক্টোমিটার	=	১ কিলোমিটার (কি.মি.)

ব্রিটিশ পদ্ধতি		
১২ ইঞ্চি	=	১ ফুট
৩ ফুট	=	১ গজ
১৭৬০ গজ	=	১ মাইল
৬০৮০ ফুট	=	১ নটিক্যাল মাইল
২২০ গজ	=	১ ফার্লং
৮ ফার্লং	=	১ মাইল
১.১৫০৮ মাইল	=	১ নটিক্যাল মাইল
১.৮৫৩১৮ কিলোমিটার	=	১ নটিক্যাল মাইল
২০২৫ গজ	=	১ নটিক্যাল মাইল

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক: মিটার



দৈর্ঘ্য পরিমাপে মেট্রিক ও ব্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক:

১ ইঞ্চি	=	২.৫৪ সে.মি. (প্রায়)
১ গজ	=	০.৯১৪৪ মি. (প্রায়)
১ মাইল	=	১.৬০৯ কি.মি. (প্রায়)
	≈	১.৬১ কি. মি. (প্রায়)
১ মিটার	=	৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)
১ মিটার	=	৩.২৮ ফুট (প্রায়)
১ কি.মি.	=	০.৬২১৪ মাইল (প্রায়)
	≈	০.৬২ মাইল (প্রায়)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ মিটার কত ইঞ্চির সমান? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৯.৪৭ (খ) ৩৭.৩৯

(গ) ৩৯.৩৭ (ঘ) ৩৭.৪৯

সমাধান : আমরা জানি, ১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। এক নটিক্যাল মাইলে কত মিটার?

(ক) ১৭৫০.১৮ মি. (খ) ১৮৫৩.১৮ মি.

(গ) ১৬৫০.২০ মি. (ঘ) ১৯৫৩.১৮ মি.

সমাধান : আমরা জানি, ১ নটিক্যাল মাইল = ১.৮৫৩১৮ কি.মি. (প্রায়)

∴ ১ নটিক্যাল মাইল = ১৮৫৩.১৮ মি. (প্রায়)

উত্তর : (খ)

০২। ১ : ২০০০ স্কেলে একটি শহরের ম্যাপ আঁকা আছে। ১.২ কি.মি. দীর্ঘ একটি রাস্তার দৈর্ঘ্য ম্যাপে কত হবে?

(ক) ২৪ সে.মি. (খ) ৬০ সে.মি.

(গ) ৬০ মি. (ঘ) ২৪ মি.

সমাধান : ১ কি.মি. = ১০০০০০ সে.মি.

১.২ কিমি = (১.২ × ১০০০০০) সে.মি. = ১২০০০০ সে.মি.

২০০০ সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্য ম্যাপে ১ সেন্টিমিটার

∴ ১২০০০০ সে.মি. দৈর্ঘ্য ম্যাপে $= \frac{১২০০০০ \times ১}{২০০০}$ সে.মি.

= ৬০ সেন্টিমিটার

উত্তর : (খ)

০৩। ১ মিলিমিটার ১ কিলোমিটারের কত অংশ?

(ক) $\frac{১}{১০০০}$ (খ) $\frac{১}{১০০০০০০}$

(গ) $\frac{১}{১০০০০}$ (ঘ) $\frac{১}{১০০০০}$

সমাধান : আমরা জানি, ১০০০০০০ মিলিমিটার = ১ কিলোমিটার

∴ ১ মিলিমিটার = $\frac{১}{১০০০০০০}$ কিলোমিটার

উত্তর : (খ)

০৪। দুই ইঞ্চি কত সে.মি. এর সমান -

(ক) ৩.০৮ সে.মি. (প্রায়) (খ) ৫.০৮ সে.মি. (প্রায়)

(গ) ৩.৯ সে.মি. (প্রায়) (ঘ) ৬.০৮ সে.মি. (প্রায়)

সমাধান : আমরা জানি, এক ইঞ্চি = ২.৫৪ সে. মি. (প্রায়)

∴ দুই ইঞ্চি = (২.৫৪ × ২) = ৫.০৮ সে. মি. (প্রায়)

উত্তর : (খ)

০৫। ১ মাইল = কত কিলোমিটার?

(ক) ১.৬০৯ কি. মি. (খ) ০.৬২ কি. মি.

(গ) ১ কি. মি. (ঘ) ১.১ কি. মি.

সমাধান : আমরা জানি, ১ মাইল = ১.৬০৯ কি. মি. (প্রায়)

উত্তর : (ক)

Type-02 : ভর পরিমাপের এককসমূহ

বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন এককের সাহায্যে বস্তুর ওজন পরিমাপ করা হয়।

ভর পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ	
১ ঘন সে. মি. পানির ভর	= ১ গ্রাম (গ্রা.) [বিশুদ্ধ পানির ক্ষেত্রে]
১০ মিলিগ্রাম (মি.গ্রা)	= ১ সেন্টিগ্রাম (সে. গ্রা.)
১০ সেন্টিগ্রাম	= ১ ডেসিগ্রাম (ডেসি. গ্রা.)
১০ ডেসিগ্রাম	= ১ গ্রাম (গ্রা.)
১০ গ্রাম	= ১ ডেকাগ্রাম (ডেকা. গ্রা.)
১০ ডেকাগ্রাম	= ১ হেক্টোগ্রাম (হে. গ্রা.)
১০ হেক্টোগ্রাম	= ১ কিলোগ্রাম (কে.জি.)

মেট্রিক পদ্ধতিতে ভরের একক কিলোগ্রাম। মেট্রিক পদ্ধতিতে ভর পরিমাপের জন্য ব্যবহৃত আরও দুইটি একক আছে। অধিক পরিমাণ বস্তুর ভর পরিমাপের জন্য কুইন্টাল ও মেট্রিক টন একক দুইটি ব্যবহার করা হয়।

১ কিলোগ্রাম বা ১ কে.জি. = ১০০০ গ্রাম	
১০০ কিলোগ্রাম	= ১ কুইন্টাল
১০০০ কিলোগ্রাম	= ১ মেট্রিক টন
১ কিলোগ্রাম	= ২.২ পাউন্ড
১ কিলোগ্রাম	= $১\frac{১}{৪}$ সের
১ ক্যারেট	= ০.২ গ্রাম

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২০৫৭৩.৪ মিলিগ্রামে কত কিলোগ্রাম? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২.০৫৭৩৪ (খ) ০.২০৫৭৩৪
(গ) ০.০২০৫৭৩৪ (ঘ) ২০.৫৭৩৪০

সমাধান : আমরা জানি,

১০, ০০, ০০০ মিলিগ্রাম = ১ কিলোগ্রাম

∴ ১ মিলিগ্রাম $= \frac{১}{১০,০০,০০০}$ কিলোগ্রাম

∴ ২০৫৭৩.৪ মিলিগ্রাম $= \frac{১\times২০৫৭৩.৪}{১০০০০০০}$ কিলোগ্রাম

= ০.০২০৫৭৩৪ কিলোগ্রাম

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ কিলোগ্রাম = কত পাউন্ড?

(ক) ১২ পাউন্ড (খ) ০.২২ পাউন্ড
(গ) ২.২ পাউন্ড (ঘ) ২.৪৭ পাউন্ড

সমাধান : আমরা জানি,

১ কিলোগ্রাম = ২.২ পাউন্ড

উত্তর : (গ)

০২। ১ ক্যারেট = কত গ্রাম?

(ক) ০.৫ গ্রাম (খ) ০.১০ গ্রাম
(গ) ০.১৮ গ্রাম (ঘ) ০.২ গ্রাম

সমাধান : আমরা জানি,

১ ক্যারেট = ০.২ গ্রাম

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি পেন্সিলের ওজন ৫ গ্রাম। পেন্সিলটির ওজন মিলিগ্রামে কত হবে?

(ক) ৫০ মিলিগ্রাম (খ) ৫০০ মিলিগ্রাম
(গ) ৫০০০ মিলিগ্রাম (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : এখানে,

একটি পেন্সিলের ওজন ৫ গ্রাম

আমরা জানি,

১ গ্রাম = ১০০০ মিলিগ্রাম

∴ ৫ গ্রাম = (৫ × ১০০০) মিলিগ্রাম

= ৫০০০ মিলিগ্রাম

উত্তর : (গ)

০৪। একটি ট্রাকে ২৭ মেট্রিক টন আলু ধরে। ট্রাকের ভর ৪ হাজার কেজি। আলুসহ ট্রাকের ওজন কত কেজি?

(ক) ৩১০০০ কেজি (খ) ৬৭০০ কেজি
(গ) ৪২৭০০০ কেজি (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : আমরা জানি,

১ মেট্রিক টন = ১০০০ কেজি

∴ ২৭ মেট্রিক টন = ২৭ × ১০০০ = ২৭০০০ কেজি

∴ আলুসহ ট্রাকের ওজন = (২৭০০০ + ৪০০০) কেজি

= ৩১০০০ কেজি

উত্তর : (ক)

Type-03 : তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের এককসমূহ

কোনো তরল পদার্থ যতটুকু জায়গা জুড়ে থাকে তা এর আয়তন। তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক হল 'লিটার'।

- ১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ভর ১ কিলোগ্রাম।
- ১ ঘনমিটার বিশুদ্ধ পানির আয়তন ১০০০ লিটার।
- ১ গ্যালন বিশুদ্ধ পানির আয়তন ৪.৫৫ লিটার
- চৌবাচ্চার আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × গভীরতা
- কুয়ার আয়তন = $\pi \times$ (কুয়ার ব্যাসার্ধ)^২ × কুয়ার গভীরতা

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ	
১০ মিলিলিটার (মি.লি)	= ১ সেন্টিলিটার (সে.লি.)
১০ সেন্টিলিটার	= ১ ডেসিলিটার (ডেসি লি.)
১০ ডেসিলিটার	= ১ লিটার (লি.)
১০ লিটার	= ১ ডেকালিটার (ডেকা লি.)
১০ ডেকালিটার	= ১ হেক্টোলিটার (হে.লি.)
১০ হেক্টোলিটার	= ১ কিলোলিটার (কি.লি.)

মেট্রিক একক সমূহতে যেকোনো একটি পরিমাপের একক জানা থাকলে অপরগুলো সহজে মনে রাখা যায়। দৈর্ঘ্যের এককসমূহ জানা থাকলে ভর ও তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের এককগুলো শুধু মিটারের স্থলে 'গ্রাম' বা 'কেজি' বা 'লিটার' বসালেই পাওয়া যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১০০ গ্যালনে কত লিটার?

(ক) ৪০০ লি. (খ) ৪২০ লি.

(গ) ৪৫০ লি. (ঘ) ৪৫৫ লি

সমাধান : আমরা জানি, ১ গ্যালন = ৪.৫৫ লিটার

∴ ১০০ গ্যালন = (৪.৫৫ × ১০০) = ৪৫৫ লিটার

উত্তর : (ঘ)

০২। যদি কাঁচ পানি অপেক্ষা ২.৫ গুণ বেশি ভারী হয় তবে ৪০ ঘন সেন্টিমিটার কাঁচের ওজন কত?

(ক) ১০০ গ্রাম (খ) ২৫০ গ্রাম

(গ) ৬০০ গ্রাম (ঘ) ১০০০ গ্রাম

সমাধান : যদি, কাঁচ পানি অপেক্ষা ২.৫ গুণ বেশি ভারী হয় তাহলে,

৪০ ঘন সেন্টিমিটার কাঁচের ওজন = (৪০ × ২.৫) বা

১০০ ঘন সেন্টিমিটার পানির ওজন

আবার, ১ ঘন সেন্টিমিটার পানির ওজন ১ গ্রাম

∴ ১০০ ঘন সেন্টিমিটার পানির ওজন = ১০০ গ্রাম

উত্তর : (ক)

০৩। একটি চৌবাচ্চার ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৪ মিটার (খ) ৬ মিটার

(গ) ৩ মিটার (ঘ) ১৪ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, ১০০০ লিটার = ১ ঘনমিটার।

∴ ১৯২০০ লিটার = $\frac{১৯২০০}{১০০০}$ = ১৯.২ ঘনমিটার।

এখন, আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × গভীরতা

$\Rightarrow$ দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{আয়তন}}{\text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}}$

$\Rightarrow$ দৈর্ঘ্য = $\frac{১৯.২}{২.৫৬ \times ২.৫}$ মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার।

উত্তর : (গ)

০৪। কোন কুয়ার গভীরতা 10 মিটার এবং ব্যাসার্ধ 1 মিটার হলে ঐ কুয়ার আয়তন কত?

(ক) 100π ঘনমিটার (খ) 10π ঘনমিটার

(গ) 1000 ঘনমিটার (ঘ) π^3 ঘনমিটার

সমাধান : দেয়া আছে, কুয়ার গভীরতা = 10 মিটার

এবং কুয়ার ব্যাসার্ধ = 1 মিটার

আমরা জানি,

কুয়ার আয়তন = $\pi \times$ (কুয়ার ব্যাসার্ধ)$^2 \times$ কুয়ার গভীরতা

= $\pi.1^2.10$ ঘনমিটার = 10π ঘনমিটার

উত্তর : (খ)

Type-04 : ক্ষেত্রফল পরিমাপের এককসমূহ

ক্ষেত্রফল পরিমাপের S.I. একক হল 'বর্গমিটার'

ক্ষেত্রফল পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ
১০০ বর্গসেন্টিমিটার = ১ বর্গডেসিমিটার
১০০ বর্গডেসিমিটার = ১ বর্গমিটার
১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র (বর্গডেকামিটার)
১০০ এয়র = ১ হেক্টর বা ১ বর্গহেক্টোমিটার
১০০ বর্গহেক্টোমিটার = ১ বর্গকিলোমিটার
১০০ শতক (ডেসিমেল) = ১ একর

ক্ষেত্রফল পরিমাপের ব্রিটিশ এককসমূহ	ক্ষেত্রফল পরিমাপের দেশীয় এককসমূহ
১৪৪ বর্গইঞ্চি = ১ বর্গফুট	১বর্গহাত = ১ গণ্ডা
৯ বর্গফুট = ১ বর্গগজ	২০ গণ্ডা = ১ ছটাক
৭২০ বর্গফুট = ১ কাঠা	১৬ ছটাক = ১ কাঠা
৪৮৪০ বর্গগজ = ১ একর	২০ কাঠা = ১ বিঘা

ক্ষেত্রফল পরিমাপে মেট্রিক ও ব্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক	
১ বর্গসেন্টিমিটার = ০.১৬ বর্গইঞ্চি (প্রায়)	১ বর্গফুট = ৯২৯ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)
১ বর্গইঞ্চি = ৬.৪৫ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)	১ বর্গগজ = ০.৮৪ বর্গমিটার (প্রায়)
	১ বর্গমাইল = ৬৪০ একর
	১ হেক্টর = ২.৪৭ একর (প্রায়)
	১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ এয়র = কত বর্গমিটার?

(ক) ৭২০ বর্গমিটার (খ) ১০০ বর্গমিটার

(গ) ১০০০ বর্গমিটার (ঘ) ৪৮৪০ বর্গমিটার

সমাধান: আমরা জানি, ১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র

উত্তর: (খ)

০২। একখণ্ড জমির দৈর্ঘ্য ৯০ ফুট এবং প্রস্থ ৮০ ফুট হলে, ঐ জমির ক্ষেত্রফল হবে?

(ক) ১ কাঠা (খ) ১০ কাঠা

(গ) ৭.২ কাঠা (ঘ) ৭২ কাঠা

সমাধান : দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য ৯০ ফুট এবং প্রস্থ ৮০ ফুট

∴ ক্ষেত্রফল = (৯০ × ৮০) বর্গফুট = ৭২০০ বর্গফুট

আমরা জানি, ৭২০ বর্গফুট = ১ কাঠা

∴ ৭২০০ বর্গফুট = ১০ কাঠা।

উত্তর : (খ)

০৩। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২৫ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ১ হেক্টর হলে, এর পরিসীমা কত মিটার?

(ক) ২৬৬ মিটার (খ) ২০৫ মিটার

(গ) ১৩৩ মিটার (ঘ) ৪১০ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, ১ হেক্টর = ১০,০০০ বর্গ মিটার

শর্তমতে, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ১০,০০০

⇒ ১২৫ × প্রস্থ = ১০,০০০

⇒ প্রস্থ = $\frac{১০০০০}{১২৫}$ = ৮০

তাহলে, পরিসীমা= ২(১২৫ + ৮০) = ৪১০ মিটার

উত্তর : (ঘ)

০৪। রকি সাহেবের ঢাকার সাভারে ১ বিঘা জমি রয়েছে। তিনি ১০ কাঠা জমি বিক্রি করলেন। তাঁর কাছে কত ছটাক জমি অবশিষ্ট রইলো?

(ক) ১৬০ ছটাক (খ) ১২০ ছটাক

(গ) ১০০ ছটাক (ঘ) ২০০ ছটাক

সমাধান : আমরা জানি, ১ বিঘা = ২০ কাঠা

১০ কাঠা বিক্রি করায় অবশিষ্ট জমি (২০ − ১০) = ১০ কাঠা

আবার, ১ কাঠা = ১৬ ছটাক

∴ ১০ কাঠা = (১৬ × ১০) = ১৬০ ছটাক।

উত্তর : (ক)

Type-05 : বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর এককসমূহ

একক	মান	বৈজ্ঞানিক প্রকাশ
বিলিয়ন	1,000,000,000	10^9
কোটি	1,00,00,000	10^7
মিলিয়ন	1,000,000	10^6
লক্ষ	100,000	10^5
হাজার	1,000	10^3

একক	সংকেত	বৈজ্ঞানিক প্রকাশ
মেগা	M	10^6
গিগা	G	10^9
টেরা	T	10^{12}
পেটা	P	10^{15}
এক্সা	E	10^{18}
একক	**সংকেত**	**বৈজ্ঞানিক প্রকাশ**
মাইক্রো	μ	10^{-6}
ন্যানো	n	10^{-9}
পিকো	p	10^{-12}
ফেমটো	f	10^{-15}
এটো	a	10^{-18}

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ বিলিয়নে কত মিলিয়ন?

(ক) ১০০০০ মিলিয়ন (খ) ১০০০ মিলিয়ন

(গ) ১০০ মিলিয়ন (ঘ) ১০ মিলিয়ন

সমাধান : আমরা জানি, ১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি = ১০০০০ লক্ষ

আবার, ১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ

∴ ১ বিলিয়ন = $\frac{১০০০০}{১০}$ = ১০০০ মিলিয়ন

উত্তর : (খ)

০২। এক কোটিতে কত মিলিয়ন হয়?

(ক) ১০ মিলিয়ন (খ) ১০০ মিলিয়ন

(গ) ১০০০ মিলিয়ন (ঘ) ০.১ মিলিয়ন

সমাধান : আমরা জানি, ১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ

আবার, ১ কোটি = ১০০ লক্ষ

∴ এক কোটি = $\frac{১০০}{১০}$ = ১০ মিলিয়ন

উত্তর : (ক)

০৩। ১ ন্যানো সেকেন্ড = কত সেকেন্ড?

(ক) $১০^৯$ সেকেন্ড (খ) $১০^{-৬}$ সেকেন্ড

(গ) $১০^{-৯}$ সেকেন্ড (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : আমরা জানি,

১ ন্যানো সেকেন্ড = $১০^{-৯}$ সেকেন্ড।

উত্তর : (গ)

০৪। ১ গিগাবাইট = কত পেটাবাইট?

(ক) $১০^৬$ পেটাবাইট (খ) $১০^{-৩}$ পেটাবাইট

(গ) $১০^{-৯}$ পেটাবাইট (ঘ) $১০^{-৬}$ পেটাবাইট

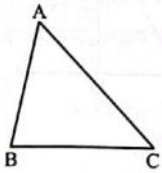
সমাধান : আমরা জানি,

১ গিগাবাইট = $\frac{১}{১০^৬}$ পেটাবাইট = $১০^{-৬}$ পেটাবাইট

উত্তর : (ঘ)

অধ্যায় ১৯.২ পরিমিতি-ত্রিভুজক্ষেত্র

তিনটি সরলরেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজক্ষেত্র বলা হয়।

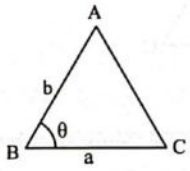


চিত্রে, AB, BC এবং CA রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ABC ক্ষেত্রটি একটি ত্রিভুজক্ষেত্র।

Type-01 : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা

- ভূমিঃ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর বিপরীত অনুভূমিক রেখাকে ভূমি বলে।
- উচ্চতাঃ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে এর ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকে ত্রিভুজটির উচ্চতা বলা হয়।
- পরিসীমাঃ ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টিকে পরিসীমা বলা হয়।পরিসীমার অর্ধেক হল অর্ধ-পরিসীমা।
- ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

যদি ত্রিভুজ এর যেকোনো দুই বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকে:



চিত্রে, BC = a একক, AB = b একক এবং $\angle ABC = \theta$

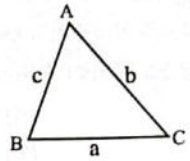
ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

$= \frac{১}{২} \times$ এক বাহু $\times$ অপর বাহু $\times \sin$ (প্রদত্ত বাহু দ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ)

$= \frac{১}{২} \times a \times b \times \sin\theta$ বর্গ একক

Case -1: ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয়

যদি ত্রিভুজ এর তিনটি বাহু দেওয়া থাকে:



চিত্রে, AB = c একক, BC = a একক এবং AC = b একক

অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{১ম\ বাহু + ২য়\ বাহু + ৩য়\ বাহু}{২} = \frac{a+b+c}{২}$

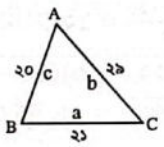
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২০ মি., ২১ মি. এবং ২৯ মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০০মি^{২} (খ) ২১০মি^{২}
(গ) ২৯০মি^{২} (ঘ) ৩০০মি^{২}

সমাধান :



এখানে, ABC ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য AB, c = ২০ মি., BC, a = ২১ মি. এবং AC, b = ২৯ মি. হলে,

অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{২} = \frac{২১+২৯+২০}{২} = ৩৫$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{৩৫(৩৫-২১)(৩৫-২৯)(৩৫-২০)}$

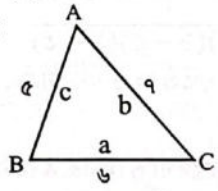
$= \sqrt{৩৫ \times ১৪ \times ৬ \times ১৫} = \sqrt{৪৪,১০০} = ২১০$ মি^{২}

উত্তর : (খ)

০২। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫, ৬ ও ৭ মিটার। নিকটতম বর্গমিটারের ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
[২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৬ বর্গমিটার (খ) ১৫ বর্গমিটার
(গ) ১৭ বর্গমিটার (ঘ) ১৪ বর্গমিটার

সমাধান :



এখানে, ABC ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য, AB(c) = ৫ মি., BC(a) = ৬ মি. এবং AC(b) = ৭ হলে,

অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{২} = \frac{৬+৭+৫}{২} = ৯$ মি.

ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{৯(৯-৬)(৯-৭)(৯-৫)}$

$= \sqrt{৯ \times ৩ \times ২ \times ৪} = \sqrt{২১৬} = ১৪.৬৯$ বর্গমিটার

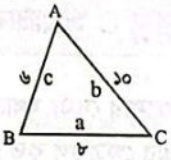
[এখানে, ১৪.৬৯ সংখ্যাটি ১৪ এর চেয়ে ১৫ এর কাছাকাছি, কারণ, .৬৯, ০ এর চেয়ে ১ এর কাছাকাছি।]

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬, ৮ ও ১০ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৪০ বর্গ সে.মি. (খ) ৩০ বর্গ সে.মি.
(গ) ২৪ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১২ বর্গ সে.মি.

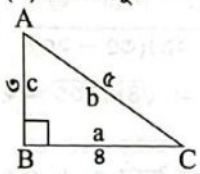
সমাধান :



এখানে, ABC ত্রিভুজে, AB, c = ৬ সে.মি., BC, a = ৮ সে.মি. এবং AC, b = ১০ সে.মি.
আমরা জানি,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
যেখানে, অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{৬+৮+১০}{২} = ১২$ সে.মি.
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{১২(১২-৮)(১২-১০)(১২-৬)}$
$= \sqrt{১২ \times ৪ \times ২ \times ৬} = \sqrt{৫৭৬} = ২৪$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (গ)

০২। একটি ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪, ৫ ও ৩ ফুট হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ১২ বর্গফুট (খ) ৬ বর্গফুট
(গ) ৩০ বর্গফুট (ঘ) ৪০ বর্গফুট

সমাধান :



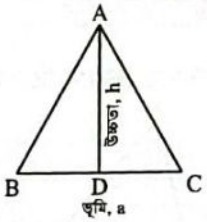
এখানে, ABC ত্রিভুজে, AB, c = ৩ সে.মি., BC, a = 8 সে.মি. এবং AC, b = ৫ সে.মি.
আমরা জানি,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
যেখানে, অর্ধ-পরিসীমা, $s = \frac{৩+৪+৫}{২} = ৬$ সে.মি.
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{৬(৬-8)(৬-৫)(৬-৩)}$
$= \sqrt{৬ \times ২ \times ১ \times ৩} = \sqrt{৩৬} = ৬$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (খ)

০৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 মিটার, 4 মিটার ও 20 মিটার হলে ত্রিভুজটি ক্ষেত্রফল-
(ক) 12 বর্গমিটার (খ) 24 বর্গমিটার
(গ) 10 বর্গমিটার (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।
এখানে, $6 + 4 < 20$ ।
সুতরাং উপর্যুক্ত তিনটি বাহু দ্বারা প্রকৃতপক্ষে কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।
অর্থাৎ ক্ষেত্রফলও থাকবে না।
উত্তর : (ঘ)

Case -2: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সাথে ভূমি ও উচ্চতার সম্পর্ক

যদি ত্রিভুজ এর ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকে:



চিত্রে, ভূমি, BC = a একক
উচ্চতা, AD = h একক
ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা
$= \frac{১}{২} \times a \times h$ বর্গ একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গ গজ। ত্রিভুজটির শীর্ষ বিন্দু হতে ভূমির ওপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য ১২ গজ হলে ভূমির দৈর্ঘ্য কত? [১৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০ গজ (খ) ১২ গজ
(গ) ১৪ গজ (ঘ) ৭ গজ

সমাধান :



এখানে,
ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৮৪ বর্গ গজ
এবং উচ্চতা = ১২ গজ
আমরা জানি,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা
$\Rightarrow ৮৪ = \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times ১২$
$\Rightarrow$ ভূমি $= \frac{৮৪ \times ২}{১২}$ গজ $= ১৪$ গজ
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ত্রিভুজাকৃতির জমির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক ২৪ বর্গ মিটার। জমিটির এক বাহুর শীর্ষ থেকে এর বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব ১০ মিটার। জমিটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ১০ মিটার (খ) ৯.২ মিটার
(গ) ৯.৬ মিটার (ঘ) ৯ মিটার

সমাধান : এখানে,
ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= ২৪ \times ২ = ৪৮$ মিটার
এবং উচ্চতা ১০ মিটার

আমরা জানি,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$\therefore ৪৮ = \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times ১০$

$\therefore$ ভূমি $= \frac{৪৮ \times ২}{১০} = ৯.৬$ মিটার

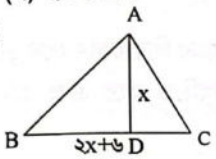
উত্তর : (গ)

০২। একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষা ৬ সে.মি. বেশি, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল ৮১০ বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

(ক) ২৭ সে.মি. (খ) ২৮ সে.মি.

(গ) ২৫ সে.মি. (ঘ) ২৪ সে.মি.

সমাধান :



এখানে, ABC ত্রিভুজের উচ্চতা, AD = x সে.মি.

$\therefore$ ভূমি, BC = ২x + ৬

$\therefore \frac{১}{২}(২x + ৬) \times x = ৮১০$

$\Rightarrow (x + ৩)x = ৮১০$

$\Rightarrow x^২ + ৩x - ৮১০ = ০$

$\Rightarrow x^২ + ৩০x - ২৭x - ৮১০ = ০$

$\Rightarrow x(x + ৩০) - ২৭(x + ৩০) = ০$

$\Rightarrow (x + ৩০)(x - ২৭) = ০$

$\therefore x = -৩০$ এবং $x = ২৭$ [x এর ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ উচ্চতা ২৭ সে.মি.

উত্তর : (ক)

০৩। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ভূমি ৭৫ মিটার এবং উচ্চতা ২০ মিটার। প্রতি বর্গমিটারে ২.০০ টাকা হিসেবে ঘাস লাগাতে কত খরচ হবে?

(ক) ১২৫০ টাকা (খ) ১৫০০ টাকা

(গ) ১৪০০ টাকা (ঘ) ১৬০০ টাকা

সমাধান : এখানে,

ABC ত্রিভুজের উচ্চতা, AD = ২০ এবং ভূমি, BC = ৭৫

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times ৭৫ \times ২০$ বর্গ মি.

$= ৭৫০$ বর্গ মিটার

$\therefore$ ঘাস লাগাতে খরচ হবে (৭৫০×২.০০) = ১৫০০ টাকা

উত্তর : (খ)

০৪। একটি ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ৮ ইঞ্চি ও ভূমির দৈর্ঘ্য ৬ ইঞ্চি হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৩২ বর্গ ইঞ্চি (খ) ২৪ বর্গ ইঞ্চি

(গ) ৩৪ বর্গ ইঞ্চি (ঘ) ৪৮ বর্গ ইঞ্চি

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৬ \times ৮ = ২৪$ বর্গ মিটার

উত্তর : (খ)

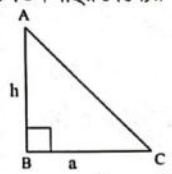
Type - 02 : বিশেষ বিশেষ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

সমকোণী ত্রিভুজ:

⇒ একটি কোণ সমকোণ (৯০°)

⇒ সমকোণের বিপরীত বাহু হলো অতিভুজ।

⇒ তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫, ৫ : ১২ : ১৩, ৮ : ১৫ : ১৭ ইত্যাদি



চিত্রে, ∠ABC = এক সমকোণ
অতিভুজ = AC
ভূমি, BC = a একক
লম্ব, AB = h একক

ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$\Rightarrow \frac{১}{২} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times a \times h$ বর্গ একক

Case - 1: সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা সংক্রান্ত সমস্যাবলি

এ ধরনের সমস্যায় সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকে।

- $\Delta = \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা, সূত্রের সাহায্যে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়।
- ত্রিভুজের পরিসীমা = ত্রিভুজের তিনটি বাহুর যোগফল

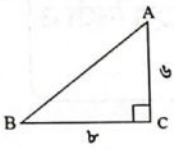
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাদে অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৮ মিটার ও ৬ মিটার। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ১৫ বর্গমিটার (খ) ২০ বর্গমিটার

(গ) ২৪ বর্গমিটার (ঘ) ৩০ বর্গমিটার

সমাধান :



এখানে,

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

লম্ব, AC = ৬ মি. এবং ভূমি, BC = ৮ মি.

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ লম্ব $= \frac{১}{২} \times ৮ \times ৬ = ২৪$ বর্গ.মি

উত্তর : (গ)

০২। একটি সমকোণী ত্রিভুজাকৃতির জমির ভূমি ও লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫ ও ৭ মিটার। জমিটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৩৫ বর্গ মিটার (খ) ২১.৫ বর্গ মিটার

(গ) ১৭.৫ বর্গ মিটার (ঘ) ২৫.৫ বর্গ মিটার

সমাধান : আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ লম্ব

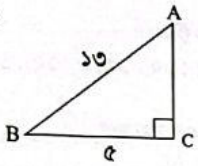
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৫ \times ৭ = ১৭.৫$ বর্গ মিটার

উত্তর : (গ)

০৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৫ মিটার ও অতিভুজ ১৩ মিটার হলে ত্রিভুজের পরিসীমা হবে-

(ক) ২৫ মিটার (খ) ৩৫ মিটার
(গ) ৩০ মিটার (ঘ) ৩৬ মিটার

সমাধান :



এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি, BC = ৫ মি.
এবং অতিভুজ, AB = ১৩ মি.

লম্ব $= \sqrt{১৩^২ - ৫^২} = \sqrt{১৬৯ - ২৫}$
$= \sqrt{১৪৪} = ১২$ মিটার

∴ ত্রিভুজটির পরিসীমা = ১৩ + ১২ + ৫ = ৩০ মিটার

উত্তর : (গ)

০৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৩ মিটার ও অতিভুজ ৫ মিটার হলে ত্রিভুজের পরিসীমা কত?

(ক) ১৫ মিটার (খ) ১২ মিটার
(গ) ১০ মিটার (ঘ) ৪ মিটার

সমাধান : এখানে,

সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৩ মি. এবং অতিভুজ ৫ মিটার

লম্ব $= \sqrt{৫^২ - ৩^২} = \sqrt{২৫ - ৯} = \sqrt{১৬} = ৪$ মিটার

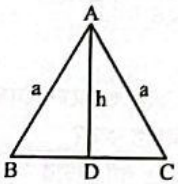
∴ ত্রিভুজটির পরিসীমা = ৫ + ৪ + ৩ = ১২ মিটার

উত্তর : (খ)

Case – 2: সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

সমবাহু ত্রিভুজ:

- প্রত্যেকটি বাহু পরস্পর সমান।
- প্রত্যেকটি কোণ পরস্পর সমান (৬০°)।
- মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান।



চিত্রে, AB = BC = AC = a একক
উচ্চতা, AD = h একক

ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^২$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪} a^২$ বর্গ একক

উচ্চতা, $h = \frac{\sqrt{৩}}{২} \times a$ একক

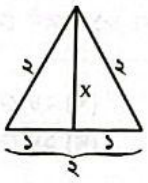
পরিসীমা = 3 × a একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে, x এর মান কোনটি? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\sqrt{২}$ (খ) $\sqrt{৩}$
(গ) ২ (ঘ) ৩

সমাধান:



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণ হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং অঙ্কিত লম্বই ত্রিভুজটির উচ্চতা।

তাহলে,

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$২^২ = x^২ + \left(\frac{২}{২}\right)^২ \Rightarrow ৪ = x^২ + ১^২$

$\Rightarrow x^২ = ৪ - ১ \quad \therefore x = \sqrt{৩}$

উত্তর: (খ)

বিকল্প: সূত্রানুসারে,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times (২)^২$ বর্গ একক

আবার, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি × উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times ২ \times x$ বর্গ একক

শর্তমতে, $\frac{১}{২} \times ২ \times x = \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times (২)^২$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times ৪ \quad \therefore x = \sqrt{৩}$

উত্তর: (খ)

০২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

[৩৮তম ও ১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ (খ) $\frac{2}{3}a^2$
(গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

সমাধান : আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

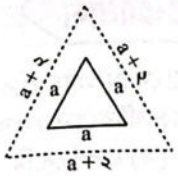
সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক।

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল ৩√৩ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১ মিটার (খ) ২ মিটার
(গ) ৩ মিটার (ঘ) ৪ মিটার

সমাধান :



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার হলে,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ মিটার

এখানে, সমবাহু ত্রিভুজের নতুন বাহুর দৈর্ঘ্য $= a + ২$ মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের নতুন ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+২)^২$

শর্তমতে, $\frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+২)^২ - \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২ = ৩\sqrt{৩}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a^২ + ৪a + ৪ - a^২) = ৩\sqrt{৩}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪}(৪a + ৪) = ৩\sqrt{৩}$

$\Rightarrow a + ১ = ৩ \quad \therefore a = ২$

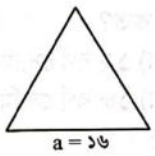
উত্তর : (খ)

০৪। একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু ১৬ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [১২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $৬৪\sqrt{৩}$ বর্গমিটার (খ) ১৯২ বর্গমিটার

(গ) ৬৪ বর্গমিটার (ঘ) $৩২\sqrt{৩}$ বর্গমিটার

সমাধান :



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = ১৬$ মি. হলে,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{৩}}{৪}(১৬)^২ = ৬৪\sqrt{৩}$ বর্গ মিটার

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল-

(ক) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ বর্গ একক (খ) $3\sqrt{3}$ একক

(গ) 9 বর্গ একক (ঘ) 3 একক

সমাধান : আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3})^2$ বর্গ একক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 3 = 3\sqrt{3}$ বর্গ একক

উত্তর : (খ)

০২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে.মি.। ত্রিভুজটির পরিসীমা কত?

(ক) ১০.৭ সে.মি. (খ) ২৫ সে.মি.

(গ) ৩২.১ সে.মি. (ঘ) ৩২ সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$ বর্গ একক।

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times a^2 = ৫০$

$\Rightarrow a^2 = \frac{৫০ \times ৪}{\sqrt{৩}} = \frac{২০০}{১.৭৩২} = ১১৫.৪৭ \therefore a = ১০.৭$ সে.মি.

সুতরাং সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= ৩ \times ১০.৭$ সে.মি.

$= ৩২.১$ সে.মি.

উত্তর : (গ)

০৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির জমির এক বাহুর দৈর্ঘ্য একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর সমান। জমিটির ক্ষেত্রফল $২৫\sqrt{৩}$ বর্গ মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ১০ বর্গ মিটার (খ) ১৫০ বর্গ মিটার

(গ) ১০০ বর্গ মিটার (ঘ) ২০ বর্গ মিটার

সমাধান : আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = ২৫\sqrt{৩}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{২৫\sqrt{৩} \times ৪}{\sqrt{৩}} = ১০০ \quad \therefore a = ১০$ মিটার

সমবাহু জমির এক বাহু = বর্গক্ষেত্রের এক বাহু = ১০ মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (১০)^২ = ১০০$ বর্গ মিটার

উত্তর : (গ)

০৪। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $\frac{৩\sqrt{৩}}{৪}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ১ মিটার (খ) ২ মিটার

(গ) ৩ মিটার (ঘ) ৪ মিটার

সমাধান : আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার হলে,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ মিটার

এখানে,

সমবাহু ত্রিভুজের নতুন বাহুর দৈর্ঘ্য $= a + ১$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের নতুন ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+১)^২$

শর্তমতে, $\frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+১)^২ - \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২ = \frac{৩\sqrt{৩}}{৪}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a^২ + ২a + ১ - a^২) = \frac{৩\sqrt{৩}}{৪}$

$\Rightarrow ২a + ১ = ৩ \quad \therefore a = ১$ মিটার

উত্তর : (ক)

০৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার। এর বাহুগুলো কত মিটার করে বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $৬\sqrt{৩}$ বর্গমিটার বাড়বে?

(ক) ১ মিটার (খ) ২ মিটার

(গ) ৩ মিটার (ঘ) $\sqrt{৩}$ মিটার

সমাধান : এখানে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = ৫$ মিটার

মনে করি, বাহু x মিটার বাড়ানো লাগবে।

তাহলে, দৈর্ঘ্য হবে $a + x$ মিটার

এবং ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+x)^২$ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{৩}}{৪}(a+x)^২ - \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২ = ৬\sqrt{৩}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{৩}}{৪}(a^২ + ২ax + x^২ - a^২) = ৬\sqrt{৩}$

$\Rightarrow ১০x + x^২ = ২৪ \Rightarrow x^২ + ১০x - ২৪ = ০$

$\Rightarrow x^২ + ১২x - ২x - ২৪ = ০$

$\Rightarrow x(x+১২) - ২(x+১২) = ০$

$\Rightarrow (x+১২)(x-২) = ০$

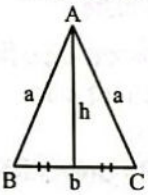
$\therefore x = ২$ [যেহেতু $x \neq -১২$]

উত্তর : (খ)

Case – 3 : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয়

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ:

- দুইটি বাহু পরস্পর সমান এবং অবশিষ্ট বাহুটি অসমান।
- এর শিরঃকোণের সমদ্বিখণ্ডক এর ভূমির লম্বদ্বিখণ্ডক।



চিত্রে, AB = AC = a একক
ভূমি, BC = b একক

ক্ষেত্রফল $= \frac{\text{ভূমি}}{৪} \times \sqrt{৪ \times (\text{সমান সমান বাহু})^২ - (\text{ভূমি})^২}$

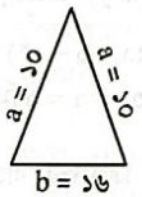
$\Rightarrow \frac{b}{৪} \times \sqrt{4a^২ - b^২}$ বর্গ একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ১৬ একক এবং অপর প্রত্যেক বাহুদ্বয় ১০ একক। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [২৩তম ও ২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪ (খ) ৩৬
(গ) ৪৮ (ঘ) ৫০

সমাধান :



এখানে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি, b = ১৬ একক এবং সমান সমান বাহু ১০ একক হলে,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{৪}\sqrt{8a^২ - b^২}$

$= \frac{১৬}{৪}\sqrt{৪ \times ১০^২ - ১৬^২} = ৪\sqrt{৪০০ - ২৫৬}$

$= ৪ \times \sqrt{১৪৪} = ৪৮$ বর্গ একক

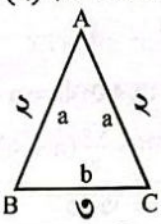
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 2 সে.মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 9 বর্গ সে.মি. (খ) 6 বর্গ সে.মি.
(গ) $\sqrt{8}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

সমাধান :



এখানে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি, b = ৩ একক এবং সমান সমান বাহু ২ একক হলে,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{৪}\sqrt{4a^২ - b^২}$

ক্ষেত্রফল $= \frac{২}{৪}\sqrt{4(3)^২ - 2^২}$

$= \frac{১}{২}\sqrt{৪ \times ৯ - ৪} = \frac{১}{২}\sqrt{৩৬ - ৪}$

$= \frac{১}{২}\sqrt{৩২} = \frac{১}{২} \times ৪\sqrt{২}$

$= ২\sqrt{২} = \sqrt{২}\sqrt{২}\sqrt{২} = \sqrt{৮}$

উত্তর : (গ)

০২। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ১৬ সে.মি. ও সমান সমান বাহু ৫ হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ২৪ বর্গ সে.মি. (খ) ১২ বর্গ সে.মি.
(গ) ১৬ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১৮ বর্গ সে.মি.

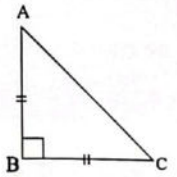
সমাধান : এখানে, সমান সমান বাহু, a = ৫
এবং অপর বাহু = b হলে,
পরিসীমা: a + a + b = ১৬
$\Rightarrow ৫ + ৫ + b = ১৬$
$\therefore b = ৬$
$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{৪}\sqrt{4a^২ - b^২}$
$= \frac{৬}{৪}\sqrt{৪.(৫)^২ - ৬^২}$
$= \frac{৬}{৪} \times ৮ = ১২$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (খ)

০৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু, অপর বাহুর অর্ধেক। ভূমি ৮ ইঞ্চি হলে, ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৮ বর্গ ইঞ্চি (খ) ৪ বর্গ ইঞ্চি
(গ) ২ বর্গ ইঞ্চি (ঘ) ০ বর্গ ইঞ্চি

সমাধান : এখানে, ভূমি ৮ ইঞ্চি হলে, সমান সমান বাহু $= \frac{৮}{২} = ৪$ ইঞ্চি
$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{৪}\sqrt{4a^২ - b^২}$
$= \frac{৮}{৪}\sqrt{৪.(৪)^২ - ৮^২}$
$= ২\sqrt{৪ \times ১৬ - ৬৪}$
$= ২ \times ০ = ০$ বর্গ ইঞ্চি
[এখানে, ৪ + ৪ = ৮, যা ত্রিভুজ গঠনের জন্য অবাস্তব, যেহেতু দুই বাহুর যোগফল অপর বাহুর সমান]
উত্তর : (ঘ)

Case -4 : সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত



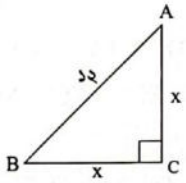
সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজঃ যে সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতীত অন্য বাহু দুটি সমান তাকে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলা হয়।
চিত্রে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের, লম্ব AB = ভূমি BC।
∴ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।

- এক্ষেত্রে যদি শুধু মাত্র অতিভুজের মান দেওয়া থাকে, তাহলে "(অতিভুজ)^২ = (লম্ব)^২ + (ভূমি)^২" সূত্রটি ব্যবহার করে বাকি দুটি বাহুর মান বের যায়। [$x^2 + x^2 =$ অতিভুজ^২]
- সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times$ সমান বাহু^{২} [$\Delta = \frac{1}{2} \times x^2$], সূত্রের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
[২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩৬ (খ) ৪৮
(গ) ৫৬ (ঘ) ৭২

সমাধান :

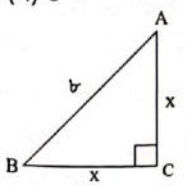


এখানে, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এ,
$x^২ + x^২ = ১২^২$ [x = সমান বাহুর দৈর্ঘ্য]
$\Rightarrow ২x^২ = ১৪৪ \therefore x^২ = ৭২$
∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times ৭২ = ৩৬$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 8 মিটার হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 4 (খ) 32
(গ) 8 (ঘ) 16

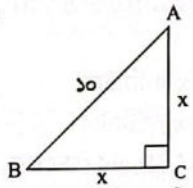
সমাধান :



মনে করি, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ এ সমকোণ সংলগ্ন প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে,
$\therefore x^2 + x^2 = 8^2 \Rightarrow 2x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 32$
∴ সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times x^2$
$= \frac{1}{2} \times 32 = 16$ বর্গ মিটার
উত্তর : (ঘ)

০২। একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহু ৮ সে.মি. হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ২৮ বর্গ সে.মি. (খ) ৩২ বর্গ সে.মি.
(গ) ৬৪ বর্গ সে.মি. (ঘ) ২০ বর্গ সে.মি.

সমাধান :



আমরা জানি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
= $\frac{১}{২} \times$ সমান বাহু^{২} [সমান বাহু (x) = ৮ সে.মি.]
∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times ৮^২ = ৩২$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (খ)

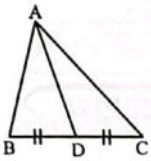
০৩। একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতীত বাহুদ্বয়ের যোগফল ১০ সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৯.৫০ বর্গ সে.মি. (খ) ১০.৫০ বর্গ সে.মি.
(গ) ১১.৫০ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১২.৫০ বর্গ সে.মি.

সমাধান : সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান সমান বাহু = $\frac{১০}{২} = ৫$ সে.মি.
আমরা জানি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
= $\frac{১}{২} \times$ সমান বাহু^{২}
∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times ৫^২ = ১২.৫০$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (ঘ)

Type - 03 : ত্রিভুজের মধ্যমা সংক্রান্ত সমস্যা

মধ্যমা: ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর মধ্য বিন্দু থেকে এর বিপরীত শীর্ষের সংযোজক রেখাকে মধ্যমা বলে।

- যেকোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ঐ ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



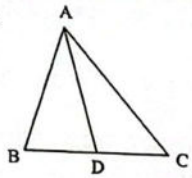
চিত্রে, AD = মধ্যমা
BD = CD
$\Delta ABD = \Delta ACD$
$\angle ADB + \angle ADC = ১৮০^\circ$

এখানে ABC ত্রিভুজে AD মধ্যমাটি ABC ত্রিভুজকে ΔABD ও ΔADC দুইটি সমান সমান ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। বিষমবাহু ΔABC-এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত ΔABD-এর ক্ষেত্রফল x বর্গমিটার। ΔABC-এর ক্ষেত্রফল কত?
[৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $x^২$ বর্গমিটার (খ) ২x বর্গমিটার
(গ) $\left(\frac{x}{২}\right)^২$ বর্গমিটার (ঘ) $\left(\frac{\sqrt{x}}{৩}\right)^৩$ বর্গমিটার

সমাধান :



আমরা জানি, যে কোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ঐ ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

তাই মধ্যমা AD, ΔABC কে ΔABD ও ΔACD এ সমান ভাগে ভাগ করে।

যেহেতু ΔABD এর ক্ষেত্রফল x বর্গমিটার

∴ ΔACD এর ক্ষেত্রফল হবে x বর্গমিটার।

∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔABD এর ক্ষেত্রফল + ΔACD এর ক্ষেত্রফল = x + x = ২x বর্গমিটার

উত্তর : (খ)

০২। ত্রিভুজ **ABC** এর **BE = FE = CF** । **AEC** এর ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গফুট হলে, ত্রিভুজ **ABC** এর ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭২ (খ) ৬০

(গ) ৪৮ (ঘ) ৬৪

সমাধান :



এখানে, BE = EF = CF এবং ΔAEC এর ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গ ফুট। ΔAEC এর AF মধ্যমা।

যেহেতু, ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore \Delta AEF = \Delta ACF = \frac{১}{২}\Delta AEC = \frac{১}{২} \times ৪৮ = ২৪$ বর্গ ফুট

আবার, ΔABF এর AE মধ্যমা।

∴ ΔABE = ΔAEF = ২৪ বর্গ ফুট।

এখন, ΔABC = ΔABE + ΔAEF + ΔACF

= ২৪ + ২৪ + ২৪ = ৭২ বর্গ ফুট

উত্তর : (ক)

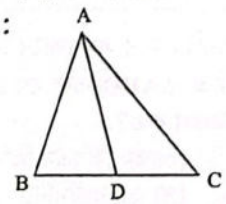
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **AD** মধ্যমা সহ গঠিত **ΔABC**-এর ক্ষেত্রফল **4** বর্গমিটার। **ΔABD**-এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 4 বর্গমিটার (খ) 2 বর্গমিটার

(গ) 1 বর্গমিটার (ঘ) 16 বর্গমিটার

সমাধান :



আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ঐ ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

তাই মধ্যমা AD, ΔABC কে ΔABD ও ΔACD এ সমান ভাগে ভাগ করে।

যেহেতু ΔABC এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গমিটার

$\therefore \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{4}{2} = 2$ বর্গমিটার

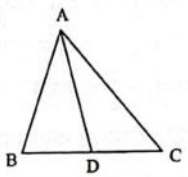
উত্তর : (খ)

০২। **ABC** ত্রিভুজে **AD** মধ্যমা। **ΔABD**-এর ক্ষেত্রফল ৪ বর্গ মিটার হলে, **ΔADC** এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৪ বর্গমিটার (খ) ২ বর্গমিটার

(গ) ১ বর্গমিটার (ঘ) ১৬ বর্গমিটার

সমাধান :



আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ঐ ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

তাই মধ্যমা AD, ΔABC কে ΔABD ও ΔACD এ সমান ভাগে ভাগ করে।

যেহেতু ΔABD এর ক্ষেত্রফল ৪ বর্গমিটার

∴ ΔADC এর ক্ষেত্রফল = ৪ বর্গমিটার

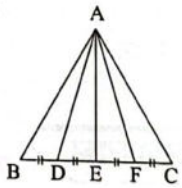
উত্তর : (ক)

০৩। ত্রিভুজ **ABC** এর **BD = DE = EF = CF**। **ABD** এর ক্ষেত্রফল ২ বর্গ সে.মি. হলে, ত্রিভুজ **ACF** এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৪ বর্গ সে.মি. (খ) ২ বর্গ সে.মি.

(গ) ৮ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১ বর্গ সে.মি.

সমাধান :



এখানে, BD = DE = EF = CF। এবং ΔABD এর ক্ষেত্রফল ২ বর্গ সে.মি.। ΔABE এর AD মধ্যমা।

যেহেতু, ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং ΔABD = ΔADE = ২ বর্গ সে.মি.

আবার, ΔACE এ CF মধ্যমা।

∴ ΔACF = ΔAEF

আবার, ΔADF এ AE মধ্যমা

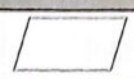
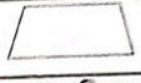
সুতরাং ΔAEF = ΔADE

∴ ΔACF = ২ বর্গ সে.মি.

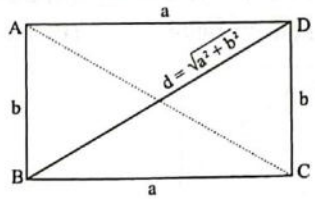
উত্তর : (খ)

অধ্যায় ১৯.৩ পরিমিতি-চতুর্ভুজ

চারটি সরলরেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে।

ক্ষেত্র	আয়তক্ষেত্র	বর্গ	সামান্তরিক	রম্বস	ট্রাপিজিয়াম
চিত্র					
বাহু	বিপরীত সমান ও সমান্তরাল	সব সমান ও বিপরীত সমান্তরাল	বিপরীত সমান ও সমান্তরাল	সব সমান ও বিপরীত সমান্তরাল	সমান নয় কিন্তু দুটি সমান্তরাল
কোণ	সব সমান (৯০°)	সব সমান (৯০°)	বিপরীত সমান ও কোনো কোণ সমকোণ (৯০°) নয়	বিপরীত সমান ও কোনো কোণ সমকোণ (৯০°) নয়	কোনটিই সমান নয়
কর্ণদ্বয়	সমান	সমান	অসমান	অসমান	অসমান
কর্ণের বৈশিষ্ট্য	সমদ্বিখণ্ডিত করে	সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে	সমদ্বিখণ্ডিত করে	সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে	সমদ্বিখণ্ডিত করে না
ক্ষেত্রফল	দৈর্ঘ্য × প্রস্থ	$(\text{দৈর্ঘ্য})^2$	(ভূমি × উচ্চতা)	$\frac{১}{২}$ × কর্ণদ্বয়ের গুণফল অথবা, ভূমি × উচ্চতা	$\frac{১}{২}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব
পরিসীমা	২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)	৪ × দৈর্ঘ্য	২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)	৪ × দৈর্ঘ্য	সব বাহুর যোগফল
কর্ণের দৈর্ঘ্য	$\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$	$\sqrt{২} \times$ দৈর্ঘ্য	-	-	-

Type - 01 : আয়তক্ষেত্র



চিত্রে, AD = BC = a; AB = CD = b; কর্ণ BD = কর্ণ AC

$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times a \times b$

$\therefore$ ABCD এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \frac{1}{2} ab = ab$

বৈশিষ্ট্য:

- বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।
- প্রত্যেকটি কোণ পরস্পর সমান ও সমকোণ (৯০°)।
- কর্ণদ্বয় সমান ও কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

যদি ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = a এবং প্রস্থ = b হয়,

ক্ষেত্রফল	দৈর্ঘ্য × প্রস্থ বা a × b বর্গ একক
পরিসীমা	২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) বা, ২(a + b) একক
কর্ণ	$\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ একক

Case - 1: আয়তক্ষেত্রের সাধারণ সমস্যাবলি

আয়তক্ষেত্রের বাহু, কোণ বা কর্ণ নির্ণয় সম্পর্কিত সমস্যাবলি এখানে আলোচনা করা হয়েছে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে সামান্তরিকটি হবে-

(ক) আয়তক্ষেত্র (খ) বর্গক্ষেত্র

(গ) রম্বস (ঘ) ট্রাপিজিয়াম

সমাধান : আমরা জানি, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, সামান্তরিক আয়তক্ষেত্র হবে।

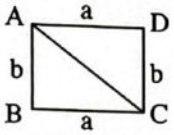
উত্তর : (ক)

০২। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 'a' একক এবং প্রস্থ 'b' একক হলে, কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $\sqrt{a + b}$ (খ) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(গ) $a^2 + b^2$ (ঘ) ab

সমাধান :



আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক ও প্রস্থ b একক হলে উহার কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে $\sqrt{a^2 + b^2}$ একক।

চিত্রে, ABCD আয়তক্ষেত্রে,

ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$AC^2 = BC^2 + AB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

$\Rightarrow AC^2 = a^2 + b^2$

$\therefore AC = \sqrt{a^2 + b^2}$

উত্তর : (খ)

০৩। একটি ৯০ মিটার বাই ৫০ মিটার আয়তাকার ক্ষেত্রের চারদিকে তারের বেড়া দিয়ে ঘেরাও করা। যদি তারের বেড়ার খুঁটি ৫ মিটার পর পর হয়, তবে কতগুলো খুঁটি লাগবে?

(ক) ৫৫ টি (খ) ৫৬ টি

(গ) ৫৭ টি (ঘ) ৫৮ টি

সমাধান : এখানে,

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৯০ মিটার ও প্রস্থ ৫০ মিটার।

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা,

= ২(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = ২(৯০ + ৫০) মিটার = ২৮০ মিটার

যেহেতু, খুঁটি ৫ মিটার পর পর,

সুতরাং খুঁটি লাগবে $= \frac{২৮০}{৫} = ৫৬$ টি

উত্তর : (খ)

০৪। একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ১০০ মিটার ও ৮০ মিটার। জমিটির চারপাশে দেয়াল দেওয়া হলো, দেয়ালটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৩২০ মিটার (খ) ১৮০ মিটার

(গ) ৩৬০ মিটার (ঘ) ৪০০ মিটার

সমাধান : আমরা জানি,

আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= ২ × (১০০ + ৮০) = ২ × ১৮০ = ৩৬০ মিটার

উত্তর : (গ)

০৫। একটি আয়তাকার জমির প্রস্থ ৫০ মিটার। জমির চারপাশে ২৪০ মিটার তারের বেড়া আছে। জমিটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৬০ মিটার (খ) ৫০ মিটার

(গ) ৭৫ মিটার (ঘ) ৭০ মিটার

সমাধান : আমরা জানি,

আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$\Rightarrow$ ২৪০ = ২ × (দৈর্ঘ্য + ৫০)

$\Rightarrow$ দৈর্ঘ্য + ৫০ = ১২০

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = ১২০ − ৫০ = ৭০

উত্তর : (ঘ)

Case – 2: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা

- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

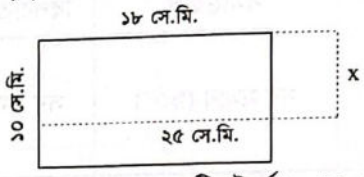
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৮ সে.মি. এবং প্রস্থ ১০ সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে ২৫ সে.মি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে? [৩৯ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]

(ক) ৭.২ সে.মি. (খ) ৭.৩ সে.মি.

(গ) ৭ সে.মি. (ঘ) ৭.১ সে.মি.

সমাধান :



এখানে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ১৮ সে.মি.

এবং প্রস্থ = ১০ সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = ১৮ × ১০ = ১৮০ বর্গ সে.মি.

আবার, নতুন দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি.

