



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

সাধারণ গুণনীয়ক :

যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, একে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক (Common Factor) বলে। যেমন, x^2y , xy , xy^2 , $5x$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক x ; আবার, $(a^2 - b^2)$, $(a + b)^2$, $(a^3 + b^3)$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক $(a + b)$ ।

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) :

দুই বা ততোধিক রাশির ভিতর যতগুলো মৌলিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে, এদের সকলের গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Factor) বা সংক্ষেপে গ. সা. গু. (H.C.F) বলে। যেমন, $a^3b^2c^3$, $a^5b^3c^4$ ও $a^4b^3c^2$ এই তিনটি রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক $a^3b^2c^2$

আবার, $(x + y)^2$, $(x + y)^3$, $(x^2 - y^2)$ এই তিনটি রাশির গ. সা. গু. $(x + y)$

সাধারণ গুণিতক :

কোনো একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকদ্বয় বা ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক (Common Multiple) বলে। যেমন, a^2b^2c রাশিটি a , b , c , ab , bc , ca , a^2b , ab^2 , b^2c রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক। আবার, $(a + b)^2$, $(a - b)$ রাশিটি $(a + b)$, $(a + b)^2$ ও $(a^2 - b^2)$ রাশি তিনটির সাধারণ গুণিতক।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) :

দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least Common Factor) বা সংক্ষেপে ল. সা. গু. (L.C.F) বলে। যেমন, x^2y^2z রাশিটি x^2yz , xy^2 ও xyz রাশি তিনটির ল. সা. গু.।

আবার, $(x + y)(x - y)$ রাশিটি $(x + y)$, $(x + y)^2$ ও $(x^2 - y^2)$ রাশি তিনটির ল. সা. গু.।

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.৭: বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. xy , xy^2 , $5x$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক নিচের কোনটি?

(সহজ)

● x ☒ y ☐ xy ☒ xy^2

২. $x^3 + x^2y$, $x^2y + xy^2$ এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

☐ xy ☒ $x + y$ ☐ $xy(x + y)$ ● $x^3y(x + y)$

৩. $x - y$, $x^2 + xy + y^2$ ও $x^3 - y^3$ এর ল.সা.গু. কত?

☐ $x - y$ ● $x^3 - y^3$ ☐ $(x - y)^2$ ☒ $x^2 + xy + y^2$

৪. $x - y$, $x^2 - xy$, $x^2 - y^2$ এর ল, সা, গু নিচের কোনটি?

☐ $x - y$ ☒ $x(x - y)$ ☐ $x^2 - y^2$ ● $x(x^2 - y^2)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক তাকে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে

ii. a^2b , ab , $5bc$ এর সাধারণ গুণনীয়ক b

iii. $(a^2 - b^2)$ ও $(a^2 + b^2)$ এর সাধারণ গুণনীয়ক $(a + b)^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

● i ও ii ☒ i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

৪.৭.১ : গরিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (গ.সা.গু.)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. $a^3b^2c^3$ এবং $a^5b^3c^4$ এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি? (মধ্যম)

☐ $a^3b^2c^2$ ● $a^3b^2c^3$ ☐ $a^5b^2c^3$ ☒ $a^5b^3c^3$

ব্যাখ্যা : এখানে $a^3b^2c^3$, $a^5b^3c^4$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^3 , b^2 ও c^3

নির্ধেয় গ.সা.গু. $a^3b^2c^3$

৭. $(x^2 + y^2)^2$ এবং $(x^4 + y^4)$ এর গ. সা. গু. কত? (কঠিন)

☐ $x + y$ ☒ $x^2 + y^2$ ☐ $x^2 - y^2$ ● 1

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 + y^2)(x^2 + y^2)$



$$\begin{aligned} \text{২য় রাশি } (x^4 + y^4) &= (x^2)^2 + (y^2)^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় গ. সা. গু. 1

৮. $x^2 - 4$ এবং $xy - 2y$ এর গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (কঠিন)

কি $(x + 2)$ ● $(x - 2)$ গি $(x - 4)$ ঘি $(x + 4)$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= x^2 - 4 = (x)^2 - (2)^2 = (x + 2)(x - 2)$

২য় রাশি $= xy - 2y = y(x - 2)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $(x - 2)$

