



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ১

### অধ্যায় -৩: জটিল সংখ্যা

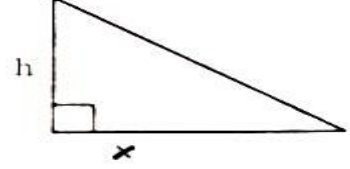
#### ১.নং প্রশ্নের সমাধান:

বিখ্যাত গ্রিক, গণিতবিদ Diophantus এমন একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের চেষ্টা করেন যার পরিসীমা 12 একক ক্ষেত্রফল 7 বর্গ একক।

ক. শর্তযুক্ত সমীকরণগুলি লিখ।

খ. Diophantus এর প্রাপ্ত  $6x^2 - 43x + 84 = 0$  সমীকরণটি বের কর।

গ. ত্রিভুজটির অস্তিত্ব সম্পর্কে তোমার মন্তব্য দাও।



#### (ক). এর সমাধান :

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 7 বর্গ একক

$$\text{বা, } \frac{1}{2}hx = 7$$

$$; hx = 14 \text{ (Ans.)}$$

এখন ত্রিভুজটির অতিভুজ =  $\sqrt{h^2 + x^2}$  একক

ত্রিভুজটির পরিসীমা = 12 একক।

$$: h + x + \sqrt{h^2 + x^2} = 12 \text{ (Ans.)}$$

#### (খ). এর সমাধান :

$$\text{'ক' হতে, } h + x - 12 = \sqrt{h^2 + x^2}$$

$$\text{বা, } h + x - 12 = \sqrt{h^2 + x^2}$$

$$\text{বা, } (x + h - 12)^2 = (\sqrt{h^2 + x^2})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + h^2 + 144 + 2xh(-12) + 2(-12)x = h^2 + x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2xh + h^2 - 24x - 24h + 144 = h^2 + x^2$$

$$\text{বা, } 2xh - 24x - 24h + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 2x \cdot \frac{14}{x} - 24x - 24 \times \frac{14}{x} + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 28 - 24x - \frac{336}{x} + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 28x - 24x^2 - 336 + 144x = 0$$

$$\text{বা, } 28x - 24x^2 - 336 + 144x = 0$$

$$\text{বা, } 24x^2 - 172x + 336 = 0$$

$$; 6x^2 - 43x + 84 = 0 \text{ (Ans.)}$$

#### (গ). এর সমাধান :

Diophantus এর প্রাপ্ত সমীকরণ,

$$6x^2 - 43x + 84 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-43) \pm \sqrt{(-43)^2 - 4 \times 6 \times 84}}{2 \times 6}$$



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

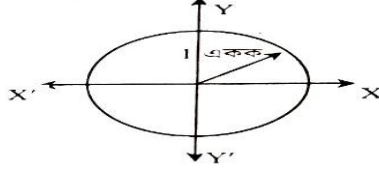
বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ২

$$= \frac{43 \pm \sqrt{1849 - 2016}}{12}$$

$$= \frac{43 \pm \sqrt{-167}}{12}$$

যেহেতু  $x$  এর মান অবাস্তব। সুতরাং ত্রিভুজটি অস্তিত্বহীন।

### ২.নং প্রশ্নের সমাধান:



- ক. একের ঘনমূলগুলির মধ্যে কয়টি বাস্তব, কয়টি জটিল?  
খ. একের জটিল ঘনমূলগুলিকে পোলার আকারে প্রকাশ কর।  
গ. ঘনমূলগুলির মধ্যকার সম্পর্কগুলি প্রতিষ্ঠা কর।

(ক). এর সমাধান :

$$\text{ঘনমূলগুলো হলো } 1, \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}), \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$$

∴ ঘনমূল তিনটির মধ্যে একটি বাস্তব এবং দুইটি জটিল।

(খ). এর সমাধান :

একের জটিল ঘনমূল দুইটি হলো

$$\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}), \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}).$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) = x + iy$$

$$\text{বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সহগ তুলনা করে পাই, } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3})$$

$$= \tan^{-1} = (-\tan \frac{\pi}{3}) = \tan^{-1} \tan(\pi - \frac{\pi}{3}) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{এবং } r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \text{ এর পোলার আকার}$$

$$= r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$= 1\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$$



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৩

$$\text{আবার, ধরি, } \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3}) = x + iy$$

বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ তুলনা করে পাই,

$$x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \div -\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \tan^{-1} \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{এবং } r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3}) \text{ এর পোলার আকার}$$

$$= r(\cos\theta + i \sin\theta) = 1\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} \text{ (Ans.)}$$

(গ). এর সমাধান :

এককের ঘনমূলগুলির মধ্যে তিনটি সম্পর্ক পাওয়া যায়, নিম্নে সম্পর্কগুলি প্রতিষ্ঠা করা হলো:

(i) একের ঘনমূল তিনটির সমষ্টি শূন্য।

$$1 + \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 - 1 = 0$$

(ii) একের জটিল ঘনমূল দুইটির একটি অপরটির বর্গ

$$\left[\frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})\right]^2 + \frac{1}{4}(1-2i\sqrt{3}-3) = \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3})$$

$$\text{এবং } \left[\frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3})\right]^2 + \frac{1}{4}(1+2i\sqrt{3}-3) = \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})$$

(৳৳৳) একের জটিল ঘনমূল দুইটির একটি অপরটির বিপরীত অর্থাৎ জটিল ঘনমূল দুইটির গুণফল 1.

$$\frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3}) = \frac{1}{4}\{(-1)^2 - (i\sqrt{3})^2\}$$

$$= \frac{1}{4}(1+3) = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

৩.নং প্রশ্নের সমাধান:

(a)  $z = x + iy$  হলে,  $|z|$  বলতে কি বুঝ?

(b)  $z = x + iy$  এবং  $|2z-1| = |z-2|$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^2 + y^2 = 1$ .

(c)  $(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$  এবং  $\frac{i+i^{-i}}{i-i^{-i}}$  এর মান নির্ণয় কর।



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৪

(a). এর সমাধান :

$z = x + iy$  হলে  $|z|$  হলো  $z$  এর মডুলাস।

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2}$$

(b). এর সমাধান :

দেওয়া আছে,  $|2z - 1| = |z - 2|$

$$\text{বা, } |2(x + iy) - 1| = |x + iy - 2|$$

$$\text{বা, } |(2x - 1) + 2iy| = |(x - 2) + iy|$$

$$\text{বা } \sqrt{(2x - 1)^2 + (2y)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } (2x - 1)^2 + 4y^2 = (x - 2)^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 4x + 1 + 4y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 3y^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(c). এর সমাধান :

$$\left(-1 + \sqrt{-3}\right)^4 + \left(-1 - \sqrt{-3}\right)^4$$

আমরা জানি, এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \text{ এবং } \omega^2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2\omega = -1 + \sqrt{-3} \text{ এবং } 2\omega^2 = -1 - \sqrt{-3}$$

$$\text{এখন, } \left(-1 + \sqrt{-3}\right)^4 + \left(-1 - \sqrt{-3}\right)^4$$

$$= (2\omega)^4 + (2\omega^2)^4$$

$$= 2^4 \omega^4 + 2^4 \omega^8$$

$$= 16(\omega^3 \cdot \omega + \omega^3 \cdot \omega^3 \cdot \omega^2)$$

$$= 16(\omega + \omega^2)$$

$$= 16(-1) \quad [\because 1 + \omega + \omega^2 = 0]$$

$$= -16$$

$$\therefore \left(-1 + \sqrt{-3}\right)^4 + \left(-1 - \sqrt{-3}\right)^4 = -16 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } \frac{i + i^{-1}}{i - i^{-1}} = \frac{i + \frac{1}{i}}{i - \frac{1}{i}} = \frac{\frac{i^2 + 1}{i}}{\frac{i^2 - 1}{i}} = \frac{i^2 + 1}{i^2 - 1} = \frac{-1 + 1}{-1 - 1} = \frac{0}{-2} = 0$$

Ans: -16 এবং 0

৪.নং প্রশ্নের সমাধান:

দেওয়া আছে,  $\sqrt[3]{a + ib} = x + iy$



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

## বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶

ক. জটিল সংখ্যা কী?

