চতুর্থ অধ্যায়

বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

অনুশীলনী ৪.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

বীজগণিতীয় প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগণিতীয় সূত্র বা সংক্ষেপে সূত্র বলা হয়।

সূত্র ১ : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সূত্র ২ : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

সূত্র ৩ : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

সূত্র ৪ : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

অনুসিদ্ধান্ত ১ : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২ : $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩ : $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪ : $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫ : $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬ : $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

বা, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

ত্রিপদী রাশির বর্গ :

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.১ : বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $2x - 5$ এর বর্গ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $4x^2 + 20x + 25$ ● $4x^2 - 20x + 25$
ⓖ $4x^2 + 20x + 24$ ⓖ $4x^2 - 25$

২. $(x + a)(x + b)$ = কত? (সহজ)

ⓚ $x^2 - 2ab + b^2$ ● $x^2 + (a + b)x + ab$
ⓖ $x^2 - 2ab + b^2$ ⓖ $x^2 + (a - b)x + ab$

৩. $(x + 8)(x - 5)$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $x^2 + 3x + 25$ ● $x^2 + 3x - 40$
ⓖ $x^2 - 3x - 40$ ⓖ $x^2 - 40$

৪. $a + b = 12$ এবং $ab = 27$ হলে $a - b$ এর মান কত? (মধ্যম)

● 6 ⓖ 12 ⓖ 4 ⓖ 8

৫. 25 এর বর্গ কোনটি? (সহজ)

ⓚ 525 ● 625 ⓖ 655 ⓖ 675

ব্যাখ্যা : $(25)^2 = (20 + 5)^2 = (20)^2 + 2 \times 20 \times 5 + (5)^2$
$= 400 + 200 + 25 = 625$

৬. $(x - y)^2 = 0$ এবং $xy = 4$ হলে, $x + y$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 3 ● 4 ⓖ 7 ⓖ 16

৭. $a + b = 10$ এবং $a - b = 6$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 66 ● 68 ⓖ 77 ⓖ 99

৮. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 16 ● 20 ⓖ 22 ⓖ 24

ব্যাখ্যা : $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x}$
$= (4)^2 + 4 = 16 + 4 = 20$

৯. $a + b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে $a^2 - b^2$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

● $\sqrt{6}$ ⓖ $\sqrt{5}$ ⓖ 6 ⓖ 5

১০. $a - \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ = কত? (মধ্যম)

● 6 ⓖ 4 ⓖ 2 ⓖ 1

১১. $(x + 4)(x + 2)$ কে দুইটি রাশির অন্তররূপে প্রকাশ নিচের কোনটি? (কঠিন)

ⓚ $(x + 2)^2 - 1^2$ ⓖ $(x + 1)^2 - 1^2$
● $(x + 3)^2 - 1^2$ ⓖ $(x + 4)^2 - 1^2$

ব্যাখ্যা : $(x+4)(x+2) = \left(\frac{x+4+x+2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+4-x-2}{2}\right)^2$
$= \left(\frac{2x+6}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = (x+3)^2 - 1^2$

১২. $p = b - 2c$, $q = a + 3c$ হলে $(p + q)^2$এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $a^2 + 2ab + b^2$ ⓖ $b^2 - 4bc + c^2$
ⓖ $a^2 + 6c + 9c^2$ ● $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

১৩. $a + b = 11$ এবং $a - b = 3$ হলে ab = কত? (মধ্যম)

ⓚ 130 ⓖ 260 ● 28 ⓖ 56

ব্যাখ্যা : $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{121}{4} - \frac{9}{4}$

$= \frac{121-9}{4} = \frac{112}{4} = 28$

১৪. $a^2 - b^2 = 2$, $a - b = 1$ হলে, $a + b$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

বা, $2 = (a + b) \times 1 \therefore a + b = 2$

১৫. $P + \frac{1}{P} = 4$ হলে $P^2 + \frac{1}{P^2} =$ এর মান কত? (কঠিন)

(ক) 18 (খ) 16 ● 14 (ঘ) 12

১৬. $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে $m^4 + \frac{1}{m^4} =$ কত? (কঠিন)

(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা : $m^4 + \frac{1}{m^4} = (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$

$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$

$= (4 - 2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

১৭. যদি $a + b = 6$ এবং $ab = 8$ হয়, তবে $a^2 + b^2 = ?$

(ক) 8 (খ) 16 ● 20 (ঘ) 36

১৮. $x = \frac{1}{2}$ হলে, $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ এর মান কত?

● 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

১৯. 0 এবং $\frac{1}{a + b}$ এর গুণফল কত?

(ক) $\frac{1}{a + b}$ (খ) $a + b$ ● 0 (ঘ) $\frac{a + b}{1}$

২০. $\left(x - \frac{1}{x}\right)$ এর বর্গ নিচের কোনটি?

(ক) $x^2 - 2x^2 + \frac{1}{x^2}$ (খ) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$

(গ) $x^2 + 2 + \frac{1}{x}$ ● $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$

২১. $(x + 2)(x + 1) =$ কত?

(ক) $x^2 + 2x + 2$ (খ) $x^2 + 3x + 1$

● $x^2 + 3x + 2$ (ঘ) $x^2 + 2x + 1$

২২. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 25 ● 29 (গ) 27 (ঘ) 23

২৩. $x + y = 4$ ও $x - y = 2$ হলে, x ও y এর মান কত?

● (3, 1) (খ) (1, 3) (গ) (– 3, 1) (ঘ) (3, – 1)

২৪. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 =$ কত?

(ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 ● 0

২৫. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

● 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

২৬. $x + y = 4$ এবং $xy = 1$ হলে $x - y = ?$

(ক) $3\sqrt{3}$ ● $2\sqrt{3}$ (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 0

২৭. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 27 ● 29 (গ) 21 (ঘ) 23

২৮. নিচের কোনটি ab এর মান?

(ক) $(a + b)^2(a - b)^2$ ● $\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

(গ) $(a + b)^2 - 2ab$ (ঘ) $\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

২৯. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) 7 (খ) 11 ● $3\sqrt{13}$ (ঘ) 20

৩০. $a^2 + b^2$ সমান নিচের কোনটি?

● $(a\ \ b)^2 - 2ab$ (খ) $(a + b)^2 - 4ab$

(গ) $(a^2 + b^2)^2 + 2ab$ (ঘ) $(a + b)(a - b)$

৩১. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

(ক) 14 (খ) 18 (গ) 16 ● 20

৩২. $(a - b + c)$ এর বর্গ নিচের কোনটি?

(ক) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(খ) $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

(গ) $a^2 - b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$

● $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$

৩৩. $a = \frac{1}{2}$ হলে $(2a + 1)(4a^2 - 2a + 1)$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 0 (খ) 1 ● 2 (ঘ) 3

৩৪. $a + b = 3$, $a - b = 5$ হলে, $a^2 - b^2 =$ কত?

(ক) 4 (খ) 1 (গ) 8 ● 15

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে—

i. $\frac{a^4 + 1}{a^2} = 2$ ii. $a^4 - 2a^2 + 1 = 0$ iii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$

কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

৩৬. $a - b = 7$ এবং $ab = 5$ হলে—

i. $(a + b)^2 = 69$ ii. $a^2 + b^2 = 59$ iii. $a^2 - b^2 = 35$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৭. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে—

i. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ ii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

iii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^3 + \frac{1}{a^3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i (খ) ii (গ) i ও ii ● i, ii ও iii

৩৮. $x = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে—

i. $x + \frac{1}{x} = 6$ ii. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$ iii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = 150$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৯. $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে

i. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$ ii. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 21$

iii. $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 10$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● i, ii ও iii (ঘ) ii ও iii

৪০. $9x^2 + 25y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?

i. $-30xy$ ii. $30xy$ iii. $450xy$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i (খ) ii ● i ও ii (ঘ) i, ii ও iii

৪১. i. $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে $(a + b)^2 = 1$

ii. $ab = \frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{4}$

iii. $a = b$ হলে $\frac{1}{a^3} = \frac{1}{b^3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

$x + y + z$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

৪২. রাশিটির বর্গ কত? (সহজ)

ⓚ $x^2+y^2+z^2$ ● $x^2+y^2+y^2+2xy+2yz+2zx$
ⓖ $x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2zx$ ⓘ $x^2+y^2+z^2-x-y-z$

৪৩. রাশিটির সাথে $(x + y - z)$ এর গুণফল কত? (মধ্যম)

ⓚ $x^2 + 2xy + y^2$ ● $x^2+ 2xy + y^2 - z^2$
ⓖ $x^2+y^2-z^2$ ⓘ $x^2 - y^2 - z^2$

৪৪. রাশিটির মান 5 এবং $xy + yz + zx = 10$ হলে, $x^2 + y^2 + z^2$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 25 ⓙ 20 ⓖ 10 ● 5

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x^2 + (a + b)x + ab$

৪৫. রাশিটিতে x এর সহগ কত?

ⓚ 1 ⓙ $a - b$ ● $a + b$ ⓘ ab

৪৬. রাশিটির একটি উৎপাদক কোনটি?

ⓚ x^2 ⓙ x ● $x + a$ ⓘ $x - b$

৪৭. $a = -3, b = -2$ হলে, রাশির মান কত?

ⓚ 6 ● $x^2 - 5x + 6$ ⓖ -5 ⓘ $x - 3$

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$a - \frac{1}{a} = 4$

৪৮. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ = কত?

ⓚ 13 ● 18 ⓖ 20 ⓘ 22

৪৯. $a + \frac{1}{a}$ = কত?

● $2\sqrt{5}$ ⓙ $3\sqrt{5}$ ⓖ $4\sqrt{5}$ ⓘ $6\sqrt{5}$

৫০. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ = কত?

ⓚ $16\sqrt{5}$ ⓙ $12\sqrt{5}$ ● $8\sqrt{5}$ ⓘ $4\sqrt{5}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$a + b = 5, a - b = 3$ হলে

৫১. $a^2 + b^2$ এর মান কত?

ⓚ 34 ⓙ 15 ⓖ 16 ● 17

৫২. ab এর মান কত?

● 4 ⓙ 8 ⓖ 16 ⓘ 32

৫৩. $a^2 - b^2$ এর মান কত?

ⓚ 25 ⓙ 9 ● 15 ⓘ 8

পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. $x + y = 6$ এবং $x - y = 4$ হলে 4xy এর মান কত?

ⓚ 5 ⓙ 13 ● 20 ⓘ 52

৫৫. 52 এর বর্গ নিচের কোনটি?

● 2704 ⓙ 2504 ⓖ 2496 ⓘ 2284

৫৬. $(x + 7)$ ও $(x - 8)$ এর গুণফল নিচের কোনটি?

● $x^2 - x - 56$ ⓙ $x^2 - 15x + 56$
ⓖ $x^2 + 15x - 56$ ⓘ $x^2 - x + 56$

৫৭. $a + b = 6$ এবং $a - b = 3$ হলে, $a^2 - b^2$ = কত?

ⓚ 3 ⓙ 9 ● 18 ⓘ 27

৫৮. $x = \frac{3}{4}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ $4x + 3 = 0$ ⓙ $4x + 3 = 4$ ⓖ $4x - 6 = 0$ ● $4x - 3 = 0$

৫৯. $a + b = 5$ এবং $ab = 10$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 65 ⓙ 45 ⓖ 20 ● 5

৬০. $x - \frac{1}{x}$ = কত? যেখানে $x > 1$.

● $2\sqrt{3}$ ⓙ $3\sqrt{3}$ ⓖ $4\sqrt{3}$ ⓘ $5\sqrt{3}$

৬১. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নিচের কোনটি?

● 29 ⓙ 27 ⓖ 25 ⓘ 23

৬২. $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে ab এর মান কত?

ⓚ 178 ⓙ 160 ● 40 ⓘ 39

৬৩. $x + y = 2$ এবং $x^2 + y^2 = 4$ হলে, xy এর মান কত?

● 0 ⓙ 2 ⓖ 4 ⓘ 8

৬৪. $a + b = \sqrt{3}, a - b = \sqrt{2}$ হলে 4 ab এর মান কত?

● 1 ⓙ $\sqrt{6}$ ⓖ $\sqrt{5}$ ⓘ 6

৬৫. $a - \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

ⓚ 12 ⓙ 14 ⓖ 16 ● 18

৬৬. $\left(5a + \frac{1}{2a}\right)^2$ = কত?

ⓚ $25a^2 + 20a + \frac{1}{4a^2}$ ⓙ $5a^2 + \frac{1}{4a^2}$
● $25a^2 + \frac{1}{4a^2} + 5$ ⓘ $10a^2 + 10ab + \frac{1}{4b^2}$

৬৭. $(x + 4)(x + 2)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?

● $(x + 3)^2 - 1$ ⓙ $(x + 4)^2 - 1$
ⓖ $(x + 2)^2 - 1$ ⓘ $(x - 3)^2 - 1$

৬৮. $(2x - 3y)$ এর বর্গ নিচের কোনটি?

ⓚ $4x^2 + 12xy + 9y^2$ ⓙ $4x^2 + 9y^2$
ⓖ $4x^2 - 9y^2$ ● $4x^2 - 12xy + 9y^2$

৬৯. A ও B দুইটি রাশি হলে, AB সমান নিচের কোনটি?

● $\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A-B}{2}\right)^2$ ⓙ $\left(\frac{A+B}{2}\right)^2 + \left(\frac{A-B}{2}\right)^2$
ⓖ $(A + B)^2 - 4AB$ ⓘ $(A - B)^2 + 4AB$

৭০. $x - y = 3$ এবং $xy = 10$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান কত?

ⓚ 31 ⓙ 40 ⓖ 43 ● 49

৭১. pq এর সূত্র কোনটি?

ⓚ $(p + q)^2 + (p - q)^2$ ⓙ $(p + q)^2 - (p - q)^2$
ⓖ $\left(\frac{p+q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p-q}{2}\right)^2$ ● $\left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2$

৭২. $p + q = 7$ এবং $p - q = 3$ হলে, $p^2 + q^2$ এর মান কত?

ⓚ 20 ● 29 ⓖ 40 ⓘ 58

ব্যাখ্যা : $p + q = 7, p - q = 3$

$$p^2 + q^2 = \frac{1}{2}\{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$$

$$= \frac{1}{2} \times (49 + 9) = \frac{1}{2} \times 58 = 29$$

৭৩. $(a + 5)(a + 2)$ = কত?