৯. $(x + y)^3$ এবং $x^3 + y^3$ এর গ. সা. গু. কত? (সহজ)

কি $(x + y)^3$ খি $(x + y)^2$ গি $x^3 + y^3$ ● $(x + y)$

১০. $x^2 - 4$, $x^3 - 8$ ও $x^2 - 2x$ এর গ. সা. গু. কত? (মধ্যম)

কি $x + 2$ ● $x - 2$ গি $x^2 + 2x + 4$ ঘি $x^2 - 2x + 8$

১১. $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$ ও $a^4 - 5a^3 - 14a^2$ এর গ. সা. গু. কোনটি? (কঠিন)

কি a ● $a(a + 2)$ গি $a(a + 2)^2$ ঘি $a(a^2 - 4)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. $4(a + 2)^2$ এবং $2(a^2 - b^2)$ রাশি দুটির জন্য

i. সংখ্যা সহগের গ. সা. গু. 2 ii. সাধারণ উৎপাদক $2(a + b)$

iii. গ. সা. গু. $2(a + b)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

কি i ও ii খি ii ও iii গি i ও iii ● i, ii ও iii

১৩. $p(q + r)$, $pq(q + r)$ - এর ক্ষেত্রে

i. সহগগুলোর গুণফল pq ii. সাধারণ উৎপাদক $p(q + r)$

iii. গ. সা. গু. $p(q + r)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

কি i ও ii ● ii ও iii গি i ও iii ঘি i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$(x + y)^3$, $24(x + y)^2$, $32(x^2 - y^2)$ তিনটি রাশি

১৪. প্রদত্ত রাশিগুলোর সহগগুলোর গ. সা. গু. কত? (সহজ)

কি 6 খি 4 গি 3 ● 1

ব্যাখ্যা : 1, 24 ও 32 এর গ. সা. গু. = 1

১৫. ১ম ও ২য় রাশির গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি $3(x + y)$ খি $2(x + y)$ ● $(x + y)^2$ ঘি $24(x + y)$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি, $(x + y)^3 = (x + y)(x + y)(x + y)$

২৩. $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2(x^2y + xy^2)$ এর গ. সা. গু. কত?

$$\text{২য় রাশি, } 24(x + y)^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times (x + y)(x + y)$$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $(x + y)^2$

১৬. প্রদত্ত রাশিগুলোর গ. সা. গু. নিচের কোনটি? (কঠিন)

কি $2(x + y)$ খি $2(x + y)^2$ গি $(x + y)^2$ ● $(x + y)$

ব্যাখ্যা : ১ম ও ২য় রাশি, বেত্রে ২৯ নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখ

৩য় রাশি, $32(x^2 - y^2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times (x + y)(x - y)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $(x + y)$

৪.৭.২ : লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৭. x^2yz , xy^2 ও xyz এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● x^2y^2z খি $x^2y^2z^2$ গি x^2yz ঘি xyz

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত রাশিগুলোতে সর্বোচ্চ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^2 , y^2 এবং z

নির্ণেয় ল. সা. গু. x^2y^2z .

১৮. $5x^3$, $10x^2y$ ও $20x^4$ এর ল. সা. গু. নির্ণয় কর? (মধ্যম)

● $5x^2y$ খি $20x^4y^2$ গি $50x^9y^4$ ঘি $100x^{24}y^2$

১৯. $x^3 - y^3$ এবং $x^6 - y^6$ এর ল.সা.গু. কোনটি? (সহজ)

কি $x^3 + y^3$ খি $x^3 - y^3$ গি $(x^3 - y^3)(x^6 - y^6)$ ● $x^6 - y^6$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x^2 - y^2$, $x + y$, $x^3y + x^2y^2$ তিনটি রাশি।

২০. ১ম ও ২য় রাশির ল. সা. গু. নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি $x + y$ খি $x - y$ ● $x^2 - y^2$ ঘি $(x + y)^2$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি, $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

২য় রাশি $= x + y$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

২১. ৩য় রাশির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি x^2y^2 ● $x + y$ গি $(x + y)^2$ ঘি $x^2 + y^2$

ব্যাখ্যা : $x^3y + x^2y^2 = x^2y(x + y)$

∴ ৩য় রাশির একটি উৎপাদক $(x + y)$

২২. রাশি তিনটির ল. সা. গু. নিচের কোনটি? (কঠিন)