খ. প্রমাণ কর যে,  $\sqrt[3]{a-ib} = x-iy$

গ. প্রমাণ কর যে,  $4(x^2-y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$

(ক). এর সমাধান :

a ও b সংখ্যা দুইটি বাস্তব হলে a+ib কে জটিল সংখ্যা বলে। a+ib তে a বাস্তব অংশ এবং ib কাল্পনিক অংশ।

(খ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে,  $\sqrt[3]{a+ib} = x+iy$

বা,  $a+ib = (x+iy)^3$  [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা,  $a+ib = x^3 + 3x^2iy + 3xi^2y^2 + i^3y^3$

বা,  $a+ib = x^3 + i3x^2y - 3xy^2 - iy^3$  [ $\because i^2 = -1$ ]

$\therefore a+ib = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$

এখন উভয় পক্ষকে হতে বাস্তব ও অবাস্তব অংশ সমীকৃত করে পাই,

$a + x^3 - 3xy^2$  এবং  $b = 3x^2y - y^3$

এখন,  $a-ib = x^3 - 3xy^2 - i(3x^2y - y^3)$

$= x^3 - 3xy^2 - i3x^2y + iy^3$

$= x^3 - i3x^2y - 3xy^2 - i^3y^3$  [ $i^2 = -1$ ]

$= (x)^3 - 3.x^2.iy + 3.x.(iy)^2 - (iy)^3$

বা,  $a-ib = (x-iy)^3$

$\therefore \sqrt[3]{a-ib} = x-iy$  (প্রমাণিত)

(গ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে,  $\sqrt[3]{a+ib} = x+iy$

বা,  $a+ib = (x+iy)^3$  [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা,  $a+ib = x^3 + 3x^2iy + 3xi^2y^2 + i^3y^3$

$= x^3 + 3x^2iy - 3xy^2 - iy^3$

$= x^3 - 3xy^2 + 3x^2yi - iy^3$

$= x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$

এখন, বাস্তব ও অবাস্তব অংশ সমীকৃত করে পাই,

$a = x^3 - 3xy^2$  এবং  $b = 3x^2y - y^3$

এখন, ডানপক্ষ  $= \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$

$= \frac{x^3 - 3xy^2}{x} + \frac{3x^2y - y^3}{y}$

$= x^2 - 3y^2 + 3x^2 - y^2$

$= 4(x^2 - y^2)$

$=$  বামপক্ষ



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

## বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণিঃ ১১শ-১২শ

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৬

$$\therefore 4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্র্যাকটিক্যাল অংশঃ সৃজনশীল প্রশ্নঃ

### সৃজনশীল প্রশ্ন-১

১।  $f(x) = x - 1$  এবং  $g(x) = ax^2 + bx + c$

ক.  $2i$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ.  $|f(x)|$  হলে প্রমাণ কর যে,  $|f(x) \cdot f(x+2)|$

গ.  $\{g(0)\}^3 + \{g(2)\}^3 = 0$  হলে দেখাও যে,  $a = (b+c)$  অথবা,  $b = (c+a)$  অথবা,  $c = (a+b)$ ; যেখানে

### সৃজনশীল প্রশ্ন-২

২।  $f(x) = |5x - 3|$ ,  $z_1 = 1 - 3i$ ,  $z_2 = 1 - i$

ক.  $z_1$  এর আরগন্ড চিত্র আঁক।

খ.  $\frac{1}{f(x)}$  4 সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ.  $\sqrt{z_1 z_2}$  নির্ণয় কর।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩

৩।  $z_1 = a + ib$  এবং  $z_2 = c + id$  দুইটি জটিল সংখ্যা।

ক. যদি  $x^2 - px + q = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হয় তবে দেখাও যে,  $p^2 - 4q = 0$ .

খ.  $\sqrt[3]{z_1} = z_2$  হলে, দেখাও যে,  $4cd(c^2 - d^2) = ad + bc$ .

গ.  $x : y = z_1 : z_2$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $(c^2 + d^2) + (a^2 + b^2) = 2(bd + ac)$

### সৃজনশীল প্রশ্ন-৪

৪।  $z_1 = a + ib$ ,  $z_2 = c + id$  এবং  $z_1 z_2 = p + iq$ .

ক. প্রমাণ কর যে,  $x^3 - 1 = 0$  সমীকরণের জটিল মূলদ্বয়ের একটি অপরটির বিপরীত।

খ. প্রমাণ কর যে,  $(c^2 + d^2)Z_1^2 - 2(ac + bd)Z_1 Z_2 + (a^2 + b^2)Z_2^2 = 0$ .

