



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

$$\text{সূত্র ৫ : } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\text{সূত্র ৬ : } (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\text{সূত্র ৭ : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{সূত্র ৮ : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত ৭. } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত ৮. } a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.২ : ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $a = 2, b = -1$ হলে $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

কি 0 ● 1 গি 2 ঘি 3

২. $a^3 + b^3 =$ কত? (সহজ)

● $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ খি $(a - b)^3 + 3ab(a + b)$

গি $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$ ঘি $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

৩. $a - b$ এর ঘনফল নিচের কোনটি? (সহজ)

কি $a^3 - b^3 + 3ab(a - b)$ ● $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

গি $a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$ ঘি $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

৪. $a^3 - b^3 =$ কত? (সহজ)

কি $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ খি $(a + b)^3 - 3ab(a - b)$

● $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$ ঘি $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

৫. $a = 2, b = -1$ হলে $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● 1 খি -1 গি 2 ঘি -2

৬. $x - 1 = 1$ এবং $xy = 30$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি 81 ● 91 গি 100 ঘি 110

ব্যাখ্যা : $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$$= (1)^3 + 3 \times 30 \times 1 = 1 + 90 = 91$$

৭. $x + y = 3$ হলে, $x^3 + y^3 + 9xy$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি 3 খি 9 গি 18 ● 27

৮. $a = 5$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি 338 ● 336 গি 334 ঘি 332

ব্যাখ্যা : $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$

$$= (a)^3 + 3.a^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7$$

$$= (a + 2)^3 - 7 = (5 + 2)^3 - 7 = (7)^3 - 7 = 343 - 7 = 336$$

৯. $p + \frac{1}{p} = 2$ হলে $\left(p^3 - \frac{1}{p^3}\right) \left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

● 0 খি 2 গি 32 ঘি 40

১০. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ কত? (মধ্যম)

কি $3\sqrt{3}$ ● 2 গি $2 + \sqrt{3}$ ঘি $3\sqrt{2}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 2$$



$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + 2 = \sqrt{3} - \sqrt{3} +$$

$$2 = 2$$

১১. $4x - 3 = 5$ হলে $64x^3 - 27 - 180x$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- 125 খ) 110 গ) 75 ঘ) 25

১২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

- ক) $(\sqrt{3})^3 + \sqrt{3}$ খ) $(\sqrt{3})^3 - 3$

- গ) $\sqrt{3} + 3$ ঘ) 0

১৩. $x = 2a - 3b$ এবং $a = 2, b = 1$ হলে, x^3 এর মান কত?

- ক) 3 খ) 2 ● 1 ঘ) 4

১৪. $3a - \frac{3}{a} = 6$ হলে, $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

- ক) 3 ● 2 গ) 4 ঘ) 5

১৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3} =$ কত?

- ক) 18 খ) 27 ● 36 ঘ) 45

১৬. $x + y = 3, x - y = 2$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত?

- ক) $18 - 9xy$ খ) $18 + 9xy$ ● $\frac{63}{4}$ ঘ)

$$27 + 3xy$$

১৭. $(a + b)^3$ এর আকার নিচের কোনটি?

- ক) $3(a + b)$ খ) $(a + b)(a - b)^2$

- গ) $3(a + b)(a + b)$ ● $(a + b)(a + b)^2$

১৮. $a + b = 10, ab = 16$ হলে $a^3 + b^3 =$ কত?

- ক) 620 ● 520 গ) 420 ঘ) 320

১৯. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত?

- ক) 8 খ) 10 গ) 15 ● 18

২০. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত?

- ক) 6 খ) 7 গ) 8 ● 4

$$\text{ব্যাখ্যা : } x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot$$

$$1 = 1 + 3 = 4$$

২১. $a - b = 10$ এবং $ab = 30$ হলে, $2(a^3 - b^3) =$ কত?