● $x^2y(x^2 - y^2)$ খি $xy(x + y)$ গি $xy^2(x + y)$ ঘি $x^2y(x - y)$

● $x + y$ খি $x - y$ গি $x^2 - y^2$ ঘি $2xy(x + y)$



১৪. $a + b, a^2 + ab, a^2 - b^2$ এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

- কি $a(a - b)$ খি $a - b$
 ● $a(a^2 - b^2)$ ঘি $a^2 - b^2$

২৫. $x^2 - 4$ ও $x^2 + 4x + 4$ এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

- কি $(x + 2)(x - 2)^2$ খি $(x + 2)(x - 2)$
 ● $(x + 2)^2(x - 2)$ ঘি $(x^2 - 4)(x^2 + 4x + 4)$

২৬. $a^2 - b^2, (a + b)^2$ এর গ.সা.গু. কত?

- $a + b$ খি $a - b$
 গি $(a + b)^2$ ঘি $(a + b)(a - b)$

২৭. $a^3 - b^3$ এবং $a^3 + b^3$ এর গ.সা.গু.-

- কি $a - b$ খি $a + b$ গি 0 ● 1

২৮. $a - b, a^2 - ab$ এবং $a^2 - b^2$ এর ল.সা.গু. কত?

- কি $a(a - b)$ খি $a - b$
 ● $a(a^2 - b^2)$ ঘি $a^2 - b^2$

২৯. a^2, a ও b এর ল.সা.গু. কত?

- কি a^2 খি ab ● a^2b ঘি a^3b

৩০. ভগ্নাংশের ল.সা.গু. হলো-

- $\frac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$ খি $\frac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$
 গি $\frac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$ ঘি $\frac{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}$

৩১. $9a^3b^2c^2, 12a^2bc$ ও $15ab^3c^3$ এর গ.সা.গু. কোনটি?

- $3abc$ খি $9abc$
 গি $12a^2b^2c^2$ ঘি $180a^3b^3c^3$

ব্যাখ্যা : 9, 12, 15 এর গ.সা.গু.

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a, b, c

∴ গ. সা. গু. $3abc$

৩২. $(a - b), (a^2 - ab)$ ও $(a^2 - b^2)$ এর ল.সা.গু. কোনটি?

- কি $a(a - b)$ খি $(a - b)$
 ● $a(a^2 - b^2)$ ঘি $a^2 - b^2$

৩৩. $a^2 - 9, a^2 - a - 6, a^3 - 27$ এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

- কি 1 খি $a + 3$ ● $a - 3$ ঘি $(a + 3)(a - 3)$

৩৪. $x^2 - 9, x^2 - 7x + 12$ এবং $x^3 - 27$ রাশি তিনটির গ. সা. গু. কত?

- $(x - 3)$ খি $(x + 3)$
 গি $(x - 4)$ ঘি $x^2 + 3x + 9$

৩৫. $(x^3 - 1)$ ও $(x^4 + x^2 + 1)$ এর গ.সা.গু. কোনটি?

- কি x খি $x + 1$ ● $x^2 + x + 1$ ঘি $x^2 - x + 1$

৩৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

ii. $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

iii. $a^3 + b^3$ এবং $a^3 - b^3$ এর গ.সা.গু।

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii ● i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x - 2, x^2 - 4, xy - 2y$ বীজগাণিতিক রাশি।

৩৭. রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক কত?

- কি $y(x + 2)(x - 2)$ খি $(x + 2)(x - 2)$
 গি $x + 2$ ● $x - 2$

৩৮. রাশিগুলোর ল.সা.গু. কত?

- $y(x + 2)(x - 2)$ খি $y(x + 2)(x - 2)^2$
 গি $x - 2$ ঘি $y(x - 2)^3$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3(x + y)$ ও $6(x^2 - y^2)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৯. রাশি দুইটির গ.সা.গু. কত?

- কি $6(x + y)$ খি $3(x - y)$
 গি $6(x^2 - y^2)$ ● $3(x + y)$

৪০. রাশি দুইটির ল.সা.গু. কত?