মনে করি, প্রস্থ x সে.মি.।

$\therefore ২৫ \times x = ১৮০ \Rightarrow x = \frac{১৮০}{২৫}$

$\therefore x = ৭.২$ সে.মি.।

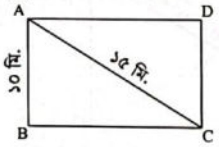
উত্তর : (ক)

০২। একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ১৫ মি. এবং প্রস্থ ১০ মি. হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $৩৫\sqrt{৫}$ বর্গ মিটার (খ) $৪০\sqrt{৫}$ বর্গ মিটার

(গ) $৪৫\sqrt{৫}$ বর্গ মিটার (ঘ) $৫০\sqrt{৫}$ বর্গ মিটার

সমাধান :



এখানে,

ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ১৫ মিটার ও প্রস্থ ১০ মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$\Rightarrow ১৫ = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (১০)^2}$

$\Rightarrow ১৫^2 = \text{দৈর্ঘ্য}^2 + ১০^2$

$\Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য}^2 = ১৫^2 - ১০^2$

$\Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য} = \sqrt{২২৫ - ১০০}$

$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = \sqrt{১২৫} = ৫\sqrt{৫}$

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= AB × BC = $১০ \times ৫\sqrt{৫}$

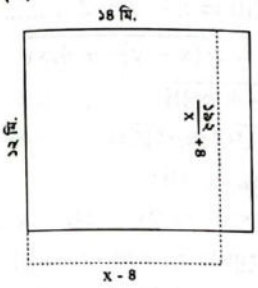
= $৫০ \times \sqrt{৫}$ বর্গ মিটার

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গমিটার। এর দৈর্ঘ্য ৪ মিটার কমালে এবং প্রস্থ ৪ মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আয়তাকার কক্ষের সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল কত হবে?
[৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২২৫ বর্গমিটার (খ) ১৪৪ বর্গমিটার
(গ) ১৬৯ বর্গমিটার (ঘ) ১৯৬ বর্গমিটার

সমাধান :

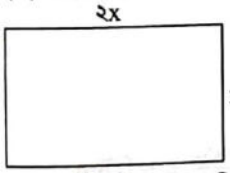


এখানে, আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গমিটার
মনে করি, দৈর্ঘ্য = x ∴ প্রস্থ = $\frac{১৯২}{x}$
দৈর্ঘ্য ৪ মিটার কমালে হয় x – ৪ মিটার
এবং প্রস্থ ৪ মিটার বাড়ালে হয় $\frac{১৯২}{x} + ৪$ মিটার
আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
প্রশ্নমতে, $(x - ৪)\left(\frac{১৯২}{x} + ৪\right) = ১৯২$
বা, $(x - ৪)(১৯২ + ৪x) = ১৯২x$
বা, $১৯২x + ৪x^২ - ৭৬৮ - ১৬x = ১৯২x$
বা, $৪x^২ - ১৬x - ৭৬৮ = ০$
বা, $x^২ - ৪x - ১৯২ = ০$
বা, $x^২ - ১৬x + ১২x - ১৯২ = ০$
বা, $(x - ১৬)(x + ১২) = ০$
∴ x = ১৬ মিটার
প্রস্থ = $\frac{১৯২}{১৬} = ১২$ মিটার
∴ পরিসীমা = ২ (১৬ + ১২) = ৫৬ মিটার
বর্গের এক বাহু = $\frac{৫৬}{৪} = ১৪$ মিটার
∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(১৪)^২ = ১৯৬$ বর্গমিটার
উত্তর : (ঘ)

০৪। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২৫০ বর্গমিটার হলে দৈর্ঘ্য কত?
[৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩০ মিটার (খ) ৪০ মিটার
(গ) ৫০ মিটার (ঘ) ৬০ মিটার

সমাধান :



মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার
এবং দৈর্ঘ্য = 2x মিটার
∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $২x^২$ বর্গমিটার
প্রশ্নমতে, $২x^২ = ১২৫০ \Rightarrow x^২ = ৬২৫$
∴ x = ২৫
∴ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ২ × ২৫ মিটার = ৫০ মিটার
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ২০ মিটার ও প্রস্থ ১০ মিটার হলে ঐ বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) ৩০ বর্গ মিটার (খ) ২ বর্গ মিটার
(গ) ৩০০ বর্গ মিটার (ঘ) ২০০ বর্গ মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ২০ মিটার ও প্রস্থ ১০ মি.
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= ২০ মি. × ১০ মি. = ২০০ বর্গ মিটার
উত্তর : (ঘ)

০২। একটি আয়তাকার জমির কর্ণ ৫০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ১০০০ বর্গ মিটার (খ) ১৫০০ বর্গ মিটার
(গ) ১২০০ বর্গ মিটার (ঘ) ১১০০ বর্গ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, আয়তাকার কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^২ + (\text{প্রস্থ})^২}$
$\Rightarrow ৫০^২ = \text{দৈর্ঘ্য}^২ + ৩০^২$
$\Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য}^২ = ৫০^২ - ৩০^২$
$\Rightarrow$ দৈর্ঘ্য = $\sqrt{১৬০০}$
∴ দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার।
∴ ক্ষেত্রফল = ৪০ × ৩০ = ১২০০ বর্গ মিটার
উত্তর : (গ)

০৩। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে নতুন ক্ষেত্রফল মূল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের-

(ক) দ্বিগুণ হবে (খ) চারগুণ হবে
(গ) ছয়গুণ হবে (ঘ) দশগুণ হবে

সমাধান : মনে করি, দৈর্ঘ্য = x; প্রস্থ = y
∴ মূল ক্ষেত্রফল = xy
বর্ধিত দৈর্ঘ্য = 2x; বর্ধিত প্রস্থ = 2y
∴ বর্ধিত ক্ষেত্রফল = 4xy = 4 × মূল ক্ষেত্রফল।
উত্তর : (খ)

০৪। একটি আয়তাকার জমির এক কোণ থেকে অন্য কোণের আড়াআড়ি দূরত্ব ৩০ মিটার এবং এক পাশের দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার হলে জমিটির ক্ষেত্রফল–

(ক) ৪২৩ বর্গ মিটার (খ) ৪৩২ বর্গ মিটার
(গ) ৪৩০ বর্গ মিটার (ঘ) ৪৪০ বর্গ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, $\text{কর্ণ}^২ = \text{দৈর্ঘ্য}^২ + \text{প্রস্থ}^২$
$\Rightarrow ৩০^২ = ২৪^২ + \text{প্রস্থ}^২$
$\Rightarrow \text{প্রস্থ}^২ = ৩০^২ - ২৪^২$
$\Rightarrow$ প্রস্থ = $\sqrt{৩২৪} = ১৮$ মিটার
∴ ক্ষেত্রফল = ২৪ × ১৮ বর্গ মিটার = ৪৩২ বর্গ মিটার
উত্তর : (খ)

০৪। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৮ মিটার। এর কর্ণ দৈর্ঘ্যের $\frac{৫}{৪}$ গুণ হলে, ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ২৪২ বর্গ মিটার (খ) ২৪৩ বর্গ মিটার
(গ) ২৪১ বর্গ মিটার (ঘ) ২৪০ বর্গ মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ১৮ মিটার হলে,
কর্ণ $= ১৮ \times \frac{৫}{৪} = ২২.৫$ মিটার
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রটির কর্ণ^২ = দৈর্ঘ্য^২ + প্রস্থ^২
$\Rightarrow (২২.৫)^২ = ১৮^২ + \text{প্রস্থ}^২$
$\Rightarrow$ প্রস্থ $= \sqrt{৫০৬.২৫ - ৩২৪}$
$\therefore$ প্রস্থ $= \sqrt{১৮২.২৫} = ১৩.৫$ বর্গ মিটার
সুতরাং ক্ষেত্রফল $= ১৮ \times ১৩.৫ = ২৪৩$ বর্গ মিটার
উত্তর : (খ)

০৫। একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের তিনগুণ। এর অর্ধেক জুড়ে একটি খেলার মাঠ আছে যার ক্ষেত্রফল ৩৬৩ বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ১৮.৫০ মিটার (খ) ১৩.৬১ মিটার
(গ) ১৭.১২ মিটার (ঘ) ১৫.৫৬ মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ।
মনে করি, প্রস্থ x মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য ৩x মিটার
আমরা জানি, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল
$\Rightarrow ৩x^২ = ২ \times ৩৬৩$
$\Rightarrow x^২ = \frac{২ \times ৩৬৩}{৩}$
$\Rightarrow x^২ = ২৪২$
$\Rightarrow x = ১৫.৫৬$ মিটার
উত্তর : (ঘ)

০৬। একজন কৃষকের দুইটি আয়তাকার জমি আছে। বড় জমিটি ছোট জমির দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ ও প্রস্থের চারগুণ। ছোট জমির ক্ষেত্রফল k হলে, বড় জমি ও ছোট জমির ক্ষেত্রফলের পার্থক্য কত?
(ক) 2k (খ) ৫k
(গ) ৬k (ঘ) ৭k

সমাধান : মনে করি, ছোট জমির দৈর্ঘ্য = x
$\therefore$ বড় জমির দৈর্ঘ্য = 2x
আবার, ছোট জমির প্রস্থ = y
$\therefore$ বড় জমির প্রস্থ = 8y
$\therefore$ ছোট জমির ক্ষেত্রফল = xy = k
এবং বড় জমির ক্ষেত্রফল $= ২x.8y = ৮xy = ৮k$
[$\because xy = k$]
বড় জমির ক্ষেত্রফল এবং ছোট জমির ক্ষেত্রফলের পার্থক্য
$= ৮k - k = ৭k$
উত্তর : (ঘ)

০৭। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মিটার; দৈর্ঘ্য 1 মি. কমালে এবং প্রস্থ 1 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল 49 বর্গ মিটার হয়। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার হবে?
(ক) 12, 4 (খ) 8, 6
(গ) 16, 3 (ঘ) 2, 24

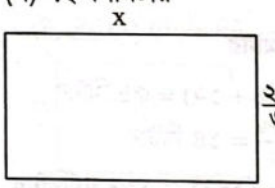
সমাধান : এখানে,আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মিটার
মনে করি, দৈর্ঘ্য = x এবং প্রস্থ = y
দৈর্ঘ্য 1 মিটার কমালে হয় $x - 1$
এবং প্রস্থ 1 মিটার বাড়ালে হয় $y + 1$
আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
প্রশ্নমতে, $(x - 1)(y + 1) = 49$
$\Rightarrow xy + x - y - 1 = 49$
$\Rightarrow 48 + x - y = 50 \Rightarrow x - y = 2$ ..... (i)
আমরা জানি, $x + y = \sqrt{(x - y)^2 + 4.xy}$
$\Rightarrow x + y = \sqrt{2^2 + 4 \times 48}$
$\Rightarrow x + y = \sqrt{4 + 192} = \sqrt{196}$
$\therefore x + y = 14$ ..... (ii)
(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $\Rightarrow 2x = 16 \therefore x = 8$
আবার, (i) ও (ii) বিয়োগ করে পাই, $2y = 12$
$\therefore y = 6$
$\therefore$ দৈর্ঘ্য = 8 এবং প্রস্থ = 6 মিটার
উত্তর : (খ)

Case – 3 : আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা সংক্রান্ত

- আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ। ঘরটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত?
[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬০ বর্গমিটার (খ) ৯৬ বর্গমিটার
(গ) ৭২ বর্গমিটার (ঘ) ৬৪ বর্গমিটার

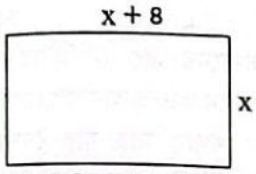
সমাধান :


এখানে, আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা ৪০ মিটার
এবং প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ
মনে করি, দৈর্ঘ্য = x মি.
$\therefore$ প্রস্থ $= \frac{২x}{৩}$ মি.
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
$\therefore ২\left(x + \frac{২x}{৩}\right) = ৪০$
$\Rightarrow \frac{৩x + ২x}{৩} = ২০$
$\Rightarrow ৫x = ৬০$
$\Rightarrow x = ১২$
$\therefore$ দৈর্ঘ্য = ১২, প্রস্থ $= \frac{২ \times ১২}{৩} = ৮$ মিটার
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= ৮ \times ১২ = ৯৬$ বর্গমিটার
উত্তর : (খ)

০২। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা ৩২ মিটার হলে ঘরটির দৈর্ঘ্য কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬ মিটার (খ) ১০ মিটার
(গ) ১৮ মিটার (ঘ) ১২ মিটার

সমাধান :

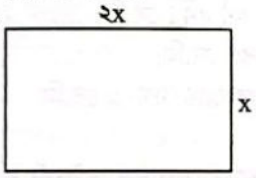


মনে করি, আয়তাকার ঘরটির প্রস্থ x মিটার
∴ দৈর্ঘ্য = (x + 8) মিটার
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
∴ পরিসীমা = ২ (x + x + 8)= 8x + ৮ মিটার
∴ 8x + ৮ = ৩২
⇒ 8x = ২৪ ∴ x = ৬
∴ দৈর্ঘ্য = ৬ + ৪ = ১০ মিটার।
উত্তর : (খ)

০৩। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ।এর ক্ষেত্রফল ৫১২ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯৮ মিটার (খ) ৯৬ মিটার
(গ) ৯৪ মিটার (ঘ) ৯২ মিটার

সমাধান :

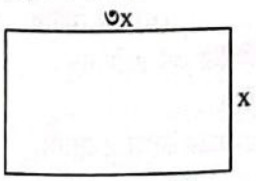


মনে করি, আয়তাকার ঘরটির প্রস্থ x হলে, দৈর্ঘ্য ২x
আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
এবং পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
∴ ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
⇒ x × ২x = ৫১২
⇒ ২$x^২$ = ৫১২
⇒ $x^২$ = ২৫৬ ∴ x = ১৬
∴ পরিসীমা = ২(১৬ + ৩২) = ৯৬ মিটার
উত্তর : (খ)

০৪। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে তার পরিসীমা কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭০ মিটার (খ) ৭৫ মিটার
(গ) ৮০ মিটার (ঘ) ৯০ মিটার

সমাধান :

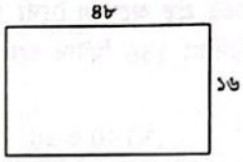


মনে করি, প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য ৩x মিটার
আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ)
এবং পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
∴ ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = x × ৩x = ৩$x^২$
⇒ ৩$x^২$ = ৩০০ বা, x = ১০
অর্থাৎ প্রস্থ ১০ মিটার হলে দৈর্ঘ্য = ৩ × ১০ = ৩০ মিটার
∴ পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২ × (৩০ + ১০)
= ২ × ৪০ মি. = ৮০ মিটার।
উত্তর : (গ)

০৫। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ। দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? [১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১২৮ মিটার (খ) ১৪৪ মিটার
(গ) ৬৪ মিটার (ঘ) ৯৬ মিটার

সমাধান :



এখানে, আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ
∴ বিস্তার বা প্রস্থ = $\frac{৪৮}{৩}$ = ১৬ মিটার
∴ পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
= ২ (৪৮ + ১৬) মিটার = ১২৮ মিটার
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল 216 বর্গমিটার হলে, তার পরিসীমা কত?

(ক) 30 মিটার (খ) 60 মিটার
(গ) 40 মিটার (ঘ) 50 মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ।
মনে করি, প্রস্থ x মিটার
∴ দৈর্ঘ্য = $\left(x \times 1\frac{1}{2}\right) = \frac{3x}{2}$ মিটার
আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
এবং পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
প্রশ্নমতে, $x \times \frac{3x}{2} = 216$
$\Rightarrow x^2 = 216 \times \frac{2}{3}$
$\Rightarrow x = \sqrt{144}$
$\therefore x = 12$
∴ দৈর্ঘ্য = $\frac{3 \times 12}{2} = 18$ মিটার
আবার, পরিসীমা = 2(12 + 18) = 60 মিটার
উত্তর : (খ)

০২। যথাক্রমে x এবং y একক দৈর্ঘ্য ও প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 96 একক। যদি আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ হয়, তবে কোনটি সঠিক?

(ক) $x + y = 24$ (খ) $x + y = 48$

(গ) $x + y = 12$ (ঘ) $4x + 2y = 96$

সমাধান : এখানে, আয়তাকার ঘরটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

আমরা জানি, পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$\therefore$ পরিসীমা $= 2(x + y) = 96 \Rightarrow x + y = 48$

$\Rightarrow 2y + y = 48$ [দৈর্ঘ্য, প্রস্থের দ্বিগুণ $(x = 2y)$ হলে]

$\Rightarrow 3y = 48 \therefore y = 16$

এবং $x = (2 \times 16) = 32$

$\therefore x + y = 48$

উত্তর : (খ)

০৩। আয়তাকার একটি ক্ষেত্রের প্রস্থ অপেক্ষা দৈর্ঘ্য 12 মিটার বড় এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা 136 মিটার হলে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত?

(ক) 40 ও 52 (খ) 40 ও 28

(গ) 42 ও 32 (ঘ) 38 ও 36

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ অপেক্ষা দৈর্ঘ্য ১২ মিটার বড়

মনে করি, প্রস্থ x মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য = $(x + 12)$ মিটার

আমরা জানি, পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

প্রশ্নমতে, $2(x + 12 + x) = 136$ মি.

$\Rightarrow 2x + 12 = 68 \Rightarrow 2x = 56 \therefore x = 28$

$\therefore$ প্রস্থ 28 মি. এবং দৈর্ঘ্য $(28 + 12) = 40$ মি.

উত্তর : (খ)

০৪। একটি আয়তক্ষত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5 : 1 । যদি আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা 60 সে.মি. হয়, তাহলে দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 16 cm (খ) 25 cm

(গ) 20 cm (ঘ) 22 cm

সমাধান : মনে করি,প্রস্থ = x তাহলে, দৈর্ঘ্য = 5x

আমরা জানি, আয়তক্ষেতের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$\therefore 2(5x + x) = 60 \Rightarrow 12x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{12} = 5$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য $= 5 \times 5 = 25$ cm

উত্তর : (খ)

০৫। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 4 মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা 32 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 6 বর্গ মিটার (খ) 60 বর্গ মিটার

(গ) 10 বর্গ মিটার (ঘ) 64 বর্গ মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তাকার ঘরটির প্রস্থ অপেক্ষা দৈর্ঘ্য 8 মিটার বড় এবং পরিসীমা ৩২ মিটার

মনে করি, প্রস্থ x মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য = $(x + 4)$ মিটার

আমরা জানি, পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$\therefore$ পরিসীমা $= 2(x + x + 4) = 2(2x + 4)$

$= (4x + 8)$ মিটার

প্রশ্নমতে, $4x + 8 = 32$ বা, $4x = 32 - 8$

বা, $4x = 24$ বা, $x = \frac{24}{4} \therefore x = 6$

তাহলে, প্রস্থ = 6 মিটার

এবং দৈর্ঘ্য $= 6 + 4 = 10$ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল $= 10 \times 6 = 60$ বর্গমিটার

উত্তর : (খ)

০৬। একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থ 6 মিটার হলে এর পরিসীমা কত হবে, যেখানে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল আরেকটি আয়তাকার খেলার মাঠ যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 16 মিটার ও 12 মিটার এর ক্ষেত্রফলের সমান?

(ক) 60 মিটার (খ) 76 মিটার

(গ) 192 মিটার (ঘ) None of these

সমাধান : মনে করি, বাগানটির দৈর্ঘ্য x মিটার

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $6 \times x = 16 \times 12$

$\Rightarrow x = \frac{16 \times 12}{6}$

$\therefore x = 32$

$\therefore$ বাগানটির পরিসীমা $= 2(32 + 6)$ মিটার $= 76$ মিটার

উত্তর : (খ)

০৭। একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{41}$ সে.মি. এবং এর ক্ষেত্রফল 20 বর্গ সে.মি. হলে এর পরিসীমা কত?

(ক) 16 সে.মি. (খ) 17 সে.মি.

(গ) 20 সে.মি. (ঘ) 18 সে.মি.

সমাধান : এখানে, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{41}$ সে.মি.

এবং এর ক্ষেত্রফল 20 বর্গ সে.মি.

মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x সে.মি.

এবং প্রস্থ y সে.মি.

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

এবং কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{41}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 41$

এবং $xy = 20$

আবার, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$\Rightarrow (x + y)^2 = 41 + (2 \times 20) = 81$

$\Rightarrow (x + y) = \sqrt{81}$

$\Rightarrow x + y = 9$

$\therefore$ ক্ষেত্রটির পরিসীমা $= 2(x + y) = 2 \times 9 = 18$ সে.মি.

উত্তর : (ঘ)

০৮। একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ১০ বর্গ মিটার। এর কর্ণের দৈর্ঘ্য 8 মিটার হলে পরিসীমা কত?

(ক) ১০ মিটার (খ) ১৪ মিটার

(গ) ১২ মিটার (ঘ) ১৫ মিটার

সমাধান : এখানে, আয়তাকার জমিটির কর্ণ 8 মিটার ও ক্ষেত্রফল ১০ বর্গ মিটার

মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x সে.মি.

এবং প্রস্থ y সে.মি.

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

এবং কর্ণ $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = 8$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = ১৬$ এবং $xy = ১০$

আবার, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$\Rightarrow (x + y)^2 = ১৬ + (২ \times ১০) = ১৬ + ২০ = ৩৬$

$\Rightarrow (x + y) = \sqrt{৩৬} = ৬$

$\Rightarrow x + y = ৬$

∴ জমিটির পরিসীমা $= 2(x + y) = ২ \times ৬ = ১২$ মিটার

উত্তর : (গ)

Case – 4 : আয়তক্ষেত্রের চারদিকে রাস্তা/ পাড় সংক্রান্ত সমস্যা

এ সকল সমস্যায়, রাস্তা/পাড় সহ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য
= (দৈর্ঘ্য + ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)
রাস্তা/পাড় সহ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ
= (প্রস্থ + ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)
∴ রাস্তা/পাড় সহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = {(দৈর্ঘ্য + ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার) × (প্রস্থ + ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)}
অথবা, রাস্তা/পাড় ছাড়া আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = (দৈর্ঘ্য − ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)
রাস্তা/পাড় ছাড়া আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = (প্রস্থ − ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)
∴ রাস্তা/পাড় সহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = {(দৈর্ঘ্য − ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার) × (প্রস্থ − ২ × রাস্তা/পাড় এর বিস্তার)}
এরপর, শুধু আয়তক্ষেত্রের সাথে রাস্তা/পাড় সহ/ছাড়া আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তুলনা করে সমস্যা সমাধান করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার, প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তা সহ বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) ১৫৪৬ (খ) ১২০০
(গ) ৬০০ (ঘ) ১৪৯৬

সমাধান : এখানে, বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪০ মি. এবং প্রস্থ = ৩০ মি.
রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = (৪০ + ২ × ২) = ৪৪ মিটার
রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = (৩০ + ২ × ২) = ৩৪ মিটার
∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (৪৪ × ৩৪) = ১৪৯৬ বর্গ মি.
উত্তর : (ঘ)

০২। পাড়সহ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৭০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৯৭২ বর্গমিটার (খ) ৯৬৬ বর্গমিটার
(গ) ৯৭০ বর্গমিটার (ঘ) ৯৭৬ বর্গমিটার

সমাধান : এখানে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৭০ মি. এবং প্রস্থ = ৬০ মি.
পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৭০ × ৬০)= ৪২০০ বর্গ মি.
পাড় ছাড়া পুকুরের দৈর্ঘ্য = (৭০ − ২ × ৪) = ৬২ মি.
পাড় ছাড়া পুকুরের প্রস্থ = (৬০ − ২ × ৪) = ৫২ মিটার
∴ পাড় ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল = (৬২ × ৫২) বর্গ মি.
= ৩২২৪ বর্গ মি.
∴ পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৪২০০− ৩২২৪) বর্গ মি.
= ৯৭৬ বর্গ মি.
উত্তর : (ঘ)

০৩। কোনো বাগানের দৈর্ঘ্য ১০০ মিটার, প্রস্থ ৬০ মিটার। বাগানের চারদিকে ২ মিটার চওড়া হাঁটার রাস্তা আছে। হাঁটার রাস্তা ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) ৫৬৮৪ (খ) ৬০০০
(গ) ৫৩৭৬ (ঘ) ৫১২৩

সমাধান : এখানে, বাগানের দৈর্ঘ্য ১০০ মিটার, প্রস্থ ৬০ মিটার এবং এর চারদিকে ২ মিটার চওড়া হাঁটার রাস্তা আছে।
রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল
= {১০০ − (২ × ২)} × {৬০ − (২ × ২)}
= (৯৬ × ৫৬) বর্গ মি. = ৫৩৭৬ বর্গ মি.
উত্তর : (গ)

০৪। একটি ছবি একটি পৃষ্ঠায় অনুকৃত করা হলো। যার মাত্রা 8.5×10 ইঞ্চি। যদি চারদিকে 1.5 ইঞ্চি বাদ যায়। তাহলে ছবির ক্ষেত্রফল কত বর্গইঞ্চি হবে?

(ক) 76 (খ) 65
(গ) 38.5 (ঘ) 59.5

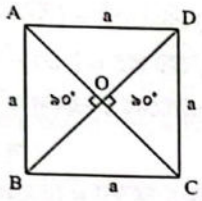
সমাধান : এখানে, চারদিকে ১.৫ ইঞ্চি বাদ যাওয়ায়,
ছবিটি দ্বারা আবৃত ক্ষেত্রফল =
$= \{(10 - 2 \times 1.5)(8.5 - 2 \times 1.5)\}$ বর্গ ইঞ্চি
$= (7 \times 5.5) = 38.5$ বর্গ ইঞ্চি
উত্তর : (গ)

০৫। ৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৭০ ফুট প্রস্থ একটি বাগানের বাহিরের চতুর্দিকে ৫ ফুট প্রস্থ একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট?

(ক) ১৬০০ (খ) ১৫০০
(গ) ১৪০০ (ঘ) ১৩০০

সমাধান : এখানে, বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ ফুট, প্রস্থ ৭০ ফুট এবং এর চারদিকে ৫ ফুট চওড়া রাস্তা আছে।
বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০ × ৭০) = ৫৬০০ বর্গফুট
রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = {(৮০) + (৫ + ৫)} × {৭০ + (৫ + ৫)} = (৯০ × ৮০) = ৭২০০ বর্গফুট
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল =(৭২০০ − ৫৬০০) = ১৬০০ বর্গফুট
উত্তর : (ক)

Type - 02 : বর্গক্ষেত্র



চিত্রে, AD = BC = AB = CD = a ; কর্ণ BD = কর্ণ AC

এবং $\angle AOB = \angle COD = ৯০°$

তাহলে, $\Delta BCD = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2$

$\therefore$ ABCD এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \frac{1}{2}a^2 = a^2$

বৈশিষ্ট্য:

- চারটি বাহু পরস্পর সমান ও বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল।
- প্রত্যেকটি কোণ পরস্পর সমান ও সমকোণ (৯০°)।
- কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ও পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

যদি ABCD বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = a হয়,

ক্ষেত্রফল	$(\text{দৈর্ঘ্য})^2$ বা a^2 বর্গ একক
পরিসীমা	4 × দৈর্ঘ্য বা 4a একক
কর্ণ	$\sqrt{2}$ × দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ একক

Case – 1 : বর্গক্ষেত্রের সাধারণ সমস্যাবলি

বর্গক্ষেত্রের বাহু, কোণ বা কর্ণ সম্পর্কিত সমস্যাবালি এখানে আলোচনা করা হয়েছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। এক বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত হবে? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]

(ক) 1 : 2 (খ) 5 : 2

(গ) 2 : 1 (ঘ) 4 : 1

সমাধান : ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহু a

দেওয়া আছে, বাহুটি অপর বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।

$\therefore$ অপর বর্গের বাহু $= \frac{a}{4}$

প্রথম বর্গের কর্ণ $= \sqrt{2}.a$

অপর বর্গের কর্ণ $= \frac{\sqrt{2}a}{4}$

$\therefore$ দুইটি কর্ণের অনুপাত $= \sqrt{2}a : \frac{\sqrt{2}a}{4}$

$= 1 : \frac{1}{4}$ [উভয় পক্ষকে $\sqrt{2}a$ দ্বারা ভাগ করে]

$= 4 : 1$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

উত্তর: (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যে ক্ষেত্রের সব বাহু সমান এবং কর্ণদ্বয় সমান তাকে কি বলে?

(ক) রম্বসক্ষেত্র (খ) আয়তক্ষেত্র

(গ) সামান্তরিকক্ষেত্র (ঘ) বর্গক্ষেত্র

সমাধান : বর্গ ক্ষেত্রের সকল বাহু সমান এবং এর কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।

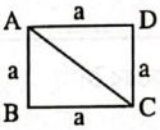
উত্তর : (ঘ)

০২। একটি বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য a সে.মি. হলে, ঐ ক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $\sqrt{2}a$ (খ) 2a

(গ) a^2 (ঘ) $2a^2$

সমাধান :



এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে, কর্ণ AC $= \sqrt{a^2 + a^2}$

$= \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

উত্তর : (ক)

০৩। একটি বর্গাকার জমির চারিদিকে ৩০ মিটারের একটি দেয়াল আছে। জমির বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ১০ মিটার (খ) ৭.৫ মিটার

(গ) ৮ মিটার (ঘ) ৭ মিটার

সমাধান : এখানে, জমির চারদিকের দেয়াল = জমির পরিসীমা

আমরা জানি,

বর্গক্ষেত্রের বাহু a হলে পরিসীমা 8a

$\therefore$ 8a = ৩০ মিটার

$\Rightarrow a = \frac{৩০}{8} = ৭.৫$ মিটার

উত্তর : (খ)

০৪। একটি বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হলে বাগানটির পরিসীমা কত?

(ক) 500 মিটার (খ) 400 মিটার

(গ) 300 মিটার (ঘ) 200 মিটার

সমাধান : ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার

$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল x^2 বর্গমিটার

$\therefore x^2 = 10000$ [$\because$ 1 হেক্টর = 10000 বর্গমিটার]

$\Rightarrow x = \sqrt{10000}$

$\therefore x = 100$

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা 4x মিটার = 400 মিটার

উত্তর : (খ)

Case – 2: বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যাবলি

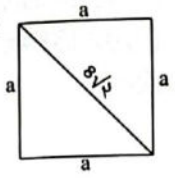
- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(\text{দৈর্ঘ্য})^2$ বা a^2 বর্গ একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $৪\sqrt{২}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪ বর্গ একক (খ) ৮ বর্গ একক
(গ) ১৬ বর্গ একক (ঘ) ৩২ বর্গ একক

সমাধান :



আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a হলে, কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{২}a$

$\therefore \sqrt{২}a = ৪\sqrt{২} \Rightarrow a = \frac{৪\sqrt{২}}{\sqrt{২}} = ৪$ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $a = ৪$

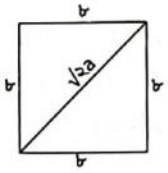
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $a^২ = ৪^২ = ১৬$ বর্গ একক

উত্তর : (গ)

০২। একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৫৬ বর্গফুট (খ) ১৬৪ বর্গফুট
(গ) ১২৮ বর্গফুট (ঘ) ২১৮ বর্গফুট

সমাধান :



আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{২}a$ একক $= ৮\sqrt{২}$ ফুট

$\therefore$ কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল,

$(\sqrt{২}a)^২ = (৮\sqrt{২})^২$ বর্গ ফুট $= (৬৪ \times ২)$ বর্গ ফুট

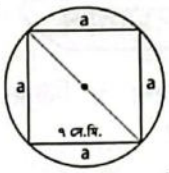
$= ১২৮$ বর্গ ফুট।

উত্তর : (গ)

০৩। ৭ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯৮ ব.সে.মি. (খ) ৪৯ ব.সে.মি.
(গ) ১৯৬ ব.সে.মি. (ঘ) ১৪৬ ব.সে.মি.

সমাধান :



আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের বাহু = a হলে,
বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{২}a$ এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $a^২$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{২}a = ৭ \times ২$

$\Rightarrow a = \frac{১৪}{\sqrt{২}}$

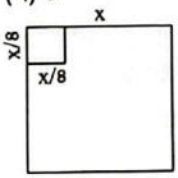
আবার, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^২ = \frac{১৯৬}{২} = ৯৮$ বর্গ সে.মি.

উত্তর :(ক)

০৪। একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার এক চতুর্থাংশের ওপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কত গুণ? [২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৬ (খ) ৪
(গ) ৮ (ঘ) ২

সমাধান :



মনে করি, সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য x একক

$\therefore$ এর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $x^২$ বর্গ একক

সরলরেখার এক-চতুর্থাংশের দৈর্ঘ্য $\frac{x}{৪}$ একক

$\therefore$ এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল,

$= \left(\frac{x}{৪}\right)^২ = \frac{x^২}{১৬}$ বর্গ একক

$\therefore$ বড় ক্ষেত্রটি ছোট ক্ষেত্রের, $x^২ \div \frac{x^২}{১৬}$

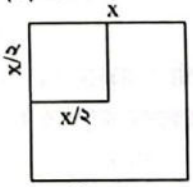
$= x^২ \times \frac{১৬}{x^২} = ১৬$ গুণ।

উত্তর : (ক)

০৫। একটি সরল রেখার ওপর অঙ্কিত বর্গ ঐ সরল রেখার অর্ধেকের ওপর অঙ্কিত বর্গের কত গুণ? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) দ্বিগুণ (খ) তিনগুণ
(গ) চারগুণ (ঘ) পাঁচগুণ

সমাধান :



মনে করি, সরল রেখাটির দৈর্ঘ্য x একক

$\therefore$ এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $x^২$ বর্গ একক

সরল রেখাটির অর্ধেকের $\left(\frac{x}{২}\right)$ ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের

ক্ষেত্রফল $\left(\frac{x}{২}\right)^২ = \frac{x^২}{৪}$ বর্গ একক

বড় ক্ষেত্রটি ছোট ক্ষেত্রের, $x^২ \div \frac{x^২}{৪} = x^২ \times \frac{৪}{x^২} = ৪$ গুণ

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য x মিটার হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

(ক) $\frac{x^2}{2}$ বর্গ.মি. (খ) x^2 বর্গ.মি.

(গ) $2x^2$ বর্গ. মি. (ঘ) $\frac{x^2}{4}$ বর্গ.মি.

সমাধান : বাহুকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করলে কর্ণ পাওয়া যায় এবং কর্ণকে $\sqrt{2}$ দ্বারা ভাগ করলে বাহু পাওয়া যায়।

কর্ণ x মিটার হলে বাহু $= \frac{x}{\sqrt{2}}$ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{x^2}{2}$ বর্গ মিটার

উত্তর : (ক)

০২। একটি রেখাংশের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ঐ রেখাংশের এক-তৃতীয়াংশের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণ?

(ক) $\frac{1}{9}$ গুণ (খ) $\frac{1}{3}$ গুণ

(গ) 9 গুণ (ঘ) 3 গুণ

সমাধান : মনে করি, রেখাংশের দৈর্ঘ্য x একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল x^2একক

এক-তৃতীয়াংশের দৈর্ঘ্য $\frac{x}{3}$

$\therefore$ এক-তৃতীয়াংশের ক্ষেত্রফল $\frac{x^2}{9}$

$\therefore \frac{x^2}{\frac{x^2}{9}} = x^2 \times \frac{9}{x^2} = 9$ গুণ

উত্তর : (গ)

০৩। একটি বর্গাকার বাগানের কোনাকুনি বরাবর দূরত্ব ১০ মিটার। এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ১০০ বর্গ.মি. (খ) ৫০ বর্গ.মি.

(গ) ২৫০ বর্গ.মি. (ঘ) ২০০ বর্গ.মি.

সমাধান : এখানে,

কোনাকুনি দূরত্ব বলতে কর্ণ এর দৈর্ঘ্য = ১০ মিটার

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের বাহু a হলে কর্ণ $\sqrt{2}a$ মিটার

$\therefore \sqrt{2}a = ১০ \Rightarrow a = \frac{১০}{\sqrt{২}}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{১০০}{২} = ৫০$ বর্গ মি.

উত্তর : (খ)

০৪। দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 'a' মিটার এবং 'b' মিটার হলে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) $a^2 : b^2$ (খ) $a : b$

(গ) $b^2 : a^2$ (ঘ) $\frac{a}{2} : \frac{b}{2}$

সমাধান : আমরা জানি,

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (\text{বাহু})^2$ বর্গ একক

প্রথম বর্গের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক,

দ্বিতীয় বর্গের ক্ষেত্রফল $= b^2$ বর্গ একক

$\therefore$ অনুপাত $= a^2 : b^2$

উত্তর : (ক)

০৫। বৃত্তের ব্যাস ৯ সে.মি. হলে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৮১ বর্গ সে.মি. (খ) ১৮ বর্গ সে.মি.

(গ) ৪০.৫ বর্গ সে.মি. (ঘ) ২৭ বর্গ সে.মি.

সমাধান : মনে করি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ $\sqrt{2}a$, যা বৃত্তের ব্যাসের সমান।

$\therefore \sqrt{2}a = ৯ \Rightarrow a = \frac{৯}{\sqrt{২}}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{৮১}{২} = ৪০.৫$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : (গ)

০৬। একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 28 মিটার হলে বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) 36 বর্গমিটার (খ) 42 বর্গমিটার

(গ) 49 বর্গমিটার (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : ধরি, a = বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore$ পরিসীমা $= 4a$ একক

প্রশ্নমতে, $4a = 28 \therefore a = 7$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 7 \times 7 = 49$ বর্গমিটার

উত্তর : (গ)

Case – 3 : বর্গক্ষেত্রের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যাবলি

এখানে বর্গক্ষেত্র বাস্তবিক ভাবে কিভাবে কাজে আসে সেরূপ কিছু সমস্যা আলোচনা করা হয়েছে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি জমির দৈর্ঘ্য ৮ মিটার কমলে জমিটি ১৭৬৪ বর্গ মিটারের একটি বর্গাকার জমি হবে। জমিটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৫০ মিটার (খ) ৪২ মিটার

(গ) ৬২ মিটার (ঘ) ৬০ মিটার

সমাধান : ধরি, দৈর্ঘ্য x মিটার $\therefore (x - ৮)^২ = ১৭৬৪$

$\Rightarrow x - ৮ = ৪২ \quad \therefore x = ৫০$ মিটার

উত্তর : (ক)

০২। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৬৪ বর্গফুট। ঐ বর্গক্ষেত্রের চতুর্দিকে ২ ফুট প্রস্থের একটি রাস্তা রয়েছে। রাস্তাসহ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ১৬৩ বর্গফুট (খ) ১৭৬ বর্গফুট

(গ) ১০০ বর্গফুট (ঘ) ১৪৪ বর্গফুট

সমাধান : বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৬৪ বর্গফুট

$\therefore$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{৬৪}$ ফুট $= ৮$ ফুট

রাস্তাসহ বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $\{৮ + (২ + ২)\} = ১২$ ফুট

$\therefore$ রাস্তাসহ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $a^২ = (১২)^২ = ১৪৪$ বর্গফুট

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি বর্গক্ষেত্রের চারদিকে ১ মিটার প্রস্থের একটি রাস্তা আছে। এর এক ধার ৫ মিটার হলে, রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ২৫ বর্গ মিটার (খ) ২৪ বর্গ মিটার

(গ) ১১ বর্গ মিটার (ঘ) ৩৬ বর্গ মিটার

সমাধান : রাস্তা ছাড়া বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $a^2 = ৫^2 = ২৫$ বর্গ মিটার

রাস্তাসহ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(৫ + ২ \times ১)^2 = ৪৯$ বর্গ মিটার

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৯ − ২৫) = ২৪ বর্গ মিটার

উত্তর : (খ)

০৪। একটি বর্গাকার কার্পেটের ক্ষেত্রফল 169 বর্গ সে.মি. এখন এটিকে একটি যথাযথ আয়তাকার কক্ষে ব্যবহার করার জন্য এটির একপ্রান্ত 2 সে.মি. কেটে ফেলতে হলো। আয়তাকার কক্ষটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 117 বর্গ সে.মি. (খ) 143 বর্গ সে.মি.

(গ) 145 বর্গ সে.মি. (ঘ) 165 বর্গ সে.মি.

সমাধান : বর্গাকার কার্পেটের ক্ষেত্রফল 169 সে.মি.

$\therefore$ বর্গাকার কার্পেটের বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{169} = 13$ সে.মি.

বর্গক্ষেত্রের একপ্রান্ত 2 সে.মি. কমে আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = (13 − 2) = 11 সে.মি.

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (13 × 11) = 143 বর্গ সে.মি.

উত্তর : (খ)

০৫। একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল ৫৬.২৫ বর্গ সে.মি.। এর একধার ২ সে.মি. কমালে উৎপন্ন আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৪৫.৫০ বর্গ সে.মি. (খ) ৪১.২৫ বর্গ সে.মি.

(গ) ৪৩.৫০ বর্গ সে.মি. (ঘ) ৪২.২৫ বর্গ সে.মি.

সমাধান : এখানে, জমিটির ক্ষেত্রফল = ৫৬.২৫ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ জমিটির দৈর্ঘ্য = $\sqrt{৫৬.২৫}$ = ৭.৫ সে.মি.

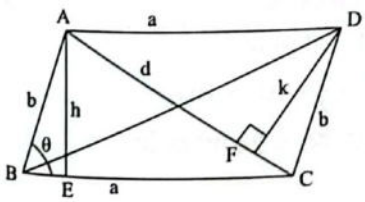
একধার ২ সে.মি. কমালে প্রস্থ = ৭.৫ − ২ = ৫.৫ সে.মি.

$\therefore$ আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল = ৭.৫ × ৫.৫

= ৪১.২৫ বর্গ সে.মি.

উত্তর : (খ)

Type - 03 : সামান্তরিক ক্ষেত্র



AB ∥ CD, BC ∥ AD

AB = CD, AD = BC

কর্ণ AC ≠ কর্ণ BD

উচ্চতা, AE = h

বৈশিষ্ট্য:

- বিপরীত বাহু ও বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- কর্ণদ্বয় অসমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

যদি ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = a ও প্রস্থ = b হয়,

সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল	(ভূমি × উচ্চতা) বা (a × h) বর্গ একক অথবা, সন্নিহিত বাহুদ্বয় এর গুণফল × sin (অন্তর্ভুক্ত কোণ) বা, a × b × sinθ অথবা, কর্ণ × বিপরীত শীর্ষ থেকে কর্ণের উপর লম্ব = d × k
সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা	২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র?

[১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]

(ক) $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা) (খ) দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

(গ) ২ (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) (ঘ) ভূমি × উচ্চতা

উত্তর : (ঘ)

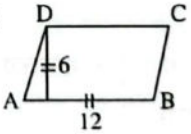
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ABCD সামান্তরিকের AB = 12 সে.মি. এবং D বিন্দু থেকে AB এর লম্ব-দূরত্ব 6 সে.মি. সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল-

(ক) 18 বর্গ সে.মি. (খ) 36 বর্গ সে.মি.

(গ) 72 বর্গ সে.মি. (ঘ) 144 বর্গ সে.মি.

সমাধান :



আমরা জানি, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

= 12 × 6 = 72 বর্গ সে.মি.

উত্তর : (গ)

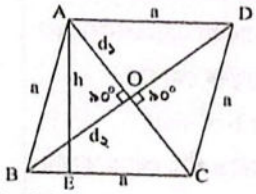
০২। একটি সামান্তরিকের কর্ণ ৯ ইঞ্চি ও এই কর্ণের বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর লম্ব ৬ ইঞ্চি হলে, সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৪৫ বর্গ ইঞ্চি (খ) ৪৪ বর্গ ইঞ্চি

(গ) ৫৪ বর্গ ইঞ্চি (ঘ) ৫৫ বর্গ ইঞ্চি

সমাধান : আমরা জানি, সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কর্ণ × বিপরীত শীর্ষ থেকে কর্ণের উপর লম্ব
∴ ক্ষেত্রফল = ৯ × ৬ = ৫৪ বর্গ ইঞ্চি
উত্তর : (গ)

Type - 04 : রম্বস



AD = BC = AB = CD = a
কর্ণ BD ≠ কর্ণ AC
∠AOB = ∠COD = ৯০°
∠A + ∠B = ১৮০° (সন্নিহিত কোণ)
উচ্চতা, AE = h

বৈশিষ্ট্য:

- চারটি বাহু পরস্পর সমান।
- বিপরীত কোণগুলো সমান।
- কর্ণদ্বয় অসমান ও পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

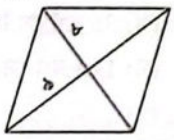
যদি ABCD রম্বস ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = a ও উচ্চতা = h হলে,

রম্বস ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল	$= \frac{১}{২} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল $= \frac{১}{২} \times d_১ \times d_২$ বর্গ একক অথবা, ভূমি × উচ্চতা = a × h বর্গ একক
রম্বস ক্ষেত্রটির পরিসীমা	4 × দৈর্ঘ্য বা, 4a একক

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. ও ৯ সে.মি.। এই রম্বসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২৪ সে.মি. (খ) ১৮ সে.মি.
(গ) ৩৬ সে.মি. (ঘ) ১২ সে.মি.

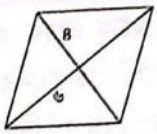
সমাধান :



আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল
$= \frac{১}{২} \times ৮ \times ৯ = ৩৬$ বর্গ সে.মি.
আবার, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a সে.মি. হলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $a^২$ এবং পরিসীমা 8a
ক্ষেত্রফল $a^২ = ৩৬$ ∴ a = ৬ সে.মি.
∴ বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা = 8a = 8 × ৬ = ২৪ সে.মি.।
উত্তর : (ক)

০২। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৪ সে.মি. এবং ৬ সে.মি. হয় তবে রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? [৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬ (খ) ৮
(গ) ১২ (ঘ) ২৪

সমাধান :



আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল
$= \frac{১}{২} \times ৪ \times ৬ = ১২$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। রম্বসের কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণ–
(ক) এক সমকোণ (খ) দুই সমকোণ
(গ) অর্ধ-সমকোণ (ঘ) ৬০°

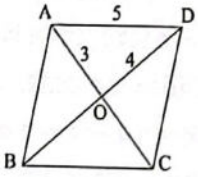
সমাধান : আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
∴ ছেদ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণ ৯০° বা এক সমকোণ।
উত্তর : (ক)

০২। একটি রম্বস আকৃতির জমির কোনাকুনি দৈর্ঘ্যদ্বয় যথাক্রমে ৮ মিটার ও ১২ মিটার হলে, জমিটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৯৬ বর্গ মিটার (খ) ৪৮ বর্গ মিটার
(গ) ৮৪ বর্গ মিটার (ঘ) ৮০ বর্গ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল।
∴ জমিটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৮ \times ১২ = ৪৮$ বর্গ মিটার
উত্তর : (খ)

০৩। একটি রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি?
(ক) 24 বর্গ সে.মি. (খ) 60 বর্গ সে.মি.
(গ) 12 বর্গ সে.মি. (ঘ) 48 বর্গ সে.মি.

সমাধান :



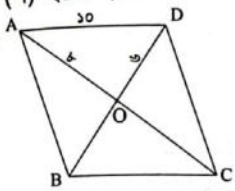
ΔAOD হতে ∠AOD = 90° অর্থাৎ AOD সমকোণী ত্রিভুজ।
আমরা জানি,
সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত = 5 : 4 : 3
∴ অতিভুজ = AD = 5 সে.মি.;
AO = 3 সে.মি. এবং OD = 4 সে.মি.
∴ AC = 2 × 3 = 6 সে.মি.
এবং BD = 2 × 4 = 8 সে.মি.
∴ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ AC × BD
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ বর্গ সে.মি. = 24 বর্গ সে.মি.
উত্তর : (ক)

০৪। একটি রম্বসের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চি। রম্বসটির ছোট কর্ণের সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি কত?

(ক) ৬π ইঞ্চি (খ) ১২π ইঞ্চি

(গ) ২৪π ইঞ্চি (ঘ) ৪৮π ইঞ্চি

সমাধান :



ΔAOD হতে $\angle AOD = ৯০°$ অর্থাৎ AOD সমকোণী ত্রিভুজ।

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $= ৫ : ৪ : ৩$

এখানে, অতিভুজ $= AD = ১০$ ইঞ্চি;

সুতরাং $OD = ৬$ ইঞ্চি

$\therefore$ ছোট কর্ণের দৈর্ঘ্য, $BD = ২ \times ৬ = ১২$ ইঞ্চি

তাহলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = ১২$ ইঞ্চি

সুতরাং বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = ২ \times \pi \times ১২ = ২৪\pi$ ইঞ্চি

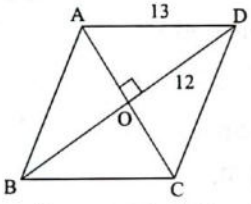
উত্তর : (গ)

০৫। কোনো রম্বসের একটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে **13 cm ও 24 cm;** রম্বসটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 10 cm (খ) 16 cm

(গ) 5 cm (ঘ) 8 cm

সমাধান :



এখানে, একবাহু $AD = 13$ cm

$OD = \frac{1}{2} \times BD = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ cm [$\because$ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

AOD সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle AOD = 90°$

$\therefore AD^2 = AO^2 + OD^2$

$\Rightarrow AO = \sqrt{AD^2 - OD^2}$

$\Rightarrow AO = \sqrt{13^2 - 12^2}$

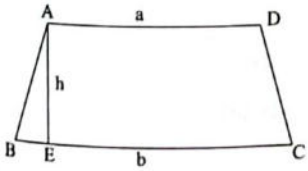
$\Rightarrow AO = \sqrt{169 - 144}$

$\therefore AO = 5$ cm

অপর কর্ণ, $AC = 2 \times AO = (2 \times 5) = 10$ cm

উত্তর : (ক)

Type - 05 : ট্রাপিজিয়াম



চিত্রে, $AD \parallel BC$

$AD \neq BC$, $AB \neq CD$

উচ্চতা, $AE = h$

বৈশিষ্ট্য:

$\Rightarrow$ দুইটি বাহু সমান্তরাল কিন্তু অসমান।

$\Rightarrow$ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যে ক্ষেত্রের দুইটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল কিন্তু সমান নয়, তাকে বলা হয়–

(ক) সামান্তরিক (খ) ট্রাপিজিয়াম

(গ) আয়তক্ষেত্র (ঘ) বহুভুজ

সমাধান : ট্রাপিজিয়ামের দুইটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল হয় কিন্তু সমান নয়।

উত্তর : (খ)

০২। ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান্তরাল বাহু a সে.মি. ও b সে.মি.। তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব h সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $(a + b)h$ (খ) $2(a + b)h$

(গ) $\frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ (ঘ) $\frac{1}{2}(a - b)h$

সমাধান : ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান্তরাল বাহু a সে.মি. ও b সে.মি. এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= h$ সে.মি.

সুতরাং ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ ব. একক

উত্তর : (গ)

০৩। একটি ট্রাপিজিয়াম-এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি., ১৮ সে.মি. এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১০ সে.মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল-

(ক) ১৫০ বর্গ মিটার (খ) ১৫০ বর্গ সে.মি.

(গ) ১৫০ বর্গ একক (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \frac{১}{২} \times$ (সমান্তরাল দুই বাহুর যোগফল) $\times$ উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times (১২ + ১৮) \times ১০ = ১৫০$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : (খ)

০৪। একটি ট্রাপিজিয়াম আকৃতির লোহার পাতের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 1 সে.মি. এবং এদের লম্ব দূরত্ব 2 সে.মি.। পাতটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 3 (ঘ) 4

সমাধান : পাতটি ট্রাপিজিয়াম আকৃতির।

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল,

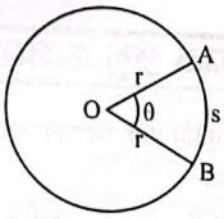
$= \frac{1}{2} \times$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল) $\times$ লম্ব দূরত্ব

$= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 2$

$= \frac{4}{2} \times 2 = 4$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : (ঘ)

অধ্যায় ১৯.৪ পরিমিতি-বৃত্তক্ষেত্র



কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r; বৃত্তচাপ, AB = s এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ = θ হলে,

- বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক
- বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক
- s চাপের দৈর্ঘ্য = $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$ একক
- বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ বর্গ একক
- ক্ষেত্রফলের পরিবর্তনঃ $\pm a \pm b + \frac{(\pm a)\times(\pm b)}{100}$ %
  এখানে, ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি + a, + b; ব্যাসার্ধ হ্রাস – a , – b

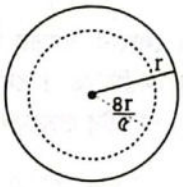
Case – 01 : বৃত্তের ব্যাসার্ধ, ক্ষেত্রফল ও পরিধি সংক্রান্ত সমস্যাবলি

এই অংশে বৃত্তের ব্যাসার্ধ, ক্ষেত্রফল, পরিধি সম্পর্কিত সমস্যাবলি আলোচনা করা হয়েছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি ২০% কমে, তবে উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত % কমবে– [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১০% (খ) ২০%
(গ) ৩৬% (ঘ) ৪০%

সমাধান :

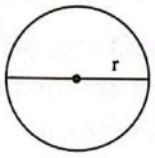


আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2
ব্যাসার্ধ ২০% কমলে,
নতুন ব্যাসার্ধ হয় = $r - \frac{r\times 20}{100} = \frac{80r}{100} = \frac{8r}{5}$
∴ ব্যাসার্ধ ২০% কমলে,
নতুন ক্ষেত্রফল = $\pi \times \left(\frac{8r}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}\pi r^2$
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কমবে = $\pi r^2 - \frac{16}{25}\pi r^2 = \frac{9}{25}\pi r^2$
∴ ক্ষেত্রফল শতকরা কমবে = $\frac{\frac{9}{25}\pi r^2}{\pi r^2} \times 100 = 36\%$

বিকল্প : $\pm a \pm b + \frac{(\pm a)\times(\pm b)}{100}$
$= -20 - 20 + \frac{(-20)\times(-20)}{100}$
$= -40 + \frac{400}{100} = -\frac{3600}{100} = -36\%$
অর্থাৎ ক্ষেত্রফল ৩৬% হ্রাস পাবে।
[এখানে, $\pm a, \pm b = -20$, যেহেতু ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়েছে]
উত্তর : (গ)

০২। একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ১৩২ সেন্টিমিটার ও ১৩৮৬ বর্গসেন্টিমিটার। বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৬৬ সেন্টিমিটার (খ) ৪২ সেন্টিমিটার
(গ) ২১ সেন্টিমিটার (ঘ) ২২ সেন্টিমিটার

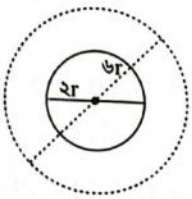
সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,
পরিধি $2\pi r$ এবং ক্ষেত্রফল πr^2
$\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{পরিধি}} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{1386}{132} \Rightarrow \frac{r}{2} = 10.5 \quad \therefore r = 21$
যেহেতু বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা = ব্যাস = 2r
$= 2 \times 21 = 42$ সে.মি.
উত্তর : (খ)

০৩। বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? [৩২ ও ২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪ (খ) ৯
(গ) ১২ (ঘ) ১৬

সমাধান :



আমারা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের ব্যাস = 2r
এবং বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2
ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি করলে, ব্যাস = ৩ × 2r = 6r
∴ ব্যাসার্ধ = $\frac{6r}{2} = 3r$
∴ ক্ষেত্রফল = $\pi(3r)^2 = 9\pi r^2$
∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\frac{9\pi r^2}{\pi r^2} = 9$ গুণ
উত্তর : (খ)

[আমাদের কথা: সঠিক উত্তর হবে ১৫ গুণ। যেটি অপশনে নেই। প্রশ্নে যদি বলা থাকতো বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে তাহলে উত্তর হতো ৯ গুণ।

মনে করি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = r একক

∴ ব্যাস = 2r একক

এবং ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে,

নতুন ব্যাস হবে = পূর্বের ব্যাস + ৩ × পূর্বের ব্যাস

$= 2r + 3 \times 2r = 8r$

∴ নতুন ব্যাসার্ধ = $\frac{8r}{2} = 8r$

তাহলে, নতুন ক্ষেত্রফল = $\pi(8r)^2 = 16\pi r^2$ বর্গ একক

সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় = $(16\pi r^2 - \pi r^2)$

$= 15\pi r^2$ বর্গ একক

অর্থাৎ ১৫ × মূল বৃত্তের ক্ষেত্রফল]

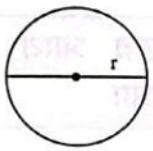
০৪। বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত-

[২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩ (খ) $\frac{22}{7}$

(গ) $\frac{25}{9}$ (ঘ) প্রায় ৫

সমাধান :



আমরা জানি,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে ব্যাস = 2r

পরিধি = $2\pi r$

∴ $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাস}} = \frac{2\pi r}{2r} = \pi = \frac{22}{7}$

উত্তর : (খ)

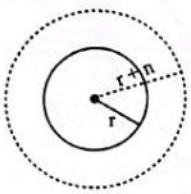
০৫। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধকে যদি r থেকে বৃদ্ধি করে r + n করা হয়, তবে তার ক্ষেত্রফল দ্বিগুণ হয়। r-এর মান কত?

[১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{n}{\sqrt{2}-1}$ (খ) $n + \sqrt{2}$

(গ) $\sqrt{2n}$ (ঘ) $\sqrt{2(n+1)}$

সমাধান :



আমরা জানি, ব্যাসার্ধ r হলে ক্ষেত্রফল πr^2

এবং ব্যাসার্ধ (r + n) হলে, ক্ষেত্রফল $\pi(r+n)^2$

শর্তমতে, $2 \times \pi r^2 = \pi(r+n)^2 \Rightarrow 2r^2 = (r+n)^2$

$\Rightarrow \sqrt{2}r = r + n \Rightarrow \sqrt{2}r - r = n \quad \therefore r = \frac{n}{\sqrt{2}-1}$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) ২ × ব্যাসার্ধ (খ) ব্যাসার্ধ

(গ) $\frac{2}{\text{ব্যাসার্ধ}}$ (ঘ) ব্যাসার্ধ^2

সমাধান : আমরা জানি,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, পরিধি = $2\pi r$

এবং ক্ষেত্রফল = πr^2

∴ $\frac{\text{পরিধি}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r} = \frac{2}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

উত্তর : (গ)

০২। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ২ গুণ করলে ক্ষেত্রফল কতগুণ হবে?

(ক) $\sqrt{2}$ (খ) ২

(গ) ৪ (ঘ) ৮

সমাধান : ধরি, ব্যাসার্ধ = r

∴ ক্ষেত্রফল = πr^2

ব্যাসার্ধ ২ গুণ করলে নতুন ব্যাসার্ধ = 2r

∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় = $\frac{4\pi r^2}{\pi r^2} = 4$ গুণ

উত্তর : (গ)

০৩। একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১৬ বর্গমিটার, পরিধি ৮ মিটার। এর ব্যাসার্ধ কত?

(ক) ২ মিটার (খ) ৪ মিটার

(গ) ৫ মিটার (ঘ) ৩ মিটার

সমাধান : ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মিটার

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 16$ ..... (i) এবং $2\pi r = 8$ .... (ii)

সমীকরণ (i)-কে সমীকরণ (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{16}{8} \Rightarrow \frac{r}{2} = 2$

∴ r = 8

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = ৪ মিটার।

উত্তর : (খ)

০৪। একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও পরিধির অনুপাত ৩ : ১ হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

(ক) ৩ একক (খ) ৪ একক

(গ) ৯ একক (ঘ) ৬ একক

সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,

ক্ষেত্রফল = πr^2 এবং পরিধি = $2\pi r$

প্রশ্নমতে, $\frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow \frac{r}{2} = \frac{3}{1}$

∴ r = ৬ একক

উত্তর : (ঘ)

০৫। দুইটি বৃত্তের ব্যাসের অনুপাত ১ : ৩। এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) ১ : ২৭ (খ) ১ : ৯

(গ) ১ : ১২ (ঘ) ১ : ১৮

সমাধান : ধরি, ১ম বৃত্তের ব্যাস = ২r ∴ ব্যাসার্ধ = r

২য় বৃত্তের ব্যাস = ৩ × ২r = ৬r ∴ ব্যাসার্ধ = ৩r

∴ ১ম বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi(r)^2 = \pi r^2$

২য় বৃত্তের ক্ষেত্রফর = $\pi(৩r)^2 = ৯\pi r^2$

$\frac{\text{১ম বৃত্তের ক্ষেত্রফল}}{\text{২য় বৃত্তের ক্ষেত্রফল}} = \frac{\pi r^2}{৯\pi r^2} = \frac{১}{৯}$

∴ ১ম বৃত্তের ক্ষেত্রফল : ২য় বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ১ : ৯।

উত্তর : (খ)

০৬। বৃত্তের ব্যাস ৫০% বৃদ্ধি পেলে উহার ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেয়ে কত শতাংশ হয়?

(ক) ৫০% (খ) ১০০%

(গ) ১২৫% (ঘ) ৭৫%

সমাধান : ধরি, বৃত্তের ব্যাস = d ; তাহলে, ব্যাসার্ধ = $\frac{d}{২}$

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi\left(\frac{d}{২}\right)^২ = \frac{\pi d^২}{৪}$

৫০% বৃদ্ধিতে বৃত্তের ব্যাস = d + d এর ৫০%

= d + d এর $\frac{৫০}{১০০}$ = $d + \frac{d}{২} = \frac{৩d}{২}$

এবং ব্যাসার্ধ = $\frac{৩d}{২\times২} = \frac{৩d}{৪}$

∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $\pi\left(\frac{৩d}{৪}\right)^২ = \frac{৯\pi d^২}{১৬}$

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\frac{৯\pi d^২}{১৬} - \frac{\pi d^২}{৪} = \frac{৯\pi d^২ - ৪\pi d^২}{১৬} = \frac{৫\pi d^২}{১৬}$

∴ শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\left(\frac{\frac{৫\pi d^২}{১৬}}{\frac{\pi d^২}{৪}}\right) \times ১০০$

= $\left(\frac{৫\pi d^২}{১৬} \times \frac{৪}{\pi d^২}\right) \times ১০০ = ১২৫\%$

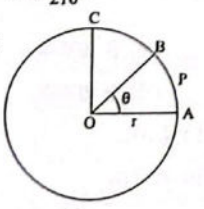
উত্তর : (গ)

০৭। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{\theta}{360^\circ}\pi r^2$ বর্গ একক (খ) $\frac{\theta}{90^\circ}\pi r^2$ বর্গ একক

(গ) $\frac{\theta}{210^\circ}\pi r^2$ বর্গ একক (ঘ) $\frac{\theta}{180^\circ}\pi r^2$ বর্গ একক

সমাধান :



মনে করি,

বৃত্তের কেন্দ্র O, ব্যাসার্ধ r একক

এবং AOB বৃত্তকলাটি APB চাপের উপর দণ্ডায়মান,

যার ডিগ্রি পরিমাপ = θ

OA এর উপর OC লম্ব অঙ্কন করি।

$\frac{\text{বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\angle AOB \text{ এর ডিগ্রি পরিমাপ}}{\angle AOC \text{ এর ডিগ্রি পরিমাপ}}$

⇒ বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল

= $\frac{\theta}{90^\circ}$ × বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল

[∵ ∠AOC = 90°]

= $\frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4}$ × বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= $\frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4} \times \pi r^2$ বর্গ একক

= $\frac{\theta}{360^\circ}\pi r^2$ বর্গ একক

উত্তর : (ক)

০৮। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি. এবং বৃত্তকলা কেন্দ্রে 75° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 127 বর্গ সে. মি. (খ) 129.03 বর্গ সে. মি.

(গ) 128.282 বর্গ সে. মি. (ঘ) 128.05 বর্গ সে. মি.

সমাধান : আমরা জানি,

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$

= $\frac{75}{360} \times 3.1416 \times (14)^2$

= 128.282 বর্গ সে. মি.

উত্তর : (গ)

Case - 02: অন্যান্য ক্ষেত্রের সাথে বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সম্পর্ক সংক্রান্ত সমস্যা

- বৃত্তের অন্তঃস্থ বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাসার্ধ × ২। কর্ণ থেকে বর্গের দৈর্ঘ্য বের করে বর্গের ক্ষেত্রফল বের করা যায়।
- এরপর নির্ণেয় অংশের ক্ষেত্রফল বের করা যায় ।

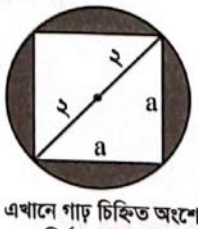
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ২ সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $৪\pi - ৮$ (খ) $৪\pi + ৮$

(গ) $২\pi - ৪$ (ঘ) $২\pi + ৪$

সমাধান :



এখানে গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে বলা হয়েছে।

আমরা জানি,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

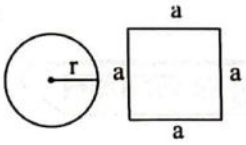
এখানে, ব্যাসার্ধ ২ সে.মি,

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi(২)^2 = ৪\pi$ বর্গ সে.মি.

আবার, বর্গের বাহু a হলে বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2}$a সে.মি.
এবং ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ সে.মি.
এখানে, বর্গের কর্ণ = 2r = ২ × ২ = ৪ সে.মি
∴ $\sqrt{2}a = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$
∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(2\sqrt{2})^2 = ৮$ বর্গ সে.মি.
∴ বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল = $8\pi - ৮$
উত্তর : (ক)

০২। ৫৬ ফুট ব্যাসের বৃত্তাকার ক্ষেত্রকে একই ক্ষেত্রফলের একটি বর্গক্ষেত্র করলে, বর্গক্ষেত্রের যে কোনো এক দিকের দৈর্ঘ্য কত হবে? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২৮ ফুট (খ) ৩৬.৮ ফুট
(গ) ৪৯.৬ ফুট (ঘ) ৪৪ ফুট

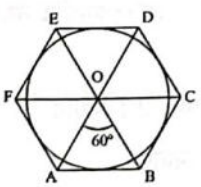
সমাধান :

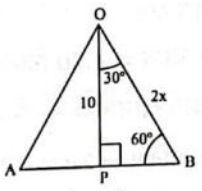


আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,
বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2
এখানে, ব্যাস, 2r = ৫৬ ফুট বলে,
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{৫৬}{২} = ২৮$ ফুট
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল, $\pi r^2 = \pi(২৮)^2$
$= \frac{২২}{৭} \times ২৮ \times ২৮ = ২৪৬৪$ বর্গফুট
আবার, বর্গের বাহু a হলে, ক্ষেত্রফল = a^2
এখানে, $a^2 = ২৪৬৪$ ∴ a = ৪৯.৬৩ ফুট
উত্তর : (গ)

০৩। একটি সমবাহু (সুষম) ষড়ভুজের অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃহত্তম বৃত্তের আয়তন ১০০π হলে ঐ ষড়ভুজের আয়তন কত? [১৩ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ২০০ (খ) ২০০$\sqrt{২}$
(গ) ২০০$\sqrt{৩}$ (ঘ) ২০০$\sqrt{৫}$

সমাধান :





এখানে, প্রশ্নে আয়তনের পরিবর্তে ক্ষেত্রফল ধরে সমাধান করলে সমস্যাটি সমাধান করা যায়।
এক্ষেত্রে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল, $\pi r^2 = ১০০\pi$
$\Rightarrow r^2 = ১০০$ ∴ r = ১০
এখানে, ABCDEF সুষম ষড়ভুজের জন্য বৃত্তের কেন্দ্রের চারপাশে ৬টি সমবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।
এখন ΔOBP-এ
$\tan 60° = \frac{OP}{BP}$
$\Rightarrow \sqrt{৩} = \frac{১০}{BP}$
$\therefore BP = \frac{১০}{\sqrt{৩}}$
তাহলে ভূমি, AB = ২ BP = $\frac{২০}{\sqrt{৩}}$
∴ ১ টি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times ১০ \times \frac{২০}{\sqrt{৩}} = \frac{১০০}{\sqrt{৩}}$
∴ ৬ টি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বা ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল,
$= \frac{১০০}{\sqrt{৩}} \times ৬ = \frac{১০০ \times ২ \times \sqrt{৩} \times \sqrt{৩}}{\sqrt{৩}} = ২০০\sqrt{৩}$
উত্তর: (গ)

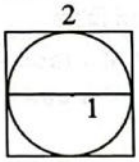
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 16 সে.মি. এবং একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে বর্গক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত?
(ক) 28.36 সে.মি. (খ) 8 সে.মি.
(গ) 4 সে.মি. (ঘ) 25.81 সে.মি.

সমাধান : বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 3.1416 \times (16)^2$ বর্গ সে.মি.
$= 804.24$ বর্গ সে.মি.
∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 804.2496 বর্গ সে.মি.
∴ বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{804.2496} = 28.36$ সে.মি.
উত্তর : (ক)

০২। 2 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের অভ্যন্তরে অন্তঃবৃত্ত অঙ্কিত হলো। বৃত্তদ্বারা বর্গের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
(ক) $\pi - 4$ (খ) $4 - \pi^2$
(গ) $4 - \pi$ (ঘ) $2 - \pi$

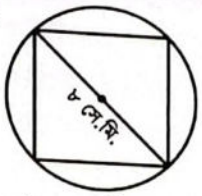
সমাধান :



2 সে.মি. বাহুর দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল,
$= 2^2$ বর্গ সে.মি. = 4 বর্গ সে.মি.
বৃত্তের ব্যাসার্ধ বর্গের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক = 1 সে.মি. হলে,
বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \pi 1^2 = \pi$ বর্গ সে.মি.
∴ বৃত্ত দ্বারা বর্গের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল,
$= (4 - \pi)$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (গ)

০৩। বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৮π (খ) ১৬π
(গ) 8π (ঘ) π

সমাধান :



আমরা জানি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস
$\Rightarrow 8 = d$ ∴ব্যাসার্ধ, r = ৪ সে.মি.
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi 8^2 = ১৬\pi$
উত্তর : (খ)

০৪। বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফল ৪৯ বর্গ সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

(ক) $৭\sqrt{২}$ (খ) $\frac{৭\sqrt{২}}{২}$
(গ) $\frac{৭\sqrt{২}}{২}$ (ঘ) $৭\sqrt{২}$

সমাধান : আমরা জানি,
বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তের ব্যাস
বর্গের বাহু a হলে, ক্ষেত্রফল a^2
শর্তমতে, $a^2 = ৪৯$ ∴ a = ৭ সে.মি.
বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস
∴ $\sqrt{2}a$ = ব্যাস ⇒ ব্যাস = $\sqrt{২} \times ৭$
∴ ব্যাসার্ধ = $\frac{৭\sqrt{২}}{২}$
উত্তর : (খ)

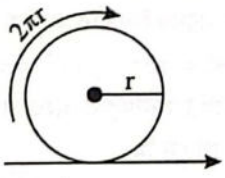
০৫। ৩০ মিটার বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার মাঠের চার কোণে চারটি গরু ১৪ মিটার দড়ি দিয়ে বাঁধা অবস্থায় ঘাস খাচ্ছে। মাঠের কতটুকু অংশ কোনো গরুই ঘাস খেতে পারবে না?