ⓚ $a^2 + 20a + 25$ ⓙ $a^2 + 10a + 10$
ⓖ $a^2 + 7a + 7$ ● $a^2 + 7a + 10$

৭৪. $a^2 - b^2$ = কত, যখন $a + b = 6$ এবং $a - b = 3$.

ⓚ 2 ⓙ 3 ⓖ 9 ● 18

৭৫. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ = কত?

ⓚ 5 ⓙ 9 ⓖ 11 ● 13

৭৬. $m - n = 4$ এবং $mn = 3$ হলে, $(m + n)^2$ এর মান কত?

ⓚ 4 ⓙ 16 ● 28 ⓘ 82

ব্যাখ্যা : $(m + n)^2 = (m - n)^2 + 4mn$

$= (4)^2 + 4 \times 3 = 16 + 12 = 28$

৭৭. একটি রাশি 'x' এবং অপর রাশি 'y' হলে, রাশি দুইটির যোগফলের বর্গ কোনটি?

● $x^2 + 2xy + y^2$ ⓙ $x^2 - 2xy + y^2$
ⓖ $x^2 + y^2$ ⓘ $x^2 - y^2$

৭৮. $\left(3x + \frac{1}{x}\right)$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $9x^2-\frac{1}{x^2}$ ● $9x^2+\frac{1}{x^2}+6$ (গ) $9x^2+\frac{1}{x^2}$ (ঘ) $3x^2+6x+\frac{1}{x^2}$

৭৯. $a + b = 4$ এবং $ab = 2$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?

(ক) 8 ● 12 (গ) 20 (ঘ) 24

ব্যাখ্যা : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
$= (4)^2 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$

৮০. $x = a + \frac{1}{a}$ এবং $y = a - \frac{1}{a}$ হলে $(x + y)^2$ = কত?

(ক) 2a (খ) 4a (গ) $2a^2$ ● $4a^2$

৮১. $\left(2a+\frac{2}{a}\right)^2 = 12$ হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

(ক) $2\sqrt{3}$ (খ) 3 (গ) $\sqrt{3}$ ● 1

ব্যাখ্যা : $(2a + \frac{2}{a})^2 = 12$

বা, $4\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = 12$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{12}{4} = 3$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a} = 3 - 2 = 1$

৮২. $(a + b)^2$ কে প্রকাশ করা যায়—

i. $a^2 + 2ab + b^2$ ii. $a^2 + b^2$
iii. $(a - b)^2 + 4ab$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮৩. $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে—

i. $a^2 - b^2 = 39$ ii. $2(a^2 + b^2) = 178$
iii. $4ab = 160$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 3 = 39$ সুতরাং উক্তিটি সঠিক
ii. $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2 = (13)^2 + 3^2$
$= 169 + 9 = 178$ সুতরাং উক্তিটি সঠিক
iii. $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 = (13)^2 - 3^2$
$= 169 - 9 = 160$ সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

■ **নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:**

$a + b = 3, ab = 1$ হলে—

৮৪. $a^2 + b^2$ এর মান কত?

(ক) 11 (খ) 5 ● 7 (ঘ) 13

৮৫. $(a - b)$ এর মান কত?

● 5 (খ) $\sqrt{5}$ (গ) $\sqrt{13}$ (ঘ) $\sqrt{7}$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

$x - \frac{1}{x} = 4$

৮৬. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ = কত?

(ক) $2\sqrt{5}$ (খ) 14 (গ) 18 ● 20

৮৭. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) 12 (খ) 14 ● 18 (ঘ) 20

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

যেখানে $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$.

৮৮. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ = কত?

(ক) –1 (খ) 1 ● 5 (ঘ) 7

৮৯. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ = কত?

● 0 (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $5\sqrt{3}$ (ঘ) $6\sqrt{3}$

■ **নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

$x + \frac{1}{x} = 4$

৯০. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ = কত?

(ক) 2 (খ) 8 (গ) 12 ● 16

৯১. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ = কত?

● 12 (খ) 14 (গ) 16 (ঘ) 18

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:**

$x + y = 12$ এবং $x - y = 4$

৯২. $2(x^2 + y^2)$ এর মান কত?

● 160 (খ) 128 (গ) 80 (ঘ) 64

৯৩. x–এর মান কত?

(ক) 4 ● 8 (গ) 12 (ঘ) 16

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন –১ ▶ $x + \frac{1}{x} = 2$ এবং $x - \frac{1}{x} = 1$

ক. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত? ২

খ. দেখাও যে, $\frac{x}{x^2 + 3x - 1} = \frac{1}{4}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 2$

$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = (2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
$= 4$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 1$

বা, $\frac{x^2 - 1}{x} = 1$

$\therefore x^2 - 1 = x$

বামপক্ষ $= \frac{x}{x^2 + 3x - 1} = \frac{x}{x^2 - 1 + 3x}$

$= \frac{x}{x + 3x}$ [$\because x^2 - 1 = x$]

$= \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{x}{x^2 + 3x - 1} = \frac{1}{4}$ **(দেখানো হলো)**

গ. বামপক্ষ $= x^2 + \frac{1}{x^2} = (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= (2)^2 - 2$ [$\because x + \frac{1}{x} = 2$ দেওয়া আছে]

$= 4 - 2 = 2$

ডানপক্ষ $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{(x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right\}^2 - 2 = \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$
$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2$
$= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

অর্থাৎ $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –২ ▸ $p^2 - 5p = 1$ হলে–

ক. $p - \frac{1}{p}$ এর মান কত? ২

খ. $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত? ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^4 + \frac{1}{p^4} = 727$ ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $p^2 - 5p = 1$
বা, $p^2 - 1 = 5p$ [পৰান্তর করে]
বা, $\frac{p^2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{5p}{p}$ [উভয়পৰকে p দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore p - \frac{1}{p} = 5$ **(Ans.)**

খ. $p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2.p.\frac{1}{p}$
$= (5)^2 + 2$ ['ক' হতে $p - \frac{1}{p} = 5$]
$= 25 + 2 = 27$
$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 27$ **(Ans.)**

গ. বামপৰ $= p^4 + \frac{1}{p^4}$
$= (p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2$
$= \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2.p^2.\frac{1}{p^2}$
$= \left\{(p)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2\right\}^2 - 2$
$= \left\{\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2.p.\frac{1}{p}\right\}^2 - 2$
$= \{(5)^2 + 2\}^2 - 2$ ['ক' হতে $p - \frac{1}{p} = 5$]
$= (25 + 2)^2 - 2$
$= (27)^2 - 2 = 729 - 2 = 727 =$ ডানপৰ

অর্থাৎ $p^4 + \frac{1}{p^4} = 727$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –৩ ▸ $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে–

ক. $x + \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) = 15449$ ৪

▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 3x + 1 = 0$
বা, $x^2 + 1 = 3x$
বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{3x}{x}$ [উভয়পৰকে x দ্বারা ভাগ করে]
বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3$
$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$ **(Ans.)**

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$
$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$
$= \left\{(x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right\}^2 - 2$
$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$
$= \{(3)^2 - 2\}^2 - 2$
$= (9 - 2)^2 - 2$ ['ক' হতে, $x + \frac{1}{x} = 3$]
$= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$
$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$ **(Ans.)**

গ. 'ক' হতে পাই, $x + \frac{1}{x} = 3$
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$ [বর্গ করে]
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2.x.\frac{1}{x} = 9$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$
$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

আবার, 'খ' হতে পাই, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$
বা, $\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)^2 = (47)^2$
বা, $(x^4)^2 + \left(\frac{1}{x^4}\right)^2 + 2.x^4.\frac{1}{x^4} = 2209$
বা, $x^8 + \frac{1}{x^8} + 2 = 2209$
বা, $x^8 + \frac{1}{x^8} = 2209 - 2 = 2207$
$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) = 7 \times 2207$
$= 15449$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন –৪ ▸ দেওয়া আছে, $x^2 + 1 = 6x$

ক. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত? ২

খ. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এবং $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত মানকে দুইটি বর্গের অন্তরফলরূ পে প্রকাশ কর। ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + 1 = 6x$
বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{6x}{x}$

বা, $x + \frac{1}{x} = 6$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (6)^2$

$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 36$ **Ans.**

খ. $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$ **(Ans.)**

আবার, $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}}$

$= 6 \times \sqrt{(6)^2 - 4} = 6 \times \sqrt{36 - 4}$

$= 6 \times \sqrt{32} = 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ **(Ans.)**

গ. $x^4 - \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= 34 \times 24 \times \sqrt{2} = 816 \times \sqrt{2}$

নির্ণেয় মান $816\sqrt{2}$

এবং $34 \times 24\sqrt{2} = \left(\frac{34 + 24\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{34 - 24\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \left(17 + 12\sqrt{2}\right)^2 - \left(17 - 12\sqrt{2}\right)^2$ **Ans.**

প্রশ্ন –৫ ▸ $a = 8x + y$, $b = 5x + y$ ও $c = 16x + 2y$ হলে–

ক. c কে a দ্বারা প্রকাশ কর। ২

খ. $(a^2 + bc + b^2)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^2 - bc + b^2 = 9x^2$ ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a = 8x + y$ এবং $c = 16x + 2y$

$c = 16x + 2y = 2(8x + y) = 2 \times a = 2a$

খ. দেওয়া আছে, $a = 8x + y$; $b = 5x + y$; $c = 16x + 2y$

$\therefore a^2 + bc + b^2 = a^2 + b \times 2a + b^2$ [$\therefore c = 2a$]

$= a^2 + 2ab + b^2$

$= (a + b)^2$

$= (8x + y + 5x + y)^2$ [মান বসিয়ে]

$= (13x + 2y)^2$

$= (13x)^2 + 2.13x.\ 2y + (2y)^2$

$= 169x^2 + 52xy + 4y^2$ **(Ans.)**

গ. বামপক্ষ $= a^2 - bc + b^2$

$= a^2 - b \times 2a + b^2$ [$\because c = 2a$]

$= a^2 - 2ab + b^2$

$= (a - b)^2$

$= \{8x + y - (5x + y)\}^2$

$= (8x + y - 5x - y)^2$

$= (3x)^2 = 9x^2 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $a^2 - bc + b^2 = 9x^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –৬ ▸ (i) $x + \frac{1}{x} = 5$ (ii) $x - \frac{1}{x} = 4$

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান বের কর। ৪

গ. (i) ও (ii) এর বামপক্ষের বর্গের সাথে তাদের বামপক্ষ দুটির গুণফলের দ্বিগুণ যোগ করে সরল কর। যখন $x = -3$ ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$ .... (i)

$x - \frac{1}{x} = 4$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$x + \frac{1}{x} = 5$

$x - \frac{1}{x} = 4$

$2x = 9$

$\therefore x = \frac{9}{2}$ **(Ans.)**

খ. প্রদত্ত রাশি $= x^4 - \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

[$\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \times 5 \times 4 = 20\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$= 20 \times \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.\ x.\ \frac{1}{x}\right\}$

$= 20 \times (5^2 - 2) = 20 \times (25 - 2)$

$= 20 \times 23 = 460$ **(Ans.)**

গ. প্রশ্নমতে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

ধরি, $x + \frac{1}{x} = a$ এবং $x - \frac{1}{x} = b$

নির্ণেয় রাশিমালা $= a^2 + b^2 + 2ab$

$= (a + b)^2$

$= \left(x + \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x}\right)^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (2x)^2 = 4x^2$

$= 4(-3)^2$ [যখন $x = -3$]

$= 4 \times 9 = 36$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ $x^2 - y^2$, $27a^3b^3 + 64b^3c^3$ এবং $a - \frac{1}{3}$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রথম রাশিটির মান z^2 হলে, প্রমাণ কর যে, $x^6 - y^6 - z^6 = 3x^2y^2z^2$. ৪

গ. $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)$ এবং $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$ এর মান কত? ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রাশি $= 27a^3b^3 + 64b^3c^3$

$= b^3(27a^3 + 64c^3)$

$= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\}$

$= b^3(3a + 4c)\{(3a)^2 - 3a.4c + (4c)^2\}$

$= b^3(3a + 4c)(9a^2 - 12ac + 16c^2)$ **(Ans.)**

খ. ১ম রাশি $= x^2 - y^2$

$\therefore x^2 - y^2 = z^2$

বামপক্ষ $= x^6 - y^6 - z^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3 - z^6$

$= (x^2 - y^2) + 3x^2y^2(x^2 - y^2) - z^6$

$= (z^2) + 3x^2y^2z^2 - z^6$

$= z^6 + 3x^2y^2z^2 - z^6$; [প্রদত্ত মান বসিয়ে]

$= 3x^2y^2z^2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

গ. এখানে, $a - \frac{1}{a} = 5$

এখন, $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= 5^3 + 3.5 = 125 + 15 = 140$

আবার, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}$

$= 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$

নির্ণেয় মান 140 ও 27.