- $6(x^2 - y^2)$ খি $6(x + y)(x + y)$
 গি $18(x^2 - y^2)$ ঘি $18(x^2 - y^2)(x + y)$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন - ১ ▶ $(x - 5), (x + 2)^2, (x^2 + 2x)$ এবং $x^2 + 5x + 6$

চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. শেষোক্ত রাশি তিনটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. ১ম রাশি = y এবং $xy = 6$ হলে, $x^3 - y^3 + 4(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ১ম রাশি $(x - 5)$ এর বর্গ

$$= (x - 5)^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + (5)^2$$

$$= x^2 - 10x + 25 \text{ (Ans.)}$$

খ. এখানে, ২য় রাশি = $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$

$$৩য় রাশি = x^2 + 2x = x(x + 2)$$



$$\begin{aligned} 8\text{র্থ রাশি} &= x^2 + 5x + 6 \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x(x + 3) + 2(x + 3) \\ &= (x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x + 2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x + 2)$

$$\text{নির্ণেয় গ. সা. গু.} = (x + 2)$$

গ. দেওয়া আছে, ১ম রাশি = y

$$\text{অর্থাৎ } x - 5 = y$$

$$\therefore x - y = 5$$

$$\text{এবং } xy = 6$$

$$\therefore x^3 - y^3 + 4(x + y)^2$$

$$= (x - y)^3 + 3xy(x - y) + 4\{(x - y)^2 + 4xy\}$$

$$= (5)^3 + 3 \cdot 6 \cdot 5 + 4 \cdot (5^2 + 4 \cdot 6) \text{ (মান বসিয়ে)}$$

$$= 125 + 90 + 4(25 + 24)$$

$$= 125 + 90 + 4 \times 49 = 125 + 90 + 196 = 411$$

(Ans.)

প্রশ্ন -২ $b^2 - 9$, $b^2 + 7b + 12$ এবং $b^2 - 27$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. দ্বিতীয় রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত রাশি $b^2 - 9$ এর বর্গ = $(b^2 - 9)^2 = (b^2)^2 - 2 \cdot b^2 \cdot 9 + (9)^2$

$$= b^4 - 18b^2 + 81 \text{ (Ans.)}$$

খ. দ্বিতীয় রাশি = $b^2 + 7b + 12$

$$= b^2 + 3b + 4b + 12$$

$$= b(b + 3) + 4(b + 3)$$

$$= (b + 3)(b + 4)$$

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\therefore (b + 3)(b + 4) = \left(\frac{b+3+b+4}{2}\right)^2 -$$

$$\left(\frac{b+3-b-4}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2b+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{-1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2b+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $b^2 - 9 = (b)^2 - (3)^2 = (b + 3)(b - 3)$

দ্বিতীয় রাশি = $b^2 + 7b + 12 = (b + 3)(b + 4)$ [‘খ’ থেকে]

$$\text{তৃতীয় রাশি} = b^3 - 27 = (b)^3 - (3)^3$$

$$= (b - 3)(b^2 - b \times 3 + 3^2)$$

$$= (b - 3)(b^2 - 3b + 9)$$

$$\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = (b + 3)(b - 3)(b + 4)(b^2 - 3b + 9)$$

$$= (b - 3)(b + 3)(b + 4)(b^2 - 3b + 9)$$

9) (Ans.)

প্রশ্ন -৩ $x + y$, $x^2 + y^2$ এবং $x^3 + y^3$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ১ম ও ২য় রাশির মান যথাক্রমে ৩ এবং ৫ হলে, xy এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ১ম রাশি, ৩য় রাশি ও $x^2 - y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ৩য় রাশি = $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ (Ans.)

খ. ১ম রাশি = $x + y = 3$

$$২য় রাশি = x^2 + y^2 = 5$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$\text{বা, } 5 = 3^2 - 2xy$$

$$\text{বা, } 2xy = 9 - 5$$

$$\text{বা, } 2xy = 4$$

$$\text{বা, } xy = \frac{4}{2}$$

$$\therefore xy = 2 \text{ (Ans.)}$$

গ. ১ম রাশি = $x + y$

$$৩য় রাশি = x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$\text{নির্ণেয় ল. সা. গু.} = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)$$

$$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= (x^2 - y^2)(x^2 - xy + y^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন -৪ $a^2 - 4$, $a^2 + 4a + 4$ এবং $a^3 - 8$.