(ক) ৯০০ বর্গ মিটার (খ) ২৮৪ বর্গ মিটার
(গ) ৬১৬ বর্গ মিটার (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $(৩০)^২ = ৯০০$ বর্গ মিটার
গরুর ঘাস খাওয়ার অংশ বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান।
∴ চারটি গরু ঘাস খাবে = $\pi(১৪)^২ = \frac{২২}{৭} \times ১৪ \times ১৪$
= ৬১৬ বর্গ মিটার
∴ কোনো গরুই ঘাস খেতে পারবে না = (৯০০ – ৬১৬)
= ২৮৪ বর্গ মিটার

উত্তর : (খ)

Case – 03: বৃত্তাকার চাকা সম্পর্কিত সমস্যা



একটি গাড়ির চাকার ক্ষেত্রে,

- একবার ঘুরলে চাকাটি পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।
- গাড়ির চাকার ব্যাসার্ধ r হলে, চাকা একবার ঘুরলে পথ অতিক্রম করে = চাকার পরিধি = $2\pi r$
- একবার ঘুরলে কেন্দ্রে ৩৬০° কোণ উৎপন্ন করে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘোরে। ১ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রি ঘুরবে?
[৩২তম ও ২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৮০° (খ) ২৭০°
(গ) ৩৬০° (ঘ) ৫৪০°

সমাধান : এখানে, ১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড।
চাকাটি ৬০ সেকেন্ডে ঘোরে ৯০ বার
∴ চাকাটি ১ সেকেন্ডে ঘোরে $\frac{৯০}{৬০} = \frac{৩}{২}$ বার
১ বার ঘুরলে চাকাটি ৩৬০° ঘোরে
∴ $\frac{৩}{২}$ বার ঘুরলে চাকাটি $(\frac{৩}{২} \times ৩৬০°) = ৫৪০°$ ঘোরে
উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরলে 1.5 সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রী ঘুরে?

(ক) 810° (খ) 540°
(গ) 360° (ঘ) 720°

সমাধান : 1 মিনিটে বা 60 সেকেন্ডে ঘুরে = 90 বার।
∴ 1 সেকেন্ডে ঘুরে = $\frac{90}{60}$ বার
∴ 1.5 সেকেন্ডে ঘুরে = $\frac{90 \times 1.5}{60}$ বার = $\frac{9}{4}$ বার।
1 বারে ঘুরে = 360°
সুতরাং $\frac{9}{4}$ বারে ঘুরে = $360° \times \frac{9}{4} = 810°$
উত্তর : (ক)

০২। একটি চাকার ব্যাস 4.2 মিটার। চাকাটি 300 মিটার পথ অতিক্রম করতে কতবার ঘুরবে?

(ক) 23 বার (খ) 30 বার
(গ) 15 বার (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : চাকার ব্যাস = 4.20 মিটার
∴ চাকার ব্যাসার্ধ = $\frac{4.2}{2}$ মিটার= 2.1 মিটার
চাকার পরিধি = $2\pi \times 2.1$ মিটার
= $\left(2 \times \frac{22}{7} \times 2.1\right)$ মিটার = 13.2 মিটার
চাকাটি 13.2 মিটার অতিক্রম করতে ঘুরে 1 বার
∴ চাকাটি 300 মিটার অতিক্রম করতে ঘুরে,
= $\frac{300}{13.2} = 22.72 \approx 23$ বার
উত্তর : (ক)

০৩। একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি 4 মিটার, পেছনের চাকার পরিধি 5 মিটার। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকার চেয়ে 200 বার বেশি ঘুরবে?

(ক) 1.2 কি.মি. (খ) 2.5 কি.মি.
(গ) 4 কি.মি. (ঘ) 6 কি.মি.

সমাধান : ধরি, x মিটার গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা 200 বার ঘুরবে।

$\therefore \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 200 \Rightarrow \frac{5x-4x}{20} = 200$

$\Rightarrow x = 200 \times 20 \ \therefore x = 4000$

∴ গাড়িটি 4000 মিটার বা 4 কি.মি পথ গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা 200 বার বেশি ঘুরবে।

উত্তর : (গ)

০৪। একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সে. মি.। 88 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণসংখ্যাক বার বেশি ঘুরবে?

(ক) 22 বার (খ) 20 বার
(গ) 25 বার (ঘ) 30 বার

সমাধান : গাড়ির সামনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{28}{2} = 14$ সে.মি.

আবার, গাড়ির পিছনের চাকার ব্যাসার্ধ $= \frac{35}{2}$ সে.মি.

অতএব, গাড়ির সামনের চাকার পরিধি $= 2\pi r_1$

$= 2 \times 3.1416 \times 14$ সে.মি. $= 87.9648$ সে.মি.

এবং গাড়ির পিছনের চাকার পরিধি $= 2\pi r_2$

$= 2 \times 3.1416 \times \frac{35}{2}$ সে.মি. $= 109.956$ সে.মি.

এখন, 88 মিটার $= (88 \times 100)$ সে.মি. $= 8800$ সে.মি.

[∵ 1 মিটার = 100 সে.মি.]

সুতরাং 88 মিটার পথ যেতে গাড়ির সামনের চাকা ঘুরবে $= (8800 \div 87.9648) = 100.04 = 100$ বার (প্রায়)

এবং গাড়ির পিছনের চাকা ঘুরবে $= (8800 \div 109.956) = 80.032 = 80$ বার (প্রায়)

অতএব, সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা বেশি ঘুরবে $= (100-80)$ বার $= 20$ বার

উত্তর : (খ)

০৫। একটি বাসের চাকার ব্যাস ১৪০ সে.মি। চাকাটি প্রতি মিনিটে কত বার ঘুরলে, বাসের গতিবেগ ৬৬ কি.মি./ঘণ্টা হবে?

(ক) ২৫০ বার (খ) ৩৫০ বার
(গ) ৩০০ বার (ঘ) ২০০ বার

সমাধান : চাকাটির ব্যাসার্ধ $= \frac{১৪০}{২} = ৭০$ সে.মি.

এবং পরিধি $= ২ \times \pi \times ৭০ = ২ \times \frac{২২}{৭} \times ৭০$

$= ৪৪০$ সে.মি. $= ৪.৪$ মিটার

আবার, ৬৬ কি.মি. = ৬৬০০০ মিটার

এখন, ৪.৪ মিটার যেতে ঘোরে ১ বার

∴ ১ মিটার যেতে ঘোরে $= \frac{১}{৪.৪}$ বার

∴ ৬৬০০০ মিটার যেতে ঘোরে $= \frac{৬৬০০০}{৪.৪} = ১৫০০০$ বার

তাহলে, ১ ঘণ্টা বা ৬০ মিনিটে ঘোরে ১৫০০ বার

∴ ১ মিনিটে ঘোরে $\frac{১৫০০}{৬০} = ২৫০$ বার

উত্তর : (ক)

Case – 04: বৃত্তাকার মাঠের চারদিকে রাস্তা সংক্রান্ত

রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধ = ব্যাসার্ধ + রাস্তার বেধ

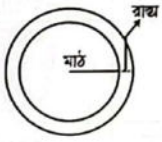
∴ রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi \times$ (ব্যাসার্ধ + রাস্তার বেধ)^2

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 26 মিটার। মাঠটির বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা রয়েছে। রাস্তাসহ মাঠটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) 225π (খ) 269π
(গ) 121π (ঘ) 144π

সমাধান :



এখানে বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ $= \frac{26}{2} = 13$ মিটার

রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধ $= 13 + 2 = 15$ মিটার

∴ রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গমিটার

$= \pi(15)^2 = 225\pi$ বর্গমিটার

উত্তর : (ক)

০২। একটি বৃত্তাকার জমির চারপাশে ৩ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। জমির ব্যাসার্ধ ১৫ মিটার হলে, রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ২২৫ π বর্গ মিটার (খ) ৯৯ π বর্গ মিটার
(গ) ৩২৪ π বর্গ মিটার (ঘ) ২০৬ π বর্গ মিটার

সমাধান : রাস্তাসহ জমির ব্যাসার্ধ = ১৫ + ৩ = ১৮ মিটার

∴ রাস্তাসহ জমির ক্ষেত্রফল $= \pi (১৮)^2 = ৩২৪ \pi$ বর্গ মি.

জমির ক্ষেত্রফল $= \pi (১৫)^2 = ২২৫ \pi$ বর্গ মিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (৩২৪\pi - ২২৫\pi)$ বর্গ মিটার

$= ৯৯\pi$ বর্গ মিটার

উত্তর : (খ)

অধ্যায় ১৯.৫

পরিমিতি-ঘনবস্তু

ঘনবস্তু: সমতল অথবা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত শূন্যের কিছুটা স্থান দখল করে থাকে এরূপ বস্তুকে ঘনবস্তু বলা হয়। সমতলস্থ কোনো স্থানকে বেষ্টন করতে হলে যেমন কমপক্ষে তিনটি সরল রেখা দরকার তেমনি জাগতিক কোনো স্থানকে বেষ্টন করতে হলে অন্তত চারটি সমতল দরকার। এই তলগুলো ঘনবস্তুর তল বা পৃষ্ঠতল এবং এদের দুটি সমতল যে রেখায় ছেদ করে, তাকে ঐ ঘনবস্তুর ধার বলা হয়। একটি বাক্সের বা একটি ইটের ৬টি পৃষ্ঠতল আছে এবং ১২টি ধার আছে। আবার একটি ক্রিকেট বল মাত্র একটি বক্রতল দ্বারা আবদ্ধ।

ঘনবস্তুর বৈশিষ্ট্য:

⇒ ঘনবস্তুর ৩টি মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা) আছে ফলে আয়তন নির্ণয় করা যায়।

⇒ ঘনবস্তু ত্রিমাত্রিক।

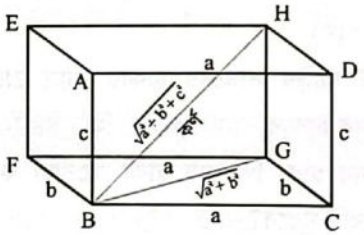
ঘনবস্তু সমূহ:

- আয়তাকার ঘনবস্তু
- ঘনক
- গোলক
- সমবৃত্তভূমিক বেলন/সিলিন্ডার
- সমবৃত্তভূমিক কোণক

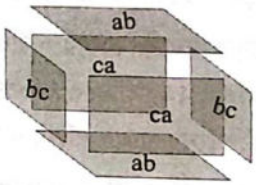
ঘনবস্তু	আয়তাকার ঘনবস্তু	ঘনক
গঠন	৬টি সমান্তরাল আয়তাকার তল দ্বারা উৎপন্ন হয়	৬টি সমান্তরাল বর্গাকার তল দ্বারা উৎপন্ন হয়
চিত্র		
আয়তন	দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা	দৈর্ঘ্য^3
উদাহরণ	বই, ইট	রুবিক্স কিউব, লুডুর ছক্কা
বেলন	**কোণক**	**গোলক**
আয়তাকার বস্তুর একবাহু স্থির রেখে এর চারদিকে ঘুরলে উৎপন্ন হয়	সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুকে স্থির রেখে ত্রিভুজটি ঘুরলে উৎপন্ন হয়	ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তকে ব্যাসের চারদিকে ঘোরালে উৎপন্ন হয়
		
আয়তন = তলের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা	আয়তন = $\frac{১}{৩}$ × তলের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা	আয়তন = $\frac{৪}{৩}\pi$(ব্যাসার্ধ)^3
পাইপ, গ্যাস সিলিন্ডার	আইসক্রিম কোণ, ঝালমুড়ির কোণ	ফুটবল, বিলিয়ার্ড বল

Type-01 : আয়তাকার ঘনবস্তু

তিন জোড়া সমান্তরাল সমতল দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে সামান্তরিক ঘনবস্তু বলা হয়। এই ছয়টি সমতলের প্রত্যেকটি একটি সামান্তরিক এবং বিপরীত পৃষ্ঠগুলো সর্বদিক সমান। সামান্তরিক ঘনবস্তুর ছয়টি তলে বিভক্ত ১২টি ধার আছে। যে সামান্তরিক ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলগুলো আয়তক্ষেত্র, তাকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলা হয়।



চিত্রে,
আয়তকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, BC = a
প্রস্থ, BF = b
উচ্চতা, AB = c



সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2 × ab + 2 × bc + 2 × ca
= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক
= 2(ab + bc + ca) বর্গ একক

আয়তাকার ঘনবস্তুর,

কর্ণের দৈর্ঘ্য	$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক
সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল	2(ab + bc + ca) বর্গ একক
আয়তন	abc ঘন একক

Case – 1: আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন সংক্রান্ত সমস্যা

আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b এবং উচ্চতা c হলে, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা
= abc ঘন একক; সূত্রের সাহায্যে আয়তন নির্ণয় করা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার। চৌবাচ্চাটির গভীরতা কত? [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]

(ক) ১.৫ মিটার (খ) ২.৫ মিটার
(গ) ৩ মিটার (ঘ) ৩.৫ মিটার

সমাধান : আমরা জানি, ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার
৮০০০ লিটার = ৮ ঘন মিটার
চৌবাচ্চাটির, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = ৮
বা, ২.৫৬ × ১.২৫ × উচ্চতা = ৮
বা, উচ্চতা $= \frac{৮}{৩.২} =$ ২.৫ মিটার।
উত্তর: (খ)

০২। একটি সাবানের আকার ৫ সে.মি. × ৪ সে.মি. × ১.৫ সে.মি. হলে ৫৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য, ৪৮ সে.মি. প্রস্থ এবং ৩০ সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বাক্সের মধ্যে কতটি সাবান রাখা যাবে? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৬৪০ টি (খ) ১৩২০ টি
(গ) ৩৬০০ টি (ঘ) ৫২৪০ টি

সমাধান :



আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন,
= (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক
সাবানের আয়তন = ৫ × ৪ × ১.৫ = ৩০ ঘন সে.মি.
বাক্সের আয়তন = ৫৫ ×৪৮ × ৩০ = ৭৯২০০ ঘন সে.মি.
∴ সাবান রাখা যাবে $= \frac{৭৯২০০}{৩০} =$ ২৬৪০ টি।
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার, প্রস্থ ২ মিটার এবং উচ্চতা ১ মিটার। বাক্সটির আয়তন কত?

(ক) ৮ ঘন মিটার (খ) ৬ ঘন মিটার
(গ) ৫ ঘন মিটার (ঘ) ৭ ঘন মিটার

সমাধান : আমরা জানি,
বাক্সটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা
= (৪ × ২ × ১) ঘন মিটার = ৮ ঘন মিটার
উত্তর : (ক)

০২। একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও গভীরতা ০.১ মিটার হলে ঐ চৌবাচ্চায় কত লিটার পানি ধরবে?

(ক) ১ লিটার (খ) ০.০১ লিটার
(গ) ০.১ লিটার (ঘ) ০.০০১ লিটার

সমাধান : আমরা জানি,
চৌবাচ্চাটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক
= (০.১ × ০.১ ×০.১) ঘন মিটার = ০.০০১ ঘন মিটার
আমরা জানি, ১ ঘন মিটার = ১০০০ লিটার
∴ ০.০০১ ঘন মিটার = ১০০০ × ০.০০১ = ১ লিটার
উত্তর : (ক)

০৩। সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তাকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৮.৮ সে.মি., প্রস্থ ৬.৪ সে.মি. এবং উচ্চতা ২.৫ সে.মি.। সোনার বারের ওজন কত?

(ক) ২৬১৭.৪৪ গ্রাম (খ) ২৭১৭.৪৪ গ্রাম
(গ) ২৭১৬.৪৮ গ্রাম (ঘ) ২৭১৮ গ্রাম

সমাধান : এখানে, সোনার বারের দৈর্ঘ্য = ৮.৮ সে.মি.,
সোনার বারের প্রস্থ = ৬.৪ সে.মি.
এবং সোনার বারের উচ্চতা = ২.৫ সে.মি.
∴ সোনার বারের আয়তন,
= (৮.৮ × ৬.৪ × ২.৫) = ১৪০.৮ ঘন সে.মি.
আমরা জানি, ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন ১ গ্রাম
∴ ১৪০.৮ ঘন সে.মি. পানির ওজন,
= ১৪০.৮ × ১ = ১৪০.৮ গ্রাম
সোনার বারের ওজন = পানির ওজন × ১৯.৩
= ১৪০.৮ × ১৯.৩ = ২৭১৭.৪৪ গ্রাম
উত্তর : (খ)

০৪। একটি হিমাগারকে নবায়ন করার সময় এর দৈর্ঘ্য ৩০% ও প্রস্থ ৫০% বাড়ানো হলো এবং উচ্চতা ২০% কমানো হলো। নবায়নকৃত হিমাগারের আয়তন পুরোনো হিমাগারের আয়তন থেকে শতকরা কত অংশ বেশি?

(ক) ৫৬% (খ) ৫০%
(গ) ৪৫% (ঘ) ৬৫%

সমাধান : মনে করি, হিমাগারের দৈর্ঘ্য x একক, প্রস্থ y একক
এবং উচ্চতা z একক
∴ হিমাগারের আয়তন xyz ঘন একক
৩০% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য $= \left(x + x \text{ এর } \frac{৩০}{১০০}\right)$ একক
$= \left(x + \frac{৩x}{১০}\right) = \frac{১৩x}{১০}$ একক
৫০% বৃদ্ধিতে প্রস্থ $= \left(y + y \text{ এর } \frac{৫০}{১০০}\right)$ একক
$= \left(y + \frac{৫y}{১০}\right) = \frac{৩y}{২}$ একক
২০% হ্রাসে উচ্চতা $= \left(z - z \text{ এর } \frac{২০}{১০০}\right)$ একক
$= \left(z - \frac{z}{৫}\right) = \frac{৪z}{৫}$ একক
∴ হিমাগারের নতুন আয়তন $= \left(\frac{১৩x}{১০} \times \frac{৩y}{২} \times \frac{৪z}{৫}\right)$ ঘন একক
$= \frac{৩৯xyz}{২৫}$ ঘন একক

∴ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত অংশ $= \left(\frac{৩৯xyz}{২৫} - xyz\right)$ ঘন একক

$= \frac{৩৯xyz - ২৫xyz}{২৫} = \frac{১৪xyz}{২৫}$ ঘন একক

∴ নতুন হিমাগারের আয়তন পুরনো হিমাগারের আয়তনের,

$= \left(\frac{\frac{১৪xyz}{২৫}}{xyz} \times ১০০\right)\% = ৫৬\%$ বেশি

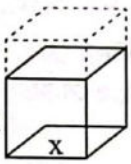
উত্তর : (ক)

০৫। ভূমির ক্ষেত্রফল পরিবর্তন না করে একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন ৫০% বৃদ্ধি করা হলো। এক্ষেত্রে উচ্চতা শতকরা কি পরিমাণ বৃদ্ধি করা হয়েছে?

(ক) ৫০% (খ) ৪০%

(গ) ৩০% (ঘ) ২০%

সমাধান :



মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= x$,

উচ্চতা $= h$ ∴ আয়তন $= xh$

আয়তন ৫০% বৃদ্ধি করা হলো,

সুতরাং নতুন আয়তন $= xh + xh \times \frac{৫০}{১০০} = ১.৫\ xh.$

যেহেতু, ভূমির কোনো পরিবর্তন হয়নি,

নতুন উচ্চতা $= \frac{১.৫xh}{x} = ১.৫h$

∴ উচ্চতার বৃদ্ধি $= ১.৫\ h - h = ০.৫h$

∴ শতকরা উচ্চতা বৃদ্ধি $= \frac{০.৫h}{h} \times ১০০\% = ৫০\%$

উত্তর : (ক)

Case - 2 : আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যা

- আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল,
  $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
- কিছু সমস্যায় যে কোনো একটি ক্ষেত্রফল ব্যতীত বাকি তলগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে বলা হয়, সেক্ষেত্রে সমগ্রতল থেকে ঐ তল বাদ দিতে হবে। যেমন, শুধু দেয়াল বললে ছাদ বা মেঝে বাদ যাবে, শুধু ভেতরের তল বললে ঢাকনার তল বাদ যাবে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বাক্সের ধার যথাক্রমে ২, ৩ ও ৪ মিটার। বাক্সটির বহিরাংশ রঙ করতে প্রতি বর্গ মিটার ৩ টাকা হিসাবে মোট খরচ পড়বে-

(ক) ১৫৬ টাকা (খ) ১২০ টাকা

(গ) ১৩০ টাকা (ঘ) ১৩৬ টাকা

সমাধান : আমরা জানি, বাক্সটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল,

$= ২(২\times৩+৩\times৪+৪\times২) = ৫২$ বর্গ মিটার

∴ বাক্সটি রঙ করতে খরচ হবে $(৫২\times৩) = ১৫৬$ টাকা

উত্তর : (ক)

০২। একটি ৫ মিটার × ৩ মিটার মেঝে বিশিষ্ট ৩ মিটার উচ্চতার রুমের দেওয়াল ও ছাদ রঙ করতে হবে। কত বর্গমিটার জায়গা রঙ করা লাগবে?

(ক) ৯০ বর্গ মিটার (খ) ৭৩ বর্গ মিটার

(গ) ৬৩ বর্গ মিটার (ঘ) ৮০ বর্গ মিটার

সমাধান : এখানে, রঙ করতে হবে এমন অংশের ক্ষেত্রফল

= সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল − মেঝের ক্ষেত্রফল

$= ২(৫ \times ৩ + ৩ \times ৩ + ৫ \times ৩) - (৫ \times ৩)$

$= ২ \times ৩৯ - ১৫ = ৭৮ - ১৫ = ৬৩$ বর্গমিটার

উত্তর : (গ)

০৩। একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৬ মি., প্রস্থ ৪ মি. এবং ১.২৫ মি. গভীরতায় পানি ধারণ করে। সম্পূর্ণ ভেজা পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৪৯ বর্গ মিটার (খ) ৫০ বর্গ মিটার

(গ) ৫৩.৫ বর্গ মিটার (ঘ) ৫৫ বর্গ মিটার

সমাধান : এখানে, ভেজা পৃষ্ঠাতলের ক্ষেত্রফল = সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল − উপরিতলের ক্ষেত্রফল

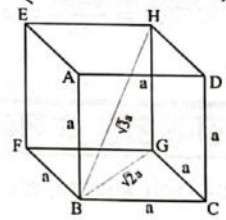
$= ২(৬ \times ৪ + ৪ \times ১.২৫ + ৬ \times ১.২৫) - (৬ \times ৪)$

$= (৭৩ - ২৪) = ৪৯$ বর্গ মিটার

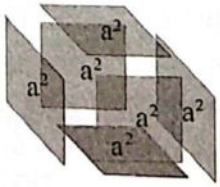
উত্তর : (ক)

Type-02 : ঘনক

যে আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলগুলো বর্গক্ষেত্র, তাকে ঘনক বলা হয়।



চিত্রে, ঘনকের দৈর্ঘ্য, AB = প্রস্থ, BC = উচ্চতা, CD = a



সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6 \times a^2 = 6a^2$

কর্ণের দৈর্ঘ্য	$\sqrt{3}a$ একক
আয়তন	a^3 ঘন একক
সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল	$6 \times a^2$

Case – 1: ঘনকের আয়তন সংক্রান্ত সমস্যা

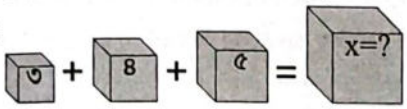
- ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a হলে, আয়তন = a^3 ঘন একক, সূত্রের সাহায্যে ঘনকের আয়তন নির্ণয় করা যায়।
- যদি একাধিক ঘনক থাকে, তাহলে আলাদা আলাদা ভাবে আয়তন বের করে এরপর সমস্যার সমাধান করা হয়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৫ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট তিনটি ঘনক গলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৭.৫ সে.মি. (খ) ৬.৫ সে.মি.
(গ) ৬ সে.মি. (ঘ) ৭ সে.মি.

সমাধান :



আমরা জানি, ঘনকের আয়তন = (বাহু)^৩
∴ ১ম ঘনকের আয়তন = (৩)^৩= ২৭ ঘন সে.মি.
২য় ঘনকের আয়তন= (৪)^৩= ৬৪ ঘন সে.মি.
৩য় ঘনকের আয়তন= (৫)^৩ = ১২৫ ঘন সে.মি.
∴ নতুন ঘনকের আয়তন,
= ২৭ + ৬৪ + ১২৫ = ২১৬ ঘন সে.মি.
নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে, $x^৩$= ২১৬
∴ $x = \sqrt[৩]{২১৬}$ = ৬ সে.মি.
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি ঘনক এর আয়তন 125 ঘন সে.মি. হলে তার দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 7 সে.মি. (খ) 5 সে.মি.
(গ) 9 সে.মি. (ঘ) 6 সে. মি.

সমাধান : আমরা জানি, ঘনকের বাহু = a হলে,
ঘনকের আয়তন = a^3
প্রশ্নানুসারে, $a^3 = 125$
বা, $a^3 = (5)^3$ ∴ a = 5 সে.মি.
উত্তর : (খ)

০২। দুইটি ঘনকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত ১ : ৩ হলে, এদের আয়তনের অনুপাত কত?

(ক) ১ : ৯ (খ) ১ : ৩
(গ) ১ : ১২ (ঘ) ১ : ২৭

সমাধান : মনে করি, প্রথম ঘনকটির দৈর্ঘ্য x একক
তাহলে দ্বিতীয় ঘনকটির দৈর্ঘ্য ৩x একক
∴ আয়তনের অনুপাত = $x^৩ : (৩x)^৩ = x^৩ : ২৭x^৩$
= ১ : ২৭
উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি ঘনকের ছয়টি পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 216 বর্গ সে.মি. হলে, ঘনকটির আয়তন কত?

(ক) 64 ঘন সে.মি. (খ) 126 ঘন সে.মি.
(গ) 216 ঘন সে.মি. (ঘ) 316 ঘন সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি, ঘনক-এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= $2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2$ বর্গ একক
প্রশ্নমতে, $6a^2 = 216$ সে.মি.
⇒ $a^2 = 36$ সে.মি. ∴ a = 6 সে.মি.
অতএব,
ঘনকটির আয়তন = $a^3 = 6^3 = 216$ ঘন সে.মি.
উত্তর : (গ)

০৪। 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট কয়টি ছোট ঘনক 1 মিটার বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনকের মধ্যে স্থাপন করা সম্ভব?

(ক) 10 টি (খ) 100 টি
(গ) 1000 টি (ঘ) 10000 টি

সমাধান : আমরা জানি, 1 মিটার = 100 সে.মি.
এবং 1 ঘন মিটার = 1000000 ঘন সে.মি.
10 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ঘনকটির আয়তন,
= $(10)^3$ ঘন সে.মি. = 1000 ঘন সে.মি.
∴ যে কয়টি ঘনকের প্রয়োজন = $\frac{\text{1000000 ঘন সে.মি.}}{\text{1000 ঘন সে.মি.}}$ = 1000 টি
উত্তর : (গ)

০৫। ২ ইঞ্চি, ৪ ইঞ্চি ও ৬ ইঞ্চি বাহুবিশিষ্ট তিনটি ঘনক গলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?

(ক) ৭.৫ ইঞ্চি (খ) ৬.৬ ইঞ্চি
(গ) ৬.৫ ইঞ্চি (ঘ) ৭ ইঞ্চি

সমাধান : আমরা জানি, ঘনকের আয়তন = (বাহু)^৩
∴ ১ম ঘনকের আয়তন = (২)^৩= ৮ ঘন ইঞ্চি,
২য় ঘনকের আয়তন = (৪)^৩= ৬৪ ঘন ইঞ্চি
৩য় ঘনকের আয়তন= (৬)^৩ = ২১৬ ঘন ইঞ্চি
∴ নতুন ঘনকের আয়তন,
= ৮ + ৬৪ + ২১৬ = ২৮৮ ঘন ইঞ্চি
নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য x হলে, $x^৩$= ২৮৮
∴ $x = \sqrt[৩]{২৮৮}$ = ৬.৬ ইঞ্চি
উত্তর : (খ)

Case – 2 : ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যা

- ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a হলে, $6 \times a^2$ বর্গ একক, সূত্রের সাহায্যে ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ঘনক- এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) $5a^2$ বর্গ একক (খ) $6a^2$ বর্গ একক
(গ) $8a^2$ বর্গ একক (ঘ) $10a^2$ বর্গ একক

সমাধান : ঘনক-এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল,
$= 2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2$ বর্গ একক
উত্তর : (খ)

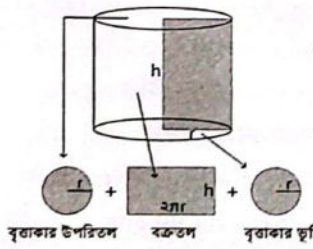
০২। একটি ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য ২ মিটার। ঘনকটির তলগুলোর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৩৬ বর্গমিটার (খ) ৪৮ বর্গমিটার
(গ) ২৪ বর্গমিটার (ঘ) ৯৬ বর্গমিটার

সমাধান : ঘনকটির এক ধারের দৈর্ঘ্য ২ মিটার
∴ ঘনকটির তলগুলোর ক্ষেত্রফল,
$= ৬(২)^২ = ২৪$ বর্গ মিটার
উত্তর : (গ)

০৩। একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান। বস্তুটি আয়তন 343 ঘন সে.মি. হলে তার একটি তলের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 7 বর্গ সে.মি. (খ) 49 বর্গ সে.মি.
(গ) 9 বর্গ সে.মি. (ঘ) 36 বর্গ. সে. মি.

সমাধান : আমরা জানি, ঘনবস্তুর আয়তন = (এক বাহু)^3 বা a^3
এবং একটি তলের ক্ষেত্রফল = a^2
প্রশ্নানুসারে, $a^3 = 343$ বা, $a^3 = (7)^3$ ∴ $a = 7$ সে.মি.
আবার, তলের ক্ষেত্রফল = $a^2 = (7)^2$
∴ $a^2 = 49$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (খ)

Type-03 : সমবৃত্তভূমিক বেলন/সিলিন্ডার



চিত্রে,
বেলনের উচ্চতা = h
ভূমির ব্যাসার্ধ = r

$\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2 = 2\pi r(r + h)$

বেলনের ,

বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল	ভূমির পরিধি × উচ্চতা
সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল বা পৃষ্ঠ তলের ক্ষেত্রফল	$2\pi r(a + b)$
আয়তন	ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা = $\pi r^2 h$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাস ২ সে.মি. ও উচ্চতা ৪ সে.মি. হলে, আয়তন কত?
(ক) 2π (খ) ৮π
(গ) 8π (ঘ) ৬π

সমাধান : আমরা জানি, সিলিন্ডারের আয়তন,
$= \pi r^2 h = \pi \times ১^২ \times 8 = 8\pi$
উত্তর : (গ)

০২। একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 150 ঘন সে.মি.। বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ কত?
(ক) 5 সে.মি. (খ) 4 সে.মি.
(গ) 3 সে.মি. (ঘ) 6 সে.মি.

সমাধান : বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh = 100$ বর্গ সে.মি.
এবং বেলনের বক্রতলের আয়তন = $\pi r^2 h = 150$ ঘন সে.মি.
$\therefore \frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{150}{100}$
$\Rightarrow r = \frac{300}{100}$
$\therefore r = 3$ সে.মি.
উত্তর : (গ)

০৩। একটি সিলিন্ডাকৃতির পাইপের ভূমির ব্যাসার্ধ এর উচ্চতার অর্ধেক। সিলিন্ডারটির আয়তন কত?
(ক) $4\pi r^2$ (খ) $2\pi r^3$
(গ) $2\pi r^2$ (ঘ) $4\pi r$

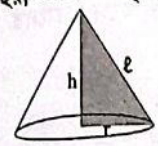
সমাধান : এখানে,
সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ r হলে, উচ্চতা 2r।
আমরা জানি,
সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$
উত্তর : (খ)

০৪। একটি কুয়ার গভীরতা 14 মিটার এবং ব্যাস 28 মিটার। ঐ কুয়ার মাটি খনন করতে প্রতি ঘন মিটারে 5 টাকা লাগে। ঐ কুয়ার সম্পূর্ণ মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?
(ক) 4312.75 টাকা (খ) 4102.75 টাকা
(গ) 43102.75 টাকা (ঘ) 43105.5 টাকা

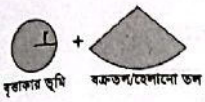
সমাধান : কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{28}{2}$ মিটার = 14 মিটার
কুয়ার গভীরতা, h = 14 মিটার
∴ কুয়ার আয়তন = $\pi r^2 h = 3.1416 \times 14^2 \times 14$ ঘনমিটার
= 8620.55 ঘনমিটার
∴ কুয়ার সম্পূর্ণ মাটি খননে খরচ হবে = (8620.55× 5) টাকা
= 43102.75 টাকা
উত্তর : (গ)

Type-04 : সমবৃত্তভূমিক কোণক

কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুকে অক্ষ ধরে তার চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলা হয়।



চিত্রে,
কোণকের উচ্চতা = h
ভূমির ব্যাসার্ধ = r
হেলানো তলের দৈর্ঘ্য = ℓ
$\ell^2 = h^2 + r^2$



$\pi r^2 + \pi r\ell = \pi r(\ell + r)$

কোণকের,

ভূমির ক্ষেত্রফল	πr^2 বর্গ একক
বক্রতলের ক্ষেত্রফল	$\pi r\ell$ বা $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$ বর্গ একক
সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল	$\pi r(\ell + r)$ বর্গ একক
আয়তন	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ১২ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস ১০ সে.মি. হলে তার আয়তন কত?
(ক) ১২০ ঘন সে.মি. (খ) ৩১২ ঘন সে.মি.
(গ) ৩১৪ ঘন সে.মি. (ঘ) ৩০২ ঘন সে.মি.

সমাধান : এখানে,
ভূমির ব্যাসার্ধ $r = \frac{১০}{২} = ৫$ সে.মি.
এবং উচ্চতা ১২ সে.মি.
আমরা জানি, কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
$\therefore$ আয়তন $= \frac{১}{৩} \times \pi \times ৫^২ \times ১২$
$= ৩১৪.১৬$ ঘন সে.মি. ≈ ৩১৪ ঘন সে.মি.
উত্তর : (গ)

০২। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ২৪ সে.মি. এবং আয়তন ১২৩২ ঘন সে.মি.। এর হেলানো উচ্চতা কত?
(ক) ২২ সে.মি. (খ) ২৫ সে.মি.
(গ) ২৪ সে.মি. (ঘ) ২৬ সে.মি.

সমাধান : এখানে,
কোণকের উচ্চতা, h = ২৪ সে.মি.
এবং আয়তন = ১২৩২ সে.মি.
আমরা জানি, কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
$\therefore ১২৩২ = \frac{১}{৩}\pi r^২ \times ২৪$
$\Rightarrow r^২ = \frac{১২৩২ \times ৩}{২৪ \times \pi}$
$\Rightarrow r^২ = ৪৯ \quad \therefore r = ৭$ সে.মি.
$\therefore$ হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{(২৪)^২ + ৭^২}$
$= \sqrt{৬২৫} = ২৫$ সে.মি.
উত্তর : (খ)

০৩। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি. ও উচ্চতা ১২ সে.মি. হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ২৮০.৭৫ বর্গ সে.মি. (খ) ২৬৭.০৪ বর্গ সে.মি.
(গ) ২৭০.২৫ বর্গ সে.মি. (ঘ) ২৮২.৭৪ বর্গ সে.মি.

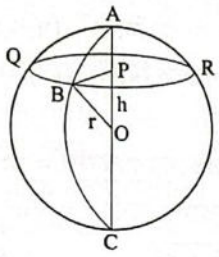
সমাধান : আমরা জানি,
কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(\ell + r)$ বর্গ একক
এবং হেলানো তলের দৈর্ঘ্য, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$
$\therefore \ell = \sqrt{১২^২ + ৫^২}$
$= \sqrt{১৬৯} = ১৩$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi \times ৫ \times (১৩ + ৫)$
$= ২৮২.৭৪$ বর্গ সে.মি.
উত্তর : (ঘ)

০৪। কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.5 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কী পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?
(ক) 2086.49 বর্গ মিটার (খ) 636.61 বর্গ মিটার
(গ) 2524.5 বর্গ মিটার (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : মনে করি, কোণক আকৃতির তাবুটির ব্যাসার্ধ, r মিটার
$\therefore$ তাবু দ্বারা আবদ্ধ জমির পরিমাণ $= \pi r^2$ বর্গমিটার।
শর্তমতে, $\pi r^2 = 2000$
$\Rightarrow r^2 = \frac{2000}{\pi}$
$\Rightarrow r^2 = 636.6183$ [$\pi = 3.1416$ ধরে]
$\therefore r = 25.2313$
মনে করি, কোণক আকৃতির তাবুটির হেলানো উচ্চতা
$= l$ মি. এবং উচ্চতা, h = 7.5 মি.।
কোণকটির হেলানো উচ্চতা,
$l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2}$
$= \sqrt{56.25 + 636.6185}$
$= 26.3224$ মিটার।
আবার, কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$
$= 3.1416 \times 25.2313 \times 26.3224$ বর্গমিটার
$= 2086.4885$ বর্গমিটার (প্রায়)
এখানে, কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল হলো তাবুর ক্যানভাসের পরিমাণ।
$\therefore$ ক্যানভাসের পরিমাণ 2086.49 বর্গ মিটার (প্রায়)।
উত্তর : (ক)

Type-05 : গোলক

কোনো অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রের ব্যাসকে অক্ষ ধরে ঐ ব্যাসের চতুর্দিকে অর্ধবৃত্ত ক্ষেত্রকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন করে তাই হলো গোলকের তল।



চিত্রে, CQAR গোলকের কেন্দ্র O, ব্যাসার্ধ OA = OB = OC এবং কেন্দ্র O থেকে h দূরত্বে P বিন্দুর মধ্য দিয়ে OA রেখার সাথে লম্ব হয় এরূপ একটি সমতল গোলকটিকে ছেদ করে একটি QBR বৃত্ত উৎপন্ন করেছে। এই বৃত্তের কেন্দ্র P এবং ব্যাসার্ধ PB।

$\therefore OB^2 = OP^2 + PB^2$

$\therefore PB^2 = OB^2 - OP^2 = r^2 - h^2$

h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$

আয়তন	$\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল	$4\pi r^2$ বর্গ একক

Case – 1: গোলকের আয়তন সংক্রান্ত সমস্যা

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক, সূত্রটি থেকে গোলকের আয়তন নির্ণয় করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 1 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন কত?

(ক) π cm^3 (খ) $\frac{4}{3}\pi$ cm^3

(গ) 2π cm^3 (ঘ) 4π cm^3

সমাধান : আমরা জানি,

r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$\therefore$ 1 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন,

$= \frac{4}{3}\pi(1)^3 cm^3$

$= \frac{4}{3}\pi$ cm^3

উত্তর : (খ)

০২। একটি ফুটবলের ব্যাস 10 ইঞ্চি হলে ফুটবলের আয়তন কত?

(ক) 31.416 বর্গ ইঞ্চি (খ) 78.54 বর্গ ইঞ্চি

(গ) 314.16 ঘন ইঞ্চি (ঘ) 523.60 ঘন ইঞ্চি

সমাধান : ফুটবলের ব্যাস 10 ইঞ্চি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ = 5 ইঞ্চি

ফুটবলের আয়তন $= \frac{4}{3} \times \pi(5)^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 125$

$= 523.60$ ঘন ইঞ্চি

উত্তর : (ঘ)

০৩। দুটি গোলকের ব্যাসের অনুপাত ২ : ৫ হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত কত?

(ক) ৮ : ১২৫ (খ) ৪ : ২৫

(গ) ২০ : ৫০ (ঘ) ৮ : ২০

সমাধান : মনে করি, ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে, $r_১$ এবং $r_২$

আমরা জানি, গোলকের ব্যাস = ২ × ব্যাসার্ধ

$\therefore \frac{২r_১}{২r_২} = \frac{২}{৫}$

$\Rightarrow \frac{(২r_১)^৩}{(২r_২)^৩} = \frac{২^৩}{৫^৩} = \frac{৮}{১২৫}$

সুতরাং আয়তনের অনুপাত $= \frac{\frac{৪}{৩}\pi r_১^৩}{\frac{৪}{৩}\pi r_২^৩} = \frac{৮}{১২৫} = ৮ : ১২৫$

উত্তর : (ক)

Case – 2 : গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যা

পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক, সূত্রটি থেকে গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি. হলে এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) ৮০π বর্গ সে.মি. (খ) ১০০ π বর্গ সে.মি.

(গ) ২০০ π বর্গ সে.মি. (ঘ) ৩০০ π বর্গ সে.মি.

সমাধান : আমরা জানি, গোলকের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

$= 4\pi(5)^2 = 100\pi$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : (খ)

০২। একটি গোলকের পৃষ্ঠতল ১৯৬π হলে, গোলকের ব্যাসার্ধ কত?

(ক) ৯ একক (খ) ৭ একক

(গ) ৮ একক (ঘ) ৬ একক

সমাধান : আমরা জানি, গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

$\therefore 4\pi r^2 = ১৯৬\pi$

$\Rightarrow r^2 = ৪৯$

$\therefore r = ৭$ একক

উত্তর : (খ)

০৩। দুটি গোলকের আয়তনের অনুপাত 8 : 27। তাদের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

(ক) 4 : 9 (খ) 2 : 3

(গ) 4 : 5 (ঘ) 5 : 6

সমাধান : গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

এবং পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক

$\therefore$ শর্তমতে, $\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{8}{27}$

$\Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{8}{27}$

$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{9}$

$\Rightarrow \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$

$\therefore$ গোলকের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 4 : 9$।

উত্তর : (ক)

Type-06 : ঘনবস্তুর রূপান্তর সংক্রান্ত সমস্যা

ভিন্ন ধরনের ঘনবস্তুকে অন্যরূপের কোন ঘনবস্তুতে রূপান্তর করা হলে উভয় ঘনবস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য আয়তনের সূত্রের সাহায্যে সমস্যা সমাধান করতে হবে।



সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি আয়তাকার মাছের ট্যাংক যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ২৫ ইঞ্চি এবং ৯ ইঞ্চি। যদি এর ভেতর ২ ইঞ্চি লেভেলের পানি থাকে এবং সতর্কতার সহিত এই পানি একটি সিলিন্ডার আকৃতির পানির পাত্রে রাখা হয় যার ব্যাস ১০ ইঞ্চি তাহলে সিলিন্ডার আকৃতির পাত্রের কতটুকু উচ্চতায় পানি পৌঁছাবে?

(ক) $\frac{৯}{২\pi}$ (খ) $\frac{\pi}{১৮}$

(গ) $\frac{১৮}{\pi}$ (ঘ) ১৮π

সমাধান : এখানে,

আয়তাকার ট্যাংক এর আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

$= ২৫ \times ৯ \times ২ = ৪৫০$ ঘন ইঞ্চি

মনে করি, সিলিন্ডারটির উচ্চতা h ইঞ্চি

$\therefore \pi r^2 h = ৪৫০$

$\Rightarrow \pi(৫)^2 h = ৪৫০$ [ব্যাস ১০ হলে, ব্যাসার্ধ ৫]

$\Rightarrow h = \frac{৪৫০}{২৫\pi}$

$\therefore h = \frac{১৮}{\pi}$

উত্তর : (গ)

০২। একটি সিলিন্ডাকৃতির লোহার রডের উচ্চতা এর ব্যাসার্ধের সমান। এটিকে গলিয়ে কিছু লোহার বলে পরিণত করা হলো যার ব্যাসার্ধ, রডের ব্যাসার্ধের অর্ধেক। কতগুলো বল তৈরি হবে?

(ক) 3 টি (খ) 4 টি

(গ) 5 টি (ঘ) 6 টি

সমাধান : মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r ফলে উচ্চতা = r

$\therefore$ রডের আয়তন $= \pi r^2 . r = \pi r^3$

$\therefore$ বলের ব্যাসার্ধ $= \frac{r}{2}$

$\therefore$ বলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi . r^3 . \frac{1}{8} = \frac{1}{6}\pi r^3$

$\therefore$ নির্ণেয় বলের সংখ্যা $= \frac{\pi r^3}{\frac{1}{6}\pi r^3} = 6$ টি

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি লোহার বারের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে, ১২ সে.মি., ৮ সে.মি. ও ৩ সে.মি.। এর থেকে ১ সে.মি. ব্যাসার্ধের কতটি লোহার বল বানানো যাবে?

(ক) ৬৮ টি (খ) ৬৯ টি

(গ) ৭০ টি (ঘ) ৭২ টি

সমাধান : এখানে, লোহার বারটির আয়তন,

$= ১২ \times ৮ \times ৩ = ২৮৮$ ঘন সে.মি.

আবার, ১ সে.মি. এর গোলকের আয়তন,

$= \frac{৪}{৩}\pi r^3 = \frac{৪}{৩} \times \pi \times ১^৩ = ৪.১৯$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ লোহার বল বানানো যাবে $= \frac{২৮৮}{৪.১৯} = ৬৮$ টি (প্রায়)

উত্তর : (ক)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ x হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) πr^2 (খ) πx

(গ) $2\pi x$ (ঘ) πx^2

০২। দুইটি গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত ১ : ২ হলে, পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?

(ক) ১ : ৪ (খ) ১ : ৮

(গ) ১ : ২ (ঘ) ৩ : ৬

০৩। ৪ সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে পিটিয়ে $\frac{২}{৩}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হলো। ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত?

(ক) ৮ সে.মি (খ) ৪ সে.মি

(গ) ১২ সে.মি (ঘ) ৬ সে.মি

০৪। এক বর্গ ইঞ্চি কত বর্গ সেন্টিমিটারের সমান?

(ক) ০.০৯২৯ (প্রায়) (খ) ৭.৩০ (প্রায়)

(গ) ৬.৪৫ (প্রায়) (ঘ) ৫.৪৫ (প্রায়)

০৫। ২০ বর্গ মিটার ২ এয়রের কত অংশ?
(ক) $\frac{১}{৫}$ (খ) $\frac{১}{৮}$
(গ) $\frac{১}{১০}$ (ঘ) $\frac{১}{১২}$

০৬। সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 100 বর্গ সে.মি. (খ) 50 বর্গ সে.মি.
(গ) $25\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $50\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি.

০৭। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $\frac{১}{২}$ মিটার কমলে, ক্ষেত্রফল কত কমবে?
(ক) $\frac{\sqrt{৩}}{৪}\left(a-\frac{১}{২}\right)$ (খ) $\frac{\sqrt{৩}}{৪}\left(a-\frac{১}{৪}\right)$
(গ) $\frac{\sqrt{৩}}{৪}\left(২a-\frac{১}{২}\right)$ (ঘ) $\frac{\sqrt{৩}}{৪}\left(২a-\frac{১}{৪}\right)$

০৮। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ সে.মি. ও ভূমি ৩২ সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ২০ সে.মি. (খ) ১৫ সে.মি.
(গ) ২২ সে.মি. (ঘ) ১৮ সে.মি.

০৯। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি?
(ক) $\frac{১}{২}$ × দৈর্ঘ্য × প্রস্থ (খ) ভূমি × উচ্চতা
(গ) কর্ণদ্বয়ের গুণফল (ঘ) দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

১০। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ ফুট বড়। দৈর্ঘ্য ৮ ফুট হলে ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট?
(ক) ৩০ (খ) ৪০
(গ) ৩৫ (ঘ) ৩২

১১। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ও প্রস্থ ৮ সে.মি. হলে, এর পরিসীমা কত?
(ক) ৪৫ সে.মি. (খ) ৪৬ সে.মি.
(গ) ৪৮ সে.মি. (ঘ) ৫০ সে.মি.

১২। 20x পরিসীমা বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $4x + 3$ হলে, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
(ক) $4x - 3$ (খ) $5x + 3$
(গ) $5x - 3$ (ঘ) $6x - 3$

১৩। আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্য থেকে ৪ মিটার কম এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ১০ মিটার (খ) ৮ মিটার
(গ) ১২ মিটার (ঘ) ১৪ মিটার

১৪। একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ২ সে.মি. কম। পরিসীমা ৩৬ সে.মি. হলে, ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৭০ বর্গ সে.মি. (খ) ৮০ বর্গ সে.মি.
(গ) ৯০ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১০০ বর্গ সে.মি.

১৫। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের 3 গুণ। দৈর্ঘ্য 48 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত?
(ক) 64 মিটার (খ) 128 মিটার
(গ) 96 মিটার (ঘ) 228 মিটার

১৬। একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৩৮৪ বর্গমিটার হলে ঐ ঘরের পরিসীমা কত?
(ক) ২৫৬ মিটার (খ) ৫৭৬ মিটার
(গ) ৪০ মিটার (ঘ) ৮০ মিটার

১৭। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস করা হলে ক্ষেত্রফলের শতকরা কত পরিবর্তন হবে?
(ক) 10% বৃদ্ধি (খ) 8% বৃদ্ধি
(গ) 12% বৃদ্ধি (ঘ) 8% হ্রাস

১৮। একটি আয়তাকার মাঠের বাইরে চারদিকে একটি রাস্তা আছে। মাঠের দৈর্ঘ্য ৫০ মিটার, প্রস্থ ৪০ মিটার এবং রাস্তার চওড়া ২ মিটার। রাস্তাসহ মাঠের দৈর্ঘ্য কত মিটার?
(ক) ৫৪ (খ) ৫০
(গ) ৪৬ (ঘ) ৪৪

১৯। একটি বর্গের কর্ণ $৩\sqrt{২}$ ইঞ্চি। এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৩ বর্গ ইঞ্চি (খ) ৯ বর্গ ইঞ্চি
(গ) ১৮ বর্গ ইঞ্চি (ঘ) ১২ বর্গ ইঞ্চি

২০। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৪৫ মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ২০২৫ বর্গমিটার (খ) ২০১৫ বর্গমিটার
(গ) ২৪৭৫ বর্গমিটার (ঘ) ১০১৫ বর্গমিটার

২১। একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণ ১০ সে.মি.। এক দিকের দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ৭.০৭ সে.মি. (খ) ৮.০৭ সে.মি.
(গ) ৯.০৭ সে.মি. (ঘ) ৬.০৭ সে.মি.

২২। যদি একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল n হয়, তাহলে তার কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
(ক) $\sqrt{2n}$ (খ) $\sqrt{2}n$
(গ) $2\sqrt{n}$ (ঘ) $2n$

২৩। একটি ঘনকের আয়তন x, তা হলে x এর বিচারে এটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) $6x$ (খ) $6\sqrt{x}$
(গ) $6x^{\frac{2}{3}}$ (ঘ) $6x^{\frac{3}{2}}$

২৪। একটি বর্গাকার জমির পরিসীমা ২৯ মিটার। এর দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ৭.২৫ মিটার (খ) ৭.৫ মিটার
(গ) ৭.০ মিটার (ঘ) ৬.৭৫ মিটার

২৫। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় 40 সে.মি. ও 60 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 2400 বর্গ সে.মি. (খ) 1200 বর্গ সে.মি.
(গ) 600 বর্গ সে.মি. (ঘ) 48 বর্গ সে.মি.

২৬। একটি সামান্তরিকের সব বাহু সমান। এর কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৬ ও ৯ মিটার। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ২৫ বর্গ মিটার (খ) ৫৪ বর্গ মিটার
(গ) ৪৫ বর্গ মিটার (ঘ) ২৭ বর্গ মিটার

২৭। একটি রম্বসের একবাহু $3\sqrt{5}$ ও কর্ণ $2\sqrt{29}$ হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
(ক) $\sqrt{11}$ (খ) $3\sqrt{2}$
(গ) $3\sqrt{3}$ (ঘ) ৮

২৮। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় এর জন্য প্রয়োজন–
(ক) সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য (খ) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য
(গ) সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব (ঘ) ক ও গ উভয়ই

২৯। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% কমলে, এর ক্ষেত্রফল কমবে শতকরা-
(ক) ২২% (খ) ১৮%
(গ) ২০% (ঘ) ১৯%

৩০। একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১২π বর্গ মিটার, পরিধি ৮π মিটার। এর ব্যাসার্ধ কত?
(ক) ২ মিটার (খ) ১.৫ মিটার
(গ) ৩ মিটার (ঘ) ৩.৫ মিটার

৩১। বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 2π (খ) π
(গ) 3π (ঘ) 8π

৩২। একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাসার্ধ ৮ ইঞ্চি এবং পেছনের চাকার ব্যাসার্ধ ১২ ইঞ্চি। সামনের চাকাটি ৮৬ বার ঘুরলে পেছনের চাকা কতবার ঘুরবে?
(ক) ৫৭ (খ) ৫৯
(গ) ৬০ (ঘ) ৬১

৩৩। দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত ১ : ৫ হলে বৃত্ত দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?
(ক) ১ : ৫ (খ) ১ : ১০
(গ) ৪ : ২০ (ঘ) ১ : ২৫

৩৪। রাস্তাসহ একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস ৯ মিটার। রাস্তাটি চওড়ায় ১ মিটার। রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?
(ক) ১৩.৭৫π (খ) ১৪.৩৫π
(গ) ১২.৭৫π (ঘ) ১২.২৫π

৩৫। ১৮" উঁচু একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট এবং প্রস্থ ২ ফুট। বাক্সটির আয়তন কত?
(ক) ৮ ঘন ফুট (খ) ৯ ঘন ফুট
(গ) ১০৮ ঘন ফুট (ঘ) ৬ ঘন ফুট

৩৬। একটি ঘনকের দৈর্ঘ্য ৪.৫ সে.মি. হলে তার আয়তন কত?
(ক) ৮১.১২৫ ঘন সে.মি. (খ) ৯১.১২৫ ঘন সে.মি.
(গ) ৯০.১২৫ ঘন সে.মি. (ঘ) ১২১.১২৫ ঘন সে. মি.

৩৭। দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত 3 : 2 হলে তাদের আয়তনের অনুপাত কত?
(ক) 9 : 4 (খ) 27 : 8
(গ) 12 : 4 (ঘ) 27 : 4

৩৮। একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণ ১৫ সে.মি. এবং এর একটি ধার কর্ণের $\frac{8}{5}$ গুণ হলে, ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ১০৮ বর্গ সে.মি. (খ) ১০৬ বর্গ সে.মি.
(গ) ১০০ বর্গ সে.মি. (ঘ) ১১০ বর্গ সে.মি.

৩৯। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৪৫০ বর্গ মিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ৫০ মিটার (খ) ৬০ মিটার
(গ) ৩০ মিটার (ঘ) ৪০ মিটার

৪০। একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং উহার ক্ষেত্রফল 800 বর্গ মিটার হলে, জমিটির পরিসীমা কত মিটার?
(ক) 100 মিটার (খ) 140 মিটার
(গ) 120 মিটার (ঘ) 115 মিটার

৪১। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। যদি ঘরটির ক্ষেত্রফল 512 বর্গ ইঞ্চি হয়, তাহলে পরিসীমা কত?
(ক) 512 ইঞ্চি (খ) 256 ইঞ্চি
(গ) 96 ইঞ্চি (ঘ) 120 ইঞ্চি

৪২। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13, 14 ও 15 মিটার। ত্রিভুজটি ক্ষেত্রফল কত?
(ক) 60 বর্গ মিটার (খ) 84 বর্গ মিটার
(গ) 94 বর্গ মিটার (ঘ) 108 বর্গ মিটার

৪৩। একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ৬ ইঞ্চি ও ক্ষেত্রফল ২১ বর্গ ইঞ্চি হলে, ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?
(ক) ৬ ইঞ্চি (খ) ৭ ইঞ্চি
(গ) ৮ ইঞ্চি (ঘ ৯ ইঞ্চি

৪৪। কোনো সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি x এবং লম্ব y হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হবে?
(ক) xy বর্গ একক (খ) $\frac{1}{2}$xy বর্গ একক
(গ) $\frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ বর্গ একক (ঘ) $x^2 + y^2$ বর্গ একক

উত্তরমালা

০১	ঘ	০২	ক	০৩	খ	০৪	গ	০৫	গ
০৬	গ	০৭	খ	০৮	ক	০৯	ঘ	১০	ঘ
১১	খ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	খ
১৬	ঘ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	খ	২০	ক
২১	ক	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	খ
২৬	ঘ	২৭	ঘ	২৮	ঘ	২৯	ঘ	৩০	গ
৩১	ক	৩২	ক	৩৩	ঘ	৩৪	ঘ	৩৫	খ
৩৬	খ	৩৭	খ	৩৮	ক	৩৯	গ	৪০	গ
৪১	গ	৪২	খ	৪৩	খ	৪৪	খ		

অধ্যায় ২০ ত্রিকোণমিতি

গ্রিক জ্যোতির্বিদ Hipparchus (190 B.C - 120 B.C) সর্বপ্রথম ত্রিকোণমিতি (Trigonometry) এর উদ্ভাবন করেন। Tri অর্থ Three, Gonia অর্থ angle ও Metron অর্থ Measurement। সুতরাং Trigonometry শব্দের অর্থ তিন কোণের পরিমাপ।

গুরুত্ব ও পরামর্শ:

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এই অধ্যায় হতে ৫টি প্রশ্ন হয়েছে ১০তম থেকে ৩৪তম'তে এবং ৩টি প্রশ্ন হয়েছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহের সম্পর্কে ধারণা ও এদের মধ্যে সম্পর্ক
  - ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান সম্পর্কে এবং সম্পর্কিত সমস্যাবলি সমাধান
  - দূরত্ব ও উচ্চতার নানা বিষয় এবং সম্পর্কিত সমস্যাবলি সমাধান

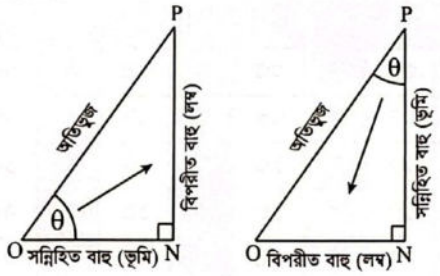
❖ **সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর নামকরণ:**

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো অতিভুজ, ভূমি ও উন্নতি(লম্ব) নামে অভিহিত হয়। ত্রিভুজের অনুভূমিক অবস্থানের জন্য এ নামসমূহ সার্থক। আবার সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটির সাপেক্ষে অবস্থানের প্রেক্ষিতেও বাহুগুলোর নামকরণ করা হয়। যথা:

১. **অতিভুজ(Hypotenuse):** সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু যা সমকোণের বিপরীত বাহু।

২. **বিপরীত বাহু/লম্ব(Opposite Side):** যা হলো প্রদত্ত কোণের সরাসরি বিপরীত দিকের বাহু।

৩. **সন্নিহিত বাহু/ভূমি(Adjacent Side):** যা প্রদত্ত কোণ সৃষ্টিকারী একটি রেখাংশ।



∠PON কোণের জন্য,	∠OPN কোণের জন্য,
অতিভুজ = OP,	অতিভুজ = OP,
সন্নিহিত বাহু(ভূমি) = ON,	সন্নিহিত বাহু(ভূমি) = PN,
বিপরীত বাহু(লম্ব) = PN	বিপরীত বাহু(লম্ব) = ON

❑ **ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ:**

$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PN}{OP}$

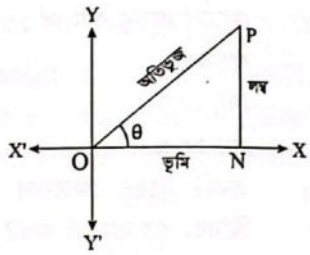
$\text{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PN}$

$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{ON}{OP}$

$\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{ON}$

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{PN}{ON}$

$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{ON}{PN}$



❑ **ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক:**

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক	
1. $\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\theta}$	4. $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
2. $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	5. $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
3. $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$	

❑ **ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয় অভেদাবলি:**

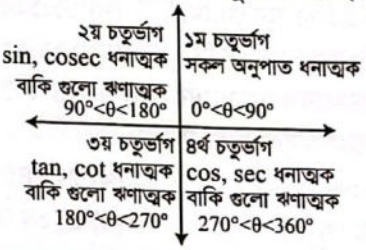
1. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ $\Rightarrow \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$	2. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ $\Rightarrow \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ $\Rightarrow \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$
3. $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ $\Rightarrow \text{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ $\Rightarrow \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$	

❑ **ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:**

কোণ / অনুপাত	0°	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত

এছাড়া, $\text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ এবং $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$ এর মাধ্যমে এদের মান বের করা যায়।

❑ **বিভিন্ন চতুর্ভাগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন:**



❑ ঋণাত্মক কোণ($-\theta$):

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\text{cosec}(-\theta) = -\text{cosec}\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

মনে রাখব: শুধুমাত্র sec এবং cos এর ক্ষেত্রে (+ve) হয়। অর্থাৎ, $\cos(-\theta) = \cos\theta$, $\sec(-\theta) = \sec\theta$ এবং বাকি সবগুলো (- ve) হয়।

❑ $\frac{n\pi}{2}$ অনুক্রমে, n এর মান 0, 1, 2, 3 বসালে,[চতুর্ভাগের নিয়মে]

$\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \sin 0, \sin\frac{\pi}{2}, \sin\frac{2\pi}{2}, \sin\frac{3\pi}{2} = 0, 1, 0, -1$

$\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \cos 0, \cos\frac{\pi}{2}, \cos\frac{2\pi}{2}, \cos\frac{3\pi}{2} = 1, 0, -1, 0$

$\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \tan 0, \tan\frac{\pi}{2}, \tan\frac{2\pi}{2}, \tan\frac{3\pi}{2} = 0, \infty, 0, -\infty$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A - \tan A = ?$ [৪২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(স্বাস্থ্য)]

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{5}$

(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{2}$

সমাধান : আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$\Rightarrow (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

$\Rightarrow \frac{5}{2} \times (\sec A - \tan A) = 1$

$\therefore \sec A - \tan A = \frac{2}{5}$

উত্তর : (গ)

০২। $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পদ কোনটি? [৪০ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) –1 (খ) 1

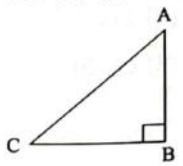
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 0

সমাধান : ধারাটির চতুর্থ পদ $= \cos\left(\frac{4\pi}{2}\right)$ [$\because n = 4$]

$= \cos 2\pi = \cos 360°$ [$\because \pi = 180$] $= 1$

উত্তর : (খ)

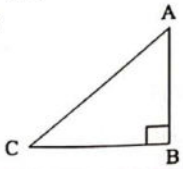
০৩। ΔABC এ $\angle B = 90°$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত? [৩৮ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]



(ক) 45° (খ) 22.5°

(গ) 30° (ঘ) 60°

সমাধান :



ΔABC এ $\angle B = 90°$, ফলে ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\angle C = \theta$, হলে $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{2AB} = \frac{1}{2}$

$\therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin\theta = \sin 30°$

$\therefore \theta = 30°$

উত্তর : (গ)

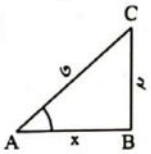
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $\sin A = \frac{২}{৩}$ হলে, $\cos A =$ কত?

(ক) $\frac{৩}{২}$ (খ) $\frac{১}{৩}$

(গ) $\frac{\sqrt{৫}}{৩}$ (ঘ) $\frac{১}{২}$

সমাধান :



এখানে, $\sin A = \frac{২}{৩}$; সমকোণী ত্রিভুজ ABC এ,

$x = \sqrt{৩^২ - ২^২} = \sqrt{৫}$

$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{৫}}{৩}$

উত্তর : (গ)

০২। $\sin\theta = \frac{3}{5}$; $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে, $\tan\theta = ?$

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{4}{5}$

(গ) $\frac{5}{4}$ (ঘ) $\frac{4}{5}$

সমাধান : $\sin\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2\theta = \frac{9}{25}$

$\Rightarrow 1 - \cos^2\theta = \frac{9}{25}$

$\Rightarrow \cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\Rightarrow \cos^2\theta = \frac{16}{25}$

$\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$

এখন, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

উত্তর : (ক)

০৩। $\tan\theta = -\frac{5}{12}$; $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হলে, $\text{Cosec}\theta$ এর মান-

(ক) $-\frac{5}{13}$ (খ) $-\frac{13}{5}$

(গ) $\frac{5}{13}$ (ঘ) $\frac{13}{5}$

সমাধান : $\tan\theta = -\frac{5}{12}$

$\Rightarrow \cot\theta = -\frac{12}{5}$

$\Rightarrow \cot^2\theta = \frac{144}{25}$

$\Rightarrow 1 - \text{cosec}^2\theta = \frac{144}{25}$

$\Rightarrow \text{cosec}^2\theta = 1 - \frac{144}{25}$

$\Rightarrow \text{cosec}^2\theta = \frac{169}{25}$

$\Rightarrow \text{cosec}\theta = \pm\frac{13}{5}$

$\therefore \text{cosec}\theta = \frac{13}{5}$

$\left[\because \frac{\pi}{2} < \theta < \pi;\ \text{অর্থাৎ দ্বিতীয় চতুর্ভাগে } \text{cosec}\theta \text{ ধনাত্মক}\right]$

উত্তর : (ঘ)

০৪। $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হলে, নিচের কোনটি সত্য?

(ক) $\sin\theta = \frac{b}{a^2+b^2}$ (খ) $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

(গ) $\sec\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ (ঘ) $\text{cosec}\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

সমাধান : $\tan\theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \cot\theta = \frac{b}{a}$

$\Rightarrow \cot^2\theta = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \text{cosec}^2\theta - 1 = \frac{b^2}{a^2}$

$\Rightarrow \text{cosec}^2\theta = \frac{b^2}{a^2} + 1$

$\Rightarrow \text{cosec}^2\theta = \frac{b^2+a^2}{a^2}$

$\Rightarrow \text{cosec}\theta = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$

$\therefore \text{cosec}\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

উত্তর : (ঘ)

০৫। যদি $\tan\theta = t$ হয়, তবে $\cos^2\theta$ কত?