প্রশ্ন–৮ ▸ যদি $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$. $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2 = 525$ এবং $m^4 + \frac{1}{m^4} = p^4 + 4p^2 + 2$ হয়,

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m - \frac{1}{m} = p$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a + \frac{1}{a} = 5$ ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

বা, $3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$; [প্রদত্ত মান অনুসারে]

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

খ. দেওয়া আছে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = p^4 + 4p^2 + 2$

বা, $(m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2 = (p^2)^2 + 2.p^2.2 + 2^2 - 2$

বা, $\left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2m^2.\frac{1}{m^2} = (p^2 + 2)^2 - 2$

বা, $\left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 = (p^2 + 2)^2$

বা, $m^2 + \frac{1}{m^2} = p^2 + 2$

বা, $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 2m.\frac{1}{m} = p^2 + 2$

বা, $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 2 = p^2 + 2$

বা, $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = p^2$

$\therefore m - \frac{1}{m} = p$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2 = 525$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 4.a^2.\frac{1}{a^2} = 525$

বা, $\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 = 525 + 4$

বা, $\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\right\}^2 = 529$

বা, $\sqrt{\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\right\}^2} = \sqrt{529}$; [বর্গমূল করে]

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 23$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 25$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 5$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৯ ▸ $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$ এবং $a^4 + a^2b^2 + b^4$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. যদি প্রথম রাশির মান c^2 হয় তবে, প্রমাণ কর যে, $a^6 - b^6 - 3a^2b^2c^2 = c^6$. ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ১ম রাশি = $a^2 - b^2$

$\therefore a^2 - b^2$ এর বর্গ $= (a^2 - b^2)^2$

$= (a^2)^2 - 2.a^2.b^2 + (b^2)^2$

$= a^4 - 2a^2b^2 + b^4$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $a^2 - b^2 = c^2$

বামপৰ $= a^6 - b^6 - 3a^2b^2c^2$

$= (a^2)^3 - (b^2)^3 - 3a^2b^2c^2$

$= (a^2 - b^2)^3 + 3.a^2.b^2 (a^2 - b^2) - 3a^2b^2c^2$

$= (c^2)^3 + 3a^2.b^2.c^2 - 3a^2b^2c^2$; [$\because a^2 - b^2 = c^2$]

$= c^6 + 3a^2b^2c^2 - 3a^2b^2c^2 = c^6$ = ডানপৰ

$\therefore a^6 - b^6 - 3a^2b^2c^2 = c^6$ **(প্রমাণিত)**

গ. ১ম রাশি = $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

২য় রাশি = $a^3 - b^3$

$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

৩য় রাশি = $a^4 + a^2b^2 + b^4$

$= (a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$

$= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$

$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$

$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

$= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –১০ ▸ $x + y = 11$ এবং $x - y = 5$ হলে–

ক. $x^2 - y^2 = ?$ ২

খ. $x^4 - y^4$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $xy + 31 = x^2 - y^2$ ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + y = 11$ এবং $x - y = 5$

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ [$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

$= 11 \times 5$ [মান বসিয়ে]

$= 55$

$\therefore x^2 - y^2 = 55$ **(Ans.)**

খ. $x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2$

$= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$

$= (x^2 + y^2) \times 55$ [‘ক’ হতে, $x^2 - y^2 = 55$]

$= 55(x^2 + y^2)$

$= 55 \times \frac{1}{2} \times 2(x^2 + y^2) = 55 \times \frac{1}{2}\{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$

$= 55 \times \frac{1}{2}\{(11)^2 + (5)^2\}$ [মান বসিয়ে]

$= 55 \times \frac{1}{2}(121 + 25) = 55 \times \frac{1}{2} \times 146$

$= 55 \times 73 = 4015$ **(Ans).**

গ. আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

$\therefore xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{121}{4} - \frac{25}{4}$

$= \frac{121 - 25}{4} = \frac{96}{4} = 24$

$\therefore$ বামপক্ষ $= xy + 31 = 24 + 31 = 55$

আবার, ডানপক্ষ, $x^2 - y^2 = 55$ [ক হতে]

অর্থাৎ, $xy + 31 = x^2 - y^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন –১১ ▸ $P = a^2 + b^2$, $Q = a^2 - b^2$ ও $R = a^4 + b^4$ হলে –

ক. P^2 নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQR = a^8 - b^8$ ৪

গ. দেখাও যে, $P^2 + Q^2 = 2R$ ৪

▸◂ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $P = a^2 + b^2$

$\therefore P^2 = (a^2 + b^2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$= (a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2$

$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $P = a^2 + b^2$, $Q = a^2 - b^2$, $R = a^4 + b^4$

বামপক্ষ $= PQR$

$= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$ [মান বসিয়ে]

$= \{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)\}(a^4 + b^4)$

$= \{(a^2)^2 - (b^2)^2\}(a^4 + b^4)$ [$\because (a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$]

$= (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^4)^2 - (b^4)^2$

$= a^8 - b^8 =$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $PQR = a^8 - b^8$ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ $= P^2 + Q^2$

$= (P + Q)^2 - 2PQ$

$= (a^2 + b^2 + a^2 - b^2)^2 - 2(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$ [মান বসিয়ে]

$= (2a^2)^2 - 2\{(a^2)^2 - (b^2)^2\}$

$= 4a^4 - 2(a^4 - b^4) = 4a^4 - 2a^4 + 2b^4$

$= 2a^4 + 2b^4 = 2(a^4 + b^4)$

$= 2R$ [$\because R = a^4 + b^4$]

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ $P^2 + Q^2 = 2R$ (দেখানো হলো)

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

প্রশ্ন–১২ ▸ $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে–

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$ ৪

গ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক 14 ; গ. $112\sqrt{3}$

প্রশ্ন–১৩ ▸ $a = 4, b = 6$ এবং $c = 3$

ক. $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান কত? ২

খ. $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2 =$ কত? ৪

গ. $(2a - 4b + 7c)^2 + (2a + 4b + 7c)^2 - 2(2a - 4b + 7c)(2a + 4b + 7c)$ ৪

উত্তর : ক 576 ; খ. 144; গ. 2304

প্রশ্ন–১৪ ▸ m + n, m − n, 4m − 3n, 8m + 5n চারটি বীজগণিতীয় রাশি

ক. $m + n = 10$, $m - n = 8$ হলে $m^2 + n^2 =$ কত? ২

খ. ৩য় ও ৪র্থ রাশির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ৩য় ও ৪র্থ রাশিকে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক 82 ; খ. $32m^2 - 4mn - 15n^2$; গ. $(6m + n)^2 - (2m + 4n)^2$

প্রশ্ন–১৫ ▸ $a + b = 3$ এবং $a - b = 2$ হলে–

ক. ab এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $8ab(a^2 + b^2) = 65$ ৪

গ. 3 কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক $\frac{5}{4}$; খ. $2^2 - 1^2$

অনুশীলনী ৪.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সূত্র ৫ : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

সূত্র ৬ : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

সূত্র ৭ : $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

সূত্র ৮ : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

অনুসিদ্ধান্ত ৭. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

অনুসিদ্ধান্ত ৮. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.২ : ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $a = 2, b = -1$ হলে $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ 0 ● 1 ⓖ 2 ⓘ 3

২. $a^3 + b^3$ = কত? (সহজ)
● $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$ ⓛ $(a-b)^3 + 3ab(a+b)$
ⓖ $(a+b)(a^2 + ab + b^2)$ ⓘ $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

৩. $a - b$ এর ঘনফল নিচের কোনটি? (সহজ)
ⓚ $a^3 - b^3 + 3ab(a-b)$ ● $a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
ⓖ $a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$ ⓘ $(a-b)(a^2 - ab + b^2)$

৪. $a^3 - b^3$ = কত? (সহজ)
ⓚ $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$ ⓛ $(a+b)^3 - 3ab(a-b)$
● $(a-b)^3 + 3ab(a-b)$ ⓘ $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

৫. $a = 2, b = -1$ হলে $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
● 1 ⓛ –1 ⓖ 2 ⓘ –2

৬. $x - 1 = 1$ এবং $xy = 30$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 81 ● 91 ⓖ 100 ⓘ 110
ব্যাখ্যা : $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$
$= (1)^3 + 3 \times 30 \times 1 = 1 + 90 = 91$

৭. $x + y = 3$ হলে, $x^3 + y^3 + 9xy$ এর মান কত? (মধ্যম)
ⓚ 3 ⓛ 9 ⓖ 18 ● 27

৮. $a = 5$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ 338 ● 336 ⓖ 334 ⓘ 332
ব্যাখ্যা : $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$
$= (a)^3 + 3.a^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7$
$= (a+2)^3 - 7 = (5+2)^3 - 7 = (7)^3 - 7 = 343 - 7 = 336$

৯. $p + \frac{1}{p} = 2$ হলে $\left(p^3 - \frac{1}{p^3}\right)\left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)
● 0 ⓛ 2 ⓖ 32 ⓘ 40

১০. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ কত? (মধ্যম)
ⓚ $3\sqrt{3}$ ● 2 ⓖ $2 + \sqrt{3}$ ⓘ $3\sqrt{2}$
ব্যাখ্যা : $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\,x + \frac{1}{x} + 2$
$= (\sqrt{3})^3 - 3.1.\sqrt{3} + 2 = \sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 = 2$

১১. $4x - 3 = 5$ হলে $64x^3 - 27 - 180x$ এর মান কত? (মধ্যম)
● 125 ⓛ 110 ⓖ 75 ⓘ 25

১২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ = কত?
ⓚ $(\sqrt{3})^3 + \sqrt{3}$ ⓛ $(\sqrt{3})^3 - 3$
ⓖ $\sqrt{3} + 3$ ⓘ 0

১৩. $x = 2a - 3b$ এবং $a = 2, b = 1$ হলে, x^3 এর মান কত?
ⓚ 3 ⓛ 2 ● 1 ⓘ 4

১৪. $3a - \frac{3}{a} = 6$ হলে, $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?
ⓚ 3 ● 2 ⓖ 4 ⓘ 5

১৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ = কত?
ⓚ 18 ⓛ 27 ● 36 ⓘ 45

১৬. $x + y = 3, x - y = 2$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত?
ⓚ $18 - 9xy$ ⓛ $18 + 9xy$ ● $\frac{63}{4}$ ⓘ $27 + 3xy$

১৭. $(a+b)^3$ এর আকার নিচের কোনটি?
ⓚ $3(a+b)$ ⓛ $(a+b)(a-b)^2$
ⓖ $3(a+b)(a+b)$ ● $(a+b)(a+b)^2$

১৮. $a + b = 10, ab = 16$ হলে $a^3 + b^3$ = কত?
ⓚ 620 ● 520 ⓖ 420 ⓘ 320

১৯. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ = কত?
ⓚ 8 ⓛ 10 ⓖ 15 ● 18

২০. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ = কত?
ⓚ 6 ⓛ 7 ⓖ 8 ● 4
ব্যাখ্যা : $x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})^3 + 3.x.\frac{1}{x}\,(x - \frac{1}{x}) = 1^3 + 3.1.1 = 1 + 3 = 4$

২১. $a - b = 10$ এবং $ab = 30$ হলে, $2(a^3 - b^3)$ = কত?
ⓚ 380 ⓛ 400 ● 3800 ⓘ 4000

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
i. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
ii. $(a-b)^3 = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$
iii. $a - b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^3 - b^3 = 27$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
● i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii
ব্যাখ্যা : i. তথ্যানুসারে সঠিক
ii. ডানপক্ষ $= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$
$= (a-b)(a-b)^2 = (a-b)^3$
= বামপক্ষ সুতরাং, প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।
iii. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = 3^3 + 3 \times (-1) \times 3$
$= 27 - 9 = 18$ সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়।

২৩. $(a-b)^3$ এর সমান —
i. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab(a-b)$
ii. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
iii. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

$x + y = 2$ হলে

২৪. $x^3 + y^3 + 6xy$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ 2   ⓖ 4   ⓖ 6   ● 8

ব্যাখ্যা : $x^3 + y^3 + 6xy = x^3 + y^3 + 3(x + y) \times xy$
$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
$= (x + y)^3 = (2)^3 = 8$

২৫. $xy = 1$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত? (মধ্যম)

● 2   ⓖ 4   ⓖ 6   ⓘ 7

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$a - \frac{1}{a} = 4$ এবং $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে–

২৬. $a - \frac{1}{a}$ এর ঘন এর মান কত?

ⓚ 36   ⓖ 54   ⓖ 9   ● 27

ব্যাখ্যা : $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = (3)^3 = 27$

২৭. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 66   ⓖ 54   ⓖ 56   ● 52

ব্যাখ্যা : $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$
$= 4^3 - 3.1.4 = 64 - 12 = 52$

৪·৩ : ঘনফলের সাথে সম্পৃক্ত আরও দুইটি সূত্র

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. $a^3 + b^3$ সমান কোনটি? (সহজ)

● $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ⓖ $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$
ⓖ $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$ ⓘ $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

২৯. $a^3 - b^3 =$ কত? (সহজ)

ⓚ $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$ ● $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ⓖ $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$ ⓘ $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

৩০. $a = 1, b = -1$ হলে $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 1   ● 2   ⓖ 3   ⓘ 4

ব্যাখ্যা : $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$
$= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2.b^2 + (b^2)^2\}$
$= (a^2)^3 + (b^2)^3 = a^6 + b^6 = 1^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$

৩১. $a = 4$ এবং $b = 1$ হলে, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ এর মান কত?

ⓚ 65   ⓖ 64   ● 63   ⓘ 62

৩২. $a = 4$ হলে, $8a^3 + 6a^2 + 6a + 1$ এর মান কত?

ⓚ 216   ● 633   ⓖ 512   ⓘ 729

৩৩. নিচের কোনটি $a^3 - b^3$ এর মান?

ⓚ $(a - b)^3$ ● $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$
ⓖ $(a - b)^3 - 3ab(a - b)$ ⓘ $(a + b)^3 + 3ab(a + b)$

৩৪. $3x + \frac{1}{2x} = 3$ হলে, $27x^3 + \frac{1}{8x^3} =$ কত?

ⓚ $\frac{9}{8}$ ⓖ $-\frac{9}{8}$ ● $\frac{27}{2}$ ⓘ $\frac{-27}{8}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $(x + a)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$
ii. $(x - a)(x^2 + ax + a^2) = x^3 - a^3$
iii. $x^3 - 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii   ⓖ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x^2 + 2, a^2 + b^2, x^4 - 2x^2 + 4, a^4 - a^2b^2 + b^4$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৬. $x = 1$ হলে ১ম ও ৩য় রাশির গুণফলের মান কত? (সহজ)

ⓚ 3   ⓖ 6   ● 9   ⓘ 11

ব্যাখ্যা : $x = 1$ হলে, $x^6 + 8 = (1)^6 + 8 = 9$

৩৭. $a = -1, b = 1$ হলে, ২য় ও ৪র্থ রাশির গুণফলের মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 1   ● 2   ⓖ 3   ⓘ 4

ব্যাখ্যা : $a = 1, b = -1$ হলে, $a^6 + b^6 = (1)^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$

পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৮. $a + b = 4$ হলে $a^3 + b^3 + 12ab$ এর মান নিচের কোনটি?

ⓚ 12   ⓖ 25   ● 64   ⓘ 128

৩৯. $\sqrt{7}$ এর ঘন কত?

ⓚ $4\sqrt{7}$ ● $7\sqrt{7}$ ⓖ $8\sqrt{7}$ ⓘ $10\sqrt{7}$

৪০. $a^3 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি?

● $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ⓖ $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ⓖ $(a + b)^3 + 3ab(a + b)$ ⓘ $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

৪১. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

ⓚ 242   ⓖ 422   ● 622   ⓘ 722

৪২. $a - b = 4$ এবং $ab = 0$ হলে $a^3 - b^3$ এর মান কত?

ⓚ 4   ⓖ 16   ● 64   ⓘ 76

৪৩. $a^3 - b^3 = 27, a - b = 3$ হলে, $ab =$ কত?