উপরের তথ্যের আলোকে নিম্নে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

ক. দ্বিতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রথম ও তৃতীয় রাশির গুণফলকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দ্বিতীয় রাশি = $a^2 + 4a + 4$

$$= (a)^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + (2)^2$$

$$= (a + 2)^2 = (a + 2)(a + 2) \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রথম রাশি = $a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^3 - 8 = a^3 - (2)^3$$

$$= (a - 2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2)$$

$$= (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$$

‘ক’ হতে প্রাপ্ত, দ্বিতীয় রাশি = $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)(a + 2)$



প্রশ্নমতে,

$$\frac{(a^2-4)(a^3-8)}{a^2+4a+4}$$

$$\frac{(a+2)(a-2)(a-2)(a^2+2a+4)}{(a+2)(a+2)}$$

$$= \frac{(a-2)^2(a^2+2a+4)}{(a+2)}$$

গ. 'খ' হতে প্রথম রাশি = $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$

তৃতীয় রাশি = $a^3 - 8 = (a-2)(a^2+2a+4)$

'ক' হতে দ্বিতীয় রাশি = $a^2+4a+4 = (a+2)(a+2)$

∴ রাশি তিনটির ল. সা. গু. = $(a+2)(a-2)(a^2+2a+4)(a+2)$

$$= (a-2)(a+2)^2(a^2+2a+4)$$

$$= (a-2)(a^3-2^3)$$

$$= (a-2)(a^3-8) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন -৫ $18(x+y)^3$, $24(x+y)^2$ এবং $32(x^2-y^2)$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. রাশিগুলোর সংখ্যা সহগের গ. সা. গু. কত? ২

খ. প্রথম রাশি দুইটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের রাশিগুলোর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে, রাশিগুলোর সংখ্যা সহগ যথাক্রমে 18, 24 ও 32

$$\therefore 18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

নির্ণেয় গ. সা. গু. = 2

খ. এখানে, 18 ও 24 এর ল. সা. গু. = 72

প্রথম রাশি = $18(x+y)^3 = 2 \times 3 \times 3 \times (x+y)(x+y)(x+y)$

দ্বিতীয় রাশি = $24(x+y)^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times (x+y)(x+y)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. = $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times (x+y)(x+y)(x+y)$

$$= 72(x+y)^3 \text{ (Ans.)}$$

গ. এখানে, 18, 24 ও 32 এর গ. সা. গু. = 2

প্রথম রাশি = $18(x+y)^3 = 18(x+y)(x+y)(x+y)$

দ্বিতীয় রাশি = $24(x+y)^2 = 24(x+y)(x+y)$

তৃতীয় রাশি = $32(x^2-y^2) = 32(x+y)(x-y)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. = $2(x+y)$

প্রশ্ন-৬ $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$, $a^4 - 5a^3 - 14a^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. খ এর প্রাপ্ত ফলাফল ও তৃতীয় রাশির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দ্বিতীয় রাশি = $a^3 + 6a^2 + 8a$

$$= a(a^2 + 6a + 8)$$

$$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$$

$$= a\{a(a+4) + 2(a+4)\}$$

$$= a(a+4)(a+2) \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রথম রাশি = $a^3 - 3a^2 - 10a$

$$= a(a^2 - 3a - 10)$$

$$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$$

$$= a\{a(a-5) + 2(a-5)\}$$

$$= a(a-5)(a+2)$$

'ক' হতে প্রাপ্ত দ্বিতীয় রাশি = $a^3 + 6a^2 + 8a$

$$= a(a+4)(a+2)$$

নির্ণেয় ল. সা. গু. = $a(a-5)(a+2)(a+4) \text{ (Ans.)}$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত ফলাফল = $a(a-5)(a+2)(a+4)$

এখন তৃতীয় রাশি = $a^4 - 5a^3 - 14a^2$

$$= a^2(a^2 - 5a - 14)$$

$$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$$

$$= a^2\{a(a-7) + 2(a-7)\}$$

$$= a^2(a-7)(a+2)$$

নির্ণেয় গ. সা. গু. = $a(a+2)$

প্রশ্ন -৭ $a^2b(a^3 - b^3)$, $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3 + b^3$

তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ১ম ও ৩য় রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় রাশিসহ প্রাপ্ত ফলাফলের ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ৩য় রাশি = $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

খ. ১ম রাশি = $a^2b(a^3 - b^3) = a^2b(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

৩য় রাশি = $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. = $a^2b(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$= a^2b(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$$

$$= a^2b\{(a^3)^2 - (b^3)^2\}$$

$$= a^2b(a^6 - b^6) \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত ফলাফল = $a^2(a^6 - b^6)$

২য় রাশি = $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$

$$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2\}$$

$$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$$

$$= a^2b^2(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$$



∴ ২য় রাশিসহ প্রাপ্ত ফলাফলের ল. সা. গু. = $a^2b(a^6 - b^6) \times b$
 $= a^2b^2(a^6 - b^6)$ Ans.