(ক) $1 + t^2$ (খ) $\frac{2t}{1-t^2}$

(গ) $\frac{1}{1+t^2}$ (ঘ) $\frac{1-t^2}{1+t^2}$

সমাধান : আমরা জানি, $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$\Rightarrow \sec^2\theta = 1 + t^2$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + t^2$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{1}{1+t^2}$

উত্তর : (গ)

০৬। যদি $\tan\theta = 1$ হয়, তবে $\sin\theta - \cos(-\theta)$ এর মান কত?

(ক) $-\sqrt{2}$ (খ) 0

(গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) 1

সমাধান : $\tan\theta = 1 \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1 \ \therefore \sin\theta = \cos\theta$

এখন, $\sin\theta - \cos(-\theta)$

$= \sin\theta - \cos\theta \ [\because \cos(-\theta) = \cos\theta]$

$= \sin\theta - \sin\theta = 0$

উত্তর : (খ)

০৭। $(\sec\theta + \tan\theta) = \frac{7}{5}$ হলে, $(\sec\theta - \tan\theta)$ এর মান কত?

(ক) $\frac{5}{7}$ (খ) $\frac{3}{7}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

সমাধান : $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\Rightarrow (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\Rightarrow \frac{7}{5}(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$\therefore (\sec\theta - \tan\theta) = \frac{5}{7}$

উত্তর : (ক)

০৮। $\frac{1-\sin^2 45^\circ}{1+\sin^2 45^\circ} + \tan^2 45^\circ$ এর মান কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{4}{3}$

(গ) $\frac{3}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= \frac{1-\sin^2 45^\circ}{1+\sin^2 45^\circ} + \tan^2 45^\circ$

$= \frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + 1^2$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + 1 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$

উত্তর : (খ)

০৯। $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 7$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কত?

(ক) $\frac{5}{3}$ (খ) $\pm\frac{5}{3}$

(গ) $-\frac{5}{3}$ (ঘ) $\frac{3}{5}$

সমাধান : $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = 7$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta + \cos\theta + \sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta - \sin\theta + \cos\theta} = \frac{7+1}{7-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{2\sin\theta}{2\cos\theta} = \frac{8}{6}$

$\Rightarrow 4\cos\theta = 3\sin\theta$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan\theta = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \tan^2\theta = \frac{16}{9}$

$\Rightarrow \sec^2\theta - 1 = \frac{16}{9}$

$\Rightarrow \sec^2\theta = \frac{16}{9} + 1 = \frac{25}{9}$

$\therefore \sec\theta = \pm\frac{5}{3}$

উত্তর : (খ)

১০। $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} =$ কত?

(ক) $\tan^2\theta$ (খ) $2\cos^2\frac{\theta}{2}$

(গ) $2\sin\theta\cos\theta$ (ঘ) $\cos 2\theta$

সমাধান : $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \frac{2 \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$

$= \frac{2 \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos^2\theta}}$

$= 2 \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \frac{\cos^2\theta}{1}$

$= 2\sin\theta\cos\theta$

উত্তর : (গ)

১১। $\tan^2\theta - (1+\sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ হলে, θ এর মান কত?

(ক) $\theta = 15°, 30°$ (খ) $\theta = 45°, 60°$

(গ) $\theta = 36°, 55°$ (ঘ) $\theta = 75°, 90°$

সমাধান : $\tan^2\theta - (1+\sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow \tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$

$\Rightarrow (\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$ হয়

তবে, $\tan\theta - 1 = 0$	$\tan\theta - \sqrt{3} = 0$
$\Rightarrow \tan\theta = 1$	$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3}$
$\Rightarrow \tan\theta = \tan45°$	$\Rightarrow \tan\theta = \tan60°$
$\therefore \theta = 45°$	$\therefore \theta = 60°$

উত্তর : (খ)

১২। $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$ হলে, θ এর মান কত?

(ক) 60° (খ) 30°

(গ) 15° (ঘ) 45°

সমাধান : $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

$\Rightarrow 2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$\Rightarrow 2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

$\Rightarrow -2\cos^2 + 3\cos\theta - 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 - 3\cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

$\Rightarrow (\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 1 = 0$ অথবা $2\cos\theta - 1 = 0$

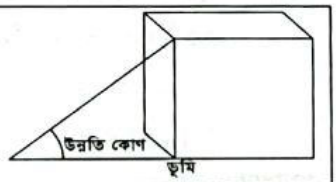
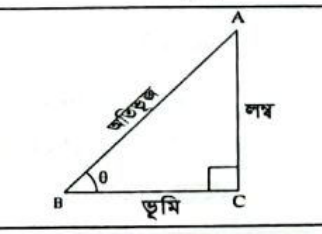
$\Rightarrow \cos\theta = 1$ $\Rightarrow 2\cos\theta = 1$

$\Rightarrow \cos\theta = \cos0°$ $\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 0°$ $\Rightarrow \cos\theta = \cos60°$ $\therefore \theta = 60°$

উত্তর : (ক)

দূরত্ব ও উচ্চতা

উন্নতি কোণ: ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।	
অবনতি কোণ: ভূতলের নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।	
ABC সমকোণী ত্রিভুজে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী, অতিভুজ^2 = লম্ব^2 + ভূমি^{2} $\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$	

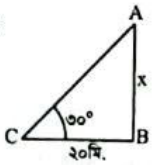
বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি মিনারের পাদদেশ হতে ২০ মিটার দূরের একটি স্থান হতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ ৩০° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? [৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $২০\sqrt{৩}$ মিটার (খ) $\frac{২০}{\sqrt{৩}}$ মিটার

(গ) ২০ মিটার (ঘ) $১০\sqrt{৩}$ মিটার

সমাধান :



এখানে, মিনার AB এর পাদদেশ B হতে ২০ মিটার দূরে C বিন্দু হতে মিনারের শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ হয়।

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = x মিটার

পাশের চিত্রানুযায়ী, $\tan৩০° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \frac{১}{\sqrt{৩}} = \frac{x}{২০} \Rightarrow x = \frac{২০}{\sqrt{৩}}$

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা = $\frac{২০}{\sqrt{৩}}$ মিটার।

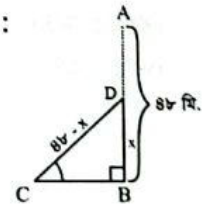
উত্তর : (খ)

০২। একটি ৪৮ মিটার লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে ৩০° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি কত উঁচুতে ভেঙ্গে ছিল? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১৪ মিটার (খ) ১৬ মিটার

(গ) ১৮ মিটার (ঘ) ২০ মিটার

সমাধান :



এখানে, খুঁটির উচ্চতা ৪৮ মিটার।

মনে করি, x উচ্চতায় খুঁটিটি ভেঙ্গে ছিল।

$\therefore$ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য (৪৮ − x) মিটার

পাশের চিত্রানুযায়ী, $\sin৩০° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{x}{৪৮-x}$

$\Rightarrow \frac{১}{২} = \frac{x}{৪৮-x}$

$\Rightarrow ২x + x = ৪৮$

$\therefore x = ১৬$ মিটার

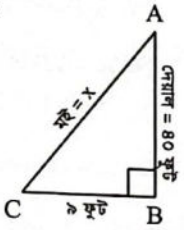
$\therefore$ খুঁটিটি ১৬ মিটার উঁচুতে ভেঙ্গে ছিল।

উত্তর : (খ)

০৩। একটি বাড়ি ৪০ ফুট উঁচু। একটি মইয়ের তলদেশ মাটিতে বাড়িটির দেয়াল থেকে ৯ ফুট দূরে রাখা আছে। উপরে মইটি বাড়িটির ছাদ ছুঁয়ে আছে। মইটি কত ফুট লম্বা? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৪৮ ফুট (খ) ৪১ ফুট
(গ) ৪৪ ফুট (ঘ) ৪৩ ফুট

সমাধান :

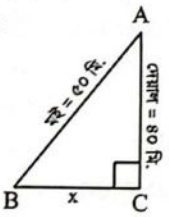


এখানে, বাড়িটির দেয়াল, AB = ৪০ ফুট,
দেয়াল থেকে মই এর দূরত্ব, BC = ৯ ফুট
মনে করি, মইটি x ফুট লম্বা।
মইটি x ফুট লম্বা হলে- সমকোণী ত্রিভুজের সূত্র হতে পাই,
$(\text{অতিভুজ})^২ = (\text{ভূমি})^২ + (\text{লম্ব})^২$
$\Rightarrow x^২ = (৯)^২ + (৪০)^২$
$\Rightarrow x^২ = ৮১ + ১৬০০$
$\Rightarrow x^২ = ১৬৮১$
$\therefore x = \sqrt{১৬৮১} = ৪১$ ফুট
$\therefore$ মইটি ৪১ ফুট লম্বা
উত্তর : (খ)

০৪। একটি ৫০ মিটার লম্বা মই একটি খাড়া দেওয়ালের সাথে হেলান দিয়ে রাখা হয়েছে। মইয়ের এক প্রান্ত মাটি হতে ৪০ মিটার উচ্চে দেয়ালকে স্পর্শ করে। মই-এর অপর প্রান্ত হতে দেওয়ালের দূরত্ব (মিটারে)- [১৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ মিটার (খ) ৩০ মিটার
(গ) ২০ মিটার (ঘ) ২৫ মিটার

সমাধান :

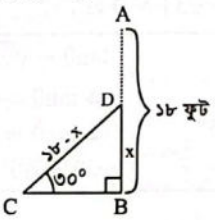


এখানে, AB মইটি ৫০ মিটার এবং দেয়াল AC = ৪০ মিটার
মনে করি, মই থেকে দেয়ালের দূরত্ব BC = x মিটার
পাশের চিত্রানুযায়ী, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,
$BC^2 = AB^2 - AC^2$.
$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$
$= \sqrt{(৫০)^২ - (৪০)^২} = ৩০$ মি.
$\therefore$ মই এর অপর প্রান্ত থেকে দেয়ালের দূরত্ব ৩০ মিটার
উত্তর : (খ)

০৫। ১৮ ফুট উঁচু একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সঙ্গে ৩০° কোণে স্পর্শ করলো। খুঁটিটি মাটি থেকে কত ফুট উঁচুতে ভেঙ্গে গিয়েছিল? [১৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (শিক্ষা)]

(ক) ১২ ফুট (খ) ৯ ফুট
(গ) ৬ ফুট (ঘ) ৩ ফুট

সমাধান :



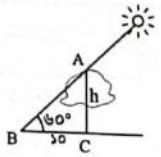
এখানে, খুঁটিটি মাটি থেকে x ফুট উঁচুতে ভেঙ্গেছিল।
সম্পূর্ণ খুঁটি, AB = ১৮ ফুট হলে,
ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য CD = (১৮ − x) ফুট
উপরের চিত্রানুযায়ী, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,
$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$
$\Rightarrow \sin৩০° = \frac{x}{১৮-x}$
$\Rightarrow \frac{১}{২} = \frac{x}{১৮-x}$ $[\sin 30° = \frac{১}{২}]$
$\Rightarrow ১৮ - x = ২x$
$\Rightarrow ৩x = ১৮$
$\therefore x = ৬$ ফুট
$\therefore$ খুঁটিটি মাটি থেকে ৬ ফুট উঁচুতে ভেঙ্গে ছিল।
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সূর্যের উন্নতি কোণ ৬০° হলে একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য ১০ মিটার হয়। গাছটির উচ্চতা কত?

(ক) ১৭.৩২ মি. (খ) ১৬.৭২ মি.
(গ) ১৭.৫২ মি. (ঘ) ১৭.৭৫ মি.

সমাধান :

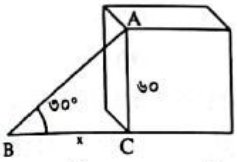


এখানে, গাছটির উচ্চতা, h সমকোণী ত্রিভুজ ABC এ,
$\tan ৬০° = \frac{h}{১০}$
$\therefore h = ১০.\tan ৬০° = ১০\sqrt{৩}$
$= (১০ \times ১.৭৩২) = ১৭.৩২$ মি.
উত্তর : (ক)

০২। ভূমি সমতলের কোন বিন্দু হতে একটি বহুতল ভবনের ছাদের কার্নিশে অবস্থিত কোনো বিন্দুর উন্নতি কোণ ৩০°। বহুতল ভবনের কার্নিশের ঐ বিন্দুর ভূমি সমতল হতে উচ্চতা ৬০ মিটার। বহুতল ভবন হতে ভূমি সমতলে অবস্থিত বিন্দুর দূরত্ব কত?

(ক) ১০৫.৩৬ মিটার (খ) ১০৭.৯২ মিটার
(গ) ১১০.৩২ মিটার (ঘ) ১০৩.৯২ মিটার

সমাধান :



মনে করি, ভবন হতে ভূমি সমতলে অবস্থিত বিন্দুর দূরত্ব = x মি.

সমকোণী ত্রিভুজ ABC এ, $\tan 30° = \frac{৬০}{x}$

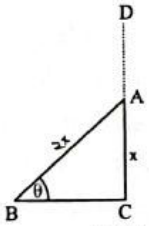
$\therefore x = \frac{৬০}{\frac{১}{\sqrt{৩}}} = ৬০\sqrt{৩} = ৬০ \times ১.৭৩২ = ১০৩.৯২$ মি.

উত্তর : (ঘ)

০৩। ভূমির উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান একটি খুঁটি এক-তৃতীয়াংশ উচ্চতায় ভেঙ্গে গেল এবং ভাঁঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে অবিচ্ছিন্ন থেকে খুঁটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করল। খুঁটির ভাঁঙ্গা অংশ কর্তৃক ভূমির সাথে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ কত?

(ক) ৪৫° (খ) ৩০°
(গ) ৫০° (ঘ) ৬০°

সমাধান :



এখানে, খুঁটিটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য x একক হলে,
ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 2x একক
এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ABC এ,

$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{x}{2x}$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{১}{২} = \sin ৩০°$

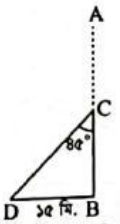
$\therefore \theta = ৩০°$

উত্তর : (খ)

০৪। একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে ৪৫° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে ১৫ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $১৫\sqrt{৩}$ মিটার (খ) $১৫\sqrt{২}$ মিটার
(গ) $৩\sqrt{২}$ মিটার (ঘ) $৫\sqrt{২}$ মিটার

সমাধান :



মনে করি, AB দৈর্ঘ্যের খুঁটি টি C বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে, AC ভাঙা অংশ, ভূমিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে।
$\therefore \angle BCD = ৪৫^\circ$, ΔBCD সমকোণী, $\angle CBD = ৯০^\circ$
এখানে, ভাঙা অংশ, AC এর দৈর্ঘ্য = অতিভুজ CD এবং BD এর দৈর্ঘ্য = ১৫ মি.
এখন, সমকোণী ত্রিভুজ BCD হতে পাই,

$\sin ৪৫^\circ = \frac{BD}{CD} = \frac{১৫}{CD}$

$\Rightarrow \frac{১}{\sqrt{২}} = \frac{১৫}{CD}$

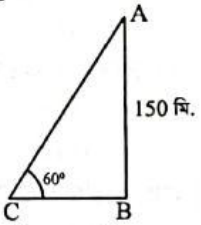
$\therefore CD = ১৫\sqrt{২}$

উত্তর : (খ)

০৫। একটি নদীর এক তীরে অবস্থিত কোন বিন্দুর অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার উঁচু একটি গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60°; নদীটির প্রস্থ কত?

(ক) $50\sqrt{3}$ মিটার (খ) $30\sqrt{3}$ মিটার
(গ) $\frac{50}{\sqrt{3}}$ মিটার (ঘ) $\sqrt{3}$ মিটার

সমাধান :



মনে করি, BC নদীর প্রস্থ।
এখানে, গাছের উচ্চতা AB = 150 মিটার।
C বিন্দুতে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60°।
এখানে, ΔABC এ,

$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{150}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3}.BC = 150$

$\Rightarrow BC = \frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ [লব ও হরকে $\sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

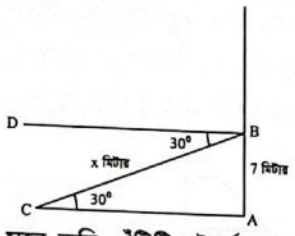
$\therefore BC = \frac{150\sqrt{3}}{3} = 50\sqrt{3}$

উত্তর : (ক)

০৬। ঝড়ে একটি গাছ হেলে পড়লো। গাছের গোড়া থেকে 7 মিটার উচ্চতায় একটি খুঁটি ঠেস দিয়ে গাছটিকে সোজা করা হলো। মাটিতে খুঁটিটির স্পর্শ বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 7 মিটার (খ) 28 মিটার
(গ) 10 মিটার (ঘ) 14 মিটার

সমাধান:



মনে করি, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য BC = x মিটার, গাছের গোড়া থেকে AB = 7 মিটার উচ্চতায় খুঁটিটি ঠেস দিয়ে আছে এবং অবনতি $\angle DBC = 30°$

$\therefore \angle ACB = \angle DBC = 30°$ [একান্তর কোণ বলে]

সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$\sin\angle ACB = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \text{Sin } 30° = \frac{7}{BC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{7}{BC} \quad \left[\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right]$

$\therefore BC = 14$

$\therefore$ খুঁটিটির দৈর্ঘ্য 14 মিটার।

উত্তর : (ঘ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির ২য় পদ কোনটি?

(ক) 0 (খ) 0.5

(গ) 0.75 (ঘ) 1

০২। $x = \sin y$ হলে, x এর সর্বোচ্চ মান কত?

(ক) ∞ (খ) ১

(গ) ৯০° (ঘ) ০

০৩। $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ হলে, $\cos^4\theta + \sin^4\theta$ এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) $\frac{1}{3}$

০৪। $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta =$ কত?

(ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) $\sqrt{3}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\sqrt{2}$

০৫। $\tan\theta = b$ হলে, $\sin 2\theta =$?

(ক) $\frac{1+b^2}{1-b^2}$ (খ) $\frac{1-b^2}{1+b^2}$

(গ) $\frac{2b}{1+b^2}$ (ঘ) $\frac{2b}{1-b^2}$

০৬। $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)$; $a \neq 0$ হলে, $\cos 2\theta =$ কত?

(ক) $a^2 + \frac{1}{a^2}$ (খ) $\frac{1}{2}\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$

(গ) $\frac{1}{4}\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$ (ঘ) $2\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$

০৭। $\sin\theta = \frac{৩}{৫}$, $0 < \theta < \frac{\pi}{২}$ হলে, $\tan\theta = ?$

(ক) $\frac{৩}{৪}$ (খ) $\frac{৪}{৩}$

(গ) $\frac{৫}{৪}$ (ঘ) $\frac{৪}{৩}$

০৮। ১০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট নদীর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উচ্চতা $১০\sqrt{৩}$ মিটার হলে, অপর তীরে টাওয়ারের অবনতি কোণ কত ডিগ্রি?

(ক) ৯০° (খ) ৬০°

(গ) ৪৫° (ঘ) ৩০°

০৯। 3 মিটার ও 11 মিটার উঁচু দুইটি খুঁটির শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব 10 মিটার হলে খুঁটিদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত মিটার?

(ক) 3 (খ) 6

(গ) 8 (ঘ) 10

১০। ১০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট নদীর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উচ্চতা $১০\sqrt{৩}$ মিটার হলে, অপর তীরে টাওয়ারের অবনতি কোণ কত ডিগ্রি?

(ক) ৯০° (খ) ৪৫°

(গ) ৬০° (ঘ) ৩০°

১১। কোনো ব্যক্তি ২৪ ফুট উচ্চতা বিশিষ্ট একটি গাছে উঠার জন্য গাছ থেকে ৫ ফুট দূরে একটি মইয়ের তলদেশ স্থাপন করল। মইয়ের উপরের অংশ গাছটির ঠিক মাঝামাঝিতে অবস্থিত হলে, মইয়ের উচ্চতা কত?

(ক) ১০ (খ) ১১

(গ) ১২ (ঘ) ১৩

১২। একটি 48 মিটার লম্বা খুঁটি ভেঙে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি কত উঁচুতে ভেঙে ছিল?

(ক) 18 মিটার (খ) 14 মিটার

(গ) 16 মিটার (ঘ) 20 মিটার

১৩। ১৮ মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে ৩০° কোণে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির দৈর্ঘ্য কত?

(ক) ৭ মিটার (খ) ৮ মিটার

(গ) ৯ মিটার (ঘ) ১০ মিটার

১৪। একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে ভূমির সাথে ৩০° কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য-

(ক) ২২ মিটার (খ) ২৪ মিটার

(গ) ২৬ মিটার (ঘ) ৩২ মিটার

১৫। আপনি 60 মিটার দূর থেকে 30° কোণে একটি বিলবোর্ড দেখতে পেলেন। বিলবোর্ডেটির উচ্চতা কত?

(ক) 20 (খ) 30

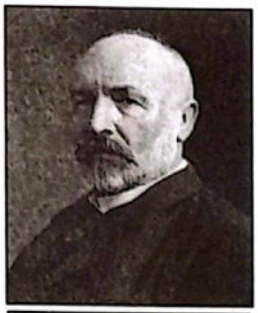
(গ) $20\sqrt{3}$ (ঘ) $60\sqrt{3}$

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	খ	০৩	ঘ	০৪	গ	০৫	গ
০৬	খ	০৭	ক	০৮	খ	০৯	খ	১০	গ
১১	ঘ	১২	গ	১৩	গ	১৪	খ	১৫	গ



বিবিধ

অধ্যায় ২১ সেটতত্ত্ব ও ভেনচিত্র


জর্জ ক্যান্টর (১৮৪৫-১৯১৮)

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়শই 'সেট' শব্দটির প্রয়োগ করে থাকি। এই ধরুন আমরা কারো বাসায় অতিথি হিসেবে গেলে প্রায়ই বলে থাকি আপনাদের টিসেট/সোফাসেট/ডিনারসেট গুলো খুব সুন্দর। এছাড়াও যেমন বিসিএস পরীক্ষার প্রস্তুতির জন্য আমরা বেশ কয়েকটি বিষয়ের বই পড়ে থাকি। সবগুলো বিষয়ের বইগুলো আমরা একত্রে নিয়ে বিসিএস পরীক্ষার জন্য এক সেট বই বলতে পারি। সেট সম্পর্কিত গাণিতিক ধারণাটি সর্বপ্রথম জার্মান গণিতবিদ 'জর্জ ক্যান্টর' -এর হাত ধরে এসেছে। তাঁর প্রদত্ত ব্যাখ্যাটি গণিত শাস্ত্রে 'সেটতত্ত্ব (Set Theory)' হিসেবে সুপরিচিত।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এ অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে ৬টি এবং ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে ৭টি প্রশ্ন হয়েছে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সেটের সাধারণ সমস্যাবলি
  - শক্তি সেট, পূরক সেট
  - কার্তেসীয় গুণজ সেট এবং অন্বয়
  - ভেনচিত্র ও সূত্রের সাহায্যে সমাধান

Type-01 : সেটের সাধারণ সমস্যাবলি

সেট: বাস্তব অথবা চিন্তা জগতের সু-সজ্ঞায়িত যেকোনো বস্তুর সমাবেশ অথবা সংগ্রহকে সেট বলা হয়। যেমন: স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, মূলদ সংখ্যার সেট। সেটের প্রত্যেক বস্তুকে সেটের উপাদান বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার বড় হাতের অক্ষর A, B, C, ... X, Y, Z দ্বারা এবং উপাদানগুলোকে ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের অক্ষর a, b, c, ... x, y, z দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সেটের উপাদানগুলোকে { } এই প্রতীকের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করে সেট হিসেবে ব্যবহার করা হয়। সেট প্রকাশের পদ্ধতি মূলত ২টি।

যথা: ১। তালিকা পদ্ধতি ও ২। সেট গঠন পদ্ধতি

- **তালিকা পদ্ধতি:** যে পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী { } এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলোকে আলাদা করা হয় তাকে তালিকা পদ্ধতি বলে।
  $S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- **সেট গঠন পদ্ধতি:** যে পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ না করে উপাদান নির্ধারণের জন্য সাধারণ ধর্মের উল্লেখ থাকে তাকে সেট গঠন পদ্ধতি বলে।
  যেমন: $S = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 10\}$
- **সসীম সেট:** উপাদান সংখ্যা গণনা করা যায়।
  যেমন: $S = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 30 < x < 70\}$
- **অসীম সেট:** উপাদান সংখ্যা গণনা করা যায় না।
  যেমন: $N = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$
- **ফাঁকা সেট:** যে সেটের কোনো উপাদান নেই।
  যেমন: $S = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 23 < x < 29\}$
- **সার্বিক সেট:** সকল সেট যে সেটের উপসেট। সাধারণত U দ্বারা প্রকাশিত।
- **উপসেট:** কোনো সেট থেকে যে সেট পাওয়া যায় তাকে উপসেট বলে।
- **সংযোগ সেট:** দুটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেট।
  $A \cup B = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$
- **ছেদ সেট:** দুটি সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেট।
  $A \cap B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$

প্রতীক	প্রতীকের নাম	প্রতীক	প্রতীকের নাম
{ }	সেট	A'	পূরক সেট
$\cup$	সংযোগ সেট	A^c	পূরক সেট
$\cap$	ছেদ সেট	U	সার্বিক সেট
$\subseteq$	উপসেট	$\emptyset$	ফাঁকা সেট
$\subset$	প্রকৃত উপসেট	$\in$	অন্তর্গত
$\not\subset$	উপসেট নয়	$\notin$	অন্তর্গত নয় এমন
$\supseteq$	সুপার সেট	(a, b)	ক্রমজোড়
$\supset$	প্রকৃত সুপারসেট	$A \times B$	কার্তেসীয় গুণজ সেট
$\not\supset$	সুপারসেট নয়	$\mathbb{N}_0$ /N_0	শূন্যসহ স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
P(A)	শক্তি সেট	$\mathbb{N}$/N	শূন্য ছাড়া স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
A\B	সেটের অন্তর	$\mathbb{Z}$/Z	পূর্ণ সংখ্যার সেট
A − B	সেটের অন্তর	$\mathbb{R}$/R	বাস্তব সংখ্যার সেট

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ বিজোড় এবং $x \leq 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত?
[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\{3, 5, 8\}$ (খ) $\{4, 5, 7\}$
(গ) $\{3, 4, 5\}$ (ঘ) $\{3, 5, 7\}$

সমাধান : A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে পাই,
$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$A \cap B = \{3, 5, 7\}$
উত্তর : (ঘ)

০২। $P = \{x: x, 12$ এর গুণনীয়কসমূহ$\}$ এবং $Q = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$ হলে, $P - Q$ কত?
[৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\{1, 2, 4\}$ (খ) $\{1, 3, 4\}$
(গ) $\{1, 3, 6\}$ (ঘ) $\{1, 2, 6\}$

সমাধান : এখানে, $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
আবার, $Q = \{3, 6, 9\ 12\}$ [যেহেতু $x \leq 12$]
$\therefore P - Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} - \{3, 6, 9, 12\}$
$= \{1, 2, 4\}$
উত্তর : (ক)

০৩। $C = \{x: x$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে–[৩৯তম(বিশেষ) বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 1, 2, 3, 5 (খ) 1, 3, 5, 7
(গ) 2, 4, 6, 8 (ঘ) 1, 2, 3, 4

সমাধান : ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ $= -1, -2, -3, -4, -5, \ldots$
এখানে, $(-1)^2 = 1 < 18$, $(-2)^2 = 4 < 18$,
$(-3)^2 = 9 < 18$, $(-4)^2 = 16 < 18$
কিন্তু $(-5)^2 = 25 > 18$ $\therefore C = \{-1, -2, -3, -4\}$
উত্তর : সঠিক উত্তর নেই।

০৪। $A = \{x \mid x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $x^2 < 25\}$, $B = \{x|x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 25\}$, $C = \{x|x$ মৌলিক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 = 25\}$ হলে, $A \cap B \cap C =$?
[৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{2, 3, 4\}$
(গ) $\{2, 3, 4, 5\}$ (ঘ) $\emptyset$

সমাধান : $A = \{x \mid x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 < 25\}$
$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$
$B = \{x|x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 25\}$
$\therefore B = \{2, 3\}$
$C = \{x|x$ মৌলিক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 = 25\}$
$\therefore C = \{5\}$
$\therefore A \cap B \cap C = \{1,2,3,4\} \cap \{2,3\} \cap \{5\}$
$= \emptyset$
উত্তর : (ঘ)

০৫। $A = \{1, 2, 3\}, B = \emptyset$ হলে, $A \cup B =$ কত?
[৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\{1, 2, 3\}$ (খ) $\{1, 2, \emptyset\}$
(গ) $\{2, 3, \emptyset\}$ (ঘ) $\emptyset$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}, B = \emptyset$
$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \emptyset = \{1, 2, 3\}$
উত্তর : (ক)

০৬। যদি সেট $A = \{5, 15, 20, 30\}$ এবং $B = \{3, 5, 15, 18, 20\}$ হয় তবে নিচের কোনটি $A \cap B$ নির্দেশ করবে?
[৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) $\{3, 18, 30\}$ (খ) $\{3, 5, 15, 18, 20, 30\}$
(গ) $\{5, 15, 20\}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : $A \cap B = \{5, 15, 20, 30\} \cap \{3, 5, 15, 18, 20\}$
$= \{5, 15, 20\}$
উত্তর : (গ)

০৭। সেট $A = \{x \in \mathbb{N}: x^2 > 8, x^3 < 30\}$ হলে x এর মান কোনটি? [৩২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

সমাধান: $2^2 = 4 < 8$ এবং $2^3 = 8 < 30$;
$3^2 = 9 > 8$ এবং $3^3 = 27 < 30$;
$4^2 = 16 > 8$ এবং $4^3 = 64 > 30$
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। নিচের কোনটিকে তালিকা পদ্ধতি বলা হয়?
(ক) Set Builder Method (খ) Roster Method
(গ) Set Theory (ঘ) Binomial Theorem

সমাধান : যে পদ্ধতিতে কোনো সেটের উপাদানগুলোকে তালিকাভুক্ত করে ২য় বন্ধনীর দ্বারা আবদ্ধ অথবা সজ্জিত থাকে তাকে রোস্টার পদ্ধতি(Roster Method) অথবা তালিকা পদ্ধতি বলা হয়। একে Tabular Methodও বলা হয়।
উত্তর : (খ)

০২। $A = \{x : x$ জোড় মৌলিক সংখ্যা$\}$ হলে, A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে কি হবে?
(ক) [2] (খ) 2^{-1}
(গ) (2) (ঘ) {2}

সমাধান : মৌলিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা হলো : 2।
$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $A = \{2\}$
উত্তর : (ঘ)

০৩। 7 এর গুণিতকের সেট কোন ধরনের সেট?
(ক) সসীম সেট (খ) ফাঁকা সেট
(গ) সার্বিক সেট (ঘ) অসীম সেট

সমাধান : 7 এর গুণিতকের সেট একটি অসীম সেট। 7 এর গুণিতক হলো $\{7, 14, 21 \ldots \ldots \infty\}$

[Note: যে সেটের উপাদানের সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, সে সেটকে অসীম সেট বা অনন্ত সেট বলা হয়। সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3 \ldots \ldots\}$ একটি অসীম সেট।]

উত্তর : (ঘ)

০৪। $\mathbf{A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 7\}}$ হলে, $\mathbf{A \cap B}$ = কত?

(ক) {2} (খ) {2, 3}

(গ) {1, 2,. 3, 7} (ঘ) {3}

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 7\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 7\} = \{2, 3\}$

উত্তর : (খ)

০৫। $\mathbf{A_n = \{n, 2n, 3n \ldots \ldots\}}$ হলে, $\mathbf{A_2 \cap A_3}$ সমান?

(ক) A_3 (খ) A_4

(গ) A_5 (ঘ) A_6

সমাধান: দেওয়া আছে, $A_n = \{n, 2n, 3n \ldots \ldots\}$

তাহলে, $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots\ldots\}$

এবং $A_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \ldots\ldots\}$

এখন, $A_2 \cap A_3 = \{6, 12, 18, \ldots \ldots\} = A_6$

উত্তর : (ঘ)

০৬। যদি $\mathbf{A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 5\}}$ হয়, তবে $\mathbf{A \backslash B}$ = কত?

(ক) {2, 3} (খ) {5}

(গ) {1} (ঘ) {3, 5}

সমাধান : $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{2, 3, 5\}$

$\therefore A \backslash B = \{1, 2, 3\} \backslash \{2, 3, 5\} = \{1\}$

উত্তর : (গ)

০৭। $\mathbf{A = \{x: 7 \le x < 11\}}$ এবং $\mathbf{B = \{x: x}$ মৌলিক সংখ্যা $\mathbf{< 15\}}$ হলে, $\mathbf{A \cap B}$ কোনটি?

(ক) {7, 9} (খ) {9}

(গ) {7} (ঘ) ∅

সমাধান : $A = \{x: 7 \le x < 11\} \therefore A = \{7, 8, 9, 10\}$

$B = \{x: x$ মৌলিক সংখ্যা $< 15\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$\therefore A \cap B = \{7, 8, 9, 10\} \cap \{2, 3, 5, 7, 11, 13\} = \{7\}$

উত্তর : (গ)

০৮। যদি A ও B যেকোনো দুইটি সেট হয়, তবে $\mathbf{(A - B) \cap B}$ = কত?

(ক) A (খ) B

(গ) ∅ (ঘ) C

সমাধান : $(A - B) \cap B = \emptyset$ [∵ (A – B) সেটে, B সেটের কোনো উপাদান বিদ্যমান থাকবে না]

উত্তর : (গ)

০৯। যদি $\mathbf{B = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}}$ হয়, তবে B =?

(ক) { } (খ) $\{-3, 3\}$

(গ) $\{3, 2\}$ (ঘ) $\{-3, 3, 2\}$

সমাধান : $B = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}$

এখানে, $x^2 = 9$ এবং $2x = 4$

$\therefore x = \pm 3$ এবং $x = 2 \quad \therefore B = \{-3, 3, 2\}$

উত্তর : (ঘ)

১০। দুইটি সেট যদি $\mathbf{X = \{x: x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0\}}$ এবং $\mathbf{Y = \{x: x \in R}$ এবং $\mathbf{x, 3}$ দ্বারা বিভাজ্য$\mathbf{\}}$ হয়, তাহলে $\mathbf{X \cap Y}$ = কত?

(ক) {1} (খ) 0

(গ) ∅ (ঘ) {1, 3}

সমাধান : $X = \{x: x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0\}$

এখন, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$

$\Rightarrow x^3 - 3.x^2.1 + 3x.1^2 - (1)^3 = 0$

$\Rightarrow (x - 1)^3 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \therefore x = 1$

$\therefore X = \{1\}$

$Y = \{x: x \in \mathbb{R}; x, 3$ দ্বারা বিভাজ্য$\}$

$\therefore Y = \{\pm 3, \pm 6, \pm 9, \ldots \ldots\}$

$\therefore X \cap Y = \{1\} \cap \{\pm 3, \pm 6, \pm 9, \ldots \ldots \ldots\} = \emptyset$

উত্তর : (গ)

১১। $\mathbf{A = \{x: x \in N}$ এবং $\mathbf{x^2 < 36\}, B = \{x: x}$ একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $\mathbf{x^2 < 36\}}$ এবং $\mathbf{C = \{x: x}$ একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $\mathbf{x^2 = 4\}}$ হলে $\mathbf{A \cap B \cap C}$ সমান-

(ক) {1, 2, 3, 4, 5} (খ) {2, 3, 5}

(গ) {2} (ঘ) ∅

সমাধান : $A = \{x: x \in N$ এবং $x^2 < 36\}$

$\therefore A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{x: x$ একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 36\}$

$= \{2, 3, 5\}$ এবং $C = \{2\}$

$\therefore A \cap B \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 3, 5\} \cap \{2\}$

$= \{2\}$

উত্তর : (গ)

Type-02 : শক্তি সেট, পূরক সেট

ডি মরগ্যানের সূত্র : A ও B যেকোনো দুটি সসীম সেট হলে এবং A′, B′ তাদের পূরক সেট হলে —

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

এই দুটো প্রতিজ্ঞাকে একত্রে দ্য মরগ্যানের সূত্র বলা হয়।

পাওয়ার সেট : কোনো সেটের যতগুলো উপসেট হয়, তাদের সেটকে ঐ সেটের পাওয়ার সেট/শক্তি সেট বলে।

উদাহরণস্বরূপ একটি সেট $A = \{2, 3\}$ হলে,

A এর পাওয়ার সেট/ শক্তি সেট, $P(A) = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset\}$

A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, পাওয়ার সেট P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n সংখ্যক হয়।

A সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 2^n - 1$

পূরক সেট: সার্বিক সেট থেকে কোনো সেট বাদ দিলে যে নতুন সেট পাওয়া যায় তাই পূরক সেট। অর্থাৎ, কোন সেট A হলে, ঐ সেটের পূরক সেট হবে A′। যার অর্থ হলো সার্বিক সেট U থেকে A বাদ দিলে A′ পাওয়া যায়।

অর্থাৎ $A' = U - A; A \cup A' = U; A \cap A' = \emptyset$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সেট $A = \{x : x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান কয়টি? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 128 (খ) 32

(গ) 64 (ঘ) 256

সমাধান : Fibonacci সংখ্যাগুলো হলো:-

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13.....

$0^2 < 64, 1^2 < 64, 2^2 < 64, 5^2 < 64, 8^2 \not< 64$

$\therefore A = \{0, 1, 1, 2, 3, 5\}$

1 দুইটা থাকায় একটি বাদ যাবে।

$\therefore A = \{0, 1, 2, 3, 5\} \quad \therefore n = 5$

$\therefore P(A)$ এর উপাদান $= 2^n = 2^5 = 32$

উত্তর : (খ)

০২। $A=\{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 5\}$ হলে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 8 (খ) 7

(গ) 6 (ঘ) 3

সমাধান : $A = \{2,3,5\}$, এখানে, A এর উপাদান সংখ্যা $n = 3$

$\therefore P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^3 = 8$

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $A = \{a, b, c\}$ হলে, A সেটের কতগুলি উপসেট আছে?

(ক) 1টি (খ) 2টি

(গ) 4টি (ঘ) 8টি

সমাধান : এখানে, A এর উপাদান সংখ্যা 3

$\therefore$ A এর উপসেট সংখ্যা $= 2^3$ টি $= 8$ টি

উত্তর : (ঘ)

০২। $A = \{x: x \text{ জোড় মৌলিক সংখ্যা}\}$ হলে A এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?

(ক) None (খ) 1

(গ) 2 (ঘ) 3

সমাধান : $A = \{x: x \text{ জোড় মৌলিক সংখ্যা}\} = \{2\} \quad \therefore n = 1$

$\therefore$ প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 2^n - 1 = 2^1 - 1 = 2 - 1 = 1$

উত্তর : (খ)

০৩। একটি সেটের উপাদান সংখ্যা 4 হলে তার পাওয়ার সেটের উপাদান সংখ্যা কত হবে?

(ক) 4 (খ) 20

(গ) 16 (ঘ) 24

সমাধান : সেটের উপাদান সংখ্যা $n = 4$।

$\therefore$ পাওয়ার সেটের উপাদান সংখ্যা $2^n = 2^4 = 16$

উত্তর : (গ)

০৪। নিচের কোনটি ডি মরগ্যানের সূত্র?

(ক) $A \cup B = B \cup A$

(খ) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(গ) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(ঘ) $A \cap B' = A - B$

সমাধান : সার্বিক সেট U এর যে কোনো উপসেট A ও B এর জন্য-

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$; (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

এই প্রতিজ্ঞাকে ডি মরগ্যানের সূত্র (De Morgans Law) নামে অভিহিত করা হয়।

উত্তর : (গ)

০৫। যদি $A = \{0, 1\}, B = \{0, 3\}$ হলে $P(A) - P(B) = ?$

(ক) $\emptyset$ (খ) $\{\{1\}, \{0, 1\}\}$

(গ) $\{\{3\}, \{0, 3\}\}$ (ঘ) $\{\{0\}, \emptyset\}$

সমাধান : $P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

$P(B) = \{\{0\}, \{3\}, \{0, 3\}, \emptyset\}$

$\therefore P(A) - P(B) = \{\{1\}, \{0, 1\}\}$

উত্তর : (খ)

০৬। যদি $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ হয়, তবে $P(A) \cap P(B) = ?$

(ক) $\{\{1\}, \{5\}\}$ (খ) $\{2\}$

(গ) $\{\emptyset, \{2\}\}$ (ঘ) $\{\emptyset\}$

সমাধান : $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$

$\therefore P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$

এবং $P(B) = \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\}$

$\therefore P(A) \cap P(B)$

$= \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\} \cap \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\}$

$= \{\emptyset, \{2\}\}$

উত্তর : (গ)

০৭। সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 3, 5\}$ হলে $A' \cup B'$ কত হবে?

(ক) {1, 2, 3} (খ) {2, 3, 4}

(গ) {3, 4, 5} (ঘ) {2, 3, 4, 5}

সমাধান : $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 3, 5\} = \{2, 4\}$

$\therefore A' \cup B' = \{3, 5\} \cup \{2, 4\} = \{2, 3, 4, 5\}$

উত্তর : (ঘ)

Type-03 : কার্তেসীয় গুণজ সেট এবং অন্বয়



রেনে দেকার্ত
(১৫৯৬ – ১৬৫০)

কার্তেসীয় গুণজ: একটি সেটের উপাদানগুলোকে প্রথম পদ ও আরেকটি সেটের উপাদানগুলোকে দ্বিতীয় পদ ধরে প্রাপ্ত সকল ক্রমজোড়ের সেটকে কার্তেসীয় গুণজ সেট বলে। ফরাসি দার্শনিক এবং গণিতবিদ রেনে দেকার্ত সর্বপ্রথম এই মতবাদ ব্যক্ত করেন।

$A \times B = \{(x, y): x \in A \text{ এবং } y \in B\}$

ধরি, $A = \{a, b\}$ এবং $B = \{2, 3\}$

$\therefore A \times B = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। সেট $A = \{a, d, e\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ হলে, $A \times B$ সেটের সদস্য সংখ্যা কত?
(ক) 6 (খ) 9
(গ) 12 (ঘ) 4

সমাধান : নির্ণেয় সদস্য বা উপাদান সংখ্যা = $3 \times 3 = 9$
উত্তর : (খ)

০২। যদি $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{a, b\}$ হয় তবে, $A \times B =$ কত?
(ক) {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)}
(খ) {(1, 1), (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a)}
(গ) {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (2,1), (3, b)}
(ঘ) {(1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)}

সমাধান : এখানে, $A \times B = \{1,2,3\} \times \{a,b\}$
$\Rightarrow A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$
উত্তর : (ক)

০৩। যদি $A = \{2,3\}, B = \{1,2\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনা থাকে, তবে অন্বয়টি-
(ক) {(2, 1)(2, 2)(3, 1)} (খ) {(2, 1), (3, 1)(3, 2)}
(গ) {(1, 2)(3, 1)(3, 2)} (ঘ) {(1, 2)(1, 3)(2, 3)}

সমাধান : প্রশ্নমতে,
অন্বয়টি $R = \{(x, y): x \in A, y \in B$ এবং $x > y\}$
এখানে, $A \times B = \{2,3\} \times \{1,2\}$
$= \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)\}$
$\therefore$ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(2,1), (3,1)(3,2)\}$
উত্তর : (খ)

০৪। $P = \{1,2,3\}, Q = \{3,4\}$ এবং $R = P \cap Q$ হলে, $R \times Q$ এর মান কত?
(ক) {(2,4), (3,4)} (খ) {(3,3), (3,4)}
(গ) {(2,3), (3,3)} (ঘ) {(3,1), (3,4)}

সমাধান: দেওয়া আছে, $P = \{1,2,3\}, Q = \{3,4\}$
এবং $R = P \cap Q = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
$\therefore R \times Q = \{3\} \times \{3,4\} = \{(3,3), (3,4)\}$
উত্তর : (খ)

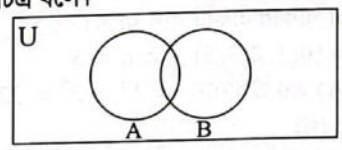
০৫। যদি $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x = y - 1$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে, তবে সংশ্লিষ্ট অন্বয় নিচের কোনটি?
(ক) {(0,2), (3,4)} (খ) {(3,2), (3,4)}
(গ) {(1,2), (3,4)} (ঘ) {(3,2), (3,4)}

সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{1,2,3\}$, $B = \{0,2,4\}$
শর্তমতে, অন্বয় $R = \{(x,y) : x \in A, y \in B$ এবং $x = y-1\}$
এখানে, $A \times B = \{1,2,3\} \times \{0,2,4\}$
$= \{(1,0),(1,2),(1,4),(2,0),(2,2),(2,4),(3,0),(3,2),(3,4)\}$
$\therefore R = \{(1,2),(3,4)\}$
উত্তর : (গ)

Type-04 : ভেনচিত্র ও সূত্রের সাহায্যে সমাধান


জন ভেন (১৮৩৪ – ১৯২৩)

ভেনচিত্র: গণিতে কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে ভেনচিত্র বলে। ব্রিটিশ তর্কশাস্ত্র বিজ্ঞ জন ভেন (1834-1923) সর্বপ্রথম এই চিত্র ব্যবহার করেন বলে তাঁর নামানুসারে এগুলোকে ভেনচিত্র বলে।



চিত্রে একটি ভেনচিত্রে দেখানো হয়েছে যেখানে একটি চতুর্ভুজের সাহায্যে সার্বিক সেট U এবং এর অন্তর্গত দুটি পরস্পর ছেদি বৃত্ত দ্বারা সেট A এবং B দেখানো হয়েছে। এখন A সেটের উপাদান সংখ্যাকে n(A) এবং B সেটের উপাদান সংখ্যাকে n(B) দ্বারা প্রকাশ করলে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
অনুরূপভাবে, A, B ও C তিনটি সেটের ক্ষেত্রে যদি তাদের উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে, n(A), n(B) ও n(C) হয় তবে,
$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষায় কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 10 (খ) 15
(গ) 40 (ঘ) 30

সমাধান : 50 জন লোকের মধ্যে ইংরেজিতে কথা বলে 35 জন।
$\therefore$ শুধু বাংলায় কথা বলে $= 50 - 35 = 15$ জন।
$\therefore$ বাংলা ও ইংরেজি উভয় ভাষায় কথা বলে 25 জন।
$\therefore$ বাংলায় মোট কথা বলে $= 25 + 15 = 40$ জন।

বিকল্প: $n(E \cup B) = 50$ জন, $n(E) = 35$ জন,
$n(E \cap B) = 25$ জন; $n(B) = ?$
$n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B)$
$\Rightarrow 50 = 35 + n(B) - 25 \Rightarrow 50 = 10 + n(B)$
$\Rightarrow n(B) = 50 - 10 \therefore n(B) = 40$ জন
উত্তর : (গ)

০২। কোনো স্কুলে ৭০% শিক্ষার্থী ইংরেজি এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। কিন্তু ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০০ জন শিক্ষার্থী পাশ করে থাকে তবে ঐ স্কুলে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪০০ জন (খ) ৫০০ জন
(গ) ৫৬০ জন (ঘ) ৭৬০ জন

সমাধান : ইংরেজিতে ফেল করেছে (১০০ – ৭০)% = ৩০%
বাংলায় ফেল করেছে (১০০ – ৮০)% = ২০%
শুধু ইংরেজিতে ফেল করেছে = (৩০ – ১০)% = ২০%
শুধু বাংলায় ফেল করেছে= (২০ – ১০)% = ১০%
উভয় বিষয়ে ফেল করেছে = ১০%
উভয় বিষয়ে পাশ করেছে,
= ১০০% – (২০% + ১০% + ১০%) = ৬০%
উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন।
∴ উভয় বিষয়ে ১ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী $\frac{১০০}{৬০}$ জন।
∴ উভয় বিষয়ে ৩০০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী,
$= \frac{১০০ \times ৩০০}{৬০} = ৫০০$ জন।

বিকল্প : $n(E \cup B) = n(U) - n(E \cup B)'$
$= 100\% - 10\% = 90\%$
$n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B)$
$\Rightarrow 90\% = 70\% + 80\% - x \Rightarrow x = 60\%$
$\therefore 60\% = 300$ জন
$\therefore 100\% = \frac{300}{60} \times 100 = 500$ জন
উত্তর : (খ)

০৩। কোনো পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীর ৮০% গণিত এবং ৭০% বাংলায় পাশ করলো। উভয় বিষয়ে পাশ করলো ৬০%, উভয় বিষয়ে শতকরা কত জন ফেল করলো?
[২২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ১৫% (খ) ১০%
(গ) ১২% (ঘ) ১১%

সমাধান : গণিতে পাশ করেছে = ৮০%
বাংলায় পাশ করেছে = ৭০%
গণিত এবং বাংলা উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = ৬০%
কমপক্ষে একটি বিষয়ে পাশ করেছে,
= (৮০ + ৭০ – ৬০)% = ৯০%
∴ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে = (১০০ – ৯০)% = ১০%

বিকল্প : $n(M) = ৮০\%$; $n(B) = ৭০\%$;
$n(M \cap B) = ৬০\%$
$n(U) = n(M) + n(B) - n(M \cap B) + n(M' \cap B')$
$\Rightarrow ১০০ = ৮০ + ৭০ - ৬০ + n(M' \cap B')$
$\therefore n(M' \cap B') = ১০০ - ৯০ = ১০\%$
উত্তর : (খ)

০৪। একটি ক্লাসে ৩০ জন ছাত্র আছে তাদের মধ্যে ১৮ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৫ জন কিছুই খেলে না। কত জন উভয়টিই খেলে?
[২১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৩ (খ) ৫
(গ) ৭ (ঘ) ৯

সমাধান : শুধু ফুটবল বা শুধু ক্রিকেট অথবা কমপক্ষে একটি খেলে
= (৩০ – ৫) = ২৫ জন
এখানে, ফুটবল খেলে ১৮ জন
∴ শুধু ক্রিকেট খেলে = (২৫ – ১৮) = ৭ জন
কিন্তু মোট ক্রিকেট খেলে = ১৪ জন
∴ ফুটবল ও ক্রিকেট উভয়টিই খেলে = (১৪ – ৭) = ৭ জন

বিকল্প : $n(F) = ১৮$; $n(C) = ১৪$; $n(F' \cap C') = ৫$
$n(U) = n(F) + n(C) - n(F \cap C) + n(F' \cap C')$
$\Rightarrow ৩০ = ১৮ + ১৪ - n(F \cap C) + ৫$
$\Rightarrow n(F \cap C) = ৩৭ - ৩০ = ৭$
উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি A ক্লাবে 20 জন এবং B ক্লাবে 27 জন সদস্য হয় এবং 42 জন লোকের কিছু লোক দুটি ক্লাবেরই সদস্য হয় তাহলে দুটি ক্লাবের মোট সদস্য সংখ্যা কত?
(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান : এখানে, $n(S) = n(A \cup B)$
$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 27 - 42$
$\therefore n(A \cup B) = 47 - 42 = 5$
উত্তর : (গ)

০২। 25 জন ছাত্রের মধ্যে 12 জন পদার্থবিদ্যা এবং 8 জন পদার্থবিদ্যা ও গণিত উভয় বিষয়ই পড়ে। একটি বিষয়ও পড়ে না এমন ছাত্র না থাকলে শুধু কতজন গণিত পড়ে?
(ক) 11 (খ) 12
(গ) 13 (ঘ) 14

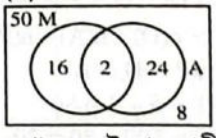
সমাধান : উভয় বিষয় পড়ে = 8 জন
শুধু পদার্থ বিদ্যা পড়ে = (12 – 8) = 4 জন
শুধু গণিত পড়ে = (25 – 8 – 4) = 13 জন
উত্তর : (গ)

০৩। 400 জন লোকের একটি দলের 375 জন ইংরেজি ও 200 জন বাংলায় কথা বলতে পারে। কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে?
(ক) 175 (খ) 25
(গ) 200 (ঘ) 75

সমাধান : শুধু ইংরেজিতে কথা বলতে পারে না = (400 – 375) = 25 জন।
শুধু বাংলায় কথা বলতে পারে না = (400 – 200) = 200 জন।
∴ উভয় বিষয়ে কথা বলতে পারে,
= {400 – (200 + 25)} = 175 জন

বিকল্প : $n(E) =$ 375 জন ; $n(B) =$ 200 জন
$\therefore n(E \cap B) = n(E) + n(B) - n(E \cup B)$
$= 375 + 200 - 400 = 175$ জন
উত্তর : (ক)

০৪। 50 জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে 18 জন মিউজিক, 26 জন আর্ট এবং 2 জন উভয় বিষয় ভর্তি হয়েছে। কতজন ছাত্র-ছাত্রী কোন বিষয়েই ভর্তি হয়নি?
(ক) 6 (খ) 8
(গ) 16 (ঘ) 24

সমাধান :


এখানে মোট ছাত্র-ছাত্রী 50 জন তাদের 18 জন মিউজিক এবং 26 জন আর্ট নিলে মিউজিক + আর্ট = 18 + 26 = 44

44 জন মনে হলেও এখানে মোট ছাত্র আছে = 44 − 2 = 42 জন (কারণ 2 জন উভয় বিষয় নিয়েছে)
∴ কোন বিষয়েই ভর্তি হয়নি = 50 − 42 = 8
উত্তর : (খ)

০৫। একটি ক্লাসের 40% ছাত্র বাংলায় এবং 25% ছাত্র অঙ্কে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য হয়েছে। ঐ ক্লাসের শতকরা কতজন উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয়েছে?
(ক) 25% (খ) 35%
(গ) 45% (ঘ) কোনোটি নয়

সমাধান : $n(B) = 40\%; n(M) = 25\%; n(B \cap M) = 10\%$
$n(U) = n(B) + n(M) - n(B \cap M) + n(B' \cap M')$
[$n(B' \cap M')$= উভয় বিষয়ে কৃতকার্য ছাত্রের সংখ্যা]
$\Rightarrow 100\% = 40\% + 25\% - 10\% + n(B' \cap M')$
$\Rightarrow n(B' \cap M') = 100\% - 55\%$
$\therefore n(B' \cap M') = 45\%$
অর্থাৎ উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয়েছে 45%
উত্তর : (গ)

০৬। একটি পরীক্ষায় 60% গণিতে এবং 70% ইংরেজিতে পাশ করে। উভয় বিষয়ে 15% ফেল করলে উভয় বিষয়ে পাশ করে-
(ক) 45% (খ) 30%
(গ) 20% (ঘ) 70%

সমাধান : গণিতে ফেল করে = (100 − 60)% = 40%
∴ শুধু গণিতে ফেল করে = (40 − 15)% = 25%
ইংরেজিতে ফেল করে = (100 − 70)% = 30%
∴ শুধু ইংরেজিতে ফেল করে = (30 − 15)% = 15%
এক ও উভয়ে বিষয়ে ফেল,
= (25 + 15 + 15)% = 55%
∴ উভয় বিষয়ে পাশ করে = (100 − 55)% = 45%

বিকল্প : $n(M \cup E) = n(U) - n(M \cup E)'$
= 100% − 15% = 85%
আবার, $n(M \cup E) = n(M) + n(E) - n(M \cap E)$
$\Rightarrow 85\% = 60\% + 70\% - x \quad \therefore x = 45\%$
উত্তর : (ক)

০৭। একটি বিদ্যালয়ে দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের এক জরিপে জানা যায় 40 জন প্রথম আলো, 32 জন ডেইলি স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে। কত জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না?
(ক) 10 (খ) 20
(গ) 30 (ঘ) 40

সমাধান: এখানে, $n(U) = 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28, n(P \cap D) = 10, n(D \cap A) = 8, n(P \cap A) = 5, n(P \cap D \cap A) = 3$
$\therefore n(P \cup D \cup A) = n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - n(A \cap P) + n(P \cap D \cap A)$
$= 40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3 = 80$
∴ তিনটির একটিও পড়ে না = 100 − 80 = 20
উত্তর: 20

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। $A = \{x, y, z\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে $A \times B$ সেটে কতটি উপাদান থাকবে?
(ক) 81 (খ) 7
(গ) 12 (ঘ) 10

০২। 60 জন লোকের একটি দলে 27 জন কোকাকোলা ও 42 জন পেপসিকোলা পছন্দ করেন। প্রত্যেক ব্যক্তি কমপক্ষে একটি পানীয় পছন্দ করেন। কতজন লোক উভয় পানীয়ই পছন্দ করেন?
(ক) 7 (খ) 9
(গ) 11 (ঘ) 13

০৩। যদি $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ হয়, তাহলে A সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কতটি?
(ক) 120 (খ) 30
(গ) 31 (ঘ) 32

০৪। যদি 61% বাংলাদেশি কফি এবং 74% বাংলাদেশি চা পছন্দ করে, তাহলে কত সংখ্যক লোক উভয়ই পছন্দ করে?
(ক) 13% (খ) 16%
(গ) 26% (ঘ) 35%

০৫। $R = \{x : x, 4$ এর গুণিতক এবং $x \leq 16\}$ সেটটির তালিকায় প্রকাশিত রূপ কোনটি?
(ক) {1, 2, 4} (খ) {4, 8, 12}
(গ) {0, 4, 8, 12, 16} (ঘ) {4, 8, 12, 16}

০৬। $A = \emptyset$ হলে, P(A) এর প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত?
(ক) 1 (খ) 0
(গ) 2 (ঘ) 3

০৭। $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 10\}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ (খ) $A = \{1, 2, 3, 6\}$
(গ) $A = \{2, 3, 5, 7\}$ (ঘ) $A = \{4, 6, 8, 9\}$

০৮। কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা 8 হলে, এর উপসেটের সংখ্যা কতটি হবে?
(ক) 16টি (খ) 128টি
(গ) 256টি (ঘ) 512টি

০৯। $A = \{a, b\}$ হলে, P(A) এর প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কতটি?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 5

১০। $P = \{a, b\}, Q = \{b, c\}, R = \{3, 4\}$ হলে $(P \cap Q) \cup R$ এর উপাদান সংখ্যা কত?
(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

উত্তরমালা

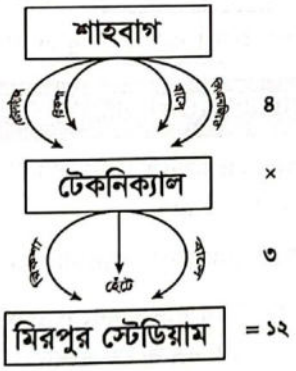
০১	গ	০২	খ	০৩	গ	০৪	ঘ	০৫	ঘ
০৬	খ	০৭	গ	০৮	গ	০৯	গ	১০	খ

অধ্যায় ২২

বিন্যাস ও সমাবেশ

একটি শিশু ছোট বেলা থেকে তার মায়ের ভাষা অথবা 'আদর্শ লিপির' সাহায্য নিয়ে অর্থবহ শব্দ শিখে থাকে। শব্দের অর্থ শেখার বা বোঝার আগে তার সাথে বিভিন্ন বর্ণমালার পরিচয় হয়। আমাদের বাংলা বর্ণমালায় ঠিক ৫০ টি বর্ণমালা রয়েছে। যাদের নিয়ে বাংলা শব্দ ভান্ডারে অসংখ্য শব্দ আছে। অন্যদিকে ইংরেজী শব্দ ভান্ডারেও যত প্রকারে শব্দ আছে সকল শব্দই ২৬টি ইংরেজি বর্ণমালা থেকে কিছু সু-নির্দিষ্ট নিয়মানুসারে সজ্জিত হয়ে শব্দ গঠন করে। মূলত এই সাজানো বা বিন্যস্ত করার প্রাথমিক ধারণা থেকেই গণিতে বিন্যাস সম্পর্কিত কিছু সমস্যার সমাধান করতে হয়। এর জন্য গাণিতিক হিসাবের ক্ষেত্রে কিছু সূত্রাবলির প্রয়োগ হয়। এই বিন্যাস শব্দটির অর্থ বিন্যস্ত করা অথবা সাজানো। অপর দিকে সমাবেশ মানে বাছাই করা। অন্যভাবে একটি কাজ কত উপায়ে সম্পন্ন করা যায় তা বিন্যাসের মাধ্যমে বিশ্লেষণ করা যায়।

এই ধরুন, আপনি শাহবাগ থেকে বাংলাদেশের ক্রিকেট খেলা দেখার জন্য মিরপুর ক্রিকেট স্টেডিয়ামে যাবেন। এখন আপনি আপনার যাওয়ার একাধিক উপায়ের যেকোনো একটি উপায়ে যেতে পারেন। যেমন: শাহবাগ থেকে টেকনিক্যাল চারভাবে (বাস, সিএনজি, রিকশা, মোটর-সাইকেলে) যাওয়া যায় এবং টেকনিক্যাল থেকে স্টেডিয়াম তিনভাবে (বাস, রিকশা, হেঁটে) যাওয়া যায়। তাহলে শাহবাগ থেকে স্টেডিয়ামে মোট কত উপায়ে যাওয়া যায়?



গুণন বিধি

শাহবাগ থেকে স্টেডিয়াম যাওয়ার মোট উপায়		
বাসে → বাসে বাসে → রিকশায় বাসে → হেঁটে	৩	= ১২
সিএনজি → বাসে সিএনজি → রিকশায় সিএনজি → হেঁটে	৩	
রিকশায় → বাসে রিকশায় → রিকশায় রিকশায় → হেঁটে	৩	
মোটর সাইকেল → বাসে মোটর সাইকেল → রিকশায় মোটর সাইকেল → হেঁটে	৩	

যোজন বিধি

সুতরাং মোট উপায় = শাহবাগ থেকে টেকনিক্যাল যাওয়ার উপায় × টেকনিক্যাল থেকে স্টেডিয়াম যাওয়ার উপায়

$= ৪ \times ৩ = ১২$ উপায়ে

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এ এই অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৪৪তম'তে ১০টি প্রশ্ন এসেছে যার মধ্যে ৯টি'ই এসেছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-

বিন্যাস
➢ বিন্যাস সম্পর্কিত প্রাথমিক সমস্যা
➢ শব্দ গঠনের ক্ষেত্রে বিন্যাস
➢ সংখ্যা গঠন এবং পুনরাবৃত্তিমূলক সমস্যা
➢ চক্রাকার বিন্যাস
সমাবেশ
➢ সমাবেশ সম্পর্কিত প্রাথমিক সমস্যা
➢ দল/শ্রেণি গঠন ভিত্তিক সমস্যা
➢ সমাবেশের কিছু ভিন্ন সমস্যা
➢ সমাবেশে জ্যামিতিক আলোচনা
➢ বিবিধ

- **n ফ্যাক্টরিয়ালের কয়েকটি ধর্ম:**

(i) $n!/\underline{|n} = n$ সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল।

$= n(n-1)(n-2)\ldots\ldots 3.2.1$

$= 1.2.3\ldots\ldots (n-2)(n-1)n$

$= n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$ ইত্যাদি

(ii) $0! = 1$

কিছু প্রয়োজনীয় তথ্য	
$0! = 1$	$5! = 120$
$1! = 1$	$6! = 720$
$2! = 2$	$7! = 5040$
$3! = 6$	$8! = 40320$
$4! = 24$	$9! = 362880$

◆ **বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে পার্থক্য:**
বিন্যাসে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় কিন্তু সমাবেশে জিনিসগুলোর ক্রম বিবেচনা করা হয় না। সমাবেশে অন্তর্ভুক্তিই মূখ্য, ক্রম নয়। যেমন: a, b, c জিনিস তিনটি হতে দুইটি করে নিয়ে গঠিত দলগুলো হল- ab, bc, ca; এখানে ba, ab দুইটি দল নয়, কিন্তু দুটি বিন্যাস।

বিন্যাস ও সমাবেশ চেনার উপায়	
বিন্যাস	সমাবেশ
◆ সাধারণত কোনো কিছুকে সাজানো অথবা তার বিন্যস্ত করাই হলো বিন্যাস।	◆ সাধারণত কোন কিছুর বাছাই করাই হলো সমাবেশ।
◆ বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখা আবশ্যক।	◆ সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখার আবশ্যকতা নেই।
◆ সাধারণত সংখ্যার গঠন, শব্দের গঠন, শব্দের অবস্থান বিন্যস্ত করা, শব্দকে সাজানো এই সকল ক্ষেত্রে বিন্যাসের প্রয়োগ হয়।	◆ দল গঠন, কমিটি গঠন, কোন কিছু নির্বাচন, ত্রিভুজ গঠন, কোন কিছু বাছাই করা, খেলাধুলা সংক্রান্ত ইত্যাদির বিষয়ে সমাবেশের প্রয়োগ হয়।

বিন্যাস

নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিস থেকে কয়েকটি বা সবকয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় (অর্থাৎ ভিন্ন ভিন্ন সারি গঠন করা যায়) তাদের প্রত্যেকটিকে একটি বিন্যাস বলা হয়।
তিনটি অক্ষর x, y, z এর মধ্য থেকে দুইটি করে নিয়ে পর পর সাজালে পাওয়া যায় xy, xz, yx, yz, zx, zy
আবার তিনটি করে নিয়ে পর পর সাজানো হলে পাওয়া যায়: xyz, xzy, yxz, yzx, zxy, zyx
উপরে প্রাপ্ত প্রত্যেকটিকে বলা হয় এক একটি বিন্যাস।

→ সাধারণত কোনো কিছুকে সাজানো অথবা তার বিন্যস্ত করাই হলো বিন্যাস।
→ বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখা আবশ্যক।
→ সাধারণত সংখ্যার গঠন, শব্দের গঠন, শব্দের অবস্থান বিন্যস্ত করা, শব্দকে সাজানো এই সকল ক্ষেত্রে বিন্যাসের প্রয়োগ হয়।
→ n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস (যেখানে, $r \leq n$) নিয়ে প্রাপ্ত বিন্যাস সংখ্যাকে সাধারণত সংক্ষেপে ${}^{n}P_r$ বা ${}^{n}P_r$ বা $P(n, r)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এক নজরে বিন্যাসের সূত্রসমূহ:

- n সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল = n!; [$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots$ n সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত]
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে সব জিনিস একবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^{n}P_n = n!$
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^{n}P_0 = 1$
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে শুধুমাত্র একটি জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^{n}P_1 = n$
- n সংখ্যক বস্তু থেকে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা (যেখানে $n \geq r$) ${}^{n}P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$; $[{}^{n}P_r = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(n-r+1)]$
- n সংখ্যক জিনিসের মধ্যে p সংখ্যক এক রকমের, q সংখ্যক দ্বিতীয় রকমের, r সংখ্যক তৃতীয় রকমের এবং বাকি জিনিসগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে, সবগুলো জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $x = \frac{n!}{p!\,q!\,r!}$
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে একবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে (যেখানে যে কোনো জিনিসের r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটে) তার বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$
- n সংখ্যক জিনিস হতে সবগুলি নিয়ে চক্রবিন্যাস সংখ্যা $= (n-1)!$
- যদি চক্রাকারে বিন্যাস সংখ্যা (ডানাবর্ত এবং বামাবর্ত) একই হয়, তবে n সংখ্যক জিনিস থেকে একবারে সবগুলি নিয়ে চক্র বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{(n-1)!}{2}$
- ${}^{n}P_r = \underbrace{n \times (n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}$
- এখানে r সংখ্যক উৎপাদক বিদ্যমান যা 'n' হতে শুরু হয়ে প্রতিবারে 1 করে কমতে থাকে।

যেমন: ${}^{100}P_2 = \underbrace{100 \times (100-1)} = 100 \times 99 = 9900$
100 হতে শুরু হয়ে 1 কমে মোট দু'টি উৎপাদন

Type-01 : আলোচ্য সবগুলো বর্ণ/জিনিস নিয়ে বিন্যাস

→ n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে সব জিনিস একবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^{n}P_n = n!$
→ n সংখ্যক বস্তু বা বর্ণমালাকে সাজানো যাবে $\frac{n!}{p!\,q!\,r!}$ উপায়ে।
এখানে, n = মোট বস্তু সংখ্যা এবং p, q এবং r হলো ভিন্ন ভিন্ন গোত্রের একই জাতীয় বস্তু বা বর্ণ সংখ্যা।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

সমাধান : CALCUTTA শব্দটিতে মোট অক্ষর 8টি,
যার মধ্যে 2টি C, 2টি A এবং 2টি T।
সুতরাং মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!2!2!} = 5040$

আবার, AMERICA শব্দটিতে মোট অক্ষর 7টি, যার মধ্যে 2টি A।

সুতরাং মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$

অতএব, প্রথম শব্দটি দ্বিতীয়টির বিন্যাস সংখ্যা থেকে বেশি $= \frac{5040}{2520} = 2$ গুণ

উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 'UTTORON' শব্দটির সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যায়?