ⓚ 6   ⓖ 3   ⓖ 1   ● 0

ব্যাখ্যা : $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
বা, $27 = 3^3 + 3ab \times 3$
বা, $27 = 27 + 9ab$
বা, $9ab = 0$
$\therefore ab = 0$

৪৪. $x - y = 3$ হলে, $x^3 - y^3 - 9xy$ এর মান কত?

ⓚ 9   ⓖ 18   ● 27   ⓘ 36

৪৫. $(-8)^3 = ?$

ⓚ 24   ⓖ -24 ● -512 ⓘ 512

৪৬. $3x + 2y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $27x^3 + 8y^3$ এর মান কত?

● 793   ⓖ 1365   ⓖ 1443   ⓘ 3601

৪৭. $p - \frac{1}{p} = 3$ হলে, $p^3 - \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

ⓚ 18   ⓖ 33   ● 36   ⓘ 63

৪৮. $\sqrt{5}$ এর ঘন কোনটি?

ⓚ 5   ● $5\sqrt{5}$ ⓖ $3\sqrt{5}$ ⓘ $25\sqrt{5}$

৪৯. $x + y = \sqrt{5}$ এবং $xy = \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

ⓚ $\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ ⓖ $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$
● $5\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ ⓘ $5\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

৫০. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

● 722   ⓖ 622   ⓖ 422   ⓘ 242

৫১. $x^2 + 2x + 1 = 0$ হলে,

i. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ ii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = -2$
iii. $x^2 - \frac{1}{x^2} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii   ⓖ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ⓘ i, ii ও iii

$x - \frac{1}{x} = 2$ হলে, নিচের ১৫–১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

ⓚ 0   ⓖ 4   ⓖ 6   ● 8

৫৩. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ **এর মান কত?**

● 14 ⓖ 12 ⓖ 8 ⓖ 2

৫৪. উপরের তথ্য থেকে পাওয়া যাবে—

i. $x^2 - 2x - 1 = 0$ ii. $x = 1 \pm \sqrt{2}$

iii. x একটি ধ্রুবব রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

$x^2 + 1 = 2x$ সমীকরণটির আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৫৫. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ **এর মান নিচের কোনটি?**

● 0 ⓖ 1 ⓖ 2 ⓖ 4

৫৬. $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$ **এর মান নিচের কোনটি?**

ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓖ 4

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$p + q = 3$ এবং $p - q = 2$ হলে—

৫৭. $p^3 + q^3$ **এর মান কত?**

● $27 - 9pq$ ⓖ $27 + 9pq$ ⓖ $18 - 9pq$ ⓖ $18 + 9pq$

৫৮. pq এর মান কত?

ⓚ $\frac{9}{5}$ ⓖ $\frac{5}{9}$ ⓖ $\frac{4}{5}$ ● $\frac{5}{4}$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন –১ ▸ $a + \frac{1}{a} = 2$ একটি বীজগণিতীয় সমীকরণ, যেখানে $a > 0$

ক. দেখাও যে, $a^2 - 2a + 1 = 0$ ২

খ. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বা, $\frac{a^2 + 1}{a} = 2$

বা, $a^2 + 1 = 2a$

$\therefore a^2 - 2a + 1 = 0$ **(দেখানো হলো)**

খ. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2)^2$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4.a.\frac{1}{a} = 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4 - 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$

$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = 0$

এখন, $a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2.0 = 0$

$\therefore a^2 - \frac{1}{a^2} = 0.$

গ. বামপৰ $= a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= (2)^3 - 3.2 = 8 - 6 = 2$

ডানপৰ $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$

$= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –২ ▸ $b^2 - 2b - 1 = 0$ এবং b ধনাত্মক।

ক. $b - \frac{1}{b}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right)$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2}$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $b^2 - 2b - 1 = 0$

বা, $b^2 - 1 = 2b$

বা, $\frac{b^2 - 1}{b} = 2$

বা, $\frac{b^2}{b} - \frac{1}{b} = 2$

$\therefore b - \frac{1}{b} = 2$ **(Ans.)**

খ. এখন, $\left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^2 + 2.b.\frac{1}{b}$

$= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

এবং $\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^3 + 3.b.\frac{1}{b}\left(b - \frac{1}{b}\right)$

$= (2)^3 + 3.2 = 8 + 6 = 14$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিমালা $= \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right)$

$= 6 \times 14 = 84$ **(Ans.)**

গ. ক থেকে পাই, $b - \frac{1}{b} = 2$

বা, $\left(b - \frac{1}{b}\right)^2 = 4$

বা, $\left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 4.b.\frac{1}{b} = 4$

বা, $\left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 4 + 4$

বা, $\left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 8$

বা, $\left(b + \frac{1}{b}\right) = 2\sqrt{2}$

বামপৰ $= \frac{b^4 - 1}{b^2} = \frac{b^4}{b^2} - \frac{1}{b^2} = b^2 - \frac{1}{b^2} = \left(b + \frac{1}{b}\right)\left(b - \frac{1}{b}\right)$

$= 2\sqrt{2} \times 2$ [মান বসিয়ে]

$= 4\sqrt{2}$ = ডানপৰ

$\therefore \frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন –৩ ▸ **$x + y, x - y$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।**

ক. $x - y = 3$ এবং $xy = 1$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $x + y = 3$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 9xy = 27$ ৪
গ. $x = 3$ হলে $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) =$ কত? ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x - y = 3$, এবং $xy = 1$

$\therefore x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$
$= (3)^3 + 3 \times 1 \times 3$ [মান বসিয়ে]
$= 27 + 9 = 36$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + 9xy$
$= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 9xy$
$= (3)^3 - 3xy \times 3 + 9xy$
$= 27 - 9xy + 9xy$
$= 27 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27$ **(দেখানো হলো)**

গ. প্রদত্ত রাশি $= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$
$= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x + y)(x - y)$

ধরি, $x - y = a$ এবং $x + y = b$

$x - y = a$
$\underline{x + y = b}$
$2x \quad = a + b$

প্রদত্ত রাশিমালা $= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$
$= (x - y + x + y)^3$ [a ও b মান বসিয়ে]
$= (2x)^3 = 8x^3$
$= 8 \times (3)^3$ [যখন $x = 3$]
$= 8 \times 27 = 216$

$\therefore (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) = 216$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৪ ▸ $3x - \frac{3}{x} = 2$ হলে –

ক. $x - \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $27x^3 - \frac{27}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10}$ ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

বা, $3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

প্রদত্তরাশি $= 27x^3 - \frac{27}{x^3} = (3x)^3 - \left(\frac{3}{x}\right)^3$
$= \left(3x - \frac{3}{x}\right)^3 + 3.3x.\frac{3}{x}\left(3x - \frac{3}{x}\right)$
$= (2)^3 + 27.2$ [মান বসিয়ে]
$= 8 + 54 = 62$ **(Ans.)**

গ. 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$

আমরা জানি, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x.\frac{1}{x}$
$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 = \frac{4}{9} + 4$
$= \frac{4 + 36}{9} = \frac{40}{9}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

বামপক্ষ $= 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 27\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}$
$= 27\left\{\left(\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)^3 - 3.1.\frac{2\sqrt{10}}{3}\right\}$ [মান বসিয়ে]
$= 27\left(\frac{80\sqrt{10}}{27} - 2\sqrt{10}\right)$
$= 27\sqrt{10}\left(\frac{80}{27} - 2\right) = 27\sqrt{10}\left(\frac{80 - 54}{27}\right)$
$= 27\sqrt{10} \times \frac{26}{27} = 26\sqrt{10} =$ ডানপক্ষ

$\therefore 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10}$ **[দেখানো হলো]**

প্রশ্ন –৫ ▸ $x, x + y, x - \frac{1}{x}$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $x = 1$ হলে, $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$ এর মান কত? ২
খ. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত? ৪
গ. $x + y = 3$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 9xy = 27$ ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$
$= (3x)^3 + 3.9x^2.2 + 3.3x.2^2 + 2^3 - 5$
$= (3x + 2)^3 - 5$
$= (3.1 + 2)^3 - 5$ [x এর মান বসিয়ে]
$= 5^3 - 5$
$= 125 - 5$
$= 120$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 5$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
$= 4^3 + 3.5 = 64 + 15 = 79$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + 9xy$
$= x^3 + y^3 + 3.3xy$
$= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy$
$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
$= (x + y)^3 = 3^3 = 27 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন –৬ ▸ $a + b = 3, a - b = 5, ab = 2$ এবং $a^2 + b^2 = c^2$

ক. $a^3 + b^3 =$ কত? ২
খ. $a^6 - b^6$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a + b = 3$

$\therefore a^3 + b^3 = (a)^3 + (b)^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
$= 3^3 - 3.2.3$ [$\because ab = 2$]
$= 27 - 18 = 9$ **(Ans.)**

খ. প্রদত্ত রাশি $= a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2$
$= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$
$= (a^3 + b^3)\{(a - b)^3 + 3ab(a - b)\}$
$= 9 \times \{(5)^3 + 3 . 2 . 5\}$ ['ক' হতে, $a^3 + b^3 = 9$]
$= 9 \times \{125 + 30\} = 9 \times 155 = 1395$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$
বামপৰ $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$
$= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$
$= (a^2 + b^2)^3 - 3a^2.b^2.(a^2+b^2) + 3a^2b^2c^2$
$= (c^2)^3 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$
$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$
$= c^6 =$ ডানপৰ
$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন –৭ ▸ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে

ক. $x - \frac{1}{x} =$ কত? ২
খ. দেখাও যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$ ৪
গ. $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$
আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x.\frac{1}{x}$
$= 3^2 - 4$ [মান বসিয়ে]
$= 9 - 4 = 5$
$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ **(Ans.)**

খ. সমাধান 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$
বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{5})^3$ [উভয়পৰকে ঘন করে]
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{5}$
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.1.\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ $\left[\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}\right]$
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$
$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3$ [উভয়পৰকে ঘন করে]
বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$
বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3.1.3 = 27$
বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$
$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$
আবার, সমাধান 'খ' হতে পাই, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$

$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$
$= 18 \times 8\sqrt{5} = 144\sqrt{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে,

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গের মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$
$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$
$= (3)^2 - 2.1 = 9 - 2 = 7$ **(Ans.)**

খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গ হচ্ছে
$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$
$= (3)^2 - 4.1 = 9 - 4 = 5$ **(Ans.)**

গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$
$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= (3)^3 - 3.1.3 = 27 - 9 = 18$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৯ ▸ $a^2 - 6a + 1 = 0$ হলে,

ক. $a + \frac{1}{a} =$ কত? ২
খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ ৪
গ. $\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a^2 - 6a + 1 = 0$
বা, $a^2 + 1 = 6a$
বা, $\frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{6a}{a}$ [a দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore a + \frac{1}{a} = 6$ **(Ans.)**

খ. বামপৰ $= a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$
$= (6)^3 - 3.6$ [ক হতে]
$= 216 - 18 = 198 =$ ডানপৰ
$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ **(দেখানো হলো)**

গ. ক হতে পাই, $a + \frac{1}{a} = 6$
বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (6)^2$
বা, $a^2 + 2a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 36$
বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 36 - 2$
বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (34)^2$
বা, $(a^2)^2 + 2.a^2.\frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 1156$

বা, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 1156 - 2$

$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = 1154$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–১০ ▸ $2x + \frac{2}{x} = 5$ **হলে,**

ক. $2x - \frac{2}{x} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63.$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right).$ ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 5$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$

বা, $x - \frac{1}{x} = \pm\frac{3}{2}$

বা, $2x - \frac{2}{x} = \pm\frac{3 \times 2}{2}$

$\therefore 2x - \frac{2}{x} = \pm 3$ **(Ans.)**

খ. বামপৰ $= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$

$= 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$

$= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{3}{2}\right\}$

$= 8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right) = 8\left(\frac{27 + 36}{8}\right) = 8 \times \frac{63}{8} = 63$

= ডানপৰ

$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ (দেখানো হলো)

গ. বামপৰ $= 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right)$

$= 63\left\{(2x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\}$

$= 63\left\{\left(2x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x + \frac{2}{x}\right)\right\}$

$= 63(5^3 - 12 \times 5)$

$= 63(125 - 60) = 63 \times 65$

ডানপৰ $= 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right) = 65\left\{(2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\}$

$= 65\left\{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x - \frac{2}{x}\right)\right\}$

$= 65 \times (3^3 + 12 \times 3)$

$= 65\ (27 + 36) = 65 \times 63$

অর্থাৎ $63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right)$ **(প্রমাণিত)**

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

প্রশ্ন–১১ ▸ $x^2 - 4x + 1 = 0$

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত? ২

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 62$ ৪

উত্তর : ক. 4, খ. 52

প্রশ্ন–১২ ▸ $x + y = 5$ **এবং** $xy = 6$ **হলে**

ক. $(x + y)^3$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^3 + y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^3 + y^3 + 4(x - y)^2 - 3(x^2 + y^2) = 0$ ৪

উত্তর : ক. 125, খ. 35

প্রশ্ন–১৩ ▸ a এবং x দুইটি বাস্তব সংখ্যা (a > x) যাদের সমষ্টি, অন্তরফল ও গুণফল যথাক্রমে 10, 8 ও 9.

ক. শর্তযুক্ত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. $a^3 + x^3$ ও $a^3 - x^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) =$ কত? ৪

উত্তর : খ. 730; 728; গ. –531440.