প্রশ্ন-৮ $x^2 + x - 2$, $x^2 + 5x + 6$, $2x^2 + 3x - 2$ এবং $2x^3 - 8x$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

- ক. ৪র্থ রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
 খ. প্রথম রাশি দুইটির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত রাশিগুলোর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

◀ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. ৪র্থ রাশি = $2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4)$
 $= 2x(x^2 - 2^2) = 2x(x + 2)(x - 2)$
 খ. ১ম রাশি = $x^2 + x - 2 = x^2 + 2x - x - 2$
 $= x(x + 2) - 1(x + 3) = (x + 2)(x - 1)$
 ২য় রাশি = $x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6$
 $= x(x + 3) + 2(x + 3) = (x + 3)(x + 2)$
 ∴ রাশি দুটির গ. সা. গু. $(x + 2)$ (Ans.)
 গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত, ১ম রাশি = $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$
 এবং ২য় রাশি = $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
 ৩য় রাশি = $2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2$
 $= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$
 ক হতে, ৪র্থ রাশি = $2x^3 - 8x = 2x(x + 2)(x - 2)$
 নির্ণেয় ল. সা. গু. = $2x(x + 2)(x - 1)(x + 3)(2x - 1)(x - 2)$
 $= 2x(x + 2)(x + 3)(x - 1)(2x - 1)(x - 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন-৯ (i) $6x^2 - x - 1$, (ii) $3x^2 + 7x + 2$ (iii) $2x^2 + 2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

- ক. (ii)নং এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো লেখ। ২
 খ. (i) ও (ii)এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
 গ. উদ্দীপকের রাশি তিনটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

◀ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. প্রদত্ত (ii) নং রাশি = $3x^2 + 7x + 2$
 $= 3x^2 + 6x + x + 2$
 $= 3x(x + 2) + 1(x + 2)$
 $= (x + 2)(3x + 1)$

নির্ণেয় গুণনীয়কসমূহ $(x + 2)$, $(3x + 1)$

খ. (i) নং রাশি = $6x^2 - x - 1$
 $= 6x^2 - 3x + 2x - 1$
 $= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1)$
 $= (2x - 1)(3x + 1)$

(ii) নং রাশি = $3x^2 + 7x + 2$
 $= (x + 2)(3x + 1)$ [ক হতে]

এখানে রাশি দুইটির মধ্যে সাধারণ গুণনীয়ক $(3x + 1)$ ।

∴ গ. সা. গু. = $(3x + 1)$ (Ans.)

- গ. 'খ' নং হতে (i) নং রাশি = $6x^2 - x - 1 = (2x - 1)(3x + 1)$
 'ক' নং হতে (ii) নং রাশি = $3x^2 + 7x + 2 = (x + 2)(3x + 1)$
 (iii) নং রাশি = $2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2$
 $= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$
 ∴ রাশি তিনটির ল. সা. গু. = $(2x - 1)(3x + 1)(x + 2)(3x + 1)$
 $= (2x - 1)(x + 2)(3x + 1)$ (Ans.)

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাক

প্রশ্ন-১০ $x^2 + x - 56$, $x^2 + 14x + 40$, $x^2 + x - 12$, $x^4 - 256$

- ক. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
 খ. প্রথম তিনটি রাশির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
 গ. 'খ' এর প্রাপ্ত ফলাফল ও চতুর্থ রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $(x + 8)(x - 7)$; খ. 1; গ. $(x^2 + 16)(x + 4)(x + 2)(x - 2)$

প্রশ্ন-১১ $a^2 - b^2$, $a^4 + a^2b^2 + b^4$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি

- ক. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
 খ. রাশি চারটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
 গ. যদি প্রথম রাশিটির মান c^2 হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a^6 - b^6 - 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

উত্তর : ক. $(a + b)(a - b)$; খ. $a^6 - b^6$

প্রশ্ন-১২ $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

ক. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ ৪

উত্তর : ক. 0; খ. 2

প্রশ্ন-১৩ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে,

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? ২



৬. $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$ প্রমাণ কর। 8

গ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{13}$. 8

উত্তর : ক. 11

প্রশ্ন-১৪ ▶ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

ক. $x - \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এবং $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6} =$ কত? 8

উত্তর : ক. $\sqrt{5}$; খ. 7, 18 ; গ. $144\sqrt{5}$.