গ.  $a = b = 1$  হলে,  $z_1$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-৫

৫।

ক.  $\left| \frac{1}{x-3} \right| \geq 2$  সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

খ.  $z = x + iy = 3i$ ,  $z_2 = 3i$  হলে  $|z - z_1| + |z - z_2| = 10$  দ্বারা নির্দেশিত সপ্তর্গ পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ.  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $c \neq 0$  প্রমাণ কর যে, (i)  $ac = b \cdot c$  হলে  $a = b$ , (ii)  $|a - c| \leq |a - b| + |b - c|$ .

### সৃজনশীল প্রশ্ন-৬



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

## বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৭

৬।  $z = x + iy$  একটি জটিল সংখ্যা-

ক.  $x = -8$  এবং  $y = -6$  হলে  $\sqrt{z}$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $|z+3| + |z-3| = 10$  দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চর পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ.  $\sqrt[3]{a+ib} = z$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $4(x^2-y^2)$

সৃজনশীল প্রশ্ন-৭

৭।  $z = 2x+i(1-x^2)$  একটি জটিল রাশি।

ক.  $\sqrt[4]{-16}$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $\sqrt{z}$  নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি  $x=2$  এবং  $\sqrt[3]{z} = p+iq$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $4(p^2+q^2)$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-৮

৪

৮।  $z_1 = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^n$  এবং  $p, q$  ও  $r$  বাস্তব সংখ্যা।

ক.  $p+q = q+r$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $p=r$ .

খ.  $\sqrt[3]{p+iq} = x+iy$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $4(x^2-y^2) = 4$ .

গ. প্রমাণ কর যে,  $z_1=2$  যখন  $n$  এর মান ৩ দ্বারা বিভাজ্য এবং  $-1$  যখন  $n$  অপর কোনো পূর্ণসংখ্যা।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৯

৯।  $f(x) = |x-1|$  এবং  $A = -4^3$

ক.  $\sqrt[4]{-81}$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $f(x)$  হলে দেখাও যে,  $f(x^2)$

গ.  $\sqrt{A}$  এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১০

১০।  $f(x) = 3x - x^2 + 4$  এবং  $g(x) = x^2 + 6x - 27$

ক.  $|x-5| = |2x-3|$  এর সমাধান নির্ণয় কর।

খ.  $f(x+1) > 0$  অসমতাকে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

গ.  $p(x) = a + bx + cx^2$ ,  $a + b + c = 0$  হলে দেখাও যে,  $\{P(\omega)\}^3 + \{P(\omega^2)\}^3 = 27abc$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-১১

১১।  $Z = -i$ ,  $p-iq =$

ক.  $|z|$  নির্ণয় কর।

খ.  $\sqrt[3]{Z}$  নির্ণয় কর।



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৮

গ.  $p, q$  বাস্তব এবং  $p^2 + q^2 = 1$  হলে  $x$  কে  $p$  ও  $q$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১২

১২।  $x = p+q, y = p + q^2, z = p^2 + q$ ; যেখানে এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল।

ক.  $(x + y + z)$  এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $x^2+y^2+z^2 = 6pq$

গ.  $\sqrt[3]{i}$  এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৩

c  
১৩। উদ্দীপকদ্বয় লক্ষ্য কর: (i)  $z = z + iy$ , (ii)  $x = \sqrt[3]{-64}$

ক. মূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও।

খ. (i) নং উদ্দীপক থেকে প্রমাণ কর যে,  $x^2 + y^2 = 1$  যখন  $|2z-1| = |z-2|$

গ. (ii) নং উদ্দীপক থেকে  $x$  এর মানগুলো নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৪

১৪।  $f(x) = 3x - 5$  হলে

(i)  $z = 3x + y$

শর্তসমূহ:  $2x + y = 8, 2x + 3y = 12, x, y \geq 0$

(ii)  $p + iq = u + iv$

ক. সমাধান কর  $\frac{1}{|f(x)|} \geq 2$

খ. লেখচিত্রের সাহায্যে (i) নং শর্তসমূহের আলোকে  $z$  এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

গ. (ii) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে,  $\sqrt[3]{p - iq} = u - iv$  এবং  $u^2 + v^2 = -2(u^2 + v^2)$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

১৫। (i)  $\frac{1}{|3x-5|} \geq 2$ ; যেখানে  $x$

(ii)  $\sqrt[3]{a + ib} = x + iy$

ক. প্রমাণ কর যে, দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা গুণফল বাস্তব সংখ্যা

খ. (i) নং এ বর্ণিত অসমতাটির সমাধান কর ও সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. (ii) নং এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $4(x^2 - y^2) = +$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৬



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

## বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ৯

১৬। দৃশ্যকল্প-১:  $A = \sqrt[3]{a+ib}$ ,  $X = x+iy$

দৃশ্যকল্প-২:  $X = 4x^2 - 6x + 1$ .