- ক) 380 খ) 400 ● 3800 ঘ) 4000

□ □ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

ii. $(a - b)^3 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$

iii. $a - b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^3 - b^3 = 27$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা :

i. তথ্যানুসারে সঠিক

ii. ডানপদ = $(a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$

$$= (a - b)(a - b)^2 = (a - b)^3$$

= বামপদ সূত্রাং, প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

iii. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = 3^3 + 3 \times (-1) \times 3$

$$= 27 - 9 = 18 \text{ সূত্রাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়।}$$

২৩. $(a - b)^3$ এর সমান—

i. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab(a - b)$

ii. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

iii. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii ● ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

□ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x + y = 2$ হলে

২৪. $x^3 + y^3 + 6xy$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 2 খ) 4 গ) 6 ● 8

ব্যাখ্যা : $x^3 + y^3 + 6xy = x^3 + y^3 + 3(x + y) \times xy$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$= (x + y)^3 = (2)^3 = 8$$

২৫. $xy = 1$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত? (মধ্যম)

- 2 খ) 4 গ) 6 ঘ) 7

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$a - \frac{1}{a} = 4$ এবং $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে—

২৬. $a - \frac{1}{a}$ এর ঘন এর মান কত?

- ক) 36 খ) 54 গ) 9 ● 27

ব্যাখ্যা : $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = (3)^3 = 27$

২৭. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক) 66 খ) 54 গ) 56 ● 52

ব্যাখ্যা : $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$



$$= 4^3 - 3.1.4 = 64 - 12 = 52$$

৪.৩ : ঘনফলের সাথে সম্পৃক্ত আরও দুইটি সূত্র

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. $a^3 + b^3$ সমান কোনটি? (সহজ)
 (a + b) (a² - ab + b²) (a + b) (a² + ab + b²)

(a - b) (a² - ab + b²) (a - b) (a² + ab + b²)

২৯. $a^3 - b^3 =$ কত? (সহজ)

(a - b) (a² - ab + b²) (a - b) (a² + ab + b²)

(a + b) (a² + ab + b²) (a + b) (a² - ab + b²)

৩০. $a = 1, b = -1$ হলে $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ এর মান কত? (মধ্যম)

1 2 3 4

ব্যাখ্যা : $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

$$= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2\}$$

$$= (a^2)^3 + (b^2)^3 = a^6 + b^6 = 1^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$$

৩১. $a = 4$ এবং $b = 1$ হলে, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ এর মান কত?

65 64 63 62

৩২. $a = 4$ হলে, $8a^3 + 6a^2 + 6a + 1$ এর মান কত?

216 633 512 729

৩৩. নিচের কোনটি $a^3 - b^3$ এর মান?

(a - b)³ (a - b)³ + 3ab(a - b)

৩৮. $a + b = 4$ হলে $a^3 + b^3 + 12ab$ এর মান নিচের কোনটি?

12 25 64 128

৩৯. $\sqrt{7}$ এর ঘন কত?

$4\sqrt{7}$ $7\sqrt{7}$ $8\sqrt{7}$ $10\sqrt{7}$

৪০. $a^3 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি?

(a + b) (a² - ab + b²) (a - b) (a² + ab + b²)

(a + b)³ + 3ab(a + b) (a - b) (a² - ab + b²)

৪১. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

242 422 622 722

৪২. $a - b = 4$ এবং $ab = 0$ হলে $a^3 - b^3$ এর মান কত?

4 16 64 76

৪৩. $a^3 - b^3 = 27, a - b = 3$ হলে, $ab =$ কত?

6 3 1 0

(a - b)³ - 3ab(a - b)

(a + b)³

3ab(a + b)

৩৪. $3x + \frac{1}{2x} = 3$ হলে, $27x^3 + \frac{1}{8x^3} =$ কত?

$\frac{9}{8}$ $-\frac{9}{8}$ $\frac{27}{2}$ $-\frac{27}{8}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $(x + a)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$

ii. $(x - a)(x^2 + ax + a^2) = x^3 - a^3$

iii. $x^3 - 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

i ও ii i ও iii ii ও iii i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x^2 + 2, a^2 + b^2, x^4 - 2x^2 + 4, a^4 - a^2b^2 + b^4$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৬. $x = 1$ হলে ১ম ও ৩য় রাশির গুণফলের মান কত? (সহজ)

3 6 9 11

ব্যাখ্যা : $x = 1$ হলে, $x^6 + 8 = (1)^6 + 8 = 9$

৩৭. $a = -1, b = 1$ হলে, ২য় ও ৪র্থ রাশির গুণফলের মান নিচের কোনটি? (সহজ)

1 2 3 4

ব্যাখ্যা : $a = 1, b = -1$ হলে, $a^6 + b^6 = (1)^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$

ব্যাখ্যা : $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

বা, $27 = 3^3 + 3ab \times 3$

বা, $27 = 27 + 9ab$

বা, $9ab = 0$

$\therefore ab = 0$

৪৪. $x - y = 3$ হলে, $x^3 - y^3 - 9xy$ এর মান কত?