(ক) 2880 (খ) 2520

(গ) 1260 (ঘ) 5040

সমাধান : 'UTTORON' শব্দটিতে মোট 7টি অক্ষর আছে যার মধ্যে 2টি T, 2টি O এবং অপরগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

∴ 'UTTORON' শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা

$= \frac{7!}{2!2!} = \frac{5040}{4} = 1260$

উত্তর : (গ)

০২। PSC শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?

(ক) 1 (খ) 3

(গ) 6 (ঘ) 9

সমাধান : PSC তিনটি বর্ণই ভিন্ন। সুতরাং তিনটি আলাদা বর্ণ নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা $3! = 6$।

উত্তর : (গ)

০৩। "MISSISSIPPI" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত?

(ক) 34650 (খ) 34560

(গ) 346500 (ঘ) 35640

সমাধান : এখানে মোট বর্ণ সংখ্যা 11টি, শব্দটিতে S বর্ণটি আছে = 4 বার, I বর্ণটি আছে = 4 বার, P বর্ণটি আছে = 2 বার

∴শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{4!4!2!}$

$= \frac{11\times10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1\times4\times3\times2\times1\times2\times1} = 34650$

উত্তর : (ক)

০৪। 'APPLICATION' শব্দটির সবগুলো অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে?

(ক) $\frac{11!}{2!2!}$ (খ) $\frac{10!}{2!2!2!}$

(গ) 11! (ঘ) $\frac{11!}{2!2!2!}$

সমাধান : 'APPLICATION' শব্দটিতে মোট 11টি অক্ষর আছে, যাদের মধ্যে 2টি A, 2টি P, 2টি I এর অপরগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{2!2!2!}$

উত্তর : (ঘ)

০৫। "BANGLADESH" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত?

(ক) 10! (খ) 10!2!

(গ) $\frac{10!}{2!}$ (ঘ) $\frac{10!2!}{3!}$

সমাধান : এখানে, মোট বর্ণ সংখ্যা 10টি

শব্দটিতে, A বর্ণটি আছে 2 বার

∴ BANGLADESH শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা= $\frac{10!}{2!}$

উত্তর : (গ)

০৬। MATHEMATICS শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়?

(ক) 498960 (খ) 4989600

(গ) 5432000 (ঘ) 543200

সমাধান : MATHEMATICS শব্দটিতে মোট অক্ষর 11টির মধ্যে 2টি M, 2টি A, 2টি T এবং অবশিষ্টগুলো ভিন্ন।

সুতরাং, মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{2!2!2!} = 4989600$।

উত্তর : (খ)

০৭। 'RAJSHAHI' শব্দটির অক্ষরগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা, 'BARISAL' শব্দটির অক্ষরগুলির একত্রে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?

(ক) 21 (খ) 4

(গ) 2 (ঘ) 8

সমাধান : 'RAJSHAHI' শব্দটিতে 8টি অক্ষর আছে, যাদের মধ্যে 2টি A, 2টি H এবং অপরগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

∴ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!2!} = 10080$

'BARISAL' শব্দটিতে 7টি অক্ষর আছে, যাদের মধ্যে 2টি A এবং অপরগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

∴ বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!} = 2520$

∴ 'RAJSHAHI' এর বিন্যাস সংখ্যা = 10080 = 4 × 2520

= 4 × 'BARISAL' এর বিন্যাস সংখ্যা।

উত্তর : (খ)

Type-02 : নির্দিষ্ট বর্ণগুলি একত্রে/পাশাপাশি রেখে বা না রেখে

→ একত্রে রেখে বিন্যাস: কতগুলো বর্ণ বা বস্তু একত্রে থাকবে বললে, তাদেরকে একটি মাত্র বর্ণ বা বস্তু বিবেচনা করে মোট বিন্যাস সংখ্যা বের করতে হয়। তারপর যে বর্ণগুলো একত্রে থাকবে তাদের নিজেদের মধ্যে বিন্যাস বের করে মোট দুটি বিন্যাস সংখ্যা গুণ করলে উত্তর পাওয়া যাবে।

→ একত্রে না রেখে বিন্যাস: মোট বিন্যাস – একত্রে রেখে বিন্যাস

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা-**

(ক) 60 বার (খ) 120 বার
(গ) 180 বার (ঘ) 760 বার

সমাধান : SCIENCE শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা = 7টি
স্বরবর্ণ 3টিকে 1টি ধরলে বর্ণ সংখ্যা 5টি, যার মধ্যে 2টি C
∴ বর্ণগুলোর বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} = 60$
আবার, স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে (I, E, E) বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{3!}{2!} = 3$
∴ স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা,
$= (60 \times 3) = 180$
উত্তর : (গ)

০২। **MATHEMATICS শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়? তাদের মধ্যে কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকে?**

(ক) 4989600, 120960 (খ) 3278521, 560120
(গ) 1759200, 152871 (ঘ) 4989600, 721217

সমাধান : MATHEMATICS শব্দটিতে মোট অক্ষর 11টির মধ্যে 2টি M, 2টি A, 2টি T এবং অবশিষ্টগুলো ভিন্ন।
সুতরাং, মোট বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{2!2!2!} = 4989600$।
আবার, শব্দটির মধ্যে 4টি স্বরবর্ণ আছে, তাদের মধ্যে 2টি A আছে।
4টি স্বরবর্ণকে একক অক্ষর হিসেবে বিবেচনা করলে $\{(11-4)+1\} = 8$টি অক্ষরের সাজানোর সংখ্যা $= \frac{8!}{2!2!} = 10080$
4টি স্বরবর্ণকে আবার $= \frac{4!}{2!} = 12$ প্রকারে সাজানো যায়।
∴ স্বরবর্ণগুলো একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা,
$= 10080 \times 12 = 120960$
উত্তর : (ক)

০৩। **TRIANGLE শব্দটিতে স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত?**

(ক) 4320 (খ) 40320
(গ) 36000 (ঘ) 2160

সমাধান : (TRNGL) + (IAE)
এখানে, ব্যঞ্জন বর্ণ আছে 5টি এবং স্বরবর্ণ আছে 3টি।
স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে একটি ধরে বিন্যাস সংখ্যা $= 6! = 720$
আবার,
স্বরবর্ণগুলোর নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= 3! = 6$
∴ মোট বিন্যাস সংখ্যা $= 720 \times 6 = 4320$
[পাশাপাশি রেখে এমন কথা বললে যারা পাশাপাশি থাকবে তাদেরকে কটি মনে করতে হবে, তারা নিজেরাও নিজেদের মধ্যে বিন্যস্ত হবে এবং ফলাফলগুলোর মধ্যে গুণ হবে।]
উত্তর : (ক)

০৪। **TRIANGLE শব্দটিতে স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত?**

(ক) 4320 (খ) 40320
(গ) 36000 (ঘ) 2160

সমাধান : TRIANGLE শব্দটির মোট ৮ টি বর্ণের বিন্যাস সংখ্যা $= 8! = 40320$
(TRNGL) + (IAE)
এখানে, ব্যঞ্জন বর্ণ আছে 5টি এবং স্বরবর্ণ আছে 3টি।
স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে একটি ধরে বিন্যাস সংখ্যা $= 6! = 720$
আবার,
স্বরবর্ণগুলোর নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা $= 3! = 6$
এখন, স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা $= 720 \times 6 = 4320$
স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা,
$= 40320 - 4320 = 36000$
[পাশাপাশি না রেখে এমন কথা বললে মোট বিন্যাস থেকে পাশাপাশি থাকা সমূহের বিন্যাস সংখ্যা বিয়োগ হবে।]
উত্তর : (গ)

০৫। **স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে 'DAUGHTER' শব্দটির অক্ষরগুলি কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়?**

(ক) 43200 (খ) 36000
(গ) 24000 (ঘ) 27200

সমাধান : 'DAUGHTER' শব্দটিতে মোট ৪টি অক্ষর আছে। এ অক্ষরগুলি সবই ভিন্ন ভিন্ন। সুতরাং সবগুলি অক্ষর একবারে নিয়ে ৪টি অক্ষরকে 8! সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।
এখন স্বরবর্ণ A, U, E কে একক অক্ষর ধরে D, G, H, T, R, (A, U, E) অর্থাৎ 6টি অক্ষরের সবগুলি একবারে নিয়ে 6! সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।
এখানে ক্রমানুসারে (A, U, E) স্বরবর্ণগুলিকে একক অক্ষর ধরা হয়েছে। কিন্তু এ 3টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে $3! = 6$ অর্থাৎ, 6 সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

∴ স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি রেখে অক্ষরগুলিকে = 6! × 6 সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

∴ স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস সংখ্যা,

= 8! − 6! × 6 = 40320 − 720 × 6 = 36000

উত্তর : (খ)

০৬। **'BANGLADESH' শব্দটির বর্ণগুলিকে কতভাবে বিন্যাস করা যায় যখন স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে না?**

(ক) 1693440 (খ) 1693439

(গ) 1429302 (ঘ) 420000

সমাধান : 'BANGLADESH' শব্দটিতে 10টি বর্ণ আছে যার (A, A, E) তিনটি স্বরবর্ণ আছে। তিনটি স্বরবর্ণকে একটি বর্ণ ধরে মোট বর্ণ হবে (7 + 1) = 8টি। এদের সাজানো যায় 8! উপায়ে। আবার 3টি স্বরবর্ণ নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{3!}{2!} = 3$ উপায়ে (∵ 2টি A আছে)

সুতরাং স্বরবর্ণগুলি একত্রে রেখে বর্ণগুলি সাজানো যায় 3 × 8! ভাবে।

আবার 10টি বর্ণ সাজানো যায় $\frac{10!}{2!}$ উপায়ে।

∴ স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে সাজানো সংখ্যা

$= \frac{10!}{2!} - 3 \times 8! = 1693440$

উত্তর : (ক)

০৭। **DEPRESSION শব্দটির অক্ষরগুলিকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে?**

(ক) 52000 (খ) 28800

(গ) 30240 (ঘ) 31340

সমাধান: DEPRESSION শব্দটিতে 10 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে দুইটি E, দুইটি S। দুইটি E সহ মোট 4টি স্বরবর্ণ আছে।

প্রদত্ত শব্দের 4টি স্বরবর্ণ (যাদের দুইটি E) কে 1টি বর্ণ ধরে মোট বর্ণের সংখ্যা হবে (10 − 4 + 1) অর্থাৎ 7টি।

সুতরাং, এই 7টি বর্ণ (যাদের দুইটি S) কে $\frac{7!}{2!} = 2520$ প্রকারে সাজানো যায়। আবার, 4টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে $\frac{4!}{2!} = 12$ প্রকারে সাজানো যায়।

∴ 4টি স্বরবর্ণকে একত্রে রেখে মোট সাজানো সংখ্যা = 2520 × 12 = 30240

উত্তরঃ (গ)

০৮। **'THESIS' শব্দটির স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে কতভাবে সাজানো যায় বের করুন।**

(ক) 360 (খ) 240

(গ) 120 (ঘ) 720

সমাধান: 'THESIS' শব্দটিতে 2টি S সহ মোট 6টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে 2টি স্বরবর্ণ।

প্রদত্ত শব্দটির সবগুলি বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$= \frac{6!}{2!} = 360$

স্বরবর্ণ দুইটিকে একক বর্ণ বিবেচনা করলে শব্দটিতে মোট বর্ণ হবে 5টি যাদের মধ্যে 2টি S. এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $\frac{5!}{2!} = 60$.

আবার, 2টি ভিন্ন স্বরবর্ণ নিজেদের মধ্যে 2! = 2 উপায়ে বিন্যস্ত হয়।

∴ স্বরবর্ণগুলি একত্রে রেখে সাজানোর উপায় = 60 × 2 = 120

∴ স্বরবর্ণগুলি একত্রে না রেখে সাজানোর উপায় = 360 −120 =240

উত্তরঃ (খ)

Type-03 : সাধারণ অবস্থান, আপেক্ষিক অবস্থান ও ক্রম পরিবর্তন না করে

যারা স্থান পরিবর্তন করবে না তাদেরকে বিবেচনার বাইরে রেখে অন্যান্যদের কে বিন্যস্ত করতে হবে।

- যারা আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন করে না তাদেরকে পৃথক পৃথকভাবে বিন্যস্ত করে গুণ করলে প্রয়োজনীয় ফলাফল পাওয়া যায়। স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন করবে না মানে স্বরবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে ও ব্যঞ্জনবর্ণগুলো নিজেদের মধ্যে বিন্যস্ত হবে।
- যাদের ক্রম পরিবর্তন করা যাবে না তাদের একজাতীয় (একই) বর্ণ চিন্তা করে বিন্যস্ত করলে তাদের ক্রম পরিবর্তন হবে না।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **ব্যঞ্জনবর্ণগুলিকে বিজোড় স্থানে রেখে 'Equation' শব্দটির অক্ষরগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় করুন?**

(ক) 2420 (খ) 1280

(গ) 2880 (ঘ) 1460

সমাধান : 'Equation' শব্দটিতে মোট বর্ণ ৪টি, 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ এবং 5 টি স্বরবর্ণ।

4টি বিজোড় স্থান 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ দ্বারা পূরণ করা যায় $4_{P_3} = 24$

অবশিষ্ট 5 টি স্থান 5টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূরণ করা যায় $5_{P_5} = 120$

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 24 × 120 = 2880

উত্তর : (গ)

০২। **PERMUTATION** শব্দটির বর্ণগুলির মধ্যে স্বরবর্ণের অবস্থান পরিবর্তন না করে বর্ণগুলিকে যত রকমে পুনরায় সাজানো যেতে পারে তার সংখ্যা-

(ক) 360 (খ) 359

(গ) 361 (ঘ) 349

সমাধান : স্বরবর্ণগুলিকে নিজ স্থানে স্থির রেখে বাকি 6 টি বর্ণকে 6 টি স্থানে সাজানো যায় $\frac{6!}{2!}$ প্রকারে $= 360$ প্রকারে।

$\therefore$ পুনর্বিন্যাস $= (360 - 1) = 359$ প্রকার।

[Note: পুনর্বিন্যাস সংখ্যা জানতে চাওয়া হলে, মোট বিন্যাস সংখ্যা হতে 1 বিয়োগ করতে হয়।]

উত্তর : (খ)

০৩। স্বরবর্ণগুলির স্থান পরিবর্তন না করে **'DIRECTOR'** শব্দটির অক্ষরগুলিকে যত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়, তা নির্ণয় করুন।

(ক) 60 (খ) 59

(গ) 11 (ঘ) 7

সমাধান : স্বরবর্ণগুলির স্থান নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 5টি ব্যঞ্জনবর্ণকে (যার মধ্যে R দুইটি) নিজেদের মধ্যে $\frac{5!}{2!}$ উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ নির্ণেয় মোট সাজানোর সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} - 1$

$= 60 - 1 = 59$

উত্তর : (খ)

০৪। স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না করে **PERMUTATION** শব্দটির অক্ষরগুলো কত উপায়ে সাজানো যেতে পারে?

(ক) 42000 (খ) 43199

(গ) 43200 (ঘ) 32049

সমাধান : PERMUTATION শব্দটিতে মোট বর্ণসংখ্যা 11 টি যার মধ্যে স্বরবর্ণ আছে 5 টি, ব্যঞ্জনবর্ণ আছে 6 টি।

$\therefore$ স্বরবর্ণ 5 টিকে সাজানোর উপায় $=5! =120$

ব্যঞ্জনবর্ণ 6 টিকে সাজানোর উপায় $= \frac{6!}{2!} = 360$ ($\because$ 2টি T আছে)

$\therefore$ স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না করে PERMUTATION শব্দটির অক্ষরগুলোকে সাজানোর মোট উপায় $= 120 \times 360 = 43200$

উত্তর : (গ)

০৫। স্বরবর্ণগুলোর ক্রম পরিবর্তন না করে **DIRECTOR** শব্দটির অক্ষরগুলো কত উপায়ে সাজানো যেতে পারে?

(ক) 3360 (খ) 3359

(গ) 3059 (ঘ) 3060

সমাধান : DIRECTOR শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা 8 টি যার মধ্যে স্বরবর্ণ আছে 3 টি, ব্যঞ্জনবর্ণ আছে 5 টি, R আছে 2 টি।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলোর ক্রম পরিবর্তন না করে অর্থাৎ এদেরকে একজাতীয় বর্ণ বিবেচনা করে DIRECTOR শব্দটিকে সাজানোর উপায় $= \frac{8!}{3!2!} = 3360$

উত্তর : (ক)

Type-04 : কতগুলো বর্ণকে নির্দিষ্ট স্থানে রেখে বিন্যাস

→ কতগুলি বর্ণ বা বস্তু বিশেষ স্থানে অবস্থিত এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা বের করতে হলে যেসব বর্ণ বিশেষ স্থানে বসবে তাদেরকে প্রথমে বিশেষ স্থানে বিন্যাস করে পড়ে অবশিষ্ট বর্ণগুলো বাকি স্থানে বিন্যাস করে দুটির বিন্যাস সংখ্যা গুণ করতে হয়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **"CALCULUS"** শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে প্রথম ও শেষ অবস্থানে **U** থাকবে?

(ক) 150 (খ) 180

(গ) 170 (ঘ) 140

সমাধান : শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা = 8 টি

এখন, প্রথম ও শেষ অবস্থানে দুইটি U রেখে বাকি বর্ণ সংখ্যা 6 টি যার মধ্যে C এবং Lআছে 2 বার করে

$\therefore$ বিন্যাস সংখ্যা$= \frac{6!}{2!\,2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1} = 180$

উত্তর : (খ)

০২। **COURAGE** শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?

(ক) 2880 (খ) 1540

(গ) 3000 (ঘ) 720

সমাধান : 'COURAGE' শব্দটিতে 7টি বর্ণ রয়েছে, যার মধ্যে চারটি স্বরবর্ণ (O,U,A,E) আছে। মনে করি, এদের যে কোনো একটি স্বরবর্ণ (O) কে প্রথম স্থানে রাখা হলো তাহলে বাকি 6টি অক্ষর দ্বারা অবশিষ্ট স্থানগুলো 6! উপায়ে পূরণ করা যায়।

$\therefore$ O কে প্রথমে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = 6!

$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

তদ্রূপ অপর স্বরবর্ণগুলো প্রথমে রাখলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = 720

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 4 \times 720 = 2880$

উত্তর : (ক)

০৩। 'IMMEDIATE' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে কতগুলিতে প্রথমে T এবং শেষে A থাকবে?

(ক) 660 (খ) 720

(গ) 630 (ঘ) 780

সমাধান: প্রথমে T এবং শেষে A রেখে মাঝে অবশিষ্ট (9 – 2) বা 7টি অক্ষরকে সাজালেই নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যাবে। আবার অবশিষ্ট 7টি অক্ষর অর্থাৎ I, M, M, E, D, I, E এর মধ্যে 2টি I, 2টি M, 2টি E আছে।

∴ 7টি অক্ষরকে নিজেদের মধ্যে $\frac{7!}{2!\,2!\,2!}$ বা, 630 উপায়ে সাজানো যায়।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 630

উত্তর : (গ)

০৪। **'MATURITY' শব্দটির সব অক্ষর ব্যবহার করে কত উপায়ে সাজানো যায়? এ উপায়গুলির মধ্যে কয়টির প্রথমে 'M' থাকবে?**

(ক) 2880 (খ) 2500

(গ) 360 (ঘ) 2520

সমাধান : 'MATURITY' শব্দটিতে 8টি অক্ষর আছে। এদের মধ্যে 2টি T এবং অপরগুলি ভিন্ন ভিন্ন।

∴ সাজানোর মোট উপায় সংখ্যা = $\frac{8!}{2!}$ = 20160 (উত্তর)

প্রথমে 'M' কে রেখে অবশিষ্ট 7টি অক্ষরকে নিজেদের মধ্যে যত উপায়ে সাজানো যায় ততগুলি উপায়ের মধ্যে 'M' অক্ষরটি প্রথমে থাকবে।

অবশিষ্ট 7টি অক্ষরের মধ্যে 2টি T আছে।

∴ 7টি অক্ষরকে সাজানোর মোট উপায় = $\frac{7!}{2!}$ = 2520.

অর্থাৎ, 2520 সংখ্যক উপায়ের মধ্যে 'M' প্রথমে থাকবে।

উত্তর : (ঘ)

০৫। **MILLENNIUM শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের কতগুলোতে প্রথমে ও শেষে M থাকবে?**

(ক) 5050 (খ) 5040

(গ) 6050 (ঘ) 4050

সমাধান : MILLENNIUM শব্দটিতে 10টি অক্ষর আছে, যার মধ্যে 2টি M, 2টি I, 2টি L, 2টি N এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন।

MILLENNIUM শব্দটির সবগুলো অক্ষর নিয়ে মোট সাজানো ব্যবস্থা = $\frac{10!}{2!2!2!2!}$ = 226800 (উত্তর)

আবার, যেহেতু ১ম ও শেষ ঘরে M থাকবে

অর্থাৎ M কে ১ম ও শেষ ঘরে স্থির রেখে অবশিষ্ট 8টি বর্ণকে সাজানোর উপায় = $\frac{8!}{2!2!2!}$ = 5040

উত্তর : (খ)

Type-05 : সংখ্যা গঠন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

→ খেয়াল রাখতে হবে, প্রথম অঙ্ক যেনো ০ (শূন্য) না হয়।

→ যখন জোড়, বিজোড় বা নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য বলা থাকবে তখন শেষ Digit নিয়ে চিন্তা করতে হবে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। **0, 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলোকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?**

(ক) 100 (খ) 120

(গ) 520 (ঘ) 720

সমাধান :

শূন্য বাদে যেকোনো একটি		

শূন্য বাদে যেকোনো একটিকে ১ম ঘরে বসানোর উপায় = ${}^5P_1 = 5$

১ম স্থানটি পূরণের পর অবশিষ্ট 5 টি অঙ্ক দ্বারা বাকি দুটি স্থান পূরণের উপায় = ${}^5P_2 = 20$

∴ 0,1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলোকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের উপায় = $5 \times 20 = 100$

উত্তর : (ক)

০২। **0, 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলি দ্বারা ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়? (প্রত্যেক অঙ্ক কেবল একবার একটি সংখ্যায় ব্যবহার করে)**

(ক) 500 (খ) 528

(গ) 600 (ঘ) 620

সমাধান : ছয় অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের জন্য প্রদত্ত 6টি অঙ্কই ব্যবহার করতে হবে। 6টি অঙ্ক একবারে নিয়ে মোট সংখ্যা = 6! = 720

যে সংখ্যার সর্ববামে 0 থাকবে তা ছয় অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবে না। সর্ববামের স্থানটি 0 এর জন্য নির্দিষ্ট রেখে বাকি 5টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 5! অর্থাৎ, 120 উপায়ে সাজানো যায়।

সুতরাং, 120টি সংখ্যার সর্ববামে 0 থাকবে।

∴ ছয় অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 720 – 120 = 600

বিকল্প:

শূন্য ছাড়া ৫টি অঙ্ক	শূন্য ও অবশিষ্ট ৪টি অঙ্ক অর্থাৎ ৫টি অঙ্ক	অবশিষ্ট ৪টি অঙ্ক	অবশিষ্ট ৩টি অঙ্ক	অবশিষ্ট ২টি অঙ্ক	অবশিষ্ট ১টি অঙ্ক
5	5	4	3	2	1

∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 600$

উত্তর : (গ)

০৩। 1, 2, 3, 5, 6, 7 অঙ্কগুলো প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

(ক) 60 (খ) 120

(গ) 240 (ঘ) 360

সমাধান: 5000 এবং 6000 এর মধ্যবর্তী গঠিত সংখ্যা চার অংক বিশিষ্ট হবে এবং প্রথম অঙ্কটি 5 দ্বারা শুরু হতে হবে। এখানে মোট 6টি ভিন্ন ভিন্ন অংশ থাকে।

সুতরাং 5000 এবং 6000 এর মধ্যবর্তী সংখ্যা পেতে হলে প্রথম স্থানটি 5 স্থির রাখতে হবে। বাকি 5 অংক থেকে 3টি অংকদ্বারা গঠিত মোট নির্ণয় সংখ্যা।

$$5_{P_3} = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

০৪। **1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলোকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?**

(ক) 1520 (খ) 1620

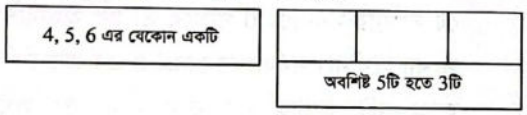
(গ) 1720 (ঘ) 1320

সমাধান : 4000 এর চেয়ে বড় সংখ্যাগুলো কমপক্ষে চার অঙ্কবিশিষ্ট হবে এবং

(a) সংখ্যাগুলো চার অঙ্কবিশিষ্ট হলে সেগুলো অবশ্যই 4 অথবা 4 এর চেয়ে বৃহত্তর অঙ্ক দ্বারা শুরু হবে।

(b) সংখ্যাগুলো চার -এর অধিক অঙ্কবিশিষ্ট হলে সেগুলো শূন্য ব্যতীত যেকোনো অঙ্ক দ্বারা শুরু হবে।

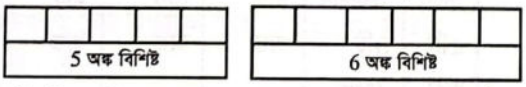
(a) সংখ্যাগুলো চার অঙ্কবিশিষ্ট হলেঃ



প্রথম ঘর 4, 5, 6 দ্বারা পূরণের উপায় = ${}^3P_1 = 3$; প্রথম ঘরটির পূরণের পর অবশিষ্ট 5টি অঙ্ক দ্বারা বাকি তিনটি ফাঁকা স্থান পূরণের উপায় = ${}^5P_3 = 60$;

4000 এর চেয়ে বড় কিন্তু চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের উপায় = $3 \times 60 = 180$

(b) সংখ্যাগুলো চার-এর অধিক অঙ্কবিশিষ্ট হলে:



6 টি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক দ্বারা 5 অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের উপায় = ${}^6P_5 = 720$, 6টি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক দ্বারা 6 অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের উপায় = ${}^6P_6 = 720$

∴ 4000 এর চেয়ে বড় সংখ্যা গঠনের উপায়,

$= 180 + 720 + 720 = 1620$

উত্তর : (খ)

০৫। **প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?**

(ক) 52 (খ) 42

(গ) 22 (ঘ) 36

সমাধান : এক্ষেত্রে 3 কে সর্বডানে রেখে অবশিষ্ট 4টি অঙ্ক নিজেদের মধ্যে 3এর বাম দিকে সাজালে পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট বিজোড় সংখ্যা হবে। তদ্রূপ 5কে সর্বডানে রাখলেও সংখ্যা গুলি বিজোড় হবে।

∴ 3 কে সর্বডানে রেখে মোট বিজোড় সংখ্যা ${}^4p_4 = 4! = 24$

কিন্তু 0 কে প্রথমে এবং 3 কে সর্বডানে রেখে গঠিত সংখ্যা অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট হবে না।

0 কে প্রথমে এবং 3 কে সর্বডানে রেখে গঠিত মোট সংখ্যা $= {}^3p_3 = 3! = 6$

∴ 3 কে সর্বডানে রেখে গঠিত অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট বিজোড় সংখ্যা = 24 – 6 = 18

তদ্রূপ 5 কে সর্বডানে রেখে গঠিত অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট বিজোড় সংখ্যা = 18

∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = 18 + 18 = 36

উত্তর : (ঘ)

০৬। **প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে 8, 9, 7, 6, 3, 2 অঙ্কগুলোর দ্বারা তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়?**

(ক) 78 (খ) 120

(গ) 170 (ঘ) 194

সমাধান : যেহেতু অঙ্কগুলো বিভিন্নভাবে সাজালে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা হয়, সুতরাং 6টি জিনিসের মধ্য থেকে 3টিকে একবারে নিয়ে যে বিন্যাস সংখ্যা তা হল মোট সংখ্যার সমান।

∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = ${}^6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 120$

উত্তর : (খ)

Type-06: পুনরাবৃত্তিমূলক সমস্যা এবং সংখ্যা গঠন

→ পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাসের ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = n^r;
যেখানে, n = একাধিক গ্রহণ করতে পারে,
r = একাধিক যেতে পারে

→ n সংখ্যক লোককে আমান্ত্রণ করার উপায় = $2^n - 1$

যেমন: টেলিফোন নম্বর বের করার উপায় = $(১০)^{\text{ডিজিট}}$

পুরস্কার বিতরণ করার উপায় = $(\text{প্রার্থী})^{\text{পুরস্কার}}$

নির্বাচনে ভোট দেওয়ার উপায় = $(\text{প্রার্থী})^{\text{ভোটার}}$

চিঠি পোস্ট করার উপায় = $(\text{পোস্টবক্স})^{\text{চিঠি}}$

শুন্যস্থান পূরণ করার উপায় = $(\text{অঙ্ক সংখ্যা})^{\text{শুন্যস্থান}}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একজন প্রফেসরের পদের জন্য 3 জন প্রার্থী। 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবেন। কত প্রকারে তারা ভোট দিতে পারবেন?

(ক) 125 (খ) 243

(গ) 625 (ঘ) 27

সমাধান : 3 জন প্রার্থীর মধ্য থেকে যেকোনো 1 জনকে প্রফেসর নির্বাচন করা যেতে পারে।

∴ 5 জন লোক 3 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারবে 3^5 বা, 243 উপায়ে।

উত্তর : 5 জন লোক 3 জন প্রার্থীকে ভোট দিতে পারবে 3^5 বা, 243 উপায়ে।

উত্তর : (খ)

০২। 5 টি পোষ্ট বাক্সে 7 টি চিঠি কতভাবে ফেলা যায়?

(ক) 5^7 (খ) 7^7

(গ) 5^5 (ঘ) 7^5

সমাধান : n = একাধিক গ্রহণ করতে পারে

r = একাধিক স্থানে যেতে পারে

5 টি পোষ্ট বাক্সে 7 টি চিঠি ফেলার উপায়,= 5^7

উত্তর : (ক)

০৩। অরিন তার বিবাহ অনুষ্ঠানে 13 টি আংটি উপহার পেয়েছে। 10 টি আঙ্গুলে আংটিগুলো কতভাবে পরতে পারে?

(ক) 13^{10} (খ) 10^{10}

(গ) 13^{13} (ঘ) 10^{13}

সমাধান : [এখানে, আঙ্গুলের সংখ্যা হবে n এর মান কারণ একটি আঙ্গুলে একই সময়ে একাধিক আংটি পরানো সম্ভব কিন্তু একটি আংটি একই সময়ে একাধিক আঙ্গুলে পরানো সম্ভব নয়।]

10 টি আঙ্গুলে 13 টি আংটি পরানোর উপায় = 10^{13}

উত্তর : (ঘ)

০৪। টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা থাকে। নেত্রকোনা শহরের টেলিফোন সংযোগ নাম্বারগুলো 5 অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরে কতগুলো টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে?

(ক) 1000 (খ) 10000

(গ) 100000 (ঘ) 100

সমাধান : এখানে ডায়ালে মোট অঙ্ক সংখ্যা 10 টি।

∴ 5 অঙ্ক বিশিষ্ট নাম্বারের টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে $= 10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

উত্তর : (গ)

০৫। 3টি পুরস্কার 5 জন ছাত্রের মধ্যে কতভাবে দেয়া যাবে?

(ক) 15 (খ) 243

(গ) 125 (ঘ) 30

সমাধান : এখানে, একজন ছাত্র 3টি পুরস্কার পেতে পারে কিন্তু 1টি পুরস্কার 5জন ছাত্র একই সময়ে পেতে পারে না।

∴ n = 5, r = 3।

∴ নির্ণেয় উপায় = $5^3 = 125$

উত্তর : (গ)

০৬। এক ব্যক্তি তার 7 জন বন্ধুকে কত প্রকারে নিমন্ত্রণ করতে পারবে?

(ক) 126 (খ) 127

(গ) 128 (ঘ) 129

সমাধান : প্রত্যেক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করার ক্ষেত্রে দুইটি উপায় আছে; নিমন্ত্রণ করা বা না করা।

সুতরাং 7 জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করার ক্ষেত্রে,

মোট $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$ টি উপায় আছে এর মধ্যে একটি উপায়ে কোনো বন্ধুকেই নিমন্ত্রণ করা হয়নি যা গ্রহণযোগ্য নয়।

আমরা জানি,

n সংখ্যক লোককে আমান্ত্রণ করার উপায় = $2^n - 1$

∴ মোট উপায় = $2^7 - 1 = 127$

উত্তর : (খ)

Type-07 : চক্রাকার বিন্যাস

→ চক্র বিন্যাস: নির্দিষ্ট সংখ্যক জিনিস থেকে সব কয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে বৃত্তাকার বা চক্রাকারে সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে একটি চক্র বিন্যাস বলা হয়। চক্র বিন্যাস নির্ণয় করতে হলে একটিকে স্থির রাখতে হয়। সুতরাং n সংখ্যক জিনিস হতে সবগুলি নিয়ে চক্র বিন্যাস সংখ্যা = $(n-1)!$

→ যদি চক্রাকারে বিন্যাস সংখ্যা (ডানাবর্ত এবং বামাবর্ত) একই হয়, তবে n সংখ্যক জিনিস থেকে একবারে সবগুলি নিয়ে চক্র বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{(n-1)!}{2}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 12 টি বিভিন্ন ধরণের মুক্তা দিয়ে কত ভাবে মুক্তার হার তৈরি করা যাবে?

(ক) $\frac{11!}{2}$ (খ) $\frac{10!}{2}$

(গ) 11! (ঘ) $\frac{12!}{2}$

সমাধান : মুক্তার হারটিকে দুই পাশ থেকে দেখা সম্ভব।

∴ 12 টি বিভিন্ন ধরনের মুক্তা দিয়ে মুক্তার হার তৈরি করা যাবে = $\frac{(12-1)!}{2}$ ভাবে।

উত্তর : (ক)

০২। 10 জন লোক কতভাবে একটি গোল টেবিলের পার্শ্বে আসন গ্রহণ করতে পারে।

(ক) 7! (খ) 9!

(গ)10! (ঘ) 8!

সমাধান : মোট উপায় = $(10-1)! = 9!$; [কারণ যেকোনো একটিকে স্থির করলে ঘূর্ণন বন্ধ হয়। অন্যকথায় প্রতি বিন্যাসে 10 টি করে চক্রবিন্যাস পাওয়া যায়। তাই $\frac{10!}{10} = 9!$]

উত্তর : (খ)

০৩। দুইজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে?

(ক) 720 (খ) 1220

(গ) 500 (ঘ) 2880

সমাধান : বিজ্ঞান বিভাগের একজন ছাত্রকে স্থির রেখে অবশিষ্ট 4 জন ছাত্রকে গোল টেবিলের পাশে বসানো যায় 4! উপায়ে। আবার 5জন কলা বিভাগের ছাত্রকে বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রদের মাঝখানে 5টি খালি জায়গায় বসানো যায় 5! উপায়ে। ∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $4! \times 5! = 2880$

উত্তর : (ঘ)

Type-08 : বিবিধ

অধ্যায়ের এই অংশে বিন্যাস সম্পর্কিত কিছু বিশেষ সমস্যাবলি আলোচনা করা হয়েছে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 10টি বস্তু থেকে একত্রে 5টি নিয়ে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে। যেখানে 2টি বিশেষ বস্তু সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?

(ক) 6220 (খ) 6000

(গ) 6500 (ঘ) 6720

সমাধান : 5টি স্থানে 2টি বস্তুকে বসানো যায় = ${}^5P_2$ ভাবে

বাকি 3টি স্থান বাকি 8টি বস্তু দ্বারা পূরণ করা যায় = ${}^8P_3$ ভাবে।

∴ মোট বিন্যাস সংখ্যা = ${}^8P_3 \times {}^5P_2 = 336 \times 20$

$= 6720$

উত্তর : (ঘ)

০২। একজন লোকের 1টি সাদা, 2টি লাল ও 3টি সবুজ পতাকা আছে। একটির উপর আরেকটি সাজালে চারটি পতাকা নিয়ে তিনি কতগুলি বিভিন্ন সংকেত তৈরি করতে পারবেন?

(ক) 40 (খ) 38

(গ) 28 (ঘ) 48

সমাধান : তিনি সংকেতের জন্য নিম্নোক্তভাবে পতাকা পছন্দ করতে পারেন।

	সাদা ①	লাল ②	সবুজ ③
(i)	0	2	2
(ii)	0	1	3
(iii)	1	0	3
(iv)	1	2	1
(v)	1	1	2

(i) অনুযায়ী পছন্দ করলে, সাজানো সংখ্যা = $\frac{4!}{2!2!} = 6$;

(ii) অনুযায়ী পছন্দ করলে, সাজানো সংখ্যা = $\frac{4!}{3!} = 4$;

(iii) অনুযায়ী পছন্দ করলে, সাজানো সংখ্যা = $\frac{4!}{3!} = 4$;

(iv) অনুযায়ী পছন্দ করলে, সাজানো সংখ্যা = $\frac{4!}{2!} = 12$;

(v) অনুযায়ী পছন্দ করলে, সাজানো সংখ্যা = $\frac{4!}{2!} = 12$;

∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $6 + 4 + 4 + 12 + 12 = 38$

উত্তর : (খ)

০৩। AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে?

(ক) 130 (খ) 135

(গ) 140 (ঘ) 145

সমাধান : যেহেতু AMERICA শব্দটিতে 7টি বর্ণ রয়েছে, যার মধ্যে দুটি A। শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা-

(i) সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 3টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^6P_3 = 120$

(ii) 2টি A এবং 1টি ভিন্ন বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা দুটি A এর মানে অন্য 5টি বর্ণ (M, E, R, S, C) থেকে একটি করে নেয়া যায় 5 ভাবে (AAM, AAE, AAR, AAI, AAC)। এই 5 টি বিন্যাসের প্রতিটিকে আবার 3 ভাবে সাজানো যায় (যেমন: AAM কে AMA, MAA, AAM প্রকারে)। অনুরূপভাবে, 5টিকেই সাজানো যায় $5 \times 3 = 15$ ভাবে। সুতরাং মোট বিন্যাস = ভিন্ন ভিন্ন বর্ণের বিন্যাস + দুটি একই জাতীয় বর্ণ নিয়ে বিন্যাস = $120 + 15 = 135$

উত্তর : (খ)

০৪। 1, 2, 3, 4 এই সংখ্যাগুলো প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করে কতগুলো পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?

(ক) 20 (খ) 24

(গ) 25 (ঘ) 28

সমাধান : এখানে সংখ্যা রয়েছে 4 টি।

∴ সংখ্যাগুলো দিয়ে পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে,

$= 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ টি

উত্তর : (খ)

সমাবেশ

সমাবেশ: কতগুলি জিনিস থেকে প্রত্যেকবার কয়েকটি বা সব কয়টি নিয়ে যতভাবে বাছাই করা যায় বা গ্রুপ বা দল গঠন করা যায় তাদের প্রত্যেকটি এক একটি সমাবেশ। যেমন: a, b, c তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর থেকে দুইটি করে নিয়ে দল গঠন করলে আমরা পাই ab বা ba, bc বা cb, ca বা ac। অর্থাৎ, মোট 3টি দল গঠন করা যাবে। সুতরাং মোট সমাবেশ সংখ্যা 3, যা ${}^3C_2$ আকারে লেখা যায়।

- সমাবেশের ক্ষেত্রে বাছাই করে দল গঠন করতে হবে।
- সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখার আবশ্যকতা নেই।
- দল গঠন, কমিটি গঠন, কোন কিছু নির্বাচন, ত্রিভুজ গঠন, কোন কিছু বাছাই করা, খেলাধুলা সংক্রান্ত ইত্যাদির বিষয়ে সমাবেশের প্রয়োগ হয়।

${}^nC_r$, $C(n,r)$ বা $\binom{n}{r}$ হলো n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা।

এক নজরে সমাবেশের প্রয়োজনীয় কিছু তথ্যসমূহ:

- n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
- n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার n সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_n = 1$
- n সংখ্যক জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_0 = 1$
- সম্পূরক সমাবেশ: $^nC_r = {}^nC_{n-r}$
- এখানে, ^nC_r = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা।
  এবং $^nC_{n-r}$ = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার $(n-r)$ জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা
- p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার $r \geq p$ সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা: $^{n-p}C_{r-p}$
- p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সংখ্যা: $^{n-p}C_r$
- n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে অন্তত একটি জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয়: $2^n - 1$
- প্যাসকেলের অভেদ: $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$
- বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে সম্পর্ক: $^nC_r \times r! = {}^nP_r$

Type-01 : সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

এই টাইপে সরাসরি সূত্র ব্যবহার করে অংকগুলো সমাধান করা যায়।

সূত্র: $^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $n = x + y$ হবে।

যেমন: $^nC_7 = {}^nC_5$ হলে, $n = 7 + 5 = 12$ লেখা যায়।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $^nC_{12} = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত?

[৩৯ তম বিসিএস(বিশেষ)পরীক্ষা (স্বাস্থ্য ক্যাডার)]

(ক) 12 (খ) 14

(গ) 16 (ঘ) 18

সমাধান : $^nC_{12} = {}^nC_6 \quad \therefore n = 12 + 6 = 18$

[$\because {}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $x = y$ অথবা $x + y = n$ হবে।]

উত্তর : (ঘ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $^5C_3 + {}^5C_4 = ?$

(ক) $^{10}C_7$ (খ) $^{10}C_4$

(গ) $^6C_3$ (ঘ) $^6C_4$

সমাধান : $^5C_3 + {}^5C_4 = {}^{5+1}C_4$ [$\because {}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$]

$= {}^6C_4$

উত্তর : (ঘ)

০২। $^nP_r = 120$ এবং $^nC_r = 20$ হলে, r এর মান কত?

(ক) 6 (খ) 5

(গ) 3 (ঘ) 2

সমাধান : $^nP_r = r! \times {}^nC_r$

$\Rightarrow r! = \frac{120}{20} = 6 = 3 \times 2 \times 1$

$\Rightarrow r! = 3!$

$\therefore r = 3$

উত্তর : (গ)

০৩। $^nC_5 = {}^nC_7$ হলে, $^nC_{11}$ এর মান নির্ণয় করুন।

(ক) 8 (খ) 5

(গ) 3 (ঘ) 12

সমাধান : দেওয়া আছে, $^nC_5 = {}^nC_7$

$\Rightarrow {}^nC_5 = {}^nC_{n-7}$

[সম্পূরক সমাবেশ থেকে $^nC_r = {}^nC_{n-r}$]

$\Rightarrow 5 = n - 7$

$\therefore n = 12$

সুতরাং, $^nC_{11} = {}^{12}C_{11}$ (n এর মান বসিয়ে)

$= 12$

উত্তর : (ঘ)

০৪। ${}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$ হলে, n এর মান নির্ণয় করুন।

(ক) 8 (খ) 5

(গ) 3 (ঘ) 7

সমাধান : দেওয়া আছে, ${}^nC_2 = \frac{2}{5} \times {}^nC_4$

$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{2}{5} \cdot \frac{n!}{4!(n-4)!}$

$\Rightarrow 2.2!\,(n-2)! = 5.4!\,(n-4)!$

$\Rightarrow 2.2\,(n-2)(n-3).(n-4)! = 5.4.3.2.(n-4)!$

$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 30$

$\Rightarrow n^2 - 5n - 24 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 8n + 3n - 24 = 0$

$\Rightarrow n(n-8) + 3(n-8) = 0$

$\Rightarrow (n-8)(n+3) = 0$

$\therefore n = 8 \quad [\because n \neq -3]$

উত্তর : (ক)

০৫। ${}^nP_r = 240$, ${}^nC_r = 120$ হলে, n ও r এর মান নির্ণয় করুন।

(ক) 12 (খ) 14

(গ) 16 (ঘ) 18

সমাধান : আমরা জানি, $r! \times {}^nC_r = {}^nP_r$

$\therefore r! \times 120 = 240$

$\Rightarrow r! = 2 = 2 \times 1 = 2!$

$\therefore r = 2$

এখন ${}^nP_r = 240$

$\Rightarrow {}^nP_2 = 240 \; [\because r = 2]$

$\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 240$

$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 240$

$\Rightarrow n^2 - n - 240 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 16n + 15n - 240 = 0$

$\Rightarrow n(n-16) + 15(n-16) = 0$

$\Rightarrow (n-16)(n+15) = 0$

$\therefore n = 16 \; [\because n$ এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না]

উত্তর : (গ)

Type-02 : সর্বদা অন্তর্ভুক্ত থাকবে বা থাকবে না

→ p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার $r \geq p$ সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা: ${}^{n-p}C_{r-p}$

→ p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সংখ্যা: ${}^{n-p}C_r$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্যবিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদাই উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 210 (খ) 304

(গ) 84 (ঘ) 120

সমাধান: যেহেতু 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদাই উপস্থিত থাকবে সেহেতু অবশিষ্ট 5 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলা হতে 3 সদস্যবিশিষ্ট উপ-কমিটি গঠন করা যায় = ${}^{5+4}C_3$ উপায়ে

$= \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9\times8\times7\times6!}{3\times2\times1\times6!} = 84$ উপায়ে

উত্তর : (গ)

০২। 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে? [৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 252 (খ) 792

(গ) 224 (ঘ) 120

সমাধান : 12টি পুস্তক হতে 5টি বাছাই করা যায় যেখানে 2টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকে অর্থাৎ 10 টি বই হতে 3টি বই বাছাই করতে হবে এবং বাছাই সংখ্যা = ${}^{10}C_3 = 120$

উত্তর : (ঘ)

০৩। 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্য থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 728 (খ) 286

(গ) 364 (ঘ) 1001

সমাধান: যেহেতু একজন অধিনায়ক নির্দিষ্ট সেহেতু অবশিষ্ট 13 জন হতে বাকি 10 জন নিতে হবে।

∴অবশিষ্ট 13 জন হতে অপর 10 জনকে বাছাই করা যাবে

${}^{13}C_{10} = {}^{13}C_3$

$\frac{13\times12\times11}{3!} = \frac{13\times12\times11}{6} = 286$ ভাবে।

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 10 টি বইয়ের মধ্যে 4 টি বই কত প্রকারে বাছাই করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 2 টি বই সর্বদা অন্তর্ভূক্ত থাকে?

(ক) 220 (খ) 28

(গ) 70 (ঘ) 45

সমাধান : বাছাই সংখ্যা = ${}^{10-2}C_{4-2} = 28$

উত্তর : (খ)

০২। 16 জন লোকের একটি দল হতে 7 জনকে কতভাবে নির্বাচন করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 4 জন লোক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে?

(ক) 120 (খ) 220

(গ) 240 (ঘ) 140

সমাধান : নির্বাচন করার মোট উপায় = ${}^{16-4}C_{7-4} = 220$

উত্তর : (খ)

০৩। 4 জন ভদ্র মহিলাসহ 10 জন ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে। যেখানে 2 জন মহিলা অন্তর্ভুক্ত থাকবে?

(ক) 20 (খ) 120

(গ) 60 (ঘ) 240

সমাধান : পুরুষের সংখ্যা = 10 − 4 = 6 জন

দলের সদস্য সংখ্যা	মহিলা (4 জন)	পুরুষ (6 জন)
5	2	3

∴ নির্ণেয় সমাবেশ = ${}^4C_2 \times {}^6C_3$

$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 6 \times 20 = 120$

উত্তর : (খ)

Type-03 : দল/শ্রেণি গঠন ভিত্তিক সমস্যা

কমিটি বা দল গঠন করার ক্ষেত্রে যেভাবেই বাছাই করা হোক না কেন কমিটি একই থাকবে । অর্থাৎ এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন হলেও কমিটি একই থাকবে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ (খ) ১৫

(গ) ২৫ (ঘ) ৩০

সমাধান : ৫ জন পুরুষ থেকে একজন পুরুষ ও ৪ জন মহিলা থেকে দুইজন মহিলা নিয়ে কমিটি গঠন করার উপায়-

$= {}^5C_1 \times {}^4C_2 = ৫ \times \frac{৪!}{২!\,২!} = ৫ \times \frac{৪.৩.২.১}{২.২} = ৩০$

উত্তর : (ঘ)

০২। ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়? [৪০ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ (খ) ২০

(গ) ৬০ (ঘ) ১২০

সমাধান : ৬ জন থেকে ৩ জন নিয়ে একটি দল এবং অবশিষ্ট ৩ জন থেকে ৩ জন নিয়ে অপর দল গঠন করা যায়,

$= {}^6C_3 \times {}^3C_3 = \frac{৬!}{৩!৩!} \times ১ = \frac{৬\times৫\times৪\times৩!}{৩!\times৩\times২} = ২০$ উপায়ে

উত্তর : (খ)

০৩। 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। জিনিসগুলো থেকে প্রতিবারে 5 টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 170 (খ) 182

(গ) 190 (ঘ) 192

সমাধান : 10টি জিনিসের 2টি একই জাতীয় এবং মোট 9টি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস।

(i) সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিসের বাছাই সংখ্যা = ${}^9C_5 = 126$

(ii) দুইটি এক জাতীয় এবং অবশিষ্ট 8টি থেকে 3টি ভিন্ন জিনিসের বাছাই সংখ্যা = ${}^8C_3 = 56$

∴ মোট বাছাই = 126 + 56 = 182

সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = 126 + 56 = 182

উত্তর : (খ)

০৪। ২০ সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কতভাবে নির্বাচন করা যাবে? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২০ (খ) ১৯০

(গ) ৩৮০ (ঘ) ৭৬০

সমাধান : ১ জন অধিনায়ক এবং ১ জন সহ অধিনায়ক নির্বাচন করা যায় ${}^nC_r$ ভাবে। এখানে, $n = ২০, r = ২$

$\therefore {}^nC_r = {}^{২০}C_২ = \frac{২০\times১৯}{২\times১} = ১৯০$ ভাবে

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 10 জন বালক ও 8 জন বালিকা থেকে 2 জন বালক ও 2 জন বালিকা কত উপায়ে বেছে নেয়া যায়?

(ক) 73 (খ) 1260

(গ) 3060 (ঘ) 5060

সমাধান : 10 জন বালক হতে প্রতিবার 2 জন বালক বেছে নেয়া যায়, ${}^{10}C_2 = \frac{10!}{2!\,8!} = 45$ উপায়ে

8 জন বালিকা হতে প্রতিবার 2 জন বালিকা বেছে নেয়া যায়, ${}^8C_2 = \frac{8!}{2!6!} = 28$ উপায়ে

∴ মোট বেছে নেয়া যায় = 45 × 28 = 1260 উপায়ে।

উত্তর : (খ)

০২। কোনো দেশের টেনিস খেলোয়াড়দের মধ্যে ক, খ ও গ নামের তিনজন ভালো খেলোয়াড়। ক, খ, গ এর মধ্য থেকে দুজন করে নিয়ে কয়টি ভিন্ন দল গঠন করা যায়?

(ক) 3 (খ) 7

(গ) 14 (ঘ) 23

সমাধান : আমরা সহজেই বলতে পারি দলগুলো হল : কখ, কগ, খগ

অর্থাৎ, মোট দলের সংখ্যা = ${}^3C_2 = 3$

অথবা, এখানে তিনজন (খেলোয়াড়) থেকে দুজন করে নিয়ে দল গঠন করা হয়েছে।

∴ সংজ্ঞানুসারে, সমাবেশ সংখ্যা = ${}^3C_2 = 3$

উত্তর : (ক)

০৩। 6 জন গণিত ও 4 জন পদার্থ বিজ্ঞানের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। যাতে গণিতের ছাত্রদের সংখ্যাগরিষ্ঠতা থাকে। কত প্রকারে কমিটি গঠন করা যায়?

(ক) 110 (খ) 130

(গ) 115 (ঘ) 139

সমাধান : কমিটিগুলো গঠন করার সম্ভাব্য উপায় নিম্নরূপ:

i. শুধু 6 জন গণিত এর ছাত্রকে সম্ভাব্য ${}^6C_6 \times {}^4C_0$ উপায়ে বাছাই করা যায়

ii. শুধু 5 জন গণিত ও 1 জন পদার্থবিজ্ঞানের ছাত্রকে ${}^6C_5 \times {}^4C_1$ উপায়ে বাছাই করা যায়

iii. শুধু 4 জন গণিত ও 2 জন পদার্থবিজ্ঞানের ছাত্রকে ${}^6C_4 \times {}^4C_2$ উপায়ে বাছাই করা যায়

∴ নির্ণেয় কমিটির সংখ্যা,

$= ({}^6C_6 \times {}^4C_0) + ({}^6C_5 \times {}^4C_1) + ({}^6C_4 \times {}^4C_2)$

$= 1 + 24 + 90 = 115$

উত্তর : (গ)

০৪। একজন পরীক্ষার্থীকে প্রতিগ্রুপে 5টি প্রশ্ন আছে এমন দুটি গ্রুপে বিভক্ত 10টি প্রশ্ন হতে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে এবং কোনো গ্রুপ হতেই 4 টির বেশি উত্তর দিতে দেওয়া যাবে না। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারবে?

(ক) 200 (খ) 150

(গ) 160 (ঘ) 260

সমাধান :

গ্রুপ A(5)	গ্রুপ B(5)	বাছাই করার সংখ্যা
4	2	${}^5C_4 \times {}^5C_2 = 50$
3	3	${}^5C_3 \times {}^5C_3 = 100$
2	4	${}^5C_2 \times {}^5C_4 = 50$

মোট সংখ্যা = 200

উত্তর : (ক)

০৫। 9 ব্যক্তির একটি দল দুইটি নৌকাতে ভ্রমণ করবে যার একটিতে 7 জনের বেশি এবং অপরটিতে 4 জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

(ক) 146 (খ) 246

(গ) 210 (ঘ) 360

সমাধান : এই অঙ্কটি আগের চেয়ে একটু ব্যতিক্রম। 9 ব্যক্তির মধ্যে 7 জন ১ম নৌকাতে উঠলে বাকিদের অবশ্যই ২য় নৌকাতে যেতে হবে।

১ম নৌকাতে (7)	২য় নৌকাতে (4)	ভ্রমণের উপায়
7	2	${}^9C_7 \times {}^2C_2 = 36$
6	3	${}^9C_6 \times {}^3C_3 = 84$
5	4	${}^9C_5 \times {}^4C_4 = 126$

মোট সংখ্যা = 246

উত্তর : (খ)

Type-04 : গ্রুপ/দলে বিভক্তিকরণ

$(p + q)$ সংখ্যক জিনিসকে দুইটি দলে বিভক্ত করতে হবে যেন একদলে p সংখ্যক ও অন্য দলে q সংখ্যক জিনিস থাকে।

তাহলে, নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা হবে = ${}^{p+q}C_p \times 1$

$= \frac{(p+q)!}{p!(p+q-p)!} = \frac{(p+q)!}{p!q!}$

আবার, $p = q$ হলে অর্থাৎ 2q সংখ্যক জিনিস সমান দুই ভাগে ভাগ করলে সমাবেশ সংখ্যা হবে $\frac{(2q)!}{2!(q!)^2}$ ।

কেননা, উভয় দলেই q সংখ্যক জিনিস থাকায় তাদের মধ্যে অদল-বদল করলেও সমাবেশের কোনো পরিবর্তন হয় না। তবে 2q সংখ্যক জিনিস দুইজনের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে দেওয়া হলে সমাবেশ সংখ্যা হবে $= \frac{(q+q)!}{q!q!} = \frac{(2q)!}{(q!)^2}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়? [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ১০ (খ) ২০

(গ) ৬০ (ঘ) ১২০

সমাধান : ৬ জন থেকে ৩ জন নিয়ে একটি দল এবং অবশিষ্ট ৩ জন থেকে ৩ জন নিয়ে অপর দল গঠন করা যায়,

$= {}^6C_3 \times {}^3C_3 = \frac{6!}{3!3!} \times 1$

$= \frac{6\times5\times4\times3!}{3!\times3\times2} =$ ২০ উপায়ে

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 52 খানা তাস 4 জন মানুষের মধ্যে কতভাবে বণ্টন করা যায় যেন প্রত্যেকে 13 টা করে তাস পাবে?

(ক) $\frac{26!}{(13!)^4}$ (খ) $\frac{52!}{(13!)^4}$

(গ) $\frac{52!}{(10!)^5}$ (ঘ) $\frac{52!}{(26!)^4}$

সমাধান : প্রত্যেকে 13 টা করে তাস পাবে এরূপ ক্ষেত্রে 52 খানা তাস 4 জন ব্যক্তির মধ্যে ভাগ করা যায়

$= {}^{52}C_{13} \times {}^{39}C_{13} \times {}^{26}C_{13} \times {}^{13}C_{13}$

$= \frac{52!}{13!\times 39!} \times \frac{39!}{13!\times 26!} \times \frac{26!}{13!\times 13!} \times \frac{13!}{13!\times 0!}$

$= \frac{52!}{(13!)^4}$

উত্তর : (খ)

০২। 9 জন বালককে সমান সংখ্যক তিনটি গ্রুপে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়?

(ক) 180 (খ) 280

(গ) 260 (ঘ) 360

সমাধান : 3m সংখ্যক জিনিস সমান তিন ভাগে বিভক্ত করলে

সমাবেশ সংখ্যা = $\frac{3m!}{3!(m!)^3}$

9 বা (3×3) জন খেলোয়াড় সমান সংখ্যক দুইটি দলে বিভক্ত করার উপায় = $\frac{9!}{3!(3!)^3} = \frac{9\times8\times7\times6!}{6\times(6)^3} = 280$

উত্তর : (খ)

০৩। 52 খানা তাস সমান চার ভাগে ভাগ করার উপায় কত?

(ক) $\frac{26!}{(13!)^4}$ (খ) $\frac{52!}{(13!)^4}$

(গ) $\frac{52!}{(10!)^5}$ (ঘ) $\frac{52!}{(13!)^4\times4!}$

সমাধান : 52 খানা তাস সমান ভাগে ভাগ করা উপায় = $\frac{52!}{(13!)^4\times4!}$

Shortcut : (i) n সংখ্যক বস্তুকে p সংখ্যক গ্রুপে বিভক্ত করার উপায় সংখ্যা (যেখানে প্রতি গ্রুপে m সংখ্যক বস্তু থাকে) = $\frac{n!}{(m!)^p\times p!}$

(ii) n সংখ্যক বস্তুকে p সংখ্যক ব্যক্তির মধ্যে ভাগ করে দেওয়ার উপায় সংখ্যা (যেখানে প্রতি ব্যক্তি m সংখ্যক বস্তু পাবে) = $\frac{n!}{(m!)^p}$

উত্তর : (ঘ)

Type-05 : শব্দ গঠন সংক্রান্ত সমাবেশ

→ যদি শব্দ হতে কিছু সংখ্যক অক্ষর নিয়ে নতুন শব্দ গঠন করতে বলা হয় তাহলে প্রথমে বিভিন্ন ক্ষেত্রের জন্য অক্ষর বাছাই করতে হবে এবং বাছাইকৃত অক্ষর গুলোকে নিজেদের মধ্যে বিন্যাস করে শব্দ গঠন করতে হবে।

→ একজাতীয় জিনিসের বাছাই সংখ্যা = 1 [$\because {}^nC_n = 1$]

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 'DEGREE' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে যে কোনো 4টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায় এবং কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়?

(ক) 72 (খ) 32

(গ) 24 (ঘ) 7

সমাধান : 'DEGREE' শব্দটিতে 6টি অক্ষর আছে, যার মধ্যে 3টি 'E' এবং অপর 3টি ভিন্ন ভিন্ন।

6টি অক্ষর থেকে 4টি অক্ষর নিচে বর্ণিত উপায়ে বাছাই এবং শব্দ গঠন করা যেতে পারে:

CASE	বাছাই সংখ্যা	শব্দ গঠন
চারটি ভিন্ন ভিন্ন	${}^4C_4 = 1$	${}^4C_4 \times 4! = 24$
দুটি একই দুটি ভিন্ন	${}^2C_2 \times {}^3C_2 = 3$	${}^2C_2 \times {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!} = 36$
তিনটি একই একটি ভিন্ন	${}^3C_3 \times {}^3C_1 = 3$	${}^3C_3 \times {}^3C_1 \times \frac{4!}{3!} = 12$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা = 1 + 3 + 3 = 7

এবং মোট শব্দ সংখ্যা = 24 + 36 + 12 = 72

উত্তর : (ক)

০২। 'PROFESSOR' শব্দটির অক্ষরগুলো হতে প্রতিবারে চারটি অক্ষর নিয়ে কতভাবে শব্দ গঠন করা যাবে?

(ক) 48 (খ) 738

(গ) 280 (ঘ) 360

সমাধান : 'R' 2 টি, 'S' 2 টি, 'O' 2 টি এবং 'P', 'F', 'E' 1 টি করে।

এমন চারটি অক্ষর বাছাই নিম্নোক্ত ধরণের হতে পারে-

(i) চারটি অক্ষরই ভিন্ন ভিন্ন

(ii) দুটি একই বাকি দুটি ভিন্ন

(iii) দুটি একই বাকি দুটিও একই

বাছাই প্রকৃতি	উদাহরণ	বাছাই সংখ্যা	শব্দ সংখ্যা
(i) 4 টি ভিন্ন	PFRS	${}^6C_4 = 15$	${}^6C_4 \times 4! = 360$
(ii) 2 টি একই + 2টি ভিন্ন [R, S, O হতে যে কোন একটি এবং বাকি 5টি হতে যে কোন 2 টি]	PROP	${}^3C_1 \times {}^5C_2 = 30$	${}^3C_1 \times {}^5C_2 \times \frac{4!}{2!} = 360$
(iii) 2 টি একই + 2 টি একই	SSOO	${}^3C_2 = 3$	${}^3C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$
		মোট = 48	মোট = 738

উত্তর : (খ)

০৩। 'ENGINEERING' শব্দটি হতে 4টি বর্ণ নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায় এবং কত প্রকারে শব্দ গঠন করা যায়?