প্রশ্ন–১৪ ▸ a একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান $a^2 - 2a + 1 = 0$ **সমীকরণ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। a এর মান নির্ণয় না করে।**

ক. $a + \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$ ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 + \frac{1}{a^6} = a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}.$ ৪

উত্তর : ক. 2

অনুশীলনী ৪.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উৎপাদক : যদি কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক (Factor) বলা হয়। যেমন : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, এখানে $(a + b)$ ও $(a - b)$ উৎপাদক।

উৎপাদকে বিশেরষণ : যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক সরল রাশির গুণফলরূ পে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদকে বিশেরষণ করা বলে এবং ঐ সরল রাশিগুলো প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়। যেমন : $x^2 + 2x = x(x + 2)$ [এখানে, x ও (x + 2) উৎপাদক]

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.৪ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $x^2 - 64$ এর উৎপাদক কোনটি? (সহজ)
● $(x + 8)(x - 8)$ (খ) $(x - 8)(x - 8)$
(গ) $(x + 4)(x - 8)$ (ঘ) $(x + 4)x + 8)$

২. $x^3 + 1$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
(ক) $x - 1$ ● $x + 1$
(গ) $x^2 + 2x + 1$ (ঘ) $x^2 + x + 1$
ব্যাখ্যা : $x^3 + 1 = (x)^3 + (1)^3 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

৩. $x^2 + 4xy + 4y^2$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (সহজ)
(ক) $(x + y)^2$ ● $(x + 2y)$ (গ) $(2x + y)^2$ (ঘ) $(x^2 + 2y)$
ব্যাখ্যা : $x^2 + 4xy + 4y^4 = (x)^2 + 2.x.2y + (2y)^2 = (x + 2y)^2$
$= (x + 2y)(x + 2y)$

৪. $x^2 + 2x$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (সহজ)
(ক) $2x$ ● $x + 2$ (গ) $x(x + 2)$ (ঘ) $x(x - 2)$
ব্যাখ্যা : $x^2 + 2x = x(x + 2)$

৫. $a^2b + 2ab^2 + b^3$ এর একটি উৎপাদক কোনটি? (সহজ)
(ক) $a(ab + 2b + b^2)$ (খ) $ab(a + 2b + b^2)$
(গ) $a^2 + 2ab + b^3$ ● $(a + b)^2$
ব্যাখ্যা : $a^2b + 2ab^2 + b^3 = b(a^2 + 2ab + b^2) = b(a + b)^2$

৬. $x^2 + 8xy + 16y^2$ এর উৎপাদকে বিশেরষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(x + 4y)^2$ (খ) $(x - 4y)$ (গ) $(-x + 4y)^2$ (ঘ) $(x + 4y)$
ব্যাখ্যা : $x^2 + 8xy + 16y^2 = x^2 + 2.x.4y + (4y)^2 = (x + 4y)^2$

৭. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
(ক) $x + y + 1$ (খ) $x - y - 1$
● $x + y - 1$ (ঘ) $-x - y + 1$
ব্যাখ্যা : $x^2 - y^2 + 2y - 1 = x^2 - (y^2 - 2y + 1) = x^2 - (y - 1)^2$
$= (x + y - 1)(x - y + 1)$

৮. $x^3 + 27$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
(ক) $(x + 9)$ ● $(x^2 - 3x + 9)$
(গ) $(x - 3)$ (ঘ) $(x^2 + 2x + 9)$

৯. $8x^3 + 27y^3$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (কঠিন)
(ক) $(2x + 3y)$ (খ) $(2x - 3y)$
● $(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ (ঘ) $(2x^2 - 6xy + 3y^2)$
ব্যাখ্যা : $8x^3 + 27y^3 = (2x)^3 + (3y)^3$
$= (2x + 3y)\{(2x)^2 - 2x \times 3y + (3y)^2\}$
$= (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

১০. $8x^3 + 125$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(2x + 5)$ (খ) $(2x - 5)$
(গ) $(4x^2 + 10x + 25)$ (ঘ) $(4x^2 + 10x - 25)$
ব্যাখ্যা : $8x^2 + 125 = (2x)^3 + 5^3 = (2x + 5)\{(2x)^2 - 2x \times 5 + (5)^2\} = (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$

১১. $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ রাশিটির একটি উৎপাদক– (মধ্যম)
(ক) $ax - 1$ ● $x + a$ (গ) $x - a$ (ঘ) $ax^2 + 1$

১২. $a^3 + b^3$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?
● $a + b$ (খ) $a^2 - b^2$ (গ) $(a - b)^2$ (ঘ) $a^2 + ab + b^2$

১৩. $p^2 + 2pq - 2q - 1$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?
(ক) $p - q$ (খ) $q - 1$ (গ) $p + q - 1$ ● $p + 2q + 1$

১৪. $x^2 - 9y^2$ এর উৎপাদক কত?
(ক) $(x + 9y)(x - 9y)$ (খ) $(x + 3y)(x + 3y)$
● $(x + 3y)(x - 3y)$ (ঘ) $(x + 9y)(x + 9y)$

১৫. $a^2 + 2ab - 2b - 1$ উৎপাদকে বিশেরষণ করলে হয়–
(ক) $(a - 1)(a + b)$ ● $(a - 1)(a + 2b + 1)$
(গ) $(a + 1)(a + 2b)$ (ঘ) $(a + 1)(a + 2b + 1)$
ব্যাখ্যা : $a^2 + 2ab - 2b - 1 = a^2 + 2ab + b^2 - b^2 - 2b - 1$
$= (a + b)^2 - (b^2 + 2.b.1 + 1) = (a + b)^2 - (b + 1)^2$
$= (a + b + b + 1)(a + b - b - 1) = (a + 2b + 1)(a - 1)$

১৬. $35 - 2x - x^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূ প নিচের কোনটি?
(ক) $(x - 5)(x + 7)$ ● $(5 - x)(7 + x)$
(গ) $(x + 5)(x - 7)$ (ঘ) $(x - 5)(7 + x)$

১৭. $a^2 - 2a - 15$ এর উৎপাদক কোনটি?
(ক) $a(a + 5)(a - 3)$ (খ) $(a + 5)(a + 3)$
● $(a - 5)(a + 3)$ (ঘ) $(a - 5)(a - 3)$

১৮. $x^2 - x - 20$ রাশিটির উৎপাদক নিচের কোনটি?
● $(x - 5)(x + 4)$ (খ) $(x + 5)(x - 4)$
(গ) $(x + 4)(x + 5)$ (ঘ) $(4 - x)(x + 5)$

১৯. $9x^2 - 9x - 4$ এর উৎপাদক কোনটি?
● $(3x + 1)$ (খ) $(x + 3)$ (গ) $(3x + 4)$ (ঘ) $(x + 4)$
ব্যাখ্যা : $9x^2 - 9x - 4 = 9x^2 + 3x - 12x - 4$
$= 3x(3x + 1) - 4(3x + 1) = (3x + 1)(3x - 4)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. $x^6 + 8$ এর উৎপাদক হলো–
i. $x^2 + 2$ ii. $x^2 - 2x + 4$ iii. $x^4 - 2x^2 + 4$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
ব্যাখ্যা : $x^6 + 8 = (x^2)^3 + (2)^3 = (x^2 + 2)\{(x)^2 - x^2 \times 2 + (2)^2\}$
$= (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$
∴ তথ্যানুসারে i ও iii সঠিক, ii সঠিক নয়।

২১. $a^2 + 7ab + 12b^2$ এর উৎপাদক বিশেরষণে 7ab ভেঙ্গে লিখতে হবে–
i. 3ab ii. 4ab iii. 5ab
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ও ii (খ) iii (গ) i (ঘ) ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**
$8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

২২. রাশিটির একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(2x + 3)$ (খ) $(2x - 3)$ (গ) $(3x + 2)$ (ঘ) $(3x - 2)$
ব্যাখ্যা : $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
$= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 3 + 3 \times 2x \times (3)^2 + (3)^3$
$= (2x + 3)^3 = (2x + 3)(2x + 3)(2x + 3)$

২৩. রাশিটির উৎপাদকে বিশেরষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
(ক) $(2x + 3)(2x + 1)(2x - 1)$ ● $(2x + 3)(2x + 3)(2x + 3)$
(গ) $(2x + 1)(2x + 3)(2x + 5)$ (ঘ) $(2x - 3)(2x - 3)(2x + 3)$

২৪. রাশিটির উৎপাদকের সংখ্যা কত? (সহজ)
(ক) 1 (খ) 2 ● 3 (ঘ) 4

৪.৫ : $x^2 + px + q$ আকারের রাশির উৎপাদক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৫. $x^2 + 9x + 20$ এর উৎপাদকে বিশেরষণ কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ $(x-4)(x+5)$ ● $(x+4)(x+5)$
ⓖ $(x-4)(x-5)$ ⓘ $(4-x)(5+x)$
ব্যাখ্যা : $x^2+9x+20 = x^2+4x+5x+20 = x(x+4)+5(x+4)$
$= (x+4)(x+5)$

২৬. $x^2-3x-28$ এর উৎপাদকে বিশেস্নষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $(x+7)(x+4)$ ⓛ $(x+7)(x-4)$
● $(x-7)(x+4)$ ⓘ $(x-7)(x-4)$
ব্যাখ্যা : $x^2-3x-28 = x^2-7x+4x-28 = x(x-7)+4(x-7)$
$= (x-7)(x+4)$

২৭. $x^2+18x+56$ রাশিটির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $(x+7)(x+6)$ ● $(x+4)(x+14)$
ⓖ $(x+6)(x+8)$ ⓘ $(x+6)(x+9)$
ব্যাখ্যা : $x^2+18x+56 = x^2+4x+14x+56 = x(x+4)+14(x+4)$
$= (x+4)(x+14)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. $x^2-23x+132$ রাশিটির–
i. উৎপাদকের সংখ্যা দুইটি ii. উৎপাদক পূর্ণবর্গ
iii. একটি উৎপাদক $(x-11)$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪১–৪৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$x^2+7x+12$ ও $a^2-11a+28$ দুইটি রাশি

২৯. ২য় রাশির একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $(a+7)$ ⓛ $(a+4)$ ● $(a-7)$ ⓘ $(a-8)$
ব্যাখ্যা : $a^2-11a+28 = a^2-7a-4a+28 = a(a-7)-4(a-7)$
$= (a-7)(a-4)$

৩০. ২য় রাশির উৎপাদকে বিশেস্নষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(a-7)(a-4)$ ⓛ $(a-7)(a-3)$
ⓖ $(a+7)(a-4)$ ⓘ $(a+7)(a+4)$
ব্যাখ্যা : ৩৭ এর ব্যাখ্যা লৰ কর।

৩১. ১ম রাশির উৎপাদকে বিশেস্নষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(x+4)(x+3)$ ⓛ $(x+4)(x-3)$
ⓖ $(x-4)(x-3)$ ⓘ $(x+4)(-x+3)$
ব্যাখ্যা : $x^2+7x+12 = x^2+3x+4x+12$
$= x(x+3)+4(x+3)$
$= (x+3)(x+4)$

৪.৬ : ax^2+bx+c আকারের রাশির উৎপাদক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩২. $2x^2+5x+3$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(x+1)$ ⓛ $(x-1)$ ⓖ $(2x-3)$ ⓘ $(3-2x)$
ব্যাখ্যা : $2x^2+5x+3 = 2x^2+2x+3x+3 = 2x(x+1)+3(x+1)$
$= (x+1)(2x+3)$

৩৩. $2x^2-9x-35$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
● $(x-7)(2x+5)$ ⓛ $(2x-5)(x+7)$
ⓖ $(x-7)(2x-5)$ ⓘ $(x+7)(2x+5)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৪. $2a^2+10a+12$ রাশিটির একটি উৎপাদক–
i. $a+2$ ii. $a+4$ iii. $a+3$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii
ব্যাখ্যা : $2a^2+10a+12 = 2a^2+4a+6a+12$
$= 2a(a+2)+6(a+2)$
$= (a+2)(2a+6)$
$= 2(a+2)(a+3)$
সুতরাং i ও iii উক্তিটি সঠিক।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**
$8x^2+18x+9$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৫. রাশিটির উৎপাদকের সংখ্যা কয়টি? (সহজ)
ⓚ 1 ● 2 ⓖ 3 ⓘ 4
ব্যাখ্যা : প্রদত্ত রাশিটির মাত্রা 2 বলে এর দুইটি উৎপাদক হবে।

৩৬. রাশিটির একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ⓚ $(2x-3)$ ⓛ $(2x+4)$ ⓖ $(4x-3)$ ● $(4x+3)$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন –১ ▸ নিচের বীজগণিতীয় রাশিটি লৰ কর।
$a^2+2ca-b^2+2bc$

ক. উৎপাদকে বিশেস্নষণ কর $a^2+2ac+c^2$. ২
খ. (ক) এর সাহায্য নিয়ে উপাত্তে প্রদত্ত রাশিটির উৎপাদকে বিশেস্নষণ কর। ৪
গ. a এর উপর কিরূ প শর্ত আরোপ করলে সমগ্র রাশিটির মান শূন্য হবে। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $a^2+2ac+c^2 = a^2+ac+ac+c^2$
$= a(a+c)+c(a+c) = (a+c)(a+c)$ **(Ans.)**

খ. প্রদত্ত রাশি $= a^2+2ac-b^2+2bc$
$= a^2+2ac+c^2-b^2+2bc-c^2$
$= (a+c)^2-(b^2-2bc+c^2)$
$= (a+c)^2-(b-c)^2$
$= \{(a+c)+(b-c)\}\{(a+c)-(b-c)\}$
$= (a+b)(a-b+2c)$ **(Ans.)**

গ. রাশিটির মান শূন্য হলে,
$(a+b)(a-b+2c) = 0$ হবে,
অর্থাৎ
হয় $(a+b) = 0$ বা, $(a-b+2c) = 0$
অর্থাৎ $a = -b$ বা, $a = b-2c$ হবে।
সুতরাং $a = -b$ বা, $a = b-2c$ হলে
সমগ্র রাশিটির মান শূন্য হবে।

প্রশ্ন –২ ▸ কোনো রাশির উৎপাদকে বিশেস্নষণ করার জন্য কিছু নিয়ম অনুসরণ করা হয়। নিচের রাশিগুলো লৰ কর :
$x^2+2xy-2y-1,\ 8x^3+36x^2+54x+27,\ 27x^3-8$

ক. রাশির উৎপাদকে বিশেস্নষণ কাকে বলে? ২
খ. ১ম রাশিকে উৎপাদকে বিশেস্নষণ কর। ৪
গ. ২য় ও ৩য় রাশির উৎপাদকে বিশেস্নষণ কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক সরল রাশির গুণফলরূ পে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদকে বিশেস্নষণ করা বলে এবং ঐ সরল রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়।

খ. $x^2+2xy-2y-1$
$= x^2+2xy+y^2-y^2-2y-1$
$= (x^2+2xy+y^2)-(y^2+2y+1)$
$= (x+y)^2-(y+1)^2$
$= (x+y+y+1)(x+y-y-1)$
$= (x+2y+1)(x-1)$ **(Ans.)**

গ. $8x^3+36x^2+54x+27$
$= (2x)^3+3\times(2x)^2\times3+3\times(2x)\times(3)^2+(3)^3$

$= (2x + 3)^3$ [$\because a^2 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$]
$= (2x + 3)(2x + 3)(2x + 3)$ **(Ans.)**
আবার, $27x^3 - 8$
$= (3x)^3 - (2)^3 = (3x - 2)\{(3x)^2 + (3x) \times 2 + (2)^2\}$
$= (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৩ ▸ $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$, $x^2 + y^2 - 2xy - 1$ এবং $x^6 - y^6$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশিকে $x^2 + px + q$ আকারে লিখে p ও q এর তুলনা কর। ২
খ. তৃতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪
গ. প্রথম ও দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রাশি $= (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$
$= a^2 + 3a - 40$ [$x^2 - x = a$ ধরে]
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 3a - 40$.যেখানে, $p = 3$ এবং $q = -40$.