9 18 27 36

৪৫. $(-8)^3 = ?$

24 -24 -512 512

৪৬. $3x + 2y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $27x^3 + 8y^3$ এর মান কত?

793 1365 1443 3601

৪৭. $p - \frac{1}{p} = 3$ হলে, $p^3 - \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

18 33 36 63



৫৮. $\sqrt{5}$ এর ঘন কোনটি?

- কি 5 ● $5\sqrt{5}$ গি $3\sqrt{5}$ ঘি $25\sqrt{5}$

৫৯. $x + y = \sqrt{5}$ এবং $xy = \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

- কি $\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ খি $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$

- $5\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ ঘি $5\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

৬০. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

- 722 খি 622 গি 422 ঘি 242

৬১. $x^2 + 2x + 1 = 0$ হলে,

i. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ ii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = -2$

iii. $x^2 - \frac{1}{x^2} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

$x - \frac{1}{x} = 2$ হলে, নিচের ১৫-১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

- কি 0 খি 4 গি 6 ● 8

৬৩. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

- 14 খি 12 গি 8 ঘি 2

৬৪. উপরের তথ্য থেকে পাওয়া যাবে—

i. $x^2 - 2x - 1 = 0$ ii. $x = 1 \pm \sqrt{2}$

iii. x একটি ধ্রুব রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii খি ii ও iii গি i ও iii ● i, ii ও iii

$x^2 + 1 = 2x$ সমীকরণটির আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৬৫. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নিচের কোনটি?

- 0 খি 1 গি 2 ঘি 4

৬৬. $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান নিচের কোনটি?

- কি 1 ● 2 গি 3 ঘি 4

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$p + q = 3$ এবং $p - q = 2$ হলে—

৬৭. $p^3 + q^3$ এর মান কত?

- $27 - 9pq$ খি $27 + 9pq$ গি $18 - 9pq$ ঘি $18 + 9pq$

৬৮. pq এর মান কত?

- কি $\frac{9}{5}$ খি $\frac{5}{9}$ গি $\frac{4}{5}$ ● $\frac{5}{4}$



প্রশ্ন -> $a + \frac{1}{a} = 2$ একটি বীজগণিতীয় সমীকরণ, যেখানে $a > 0$

ক. দেখাও যে, $a^2 - 2a + 1 = 0$ ২

খ. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 1}{a} = 2$$

$$\text{বা, } a^2 + 1 = 2a$$

$$\therefore a^2 - 2a + 1 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2)^2$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 4$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 4$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4 - 4$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = 0$$

$$\text{এখন, } a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2 \cdot 0 = 0$$

$$\therefore a^2 - \frac{1}{a^2} = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{গ. বামপর্ব} &= a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= (2)^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2 \end{aligned}$$

$$\text{ডানপর্ব} = a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \right\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$$

$$= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন -> $b^2 - 2b - 1 = 0$ এবং b ধনাত্মক।

ক. $b - \frac{1}{b}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right)$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $b^2 - 2b - 1 = 0$

$$\text{বা, } b^2 - 1 = 2b$$

$$\text{বা, } \frac{b^2 - 1}{b} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{b} - \frac{1}{b} = 2$$

$$\therefore b - \frac{1}{b} = 2 \text{ (Ans.)}$$

খ. এখন, $\left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^2 + 2 \cdot b \cdot \frac{1}{b}$

$$= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

এবং $\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^3 + 3 \cdot b \cdot \frac{1}{b} \left(b - \frac{1}{b}\right)$

$$= (2)^3 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশিমালা} = \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right)$$

$$= 6 \times 14 = 84 \text{ (Ans.)}$$

গ. ক থেকে পাই, $b - \frac{1}{b} = 2$

$$\text{বা, } \left(b - \frac{1}{b}\right)^2 = 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 4 \cdot b \cdot \frac{1}{b} = 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 4 + 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 8$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right) = 2\sqrt{2}$$

$$\text{বামপর্ব} = \frac{b^4 - 1}{b^2} = \frac{b^4}{b^2} - \frac{1}{b^2} = b^2 - \frac{1}{b^2} = \left(b + \frac{1}{b}\right)\left(b - \frac{1}{b}\right)$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 4\sqrt{2} = \text{ডানপর্ব}$$



$$\therefore \frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন -৩ $x + y, x - y$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $x - y = 3$ এবং $xy = 1$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x + y = 3$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 9xy = 27$ ৪