(ক) 288 (খ) 120

(গ) 476 (ঘ) 360

সমাধান : ENGINEERING শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে। যার মধ্যে 3টি করে E ও N, 2টি করে I ও G এবং 1টি R আছে। 4টি বর্ণ নিয়ে শব্দ বাছাই এবং শব্দ গঠন নিম্নের ছকে দেওয়া হলো:

CASE	বাছাই সংখ্যা	শব্দ গঠন
চারটি ভিন্ন ভিন্ন	${}^5C_4 = 5$	${}^5C_4 \times 4! = 120$
দুটি একই দুটি ভিন্ন	${}^4C_1 \times {}^4C_2 = 24$	${}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$
দুটি একই দুটি একই	${}^4C_2 = 6$	${}^4C_2 \times \frac{4!}{2!\times 2!} = 36$
তিনটি একই একটি ভিন্ন	${}^2C_1 \times {}^4C_1 = 8$	${}^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!} = 32$

$\therefore$ মোট সমাবেশ সংখ্যা $= 5 + 24 + 6 + 8 = 43$

এবং শব্দ/বিন্যাস সংখ্যা $= 120 + 288 + 36 + 32 = 476$

উত্তর : (গ)

০৫। AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে?

(ক) 121 (খ) 235

(গ) 120 (ঘ) 135

সমাধান : যেহেতু AMERICA শব্দটিতে 7টি বর্ণ রয়েছে, যার মধ্যে দুটি A। শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা-

(iii) সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থেকে 3টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, ${}^6P_3 = 120$

(iv) 2টি A এবং 1টি ভিন্ন বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা দুটি A এর মানে অন্য 5টি বর্ণ (M, E, R, S, C) থেকে একটি করে নেয়া যায় 5 ভাবে (AAM, AAE, AAR, AAI, AAC)। এই 5 টি বিন্যাসের প্রতিটিকে আবার 3 ভাবে সাজানো যায় (যেমন: AAM কে AMA, MAA, AAM প্রকারে)। অনুরূপভাবে, 5টিকেই সাজানো যায় $5 \times 3 = 15$ ভাবে। সুতরাং মোট বিন্যাস = ভিন্ন ভিন্ন বর্ণের বিন্যাস + দুটি একই জাতীয় বর্ণ নিয়ে বিন্যাস $= 120 + 15 = 135$

উত্তর : (ঘ)

০৪। THESIS শব্দটি থেকে 4টি বর্ণ মোট কত উপায়ে বাছাই করা যায়?

(ক) 10 (খ) 12

(গ) 11 (ঘ) 13

সমাধান : THESIS শব্দটিতে 6টি অক্ষর আছে। যার মধ্যে 2টি S। সুতরাং শব্দটিতে 5টি ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর (T, H, E, S, I) আছে। তাহলে, 4টি অক্ষর বাছাই করা যাবে–

(i) সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর নিয়ে ${}^5C_4 = 5$ উপায়ে

(ii) 2টি 'S'এবং অবশিষ্ট 4টি থেকে 2টি নিয়ে,

${}^2C_2 \times {}^4C_2 = 6$ উপায়ে

$\therefore$ মোট বাছাই সংখ্যা $= 5 + 6 = 11$

উত্তর : (গ)

Type-06 : সমাবেশে জ্যামিতিক আলোচনা

সমাবেশের সাহায্যে বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক অবকাঠামোর গণনা খুব সহজেই করা সম্ভব। এ সকল ক্ষেত্রে আমাদের কিছু বিষয় মনে রাখা দরকার:

→ একটি সরলরেখা অঙ্কন করতে দুইটি বিন্দুর প্রয়োজন হয়।

- n সংখ্যক সমরেখ নয় এরূপ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর সাহায্যে ${}^nC_2$ সংখ্যক সরলরেখা গঠন করা যাবে।

→ কর্ণ অঙ্কন করতে দুইটি বিন্দুর প্রয়োজন তবে নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বাহু সংখ্যা বিয়োগ করতে হয়।

- n সংখ্যক সমরেখ নয় এরূপ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর সাহায্যে ${}^{n}C_2 - n$ সংখ্যক কর্ণ গঠন করা যাবে।

→ একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে তিনটি কৌণিক বিন্দুর প্রয়োজন হয়।

- n সংখ্যক সমরেখ নয় এরূপ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর সংযোজনের সাহায্যে ${}^{n}C_3$ সংখ্যক ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 12 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা যতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়, তার সংখ্যা কত?

(ক) 200 (খ) 210

(গ) 230 (ঘ) 220

সমাধান : ত্রিভুজের সংখ্যা = ${}^{12}C_3 = 220$

উত্তর : (ঘ)

০২। 12 টি বাহুবিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কতগুলো কর্ণ আছে?

(ক) 54 (খ) 210

(গ) 68 (ঘ) 220

সমাধান : 12 বাহু বিশিষ্ট বহুভূজের 12টি কৌণিক বিন্দু আছে।

∴ কৌণিক বিন্দুর মধ্যে 2টি বিন্দুযোগে গঠিত বাহু সংখ্যা ${}^{12}C_2$ কিন্তু এদের মধ্যে বহুভূজের 12 পার্শ্বরেখা কর্ণ নয়।

∴ কর্ণের সংখ্যা = ${}^{12}C_2 - 12 = 54$

উত্তর : (ক)

০৩। একটি সমতলে n সংখ্যক রেখা টানলে, যদি কোন দুইটি সরলরেখা সমান্তরাল না হয়, এবং কোন তিনটিও সমবিন্দু না হয়, তবে সেখানে কতগুলো ছেদবিন্দু থাকবে?

(ক) $\frac{1}{2}n(n-1)$ (খ) $n(n-1)$

(গ) $\frac{1}{2}(n-1)$ (ঘ) $\frac{1}{2}n(n+1)$

সমাধান : ছেদবিন্দুর সংখ্যা = ${}^{n}C_2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{1}{2}n(n-1)$

উত্তর : (ক)

০৩। একটি পঞ্চভুজের মধ্যে কর্ণ এঁকে সর্বমোট কয়টি ভিন্ন ধরনের ত্রিভুজ তৈরি করা যাবে যেখানে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু পঞ্চভুজের শীর্ষবিন্দু হবে?

(ক) 12 (খ) 10

(গ) 8 (ঘ) 9

সমাধান :



∴ ত্রিভুজ সংখ্যা ${}^{5}C_3 = 10$ টি।

উত্তর : (খ)

০৪। সাতটি সরলরেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6,ও 7 সে.মি.। একটি চতুর্ভুজ গঠন করার জন্য চারটি সরলরেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় তার সংখ্যা —

(ক) 64 (খ) 35

(গ) 16 (ঘ) 32

সমাধান: চতুর্ভুজের তিন বাহুর সমষ্টি > চতুর্থ বাহু; হলেই বাহু চারটি দিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন করা সম্ভব।

এখন,

$1+2+3=6$;

$1+2+3<7$;

$1+2+4=7$

এই 3 টি বাহুর কনফিগারেশন ছাড়া যে কোন 4 টি বাহু নিয়েই 1 টি চতুর্ভুজ গঠন করা সম্ভব।

∴ চতুর্ভুজ গঠন করা যায়, ${}^{7}C_4 - 3 = 32$ ভাবে।

উত্তর : (ঘ)

Type-07 : বিবিধ

অধ্যায়ের এই অংশে সমাবেশ সম্পর্কিত কিছু বিশেষ সমস্যাবলি আলোচনা করা হয়েছে।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? [৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৪ (খ) ২৫

(গ) ৩০ (ঘ) ৬০

সমাধান : মনে করি, অনুষ্ঠানে লোক ছিল = n সংখ্যক

করমর্দন করতে দুই জনের প্রয়োজন।

$\therefore {}^{n}C_২ = ৩০০ \Rightarrow \frac{n!}{২!(n-২)!} = ৩০০$

$\Rightarrow \frac{n(n-১)}{২} = ৩০০ \Rightarrow n^২ - n - ৬০০ = ০$

$\Rightarrow n^২ - ২৫n + ২৪n - ৬০০ = ০$

$\Rightarrow (n-২৫)(n+২৪) = 0$

$\therefore n - ২৫ = 0$ অথবা, $n + ২৪ = 0$

$\Rightarrow n = ২৫$ $\Rightarrow n = -২৪$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

সুতরাং উপস্থিত লোক সংখ্যা = ২৫

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি দাবা খেলার প্রতিযোগিতায় 3 জন প্রতিযোগীর প্রত্যেকে অন্য একজন খেলোয়াড়ের সাথে একবার মাত্র খেলবে। সর্বমোট কতগুলো খেলা অনুষ্ঠিত হবে?

(ক) 2 বার (খ) 3 বার

(গ) 6 বার (ঘ) 9 বার

সমাধান : যেহেতু প্রত্যেক খেলোয়াড় অন্য খেলোয়াড়ের সঙ্গে একবার খেলবে।

সুতরাং খেলা সংখ্যা $= {}^{3}C_2 = 3$ টি

উত্তর : (খ)

০২। ঢাকা হতে জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে যাতায়াত করার 6 টি ভিন্ন ভিন্ন বাস আছে। যদি যাবার ও আসার বাস আলাদা হয় তবে আপনি কত সংখ্যক উপায়ে ঢাকা হতে জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে পৌঁছে আবার ঢাকায় ফিরে আসতে পারবেন?

(ক) 30 (খ) 36

(গ) 31 (ঘ) 12

সমাধান : যাইতে পারে 6টি উপায়ে এবং আসতে পারে 5টি উপায়ে।

∴ মোট উপায় $(6 \times 5) = 30$

উত্তর : (ক)

০৪। BPL খেলায় 7 টি দল অংশগ্রহণ করে। প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে 2 বার করে খেলায় মুখোমুখি হলে মোট ম্যাচ সংখ্যা কত?

(ক) 21 (খ) 27

(গ) 35 (ঘ) 42

সমাধান : 7 দল প্রত্যেকের সাথে একবার মুখোমুখি হলে

ম্যাচ সংখ্যা $= {}^{7}C_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7\times6\times5!}{2\times1\times5!} = 21$

∴ প্রত্যেকের সাথে দুইবার মুখোমুখি হলে

ম্যাচ সংখ্যা$= (21 \times 2) = 42$

∴ নির্ণেয় ম্যাচ সংখ্যা 42 টি

উত্তর : (ঘ)

০৫। একটি রুমে 15 জন ব্যক্তি প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে একবার করে করমর্দন করলে মোট কতটি করমর্দন হবে।

(ক) 90 (খ) 100

(গ) 105 (ঘ) 120

সমাধান : 15 জন একবার করে সবার সাথে করমর্দন করলে,

মোট করমর্দন সংখ্যা,

$= {}^{15}C_2 = \frac{15!}{2!(15-2)!} = \frac{15\times14\times13!}{2\times1\times13!} = 105$

উত্তর: (গ)

০৬। একটি ফুটবল টুর্নামেন্ট একটি দল অন্য একটি দলের সাথে একবার করে খেলবে। একটি জয়ী দল 3 পয়েন্ট এবং পরাজিত দল –1 পয়েন্ট পায় এবং ড্র হলে উভয় দল 1 পয়েন্ট করে পাবে। অংশগ্রহণকারী দলগুলোর অর্জিত মোট পয়েন্ট 90 হলে, কতটি দল টুর্নামেন্টে অংশ নিয়েছিল?

(ক) 9 (খ) 10

(গ) 15 (ঘ) 18

সমাধান : ম্যাচের ফলাফল যাই হোক না কেন, একটি ম্যাচ থেকে অর্জিত পয়েন্ট 2 ।

দলগুলোর অর্জিত পয়েন্ট $= 90$

$\therefore$ মোট ম্যাচ সংখ্যা $= \frac{90}{2} = 45$

মনে করি, মোট দল সংখ্যা $= n$

টুর্নামেন্টে প্রতিটি দল অপর দলের সাথে মাত্র একবার খেলে।

সুতরাং ${}^{n}C_2 = 45$

$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 45$

$\Rightarrow n^2 - n = 90$

$\Rightarrow n^2 - 10n + 9n - 90 = 0$

$\Rightarrow n(n-10) + 9(n-10) = 0$

$\Rightarrow (n-10)(n+9) = 0$

$\therefore n = 10$, কিন্তু $n \neq -9$

উত্তর: (খ)

০৭। একটি ফুটবল টুর্নামেন্টে 6টি দল অংশগ্রহণ করেছে। একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে মোট কতটি খেলা পরিচালনা করতে হবে?

(ক) 6টি (খ) 12টি

(গ) 15টি (ঘ) 5টি

সমাধান : দুটি দল মিলে একটি খেলা অনুষ্ঠিত হবে।

$\therefore$ মোট খেলার সংখ্যা ${}^{6}C_2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6.5.4!}{2.1\times4!} = 15$

উত্তর : (গ)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। 17 টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 5 টি স্বরবর্ণ থেকে 3টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 2 টি স্বরবর্ণ নিয়ে মোট কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?
(ক) 816000 (খ) 6800
(গ) 16000 (ঘ) 6000

০২। 6, 9, 15, 18 দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যাবে?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

০৩। একজন শিক্ষক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন করতে চান। একই প্রশ্ন সবার জন্য আলাদা আলাদা ক্রমানুযায়ী সাজানো থাকবে। শ্রেণিতে ছাত্রসংখ্যা 30 জন হলে, শিক্ষককে কমপক্ষে কতগুলো প্রশ্ন করতে হবে?
(ক) 5 (খ) 50
(গ) 25 (ঘ) 15

০৪। দুটি অঙ্ক দ্বারা 3 টি শূন্যস্থান কতভাবে পূরণ করা যাবে?
(ক) 8 (খ) 6
(গ) 4 (ঘ) 10

০৫। হিমেলের ড্রইং রুমে 4 টি ছবি ঝুলানো আছে। সে সেখান থেকে 2 টি করে ছবি নিয়ে 1 টি ডাইনিং রুমে ও 1 টি বেড রুমে ঝুলাতে চায়। কতভাবে সে কাজটি করতে পারবে?
(ক) 6 (খ) 12
(গ) 24 (ঘ) 2

০৬। "CAUTIONS" শব্দটি হতে প্রতি বারে চারটি করে অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে?
(ক) 1620 (খ) 1720
(গ) 1520 (ঘ) 1680

০৭। "AMERICA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "CANADA" শব্দের কতগুণ?
(ক) 20 (খ) 21
(গ) 23 (ঘ) 24

০৮। 12 জন লোক একটি গোলটেবিল বৈঠক করবেন; কত উপায়ে তারা আসন গ্রহন করবেন?
(ক) 10! (খ) 11!
(গ) 12! (ঘ) 13!

০৯। একজন মানুষের 6 জন বন্ধু আছে। কত প্রকারে সে তার এক অথবা একাধিক বন্ধুকে দাওয়াত দিতে পারে?
(ক) $6^2 - 1$ (খ) $5^2 - 1$
(গ) $2^6 - 1$ (ঘ) $2^5 - 1$

১০। একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 7 টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম 6 টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্ন বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলি বাছাই করতে পারবে?
(ক) 75 (খ) 300
(গ) 45 (ঘ) 95

১১। 4 জন ছাত্রীসহ 10 জন শিক্ষার্থীর মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে, যাতে কমপক্ষে একজন ছাত্রী থাকবে। কমিটির সংখ্যা কত?
(ক) 120 (খ) 246
(গ) 360 (ঘ) 420

১২। 9 জন লোকের একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, এই যানবাহনের একটিতে 7 জনের বেশি অপরটিতে 4 জনের বেশি ধরে না। দলটি কত রকমে ভ্রমণ করতে পারবে?
(ক) 146 (খ) 156
(গ) 246 (ঘ) 126

১৩। VIOLENT শব্দের বর্ণগুলিকে কতভাবে পুণর্বিন্যাস করা যায়, যদি স্বরবর্ণগুলি ক্রম পরিবর্তন না করে?
(ক) 840 (খ) 420
(গ) 839 (ঘ) 419

১৪। স্বরবর্ণ এবং ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তন না করে DIRECTOR শব্দটির অক্ষরগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?
(ক) 360 (খ) 720
(গ) 359 (ঘ) 719

১৫। 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যেকোনো সংখ্যক বার নিয়ে চার অংকের কত গুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?
(ক) 525 (খ) 625
(গ) 725 (ঘ) 425

১৬। 1, 2, 0 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির মধ্যে কয়টি সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য?
(ক) 6 (খ) 18
(গ) 4 (ঘ) 12

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	খ	০৩	ক	০৪	ক	০৫	খ
০৬	ঘ	০৭	খ	০৮	খ	০৯	গ	১০	খ
১১	খ	১২	গ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	খ
১৬	ঘ								

অধ্যায় ২৩ সম্ভাব্যতা

আমরা সকলেই সম্ভাবনা শব্দটির সাথে বিশেষভাবে পরিচিত। আকাশে মেঘের ঘনঘটা দেখে আমরা বলি, আজ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা খুব বেশি। কোনো ছেলে যদি পড়া লেখায় অমনোযোগী হয়, আমরা বলি ছেলেটির পরীক্ষায় কৃতকার্য হওয়ার সম্ভাবনা খুব কম। সম্ভাব্যতা হল, কোনো ঘটনা ঘটবে কি ঘটবেনা তার গাণিতিক পরিমাপ।

সম্ভাব্যতা (Probability): সাধারণ অর্থে "সম্ভাবনা হল একটি অনিশ্চিত ঘটনা ঘটবে কি ঘটবে না সে সম্পর্কে কোন উক্তির প্রতি বিশ্বাসের মাত্রা।" ব্যাপক অর্থে "সম্ভাবনা হল একই অবস্থার মধ্যে অসংখ্য বার একটি চেষ্টার পুনরাবৃত্তি হতে পারে, এমন কোনো পরীক্ষার ফলাফল।

✓ **সম্ভাব্যতার পরিমাপ:** কোন পরীক্ষায় সমসম্ভাব্য মোট ফলাফলের সংখ্যা $n(S) = P$ এবং A ঘটনার সমসম্ভাব্য অনুকূল ঘটনার সংখ্যা $n(A) = Q$ হলে, ঐ ঘটনার সম্ভাবনার গাণিতিক পরিমাপ,

$$P(A) = \frac{\text{সমসম্ভাব্য অনুকূল ঘটনার সংখ্যা}}{\text{সমসম্ভাব্য মোট ফলাফলের সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{Q}{P}$$

উদাহরণ: একটি ছক্কা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে মোট ঘটনা, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ এবং জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা A হলে $A = \{2, 4, 6\}$। তাহলে A ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

সম্ভাবনা সম্পর্কিত কিছু শব্দের ধারণা:

দৈব পরীক্ষা (Random Experiment): যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটি নির্দিষ্ট চেষ্টায় কী ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা সম্ভব নয় তাকে দৈব পরীক্ষা বলে।

উদাহরণ: একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে {H,T} এর যে কোনো একটি ঘটবে এটা নিশ্চিত কিন্তু কোনটি ঘটবে সেটা নিশ্চিতভাবে বলা যায় না।

ঘটনা (Event): কোনো পরীক্ষায় প্রাপ্ত একটি নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের অনুকূল ফলাফলের সেটকে ঘটনা বলে।

উদাহরণ : একটি ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যার ঘটনাকে B দ্বারা চিহ্নিত করলে ঘটনাটি হবে, $B = \{1, 3, 5\}$

সমসম্ভাব্য ঘটনা (Equally Likely Event): কোনো ঘটনার মধ্যে একাধিক ফলাফল আসলে আলাদাভাবে প্রতিটি ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা সমান হলে এদেরকে সমসম্ভাব্য বলা হয়।

উদাহরণ: একবার ছক্কা নিক্ষেপে 1 থেকে 6 এর মধ্যে প্রতিটি 1 বার যে কোনো সংখ্যা আসার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{6}$। একইভাবে মুদ্রার ক্ষেত্রে 1 বার নিক্ষেপে H/T আসার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{2}$

পূরক ঘটনা (Complementary Event): কোনো পরীক্ষণে একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার ঘটনাকে পরস্পর পূরক ঘটনা বলে। A ঘটনার পূরক ঘটনাকে A^c দ্বারা সূচিত করা হয়।

উদাহরণ : একটি ছক্কায় জোড়া সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা যদি $A = \{2, 4, 6\}$ হয় তবে, A এর পূরক ঘটনা হবে $A^c = \{1, 3, 5\}$, যা বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা বোঝায়।

নিশ্চিত ঘটনা (Sure Event): যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে এ জাতীয় ঘটনাকে নিশ্চিত ঘটনা বলে। নিশ্চিত ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান 1।

উদাহরণ: সূর্যের পূর্বে উঠার বা পশ্চিমে অস্ত যাওয়ার সম্ভাবনা 1। গ্রীষ্মকালে গরম অথবা শীতকালে শীত থাকার সম্ভাবনা 1। পূর্ণিমাতে জোয়ার-ভাঁটা হওয়ার সম্ভাবনা 1 ইত্যাদি।

অসম্ভব ঘটনা (Impossible Event): যে ঘটনা কখনও ঘটবে না এ যাবতীয় ঘটনাকে অবাস্তব ঘটনা বলা হয়। সহজভাবে বললে নিশ্চিত ঘটনাগুলো না ঘটার সম্ভাবনা জানতে চাইলে সেটা ঘটার সম্ভাবনা অসম্ভব কারণ সেটা অবাস্তব ঘটনা।

উদাহরণ: একটি হাতি অথবা একটি মানুষের পানির উপর দিয়ে হাটার সম্ভাবনা শূন্য। সূর্য পশ্চিমে উঠে পূর্বে অস্ত যাওয়ার সম্ভাবনা শূন্য। আরেকটি প্রশ্নের সাহায্যে যদি জানতে চাওয়া হয়, কোন ছক্কায় 10 উঠার সম্ভাবনা কত?

ছক্কা নিক্ষেপের পর প্রাপ্ত ফলাফলগুলো অথবা ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore$ ছক্কায় 10 আসার সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূল ঘটনা}}{\text{মোট ঘটনা}} = \frac{0}{6} = 0$

বর্জনশীল বা বিচ্ছিন্ন ঘটনা (Mutually exclusive event): কোনো একটি পরীক্ষণে দুই বা ততোধিক ঘটনার ফলাফলের ভিতর যদি কোনো সাধারণ ফলাফল না থাকে, তবে ঐ পরীক্ষণের ঘটনাসমূহকে বর্জনশীল ঘটনা বলে।

উদাহরণ: একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ছক্কার উপরের পিঠে প্রাপ্ত জোড় সংখ্যার ঘটনা $A = \{2, 4, 6\}$ ও প্রাপ্ত বিজোড় সংখ্যার ঘটনা $B = \{1, 3, 5\}$ পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা, কারণ ঘটনাদ্বয়ের মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নেই।

অবর্জনশীল বা অবিচ্ছিন্ন ঘটনা (Not Mutually exclusive event): কোনো একটি পরীক্ষণে দুই বা ততোধিক ঘটনার ফলাফলের ভিতর যদি সাধারণ ফলাফল থাকে, তবে ঐ পরীক্ষণের ঘটনাসমূহকে অবর্জনশীল ঘটনা বলে।

উদাহরণ: একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় প্রাপ্ত জোড় সংখ্যার ঘটনা, $A = \{2, 4, 6\}$ এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার ঘটনা $B = \{3, 6\}$ পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা। কারণ ঘটনাদ্বয়ের মধ্যে একটি সাধারণ উপাদান {6} বিদ্যমান। এক্ষেত্রে $A \cap B = \{6\}$

স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা (Independent events): কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুই বা ততোধিক ঘটনাকে স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা বলা হয়, যদি এদের যে কোনো একটি ঘটার সম্ভাবনা অন্যগুলি ঘটার বা না ঘটার উপর নির্ভর না করে।
উদাহরণ: পুনঃস্থাপন করে এক প্যাকেট তাস হতে দুইটি তাস টানা হলে, প্রথম বারে টানা তাসটি লাল ও দ্বিতীয় বারে টানা তাসটি কালো হবার ঘটনা দুইটি পরস্পর স্বাধীন।

অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা (Dependent events): কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুইটি ঘটনা যদি এমন হয় যে, এদের কোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা পূর্বের অন্য একটি ঘটনা ঘটার উপর নির্ভর করে তাহলে পরের ঘটনাটিকে অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা বলে। পুনঃস্থাপন না করে এক প্যাকেট তাস হতে পরপর দুইটি তাস টানা হলে, দ্বিতীয় বারে টানা তাসটি লাল হবার ঘটনা প্রথম বারে টানা তাসটি লাল বা কালো হবার উপর নির্ভরশীল বলে দ্বিতীয় ঘটনাটি প্রথম ঘটনার অধীন বা তার উপর নির্ভরশীল ঘটনা।

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা (Conditional Probability): একটি ঘটনা ঘটার শর্তে অপর একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনাকে শর্তাধীন সম্ভাব্যতা বলে।
A ঘটনাটি পূর্বে ঘটেছে এই শর্তে B ঘটার সম্ভাবনা P(B/A) প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয় এবং পড়া হয় "A ঘটার সাপেক্ষে B ঘটার সম্ভাবনা" (Probability of B given A) ।

নমুনা ক্ষেত্র (Sample Space): কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফলের সমাহারকে নমুনা ক্ষেত্র বলে। একে সাধারণত S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
উদাহরণ: একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপের পরীক্ষার নমুনা ক্ষেত্র হবে, S = {HH, HT, TH, TT}

নমুনা বিন্দু (Sample Point): কোনো নমুনা ক্ষেত্রে যতগুলো উপাদান বা ফলাফল থাকে তাদের প্রতিটিই এক একটি নমুনা বিন্দু।
যেমন: দুইটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র S = {HH, HT, TH, TT}। উক্ত নমুনাক্ষেত্র S এর অর্ন্তভূক্ত HT একটি নমুনা বিন্দু।

সম্ভাব্যতার গুণন সূত্র (Multiplication law):
(i) দুইটি স্বাধীন ঘটনা A ও B একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা, তাদের পৃথকভাবে ঘটার সম্ভাব্যতার গুণফলের সমান।
অর্থাৎ $P(A \text{ এবং } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
(ii) দুইটি অধীন ঘটনা A ও B একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা, তাদের যে কোন একটি ঘটার সম্ভাব্যতা এবং তা ঘটেছে এই শর্তে অপর ঘটনাটি ঘটার সম্ভাব্যতার গুণফলের সমান।
অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = P(B) \times P(A/B)$
এখানে, P(B/A) দ্বারা A ঘটনা ঘটেছে এরূপ শর্তে B ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা বোঝায়।

এক নজরে সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

► সম্ভাবতার সাধারণ সূত্রসমূহ:
(i) কোন কিছু ঘটার সম্ভাবনা = $\frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}}$
(ii) কোনো A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতার মান একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান 0 ও 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ অর্থাৎ $0 \le P(A) \le 1$

► সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র: $P(A) + P(A') = 1$
বা, $P(A') = 1 - P(A)$
অর্থাৎ কোন কিছু না ঘটার সম্ভাবনা = 1 − ঘটার সম্ভাবনা

► বর্জনশীল ঘটনার সূত্র: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

► অবর্জনশীল ঘটনার সূত্র:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

► স্বাধীন ঘটনার সূত্রসমূহ:
(i) $P(A \text{ এবং } B) = P(A) \times P(B)$
অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \{P(A) \times P(B)\}$
(iii) দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

► শর্তাধীন সম্ভাবনার সূত্রসমূহ:
(i) দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ অথবা, $P(AB) = P(A) \times P(B)$
(ii) দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \frac{n(A)}{n(S)} = P(B/A) \times P(A)$

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এ অধ্যায় হতে ১০ম থেকে ৪৪তম'তে ৭টি প্রশ্ন হয়েছে, যার মধ্যে ৭টিই এসেছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা
  - মুদ্রা ও ছক্কা নিক্ষেপ সংক্রান্ত সমস্যাবলি
  - সংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যাবলি
  - বল/মার্বেল বিষয়ক সমস্যাবলি
  - তাস সম্পর্কিত সমস্যাবলি
  - বিবিধ

Type-01 : সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

(i) A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A\cap B) = P(A).P(B)$
(ii) A ও B বর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$
(iii) A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$
(iv) A ও B একই সাথে স্বাধীন ও অবর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$
(v) শুধুমাত্র 'A' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A\cap B)$
(vi) শুধুমাত্র 'B' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(B\cap A^c) = P(B) - P(A\cap B)$
(vii) A এবং B কোনটিই না ঘটার সম্ভাবনা:
1. $P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A\cup B)$ এবং
2. $P(A^c \cup B^c) = P\{(A \cap B)^c\} = 1 - P(A\cap B)$

Case -1: বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

► বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সূত্র: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
► অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সূত্র: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ হলে, $P(A \cap B) = ?$
(ক) $\frac{2}{6}$ (খ) $\frac{5}{6}$
(গ) $\frac{1}{6}$ (ঘ) $\frac{4}{9}$

সমাধান: আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$
উত্তর : (গ)

০২। $P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A) = \frac{1}{2}$ হলে, $P(B)$ = কত?
(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{3}{2}$
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{3}{4}$

সমাধান : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = P(B)$
$\Rightarrow \frac{5+2-3}{6} = P(B) \Rightarrow \frac{4}{6} = P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{2}{3}$
উত্তর : (ক)

০৩। একজন ছাত্রের বাংলায় পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$, বাংলা ও গণিত দুইটি বিষয়ে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{14}{45}$ এবং দুটির যে কোন একটিতে পাসে সম্ভাব্যতা $\frac{4}{5}$ হলে, তার গণিত পাসের সম্ভাব্যতা কত?
(ক) $\frac{4}{5}$ (খ) $\frac{2}{5}$
(গ) $\frac{4}{9}$ (ঘ) $\frac{3}{5}$

সমাধান : মনে করি, শুধু বাংলায়, $P(B) = \frac{2}{3}$
শুধু গণিতে, $P(M) = ?$
বাংলা এবং গণিত উভয়টিতে, $P(B \cap M) = \frac{14}{45}$
বাংলা অথবা গণিত যেকোনো একটিতে-পাসের সম্ভাব্যতা, $P(B \cup M) = \frac{4}{5}$
আমরা জানি, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M)$
$\Rightarrow P(M) = P(B \cup M) - P(B) + P(B \cap M)$
$= \frac{4}{5} - \frac{2}{3} + \frac{14}{45} = \frac{36-30+14}{45} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$
$\therefore P(M) = \frac{4}{9}$
উত্তর : (গ)

০৪। 500 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 50 জন গণিতে, 25 জন পরিসংখ্যানে এবং 10 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থীকে দৈবভাবে নেওয়া হলে তার কমপক্ষে 1টি বিষয়ে ফেল করার সম্ভব্যতা কত?
(ক) $\frac{13}{100}$ (খ) $\frac{11}{100}$
(গ) $\frac{19}{100}$ (ঘ) $\frac{17}{100}$

সমাধান : ধরি, গণিতে ফেল এর সম্ভাব্যতা, $P(A) = \frac{50}{500}$
পরিসংখ্যানে ফেল এর সম্ভাব্যতা, $P(B) = \frac{25}{500}$
উভয় বিষয়ে ফেল এর সম্ভাব্যতা, $P(A \cap B) = \frac{10}{500}$
কমপক্ষে একটিতে ফেলের সম্ভাব্যতা, $P(A \cup B) = ?$
$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= \frac{50}{500} + \frac{25}{500} - \frac{10}{500} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} = \frac{10+5-2}{100} = \frac{13}{100}$
উত্তর : (ক)

০৫। কোনো একটি ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত লোকদের কাজের ধরণ অনুযায়ী ব্যবস্থাপনায় 147 জন, পরিদর্শক হিসেবে 43 জন, উৎপাদন কাজে 1337 জন এবং অফিসিয়াল কাজে 225 জন কাজ করে। একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে লোকটি ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত এর সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{147}{1752}$ (খ) $\frac{1484}{1752}$
(গ) $\frac{1337}{1752}$ (ঘ) $\frac{1190}{1752}$

সমাধান: ফ্যাক্টরিতে নিয়োগকৃত মোট লোক সংখ্যা, $n(S)$
$= (147 + 43 + 1337 + 225) = 1752$
$\therefore$ লোকটি ব্যবস্থাপনায় কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা, $P(M) = \frac{147}{1752}$
$\therefore$ লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা, $P(N) = \frac{1337}{1752}$
যেহেতু ঘটনাটি বর্জনশীল, তাই লোকটি ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা,
$P(M \cup N) = P(M) + P(N)$
$= \frac{147}{1752} + \frac{1337}{1752} = \frac{147+1337}{1752} = \frac{1484}{1752}$
উত্তর: (খ)

Case -2: স্বাধীন ঘটনা সম্পর্কিত সমস্যা

○ স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে,

(i) $P(A \text{ এবং } B) = P(A) \times P(B)$

অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

(iii) দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$- এর মান কত? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{5}{6}$ (ঘ) এর কোনটিই নয়

সমাধান: দেওয়া আছে, A ও B স্বাধীন

সুতরাং $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

আমরা জানি,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

উত্তর: (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। A ও B দুটি স্বাধীন ঘটনা এবং $P(A) = \frac{1}{5}$ ও $P(B) = \frac{5}{7}$ হলে $P(A \cap B)$ -এর মান কত?

(ক) $\frac{12}{35}$ (খ) $\frac{7}{25}$

(গ) $\frac{6}{7}$ (ঘ) $\frac{1}{7}$

সমাধান: A ও B দুটি স্বাধীন ঘটনা হলে,

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$

উত্তর : (ঘ)

০২। যদি $P(AB) = 0.48$ এবং $P(A) = 0.6$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?

(ক) 0.4 (খ) 0.8

(গ) 0.288 (ঘ) 0.52

সমাধান : দেওয়া আছে,

$P(AB) = P(A \cap B) = 0.48; P(A) = 0.6$

A ও B স্বাধীন ঘটনা হলে আমরা পাই,

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\Rightarrow 0.48 = 0.6 \times P(B)$

$\Rightarrow P(B) = \frac{0.48}{0.60} = 0.8$

উত্তর : (খ)

০৩। যদি $P(A^c) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$ = কত?

(ক) $\frac{5}{6}$ (খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 1

সমাধান : দেওয়া আছে, $P(A^c) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$,

$\therefore P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

আমরা জানি,

A ও B স্বাধীন হওয়ায়, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

এখন, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

উত্তর : (ক)

০৪। দুইজন ছাত্রের একটি অঙ্কের সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$। তারা একত্রে অঙ্কটি করার চেষ্টা করলে অঙ্কটির সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{12}$

(গ) $\frac{7}{12}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান: দেওয়া আছে, ছাত্র দুইটির অংকটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$.

ধরি, ১ম ও ২য় ছাত্রের অংকটি সমাধান করার ঘটনা যথাক্রমে A ও B

সুতরাং $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B) = \frac{1}{4}$

যেহেতু ঘটনা দুটি স্বাধীন,

সুতরাং $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

সুতরাং তাদের একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

উত্তর : (খ)

০৫। একজন দোকানদার প্রত্যেক খরিদ্দারের নিকট শতকরা 70 ভাগ সুযোগে দ্রব্য বিক্রি করে। পর্যায়ক্রমিক খরিদ্দারের আচরণ পারস্পরিক প্রভাবমুক্ত। যদি A এবং B দুইজন খরিদ্দার দোকানে প্রবেশ করে, তাহলে A অথবা B এর নিকট বিক্রেতার দ্রব্য বিক্রয়ের সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{9}{100}$ (খ) $\frac{3}{10}$

(গ) $\frac{7}{10}$ (ঘ) $\frac{91}{100}$

সমাধান : A ও B খরিদ্দারের নিকট পণ্য বিক্রয়ের সম্ভাবনা

$= \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

সুতরাং A অথবা B এর কাছে পণ্য বিক্রয়ের সম্ভাবনা,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

[$\because$ ঘটনাদ্বয় স্বাধীন, সুতরাং, $P(A \cap B) = P(A).P(B)$]

$= \frac{7}{10} + \frac{7}{10} - \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{91}{100}$

উত্তর : (ঘ)

০৬। একটি ঘটনার অনুকূলে সুযোগ 4 : 3, অন্য একটি স্বাধীন ঘটনার প্রতিকূলে সুযোগ 2 : 3। ঘটনাদ্বয়ের কমপক্ষে একটি ঘটার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{6}{35}$ (খ) $\frac{31}{35}$

(গ) $\frac{29}{35}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : ধরি, ১ম ও ২য় ঘটনার অনুকূলে সুযোগ যথাক্রমে A ও B।

তাহলে,

$P(A) = \frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$ এবং $P(B) = \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$

∴ ঘটনাদ্বয়ের কমপক্ষে একটি ঘটার সম্ভাব্যতা

$= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

[∵ ঘটনা দুটি স্বাধীন]

$= \frac{4}{7} + \frac{3}{5} - \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{20+21-12}{35} = \frac{29}{35}$

উত্তর : (গ)

Case -3: সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র:

$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$

অর্থাৎ, কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা = 1 − কোনো কিছু ঘটার সম্ভাবনা

বিপরীতক্রম অনুসারে, কোনো কিছু ঘটার সম্ভাবনা = 1 − কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(B^c) = \frac{5}{8}$। $P(A^c \cap B^c)$ = কত?

[৪৩ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{2}{4}$ (খ) $\frac{1}{4}$

(গ) $\frac{5}{6}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(B^c) = \frac{5}{8}$

$\therefore P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$

উত্তর: (খ)

০২। আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী-২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 1 (খ) $\frac{5}{7}$

(গ) $\frac{2}{7}$ (ঘ) $\frac{1}{7}$

সমাধান : 1 সপ্তাহ = 7 দিন, বৃষ্টি হয়েছে 5 দিন।

∴ বুধবার বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা, $P(W) = \frac{5}{7}$

∴ বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - P(W)$

$= 1 - \frac{5}{7} = \frac{7-5}{7} = \frac{2}{7}$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ হলে, $P(A')$ এর মান কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) $\frac{1}{6}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

সমাধান: $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

উত্তর : (ক)

০২। যদি $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে $P(B^c)$ এর মান নির্ণয় করুন।

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{6}$

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{6}$

সমাধান : আমরা জানি, $P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3}$

$\Rightarrow P(B) = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\therefore P(B^c) = 1 - P(B)$

$= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

উত্তর : (গ)

০৩। একজন তীরন্দাজের প্রতি তিনটিতে একটি তীর লক্ষ্য ভেদ করে। তবে ঐ তীরন্দাজ তিনটি তীর নিক্ষেপ করলে অন্তত একটি তীর লক্ষ্য ভেদ করার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) $\frac{19}{27}$ (ঘ) $\frac{1}{27}$

সমাধান : একটি তীর লক্ষ্য ভেদ করার সম্ভাবনা $= \frac{1}{3}$

$\therefore$ লক্ষ্য ভেদ না করার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

তাহলে, তিনটি তীরের অন্তত একটি তীর লক্ষ্য ভেদ করার সম্ভাবনা

= 1 − (তিনটির কোনোটিই লক্ষ্য ভেদ না করার সম্ভাবনা)

$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

$= 1 - \frac{8}{27} = \frac{27-8}{27} = \frac{19}{27}$

উত্তর : (গ)

০৪। একজন প্রার্থী একটি শিল্প প্রতিষ্ঠানের তিনটি পদে আবেদন করে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদে প্রার্থীর সংখ্যা যথাক্রমে 3, 4 এবং 2। ঐ প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরী পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{3}{4}$

(গ) $\frac{3}{8}$ (ঘ) $\frac{1}{8}$

সমাধান : ধরি, ১ম, ২য় এবং ৩য় পদে চাকুরী পাওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A, B, C

সুতরাং $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ এবং $P(C) = \frac{1}{2}$

তাহলে, ১ম পদে চাকুরী না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

অনুরূপভাবে, $P(B^c) = \frac{3}{4}$ এবং $P(C^c) = \frac{1}{2}$

সুতরাং ঐ প্রার্থীর একটি পদেও চাকুরী না পাওয়ায় সম্ভাব্যতা $= P(A^c \cap B^c \cap C^c)$

$= P(A^c) \times P(B^c) \times P(C^c) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

[যেহেতু, ঘটনাত্রয় স্বাধীন]

অতএব, কমপক্ষে একটি পদে চাকুরী পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

উত্তর : (খ)

০৫। এক ব্যক্তি এবং তাঁর স্ত্রী সমমর্যাদার দুটি শূন্য পদের জন্য সাক্ষাৎকার দিলেন। ঐ ব্যক্তির নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{7}$ আবার তার স্ত্রীর নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{5}$। তাদের মধ্যে অন্তত ১ জনের নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{35}$ (খ) $\frac{24}{35}$

(গ) $\frac{5}{7}$ (ঘ) $\frac{11}{35}$

সমাধান: স্বামীর নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{1}{7}$

স্ত্রীর নির্বাচিত হওয়ার ঘটনা, $P(B) = \frac{1}{5}$

স্বামীর নির্বাচিত না হওয়ার সম্ভাবনা, $P(A^c) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

স্ত্রীর নির্বাচিত না হওয়ার ঘটনা, $P(B^c) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

অন্তত ১ জন নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা

$= 1 -$ (কেউ নির্বাচিত না হওয়ার সম্ভাবনা)

$= 1 - \frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = 1 - \frac{24}{35} = \frac{11}{35}$

উত্তর : (ঘ)

Case -4: শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

○ শর্তাধীন সম্ভাব্যতার ক্ষেত্রে,

(i) B ঘটার সাপেক্ষে A ঘটার সম্ভাবনা, $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

(ii) A ঘটার সাপেক্ষে B ঘটার সম্ভাবনা, $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে, $P\left(\frac{B}{A}\right)$ নির্ণয় করুন। [৪২ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{4}{3}$

(গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{4}$

সমাধান: A ও B দুটি স্বাধীন ঘটনা হলে–

$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

শর্তাধীন সম্ভাবনার ক্ষেত্রে, $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}}$

$= \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{3}$

উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। যদি $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{3}{8}$ হয়, তবে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ এর মান কত?

(ক) $\frac{3}{20}$ (খ) $\frac{3}{40}$

(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{3}{8}$

আমরা জানি, $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\therefore P(A \cap B) = P\left(\frac{A}{B}\right) \times P(B) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{40}$

$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{40} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{20}$

উত্তর : (ক)

০২। $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, এবং $P(B/A) = \frac{3}{5}$ হলে, $P(A/B)$ এর মান কত?

(ক) $\frac{3}{10}$ (খ) $\frac{9}{15}$

(গ) $\frac{9}{10}$ (ঘ) $\frac{13}{30}$

সমাধান : $P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

$P(A \cap B) = P(B)P(A/B)$

$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{1}{3} \times P(A/B) \Rightarrow P(A/B) = \frac{9}{10}$

উত্তর : (গ)

০৩। আবাহাওয়া পূর্তাবাস P (আজ বৃষ্টি হবে) = 40%, P (কাল বৃষ্টি হবে) = 50%, P(আজ ও কাল বৃষ্টি হবে) = 30%। আজ বৃষ্টি হয়েছে এই শর্তে আগামীকাল বৃষ্টি হবার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{3}{5}$ (খ) $\frac{4}{5}$

(গ) $\frac{5}{7}$ (ঘ) $\frac{3}{4}$

সমাধান : ধরি, আজ বৃষ্টি হবার ঘটনা A এবং কাল বৃষ্টি হবার ঘটনা B।

তাহলে, $P(A) = 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$, $P(B) = 50\% = \frac{1}{2}$

এবং $P(A \cap B) = 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

∴ আজ বৃষ্টি হয়েছে এই শর্তে আগামীকাল বৃষ্টি হবার

সম্ভাব্যতা $= P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{10} \times \frac{5}{2} = \frac{3}{4}$

উত্তর : (ঘ)

০৪। একটি পরীক্ষায় 30% ছাত্র গণিতে এবং 20% ছাত্র রসায়নে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে। দৈবভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করলে ছাত্রটি গণিতে ফেল করার সম্ভাবনা কত, যখন জানা আছে ছাত্রটি রসায়নে ফেল করেছে?

(ক) $\frac{1}{5}$ (খ) $\frac{1}{10}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

সমাধান : ধরি, গণিতে ও রসায়নে ফেলের ঘটনা যথাক্রমে M ও C।

শর্তমতে, $P(M) = 30\% = \frac{30}{100}$, $P(C) = 20\% = \frac{20}{100}$

এবং $P(M \cap C) = 10\% = \frac{10}{100}$

∴ গণিতে ফেলের সম্ভাব্যতা (জানা আছে রসায়নে ফেল),

$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{10}{100} \times \frac{100}{20} = \frac{1}{2}$

উত্তর : (গ)

০৫। কোনো কারখানার 100 জন শ্রমিকের মধ্যে 40 জন পুরুষ ও 20 জন মহিলা বিবাহিত এবং 10 জন পুরুষ ও 30 জন মহিলা অবিবাহিত। নির্বিচারে বাছাইকৃত একজন শ্রমিক বিবাহিত পুরুষ হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) $\frac{2}{5}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : মনে করি, বাছাইকৃত শ্রমিকটি বিবাহিত হওয়ার ঘটনা A এবং পুরুষ হওয়ার ঘটনা B

বিবাহিত পুরুষ হওয়ার সম্ভাব্যতা = $P(B|A)$

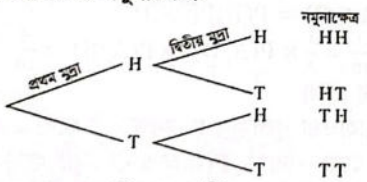
$= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{40}{40+20} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

উত্তর : (খ)

Type-02 : মুদ্রা ও ছক্কা নিক্ষেপ সংক্রান্ত সমস্যাবলি

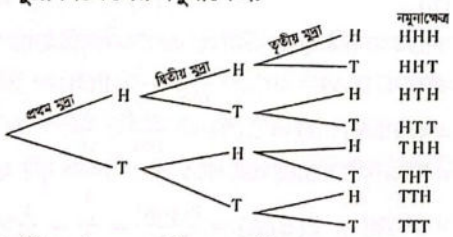
- ► একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে মোট ঘটনা সংখ্যা = 2^n
- ► একটি ছক্কা n বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা = 6^n

(a) দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



সুতরাং, দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

(b) তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



সুতরাং, তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র,

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

দুইটি ছক্কার ক্ষেত্রে:

২য় ছক্কা→ / ১ম ছক্কা ↓	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

সুতরাং, দুইটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

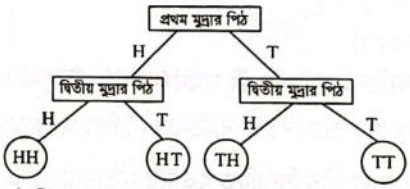
সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে বড়জোড় একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) 0.75 (খ) 0.5

(গ) 0.25 (ঘ) 0.125

সমাধান :



দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

বড়জোড় একটি H পাওয়ার নমুনাক্ষেত্র = {HT, TH, TT}

বড়জোড় একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{4} = 0.75$

উত্তর : (ক)

০২। একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো। তিনটি হেড এবং কমপক্ষে একটি টেল পাওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি কত?

(ক) 1 (খ) $\frac{7}{8}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) নির্ণয় সম্ভব নয়

সমাধান : নমুনাক্ষেত্র, S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

মোট সম্ভাব্য ফলাফল = 8

তিনটি হেড পাওয়ার অনুকূল ফলাফল = {HHH} = 1

∴ তিনটি হেড পাওয়া সম্ভাবনা = $\frac{1}{8}$

আবার, কমপক্ষে একটি T পাওয়ার অনুকূল ফলাফল = {HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT} = 7

কমপক্ষে একটি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{7}{8}$

সমষ্টি = $\frac{1}{8} + \frac{7}{8} = 1$

উত্তর : (ক)

০৩। একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে ছক্কায় 4 উঠার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{1}{6}$

(গ) $\frac{7}{8}$ (ঘ) $\frac{1}{10}$

সমাধান : একটি ছক্কা ও মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র নিচে দেওয়া হলো [H=Head, T=Tail]

1HH	2HH	3HH	4HH	5HH	6HH
1HT	2HT	3HT	4HT	5HT	6HT
1TH	2TH	3TH	4TH	5TH	6TH
1TT	2TT	3TT	4TT	5TT	6TT

নমুনাক্ষেত্রের মোট ফলাফল সংখ্যা = 24

এবং ছক্কার 4 আসার অনুকূল ফলাফল = 4 টি

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

উত্তর : (খ)

০৪। একটি নিরপেক্ষ ছক্কা এবং দুটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করলে ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা ও মুদ্রায় একই পিঠ ওঠার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{1}{5}$

(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

সমাধান : একটি ছক্কা এবং দুটি মুদ্রা নিক্ষেপের মোট ফলাফল,

= 6 × 2 × 2 = 24 টি

একটি ছক্কা ও মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র নিচে দেওয়া হলো [H=Head, T=Tail]

1HH	2HH	3HH	4HH	5HH	6HH
1HT	2HT	3HT	4HT	5HT	6HT
1TH	2TH	3TH	4TH	5TH	6TH
1TT	2TT	3TT	4TT	5TT	6TT

ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা 3টি থাকায় বিজোড় যুক্ত মোট ফলাফল হয় = $\frac{24}{2}$ = 12 টি

আবার, মুদ্রায় একই পিঠ পাওয়া যাবে এরকম ফলাফল হবে = $\frac{12}{2}$ = 6 টি

∴ ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা ও মুদ্রায় একই পিঠ ওঠার সম্ভাবনা = $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

উত্তর : (গ)

০৫। একটি ছক্কা তিনবার নিক্ষেপ করলে পর পর একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{24}$ (খ) $\frac{1}{16}$

(গ) $\frac{1}{42}$ (ঘ) $\frac{1}{36}$

সমাধান : একটি ছক্কা তিনবার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল,

= 6 × 6 × 6 = 216

একই রকমের ফলাফল হতে পারে এরকম ফলাফল গুলো হলো = 111, 222, 333, 444, 555, 666 = 6টি

∴ একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা = $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

উত্তর : (ঘ)

০৬। একটা ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{2}{3}$

(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{6}$

সমাধান: একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনা ক্ষেত্র:

{1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 6

একটি ছক্কায় জোড় সংখ্যা আছে 3টি।

সুতরাং জোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 3টি।

P (জোড় সংখ্যা) = $\frac{\text{জোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

আবার 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 2টি।

∴ 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 2টি।

P (3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা) = $\frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$

যেহেতু জোড় সংখ্যা এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার উভয়ের মধ্যে 6 অন্তর্ভুক্ত। সুতরাং জোড়সংখ্যা এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 1 টি।

∴ P (জোড়সংখ্যা এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা) = $\frac{1}{6}$

∴ P (জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য)

= P (জোড়সংখ্যা) + P (3 দ্বারা বিভাজ্য)

− P (জোড় সংখ্যা এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য)

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

উত্তর:

Type-03 : সংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যাবলি

সংখ্যা বিষয়ক সমস্যাগুলো সমাধান করার ক্ষেত্রে প্রথমে মোট ফলাফল নির্ণয় করে সম্ভাব্য অনুকূল ফলাফলের নমুনাক্ষেত্রটি তৈরি করে নিলে সমাধান করা সহজ হয়।

যেমন: 10 থেকে 30 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করতে বলা হলে,

প্রথমে মোট ফলাফল হবে = (30 − 10) + 1 = 21টি

এবং মৌলিক সংখ্যাগুলো নিয়ে গঠিত নমুনাক্ষেত্রটি হবে {11, 13, 17, 19, 23, 29}

তাহলে, অনুকূল ফলাফল 6টি।

সুতরাং মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$।

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা- [৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{১}{২২}$ (খ) $\frac{১}{৬৪}$

(গ) $\frac{১}{৬০}$ (ঘ) $\frac{২}{৬৫}$

সমাধান : ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত বর্গসংখ্যা ২০টি।

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{২০}{৪৪০} = \frac{১}{২২}$

উত্তর : (খ)

০২। 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যেকোনো একটিকে ইচ্ছেমত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{5}{11}$ (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{6}{11}$

সমাধান : 30 থেকে 40 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো: 31, 37

30 থেকে 40 পর্যন্ত 5 এর গুণিতক সংখ্যাগুলো: 30, 35, 40।

30 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা 11 টি।

∴ P (সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক),

$= \frac{(2+3)}{11} = \frac{5}{11}$

উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 20 খানা একই রকম টিকেটে 1 থেকে 20 পর্যন্ত লিখে একটি পাত্রে রেখে উত্তমরূপে মিশানোর পর নিরপেক্ষভাবে একটি টিকেট টানা হলে টিকেট খানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{10}$ (খ) $\frac{3}{50}$

(গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{9}{20}$

সমাধান: মনে করি, 3 ও 5 এর গুণিতক এরূপ ঘটনা যথাক্রমে A ও B তাহলে,

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{5, 10, 15, 20\}$

এবং $A \cap B = \{15\}$

∴ $n(A) = 6$, $n(B) = 4$ এবং $n(A \cap B) = 1$

∴ টিকেট খানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা

$= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

উত্তর : (ঘ)

০২। 5, 3, 9, 2, 1, 7, 8, 5, 11, 13, 4, 7, 8, 6, 13, 11, 1, 7, 9, 10 সংখ্যাগুলি হতে দৈবভাবে একটি সংখ্যা বাছাই করলে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হবার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{7}{10}$ (খ) $\frac{11}{20}$

(গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{10}$

সমাধান : এখানে, মোট নমুনাবিন্দু $n(S) = 20$

অনুকূল ঘটনা A হলে, A = 5, 3, 9, 2, 7, 5, 11, 13, 7, 6, 13, 17, 7, 9

∴ $n(A) = 14$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

উত্তর : (ক)

০৩। 1 থেকে 200 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামতো নিলে সেই সংখ্যাটি 3 অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{9}{200}$ (খ) $\frac{33}{100}$

(গ) $\frac{17}{40}$ (ঘ) $\frac{23}{40}$

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা, 3 এর গুণিতক ও 7 এর গুণিতক হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, A ও B। তাহলে, $n(S) = 200$

এখানে, $200 \div 3 = 66\frac{2}{3}$ ∴ $n(A) = 66$

$200 \div 7 = 28\frac{4}{7}$ ∴ $n(B) = 28$

3 ও 7 এর ল. সা. গু = 21 এবং $200 \div 21 = 9\frac{11}{21}$

∴ $n(A \cap B) = 9$

এখন, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 66 + 28 - 9 = 85$

∴ সংখ্যাটি 3 অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা

$= P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{85}{200} = \frac{17}{40}$

উত্তর : (গ)

০৪। 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{9}{10}$ (খ) $\frac{7}{8}$

(গ) $\frac{11}{21}$ (ঘ) $\frac{10}{11}$

সমাধান : মনে করি,

সংখ্যাটি মৌলিক বা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা = P(A)

এখন, 10 হতে 30 পর্যন্ত মোট সংখ্যা $= (30 - 10) + 1$

$= 21$টি

এবং 10 হতে 30 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলি হলো,

$= 11, 13, 17, 19, 23, 29 = 6$ টি।

এবং 5 এর গুণিতক $= 10, 15, 20, 25, 30 = 5$ টি

তাহলে, সংখ্যাটি মৌলিক বা 5 এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা,

P(A) = P (সংখ্যাটি মৌলিক) + P (সংখ্যাটি 5 এর গুণিতক)

$= \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21}$

উত্তর : (গ)

০৫। 40 থেকে 50 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি হতে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হলে সেটি মৌলিক সংখ্যা অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{14}{31}$ (খ) $\frac{7}{12}$

(গ) $\frac{6}{11}$ (ঘ) $\frac{11}{6}$

সমাধান : 40 থেকে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = 3টি (41, 43, 47)

40 থেকে 50 পর্যন্ত 5 এর গুণিতক = 3টি (40, 45, 50)

40 থেকে 50 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 11টি

ধরি, A = মৌলিক সংখ্যার ঘটনা

এবং B = 5 এর গুণিতক এর ঘটনা

∴ $P(A) = \frac{3}{11}$ এবং $P(B) = \frac{3}{11}$

যেহেতু একটি সংখ্যা একই সাথে মৌলিক ও 5 এর গুণনীয়ক হওয়া সম্ভব নয়, সেহেতু ঘটনাদ্বয় বর্জনশীল।

∴ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{11} + \frac{3}{11} = \frac{6}{11}$

উত্তর : (গ)

Type-04 : বল/মার্বেল বিষয়ক সমস্যাবলি

বল বিষয়ক সমস্যাগুলিতে একের অধিক জিনিস নিতে বলা হলে সমাবেশের সূত্র ব্যবহৃত হয়। সেক্ষেত্রে সূত্রটি হবে, n সংখ্যক ভিন্ন জিনিস থেকে r সংখ্যক জিনিস নেয়া যায়= ${}^nC_r$ উপায়ে।
যেমন: 4 টি লাল বল হতে 2 টি বল নেয়া যাবে = ${}^4C_2 = 6$ উপায়ে।
[Note: ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$]

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত? [৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

সমাধান : মোট বলের সংখ্যা $(6 + 8 + 10) = 24$টি
এবং সাদা বলের সংখ্যা 8 টি।
∴ দৈবভাবে একটি বল তুললে-
সেটি সাদা হবার সম্ভাবনা, $P(W) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$।
∴ দৈবভাবে একটি বল তুললে, সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা, $P(W') = \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$
উত্তর : (ক)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বাক্সে 4টি লাল, 5টি নীল এবং 7টি সাদা রং এর বল আছে। দৈবচয়নে একটি বলের লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{4}{7}$ (খ) $\frac{5}{16}$
(গ) $\frac{7}{64}$ (ঘ) $\frac{11}{16}$

সমাধান: বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = $(4 + 5 + 7) = 16$টি।
ধরি, বলটি যেকোনো রঙের, লাল ও সাদা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, R ও W। তাহলে, $n(S) = 16$, $n(R) = 4$ এবং $n(W) = 7$
এখানে, R ও W ঘটনা দুইটি বর্জনশীল।
∴ বলটি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা,

$$P(R \cup W) = P(R) + P(W) = \frac{n(R)}{n(S)} + \frac{n(W)}{n(S)} = \frac{4}{16} + \frac{7}{16} = \frac{11}{16}$$

উত্তর : (ঘ)

০২। দুটি বাক্সের প্রথমটিতে 5টি সাদা ও 3টি কালো এবং দ্বিতীয়টিতে 4টি সাদা ও 5টি কালো বল রয়েছে। বাক্স দুটি হতে 1টি করে বল তোলা হলে অন্তত একটি বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{67}{72}$ (খ) $\frac{13}{72}$
(গ) $\frac{19}{24}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : P(অন্তত একটি সাদা বল) = 1 − P(একটিও সাদা নয়)

$$= 1 - P(B_1) \times P(B_2) = 1 - \frac{3}{8} \times \frac{5}{9} = 1 - \frac{15}{72} = \frac{72-15}{72} = \frac{57}{72} = \frac{19}{24}$$

উত্তর : (গ)

০৩। একটি ব্যাগে 2টি লাল, 3টি সবুজ ও 2টি নীল বল আছে। যদি দুটি বল দৈবভাবে চয়ন করা হয় তবে কোনো বলই নীল না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{10}{21}$ (খ) $\frac{11}{21}$
(গ) $\frac{2}{7}$ (ঘ) $\frac{5}{7}$

সমাধান : 2টি লাল, 3টি সবুজ এবং 2টি নীলসহ মোট বল 7টি।
7টি হতে 2টি বল নেয়া হলে-
মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা $n(S) = {}^7C_2 = 21$
ধরি, E = নীল ব্যতীত অপর দুটি বল পাওয়ার ঘটনা।
∴ $n(E) = {}^5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$
∴ কোনো বলই নীল না হওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{10}{21}$
উত্তর : (ক)

০৪। একটি বাক্সে 10টি নীল ও 15টি লাল মার্বেল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে দুইটি ভিন্ন রংয়ের মার্বেল পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{7}$
(গ) $\frac{1}{9}$ (ঘ) $\frac{1}{11}$

সমাধান : একটি নীল মার্বেল টানার সম্ভাব্যতা = $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$
একটি নীল মার্বেল টানার পর একটি লাল মার্বেল টানার সম্ভাব্যতা = $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$
সুতরাং প্রথমে নীল এবং পরে লাল মার্বেল টানার সম্ভাব্যতা, = $\frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$
আবার প্রথমে লাল ও পরে নীল মার্বেল টানার সম্ভাব্যতা, = $\frac{15}{25} \times \frac{10}{24} = \frac{1}{4}$
সুতরাং ক্রম নিরপেক্ষভাবে একটি লাল ও একটি নীল মার্বেল টানার সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
উত্তর : (ক)

০৫। একটি ব্যাগে 7টি লাল এবং 5টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে 4টি বল তোলা হল। তাদের মধ্যে 2টি লাল এবং 2টি সাদা বল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{14}{33}$ (খ) $\frac{7}{12}$
(গ) $\frac{1}{18}$ (ঘ) $\frac{5}{12}$

সমাধান : ব্যাগে মোট বল আছে = (7 + 5) = 12 টি। 12টি বল থেকে 4টি বল ${}^{12}C_4$ প্রকারে নেওয়া যায়।

সুতরাং দুইটি লাল ও দুইটি সাদা হবার সম্ভাবনা,

= P (দুইটি লাল বল ও দুইটি সাদা বল)

$= \frac{{}^{7}C_2 \times {}^{5}C_2}{{}^{12}C_4} = \frac{21 \times 10}{495} = \frac{14}{33}$

উত্তর : (ক)

০৬। একটি বাক্সে 5টি লাল ও 4টি সাদা ক্রিকেট বল এবং অপর একটি বাক্সে 3টি লাল ও 6টি সাদা ক্রিকেট বল আছে। প্রত্যেক বাক্স হতে একটি করে বল উঠানো হলে দুইটি বলের মধ্যে কমপক্ষে একটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{8}{27}$

(গ) $\frac{19}{27}$ (ঘ) $\frac{5}{27}$

সমাধান : বলের মধ্যে কমপক্ষে একটি লাল বল হবার অর্থ লাল বল ১টি অথবা ২টি হতে পারে।

∴ P (১ম বাক্স থেকে 1টি লাল ও ২য় বাক্স থেকে 1টি সাদা) + P (১ম বাক্স থেকে 1টি সাদা ও ২য় বাক্স থেকে 1টি লাল) + P (১ম ও ২য় উভয় বাক্স থেকে 2টি লাল বল)

$= \frac{{}^{5}C_1}{{}^{9}C_1} \times \frac{{}^{6}C_1}{{}^{9}C_1} + \frac{{}^{4}C_1}{{}^{9}C_1} \times \frac{{}^{3}C_1}{{}^{9}C_1} + \frac{{}^{5}C_1}{{}^{9}C_1} \times \frac{{}^{3}C_1}{{}^{9}C_1}$

$= \frac{5}{9} \times \frac{6}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{9}$

$= \frac{10}{27} + \frac{4}{27} + \frac{5}{27} = \frac{19}{27}$

উত্তর : (গ)

০৭। একটি বাক্সে 15টি সাদা ও 10টি কালো রঙের মার্বেল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে দুইটি একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{20}$ (খ) $\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{2}{25}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : বাক্সে মোট মার্বেল 15 + 10 = 25 টি।

25 টি মার্বেল থেকে প্রতিবারে 2টি মার্বেল ${}^{25}C_2 = \frac{25 \times 24}{1 \times 2} = 300$ উপায়ে উঠানো যায়।

আবার, 15টি সাদা মার্বেল থেকে দুইটি মার্বেল ${}^{15}C_2 = 105$ এবং 10টি কালো মার্বেল থেকে দুইটি মার্বেল ${}^{10}C_2 = 45$ উপায়ে উঠানো যায়।

∴ দুইটি সাদা অথবা দুইটি কালো রংয়ের মার্বেল উঠানো যাবে $= {}^{15}C_2 + {}^{10}C_2 = 105 + 45 = 150$ উপায়ে।

সুতরাং দুইটি একই রংয়ের(দুইটি সাদা অথবা দুইটি কালো) মার্বেল উঠানোর সম্ভাব্যতা $= \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

উত্তর : (খ)

পুনঃস্থাপন করা বা না করা

- পুন:স্থাপন করা: একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনরায় রেখে দেওয়া হয়। অর্থাৎ মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনা মানের পরিবর্তন হয় না।
- পুন:স্থাপন না করা: একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনারায় রাখা হয় না। অর্থাৎ, মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনার মান প্রতিবারে 1 কমে যায়।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। একটি বাক্সে 6টি লাল এবং 4টি হলুদ বল আছে। ঐ বাক্স হতে দৈবভাবে পরপর 2টি বল নেয়া হলো। প্রথম বলটি নেয়ার পর তা বাক্সে ফেরত দেয়া হলো না। যদি প্রথমবারে নেয়া বলটি লাল হয়, তবে দ্বিতীয় বলটি লাল হবার শর্তাধীন সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{5}$ (খ) $\frac{5}{9}$

(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

সমাধান : বাক্সে লাল বল 6টি এবং হলুদ বল 4টি।

মোট বল (6 + 4) = 10টি।

প্রথম বারে নেয়া বলটি লাল এবং ঐ বলটি বাক্সে ফেরত রাখা না হয়, তাহলে বাক্সে বলের সংখ্যা (10 − 1) = 9টি এর মধ্যে লাল বল (6 − 1) = 5টি।

সুতরাং দ্বিতীয় বলটি লাল হবার সম্ভাবনা $= \frac{5}{9}$

উত্তর : (খ)

০২। একটি ব্যাগে 5টি সাদা, 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি পুনঃস্থাপন না করে একটি একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেয়া হয় তবে, সবগুলি বল সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{5}$ (খ) $\frac{1}{4}$

(গ) $\frac{1}{37}$ (ঘ) $\frac{1}{969}$

সমাধান : ব্যাগের মধ্যে বলের সংখ্যা (5 + 7 + 8) = 20 টি যার 5টি সাদা।

প্রথমে তুলে নেয়া বলটি সাদা হবার সভাব্যতা $P(R_1) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

পুনঃস্থাপন না করা হলে একটি সাদা বল তুলে নেয়ার পর বল থাকে (20− 1) = 19টি যার (5 − 1) =4টি সাদা

∴ ২য় বারের বলটি সাদা হবার সম্ভাব্যতা $P(R_2) = \frac{4}{19}$

তদ্রুপ, ৩য় ও ৪র্থ বারে তোলা বলটি সাদা হবার সম্ভাব্যতা $P(R_3) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ এবং $P(R_4) = \frac{2}{17}$

∴ সবগুলো বল সাদা হবার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{4} \times \frac{4}{19} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{17}$

$= \frac{1}{969}$

উত্তর : (ঘ)

০৩। একটি বাক্সে 6টি লাল, 4টি সাদা এবং 5টি নীল বল আছে। বল পুনরায় বাক্সে না রেখে দৈবচয়নে ক্রমাগতভাবে তিনটি বল বাক্স থেকে নেয়া হলে বলগুলো লাল, সাদা, নীল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{14}$ (খ) $\frac{4}{91}$
(গ) $\frac{1}{5}$ (ঘ) কোনটিই নয়

সমাধান : বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = $(6 + 4 + 5) = 15$
প্রতিবারে বাক্স থেকে বের করা বলটি বাক্সে পুনরায় রাখা না হলে প্রতিবারে বলের সংখ্যা একটি কম হবে।
∴ পর্যায়ক্রমে লাল, সাদা, নীল বল পাবার সম্ভাবনা
$= \frac{6}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{4}{91}$
উত্তর : (খ)

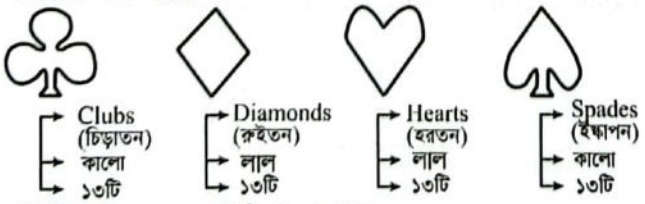
০৪। একটি বাক্সে 6টি সাদা ও 5টি লাল বল আছে। বাক্স থেকে দৈব পদ্ধতিতে 1টি করে 2টি বল তুলে নেয়া হল। দুইটি বলই সাদা হবার সম্ভাবনা কত হবে যখন প্রথমে তোলা বলটি দ্বিতীয়টি তোলার আগে প্রতিস্থাপিত হয়?