খ. তৃতীয় রাশি $= x^6 - y^6 = (x^3)^2 - (y^3)^2 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$
$= \{(x + y)(x^2 - xy + y^2)\}\{(x - y)(x^2 + xy + y^2)\}$
$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ **(Ans.)**

গ. প্রথম রাশি $= 9(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$
$= a^2 + 3a - 40$ [‘ক’ হতে]
$= a^2 + 8a - 5a - 40$
$= a(a + 8) - 5(a + 8)$
$= (a + 8)(a - 5)$
$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$ **(Ans.)** [$\because a = x^2 - x$]
দ্বিতীয় রাশি $= x^2 + y^2 - 2xy - 1 = (x^2 - 2xy + y^2) - 1$
$= (x - y)^2 - (1)^2 = (x - y + 1)(x - y - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৪ ▸ $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. রাশিটির শেষ পদকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ২
খ. প্রদত্ত রাশিটিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪
গ. ‘খ’ এর প্রাপ্ত ফলাফলে $b = -a$ বসিয়ে দেখাও যে, $(x - a)$ রাশিটির একটি উৎপাদক। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. রাশিটির শেষ পদ $= 2a^2 + 5ab + 3b^2$
$= 2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2$
$= a(2a + 3b) + b(2a + 3b)$
$= (2a + 3b)(a + b)$ **Ans.**

খ. $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$
$= x^2 + (3a + 4b)x + (a + b)(2a + 3b)$ [মান বসিয়ে]
$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (a + b)(2a + 3b)$
$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$
$= (x + 2a + 3b)(x + a + b)$
$= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$ **(Ans.)**

গ. ‘খ’ থেকে প্রাপ্ত ফলাফল $= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$
এখন, $b = -a$ বসিয়ে পাই, $(x + a - a)(x + 2a - 3a) = x(x - a)$
$\therefore (x - a)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।

প্রশ্ন –৫ ▸ $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$ একটি বীজগণিতীয় রাশি

ক. রাশিটিকে $x^2 + (p + q)x + pq$ আকারের রাশিতে প্রকাশ কর। ২
খ. $a = 1$ হলে, রাশিটিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪
গ. ‘ক’ অংশ হতে প্রাপ্ত ফলাফলকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রাশি $= x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$
$= x^2 + \{(a + 1) - (a + 2)\}x - (a + 1)(a + 2)$
$= x^2 + [\{(a + 1) + \{-(a + 2)\}]x + (a + 1)\{-(a + 2)\}$
এটিই প্রদত্ত রাশিটির $x^2 + (p + q)x + pq$ আকারে প্রকাশ
যেখানে, $p = a + 1$, $q = -(a + 2)$

খ. $a = 1$ হলে, প্রদত্ত রাশি $= x^2 - x - (1 + 1)(1 + 2)$
$= x^2 - x - 2 \times 3$
$= x^2 - x - 6$
$= x^2 - 3x + 2x - 6$
$= x(x - 3) + 2(x - 3)$
$= (x - 3)(x + 2)$ **(Ans.)**

গ. ‘ক’ হতে প্রাপ্ত ফলাফল, $x^2 + [(a + 1) + \{-(a + 2)\}]x + (a + 1)\{-(a + 2)\}$
$= x^2 + \{(a + 1) - (a + 2)\}x - (a + 1)(a + 2)$
$= x^2 + (a + 1)x - (a + 2)x - (a + 1)(a + 2)$
$= x(x + a + 1) - (a + 2)(x + a + 1)$
$= (x + a + 1)(a - a - 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৬ ▸ $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. – 88 সম্ভাব্য উৎপাদক জোড় নির্ণয় কর যাদের গুণফল –88 এবং সমষ্টি –18 হয়। ২
খ. উদ্দীপকের রাশিটিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪
গ. উদ্দীপকের রাশিতে $b = a$ বসিয়ে প্রাপ্ত রাশিটির উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. – 88 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়গুলো হচ্ছে $(-1, 88)$, $(-2, 44)$ ও $(4, -22)$
এখানে, $4 \times (-22) = -88$
এবং $4 + (-22) = -18$

খ. প্রদত্ত রাশি $= (a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$
ধরি, $a^2 + b^2 = p$
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= p^2 - 18p - 88$
$= p^2 - 22p + 4p - 88$
$= p(p - 22) + 4(p - 22)$
$= (p - 22)(p + 4)$
$= (a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$ **(Ans.)**

গ. প্রদত্ত রাশিতে $b = a$ বসিয়ে পাই,
$(a^2 + a^2) - 18(a^2 + a^2) - 88$
$= (2a^2)^2 - 18 \times 2a^2 - 88$
$= 4a^4 - 36a^2 - 88$
$= 4(a^4 - 9a^2 - 22)$
$= 4(a^4 - 11a^2 + 2a^2 - 22)$
$= 4\{a^2(a^2 - 11) + 2(a^2 - 11)\}$
$= 4(a^2 - 11)(a^2 + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৭ ▸ a, b, c এর মান যথাক্রমে $a = 6$, $b = 7$ এবং $c = 8$ হলে,
[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক. $(a + b + c)^2$ এর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা কর। ২
খ. $16(a^2 + b^2) + 56(a^2 + b^2)(3a^2 - 2b^2) + 49(3a^2 - 2b^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $(a + b - c)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(a + b + c)^2$ এর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা :
$(a + b + c) \times (a + b + c) = (a + b + c)^2$
$\therefore (a + b + c)^2$
$= a \times (a + b + c) + b \times (a + b + c) + c \times (a + b + c)$
$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$
$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$
$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

খ. $16(a^2 + b^2)^2 + 56(a^2 + b^2)(3a^2 - 2b^2) + 49(3a^2 - 2b^2)^2$

$= \{4(a^2 + b^2)\}^2 + 2.4(a^2 + b^2).7(3a^2 - 2b^2) + \{7(3a^2 - 2b^2)\}^2$

$= \{4(a^2 + b^2) + 7(3a^2 - 2b^2)^2$

$= \{4(6^2 + 7^2) + 7(3.6^2 - 2.7^2)\}^2$

$= \{4 \times 85 + 7 \times 10\}^2 = \{340 + 70\}^2 = \{410\}^2$

$= 168100$ **(Ans.)**

গ. $(a + b - c)^2$

$= \{(a + b) - c\}^2$

$= (a + b)^2 - 2(a + b). c + c^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$

$= 6^2 + 7^2 + 8^2 + 2.6.7 - 2.6.8 - 2.7.8$

$= 36 + 49 + 64 + 84 - 96 - 112$

$= 233 - 208 = 25$ **(Ans.)**

প্রশ্ন–৮ ▸ $5x - 3y$, $25x^2 + 15xy + 9y^2$, $x^2 + 2xy - 80y^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. (ক) থেকে বিশ্লেষিত রাশি দুইটিকে দুইটি বর্গের অন্তরফল রূ পে প্রকাশ কর। ৪

গ. ১ম ও ২য় রাশিকে সূত্রের সাহায্যে গুণ কর। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ৩য় রাশি $= x^2 + 2xy - 80y^2$

$= x^2 + 10xy - 8xy - 80y^2$

$= x(x + 10y) - 8y(x + 10y)$

$= (x + 10y)(x - 8y)$ **(Ans.)**

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত বিশ্লেষিত রাশি $= (x + 10y)(x - 8y)$

ধরি, $x + 10y = a$ এবং $x - 8y = b$

আমরা জানি,

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{x + 10y + x - 8y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x + 10y - x + 8y}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2x + 2y}{2}\right)^2 - \left(\frac{18y}{2}\right)^2 = (x + y)^2 - (9y)^2 \textbf{ (Ans.)}$$

গ. $(5x - 3y)(25x^2 + 15xy + 9y^2)$

$= (5x - 3y)\{(5x)^2 + 5x \times 3y + (3y)^2\}$

$= (5x)^3 - (3y)^3 = 125x^3 - 27y^3$ **(Ans.)**

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

প্রশ্ন–৯ ▸ $x^2 - 2xy + 2y - 1$ এবং $16x^2 - y^2 - 6y - 9$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ২য় রাশিকে $A^2 - B^2$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. ১ম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. ২য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তর : ক. $(4x)^2 - (y + 3)^2$; খ. $(x - 1)(x - 2y + 1)$;
গ. $(4x - y - 3)(4x + y + 3)$

প্রশ্ন–১০ ▸ $(a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. উদ্দীপকের রাশিটিকে $x^2 + px + q$ আকারে প্রকাশ করে p ও q চিহ্নিত কর। ২

খ. রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. রাশিটির উৎপাদক সংখ্যা কয়টি এবং কেন? $a = 2$ অথবা -2 হলে, দেখাও যে, রাশির মান শূন্য হয়। ৪

উত্তর : ক. $x^2 - 8x - 180$, $p = -8$, $q = -180$,
খ. $(a + 9)(a - 2)(a + 5)(a + 2)$

অনুশীলনী ৪.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

সাধারণ গুণনীয়ক :

যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, একে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক (Common Factor) বলে। যেমন, x^2y, xy, xy^2, $5x$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক x; আবার, $(a^2 - b^2)$, $(a + b)^2$, $(a^3 + b^3)$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক $(a + b)$।

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) :

দুই বা ততোধিক রাশির ভিতর যতগুলো মৌলিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে, এদের সকলের গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Factor) বা সংক্ষেপে গ. সা. গু. (H.C.F) বলে। যেমন, $a^3b^2c^3$, $a^5b^3c^4$ ও $a^4b^3c^2$ এই তিনটি রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক $a^3b^2c^2$

আবার, $(x+y)^2$, $(x+y)^3$, (x^2-y^2) এই তিনটি রাশির গ. সা. গু. $(x+y)$

সাধারণ গুণিতক :

কোনো একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকদ্বয় বা ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক (Common Multiple) বলে। যেমন, a^2b^2c রাশিটি a, b, c ab, bc, ca, a^2b, ab^2, b^2c রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক। আবার, $(a+b)^2$ $(a-b)$ রাশিটি $(a+b)$, $(a+b)^2$ ও (a^2-b^2) রাশি তিনটির সাধারণ গুণিতক।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) :

দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least Common Factor) বা সংক্ষেপে ল. সা. গু. (L.C.F) বলে। যেমন, x^2y^2z রাশিটি x^2yz, xy^2 ও xyz রাশি তিনটির ল. সা. গু.।

আবার, $(x+y)(x-y)$ রাশিটি $(x+y)$, $(x+y)^2$ ও (x^2-y^2) রাশি তিনটির ল. সা. গু.।

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.৭ : বীজগাণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **$xy, xy^2, 5x$ রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক নিচের কোনটি?** (সহজ)
● x Ⓚ y Ⓖ xy Ⓖh xy^2

২. **x^3+x^2y, x^2y+xy^2 এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?**
ক xy খ x + y গ xy(x + y) ● $x^3y(x+y)$

৩. **$x-y, x^2+xy+y^2$ ও x^3-y^3 এর ল.সা.গু কত?**
ক x − y ● x^3-y^3 গ $(x-y)^2$ ঘ x^2+xy+y^2

৪. **$x-y, x^2-xy, x^2-y^2$ এর ল, সা, গু নিচের কোনটি?**
ক x − y খ x(x − y) গ x^2-y^2 ● $x(x^2-y^2)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫. **নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :**
i. যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক তাকে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে
ii. a^2b, ab, 5bc এর সাধারণ গুণনীয়ক b
iii. (a^2-b^2) ও (a^2+b^2) এর সাধারণ গুণনীয়ক $(a+b)^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪.৭.১ : গরিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (গ.সা.গু.)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. **$a^3b^2c^3$ এবং $a^5b^3c^4$ এর গ.সা.গু নিচের কোনটি?** (মধ্যম)
ক $a^3b^2c^2$ ● $a^3b^2c^3$ গ $a^5b^2c^3$ ঘ $a^5b^3c^3$
ব্যাখ্যা : এখানে $a^3b^2c^3$, $a^5b^3c^4$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^3, b^2 ও c^3
নির্ণেয় গ.সা.গু. $a^3b^2c^3$

৭. **$(x^2+y^2)^2$ এবং (x^4+y^4) এর গ. সা. গু. কত?** (কঠিন)
ক x + y খ x^2+y^2 গ x^2-y^2 ● 1
ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $(x^2+y^2)^2=(x^2+y^2)(x^2+y^2)$
২য় রাশি $(x^4+y^4)=(x^2)^2+(y^2)^2$
$=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$
নির্ণেয় গ. সা. গু.1

৮. **x^2-4 এবং $xy-2y$ এর গ. সা. গু নিচের কোনটি?** (কঠিন)
ক (x + 2) ● (x − 2) গ (x − 4) ঘ (x + 4)
ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $=x^2-4=(x)^2-(q)^2=(x+2)(x-2)$
২য় রাশি $=xy-2y=y(x-2)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. (x − 2)

৯. **$(x+y)^3$ এবং x^3+y^3 এর গ.সা.গু. কত?** (সহজ)
ক $(x+y)^3$ খ $(x+y)^2$ গ x^3+y^3 ● (x + y)

১০. **x^2-4, x^3-8 ও x^2-2x এর গ.সা.গু. কত?** (মধ্যম)
ক x + 2 ● x − 2 গ x^2+2x+4 ঘ x^2-2x+8

১১. **a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a ও $a^4-5a^3-14a^2$ এর গ.সা.গু. কোনটি?** (কঠিন)
ক a ● a(a + 2) গ $a(a+2)^2$ ঘ $a(a^2-4)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. **$4(a+2)^2$ এবং $2(a^2-b^2)$ রাশি দুটির জন্য**
i. সংখ্যা সহগের গ. সা. গু. 2 ii. সাধারণ উৎপাদক 2(a + b)
iii. গ. সা. গু.2(a + b)
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ● i, ii ও iii

১৩. **p(q + r), pq(q + r)- এর ক্ষেত্রে**
i. সহগগুলোর গুণফল pq ii. সাধারণ উৎপাদক p(q + r)
iii. গ. সা. গু. p(q + r)
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
ক i ও ii ● ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

$(x+y)^3$, $24(x+y)^2$, $32(x^2-y^2)$ তিনটি রাশি

১৪. **প্রদত্ত রাশিগুলোর সহগগুলোর গ. সা. গু. কত?** (সহজ)
ক 6 খ 4 গ 3 ● 1
ব্যাখ্যা : 1, 24 ও 32 এর গ. সা. গু. = 1

১৫. **১ম ও ২য় রাশির গ. সা. গু. নিচের কোনটি?** (মধ্যম)
ক 3(x + y) খ 2(x + y) ● $(x+y)^2$ ঘ 24(x + y)
ব্যাখ্যা : ১ম রাশি, $(x+y)^3=(x+y)(x+y)(x+y)$
২য় রাশি, $24(x+y)^2=2\times2\times2\times3\times(x+y)(x+y)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. $(x+y)^2$

১৬. **প্রদত্ত রাশিগুলোর গ. সা. গু. নিচের কোনটি?** (কঠিন)
ক 2(x + y) খ $2(x+y)^2$ গ $(x+y)^2$ ● (x + y)
ব্যাখ্যা : ১ম ও ২য় রাশি, ক্ষেত্রে ২৯ নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখ
৩য় রাশি, $32(x^2-y^2)=2\times2\times2\times2\times2\times(x+y)(x-y)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. (x + y)

৪.৭.২ : লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৭. **x^2yz, xy^2 ও xyz এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?** (মধ্যম)
● x^2y^2z খ $x^2y^2z^2$ গ x^2yz ঘ xyz
ব্যাখ্যা : প্রদত্ত রাশিগুলোতে সর্বোচ্চ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^2, y^2 এবং z
নির্ণেয় ল. সা. গু. x^2y^2z.