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন -১৫ ▶ $x^2 - y^2$, $2x + 2y$ এবং $2x^2y + 2xy^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর। 8

গ. ২য় রাশি = 6 এবং $xy = -4$ হলে $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। 8

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে, ১ম রাশি = $x^2 - y^2$

$$x^2 - y^2 \text{ এর বর্গ} = (x^2 - y^2)^2 = (x^2)^2 - 2x^2y^2 + (y^2)^2$$

$$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4$$

খ. ১ম রাশি = $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

২য় রাশি = $2x + 2y = 2(x + y)$

৩য় রাশি = $2x^2y + 2xy^2 = 2xy(x + y)$

∴ রাশি তিনটির ল.সা.গু = $2(x + y)(x - y)xy$
 $= 2xy(x - y)(x + y)$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, ২য় রাশি $2(x + y) = 6$ এবং $xy = -4$

এখন, $2(x + y) = 6$

বা, $(x + y) = 3$

বা, $(x + y)^2 = 9$

বা, $(x - y)^2 + 4xy = 9$

বা, $(x - y)^2 + 4(-4) = 9$

বা, $(x - y)^2 - 16 = 9$

বা, $(x - y)^2 = 9 + 16$

বা, $(x - y)^2 = 9 + 16$

বা, $(x - y)^2 = 25$

বা, $x - y = 5$

প্রদত্ত রাশি, = $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$$= (5)^3 + 3(-4)5 = 125 - 60 = 65.$$

(Ans.)

প্রশ্ন -১৬ ▶ $a - 5 = \frac{1}{a}$ হলে,

ক. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $a^4 = 727 - \frac{1}{a^4}$. 8

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a - 5 = \frac{1}{a}$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right) = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 5^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4.a.\frac{1}{a} = 25$

∴ $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 29$ (Ans.)

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 29$$

বা, $a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$

এখন, প্রদত্ত রাশিমালা : $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3$$

$$= (\sqrt{29})^3 - 3.\sqrt{29} = 29\sqrt{29} - 3\sqrt{29} = 26\sqrt{29}$$

(Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $a - 5 = \frac{1}{a}$

বা, $a - \frac{1}{a} = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 25$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $a^2 - 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 25$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 25 + 2$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (27)^2$ [উভয় পর্বকে বর্গ করে]

বা, $a^4 + 2.a^2.\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^4} = 729$

বা, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 729 - 2$

$\therefore a^4 = 727 - \frac{1}{a^4}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন -১৭ ▶ $a^2 + b^2, 15x - 20y, 9x^2 - 16y^2, 27x^3 - 64y^3$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. প্রথম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম রাশিটির মান c^2 হলে প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2 = 0$. ৪

গ. দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রথম রাশিটির বর্গ $= (a^2 + b^2)^2$
 $= (a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2$
 $= a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

Ans. $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

খ. শর্তমতে, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপর্ব $= a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2)^3 + (b^2)^3 - c^6 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2 + b^2)^3 - c^6 - 3a^2b^2(a + b^2) + 3a^2b^2c^2$
 $= (c^2)^3 - c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$ [$\because a^2 + b^2 = c^2$]
 $= c^6 - c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$
 $= 0 =$ ডানপর্ব

$\therefore a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2 = 0$ (প্রমাণিত)

গ. দ্বিতীয় রাশি $= 15x - 20y = 5(3x - 4y)$

তৃতীয় রাশি $= 9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2$
 $= (3x + 4y)(3x - 4y)$

চতুর্থ রাশি $= 27x^3 - 64y^3 = (3x)^3 - (4y)^3$
 $= (3x - 4y) \{ (3x)^2 + 3x.4y + (4y)^2 \}$
 $= (3x - 4y)(9x^2 + 12xy + 16y^2)$

নির্ণয়ে ল.সা.গু $= 5(3x - 4y)(3x + 4y)(9x^2 + 12xy + 16y^2)$
 $= 5(3x + 4y)(27x^3 - 64y^3)$

প্রশ্ন -১৮ ▶ $x + \frac{1}{x} = 5$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ যেখানে $x > 0$.