(ক) $\frac{3}{11}$ (খ) $\frac{3}{10}$
(গ) $\frac{36}{121}$ (ঘ) $\frac{3}{5}$

সমাধান : মনে করি, A ও B দৈবভাবে যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয়বারের তোলা বল সাদা হবার ঘটনা প্রকাশ করে।
মোট বল, $n(S) = (6 + 5) = 11$
প্রথম বল সাদা হবার সম্ভাব্যতা, $P(A) = \frac{6}{11}$
প্রথমে তোলা বলটি দ্বিতীয়টি তোলার আগে প্রতিস্থাপিত হলে, দ্বিতীয় বল সাদা হবার সম্ভাব্যতা, $P(B) = \frac{6}{11}$
এখানে, A এবং B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন।
সুতরাং দুইটি বলই সাদা হবার সম্ভাব্যতা,
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{6}{11} \times \frac{6}{11} = \frac{36}{121}$
উত্তর : (গ)

Type-05 : তাস সম্পর্কিত সমস্যাবলি

একটি তাসের প্যাকেটে মোট 52টি তাস বিদ্যমান। যেখানে চার প্রকারের তাস আছে।



প্রতিটি Category তে 13টি Card থাকে-
A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2
তাসের প্যাকেটে Card থাকে:

Ace (A) ⟶ 4 টি	King (K) ⟶ 4 টি
Queen (Q) ⟶ 4 টি	Jack (J) ⟶ 4 টি
Red Ace ⟶ 2 টি	Black Ace ⟶ 2 টি
Red King⟶ 2 টি	Black King ⟶ 2 টি
Red Queen ⟶ 2 টি	Black Queen ⟶ 2 টি
লাল তাস ⟶ 26 টি	কালো তাস ⟶ 26 টি

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 52টি তাসের একটি প্যাকেট হতে একটি তাস তোলা হলো। তাসটি টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{52}$ (খ) $\frac{1}{26}$
(গ) $\frac{3}{52}$ (ঘ) $\frac{1}{13}$

সমাধান : আমরা জানি, 52 টি তাসের মধ্যে টেক্কা 4 টি।
∴ উত্তোলিত তাসটি টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
উত্তর : (ঘ)

০২। 52টি কার্ডের একটি প্যাকেট থেকে ইচ্ছামত একটি কার্ড নির্বাচন করা হলো। কার্ডটি রাজা বা রানি হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{13}$ (খ) $\frac{2}{13}$
(গ) $\frac{1}{13}$ (ঘ) $\frac{4}{13}$

সমাধান : আমরা জানি, 52 টি কার্ডে রাজা ও রানি আছে মোট 8 টি
সুতরাং দৈবভাবে যেকোনো 1টি কার্ড টানলে সেটি রাজা অথবা রানি হবার সম্ভাবনা $= \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$
উত্তর : (খ)

০৩। 52 তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{9}{13}$ (খ) $\frac{1}{13}$
(গ) $\frac{12}{13}$ (ঘ) $\frac{4}{13}$

সমাধান : ধরি, টেক্কা পাওয়ার ঘটনা = A
তাহলে, $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
সুতরাং, টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা $P(A^c)$ হলে,
$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$
উত্তর : (গ)

০৪। এক প্যাকেট তাস থেকে একটি তাস দৈবভাবে নেওয়া হলো। তাসটি হরতন বা চিড়াতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{1}$ (খ) $\frac{1}{4}$
(গ) $\frac{2}{1}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

সমাধান : মোট তাস, $n(S) = 52$টি
ধরি, হরতন হওয়ার ঘটনা A এবং চিড়াতন হওয়ার ঘটনা B
∴ $n(A) = 13$টি এবং $n(B) = 13$টি
∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
এবং $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
যেহেতু A ও B পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা মানে সাধারণ উপাদান নেই অর্থাৎ, $P(A \cap B) = 0$
∴ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
উত্তর : (ঘ)

Type-06 : বিবিধ

সম্ভাবনার প্রচলিত সূত্রের বাইরে গিয়ে সমাধান করতে হয়, এরূপ কিছু সমস্যা আলোচনা করা হয়েছে।

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ধরা যাক, রাত ১১:৫৯ মিনিটে বাইরে তুমুল ঝড় বৃষ্টি হচ্ছে। ঠিক ৯৬ ঘণ্টা পরে রৌদ্রকরোজ্জ্বল আবহাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) ২৫% (খ) ০%

(গ) ১০০% (ঘ) ৫০%

সমাধান : রাত ১১:৫৯ মিনিটের ঠিক ৯৬ ঘণ্টা (৯৬ ঘণ্টা = ৪ দিন) পর রাত ১১: ৫৯ মিনিটই আসবে।

অর্থাৎ,

রাতের বেলায় রৌদ্রকরোজ্জ্বল আবহাওয়ার সম্ভাবনা ০।

উত্তর : (খ)

০২। একটি পুকুরে 15টি রুই মাছ, 9টি মৃগেল মাছ ও 12টি কাতল মাছ আছে। মাছগুলোকে দৈবভাবে ধরা হলে প্রথমটি রুই সহ দ্বিতীয় মাছটি কাতল বা মৃগেল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{5}$ (খ) $\frac{1}{8}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

সমাধান : রুই মাছ = 15টি, মৃগেল মাছ = 9টি

এবং কাতল মাছ = 12টি

∴মোট মাছ = 15 + 9 + 12 = 36টি

প্রথম মাছটি রুই হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

প্রথম মাছটি রুই হওয়ার পরে মোট মাছ,

= (36 − 1) টি = 35টি

কাতল বা মৃগেল মোট মাছের সংখ্যা = 9 + 12 = 21টি

∴দ্বিতীয় মাছটি কাতল বা মৃগেল হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$।

অর্থাৎ, ১ম টি রুইসহ ২য় টি কাতল বা মৃগেল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{4}$

উত্তর : (ঘ)

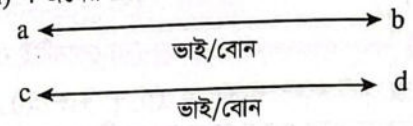
০৩। একটি রুমে 7 জনের মধ্যে 4 জনের 1 জন করে এবং 3 জনের 2 জন করে ভাই অথবা বোন রয়েছে। যদি তাদের মধ্য থেকে দৈবভাবে 2 জনকে নির্বাচন করা হয়, তবে তাদের ভাই-বোন না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{5}{21}$ (খ) $\frac{3}{21}$

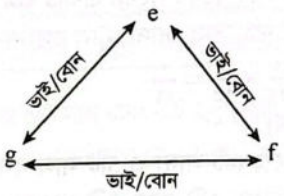
(গ) $\frac{16}{21}$ (ঘ) $\frac{2}{7}$

সমাধান : রুমের অবস্থানরত 7 জনকে a, b, c, d, e, f, g দ্বারা সূচিত করা হলে, তাদের মধ্যে সম্পর্কগুলো নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়-

(i) 4 জনের 1 জন ভাই/বোন:



(ii) 3 জনের 2 জন ভাই/বোন:



এখন, তাদের মধ্য থেকে 2 জনকে নির্বাচন করলে তাদের ভাই/বোন হওয়ার সম্ভাবনা,

$= \frac{\text{প্রথম 2জন থেকে 2জন + দ্বিতীয় 2জন থেকে 2জন + তৃতীয় 3জন থেকে 2জন}}{\text{7জন থেকে 2জন}}$

$= \frac{{}^2C_2 + {}^2C_2 + {}^3C_2}{{}^7C_2}$

$= \frac{1+1+3}{21}$

$= \frac{5}{21}$

তাহলে, ভাই-বোন না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$

উত্তর : (গ)

০৪। একজন লোকের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$। লোকটি খুলনায় বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{20}$ (খ) $\frac{9}{40}$

(গ) $\frac{31}{40}$ (ঘ) নির্ণয় করা সম্ভব নয়

সমাধান : সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে



সুতরাং লোকটি খুলনায় বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা, P [খুলনা বাস, রাজশাহী ট্রেনে নয়]

$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{8}$

$= \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$

উত্তর : (ক)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ বলে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{5}$ (খ) $\frac{2}{5}$
(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{4}{5}$

০২। একটি থলেতে 5টি সাদা, 7টি লাল ও 4টি কালো বল রয়েছে। এলোমেলোভাবে তিনটি বল তুলে নেওয়া হলো। বলগুলো লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{9}{112}$ (খ) $\frac{1}{56}$
(গ) $\frac{7}{112}$ (ঘ) $\frac{139}{140}$

০৩। 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 10 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেওয়া হল। সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{10}$ (খ) $\frac{3}{22}$
(গ) $\frac{3}{20}$ (ঘ) $\frac{4}{5}$

০৪। একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করা হলে প্রথমবার হেড এবং দ্বিতীয় বার টেইল পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 1

০৫। একটি পাত্রে 2 টি সবুজ এবং 2 টি লাল মার্বেল আছে। দৈবভাবে দুইটি মার্বেল তুললে উভয়ই সবুজ হবার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{6}$

০৬। একটি কলেজের একাদশ শ্রেণির 80 জন ছাত্রের মধ্যে 20 জন ফুটবল খেলে; 25 জন ক্রিকেট খেলে এবং 10 জন ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে। তাদের মধ্য থেকে একজনকে দৈবায়িত উপায়ে নির্বাচন করা হলো। যদি ছেলেটি ক্রিকেট খেলে তবে তার ফুটবল খেলার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{2}{5}$
(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{3}{8}$

০৭। একটি বক্সে 10 টি বৈদ্যুতিক বাল্ব আছে যেখানে দুটি বাল্ব ত্রুটিযুক্ত। দুটি বাল্ব দৈবভাবে তোলা হলে একটি বাল্ব ত্রুটিযুক্ত হবার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{10}$ (খ) $\frac{16}{45}$
(গ) $\frac{25}{68}$ (ঘ) $\frac{8}{33}$

০৮। ইংরেজি বর্ণমালা থেকে যেমন খুশি টেনে একটি স্বরবর্ণ পাবার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{5}{26}$ (খ) $\frac{1}{5}$
(গ) $\frac{5}{21}$ (ঘ) $\frac{1}{21}$

০৯। যদি $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.7$ এবং $P(A \cap B) = 0.2$ হয় তবে $P(A \cup B)$ এর মান কত?

(ক) 0.6 (খ) 0.4
(গ) 0.25 (ঘ) 0.8

১০। একটি বাক্সে 10টি নীল ও 15টি লাল মার্বেল আছে। যেমন খুশী টানলে প্রতিবার 2টি ভিন্ন রংয়ের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা-

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

১১। যদি $P(A^c) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{3}{4}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$ = নির্ণয় করুন?

(ক) $\frac{5}{6}$ (খ) $\frac{1}{3}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 1

১২। একটি ছক্কা দুইবার নিক্ষেপ করা হলে, প্রথম চালে 4, 5 অথবা 6 এবং দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 অথবা 4 ওঠার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{4}$ ন ব
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

১৩। একটি কোম্পানির তিনটি পদে নিয়োগ বিজ্ঞপ্তির প্রথম পদের জন্য 4 জন, দ্বিতীয় পদের জন্য 5 জন এবং তৃতীয় পদের জন্য 6 জন আবেদন করেছেন। এক ব্যক্তি তিনটি পদে আবেদন করে অন্তত একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{5}$
(গ) $\frac{1}{14}$ (ঘ) $\frac{1}{120}$

১৪। একটি সুষম মুদ্রা পরপর 3 বার টস করা হলো। প্রতিটি টসেই প্রথম হেড পাওয়ার শর্তে 2 বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? কোনো শর্ত আরোপ করা না হলে 2 বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ (খ) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}$

১৫। কোনো একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের রিপোর্ট অনুযায়ী কম ওজনের 155 শিশু, স্বাভাবিক ওজনের 386 শিশু এবং বেশি ওজনের 98টি শিশু জন্ম নেয়। এখান হতে একটি শিশু দৈবভাবে নির্বাচন করলে নির্বাচিত শিশুটি বেশি ওজনের হবে এর সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{98}{541}$ (খ) $\frac{98}{484}$
(গ) $\frac{98}{649}$ (ঘ) $\frac{98}{639}$

উত্তরমালা									
০১	ক	০২	ক	০৩	গ	০৪	গ	০৫	ঘ
০৬	খ	০৭	খ	০৮	ক	০৯	ঘ	১০	ক
১১	ক	১২	গ	১৩	ক	১৪	খ	১৫	ঘ

অধ্যায় ২৪ পরিসংখ্যান

বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির উন্নয়নের অগ্রযাত্রায় তথ্য ও উপাত্তের অবদানের ফলে পৃথিবী পরিণত হয়েছে বিশ্বগ্রামে। তথ্য ও উপাত্তের দ্রুত সঞ্চালন ও বিস্তারের জন্য সম্ভব হয়েছে বিশ্বায়নের। তাই উন্নয়নের ধারা অব্যাহত রাখা ও বিশ্বায়নে অংশগ্রহণ ও অবদান রাখতে হলে তথ্য ও উপাত্ত সম্বন্ধে সম্যক জ্ঞান অর্জন এ স্তরের অপরিহার্য। গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত। অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো অবিন্যস্তভাবে থাকে এবং অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে সরাসরি প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় না। প্রয়োজন হয় উপাত্তগুলো বিন্যস্ত ও সারণিভুক্ত করা। কোনো উপাত্ত সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার পরিসর নির্ধারণ করতে হয়। এরপর শ্রেণি ব্যবধান ও শ্রেণি সংখ্যা নির্ধারণ করে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়।

সংগ্রহের পদ্ধতির ভিত্তিতে উপাত্ত দুই প্রকার:

১. প্রত্যক্ষ উপাত্ত: উৎস বা ঘটনাস্থল থেকে সরাসরিভাবে সংগৃহীত তথ্যকে প্রাথমিক উপাত্ত বলে। এই ধরনের উপাত্তের গ্রহণযোগ্যতা সবচেয়ে বেশি।

২. পরোক্ষ উপাত্ত: এই ধরনের উপাত্ত পরোক্ষভাবে সংগ্রহ করা হয়। মাধ্যমিক উপাত্তের গ্রহণযোগ্যতা কম।

পরিসংখ্যানে তথ্য/উপাত্তকে শ্রেণিবদ্ধভাবে বিন্যস্ত করে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। এই সারণি তৈরির গুরুত্বপূর্ণ প্রথম দুইটি ধাপ নিচে আলোচনা করা হলো:

১. পরিসর নির্ণয়: উৎস বা ঘটনা থেকে উপাত্ত সংগ্রহ করে প্রথমে পরিসর নির্ণয় করতে হয়।

$$\text{পরিসর} = (\text{সর্বোচ্চ সংখ্যা} - \text{সর্বনিম্ন সংখ্যা}) + ১$$

২. শ্রেণি নির্ধারণ: পরিসর নির্ণয় করে সুবিধাজনক ব্যবধান অনুযায়ী উপাত্তগুলোকে কতগুলো শ্রেণিতে বিভক্ত করা হয়। প্রতিটি শ্রেণির একটি সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মান থাকে। এদেরকে যথাক্রমে শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও শ্রেণির নিম্নসীমা বলা হয়। শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও শ্রেণির নিম্নসীমার ব্যবধানই হল শ্রেণিব্যাপ্তি।

শ্রেণির সংখ্যা নির্ধারণের জন্য এই সূত্র ব্যবহার করা হয়: উপাত্তের

$$\text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{(\text{বৃহত্তম সংখ্যা} - \text{ক্ষুদ্রতম সংখ্যা}) + ১}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$$

শ্রেণিসংখ্যা দশমিক সংখ্যা অথবা ভগ্নাংশ হলে পরবর্তী পূর্ণ সংখ্যাটিকে শ্রেণিসংখ্যা হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

গুরুত্ব ও পরামর্শ :

- বিসিএস প্রিলি পরীক্ষায় এ অধ্যায় হতে ২টি প্রশ্ন এসেছে ৩৫তম থেকে ৪৪তম'তে এবং ১১টি এসেছে ১০ম থেকে ৩৪তম'তে।
- বিগত বছরের প্রশ্নাবলি পর্যালোচনা শেষে নিম্নোক্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি সম্পর্কে আমরা এই অধ্যায়ে জ্ঞান লাভ করব-
  - গড় নির্ণয়
  - গড় সম্পর্কিত বিশেষ সমস্যাবলি
  - মধ্যক নির্ণয়
  - প্রচুরক নির্ণয়

Type-01 : গড় নির্ণয়

গড় তিন প্রকার। যথা-

(i) গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean)
(ii) জ্যামিতিক গড় বা গুণোত্তর গড় (Geometric Mean)
(iii) তরঙ্গ গড় (Harmonic Mean)

Case – 1 : গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean)

❑ **গাণিতিক গড় (Arithmetic Mean):** প্রাপ্ত মানগুলোর যোগফল বা সমষ্টিকে তাদের মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গাণিতিক গড় পাওয়া যাবে।

ধরা যাক, x চলকটির $x_1, x_2, x_3 \ldots . x_n$ মান আছে। গাণিতিক গড়কে যদি $\bar{x}$ (পড়া হয় x বার) দ্বারা সূচিত করা হয়

তাহলে, গাণিতিক গড় $= \frac{\text{তথ্যসমূহের সমষ্টি}}{\text{তথ্য সংখ্যা}}$

বা, $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$

- গড় নির্ণয়ের সূত্র : উপাত্তগুলোর গড় $= \frac{\text{উপাত্তগুলোর সমষ্টি}}{\text{পদ সংখ্যা}}$
- উপাত্তগুলো সমান্তর ধারায় থাকলে তাদের গড়,
  $= \frac{\text{সর্বনিম্ন উপাত্তের মান} + \text{সর্বোচ্চ উপাত্তের মান}}{২}$

যেমন: ৩০, ৩৫, ৪০, ৪৫, ৫০ সংখ্যা গুলোর গড়,

$= \frac{৩০ + ৫০}{২} = ৪০$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের ৫ গুণ; সংখ্যা তিনটির গড় কত? [৩৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬ (খ) ৩
(গ) ৫ (ঘ) ৪

সমাধান : মনে করি,

তিনটি ক্রমিক সংখ্যা যথাক্রমে $x - ১$, x ও $x + ১$

প্রশ্নমতে,

$(x - ১)(x + ১)x = ৫(x - ১ + x + x + ১)$

$\Rightarrow x(x^২ - ১) = ৫ \times ৩x$

$\Rightarrow x^২ - ১ = ১৫$

$\Rightarrow x^২ = ১৬$

$\therefore x = ৪$

$x - ১ = ৪ - ১ = ৩$

এবং $x + ১ = ৪ + ১ = ৫$

সুতরাং ক্রমিক সংখ্যা তিনটি ৩, ৪, ৫

$\therefore$ সংখ্যা তিনটির গড় $= \frac{৩ + ৪ + ৫}{৩} = \frac{১২}{৩} = ৪$

উত্তর : (ঘ)

০২। m সংখ্যক সংখ্যার গড় x এবং n সংখ্যক সংখ্যার গড় y হলে সব সংখ্যার গড় কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{x+y}{mn}$ (খ) $\frac{x+y}{m+n}$

(গ) $\frac{mx+ny}{m+n}$ (ঘ) $\frac{mx+ny}{mn}$

সমাধান : গড় মান $= \frac{\text{সংখ্যাগুলোর যোগফল}}{\text{সংখ্যাগুলোর সংখ্যা}}$

m সংখ্যক সংখ্যার গড় x

অতএব m সংখ্যক সংখ্যার মোট মান = mx

অতএব n সংখ্যক সংখ্যার মোট মান = ny

উভয় প্রকার সংখ্যার মোট মান = mx + ny

সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = m + n

অতএব, নির্ণেয় গড় মান $= \frac{mx+ny}{m+n}$

উত্তর : (গ)

০৩। M সংখ্যক সংখ্যার গড় A এবং N সংখ্যক সংখ্যার গড় B সবগুলো সংখ্যার গড় কত? [২৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{A+B}{2}$ (খ) $\frac{AM+BN}{2}$

(গ) $\frac{AM+BN}{M+N}$ (ঘ) $\frac{AM+BN}{A+B}$

সমাধান : M সংখ্যক সংখ্যার গড় A হলে,

M সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি = AM

N সংখ্যক সংখ্যার গড় B হলে,

N সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি = BN

মোট সংখ্যা = M + N

এবং তাদের সমষ্টি = AM + BN

∴ তাদের গড় $= \frac{AM+BN}{M+N}$

উত্তর : (গ)

০৪। x ও y – এর মানের গড় ৯ এবং z = ১২ হলে, x, y এবং z এর মানের গড় কত হবে? [২০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬ (খ) ৯

(গ) ১০ (ঘ) ১২

সমাধান : x ও y এর মানের সমষ্টি = (২ × ৯) = ১৮,

z = ১২(দেয়া আছে)

∴ x, y ও z এর মানের গড় $= \frac{(১৮+১২)}{৩} = \frac{৩০}{৩} = ১০$

উত্তর : (গ)

০৫। ৬, ৮, ১০ এর গাণিতিক গড় ৭, ৯ এবং কোন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের সমান? [১৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৫ (খ) ৮

(গ) ৬ (ঘ) ১০

সমাধান : ৬, ৮ ও ১০ এর গাণিতিক গড় $= \frac{৬+৮+১০}{৩} = \frac{২৪}{৩} = ৮$

নির্ণেয় সংখ্যাটি x হলে-

শর্তমতে, $\frac{৭+৯+x}{৩} = ৮ \Rightarrow ৭ + ৯ + x = ৮ \times ৩$

$\Rightarrow ১৬ + x = ২৪ \quad \therefore x = ৮$

উত্তর : (খ)

০৬। ১ থেকে ৪৯ পর্যন্ত সংখ্যার গড় কত? [১০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৩ (খ) ২৪.৫

(গ) ২৫ (ঘ) ২৬.৫

সমাধান : যোগফল $= \frac{(\text{প্রথম পদ} + \text{শেষ পদ}) \times \text{পদ সংখ্যা}}{২}$

$= \frac{(১+৪৯)৪৯}{২} = ১২২৫$

$\therefore$ গড় $= \frac{\text{সমষ্টি}}{\text{পদ সংখ্যা}} = \frac{১২২৫}{৪৯} = ২৫$

S/M: গড় $= \frac{১\text{ম পদ} + \text{শেষপদ}}{২} = \frac{১+৪৯}{২} = ২৫$

উত্তর : (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর গড় কত?

(ক) ৪৯৫০ (খ) ৫০৫০

(গ) ৫০০০ (ঘ) ৫০.৫০

সমাধান : ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর গড়,

$= \frac{(\text{প্রথমপদ} + \text{শেষপদ}) \times \text{পদসংখ্যা}}{২ \times \text{পদসংখ্যা}}$

$= \frac{(১ + ১০০) \times ১০০}{২ \times ১০০} = ৫০.৫০$

S/M: গড় $= \frac{১\text{ম পদ} + \text{শেষপদ}}{২} = \frac{১ + ১০০}{২} = ৫০.৫০$

উত্তর : (ঘ)

০২। ৫, ৭, ২৪ এর গাণিতিক গড়; ৭, ৯ এবং কোন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের সমান?

(ক) ১৪ (খ) ১৬

(গ) ২০ (ঘ) ২৪

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $\frac{৫+৭+২৪}{৩} = \frac{৭+৯+x}{৩}$

$\Rightarrow ৩৬ = ১৬ + x$

$\Rightarrow x = ৩৬ - ১৬$

$\therefore x = ২০$

উত্তর : (খ)

০৩। 11 জন লোকের গড় ওজন 70 কেজি। 90 কেজি ওজনের একজন লোক চলে গেলে বাকিদের গড় ওজন কত হয়?

(ক) 68 কেজি (খ) 72 কেজি

(গ) 80 কেজি (ঘ) 62 কেজি

সমাধান : 11 জন লোকের গড় ওজন = 70 কেজি

∴ 11 জন লোকের ওজনের সমষ্টি,

= (11 × 70) = 770 কেজি

90 কেজি ওজনের একজন লোক চলে গেলে, বাকি 10 জনের ওজনের সমষ্টি = (770 − 90) = 680 কেজি

∴ 10 জনের গড় ওজন $= \frac{680}{10}$ কেজি = 68 কেজি।

উত্তর : (ক)

০৪। ছয়টি সংখ্যার গড় 6। যদি প্রত্যেকটি সংখ্যা থেকে 3 বিয়োগ করা হয় তবে নতুন সংখ্যাগুলোর গড় কত হবে?
(ক) 3 (খ) 3.5
(গ) 4 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ছয়টি সংখ্যার সমষ্টি $= (6 \times 6) = 36$
প্রত্যেক সংখ্যা থেকে 3 বিয়োগ করলে নতুন ছয়টি সংখ্যার সমষ্টি $= 36 - (6 \times 3) = 36 - 18 = 18$
$\therefore$ নতুন ছয়টি সংখ্যার গড় $= \frac{18}{6} = 3$
উত্তর : (ক)

০৫। মনে করি, $\omega + x = -4, x + y = 25$ এবং $y + \omega = 15$ হয়। তাহলে ω, x, y এর গড় কত?
(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

সমাধান :
$$\begin{aligned} \omega + x &= -4 \\ x + y &= 25 \\ y + \omega &= 15 \end{aligned}$$
$2(x + y + \omega) = 36$ (যোগ করে)
$\Rightarrow x + y + \omega = 18$
$\therefore$ গড় $= \frac{x+y+\omega}{3} = \frac{18}{3} = 6$
উত্তর : (ঘ)

০৬। 6টি সংখ্যার গড় 25। যদি 22 গড়ের আরো তিনটি সংখ্যা যোগ করা হয়, তাহলে সমন্বিত গড় কত?
(ক) 20 (খ) 24
(গ) 28 (ঘ) 32

সমাধান : 6টি সংখ্যার সমষ্টি $= (6 \times 25) = 150$
3টি সংখ্যার সমষ্টি $= (3 \times 22) = 66$
$\therefore$ 9টি সংখ্যার সমষ্টি $= 216$
$\therefore$ 9টি সংখ্যার গড় $= \frac{216}{9} = 24$
উত্তর : (খ)

Case – 2 : জ্যামিতিক/গুণোত্তর/গুণিতক গড় (Geometric Mean)

❑ জ্যামিতিক গড় বা গুণোত্তর গড় **(Geometric Mean):** কোনো চলকের n সংখ্যক অশূন্য ধনাত্মক মানগুলোর গুণফলের n তম মূল হচ্ছে ঐ মানগুলোর জ্যামিতিক গড়।

ধরা যাক, x চলকের n সংখ্যক মান $x_1, x_2, x_3 \dots \dots x_n$ । এদের সবাই ধনাত্মক এবং কোনোটিই শূন্য নয়।

এক্ষেত্রে জ্যামিতিক গড়, $G.M = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \dots \dots x_n}$
$= (x_1 . x_2 . x_3 \dots \dots x_n)^{\frac{1}{n}}$

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি? [৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ক) ৪৫ (খ) ১২৯৩
(গ) ৩৬ (ঘ) 8

সমাধান: আমরা জানি,
গুণোত্তর গড় $= \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \dots \dots x_n}$
তাহলে ১৮ ও ৭২ সংখ্যা দুইটির গুণোত্তর গড়
$= \sqrt{১৮ \times ৭২} = \sqrt{৯ \times ২ \times ৩৬ \times ২}$
$= \sqrt{৯ \times ৩৬ \times ৪} = ৩ \times ৬ \times ২ = ৩৬$
উত্তর: (গ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৯, ২৭ এবং ২৪ এর গুণোত্তর গড় কোনটি?
(ক) ১৯৪৪ (খ) ২০
(গ) ১৮ (ঘ) ৯

সমাধান: আমরা জানি, গুণোত্তর গড় $= \sqrt[n]{x_1 . x_2 \dots x_n}$
তাহলে ৯, ২৭ ও ২৪ সংখ্যা তিনটির গুণোত্তর গড়
$= \sqrt[3]{৯ \times ২৭ \times ২৪} = \sqrt[3]{৯ \times ২৭ \times ৩ \times ৮}$
$= \sqrt[3]{২৭ \times ২৭ \times ৮} = \sqrt[3]{৩^৩ \times ৩^৩ \times ২^৩}$
$= \sqrt[3]{(৩ \times ৩ \times ২)^৩} = ১৮$
উত্তর: (গ)

০২। x ও 8 এর গুণোত্তর গড় $8\sqrt{7}$ হলে, x -এর মান কত?
(ক) $\sqrt{7}$ (খ) 56
(গ) 8 (ঘ) $64\sqrt{7}$

সমাধান: গুণোত্তর গড়ের সূত্রমতে, $\sqrt{x \times 8} = 8\sqrt{7}$
$\Rightarrow x \times 8 = (8\sqrt{7})^2 \Rightarrow x = \frac{8 \times 8 \times 7}{8} \quad \therefore x = 56$
উত্তর: (খ)

০৩। 8 ও x এর গাণিতিক গড় ও জ্যামিতিক গড়ের অনুপাত 5 : 4 হলে, x -এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 4 (খ) 8
(গ) 16 (ঘ) 32

সমাধান: শর্তমতে, $\frac{\frac{8+x}{2}}{\sqrt{8 \times x}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{8+x}{2} = \frac{5}{4} \times \sqrt{8 \times x}$
$\Rightarrow \frac{8+x}{2} = \frac{5}{4} \times 2\sqrt{2x} \Rightarrow \frac{8+x}{2} = \frac{5}{2} \times \sqrt{2x}$
$\Rightarrow 8 + x = 5\sqrt{2x} \Rightarrow 64 + 16x + x^2 = 50x$
$\Rightarrow x^2 - 34x + 64 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 32x - 2x + 64 = 0$
$\Rightarrow x(x-32) - 2(x-32) = 0$
$\Rightarrow (x-32)(x-2) = 0 \quad \therefore x = 32, 2$
উত্তর: (ঘ)

০৪। কোন দুইটি সংখ্যার জ্যামিতিক গড় ও গাণিতিক গড় যথাক্রমে ৩০ ও ৩৪?
(ক) ১৮, ৫০ (খ) ৩০, ৩৮
(গ) ২৬, ৪২ (ঘ) ২৫, ৪৩

সমাধান: মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y
শর্তমতে, $\sqrt{x \times y} = ৩০$ .....(i)
এবং $\frac{x+y}{2} = ৩৪$ .....(ii)
(ii) নং হতে পাই, $\frac{x+y}{2} = ৩৪ \quad \therefore x = ৬৮ - y$

x -এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$\sqrt{(৬৮ - y)y} = ৩০$

$\Rightarrow ৬৮y - y^2 = ৯০০$

$\Rightarrow y^2 - ৬৮y + ৯০০ = ০$

$\Rightarrow y^2 - ৫০y - ১৮y + ৯০০ = ০$

$\Rightarrow y(y - ৫০) - ১৮(y - ৫০) = ০$

$\Rightarrow (y - ৫০)(y - ১৮) = ০$

$\therefore y = ১৮$ বা ৫০

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

যখন, $y = ১৮$ আবার যখন, $y = ৫০$

$\therefore x = ৬৮ - ১৮ = ৫০$ $\therefore x = ৬৮ - ৫০ = ১৮$

সুতরাং সংখ্যা দুইটি ১৮ এবং ৫০

উত্তর: (ক)

Case – 3 : তরঙ্গ গড়(Harmonic Mean)

❑ **তরঙ্গ গড়(Harmonic Mean):** তথ্যমান সমূহের উল্টন সংখ্যা বা উল্টন মানগুলোর গাণিতিক গড়ের উল্টনকে তরঙ্গ গড় বলে।

যদি $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ একটি চলকের n সংখ্যক তথ্যমান হয় তাহলে $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \ldots\ldots, \frac{1}{x_n}$ যথাক্রমে এদের উল্টন মানগুলোর গাণিতিক গড় হলো $\frac{1}{n}\left[\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right]$

সুতরাং তরঙ্গ গড় $= \frac{1}{\frac{1}{n}\left[\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right]} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 2 এবং 4 এর তরঙ্গ গড়-

(ক) 2.67 (খ) 3

(গ) 2.83 (ঘ) 4

সমাধান : আমরা জানি, তরঙ্গ গড় $= \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

তাহলে, ২ এবং ৪ এর তরঙ্গ গড় $= \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$

$= 2 \times \frac{4}{2+1} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3} = 2.67$

উত্তর: (ক)

০২। 2, 5 ও 6 এর হারমোনিক গড় কত?

(ক) 4.33 (খ) 3.91

(গ) 3.61 (ঘ) 3.46

সমাধান : আমরা জানি,

তরঙ্গ বা হারমোনিক গড় $= \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

তাহলে, 2, 5 ও 6 এর হারমোনিক গড় $= \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}}$

$= 3 \times \frac{30}{26} = \frac{90}{26} = 3.46$

উত্তর: (ঘ)

Type-02 : গড় সম্পর্কিত বিশেষ সমস্যাবলি

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান

০১। 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 70। এদের মধ্যে 60 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 75 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 55.5 (খ) 60.5

(গ) 65.5 (ঘ) 62.5

সমাধান : সকল শিক্ষার্থীর মোট নম্বর $= 100 \times 70 = 7000$

60 জন ছাত্রীর মোট নম্বর $= 60 \times 75 = 4500$

$\therefore$ 40 জন ছাত্রের মোট নম্বর $= 7000 - 4500 = 2500$

$\therefore$ ছাত্রদের নম্বরের গড় $= \frac{2500}{40} = \frac{250}{4} = 62.5$।

উত্তর : (ঘ)

০২। তিন সদস্যের একটি বিতর্ক দলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোনো সদস্যের বয়সই ২১ বছরের নিচে না হয় তবে তাদের কোনো একজনের সর্বোচ্চ বয়স কত হতে পারে? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ২৫ বছর (খ) ৩০ বছর

(গ) ২৮ বছর (ঘ) ৩২ বছর

সমাধান : তিন জনের গড় বয়স ২৪ বছর। অতএব, তিন জনের মোট বয়স $= ২৪ \times ৩ = ৭২$ বছর

সর্বনিম্ন বয়স ২১ বছর হলে সর্বোচ্চ বয়সের একজন বাদে বাকি দুই জনের বয়স $= ২১ \times ২ = ৪২$ বছর

অতএব এক্ষেত্রে একজন ব্যক্তির সর্বোচ্চ বয়স হতে পারে $= (৭২ - ৪২) = ৩০$ বছর

উত্তর : (খ)

০৩। পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৭ বছর। আবার পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৫ বছর। মাতার বয়স কত? [২৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৩৮ বছর (খ) ৪১ বছর

(গ) ৪৫ বছর (ঘ) ৪৮ বছর

সমাধান : পিতা, মাতা ও পুত্রের মোট বয়স $= (৩৭ \times ৩) = ১১১$ বছর।

পিতা ও পুত্রের মোট বয়স $= (৩৫ \times ২)$ বছর $= ৭০$ বছর।

$\therefore$ মাতার বয়স $= (১১১ - ৭০)$ বছর $= ৪১$ বছর।

উত্তর : (খ)

০৪। পিতা ও মাতার বয়সের গড় ৪৫ বছর। আবার পিতা, মাতা ও এক পুত্রের বয়সের গড় ৩৬ বছর। পুত্রের বয়স- [২৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৯ বছর (খ) ১৪ বছর

(গ) ১৫ বছর (ঘ) ১৮ বছর

সমাধান : পিতা + মাতা + পুত্রের বয়স $= ৩৬ \times ৩ = ১০৮$ বছর

পিতা + মাতার বয়স $= ৪৫ \times ২ = ৯০$ বছর

$\therefore$ পুত্রের বয়স $= (১০৮ - ৯০) = ১৮$ বছর

উত্তর : (ঘ)

০৫। একজন শ্রমিক প্রতিদিন প্রথম ৮ ঘণ্টা কাজের জন্য ঘণ্টায় ১০ টাকা করে এবং পরবর্তী সময়ের ঘণ্টায় ১৫ টাকা করে মজুরি পায়। দৈনিক ১০ ঘণ্টা কাজ করলে তার ঘণ্টাপ্রতি গড় মজুরি কত? [২৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি(বাতিল)]

(ক) ১১ টাকা (খ) ১২ টাকা
(গ) ১২.৫০ টাকা (ঘ) ১৩ টাকা

সমাধান : এখানে, প্রথম ৮ ঘণ্টায় পায় = ৮ × ১০ = ৮০ টাকা
পরবর্তী ২ ঘণ্টায় পায় = ২ × ১৫ = ৩০ টাকা
∴ ১০ ঘণ্টায় পায় = ১১০ টাকা
∴ ১ ঘণ্টায় পায় $= \frac{১১০}{১০} = ১১$ টাকা।
উত্তর : (ক)

০৬। ১০টি সংখ্যার যোগফল ৪৬২। এদের প্রথম ৪টির গড় ৫২ এবং শেষের ৫টির গড় ৩৮। পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
[১১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ৬০ (খ) ৬৪
(গ) ৬২ (ঘ) ৫০

সমাধান : প্রথম ৪টি সংখ্যার গড় ৫২
∴ প্রথম ৪টি সংখ্যার সমষ্টি = ৫২ × ৪ = ২০৮
শেষের ৫টি সংখ্যার গড় ৩৮
∴ শেষের ৫টি সংখ্যার সমষ্টি = ৩৮ × ৫ = ১৯০
∴ ৯টি সংখ্যার সমষ্টি = (২০৮ + ১৯০) = ৩৯৮
∴ ৫ম সংখ্যাটি = (৪৬২ − ৩৯৮) = ৬৪
উত্তর : (খ)

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যার গড় 25। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যার গড় 30 হলে, তৃতীয় সংখ্যাটি কত?

(ক) 25 (খ) 40
(গ) 90 (ঘ) 50

সমাধান : ১ম, ২য় ও ৩য় সংখ্যার সমষ্টি = 3 × 30 = 90
১ম ও ২য় " = 2 × 25 = 50
(−) করে ∴ ৩য় সংখ্যা = 40
উত্তর : (খ)

০২। একজন ছাত্র বাংলায় 65 এবং ইংলিশে 80 নম্বর পেল। সে অঙ্ক পরীক্ষায় কত পেলে এই তিন বিষয়ে তার গড় নম্বর 75 হবে?

(ক) 70 (খ) 80
(গ) 85 (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, অঙ্ক পরীক্ষায় x নম্বর পেতে হবে
$\therefore \frac{65 + 80 + x}{3} = 75$
$\Rightarrow 145 + x = 225$
$\Rightarrow x = 225 - 145$
$\therefore x = 80$
উত্তর : (খ)

০৩। পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি 60 বছর। মাতার বয়স পুত্রের বয়স অপেক্ষা 20 বছর বেশি। পিতা ও মাতার গড় বয়স কত?

(ক) 60 বছর (খ) 40 বছর
(গ) 30 বছর (ঘ) 20 বছর

সমাধান : ধরি, পুত্রের বয়স x বছর; মাতার বয়স (x + 20) বছর
এবং পিতার বয়স = (60 − x) বছর
∴ পিতা ও মাতার বয়স = x + 20 + 60 − x = 80 বছর
∴ পিতা ও মাতার বয়সের গড় $= \frac{80}{2} = 40$ বছর
উত্তর : (খ)

০৪। একজন ক্রিকেটারের 10 ইনিংসের রানের গড় 45.5। 11তম ইনিংসে কত রান করে আউট হলে সব ইনিংস মিলিয়ে তার রানের গড় 50 হবে?

(ক) 55 রান (খ) 45 রান
(গ) 100 রান (ঘ) 95 রান

সমাধান : 10 ইনিংসের গড় রান 45.5
∴ 10 ইনিংসের মোট রান = (45.5 × 10) = 455
আবার, 11 ইনিংসের মোট রান = (11 × 50) = 550
∴ 11তম ইনিংসের রান = (550 − 455) = 95
উত্তর : (ঘ)

০৫। 7টি সংখ্যার গড় 40 এবং অপর 3টি সংখ্যার গড় 21। সমষ্টিগতভাবে তাদের গড় কত?

(ক) 37.3 (খ) 33.3
(গ) 34.3 (ঘ) 32.3

সমাধান : 7টি সংখ্যার গড় 40
∴ 7টি সংখ্যার সমষ্টি (7 × 40) = 280
আবার, 3টি সংখ্যার গড় 21
∴ 3টি সংখ্যার সমষ্টি (3 × 21) = 63
সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = (280 + 63) = 343
∴ 10টি সংখ্যার গড় $= \frac{343}{10} = 34.3$
উত্তর : (গ)

০৬। 10টি সংখ্যার যোগফল 462। এদের প্রথম 4টির গড় 50 এবং শেষ 5টির গড় 40 হলে পঞ্চম সংখ্যাটি কত?

(ক) 65 (খ) 64
(গ) 58 (ঘ) 62

সমাধান : প্রথম চারটির সমষ্টি = 4 × 50 = 200
শেষ পাঁচটির সমষ্টি = 5 × 40 = 200
∴ প্রথম চারটি ও শেষ পাঁচটির সমষ্টি (200 + 200) = 400
∴ পঞ্চম সংখ্যাটি (462 − 400) = 62।
উত্তর : (ঘ)

০৭। 8 জনের একটি দলে 65 কেজি ওজনের একজনের পরিবর্তে নতুন একজন যোগ দেয়ায় তাদের গড় ওজন 2.5 কেজি বেড়ে যায়। নতুন ব্যক্তির ওজন কত কেজি?

(ক) 45 (খ) 76

(গ) 80 (ঘ) 85

সমাধান : ধরি, 7 জনের ওজনের সমষ্টি x কেজি

এবং নতুন ব্যক্তির ওজন p কেজি

$\therefore \frac{x+65}{8} + 2.5 = \frac{x+p}{8} \Rightarrow x + 65 + 20 = x + p$

$\Rightarrow p = 85 + x - x \ \therefore p = 85$

উত্তর : (ঘ)

০৮। একটি দলের 6 জন লোকের গড় ওজন 75 কেজি। যদি 50 কেজির একজন লোক দলটি ছেড়ে চলে যান, তাহলে অবশিষ্ট লোকদের গড় ওজন কত?

(ক) 60 (খ) 70

(গ) 75 (ঘ) 80

সমাধান : 6 জনের মোট ওজন = (75 × 6) কেজি = 450 কেজি

50 কেজির একজন চলে যাওয়ার মোট ওজনের সমষ্টি = (450 − 50) কেজি = 400 কেজি

∴ বাকি 5 জনের গড় ওজন = $\frac{400}{5}$ কেজি = 80 কেজি।

উত্তর : (ঘ)

০৯। 50 টি পর্যবেক্ষণের গড় মান 36। কিন্তু পরে দেখা গেল যে একটি পর্যবেক্ষণ 48 এর স্থলে 23 নেয়া হয়েছে। সঠিক গড় হলো–

(ক) 35.2 (খ) 36.1

(গ) 36.5 (ঘ) 39.1

সমাধান : 50 টি পর্যবেক্ষণের গড় মান 36

∴ 50 টি পর্যবেক্ষণের মোট মান (36 × 50) = 1800

আবার, 48 এর স্থলে নেয়া হয়েছে 23

∴ কম নেয়া হয়েছে (48 − 23) = 25

∴ সঠিক মোট মান (1800 + 25) = 1825

∴ সঠিক গড় মান = $\frac{1825}{50}$ = 36.5

উত্তর : (গ)

১০। একজন শ্রমিকের 15 দিনের গড় পারিশ্রমিক 90 টাকা। তার প্রথম 7 দিনের গড় পারিশ্রমিক যদি 87 টাকা ও শেষ 7 দিনের গড় পারিশ্রমিক যদি 92 টাকা হয় তবে, তার অষ্টম দিনের পারিশ্রমিক কত?

(ক) 83 টাকা (খ) 90 টাকা

(গ) 92 টাকা (ঘ) 97 টাকা

সমাধান : 15 দিনের কাজের মোট বেতন,

= (15 × 90) = 1350 টাকা

১ম 7 দিন ও শেষ 7 দিনের কাজের মোট বেতন

(7 × 87 + 7 × 92) = 609 + 644 = 1253 টাকা

∴ অষ্টম দিনের কাজের বেতন,

= (1350 − 1253) টাকা = 97 টাকা

উত্তর : (ঘ)

১১। তিনটি সংখ্যার গড় x । যদি প্রথম 2টি সংখ্যার গড় y হয় এবং শেষ 2টি সংখ্যার গড় z হয়, তবে দ্বিতীয় সংখ্যাটি কত?

(ক) 2y + 2z + 3x (খ) 3x − y − z

(গ) 2y + 2z − 3x (ঘ) কোনোটিই নয়

সমাধান : ধরি, সংখ্যা তিনটি a, b ও c

$\therefore \frac{a+b+c}{3} = x \Rightarrow a + b + c = 3x$ .....(i)

আবার, $\frac{a+b}{2} = y \ \therefore a + b = 2y$ .....(ii)

এবং $\frac{b+c}{2} = z \therefore b + c = 2z$ .....(iii)

এখন, (ii) + (iii) $\Rightarrow a + b + b + c = 2y + 2z$

$\Rightarrow a + b + c + b = 2y + 2z$

$\Rightarrow b = 2y + 2z - (a + b + c)$

$\therefore b = 2y + 2z - 3x$ [(i) নং এর মান বসিয়ে]

উত্তর : (গ)

১২। কোনো শ্রেণিতে 10 জন ছাত্রের গড় উচ্চতা 5 ফুট 6 ইঞ্চি। এর মধ্যে 9 জন ছাত্রের গড় উচ্চতা 5 ফুট 5 ইঞ্চি হলে 10ম ছাত্রের উচ্চতা কত?

(ক) 5 ফুট 7 ইঞ্চি (খ) 6 ফুট 5 ইঞ্চি

(গ) 6 ফুট 3 ইঞ্চি (ঘ) 6 ফুট

সমাধান : 10 জন ছাত্রের মোট উচ্চতা,

= (5 ফুট 6 ইঞ্চি ×10) = 50 ফুট 60 ইঞ্চি

9 জন ছাত্রের মোট উচ্চতা,

= (5 ফুট 5 ইঞ্চি × 9) = 45 ফুট 45 ইঞ্চি

∴ 10ম ছাত্রের উচ্চতা,

= (50 ফুট 60 ইঞ্চি − 45 ফুট 45 ইঞ্চি)

= 5 ফুট 15 ইঞ্চি = 6 ফুট 3 ইঞ্চি [∵ 12 ইঞ্চি = 1 ফুট]

উত্তর : (গ)

Type-03 : মধ্যক নির্ণয়

অবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক: উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে (উর্ধ্বক্রমে বা নিম্নক্রমে) সাজালে, যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুইভাগে ভাগ করে, তাকে উপাত্তগুলোর মধ্যক বলা হয়।

→ উপাত্ত বিজোড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মধ্যপদের মান।

মধ্যক = $\left(\frac{n+১}{২}\right)$তম পদ; যখন n বিজোড়।

→ উপাত্ত জোড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মাঝখানের পদ দুইটির গড়।

মধ্যক = $\frac{\left(\frac{n}{২}\right)\text{তম পদ} + \left(\frac{n}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২}$; যখন n জোড়।

বিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক:

বিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m}$

যেখানে, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা, n = গণসংখ্যা,

F_C = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, h = শ্রেণিব্যাপ্তি

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ১০, ২, ৭, ৫, ২২, ১৭, ১৯, ২০, ২৩ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক–

(ক) ১০ (খ) ১৬

(গ) ১৭ (ঘ) ১৯

সমাধান : উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে পাই- ২, ৫, ৭, ১০, ১৭, ১৯, ২০, ২২, ২৩ [মোট ৯টি(বিজোড়) পদ]

যেহেতু উপাত্ত বিজোড় সংখ্যক,

সুতরাং মধ্যক $= \left(\frac{n+১}{২}\right)$তম পদ $= \left(\frac{৯+১}{২}\right) = ৫$তম পদ

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যক = ১৭।

উত্তর : (গ)

০২। ৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি?

(ক) ১৪ (খ) ১৬

(গ) ১৫ (ঘ) ৩০

সমাধান: প্রদত্ত উপাত্তগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই- ৮, ১০, ১৪, ১৬, ১৬, ২০। [মোট ৬টি(জোড় সংখ্যক) পদ]

আমরা জানি,

মধ্যক $= \frac{\left(\frac{n}{২}\right)\text{তম পদ} + \left(\frac{n}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২}$; যখন n জোড়।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{৬}{২}\text{তম পদ} + \left(\frac{৬}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২} = \frac{৩\text{তম পদ} + ৪\text{তম পদ}}{২}$

$= \frac{১৪+১৬}{২} = \frac{৩০}{২} = ১৫$।

উত্তর: (গ)

০৩। নিচে ৫০ জন ছাত্রের নম্বর বিন্যাস দেওয়া হলো। তাদের নম্বরের মধ্যক নির্ণয় করুন:

প্রাপ্ত নম্বর	৪০	৫০	৫৬	৬০	৬৮	৭০	৭৫
ছাত্র সংখ্যা	৮	১৩	১০	৮	৭	৩	১

(ক) ৫৬ (খ) ২৭

(গ) ১০ (ঘ) ১৩

সমাধান : অবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়ের ছক:

প্রাপ্ত নম্বর (সংখ্যা)	৪০	৫০	৫৬	৬০	৬৮	৭০	৭৫
ছাত্র সংখ্যা (ঘটন সংখ্যা)	৮	১৩	১০	৮	৭	৩	১
যোজিত ঘটন সংখ্যা	৮	২১	৩১	৩৯	৪৬	৪৯	৫০

এখানে, n = ৫০ (জোড় সংখ্যা)।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{\frac{৫০}{২}\text{তম ও } \left(\frac{৫০}{২}+১\right)\text{তম পদ দুটির যোগফল}}{২}$

$= \frac{২৫\text{তম ও ২৬তম পদ দুটির যোগফল}}{২} = \frac{৫৬+৫৬}{২} = ৫৬$

উত্তর : (ক)

০৪। 66 জন লোকের বয়সের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ-

বয়স	গণসংখ্যা
21-30	16
31-40	12
41-50	13
51-60	20
61-70	5

প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক কত?

(ক) 43.55 (খ) 45.5

(গ) 44.85 (ঘ) 41.25

সমাধান : বিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়ের ছক:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
21-30	16	16
31-40	12	28
41-50	13	41
51-60	20	61
61-70	5	66
	n = 66	

এখানে, n = 66;

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{66}{2} = 33$

সুতরাং 33তম পদের মান মধ্যক। 33তম পদটি (41-50) শ্রেণিতে অবস্থিত। অতএব, (41-50) শ্রেণিই মধ্যক শ্রেণি।

আমরা জানি, মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m}$

এখানে, $L = 41, n = 66, F_C = 28, f_m = 13, h = 10$

$\therefore$ মধ্যক $= 41 + (33 - 28) \times \frac{10}{13}$

$= 41 + 5 \times \frac{10}{13}$

$= 41 + 3.85$

$= 44.85$

উত্তর : (গ)

Type-04 : প্রচুরক নির্ণয়

→ অবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যে যে সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার থাকে, তাকে প্রচুরক বলা হয়।

→ বিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

যেখানে, L = প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা,

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা,

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

সম্ভাব্য প্রশ্ন ও সমাধান

০১। ৯, ১, ১২, ৩, ৮, ৯, ৩, ৮, ৩, ১, ১০, ৩, ৮ ও ১৪ সংখ্যাগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি?

(ক) ১ (খ) ৯

(গ) ৮ (ঘ) ৩

সমাধান : উপাত্তের মধ্যে যে সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার থাকে, তাকে প্রচুরক বলা হয়। এখানে, ১, ৯ আছে দুই বার। ৮ আছে তিন বার এবং ৩ আছে চার বার।

∴ ৩ আছে অধিকবার।

∴ নির্ণেয় প্রচুরক = ৩।

উত্তর : (ঘ)

০২। তিনটি সংখ্যার গড় ১০ । একটি সংখ্যা ১২ হলে, নিচের কোনটি একমাত্র প্রচুরক হতে পারে?

(ক) ৬ (খ) ৯

(গ) ১০ (ঘ) ১২

সমাধান: আমরা জানি, যে সংখ্যাটি বেশি থাকে সে সংখ্যাকে প্রচুরক বলা হয়।

এখানে, তিনটি সংখ্যার গড় = ১০

∴ তিনটি সংখ্যার সমষ্টি = ৩ × ১০ = ৩০

অপর দুটি সংখ্যার প্রত্যেকটি $= \frac{৩০ - ১২}{২} = \frac{১৮}{২} = ৯$

সুতরাং ৯ হতে পারে সম্ভাব্য একমাত্র প্রচুরক।

উত্তর: (খ)

০৩। ৪২, ৩১, ৪৫, ২৭, ৬০, ৬১, ৩৯, ৪১, ৩৫, ৫৮, ২৯, ৫৩, ৪৮, ৩৯, ৫২, ৩৮, ৪০, ৪৭, ২৮, ৫১, ৪৯,৭৮, ৯০, ৫২, ৪৮, ৩৬, ৫২, ৩৯, ৭১, ৬৪, ৩২, ৪৯, ৫৬, ৩৩, ৪৮, ৩৩, ২৫, ৩৭, ৪৮, ও ২৯।

উপরের 40 জন ছাত্রের বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো, উপাত্তগুলোর প্রচুরক কোনটি?

(ক) ৩৯ (খ) ৪৮

(গ) ৫২ (ঘ) ৩৩

সমাধান : উপাত্তগুলোকে উর্ধ্বক্রমে সুশৃঙ্খল বিন্যাসে নিচে সাজানো হলো: ২৫, ২৭, ২৮, ২৯, ২৯, ৩১, ৩৩, ৩৩, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৩৯,৩৯, ৪০, ৪১, ৪২, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৪৮, ৪৮, ৪৮, ৪৯, ৪৯, ৫১, ৫২, ৫২, ৫২, ৫৩, ৫৬, ৫৮, ৬০, ৬১, ৬৪, ৭১, ৭৮, ৯০।

এখানে ২৯ আছে ২ বার, ৩৩ আছে ২ বার, ৩৯ আছে ৩ বার, ৪৮ আছে ৪ বার, ৪৯ আছে ২ বার, ৫২ আছে ৩ বার এবং বাকি নম্বরগুলো ১ বার করে আছে। যেহেতু ৪৮ উপাত্তটি সর্বাধিক বার আছে, সেহেতু এটিই নির্ণেয় প্রচুরক।

উত্তর : (খ)

০৪। নিচের প্রদত্ত উপাত্ত থেকে প্রচুরক নির্ণয় করুন।

শ্রেণী	6-10	11-15	16-20	21-25
ঘটন সংখ্যা	4	10	15	20

(ক) 10 (খ) 22

(গ) 13 (ঘ) 40

সমাধান : প্রদত্ত সারণিতে বেশি সংখ্যক ঘটন সংখ্যা (21 − 25) শ্রেণিতে আছে। সুতরাং, প্রচুরক এই শ্রেণিতে অবস্থিত।

এখানে, $L = 21, f_1 = 20 - 15 = 5,$

$f_2 = 20 - 0 = 20$ এবং $d = 5$।

সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\therefore$ প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times d$

$= 21 + \frac{5}{5+20} \times 5$

$= 21 + \frac{25}{25}$

$= 21 + 1 = 22$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 22

উত্তর : (খ)

০৫। নিচের প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

দৈনিক সঞ্চয় (টাকায়)	শ্রমিকের সংখ্যা
25-30	7
31-36	21
37-42	47
43-48	62
49-54	37
55-60	16
61-66	5

(ক) 45.25 (খ) 39

(গ) 52.25 (ঘ) 47.25

সমাধান : প্রদত্ত সারণিতে বেশি সংখ্যক শ্রমিক আছে (43 − 48) শ্রেণিতে। সুতরাং, প্রচুরক এই শ্রেণিতে অবস্থিত।

এখানে, $L = 43, f_1 = 62 - 47 = 15,$

$f_2 = 62 - 37 = 25$ এবং $d = 6$

সূত্র প্রয়োগ করে পাই, প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1+f_2} \times d$

$= 43 + \frac{15}{15+25} \times 6$

$= 43 + \frac{90}{40}$

$= 43 + 2.25$

$= 45.25$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 45.25 টাকা

উত্তর : (ক)

প্র্যাক্‌টিস প্রবলেম

০১। উপাত্তসমূহের সর্বোচ্চ মান এবং সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য কোনটি?
(ক) প্রচুরক (খ) মধ্যমান
(গ) পরিসর (ঘ) শ্রেণি ব্যবধান

০২। P, Q রাশি দুটির গড় A_1 এবং X, Y রাশি দুটির গড় A_2; তাহলে P, Q, X, Y রাশি চারটির গড় কত?
(ক) $\frac{A_1(P+Q)+A_2(X+Y)}{4}$ (খ) $\frac{P+Q}{2}+\frac{x+y}{2}$
(গ) $\frac{A_1+A_2}{2}$ (ঘ) $\frac{A_1+A_2}{4}$

০৩। প্রথম দশটি স্বাভাবিক সংখ্যার গড়-
(ক) 5 (খ) 5.50
(গ) 10 (ঘ) 55.50

০৪। 8টি সংখ্যার গড় 14 এবং তাদের মধ্যে 6টি সংখ্যার গড় 16। তাহলে অবশিষ্ট 2টি নাম্বারের গড় কত?
(ক) 4 (খ) 8
(গ) 16 (ঘ) 6

০৫। 10টি সংখ্যার গড় 7। যদি প্রতিটি সংখ্যাকে 8 দ্বারা গুণ করা হয় তাহলে নতুন গড় কত হবে?
(ক) 45 (খ) 52
(গ) 56 (ঘ) 55

০৬। 6, 8, 10 এর গাণিতিক গড়, 7, 9 এবং কোন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের সমান?
(ক) 5 (খ) 8
(গ) 6 (ঘ) 10

০৭। এক ব্যক্তির বয়স তাঁর তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ। তাহলে পুত্রের গড় বয়স পিতার বয়সের কত অংশ?
(ক) $\frac{1}{2}$ অংশ (খ) $\frac{1}{3}$ অংশ
(গ) $\frac{2}{3}$ অংশ (ঘ) $\frac{1}{6}$ অংশ

০৮। পাঁচটি সংখ্যার গড় 46 এবং সংখ্যাগুলোর প্রথম চারটি সংখ্যার গড় 45। পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
(ক) 48 (খ) 49
(গ) 50 (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। 11, 12, 13, 14 এবং 15 এই সংখ্যাগুলোর গড় হবে-
(ক) 24 (খ) 13
(গ) 15 (ঘ) কোনোটিই না

১০। 'ক' ও 'খ' এর মানের গড় 9 এবং 'গ' এর মান 12 হলে 'ক', 'খ' ও 'গ' এর মানের গড় কত হবে?
(ক) 6 (খ) 9
(গ) 10 (ঘ) 12

১১। 24 জন ছাত্র এবং একজন শিক্ষকের বয়সের গড় 15 বছর। শিক্ষককে বাদ দিয়ে ছাত্রদের বয়সের গড় করলে গড় 1 বছর কমে যায়। শিক্ষকের বয়স কত?
(ক) 38 (খ) 40
(গ) 12 (ঘ) কোনোটিই নয়

১২। 7টি সংখ্যার গড় 12। একটি সংখ্যা বাতিল করলে গড় হয় 11। বাতিলকৃত সংখ্যাটি কত?
(ক) 10 (খ) 12
(গ) 15 (ঘ) 18

১৩। 3টি সংখ্যার গড় 33। দুইটি সংখ্যা 24 এবং 42 হলে অপর সংখ্যাটি কত?
(ক) 12 (খ) 22
(গ) 32 (ঘ) 33

১৪। 3 বছর আগে 5 সদস্য বিশিষ্ট পরিবারের সদস্যদের গড় বয়স ছিল 17 বছর। একজন নতুন শিশু জন্ম নেয়ায় বর্তমান গড় বয়স একই। শিশুটির বয়স কত?
(ক) 1 বছর (খ) 1 বছর 6 মাস
(গ) 2 বছর (ঘ) 3 বছর

১৫। তথ্য সারির মোট মানের সংখ্যা n বিজোড় হলে, মধ্যক কত?
(ক) $\frac{n}{2}$ তম পদ (খ) $\frac{n+2}{2}$ তম পদ
(গ) $\frac{n+1}{2}$ তম পদ (ঘ) $\frac{n+3}{2}$ তম পদ

১৬। 2, 7, 5, 4, 6 ও 10 সংখ্যাগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি?
(ক) 4 (খ) প্রচুরক নেই
(গ) 5.67 (ঘ) 5.50

১৭। একটি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?
(ক) শ্রেণির গণসংখ্যা (খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু
(গ) শ্রেণি সীমা (ঘ) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

১৮। 1 থেকে 100 পর্যন্ত উপাত্তকে 10টি শ্রেণিতে ভাগ করলে 8 নম্বর শ্রেণিটি নিচের কোনটি হবে?
(ক) 81 - 90 (খ) 71 – 80
(গ) 81 - 90 (ঘ) 91 – 100

১৯। 10টি সংখ্যার যোগফল 600। এদের প্রথম 4টির গড় 55 এবং শেষের 5টির গড় 65। পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
(ক) 65 (খ) 60
(গ) 55 (ঘ) কোনোটিই নয়

২০। পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়সের গড় 37 বছর। আবার পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় 35 বছর। মাতার বয়স কত?
(ক) 38 বছর (খ) 48 বছর
(গ) 41 বছর (ঘ) 45 বছর

উত্তরমালা									
০১	গ	০২	গ	০৩	খ	০৪	খ	০৫	গ
০৬	খ	০৭	ঘ	০৮	গ	০৯	খ	১০	গ
১১	ঘ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	গ	১৫	গ
১৬	খ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	গ	২০	গ

মডেল টেস্ট-০১

১। নিচের কোন ভগ্নাংশটি $\frac{৩}{৪}$ থেকে ছোট এবং $\frac{১}{৩}$ থেকে বড়?
(ক) $\frac{১}{৬}$ (খ) $\frac{১৭}{২৪}$
(গ) $\frac{৩৭}{৪৮}$ (ঘ) $\frac{১}{১২}$

০২। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩, ৪, ৫, ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ২, ৩, ৪ এবং ৫ অবশিষ্ট থাকে?
(ক) ৪৭ (খ) ৪৯
(গ) ৫৭ (ঘ) ৫৯

০৩। $16^{\frac{3}{4}} \div 16^{\frac{1}{2}}$ = কত?
(ক) 1 (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 2

০৪। $\frac{9^x-4}{3^x-2} - 2$ এর মান কত?
(ক) 3^x (খ) $3^x + 2$
(গ) $2^x - 2$ (ঘ) 2^x

০৫। $\angle A$ ও $\angle B$ পরস্পর সম্পূরক কোণ। $\angle A = 115°$ হলে, $\angle B$ = কত?
(ক) 75° (খ) 65°
(গ) 85° (ঘ) 90°

০৬। একটি ত্রিভূজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে. মি এবং ৭ সে. মি. হলে, তৃতীয় বাহু --------- হতে পারে না।
(ক) ৫ সে. মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট
(খ) ৮ সে. মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট
(গ) ৯ সে. মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট
(ঘ) ১৩ সে. মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট

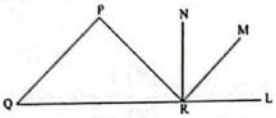
০৭। $x^2 + 7x + P$ এবং $x-5$ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে P এর মান কত হবে?
(ক) −300 (খ) −60
(গ) −100 (ঘ) 30

০৮। $\angle A$ ও $\angle B$ পরস্পর পূরককোণ এবং দুটির অনুপাত 3 : 2 হলে, $\angle A$ এর মান কত?
(ক) 36 (খ) 18
(গ) 54 (ঘ) 45

০৯। ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে, $\angle ACD$ এর সমান হবে-
(ক) $\angle A + \angle B - \angle C$ (খ) $\angle A + \angle B$
(গ) $\angle A - \angle B - \angle C$ (ঘ) $\angle A + \angle C$

১০। গণির বেতন ৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় তার বেতন ৬,০০০ টাকা বৃদ্ধি পেল। গণির বেতন আগে কত ছিল?
(ক) ১,২০,০০০ টাকা (খ) ১২,০০০ টাকা
(গ) ১,৩০,০০০ টাকা (ঘ) কোনটিই নয়

১১। কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৫০% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে-
(ক) ৫০% (খ) ১০০%
(গ) ১২৫% (ঘ) ১৫০%

১২। 

চিত্রে, $\angle PQR = 55°$, $\angle LRN = 90°$ এবং PQ∥RM, হলে, $\angle NRM$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 90° (খ) 55°
(গ) 55° (ঘ) 35°

১৩। একজন বিক্রেতা ১৭টি কলম ৭২০ টাকায় বিক্রি করে যে লোকসান করল তা ৫টি কলমের ক্রয়মূল্যের সমান। ৩টি কলমের ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৫২ (খ) ৫৪
(গ) ৬০ (ঘ) কোনটিই নয়

১৪। $x < y, z < 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $xy > yz$ (খ) $\frac{y}{z} > \frac{y}{x}$
(গ) $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$ (ঘ) $xz > yz$

১৫। বাস্তব সংখ্যায় $|2x - 3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান –
(ক) $1 < x < 2$ (খ) $x \leq 1$ অথবা $x \geq 2$
(গ) $1 \leq x \leq 2$ (ঘ) $-1 < x < 2$

১৬। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r কে বৃদ্ধি করে ব্যাসার্ধ (r + n) করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল 4 গুণ হয়। r এর মান কত?
(ক) $\frac{n}{2}$ (খ) n
(গ) 2n (ঘ) 3n

১৭। একটি মই এর এক প্রান্ত ভূমি থেকে 15 মিটার উঁচু ঘরের জানালা বরাবর পৌঁছায়। অপর প্রান্ত ঘর থেকে 8 মিটার দূরে থাকলে মই এর দৈর্ঘ্য কত?
(ক) 17 মিটার (খ) 18 মিটার
(গ) 19 মিটার (ঘ) 20 মিটার

১৮। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD, AB জ্যা-এর উপর লম্ব এবং AD = 5 সে. মি হলে, AB = কত?
(ক) 10 সে. মি (খ) 15 সে. মি
(গ) $7\frac{1}{2}$ সে. মি (ঘ) 4 সে. মি

১৯। নিচের কোনটি দ্যা মরগানের সূত্র?
(ক) $A \cup B = B \cup A$
(খ) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
(গ) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
(ঘ) $A \cap B' = A - B$

২০। ৩ সে.মি., ৪.৫ সে.মি., ৫.৫ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৮.৭৫ (খ) ৭.৫০
(গ) ৬.৭৫ (ঘ) ৭.৫৫

২১। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু, অপর বাহুর অর্ধেক। ভূমি ৮ ইঞ্চি হলে, ক্ষেত্রফল কত?
(ক) ৮ বর্গ ইঞ্চি (খ) ৪ বর্গ ইঞ্চি
(গ) ২ বর্গ ইঞ্চি (ঘ) ০ বর্গ ইঞ্চি

২২। i^{95} = কত?
(ক) 1 (খ) i
(গ) -1 (ঘ) $-i$

২৩। ৪০ জন শ্রমিক ১৫ দিনে ৪৫টি বেঞ্চ তৈরি করতে পারে, তাহলে ৩০ জন শ্রমিক ৮ দিনে কতটি বেঞ্চ তৈরী করতে পারবে?
(ক) ৩২ টি (খ) ৩৩ টি
(গ) ৩৬ টি (ঘ) ৩৭ টি

২৪। $\sqrt{-25} \times \sqrt{-4}$ = কত?
(ক) 10 (খ) $10i$
(গ) -10 (ঘ) $-10i$

২৫। একটি কাজ রনি ও বনি সম্পূর্ণ করতে পারে ১৫ ঘণ্টায়, বনি ও টনি কাজটি করে ১৮ ঘন্টায় এবং টনি ও রনি ঐ কাজটি সম্পূর্ণ করে ৩০ ঘণ্টায়। তাহলে এই তিনজন একত্রে কাজটি কত ঘণ্টায় করতে পারবে?
(ক) ১৪ ঘণ্টায় (খ) $১২\frac{২}{৭}$ ঘণ্টায়
(গ) $১২\frac{৬}{৭}$ ঘণ্টায় (ঘ) $১৪\frac{৬}{৭}$ ঘণ্টায়

২৬। যদি n একটি জোড় সংখ্যা হয় তবে নিচের কোনটি জোড় সংখ্যা হতে পারবে না?
(ক) n^2 (খ) $2n + 2$
(গ) $3(n-1) + 3$ (ঘ) $2n + 3$

২৭। $4^{x+1} = 32$ হলে, $x = ?$
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) 1
(গ) $\frac{3}{2}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

২৮। $\frac{2^{6x}}{2^6} + 2^6 = 64\frac{1}{64}$ হলে, x এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) 0

২৯। এক ডজন ডিমের বিক্রয়মূল্যে ২০ টি ডিম ক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?
(ক) $33\frac{1}{3}\%$ (খ) $66\frac{1}{3}\%$
(গ) $66\frac{2}{3}\%$ (ঘ) $33\frac{2}{3}\%$

৩০। $\log_{10}(.001)$ = কত?
(ক) 3 (খ) -3
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $-\frac{1}{3}$

৩১। $1 + 2 + 3 + \cdots\cdots\cdots\cdots + 50$ = কত?
(ক) 1225 (খ) 1250
(গ) 1275 (ঘ) 1375

৩২। 70 লিটার পেট্রোল অকটেন মিশ্রণে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত 5 : 2 । এই মিশ্রণে আর কত লিটার অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত 2 : 1 হবে।
(ক) 5 (খ) 7
(গ) 10 (ঘ) কোনটিই নয়

৩৩। কোন ধারার n-তম পদ $m^{2n} - 5$, ধারাটির ২য় পদ 76 হলে m-এর মান কত?
(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

৩৪। .০০০১ এর বর্গমূল কত?
(ক) .১ (খ) .০১
(গ) .০০১ (ঘ) ১

৩৫। $x+\frac{1}{x} = 2$ হলে $\frac{x}{x^2 - x + 1}$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 3
(গ) 2 (ঘ) 4

৩৬। $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 5$ হলে, P(A) এর সদস্য সংখ্যা কত?
(ক) 8 (খ) 5
(গ) 4 (ঘ) 3

৩৭। 8 টি বিভিন্ন রঙের ফুলকে একটি সরলরেখায় কতভাবে সাজানো যাবে?
(ক) 8 (খ) 64
(গ) 40,320 (ঘ) 80,640

৩৮। একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষা 6 সে. মি. বেশি। ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে. মি. হলে, এর উচ্চতা কত?
(ক) 27 সে. মি. (খ) 30 সে. মি.
(গ) 21 সে. মি. (ঘ) 20 সে. মি.