১৮. $5x^3, 10x^2y$ ও $20x^4$ এর ল. সা. গু. নির্ণয় কর? (মধ্যম)

● $5x^2y$ (খ) $20x^4y^2$ (গ) $50x^9y^4$ (ঘ) $100\ x^{24}\ y^2$

১৯. $x^3 - y^3$ এবং $x^6 - y^6$ এর ল.সা.গু. কোনটি? (সহজ)

(ক) $x^3 + y^3$ (খ) $x^3 - y^3$ (গ) $(x^3 - y^3)(x^6 - y^6)$ ● $x^6 - y^6$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

❑ **নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :**

$x^2 - y^2,\ x + y,\ x^3y + x^2y^2$ তিনটি রাশি।

২০. ১ম ও ২য় রাশির ল. সা. গু. নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $x + y$ (খ) $x - y$ ● $x^2 - y^2$ (ঘ) $(x + y)^2$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি, $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

২য় রাশি $= x + y$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

২১. ৩য় রাশির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) x^2y^2 ● $x + y$ (গ) $(x + y)^2$ (ঘ) $x^2 + y^2$

ব্যাখ্যা : $x^3y + x^2y^2 = x^2y(x + y)$

$\therefore$ ৩য় রাশির একটি উৎপাদক $(x + y)$

২২. রাশি তিনটির ল. সা. গু. নিচের কোনটি? (কঠিন)

● $x^2y(x^2 - y^2)$ (খ) $xy(x + y)$ (গ) $xy^2(x + y)$ (ঘ) $x^2y(x - y)$

পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৩. $x^2 - y^2,\ 2(x + y),\ 2(x^2y + xy^2)$ এর গ.সা.গু কত?

● $x + y$ (খ) $x - y$ (গ) $x^2 - y^2$ (ঘ) $2xy(x + y)$

২৪. $a + b,\ a^2 + ab,\ a^2 - b^2$ এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) $a(a - b)$ (খ) $a - b$

● $a(a^2 - b^2)$ (ঘ) $a^2 - b^2$

২৫. $x^2 - 4$ ও $x^2 + 4x + 4$ এর ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) $(x + 2)(x - 2)^2$ (খ) $(x + 2)(x - 2)$

● $(x + 2)^2(x - 2)$ (ঘ) $(x^2 - 4)(x^2 + 4x + 4)$

২৬. $a^2 - b^2,\ (a + b)^2$ এর গ.সা.গু কত?

● $a + b$ (খ) $a - b$

(গ) $(a + b)^2$ (ঘ) $(a + b)(a - b)$

২৭. $a^3 - b^3$ এবং $a^3 + b^3$ এর গ.সা.গু.–

(ক) $a - b$ (খ) $a + b$ (গ) 0 ● 1

২৮. $a - b,\ a^2 - ab$ এবং $a^2 - b^2$ এর ল.সা.গু কত?

(ক) $a(a - b)$ (খ) $a - b$ ● $a(a^2 - b^2)$ (ঘ) $a^2 - b^2$

২৯. a^2, a ও b এর ল.সা.গু. কত?

(ক) a^2 (খ) ab ● a^2b (ঘ) a^3b

৩০. ভগ্নাংশের ল.সা.গু হলো–

● $\dfrac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর গ.সা.গু.}}$ (খ) $\dfrac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$

(গ) $\dfrac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}$ (ঘ) $\dfrac{\text{হরগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{লবগুলোর ল.সা.গু.}}$

৩১. $9a^3b^2c^2,\ 12a^2bc$ ও $15ab^3c^3$ এর গ.সা.গু. কোনটি?

● 3 abc (খ) 9 abc (গ) $12a^2b^2c^2$ (ঘ) $180a^3b^3c^3$

ব্যাখ্যা : 9, 12, 15 এর গ.সা.গু.

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a, b, c

$\therefore$ গ. সা. গু. 3abc

৩২. $(a - b),\ (a^2 - ab)$ ও $(a^2 - b^2)$ এর ল.সা.গু. কোনটি?

(ক) $a(a - b)$ (খ) $(a - b)$ ● $a(a^2 - b^2)$ (ঘ) $a^2 - b^2$

৩৩. $a^2 - 9,\ a^2 - a - 6,\ a^3 - 27$ এর গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) 1 (খ) $a + 3$ ● $a - 3$ (ঘ) $(a + 3)(a - 3)$

৩৪. $x^2 - 9,\ x^2 - 7x + 12$ এবং $x^3 - 27$ রাশি তিনটির গ. সা. গু. কত?

● $(x - 3)$ (খ) $(x + 3)$ (গ) $(x - 4)$ (ঘ) $x^2 + 3x + 9$

৩৫. $(x^3 - 1)$ ও $(x^4 + x^2 + 1)$ এর গ.সা.গু. কোনটি?

(ক) x (খ) $x + 1$ ● $x^2 + x + 1$ (ঘ) $x^2 - x + 1$

৩৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $ab = \left(\dfrac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a - b}{2}\right)^2$

ii. $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

iii. $a^3 + b^3$ এবং $a^3 - b^3$ এর গ.সা.গু।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

$x - 2,\ x^2 - 4,\ xy - 2y$ বীজগাণিতিক রাশি।

৩৭. রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক কত?

(ক) $y(x + 2)(x - 2)$ (খ) $(x + 2)(x - 2)$

(গ) $x + 2$ ● $x - 2$

৩৮. রাশিগুলোর ল.সা.গু কত?

● $y(x + 2)(x - 2)$ (খ) $y(x + 2)(x - 2)^2$

(গ) $x - 2$ (ঘ) $y(x - 2)^3$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

$3(x + y)$ ও $6(x^2 - y^2)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৯. রাশি দুইটির গ.সা.গু কত?

(ক) $6(x + y)$ (খ) $3(x - y)$ (গ) $6(x^2 - y^2)$ ● $3(x + y)$

৪০. রাশি দুইটির ল.সা.গু. কত?

● $6(x^2 - y^2)$ (খ) $6(x + y)(x + y)$

(গ) $18(x^2 - y^2)$ (ঘ) $18(x^2 - y^2)(x + y)$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন –১ ▸ $(x - 5),\ (x + 2)^2,\ (x^2 + 2x)$ এবং $x^2 + 5x + 6$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. শেষোক্ত রাশি তিনটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. ১ম রাশি = y এবং xy = 6 হলে, $x^3 - y^3 + 4(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ১ম রাশি $(x - 5)$ এর বর্গ

$= (x - 5)^2 = (x)^2 - 2.x.5 + (5)^2$

$= x^2 - 10x + 25$ **(Ans.)**

খ. এখানে, ২য় রাশি $= (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$

৩য় রাশি $= x^2 + 2x = x(x + 2)$

৪র্থ রাশি $= x^2 + 5x + 6$

$= x^2 + 3x + 2x + 6$

$= x(x + 3) + 2(x + 3)$

$= (x + 3)(x + 2)$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x + 2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x + 2)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $= (x + 2)$

গ. দেওয়া আছে, ১ম রাশি = y

অর্থাৎ $x - 5 = y$

$\therefore x - y = 5$

এবং $xy = 6$

$\therefore x^3 - y^3 + 4(x + y)^2$

$= (x - y)^3 + 3xy(x - y) + 4\{(x - y)^2 + 4xy\}$

$= (5)^3 + 3.6.5 + 4.(5^2 + 4\cdot 6)$ (মান বসিয়ে)

$= 125 + 90 + 4(25 + 24)$

$= 125 + 90 + 4 \times 49 = 125 + 90 + 196 = 411$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –২ ▸ $b^2 - 9, b^2 + 7b + 12$ এবং $b^2 - 27$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. দ্বিতীয় রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূ পে প্রকাশ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত রাশি $b^2 - 9$ এর বর্গ $= (b^2 - 9)^2 = (b^2)^2 - 2.b^2.9 + (9)^2$

$= b^4 - 18b^2 + 81$ **(Ans.)**

খ. দ্বিতীয় রাশি $= b^2 + 7b + 12$

$= b^2 + 3b + 4b + 12$

$= b(b + 3) + 4(b + 3)$

$= (b + 3)(b + 4)$

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (b + 3)(b + 4) = \left(\frac{b+3+b+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{b+3-b-4}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{2b+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{-1}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{2b+7}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$ **(Ans.)**

গ. প্রদত্ত রাশি $= b^2 - 9 = (b)^2 - (3)^2 = (b + 3)(b - 3)$

দ্বিতীয় রাশি $= b^2 + 7b + 12 = (b + 3)(b + 4)$ [‘খ’ থেকে]

তৃতীয় রাশি $= b^3 - 27 = (b)^3 - (3)^3$

$= (b - 3)(b^2 - b \times 3 + 3^2)$

$= (b - 3)(b^2 - 3b + 9)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (b + 3)(b - 3)(b + 4)(b^2 - 3b + 9)$

$= (b - 3)(b + 3)(b + 4)(b^2 - 3b + 9)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৩ ▸ $x + y, x^2 + y^2$ এবং $x^3 + y^3$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ১ম ও ২য় রাশির মান যথাক্রমে 3 এবং 5 হলে, xy এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ১ম রাশি, ৩য় রাশি ও $x^2 - y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ৩য় রাশি $= x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ **(Ans.)**

খ. ১ম রাশি $= x + y = 3$

২য় রাশি $= x^2 + y^2 = 5$

$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

বা, $5 = 3^2 - 2xy$

বা, $2xy = 9 - 5$

বা, $2xy = 4$

বা, $xy = \frac{4}{2}$

$\therefore xy = 2$ **(Ans.)**

গ. ১ম রাশি $= x + y$

৩য় রাশি $= x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)$

$= (x^2 - y^2)(x^2 - xy + y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৪ ▸ $a^2 - 4, a^2 + 4a + 4$ এবং $a^3 - 8$.

উপরের তথ্যের আলোকে নিম্নে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

ক. দ্বিতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. প্রথম ও তৃতীয় রাশির গুণফলকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দ্বিতীয় রাশি $= a^2 + 4a + 4$

$= (a)^2 + 2.a.2 + (2)^2$

$= (a + 2)^2 = (a + 2)(a + 2)$ **(Ans.)**

খ. প্রথম রাশি $= a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$

তৃতীয় রাশি $= a^3 - 8 = a^3 - (2)^3$

$= (a - 2)(a^2 + a.2 + 2^2)$

$= (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$

‘ক’ হতে প্রাপ্ত, দ্বিতীয় রাশি $= a^2 + 4a + 4 = (a + 2)(a + 2)$

প্রশ্নমতে, $\frac{(a^2-4)(a^3-8)}{a^2+4a+4} = \frac{(a+2)(a-2)(a-2)(a^2+2a+4)}{(a+2)(a+2)}$

$= \frac{(a-2)^2(a^2+2a+4)}{(a+2)}$

গ. ‘খ’ হতে প্রথম রাশি $= a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$

তৃতীয় রাশি $= a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$

‘ক’ হতে দ্বিতীয় রাশি $= a^2 + 4a + 4 = (a + 2)(a + 2)$

$\therefore$ রাশি তিনটির ল. সা. গু. $= (a + 2)(a - 2)(a^2 + 2a + 4)(a + 2)$

$= (a - 2)(a + 2)^2(a^2 + 2a + 4)$

$= (a - 2)(a^3 - 2^3)$

$= (a - 2)(a^3 - 8)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৫ ▸ $18(x + y)^3$, $24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. রাশিগুলোর সংখ্যা সহগের গ. সা. গু. কত? ২

খ. প্রথম রাশি দুইটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের রাশিগুলোর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. এখানে, রাশিগুলোর সংখ্যা সহগ যথাক্রমে 18,24 ও 32

$\therefore 18 = 2 \times 3 \times 3$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

নির্ণেয় গ. সা. গু. = 2

খ. এখানে, 18 ও 24 এর ল. সা. গু. = 72

প্রথম রাশি $= 18(x + y)^3 = 2 \times 3 \times 3 \times (x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 24(x + y)^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times (x + y)(x + y)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times (x + y)(x + y)(x + y)$

$= 72(x + y)^3$ **(Ans.)**

গ. **এখানে,** 18, 24 ও 32 এর গ. সা. গু. = 2

প্রথম রাশি $= 18(x + y)^3 = 18(x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 24(x + y)^2 = 24(x + y)(x + y)$

তৃতীয় রাশি $= 32(x^2 - y^2) = 32(x + y)(x - y)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $= 2(x + y)$