গ. $x = 3$ হলে $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) =$ কত? ৪

◀▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $x - y = 3$, এবং $xy = 1$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 - y^3 &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) \\ &= (3)^3 + 3 \times 1 \times 3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 27 + 9 = 36 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$

$$\begin{aligned} \text{বামপর্ব} &= x^3 + y^3 + 9xy \\ &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 9xy \\ &= (3)^3 - 3xy \times 3 + 9xy \\ &= 27 - 9xy + 9xy \\ &= 27 = \text{ডানপর্ব} \end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি $= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$
 $= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x + y)(x - y)$

ধরি, $x - y = a$ এবং $x + y = b$

$$x - y = a$$

$$x + y = b$$

$$2x = a + b$$

$$\text{প্রদত্ত রাশিমালা} = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$$

$$= (x - y + x + y)^3 \text{ [a ও b মান বসিয়ে]}$$

$$= (2x)^3 = 8x^3$$

$$= 8 \times (3)^3 \text{ [যখন } x = 3]$$

$$= 8 \times 27 = 216$$

$$\therefore (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) = 216 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন -৪ $3x - \frac{3}{x} = 2$ হলে -

ক. $x - \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $27x^3 - \frac{27}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10}$ ৪

◀▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

$$\text{বা, } 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= 27x^3 - \frac{27}{x^3} = (3x)^3 - \left(\frac{3}{x}\right)^3 \\ &= \left(3x - \frac{3}{x}\right)^3 + 3.3x \cdot \frac{3}{x} \left(3x - \frac{3}{x}\right) \\ &= (2)^3 + 27.2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 8 + 54 = 62 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x \cdot \frac{1}{x} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 = \frac{4}{9} + 4 \\ &= \frac{4 + 36}{9} = \frac{40}{9} \end{aligned}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপর্ব} &= 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 27\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)\right\} \\ &= 27\left\{\left(\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)^3 - 3.1 \cdot \frac{2\sqrt{10}}{3}\right\} \text{ [মান বসিয়ে]} \end{aligned}$$

$$= 27\left(\frac{80\sqrt{10}}{27} - 2\sqrt{10}\right)$$

$$= 27\sqrt{10}\left(\frac{80}{27} - 2\right) = 27\sqrt{10}\left(\frac{80 - 54}{27}\right)$$

$$= 27\sqrt{10} \times \frac{26}{27} = 26\sqrt{10} = \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10} \text{ [দেখানো হলো]}$$

প্রশ্ন -৫ $x, x + y, x - \frac{1}{x}$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $x = 1$ হলে, $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$ এর মান কত? ২

খ. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত? ৪

গ. $x + y = 3$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 9xy = 27$ ৪



◀◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$
 $= (3x)^3 + 3 \cdot 9x^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 + 2^3 - 5$
 $= (3x + 2)^3 - 5$
 $= (3 \cdot 1 + 2)^3 - 5$ [x এর মান বসিয়ে]
 $= 5^3 - 5$
 $= 125 - 5$
 $= 120$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 5$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 4^3 + 3 \cdot 5 = 64 + 15 = 79$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$

বামপর্ব $= x^3 + y^3 + 9xy$
 $= x^3 + y^3 + 3 \cdot 3xy$
 $= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy$
 $= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
 $= (x + y)^3 = 3^3 = 27 = \text{ডানপর্ব}$

$\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন - ৬ $a + b = 3, a - b = 5, ab = 2$ এবং $a^2 + b^2 = c^2$

ক. $a^3 + b^3 =$ কত? ২

খ. $a^6 - b^6$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

◀◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a + b = 3$

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
 $= 3^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3$ [$\because ab = 2$]
 $= 27 - 18 = 9$ (Ans.)