৩৯। বিশ্বকাপে প্রথম পর্বে 48 টি খেলা হয়েছে 8 টি গ্রুপে মোট কতটি দেশ বিশ্বকাপে অংশ গ্রহণ করেছে?
(ক) 33 টি (খ) 48 টি
(গ) 32 টি (ঘ) 51 টি

৪০। যদি $x + y + 4 = x - y - 12 = 0$ হয়, তবে $2x + y =$ কত?
(ক) 4 (খ) -8
(গ) -4 (ঘ) 0

৪১। 4 এবং 25 এর গুণোত্তর গড় কোনটি?
(ক) 14.5 (খ) 10
(গ) 100 (ঘ) 50

৪২। $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ হলে, A ও B ঘটনাদ্বয় কিরূপ?
(ক) স্বাধীন (খ) বর্জনশীল
(গ) অবর্জনীয় (ঘ) নির্ভরশীল

৪৩। তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের ৮ গুণ সংখ্যা তিনটির গড় কত?
(ক) ৪ (খ) ৮
(গ) ৫ (ঘ) ৭

৪৪। $\tan\theta = b$ হলে, $\sin 2\theta = ?$
(ক) $\frac{1+b^2}{1-b^2}$ (খ) $\frac{1-b^2}{1+b^2}$
(গ) $\frac{2b}{1+b^2}$ (ঘ) $\frac{2b}{1-b^2}$

৪৫। 18 মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণে তৈরি করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত?
(ক) 9 মিটার (খ) 10 মিটার
(গ) 12 মিটার (ঘ) 13 মিটার

৪৬। $\sqrt[m]{a^n}$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) a^{nm} (খ) $a^{\frac{n}{m}}$
(গ) $a^{\frac{m}{n}}$ (ঘ) $a^{-\frac{n}{m}}$

৪৭। $a^2 - 3a, a^2 - 9, a^2 - 4a + 3$ এর গ.সা.গু কত?
(ক) $a(a-3)$ (খ) $(a-3)$
(গ) $(a-1)(a-3)$ (ঘ) $a(a-1)(a-3)$

৪৮। নিচের কোনটির বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ হয় না?
(ক) বর্গ (খ) আয়ত
(গ) ট্রাপিজিয়াম (ঘ) রম্বস

৪৯। যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x}{x-2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) 4 (ঘ) অসংঙ্গায়িত

৫০। একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ 120° হলে, ঐ বৃত্তের পরিধিস্থ কোণ হবে –
(ক) 60° (খ) 30°
(গ) 120° (ঘ) 180°

উত্তরমালা

০১	খ	০২	ঘ	০৩	ঘ	০৪	ক	০৫	খ
০৬	ঘ	০৭	খ	০৮	গ	০৯	খ	১০	ক
১১	গ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	গ
১৬	খ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	গ	২০	গ
২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	গ
২৬	ঘ	২৭	গ	২৮	ঘ	২৯	গ	৩০	খ
৩১	গ	৩২	ক	৩৩	ক	৩৪	খ	৩৫	ক
৩৬	ক	৩৭	গ	৩৮	ক	৩৯	গ	৪০	ঘ
৪১	খ	৪২	গ	৪৩	গ	৪৪	গ	৪৫	ক
৪৬	খ	৪৭	খ	৪৮	ঘ	৪৯	গ	৫০	ক

মডেল টেস্ট-০২

০১। দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৬০ এবং গ.সা.গু ১০। একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দুই-তৃতীয়াংশ হলে ছোট সংখ্যাটি কত?
(ক) ২০ (খ) ৩০
(গ) ১০ (ঘ) ৪০

০২। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ১ যোগ করলে যোগফল ৩, ৬, ৯, ১২ ও ১৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?
(ক) ১৭৯ (খ) ৩৫৯
(গ) ৩৬১ (ঘ) ৭২১

০৩। নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা?
(ক) $\sqrt{.3}$ (খ) .3
(গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) $\frac{2}{5}$

০৪। -১ হতে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল ০ হবে?
(ক) ১ (খ) ২
(গ) -১ (ঘ) -২

০৫। $\sqrt{-12} \times \sqrt{-6} \times \sqrt{-2} =$ কত?
(ক) 12 (খ) -12
(গ) $-12i$ (ঘ) $12i$

০৬। পানিভর্তি একটি বালতির ওজন ১২ কেজি। বালতির অর্ধেক পানিভর্তি হলে তার ওজন দাঁড়ায় ৭ কেজি। খালি বালতির ওজন কত?
(ক) ৫ কেজি (খ) ৭ কেজি
(গ) ২ কেজি (ঘ) ১ কেজি

০৭। দুই বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলে আসা-যাওয়ার সময়ের অনুপাত ২:৩। ১ম বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলের দূরত্ব ৫ কি.মি. হলে, দ্বিতীয় বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলের দূরত্ব কত?
(ক) $৭\frac{১}{২}$ (খ) $৯\frac{১}{২}$
(গ) $২\frac{৩}{৮}$ (ঘ) $৩\frac{৩}{৮}$

০৮। 90 কোন সংখ্যাটির 75%?
(ক) 120 (খ) 125
(গ) 150 (ঘ) 275

০৯। ফেব্রুয়ারিতে একটি পণ্যের মূল্য জানুয়ারির মূল্যের চেয়ে ২০% বাড়ানো হলো। মার্চে ঐ পণ্যের মূল্য ফেব্রুয়ারির মূল্যের চেয়ে আরো ১৫% বাড়ানো হলো, মার্চে ঐ পণ্যের মূল্য জানুয়ারির মূল্যের তুলনায় কত বৃদ্ধি পেলো?
(ক) ৩৫% (খ) ৩৮%
(গ) ৪২% (ঘ) ৪৫%

১০। একটি ঘড়ি ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হতো। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ৩০০ টাকা (খ) ৪০০ টাকা
(গ) ৩৫০ টাকা (ঘ) ৩৭৫ টাকা

১১। এক ব্যক্তি ২০% সরল সুদে ৭০০ টাকা এবং ১০% সুদে ৫০০ টাকা বিনিয়োগ করলে এক বছর পর তিনি সুদ পাবেন?
(ক) ১৫০ টাকা (খ) ১৯০ টাকা
(গ) ২২৫ টাকা (ঘ) ২৯০ টাকা

১২ শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন মূলধন 10 বছরে সুদে-মূলে তিনগুণ হবে?
(ক) 10% (খ) 15%
(গ) 12% (ঘ) 20%

১৩। $x-2y=3$ হলে, x^3-8y^3-18xy এর মান কত?
(ক) 25 (খ) 18
(গ) 23 (ঘ) 27

১৪। $x^2-\sqrt{2}x+1=0$ হলে, $\frac{x^{12}+1}{x^6}$ এর মান কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) 2

১৫। x^2-y^2 , x^3-y^3 , $x^4+x^2y^2+y^4$ রাশিগুলোর গ.সা.গু কত?
(ক) $x+y$ (খ) $x-y$
(গ) 0 (ঘ) 1

১৬। একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর এক বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে, বর্গক্ষেত্রের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?
(ক) 1:2 (খ) 2:1
(গ) 1:4 (ঘ) 4:1

১৭। কোন সংখ্যার 40% এর সাথে 42 যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যাটিই হবে?
(ক) 70 (খ) 80
(গ) 90 (ঘ) 75

১৮। একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্জে 5 জন করে ছাত্র বসলে 5 খানা বেঞ্জ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্জে 3 জন করে বসলে 7 জন ছাত্র দাড়িয়ে থাকে ঐ শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত?
(ক) 85 (খ) 75
(গ) 65 (ঘ) 55

১৯। একটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সাথে সংখ্যাটি যোগ করলে তা পরবর্তী সংখ্যার নয় গুণের সমান। সংখ্যাটি কত?
(ক) 7 (খ) 8
(গ) 9 (ঘ) 10

২০। যদি $x>0$, $y>0$ এবং $\frac{x}{1}>\frac{1}{y}$ হয়, তবে x এবং y এর মধ্যে কি ধরণের সম্পর্ক বিদ্যামান?
(ক) $x>y$ (খ) $x<y$
(গ) $x=y$ (ঘ) কোনটিই নয়

২১। অসমতা $|5-2x|\geq 4$ এর সমাধান সেট-
(ক) $\left[\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right]$ (খ) $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{9}{2},\infty\right)$
(গ) $\left[\infty,\frac{1}{2}\right]$ (ঘ) $\left[\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right]\cup\left[\frac{27}{2},\infty\right)$

২২। যদি $f(x)=x^3+9x^2-3x-6$ হয়, তবে $f(-2)=$ কত?
(ক) 28 (খ) -44
(গ) 32 (ঘ) 26

২৩। $9^x+9^x+9^x=$ কত?
(ক) 27^x (খ) 3^{2x+1}
(গ) 9^{3x} (ঘ) $3x^3$

২৪। $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{x^3}}}=$ কত?
(ক) $x^{\frac{1}{2}}$ (খ) $x^{\frac{1}{3}}$
(গ) $x^{\frac{2}{3}}$ (ঘ) $x^{\frac{3}{2}}$

২৫। যদি $3^{x+2}=243$ হয়, তবে 3^{x-2} তার মান-
(ক) 2 (খ) 3
(গ) 0 (ঘ) 1

২৬। $\log_5\sqrt[3]{5\sqrt{5}}=$ কত?
(ক) 1 (খ) $\frac{1}{5}$
(গ) $\frac{5}{6}$ (ঘ) $\frac{6}{5}$

২৭। $\log_x\frac{1}{81}=-4$ হলে, x এর মান কত?
(ক) 3 (খ) $-\frac{1}{4}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) 4

২৮। একটি পরীক্ষাগারে ১ম দিনে ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা ছিল মাত্র ২টি। যদি প্রতিদিন ৩টি করে ব্যাকটেরিয়া বৃদ্ধি পায় তবে ১০০তম দিনে ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা কত হবে?
(ক) ১৯৯ (খ) ২৯৯
(গ) ৩০২ (ঘ) ৩৯৯

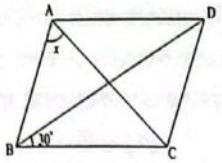
২৯। একটি ধারার ১ম সংখ্যাটি ২ এবং এরপরের প্রতিটি সংখ্যা ঠিক আগের সংখ্যা থেকে ৪ বেশি হলে, ধারার ২০২তম সংখ্যাটি কত?
(ক) ৭৯৪ (খ) ৮০৪
(গ) ৮০৬ (ঘ) ৭০৪

৩০। একটি সরলরেখার সাথে আর একটি রেখাংশ মিলিত হয়ে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি কত হবে?
(ক) ১৬০ (খ) ১৮০
(গ) ৯০ (ঘ) ১২০

৩১। ABC ত্রিভুজে AB = AC, BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B=48°$ হলে, $\angle EAF+\angle AFE=$ কত?
(ক) 132° ডিগ্রি (খ) 180° ডিগ্রি
(গ) 160° ডিগ্রি (ঘ) 80° ডিগ্রি

৩২। ABC ত্রিভুজে $\angle B=6x$ ডিগ্রি, $\angle C=5x$ ডিগ্রি, $\angle A=y$ ডিগ্রি এবং $6\angle A=7\angle B$ হলে, y এর মান হবে?
(ক) 90 (খ) 80
(গ) 70 (ঘ) 60

৩৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। অপর বাহুদ্বয়ের একটি অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত-
(ক) 3 : 4 (খ) 1 : 2
(গ) 3 : 5 (ঘ) 2 : 1

৩৪। 

চিত্রে AB = BC = CD = AD হলে, ∠xএর মান কত?
(ক) 30° (খ) 45°
(গ) 60° (ঘ) 75°

৩৫। একটি ষষ্ঠভুজের সমষ্টি-
(ক) 4 সমকোণ (খ) 6 সমকোণ
(গ) 8 সমকোণ (ঘ) 10 সমকোণ

৩৬। একটি ত্রিভুজ এবং একটি বৃত্ত ন্যূনতম কয়টি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে?
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

৩৭। একটি চাকার পরিধি 8 ফুট। 1 কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে চাকাটি কতবার ঘুরবে?
(ক) 500 (খ) 420
(গ) 410 (ঘ) 460

৩৮। একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 9 সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত সে.মি.?
(ক) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (খ) $2\sqrt{3}$
(গ) $4\sqrt{3}$ (ঘ) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

৩৯। ২ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের অভ্যন্তরে অন্তঃবৃত্ত অঙ্কিত হলো। বৃত্ত দ্বারা বর্গের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
(ক) $\pi - 4$ (খ) $4 - \pi^2$
(গ) $4 - \pi$ (ঘ) $2 - \pi$

৪০। $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $\sin\theta = \frac{b}{a^2+b^2}$ (খ) $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$
(গ) $\sec\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ (ঘ) $cosec\,\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$

৪১। একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য কত মিটার?
(ক) 8 মিটার (খ) $8\sqrt{3}$ মিটার
(গ) $6\sqrt{3}$ মিটার (ঘ) 16 মিটার

৪২। দুইটি সেট যদি নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা হয়-
$X = \{x: x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0\}$ এবং
$Y = \{x: x \in R;\ x, 3$ দ্বারা বিভাজ্য$\}$ তাহলে $X \cap Y$ = কত?
(ক) {1} (খ) 0
(গ) { } (ঘ) {1, 3}

৪৩। যদি A এবং B দুইটি সেট হয়, তবে $A \cap (A \cup B) = A \cup (A \cap B)$ = কত?
(ক) $A \cup B$ (খ) $A \cap B$
(গ) A (ঘ) B

৪৪। Vowel গুলোকে পাশাপাশি না রেখে BIOCHEM শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত উপায়ে সাজানো যায়?
(ক) 2880 (খ) 4320
(গ) 2400 (ঘ) 3240

৪৫। ${}^nC_{12} = {}^nC_8$ হলে, ${}^{22}C_n$ এর মান কত?
(ক) 228 (খ) 229
(গ) 230 (ঘ) 231

৪৬। ৭টি সংখ্যার গড় ১২। একটি সংখ্যা বাতিল করলে গড় হয় ১১। বাতিলকৃত সংখ্যাটি কত?
(ক) 10 (খ) 12
(গ) 15 (ঘ) 18

৪৭। R = {x : x, 4 এর গুণিতক এবং $x \le 16$} সেটটির তালিকায় প্রকাশিত রূপ কোনটি?
(ক) {1, 2, 4} (খ) {4, 8, 12}
(গ) {0, 4, 8, 12, 16} (ঘ) {4, 8, 12, 16}

৪৮। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফলের শতকরা কত পরিবর্তন হয়?
(ক) ১০% বৃদ্ধি (খ) ৮% বৃদ্ধি
(গ) ১২% বৃদ্ধি (ঘ) ৮% হ্রাস

৪৯। ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুর নাম কি?
(ক) পরিকেন্দ্র (খ) ভরকেন্দ্র
(গ) অন্তকেন্দ্র (ঘ) লম্বকেন্দ্র

৫০। ক একটি কাজে ১০ দিনে করতে পারে এবং খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করার পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ একা আর কত দিনে করতে পারবে?
(ক) ২ (খ) ৩
(গ) ৪ (ঘ) ৫

উত্তরমালা

০১	ক	০২	ক	০৩	খ	০৪	গ	০৫	গ
০৬	গ	০৭	ক	০৮	ক	০৯	খ	১০	ক
১১	খ	১২	ঘ	১৩	ঘ	১৪	ক	১৫	ঘ
১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ঘ
২১	খ	২২	ক	২৩	খ	২৪	খ	২৫	খ
২৬	গ	২৭	ক	২৮	খ	২৯	গ	৩০	খ
৩১	ক	৩২	গ	৩৩	ক	৩৪	গ	৩৫	গ
৩৬	খ	৩৭	গ	৩৮	ক	৩৯	গ	৪০	ঘ
৪১	ক	৪২	গ	৪৩	গ	৪৪	খ	৪৫	ঘ
৪৬	ঘ	৪৭	ঘ	৪৮	খ	৪৯	খ	৫০	ঘ

মডেল টেস্ট-০৩

০১। নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা?
(ক) $\sqrt{12}$ (খ) $\sqrt{18}$
(গ) $\sqrt{8}$ (ঘ) $\sqrt{36}$

০২। ১২টি ডিমের বিক্রয়মূল্য ১৫টি ডিমের ক্রয়মূল্যের সমান হলে, শতকরা কত লাভ হবে?
(ক) ২০% (খ) ১৫%
(গ) ৩০% (ঘ) ২৫%

০৩। দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল তাদের যোগফলের $\frac{১}{৩}$ অংশ। সংখ্যা দুটির অনুপাত কত?
(ক) ৩ : ১ (খ) ২ : ৩
(গ) ১ : ৪ (ঘ) ২ : ১

০৪। $i^9 + i^{19}$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) −2

০৫। $2^{40} + 2^{40} + 2^{40} + 2^{40} = ?$
(ক) 2^{160} (খ) 8^{40}
(গ) 2^{42} (ঘ) 2^{44}

০৬। $(16)^{.16} \times (16)^{.04} \times 2^{-2} = ?$
(ক) 1 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) 16

০৭। $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?
(ক) 1 (খ) 3
(গ) 5 (ঘ) 9

০৮। $\log_x 324 = 4$
(ক) 4 (খ) $3\sqrt{2}$
(গ) $2\sqrt{3}$ (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। ১৫, ৬০ এর জ্যামিতিক গড় কোনটি?
(ক) ৪৫০ (খ) ৩০
(গ) ৩৭.৫ (ঘ) ৮.৬৬

১০। 10টি সংখ্যার গড় 7। যদি প্রতিটি সংখ্যাকে 8 দ্বারা গুণ করা হয় তাহলে নতুন গড় কত হবে?
(ক) 45 (খ) 52
(গ) 56 (ঘ) 55

১১। 2, 5 ও 6 এর হারমোনিক গড় কত?
(ক) 4.33 (খ) 3.91
(গ) 3.61 (ঘ) 3.46

১২। একাব্বর একটি রিক্সা ৬,০০০ টাকায় খরিদ করে ২০% লাভে নিকাব্বরের কাছে বিক্রি করে। নিকাব্বর ২০% লাভে নিয়ামতের কাছে এবং নিয়ামত ২০% লাভে লিয়াকতের কাছে বিক্রয় করলেন, লিয়াকতের ক্রয়মূল্য কত?
(ক) ১০,০০০ টাকা (খ) ১২,০০০ টাকা
(গ) ১০,৩৬৮ টাকা (ঘ) ১০,৩৬৮ টাকা

১৩। একটি প্যাকেটে ৫২০ টি মার্বেল আছে। এতে কমপক্ষে আরো কত গুলো মার্বেল যোগ করা হলে সেগুলো ৩, ৪ অথবা ৬ জন ছাত্রের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে?
(ক) ৪ টি (খ) ৬ টি
(গ) ৮ টি (ঘ) ১২ টি

১৪। সবচেয়ে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা কোনটি?
(ক) $\frac{১}{১০}$ (খ) $\frac{১}{১৫}$
(গ) $\frac{১}{১৬}$ (ঘ) $\frac{১}{১২}$

১৫। $(৩\sqrt{৩})^৩ =$ কত?
(ক) $২৭\sqrt{৩}$ (খ) $৮১\sqrt{৩}$
(গ) ৮১ (ঘ) $৯\sqrt{৩}$

১৬। একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ৩৫ পয়সা বেশি চাঁদা দেয়াতে মোট ৬৫ টাকা উঠল, ঐ শ্রেণিতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?
(ক) ৬০ (খ) ৬৩
(গ) ৬৫ (ঘ) ৭০

১৭। এক-দশমাংশ এবং এক সহস্রাংশ এর গড় কত?
(ক) .৫০৫ (খ) ৫০৫
(গ) .০০৫০৫ (ঘ) .০৫০৫

১৮। গোশতের কেজি ৭০০ টাকা, গোশতের দাম ২০% কমে গেল, বর্তমান দাম কত?
(ক) ৫০০ টাকা (খ) ৫৬০ টাকা
(গ) ৫৩০ টাকা (ঘ) ৬৩০ টাকা

১৯। একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২১% বৃদ্ধি পেলে এর এক বাহুর দৈর্ঘ্য শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
(ক) ৭% (খ) ১০%
(গ) ১৪% (ঘ) ২১%

২০। ১০%, ২০% ও ৪০% এর তিনটি ধারাবাহিক ডিসকাউন্ট নিচের কোন ডিসকাউন্টের সমান?
(ক) ৫০% (খ) ৫৬.৮%
(গ) ৬০% (ঘ) ৭০.২৮%

২১। ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৭৫০ টাকা হলে, সুদের হার কত?
(ক) ১৩% (খ) ১৪%
(গ) ১৫% (ঘ) ১৬%

২২। কোন আসল ৩ বছরে মুনাফা আসলে ৬৬০০ টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে, আসলের পরিমাণ কত?
(ক) ৪,৫০০ (খ) ৪,৮০০
(গ) ৫,১০০ (ঘ) ৪০০

২৩। $\sqrt[৩]{২} : \sqrt[৩]{৪} = ৭ : x$ হলে, $x = ?$
(ক) ১৪ (খ) ১০
(গ) $৭\sqrt[৩]{২}$ (ঘ) $৭\sqrt{২}$

২৪। একটি কুকুর ৩ লাফে যতদূর যায় একটি খরগোশ ৫ লাফে ততদূর যায়। কুকুরের ১ লাফ খরগোশের ৩ লাফের সমান হলো। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত?
(ক) ৮ : ৫ (খ) ৯ : ৭
(গ) ৯ : ৫ (ঘ) ৭ : ৯

২৫। ৭০ লিটার পেট্রোল অকটেন মিশ্রণে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৫ : ২। এই মিশ্রণে আর কত লিটার অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ২ : ১ হবে?
(ক) ৫ (খ) ৭
(গ) ১০ (ঘ) কোনটিই নয়

২৬। $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ মান কত?
(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{4}$
(গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{6}{10}$

২৭। $x^2 + 1 = \sqrt{2}x$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ = কত?
(ক) 2 (খ) 1
(গ) 0 (ঘ) কোনটিই নয়

২৮। $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \ldots\ldots\infty$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?
(ক) $1\frac{1}{2}$ (খ) $3\frac{1}{3}$
(গ) $1\frac{1}{9}$ (ঘ) $2\frac{1}{4}$

২৯। ২৯ + ২৫ + ২১ +.....− ২৩ = কত?
(ক) ৮২ (খ) ৭২
(গ) ৫২ (ঘ) ৪২

৩০। $\frac{m}{3} + 3 = \frac{2m}{15} + 6$ সমীকরণে m এর মান কত?
(ক) −15 (খ) ±15
(গ) 14 (ঘ) 15

৩১। দুটি ধনাত্মক সংখ্যার পার্থক্য 6 এবং তাদের বর্গের পার্থক্য 108। সংখ্যা দুটির যোগফল কত?
(ক) 6 (খ) 8
(গ) 2 (ঘ) 18

৩২। যদি A = {1,2,3}, B = {2,3,5} হয়, তবে $\frac{A}{B}$ = কত?
(ক) {2,3} (খ) {5}
(গ) {1} (ঘ) {3,5}

৩৩। সার্বিক সেট U = {1,2,3,4,5}; A = {1,2,4}; B = {1,3,5} হয়, তবে A′ ∩ B′ = কত হবে?
(ক) {1,2,3} (খ) {2,3,4}
(গ) {3,4,5} (ঘ) {2,3,4,5}

৩৪। ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রান্তে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে?
(ক) 240 (খ) 2720
(গ) 2520 (ঘ) 2620

৩৫। একটি স্কুলের কমিটিতে 2 জন শিক্ষক এবং 4 জন ছাত্র থাকে। 5 জন শিক্ষক এবং 10 জন ছাত্র থেকে কত উপায়ে বাছাই করা যাবে?
(ক) 220 (খ) 5400
(গ) 2100 (ঘ) 3200

৩৬। আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী অক্টোবর মাসে ঢাকা শহরে 10 দিন মুষলধারে এবং 15 দিন গুড়িগুড়ি বৃষ্টি হয়েছে। তবে 10ই অক্টোবর বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{25}{31}$ (খ) $\frac{6}{31}$
(গ) $\frac{15}{31}$ (ঘ) $\frac{10}{31}$

৩৭। $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে, P(A∪B) এর মান কত?
(ক) $\frac{5}{6}$ (খ) $\frac{1}{6}$
(গ) $\frac{6}{5}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

৩৮। $a + c > b$ হলে, নিচের কোনটি সত্য?
(ক) $a > b-c$ (খ) $a < b-c$
(গ) $a > b+c$ (ঘ) $a < b+c$

৩৯। x, y এবং z তিনটি পূর্ণ সংখ্যা। যদি $x > y > z$ এবং $y > 2$ হয়, তবে নিচের কোনটি অবশ্যই ভুল?
(ক) $xyz > 0$ (খ) $xy - z > 0$
(গ) $y - xz > 0$ (ঘ) কোনটিই নয়

৪০। যদি $a > b$ এবং $c > 0$ হয়, তবে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
(ক) $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (খ) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
(গ) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (ঘ) $\frac{a}{c} > \frac{b}{0}$

৪১। নিচের কোন তিনটি রেখাংশ দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা অসম্ভব?
(ক) 5 সে.মি, 8 সে.মি, 3 সে.মি
(খ) 5 সে.মি, 4 সে.মি, 3 সে.মি
(গ) 2 সে.মি, 3 সে.মি, 4 সে.মি
(ঘ) 6.5 সে.মি, 6.5 সে.মি, 6.5 সে.মি

৪২। বিষমবাহু ΔABC এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত Δ ABD এর ক্ষেত্রফল x বর্গমিটার। ΔABC- এর ক্ষেত্রফল কত?
(ক) $4x^2$ (খ) 4x
(গ) 2x (ঘ) $\sqrt{2}.2x$

৪৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ দুইটির পার্থক্য ৬°। ক্ষুদ্রতম কোণের মান কত?
(ক) ৩২° (খ) ৪২°
(গ) ৪৮° (ঘ) ৩৮°

৪৪। ABC সমকোণী ত্রিভুজের B কোণ সমকোণ, AB = a, BC = 2a হলে, নিচের কোনটি সত্য?
(ক) $AC^2 = 3a^2$ (খ) $AC = \sqrt{5}a$
(গ) $AC^2 = 5a$ (ঘ) $AC^2 = 7a^2$

৪৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে.মি.। ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
(ক) ১৫.২ সে.মি. (খ) ১০.৭ সে.মি.
(গ) ১০.২ সে.মি. (ঘ) ১.৭১ সে.মি.

৪৬। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়কে কি বলে?
(ক) স্থূলকোণ (খ) সূক্ষ্মকোণ
(গ) সমকোণ (ঘ) বিপ্রতীপকোণ

৪৭। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং প্রস্থ ২৫ মিটার। আয়তের দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে?
(ক) ৪% বাড়বে (খ) ৪% কমবে
(গ) ১% কমবে (ঘ) ১% বাড়বে

৪৮। একটি সুষম অষ্টভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের মান কত?
(ক) ৬০° (খ) ৮০°
(গ) ১০০° (ঘ) ১৩৫°

৪৯। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। এদের একটির ব্যাস ৬ সে.মি. এবং অপরটির ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি. হলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.?
(ক) ৬ (খ) ৭
(গ) ১০ (ঘ) ১২

৫০। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের $\triangle ABC$ অন্তর্লিখিত, $\angle BOC = 118°$ হলে, $\angle BCO$ =?
(ক) 68° (খ) 62°
(গ) 31° (ঘ) 124°

উত্তরমালা									
০১	গ	০২	ঘ	০৩	ঘ	০৪	ক	০৫	গ
০৬	খ	০৭	গ	০৮	খ	০৯	খ	১০	গ
১১	ঘ	১২	গ	১৩	গ	১৪	গ	১৫	খ
১৬	গ	১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	খ	২০	খ
২১	গ	২২	খ	২৩	গ	২৪	গ	২৫	ক
২৬	খ	২৭	গ	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	ঘ
৩১	ঘ	৩২	গ	৩৩	ঘ	৩৪	গ	৩৫	গ
৩৬	খ	৩৭	ক	৩৮	ক	৩৯	গ	৪০	খ
৪১	ক	৪২	গ	৪৩	খ	৪৪	খ	৪৫	খ
৪৬	ক	৪৭	গ	৪৮	ঘ	৪৯	খ	৫০	গ

মডেল টেস্ট-০৪

০১। সর্বমোট কত সংখ্যক গাছ নিলে একটি বাগানে ৭, ২৮, ৪০ ও ৫৬ সারিতে গাছ লাগালে একটিও কম বা বেশি হবে না?
(ক) ২১০ (খ) ২৬০
(গ) ২৮০ (ঘ) ২৭০

০২। কিছু পরিমাণ টাকা সুদ-আসলে ৩ বছরে ৫৬০ টাকা এবং ৫ বছরে ৬০০ টাকা হয়, সুদের হার নির্ণয় কত?
(ক) ৪% (খ) ৭%
(গ) ৯% (ঘ) ১৩%

০৩। যদি রাসেলের বেতনের ২০% সোহেলের বেতনের ৬০% হয়, তবে রাসেলের বেতন ৬০০০ টাকা হলে সোহেলের বেতন কত?
(ক) ১৫০০ টাকা (খ) ২০০০ টাকা
(গ) ২৫০০ টাকা (ঘ) ৩০০০ টাকা

০৪। ৪৫০ টাকা ক, খ ও গ এর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যেন ক এর টাকার ৫ গুণ খ পায় এবং ক ও গ একত্রে খ এর টাকার $\frac{8}{5}$ গুণ পায়। ক কত টাকা পায়?
(ক) ৩০ টাকা (খ) ৪০ টাকা
(গ) ৪৫ টাকা (ঘ) ৫০ টাকা

০৫। একটি শ্রেণিতে প্রতি বেঞ্চে 4 জন করে ছাত্র বসলে 3 খানা বেঞ্চে খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসলে 6 জন ছাত্রের দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণিতে ছাত্র সংখ্যা কত?
(ক) 50 (খ) 55
(গ) 60 (ঘ) 65

০৬। $6x^2 + x - 2$ কে $2x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
(ক) $3x + 2$ (খ) $3x + 1$
(গ) $3x - 1$ (ঘ) $3x - 2$

০৭। যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ = কত?
(ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 3

০৮। যদি $a^2 + b^2 = 45$ এবং $ab = 18$ হয়, তবে $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ =?
(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$
(গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{3}{2}$

০৯। $x^2 - 3x + 2 < 0$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?
(ক) $1 > x > 2$ (খ) $1 < x < 2$
(গ) $-1 < x < 2$ (ঘ) $2 < x < -1$

১০। $y = x + 3$ এবং $y = -x - 3$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু কোনটি?
(ক) $(-3, 0)$ (খ) $(3, 0)$
(গ) $(0, 3)$ (ঘ) $(0, -3)$

১১। দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত?

(ক) 25 (খ) 27
(গ) 14 (ঘ) 31

১২। $\left[\left\{1-\left(1-\frac{1}{p}\right)\right\}^{-1} \div \left(1-\frac{1}{p}\right)^{-1}\right]$ = কত?

(ক) 1 (খ) $\frac{1}{p}$
(গ) -1 (ঘ) $(p-1)$

১৩। একটি পেন্সিল ও একটি কলমের ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৩ : ৭। তাদের বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ১ : ৪। যদি পণ্য দুটি বিক্রয় করে লোকসানের পরিমাণ সমান হয়, তবে কলমের ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত?

(ক) ৩ : ২ (খ) ১৪ : ৯
(গ) ২১ : ১৬ (ঘ) কোনটিই নয়

১৪। $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=3$ এবং $\frac{x}{2}-\frac{y}{2}=1$ হলে, x ও y এর কত?

(ক) 1, 2 (খ) 3, 2
(গ) 4, 2 (ঘ) 4, 1

১৫। $\frac{3.2^{n}-4.2^{n-2}}{2^{n}-2^{n-1}}$ = কত?

(ক) 4 (খ) 3
(গ) 2 (ঘ) 6

১৬। $\log_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 28 (খ) 32
(গ) 36 (ঘ) 40

১৭। $\sqrt[15]{x^{10}\sqrt{x^{8}\sqrt{x^{4}}}}$ এর সরলমান কোনটি?

(ক) 1 (খ) x
(গ) x^{15} (ঘ) $x^{\frac{1}{15}}$

১৮। $\log_a x = 1, \log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a\left(\frac{x^3y^2}{z}\right)$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) 5

১৯। একটি সমান্তর ধারার চতুর্থ ও দ্বাদশ পদের যোগফল ২০। তাহলে প্রথম ১৫টি পদের যোগফল কত হবে?

(ক) 130 (খ) 150
(গ) 120 (ঘ) 300

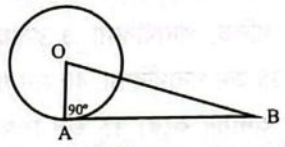
২০। ABC ত্রিভুজে $\angle C = 5x^\circ, \angle B = 6x^\circ$ এবং $\angle A = y^\circ$ এবং $6\angle A = 7\angle B$ হলে, y এর মান হবে-

(ক) 60° (খ) 80°
(গ) 70° (ঘ) 90°

২১। A(2, 3), B(5, 6) এবং C(−1, 4) শীর্ষবিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

(ক) 3 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

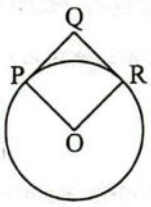
২২।



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB, A বিন্দুতে স্পর্শক। $\angle AOB = 60^\circ$ হলে, $\angle ABO$ = কত?

(ক) 30° (খ) 40°
(গ) 60° (ঘ) 90°

২৩। নিচের চিত্রে OPQR বর্গের ক্ষেত্রফল 4 এখানে O কেন্দ্রিক বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?



(ক) 2 (খ) 4π
(গ) π (ঘ) 2π

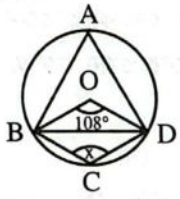
২৪। একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 1:2:3 এবং ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 3 cm (খ) 2 cm
(গ) $3\sqrt{3}$cm (ঘ) $2\sqrt{3}$cm

২৫। দুটি বিমান একই সময়ে বিমানবন্দর হতে ছেড়ে যায়। কিছুক্ষণ পরে A বিমানটি বিমানবন্দর থেকে ৩৩ মাইল উত্তরে এবং B বিমানটি ৫৬ মাইল পূর্বে অবস্থান করলে, বিমান দুটি পরস্পর থেকে কতদূরে অবস্থান করছে?

(ক) 75 (খ) 69
(গ) 65 (ঘ) 67

২৬।



চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের x এর মান কত?

(ক) 126° (খ) 72°
(গ) 108° (ঘ) 54°

২৭। $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

(ক) 7 (খ) 9
(গ) 8 (ঘ) 10

২৮। $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ হলে $A' \cap B' = ?$

(ক) $\{1, 3, 5\}$ (খ) $\{1, 2, 6\}$

(গ) $\{3, 4, 6\}$ (ঘ) $\emptyset$

২৯। 70 জন শিক্ষার্থী গণিত, পদার্থবিদ্যা ও রসায়ন অধ্যয়ন করে। তার মধ্যে 35 জন পদার্থবিদ্যা, 40 জন গণিতে এবং 30 জন রসায়নে অধ্যয়ন করে। 15 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়েই অধ্যয়ন করে। কতজন শিক্ষার্থী কেবল দুইটি বিষয় অধ্যয়ন করে?

(ক) 9 (খ) 5

(গ) 12 (ঘ) 7

৩০। একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের দুই প্রান্তের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি এটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের $\frac{4}{5}$ অংশের সমান হলে, ব্যাসার্ধ ও উচ্চতার অনুপাত কত?

(ক) 4 : 5 (খ) 2 : 3

(গ) 5 : 4 (ঘ) 3 : 2

৩১। 24 মিটার ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তাকার মাঠের বাইরের দিকে 4 মিটার প্রশস্ত রাস্তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?

(ক) 350 বর্গ মিটার (খ) 351 বর্গ মিটার

(গ) 352 বর্গ মিটার (ঘ) 356 বর্গ মিটার

৩২। 'UTTORON' শব্দটির সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যায়?

(ক) 880 (খ) 1024

(গ) 1260 (ঘ) 1320

৩৩। প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে 8, 9, 7, 6, 3, 2 অঙ্কগুলোর দ্বারা তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়?

(ক) 78 (খ) 120

(গ) 170 (ঘ) 194

৩৪। ৩ বন্ধুর গড় ওজন ৩৩ কেজি এবং কারো ওজন ৩১ কেজির কম নয়। যেকোনো একজনের ওজন সর্বোচ্চ কত কেজি হতে পারে?

(ক) ৩৫ (খ) ৩৬

(গ) ৩৭ (ঘ) ৩৯

৩৫। একটি বিশ্রাম রুমে 4 জন মহিলা ও 4 জন পুরুষ আছে। দৈবভাবে 2 জন প্রার্থী নির্বাচন করলে দুই জনই মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{3}{7}$

(গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{3}{14}$

৩৬। ১০টি সংখ্যার যোগফল ৬০০। এদের প্রথম ৪টির গড় ৫৫ এবং শেষের ৫টির গড় ৬৫। ৫ম সংখ্যাটি কত?

(ক) ৬৫ (খ) ৬০

(গ) ৫৫ (ঘ) কোনটিই নয়

৩৭। 225 মিটার × 48 মিটার পরিমাপের একটি আয়তাকার মেঝে টাইলস দিয়ে বাঁধাতে সর্ববৃহৎ বর্গাকার মাপের কতগুলি টাইলস লাগবে?

(ক) 1190 টি (খ) 1200 টি

(গ) 1210 টি (ঘ) 1220 টি

৩৮। এক ব্যক্তি এবং তার স্ত্রী সমমর্যাদার দুটি শূন্য পদের জন্য সাক্ষাৎকার দিলেন। ঐ ব্যক্তির নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{7}$ আবার তার স্ত্রী নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{5}$। তাদের মধ্যে শুধু 1 জন এর নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{1}{35}$ (খ) $\frac{11}{35}$

(গ) $\frac{5}{7}$ (ঘ) $\frac{24}{35}$

৩৯। কোন পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইতিহাসে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী ভূগোলে কৃতকার্য হলো। যদি উভয় বিষয়ে কেউ ফেল না করে এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন পাশ করে থাকে, তবে ঐ পরীক্ষায় কতজন পরীক্ষার্থী অংশগ্রহণ করেছিল?

(ক) ২০০ (খ) ৪০০

(গ) ৩০০ (ঘ) ৫০০

৪০। $x = a^2 - 7a + 6, y = a^2 - 2a + 1, z = a^2 - 5a + 4$ হলে, x, y, z এর গ.সা.গু. কত?

(ক) $(a - 4)$ (খ) $(a - 1)$

(গ) $(a - 6)$ (ঘ) $(a - 1)^2$

৪১। দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত?

(ক) ২৫ (খ) ২৬

(গ) ২৩ (ঘ) ২৭

৪২। $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$ কত?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) 1 (ঘ) 3

৪৩। এক ব্যক্তি 22000 টাকায় একটি ফ্রিজ কিস্তিতে পরিশোধের মাধ্যমে কিনতে রাজি হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 500 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1000 টাকা হয়, তবে সর্বশেষ কিস্তির পরিমাণ কত?

(ক) 4000 (খ) 4200

(গ) 4400 (ঘ) 4500

৪৪। যদি একটি সংখ্যা ২৫৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজিত হয়, তবে তা নিম্নের কোন সংখ্যাটি দ্বারাও নিঃশেষে বিভাজিত হবে?

(ক) ৭ (খ) ৯

(গ) ১১ (ঘ) ১৩

৪৫। A ও B এর আয়ের অনুপাত 3:2 এবং ব্যয়ের অনুপাত 5:3। যদি প্রত্যেকে 1000 টাকা করে সঞ্চয় করে, তবে A এর আয় কত?

(ক) 2000 টাকা (খ) 4000 টাকা
(গ) 5000 টাকা (ঘ) 6000 টাকা

৪৬। ত্রিভুজ ABC-এর BE = FE =CF। ΔAEF এর ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গফুট হলে, BCE ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট?

(ক) ৭২ (খ) ৬০
(গ) ৪৮ (ঘ) ৬৮

৪৭। একটি বাড়ি ৪০ ফুট উচু। একটি মইয়ের তলদেশ মাটিতে বাড়ির দেয়াল থেকে ৯ ফুট দূরে রাখা আছে। উপরে মইটি বাড়ির ছাদ ছুঁয়ে আছে। মইটি কতফুট লম্বা?

(ক) ৪১ (খ) ৪০
(গ) ৪৫ (ঘ) ৪২

৪৮। ABC ত্রিভুজের $\angle B = 60°, \angle C = 40°$ এবং ∠B ও ∠C এবং সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হলে, ∠BOC এর মান কত?

(ক) 80° (খ) 90°
(গ) 120° (ঘ) 130°

৪৯। একটি বৃত্তাকার ফুল বাগানের ব্যাস ৪ মিটার। ব্যাস বাড়িয়ে ১২ মিটার করা হলে বাগানের ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

(ক) ৩ (খ) ৮
(গ) ৯ (ঘ) ৩২

৫০। 'INTERNATIONAL' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে যে কোনো 4টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

(ক) 167 (খ) 180
(গ) 121 (ঘ) 144

উত্তরমালা									
০১	গ	০২	ক	০৩	খ	০৪	ঘ	০৫	গ
০৬	ক	০৭	ক	০৮	গ	০৯	খ	১০	ক
১১	খ	১২	ঘ	১৩	গ	১৪	গ	১৫	ক
১৬	খ	১৭	খ	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ
২১	ঘ	২২	ক	২৩	খ	২৪	ক	২৫	গ
২৬	ক	২৭	খ	২৮	ঘ	২৯	খ	৩০	ক
৩১	গ	৩২	গ	৩৩	খ	৩৪	গ	৩৫	ঘ
৩৬	গ	৩৭	খ	৩৮	খ	৩৯	গ	৪০	খ
৪১	ক	৪২	গ	৪৩	ঘ	৪৪	গ	৪৫	ঘ
৪৬	ক	৪৭	ক	৪৮	ঘ	৪৯	খ	৫০	ক

মডেল টেস্ট-০৫

০১। পরপর ১৪ টি সংখ্যার প্রথম ৭ টির যোগফল ৪৯০ হলে, শেষ ৭ টির যোগফল কত হবে?

(ক) ৫৩৯ (খ) ৫৪২
(গ) ৫৪৫ (ঘ) ৫৪৮

০২। একটি স্কুলে প্যারেড করার সময় ছাত্রদের ১০, ১২ বা ১৬ সারিতে সাজানো হয়। ঐ স্কুলে ন্যূনতম কতজন ছাত্র আছে?

(ক) ১২০ (খ) ১৮০
(গ) ২২০ (ঘ) ২৪০

০৩। সৌরভ ৮% হার সুদে মোমেনকে এবং ১২% হার সুদে রুবেলকে সমপরিমাণ টাকা ধার দিল। সে তিন বছর পর দুজনের থেকে সর্বমোট ৭২০ টাকা সুদ পেল। সে প্রত্যেককে কত টাকা ধার দিয়েছিল?

(ক) ১,২০০ টাকা (খ) ১,৪০০ টাকা
(গ) ১,৬০০ টাকা (ঘ) ১,৮০০ টাকা

০৪। এক দিনে কোন ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত 1 : 4। 10 জন শিক্ষার্থী বেশি উপস্থিত থাকলে উপস্থিত ও অনুপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হত 1 : 9। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

(ক) 80 (খ) 90
(গ) 100 (ঘ) 110

০৫। $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ এবং $a^2 + ab + b^2 = 4$ হলে, ab এর মান নির্ণয় করুন?

(ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 4

০৬। একটি বাক্সে যতগুলো মার্বেল আছে তার ৩০% সাদা এবং বাকিগুলো কালো। যদি ঐ বাক্সে ২১০ টি কালো মার্বেল থাকে তবে ঐ বাক্সে মোট কতটি সাদা মার্বেল আছে?

(ক) ২৮০ (খ) ৩০০
(গ) ৩৫০ (ঘ) ৯০

০৭। $x + y = 2, x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^3 + y^3$ = কত?

(ক) 8 (খ) 9
(গ) 16 (ঘ) 25

০৮। $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $(x - a)(ax - 1)$ (খ) $(x + a)(ax - 1)$
(গ) $(x + a)(ax + 1)$ (ঘ) কোনোটিই নয়

০৯। নাসির সাহেবের মাসিক মূল বেতন ২৭,৬৫০ টাকা। বার্ষিক মোট আয়ের প্রথম এক লক্ষ আশি হাজার টাকার আয়কর ০ (শূন্য) টাকা। পরবর্তী টাকার ওপর আয়কর ১০ টাকা হারে নাসির সাহেব কত টাকা আয়কর দেন?

(ক) ১,৫১,৮০০ টাকা (খ) ১৫,১৮০ টাকা
(গ) ১,৪৭,৮০০ টাকা (ঘ) ১৪,৭৮০ টাকা

১০। একটি দ্রব্য x% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় 3x% লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

(ক) 300 টাকা (খ) 400 টাকা
(গ) 450 টাকা (ঘ) 500 টাকা

১১। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত?

(ক) 53 (খ) 45
(গ) 63 (ঘ) 75

১২। $|3 - x| > 7$ অসমতাটির সমাধান কত?

(ক) $x > 14$ অথবা $x < -5$
(খ) $x < -5$ অথবা $x > 14$
(গ) $x < -4$ অথবা $x > 10$
(ঘ) $x > 10$ অথবা $x < -4$

১৩। শহর A থেকে শহর B এর ২টি টিকেট এবং শহর A থেকে শহর C এর ৩টি টিকেটের মূল্য ৭৭ টাকা। আবার শহর A থেকে B এর ৩টি টিকেট এবং শহর A থেকে C এর ২টি টিকেটের মূল্য ৭৩ টাকা। শহর A থেকে B এবং শহর A থেকে C এর টিকেটের মূল্য যথাক্রমে কত?

(ক) ৯ টাকা, ১১ টাকা (খ) ১১ টাকা, ৯ টাকা
(গ) ১৩ টাকা, ১৭ টাকা (ঘ) ১৭ টাকা, ১৩ টাকা

১৪। যদি $2x^2 + mx + 6 = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান এবং $m > 0$ হয়, তবে m এর মান কত?

(ক) $4\sqrt{3}$ (খ) $2\sqrt{3}$
(গ) $5\sqrt{3}$ (ঘ) $3\sqrt{3}$

১৫। $\sqrt{8x+9} - \sqrt{2x+15} = \sqrt{2x-6}$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি?

(ক) 2 (খ) 3
(গ) 4 (ঘ) 5

১৬। একটি ট্রেন ঘণ্টায় 30 কি.মি বেগে চলে কমলাপুর স্টেশন থেকে নারায়ণগঞ্জ স্টেশনে পৌঁছাল। ট্রেনটির বেগ ঘণ্টায় 25 কি.মি হলে 10 মিনিট সময় বেশি লাগত। দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব কত?

(ক) 24 (খ) 25
(গ) 26 (ঘ) 27

১৭। $\log_x\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x-এর মান–

(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{9}{4}$
(গ) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

১৮। $12.27^x = 2^2.9^{x+4}$ হলে, x এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 7
(গ) 4 (ঘ) 8

১৯। কোনো সমান্তর ধারার 12তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

(ক) 1761 (খ) 1771
(গ) 1765 (ঘ) 1775

২০। $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{16}\right) + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{2}{3}$
(গ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

২১। ABC ত্রিভুজে AB = AC, BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B = 48°$ হলে, $\angle EAF + \angle AFE =$ কত?

(ক) 132° (খ) 108°
(গ) 160° (ঘ) 80°

২২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 1 মিটার (খ) 2 মিটার
(গ) 3 মিটার (ঘ) 4 মিটার

২৩। $y = 3x + 2, y = -3x + 2$ এবং $y = -2$ দ্বারা গঠিত জ্যামিতিক চিত্রটি কী?

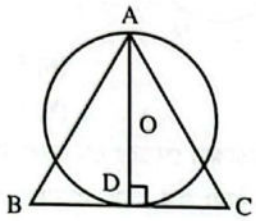
(ক) একটি সমবাহু ত্রিভুজ
(খ) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
(গ) একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ
(ঘ) একটি সমকোণী ত্রিভুজ

২৪। ΔABC -এ AD, $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক এবং $\angle ADB$ সূক্ষ্মকোণ হলে কোনটি সত্য?

(ক) $AD > AC$ (খ) $AB > AC$

(গ) $AB < AC$ (ঘ) $BD < CD$

২৫।



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 9π। ABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $9\sqrt{3}$ (খ) $12\sqrt{3}$

(গ) 18 (ঘ) 24

২৬। একটি বর্গাকার তৃণভূমির একবাহুর দৈর্ঘ্য ১০০ মি. এবং বর্গাকার তৃণভূমির মাঝখানে একটি বৃত্তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগান বাদে জমির ক্ষেত্রফল ৮৬১৪ বর্গ মি. হলে, বাগানের ব্যাসার্ধ কত?

(ক) ২১ মি. (খ) ৩১ মি.

(গ) ৭১ মি. (ঘ) ৪১ মি.

২৭। $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে, $\sec\theta$ এর মান কোনটি?

(ক) $\frac{5}{4}$ (খ) $\frac{4}{9}$

(গ) $\frac{3}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{3}$

২৮। 20 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট অর্ধবৃত্তের মধ্যে অবস্থিত বৃহত্তম ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 150 (খ) 50

(গ) 100 (ঘ) 200

২৯। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি.। বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে ওই বাহুর ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 8 (খ) 4.4

(গ) 10 (ঘ) 4.8

৩০। $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 7\}$ হলে, $A \cap B$ এর প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত?

(ক) 2 (খ) 4

(গ) 3 (ঘ) 6

৩১। কোন শ্রেণীর 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলা পছন্দ করে এরকম শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10 জন। দুটি খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

(ক) 5 (খ) 8

(গ) 10 (ঘ) 15

৩২। 12টি জিনিসের মধ্যে 2টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলি থেকে প্রতিবারে 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

(ক) 462 (খ) 582

(গ) 120 (ঘ) 342

৩৩। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(x^2 + 4x + 4)$ বর্গ একক হলে, বাহুর দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) $(4 - x)$ (খ) $(4 + x)$

(গ) $(2 - x)$ (ঘ) $(2 + x)$

৩৪। 2 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর উপর বাইরের দিকে অর্ধবৃত্ত অঙ্কন করা হলো। সম্পূর্ণ চিত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

(ক) $(4 + 2\pi)$ বর্গ মিটার (খ) $(4 + 4\pi)$ বর্গ মিটার

(গ) 4π বর্গ মিটার (ঘ) 8π বর্গ মিটার

৩৫। একজন ব্যক্তি তার 6 জন বন্ধুকে কত উপায়ে দাওয়াত দিতে পারবেন?

(ক) 48 (খ) 52

(গ) 63 (ঘ) 72

৩৬। 'CAMBRIDGE' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 5টি বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠন করলে কতগুলিতে প্রদত্ত শব্দটির সবগুলি স্বরবর্ণ থাকবে?

(ক) 1800 (খ) 1500

(গ) 2400 (ঘ) 3600

৩৭। ৩ বন্ধুর গড় ওজন ৩৩ কেজি এবং কারো ওজন ৩১ কেজির কম নয়। যেকোনো একজনের ওজন সর্বোচ্চ কত কেজি হতে পারে?

(ক) ৩৫ (খ) ৩৭

(গ) ৩৬ (ঘ) ৩৯

৩৮। একটি বাক্সে 6টি লাল ও 9টি সবুজ মার্বেল আছে। বাক্সটি থেকে পরপর দুটি মার্বেল উঠানো হলো, মার্বেল দুইটি একই রং এর হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{12}{35}$ (খ) $\frac{17}{42}$

(গ) $\frac{18}{35}$ (ঘ) $\frac{17}{35}$

৩৯। ক, খ, গ, এর মাসিক গড় বেতন ৫০,০০০ টাকা। খ, গ এবং ঘ এর মাসিক গড় বেতন ৪৫,০০০ টাকা। ক এর বেতন ৫২,০০০ টাকা হলে, ঘ এর বেতন কত টাকা?

(ক) ১৫,০০০ (খ) ৬৭,০০০

(গ) ৩৭,০০০ (ঘ) ৫১,০০০

৪০। PROBABILITY শব্দের বর্ণগুলো থেকে একটি বর্ণ নিরপেক্ষভাবে মুছে ফেললে সেটি স্বরবর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{2}{11}$ (খ) $\frac{3}{11}$

(গ) $\frac{4}{11}$ (ঘ) $\frac{5}{11}$

৪১। $(-3, 0)$ এবং $(0, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব কত?

(ক) 25 (খ) 5

(গ) 0 (ঘ) $\sqrt{5}$

৪২। ক, খ-কে কিছু টাকা ধার দিয়ে প্রতি বছরে মূলধনের $\frac{১}{৮}$ অংশ সুদ পায়। ৫ বছর পরে সুদে-মূলে উহা আদায় করে সমস্ত টাকা গ-কে ধার দেয় এবং ১ বছর পরে গ-এর নিকট হতে ৫% হার সুদে ২০৩১.২৫ টাকা সুদ পায়। ক, খ-কে কত টাকা ধার দিয়েছিল?

(ক) ২৪০০০ টাকা (খ) ২৫০০০ টাকা

(গ) ১৮০০০ টাকা (ঘ) ১৫০০০ টাকা

৪৩। একজন টেলিভিশন বিক্রেতাকে বিক্রয়মূল্যের উপর ১৫% হারে কর দিতে হয়। যে টেলিভিশনের বিক্রয়মূল্য ১৯,৫৬০ টাকা, তার জন্য কত টাকা কর দিতে হবে?

(ক) ১৬৭৫ টাকা (খ) ২৩২৮ টাকা

(গ) ২৬৭৮ টাকা (ঘ) ২৯৩৪ টাকা

৪৪। ৫৮০ এর ভাজক সংখ্যা কয়টি?

(ক) ৮ (খ) ১০

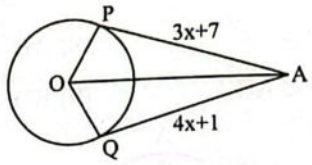
(গ) ১২ (ঘ) ১৪

৪৫। চারটি সংখ্যার অনুপাত যথাক্রমে ২ : ৩ : ৫ : ৭ এবং এদের ল.সা.গু ৬৩০। বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য কত?

(ক) ৬ (খ) ১৪

(গ) ১৫ (ঘ) ২১

৪৬। চিত্রে O কেন্দ্রিক বৃত্তে PA এবং QA দুটি স্পর্শক হলে x এর মান কত?



(ক) 3 (খ) 5

(গ) 8 (ঘ) 6

৪৭। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মি.। দৈর্ঘ্য 1 মি. কমালে এবং প্রস্থ 1 মি. বাড়ালে ক্ষেত্রফল 49 বর্গ মি. হয়। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার হবে?

(ক) 8, 6 (খ) 12, 4

(গ) 16, 3 (ঘ) 2, 24

৪৮। 3 সে. মি. এবং ২ সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এক কেন্দ্রিক দুটি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি দ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

(ক) π (খ) 3π

(গ) 4π (ঘ) 5π

৪৯। $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান কত?

(ক) 63 (খ) 73

(গ) 68 (ঘ) 163

৫০। $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}$ এবং $y + \frac{1}{x} = 3$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত?

(ক) $(2,1)\left(1, \frac{1}{2}\right)$ (খ) $(1,2)\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

(গ) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ (ঘ) $(1,1)\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

উত্তরমালা

০১	ক	০২	ঘ	০৩	ক	০৪	গ	০৫	খ
০৬	ঘ	০৭	ক	০৮	গ	০৯	খ	১০	গ
১১	ক	১২	গ	১৩	গ	১৪	ক	১৫	ঘ
১৬	খ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	খ	২০	ঘ
২১	ক	২২	খ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	খ
২৬	ক	২৭	ঘ	২৮	গ	২৯	ঘ	৩০	গ
৩১	ক	৩২	খ	৩৩	ঘ	৩৪	ক	৩৫	গ
৩৬	ক	৩৭	খ	৩৮	ঘ	৩৯	গ	৪০	গ
৪১	খ	৪২	খ	৪৩	ঘ	৪৪	গ	৪৫	গ
৪৬	ঘ	৪৭	ক	৪৮	ঘ	৪৯	ক	৫০	খ