প্রশ্ন–৬ ▸ $a^3 - 3a^2 - 10a, a^3 + 6a^2 + 8a, a^4 - 5a^3 - 14a^2$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ২
খ. প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. খ এর প্রাপ্ত ফলাফল ও তৃতীয় রাশির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দ্বিতীয় রাশি $= a^3 + 6a^2 + 8a$
$= a(a^2 + 6a + 8)$
$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$
$= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\}$
$= a(a + 4)(a + 2)$ **(Ans.)**

খ. প্রথম রাশি $= a^3 - 3a^2 - 10a.$
$= a(a^2 - 3a - 10)$
$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$
$= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$
$= a(a - 5)(a + 2)$
'ক' হতে প্রাপ্ত দ্বিতীয় রাশি $= a^3 + 6a^2 + 8a$
$= a(a + 4)(a + 2)$
নির্ণেয় ল. সা. গু. $= a(a - 5)(a + 2)(a + 4)$ **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত ফলাফল $= a(a - 5)(a + 2)(a + 4)$
এখন তৃতীয় রাশি $= a^4 - 5a^3 - 14a^2$
$= a^2(a^2 - 5a - 14)$
$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$
$= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\}$
$= a^2(a - 7)(a + 2)$
নির্ণেয় গ. সা. গু. $a(a + 2)$

প্রশ্ন –৭ ▸ $a^2b(a^3 - b^3), a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3 + b^3$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ৩য় রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ২
খ. ১ম ও ৩য় রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. ২য় রাশিসহ প্রাপ্ত ফলাফলের ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ৩য় রাশি $= a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

খ. ১ম রাশি $= a^2b(a^3 - b^3) = a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
৩য় রাশি $= a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
নির্ণেয় ল. সা. গু. $= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$= a^2b(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$
$= a^2b\{(a^3)^2 - (b^3)^2\}$
$= a^2b(a^6 - b^6)$ **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত ফলাফল $= a^2(a^6 - b^6)$
২য় রাশি $= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$
$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2.b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2\}$
$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$
$= a^2b^2(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$
$\therefore$ ২য় রাশিসহ প্রাপ্ত ফলাফলের ল. সা. গু. $= a^2b(a^6 - b^6) \times b$
$= a^2b^2(a^6 - b^6)$ **Ans.**

প্রশ্ন –৮ ▸ $x^2 + x - 2, x^2 + 5x + 6, 2x^2 + 3x - 2$ এবং $2x^3 - 8x$ চারটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. ৪র্থ রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ২
খ. প্রথম রাশি দুইটির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত রাশিগুলোর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. ৪র্থ রাশি $= 2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4)$
$= 2x(x^2 - 2^2) = 2x(x + 2)(x - 2)$

খ. ১ম রাশি $= x^2 + x - 2 = x^2 + 2x - x - 2$
$= x(x + 2) - 1(x + 3) = (x + 2)(x - 1)$
২য় রাশি $= x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6$
$= x(x + 3) + 2(x + 3) = (x + 3)(x + 2)$
$\therefore$ রাশি দুটির গ. সা. গু. $(x + 2)$ **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত, ১ম রাশি $= x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$
এবং ২য় রাশি $= x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
৩য় রাশি $= 2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2$
$= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$
ক হতে, ৪র্থ রাশি $= 2x^3 - 8x = 2x(x + 2)(x - 2)$
নির্ণেয় ল. সা. গু. $= 2x(x + 2)(x - 1)(x + 3)(2x - 1)(x - 2)$
$= 2x(x + 2)(x + 3)(x - 1)(2x - 1)(x - 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –৯ ▸ (i) $6x^2 - x - 1$), (ii) $3x^2 + 7x + 2$ (iii) $2x^2 + 3x - 2$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

ক. (ii)নং এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো লেখ। ২
খ. (i) ও (ii)এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের রাশি তিনটির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত (ii) নং রাশি $= 3x^2 + 7x + 2$
$= 3x^2 + 6x + x + 2$
$= 3x(x + 2) + 1(x + 2)$
$= (x + 2)(3x + 1)$
নির্ণেয় গুণনীয়কসমূহ $(x + 2), (3x + 1)$

খ. (i) নং রাশি $= 6x^2 - x - 1$
$= 6x^2 - 3x + 2x - 1$
$= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1)$
$= (2x - 1)(3x + 1)$
(ii) নং রাশি $= 3x^2 + 7x + 2$
$= (x + 2)(3x + 1)$ [ক হতে]
এখানে রাশি দুইটির মধ্যে সাধারণ গুণনীয়ক $(3x + 1)$।
$\therefore$ গ. সা. গু. $= (3x + 1)$ **(Ans.)**

গ. 'খ' নং হতে (i) নং রাশি $= 6x^2 - x - 1 = (2x - 1)(3x + 1)$
'ক' নং হতে (ii) নং রাশি $= 3x^2 + 7x + 2 = (x + 2)(3x + 1)$
(iii) নং রাশি $= 2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2$
$= 2x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(2x - 1)$
$\therefore$ রাশি তিনটির ল.সা.গু. $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2)(3x + 1)$
$= (2x - 1)(x + 2)(3x + 1)$ **(Ans.)**

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

প্রশ্ন–১০ ▸ $x^2 + x - 56, x^2 + 14x + 40, x^2 + x - 12, x^4 - 256$

ক. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশেরষণ কর। ২
খ. প্রথম তিনটি রাশির গ. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪
গ. 'খ' এর প্রাপ্ত ফলাফল ও চতুর্থ রাশির ল. সা. গু. নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $(x + 8)(x - 7)$; খ. 1; গ. $(x^2 + 16)(x + 4)(x + 2)(x - 2)$

প্রশ্ন–১১ ▶ $a^2 - b^2$, $a^4 + a^2b^2 + b^4$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি

ক. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. রাশি চারটির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি প্রথম রাশিটির মান c^2 হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a^6 - b^6 - 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

উত্তর : ক. $(a + b)(a - b)$; খ. $a^6 - b^6$

প্রশ্ন–১২ ▶ $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

ক. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ ৪

উত্তর : ক. 0; খ. 2

প্রশ্ন–১৩ ▶ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে,

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? ২

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$ প্রমাণ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{13}$. ৪

উত্তর : ক. 11

প্রশ্ন–১৪ ▶ দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

ক. $x - \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এবং $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6} =$ কত? ৪

উত্তর : ক. $\sqrt{5}$; খ. 7, 18 ; গ. $144\sqrt{5}$.

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন –১৫ ▶ $x^2 - y^2$, $2x + 2y$ এবং $2x^2y + 2xy^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম রাশির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. রাশি তিনটির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় রাশি = 6 এবং $xy = -4$ হলে $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, ১ম রাশি = $x^2 - y^2$

$x^2 - y^2$ এর বর্গ = $(x^2 - y^2)^2 = (x^2)^2 - 2x^2y^2 + (y^2)^2$

$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

খ. ১ম রাশি = $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

২য় রাশি = $2x + 2y = 2(x + y)$

৩য় রাশি = $2x^2y + 2xy^2 = 2xy(x + y)$

$\therefore$ রাশি তিনটির ল.সা.গু = $2(x + y)(x - y)xy$

$= 2xy(x - y)(x + y)$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, ২য় রাশি $2(x + y) = 6$ এবং $xy = -4$

এখন, $2(x + y) = 6$

বা, $(x + y) = 3$

বা, $(x + y)^2 = 9$

বা, $(x - y)^2 + 4xy = 9$

বা, $(x - y)^2 + 4.(-4) = 9$

বা, $(x - y)^2 - 16 = 9$

বা, $(x - y)^2 = 9 + 16$

বা, $(x - y)^2 = 9 + 16$

বা, $(x - y)^2 = 25$

বা, $x - y = 5$

প্রদত্ত রাশি, = $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$= (5)^3 + 3.(-4)5 = 125 - 60 = 65$. **(Ans.)**

প্রশ্ন –১৬ ▶ $a - 5 = \frac{1}{a}$ হলে,

ক. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^4 = 727 - \frac{1}{a^4}$. ৪

▶◀ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $a - 5 = \frac{1}{a}$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right) = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 5^2$ [উভয়পৰকে বর্গ করে]

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4.a.\frac{1}{a} = 25$

$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 29$ **(Ans.)**

খ. 'ক' থেকে পাই,

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 29$

বা, $a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$

এখন, প্রদত্ত রাশিমালা : $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= (\sqrt{29})^3 - 3.\sqrt{29} = 29\sqrt{29} - 3\sqrt{29} = 26\sqrt{29}$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $a - 5 = \frac{1}{a}$

বা, $a - \frac{1}{a} = 5$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 25$ [উভয়পৰকে বর্গ করে]

বা, $a^2 - 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 25$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 25 + 2$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (27)^2$ [উভয় পৰকে বর্গ করে]

বা, $a^4 + 2.a^2.\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^4} = 729$

বা, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 729 - 2$

$\therefore a^4 = 727 - \frac{1}{a^4}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –১৭ **$a^2 + b^2$, $15x - 20y$, $9x^2 - 16y^2$, $27x^3 - 64y^3$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।**

ক. প্রথম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম রাশিটির মান c^2 হলে প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2 = 0$. ৪

গ. দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির ল.সা.গু নির্ণয় কর। ৪

১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রথম রাশিটির বর্গ $= (a^2 + b^2)^2$

$= (a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2$

$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

Ans. $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

খ. শর্তমতে, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপৰ $= a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 - c^6 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2 + b^2)^3 - c^6 - 3a^2b^2(a + b^2) + 3a^2b^2c^2$

$= (c^2)^3 - c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$ [$\because a^2 + b^2 = c^2$]

$= c^6 - c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$

$= 0 =$ ডানপৰ

$\therefore a^6 + b^6 - c^6 + 3a^2b^2c^2 = 0$ (প্রমাণিত)

গ. দ্বিতীয় রাশি $= 15x - 20y = 5(3x - 4y)$

তৃতীয় রাশি $= 9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2$

$= (3x + 4y)(3x - 4y)$

চতুর্থ রাশি $= 27x^3 - 64y^3 = (3x)^3 - (4y)^3$

$= (3x - 4y)\{(3x)^2 + 3x.4y + (4y)^2\}$

$= (3x - 4y)(9x^2 + 12xy + 16y^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু $= 5(3x - 4y)(3x + 4y)(9x^2 + 12xy + 16y^2)$

$= 5(3x + 4y)(27x^3 - 64y^3)$

প্রশ্ন –১৮ **$x + \frac{1}{x} = 5$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ যেখানে $x > 0$.**

ক. $3x + \frac{3}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^2 - \frac{1}{x^2} \neq x^3 + \frac{1}{x^3}$ ৪

১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

$3x + \frac{3}{x} = 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3 \times 5$ [মান বসিয়ে]

$= 15$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$ [উভয়পৰকে বর্গ করে]

বা, $(x)^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (23)^2$ [উভয়পৰকে বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 529$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 529$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 529 - 2$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 527$ **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

আমরা জনি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$

$= (5)^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$ [বর্গমূল করে]

বামপৰ $= x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 5 \times \sqrt{21}$ [মান বসিয়ে]

$= 5\sqrt{21}$

ডানপৰ $= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (5)^3 - 3.1.5 = 125 - 15 = 110$

অর্থাৎ $x^2 + \frac{1}{x^2} \neq x^3 + \frac{1}{x^3}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন –১৯ **$y^2 - 2y - 1 = 0$ এবং $y^4 + y^2 + 1$.**

ক. ২য় রাশির উৎপাদকে বিশেষণ কর। ২

খ. ১ম সমীকরণ থেকে $y^2 + \frac{1}{y^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\left(\frac{y^6 - 1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ২য় রাশি $= y^4 + y^2 + 1$

$= (y^2)^2 + 2.y^2.1 + (1)^2 - y^2$

$= (y^2 + 1) - y^2$

$= (y^2 + 1 + y)(y^2 + 1 - y)$

$= (y^2 + y + 1)(y^2 - y + 1)$ **(Ans.)**

খ. $y^2 - 2y - 1 = 0$

বা, $y^2 - 1 = 2y$

বা, $\frac{y^2 - 1}{y} = 2$ [উভয়পৰকে y দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{y^2}{y} - \frac{1}{y} = 2$

বা, $y - \frac{1}{y} = 2$

বা, $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = (2)^2$ [উভয়পৰকে বর্গ করে]

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} - 2.y.\frac{1}{y} = 4$

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 = 4$

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} = 4 + 2$

$\therefore y^2 + \frac{1}{y^2} = 6$ (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই, $y^2 + \frac{1}{y^2} = 6$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2.y.\frac{1}{y} = 6$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 = 6$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 6 + 2 = 8$

$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

এবং $y - \frac{1}{y} = 2$

$$\therefore \left(\frac{y^6 - 1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) = \left(\frac{y^6}{y^3} - \frac{1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3y.\frac{1}{y}\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= \{(2)^3 + 3 \times 2\}\, 2\sqrt{2}$$

$$= (8 + 6) \times 2\sqrt{2}$$

$$= 14 \times 2\sqrt{2} = 28\sqrt{2}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন –২০ ▸ $a + \frac{1}{a} = 5$ এবং $a > 1$.

ক. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 - 110a^3 + 1 = 0$. ৪

▸◂ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 5$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4.a.\frac{1}{a}$$

$= (5)^2 - 4.1$ [মান বসিয়ে]

$= 25 - 4 = 21$ **(Ans.)**

খ. সৃজনশীল ১৮ (খ) এর অনুরূপ।

গ. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 5$

বামপৰ $= a^6 - 110a^3 + 1$

$$= a^3 \times \frac{1}{a^3}(a^6 - 110a^3 + 1)$$

$$= a^3 \times \left(\frac{a^6}{a^3} - \frac{110a^3}{a^3} + \frac{1}{a^3}\right)$$

$$= a^3 \times \left(a^3 + \frac{1}{a^3} - 110\right)$$

$$= a^3 \times \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) - 110\right\}$$

$$= a^3 \times \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.\left(a + \frac{1}{a}\right) - 110\right\}$$

$= a^3 \times \{(5)^3 - 3 \times 5 - 110\}$ [মান বসিয়ে]

$= a^3 \times (125 - 15 - 110)$

$= a^3 \times (125 - 125) = a^3 \times 0 = 0 =$ ডানপৰ

অর্থাৎ, $a^6 - 110a^3 + 1 = 0$ **(দেখানো হলো)**