ক. $3x + \frac{3}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^2 - \frac{1}{x^2} \neq x^3 + \frac{1}{x^3}$ ৪

▶▶ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

$3x + \frac{3}{x} = 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3 \times 5$ [মান বসিয়ে]
 $= 15$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$ [উভয়পর্বকে বর্গ করে]

বা, $(x)^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (23)^2$ [উভয়পর্বকে বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 529$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 529$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 529 - 2$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 527$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$
 $= (5)^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$ [বর্গমূল করে]

বামপর্ব $= x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 5 \times \sqrt{21}$ [মান বসিয়ে]

$$= 5\sqrt{21}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপর্ব} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (5)^3 - 3 \cdot 1 \cdot 5 = 125 - 15 = 110 \end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ } x^2 + \frac{1}{x^2} \neq x^3 + \frac{1}{x^3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন - ১৯ ▶ $y^2 - 2y - 1 = 0$ এবং $y^4 + y^2 + 1$.

ক. ২য় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ১ম সমীকরণ থেকে $y^2 + \frac{1}{y^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\left(\frac{y^6-1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀◀ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\begin{aligned} \text{ক. ২য় রাশি} &= y^4 + y^2 + 1 \\ &= (y^2)^2 + 2 \cdot y^2 \cdot 1 + (1)^2 - y^2 \\ &= (y^2 + 1) - y^2 \\ &= (y^2 + 1 + y)(y^2 + 1 - y) \\ &= (y^2 + y + 1)(y^2 - y + 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\text{খ. } y^2 - 2y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 1 = 2y$$

$$\text{বা, } \frac{y^2-1}{y} = 2 \text{ [উভয়পর্বকে } y \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{y} - \frac{1}{y} = 2$$

$$\text{বা, } y - \frac{1}{y} = 2$$

$$\text{বা, } \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = (2)^2 \text{ [উভয়পর্বকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} = 4$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 = 4$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} = 4 + 2$$

$$\therefore y^2 + \frac{1}{y^2} = 6 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. 'খ' হতে পাই, } y^2 + \frac{1}{y^2} = 6$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} = 6$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 = 6$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 6 + 2 = 8$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{এবং } y - \frac{1}{y} = 2$$

$$\therefore \left(\frac{y^6-1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) = \left(\frac{y^6}{y^3} - \frac{1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3y \cdot \frac{1}{y}\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \{(2)^3 + 3 \times 2\} 2\sqrt{2}$$

$$= (8 + 6) \times 2\sqrt{2}$$

$$= 14 \times 2\sqrt{2} = 28\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন - ২০ ▶ $a + \frac{1}{a} = 5$ এবং $a > 1$.

ক. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 - 110a^3 + 1 = 0$. ৪

◀◀ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } a + \frac{1}{a} = 5$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (5)^2 - 4 \cdot 1 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 25 - 4 = 21 \text{ (Ans.)}$$

খ. সৃজনশীল ১৮ (খ) এর অনুরূপ।

$$\text{গ. দেওয়া আছে, } a + \frac{1}{a} = 5$$

$$\text{বামপর্ব} = a^6 - 110a^3 + 1$$

$$= a^3 \times \frac{1}{a^3} (a^6 - 110a^3 + 1)$$

$$= a^3 \times \left(\frac{a^6}{a^3} - \frac{110a^3}{a^3} + \frac{1}{a^3}\right)$$

$$= a^3 \times \left(a^3 + \frac{1}{a^3} - 110\right)$$

$$= a^3 \times \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) - 110\right\}$$

$$= a^3 \times \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right) - 110\right\}$$

$$= a^3 \times \{(5)^3 - 3 \times 5 - 110\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= a^3 \times (125 - 15 - 110)$$

$$= a^3 \times (125 - 125) = a^3 \times 0 = 0 = \text{ডানপৰ}$$

অৰ্থাৎ, $a^6 - 110a^3 + 1 = 0$ (দেখানো হলো)