খ. প্রদত্ত রাশি $= a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2$
 $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$
 $= (a^3 + b^3) \{(a - b)^3 + 3ab(a - b)\}$
 $= 9 \times \{(5)^3 + 3 \cdot 2 \cdot 5\}$ [$\because a^3 + b^3 = 9$]
 $= 9 \times \{125 + 30\} = 9 \times 155 = 1395$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$ বামপর্ব $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2 + b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$
 $= (c^2)^3 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$

$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$

$= c^6 = \text{ডানপর্ব}$

$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন - ৭ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে

ক. $x - \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$ ৪

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀◀ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x}$
 $= 3^2 - 4$ [মান বসিয়ে]
 $= 9 - 4 = 5$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ (Ans.)

খ. সমাধান 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{5})^3$ [উভয়পর্বকে ঘন করে]

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{5}$

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ [$\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$]

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3$ [উভয়পর্বকে ঘন করে]

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27$



$$\text{বা, } x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

$$\text{আবার, সমাধান 'খ' হতে পাই, } x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^6 - \frac{1}{x^6} &= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \\ &= 18 \times 8\sqrt{5} = 144\sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৮ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে,

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গ হচ্ছে

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (3)^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৯ $a^2 - 6a + 1 = 0$ হলে,

ক. $a + \frac{1}{a} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ ৪

গ. $\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $a^2 - 6a + 1 = 0$

$$\text{বা, } a^2 + 1 = 6a$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{6a}{a} \text{ [a দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 6 \text{ (Ans.)}$$

খ. বামপদ = $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$$= (6)^3 - 3 \cdot 6 \text{ [ক হতে]}$$

$$= 216 - 18 = 198 = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. ক হতে পাই, $a + \frac{1}{a} = 6$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (6)^2$$

$$\text{বা, } a^2 + 2a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 36$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 36 - 2$$

$$\text{বা, } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (34)^2$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 1156$$

$$\text{বা, } a^4 + \frac{1}{a^4} = 1156 - 2$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = 1154 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১০ $2x + \frac{2}{x} = 5$ হলে,

ক. $2x - \frac{2}{x} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right)$. ৪

◀▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 5$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$



$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } x - \frac{1}{x} = \pm \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } 2x - \frac{2}{x} = \pm \frac{3 \times 2}{2}$$

$$\therefore 2x - \frac{2}{x} = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. বামপৰ} = 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$$

$$= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{3}{2}\right\}$$

$$= 8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right) = 8\left(\frac{27 + 36}{8}\right) = 8 \times \frac{63}{8} = 63$$

= ডানপৰ

$$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{গ. বামপৰ} = 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right)$$

$$= 63\left\{(2x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\}$$

$$= 63\left\{\left(2x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x + \frac{2}{x}\right)\right\}$$

$$= 63(5^3 - 12 \times 5)$$

$$= 63(125 - 60) = 63 \times 65$$

$$\text{ডানপৰ} = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right) = 65\left\{(2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\}$$

$$= 65\left\{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right)\right\}$$

$$= 65 \times (3^3 + 12 \times 3)$$

$$= 65(27 + 36) = 65 \times 63$$

$$\text{অর্থাৎ } 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right) \text{ (প্রমাণিত)}$$



প্রশ্ন-১১ $x^2 - 4x + 1 = 0$

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত? ২

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 62$ ৪

উত্তর : ক. 4, খ. 52

প্রশ্ন-১২ $x + y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে

ক. $(x + y)^3$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^3 + y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^3 + y^3 + 4(x - y)^2 - 3(x^2 + y^2) = 0$
৪

উত্তর : ক. 125, খ. 35

প্রশ্ন-১৩ a এবং x দুইটি বাস্তব সংখ্যা ($a > x$) যাদের সমষ্টি, অন্তরফল ও গুণফল যথাক্রমে 10, 8 ও 9.

ক. শর্তযুক্ত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. $a^3 + x^3$ ও $a^3 - x^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) =$ কত?
৪

উত্তর : খ. 730; 728; গ. -531440.

প্রশ্ন-১৪ a একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান $a^2 - 2a + 1 = 0$

সমীকরণ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। a এর মান নির্ণয় না করে।

ক. $a + \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$ ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 + \frac{1}{a^6} = a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$. ৪

উত্তর : ক. 2