ক. নিশ্চায়ক অনুসারে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি লেখ।

খ. দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে  $A = X$  হলে প্রমাণ কর যে,  $4(x^2 - y^2) = +$ .

গ. দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে,  $X = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়  $a$  ও  $b$  হলে  $a +$  এবং  $b +$  মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৭

১৭।  $f(x) = |1 - 4x|$ ,  $z = 1 + ix$

ক.  $-2 \leq x \leq 8$  কে পরমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

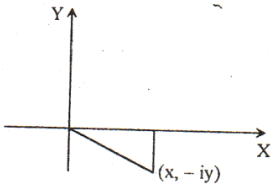
খ. সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও:

$\frac{1}{f(x)} \leq 3$  যেখানে,  $x \in \mathbb{R}$ .

গ.  $a, b \in \mathbb{R}$  এবং  $a^2 + b^2 = 1$  হলে দেখাও যে,  $x$  এর একটি বাস্তব মান  $\frac{\bar{z}}{z} = a - ib$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৮

১৮। নিচের চিত্রটি  $z$  এর একটি জ্যামিতিক প্রতিলিপ:



ক.  $z - \bar{z} = ?$

খ.  $x = -64$  এবং  $y = 0$  হলে  $\sqrt[6]{\bar{z}} = ?$

গ.  $|z - 4| - |z + 4| = 10$  হলে সঞ্চাপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৯

১৯।  $f(x) = x - 1; x \in \mathbb{R}$

$P =$  এবং  $Q = 2 - 3i$

ক. বাস্তব সংখ্যার চারটি স্বীকার্য লিখ।

খ.  $P + \bar{Q}$  এর মুডুলাস ও আর্গুমেন্ট বের কর।

গ. সংখ্যারেখার সাহায্যে সমাধান কর  $f(x) \cdot f(x-1) > 0$  এবং  $f(x-3)f(x+2) < 0$



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ১০

সৃজনশীল প্রশ্ন-২০

২০। (A)  $m \times n$  (B)  $|y-1|$  (C)  $a$  এককের একটি জটিল ঘনমূল

ক. A কে পরম মানে প্রকাশ কর।

খ. দেখাও যে,  $|y^2-1|$

গ. দেখাও যে,  $a^0 + a + a^2 + a^3 = 1$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২১

২১। দৃশ্যকল্প-১:  $-8-6\sqrt{-1}$

দৃশ্যকল্প-২:  $|z-3|-|z+3|=4$

ক. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যার অণুবন্ধী জটিল সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ.  $z = x + iy$  হলে দৃশ্যকল্প ২ হতে দেখাও যে,  $5x^2 - 4y^2 = 20$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-২২

২২। (i)  $\sqrt[3]{a+ib} = p+iq$  (ii)  $a = m+n$ ,  $b = m+n^2$ ,  $c = m^2+n$  হলে,

ক. (i)  $2a + i(a^2-1)$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. (i) নং হতে দেখাও যে,  $4(p^2-q^2) = +$

গ. (ii) নং হতে দেখাও যে,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6mn$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৩

২৩।  $z = x + iy$ ,  $z_1 = a + ib$  এবং  $z_2 = c + id$  তিনটি জটিল সংখ্যা

ক.  $-i$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $z_1 z_2 = Z$  হলে,  $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = \bar{Z}$

গ.  $3|z-1|=2|z-2|$  দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৪

২৪। দৃশ্যকল্প-১:

দৃশ্যকল্প-২:  $z = -7-24i$

দৃশ্যকল্প-৩:  $f(x) = a + bx + cx^2$

ক. দৃশ্যকল্প ১ এর মান নির্ণয় কর।

খ. এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ.  $a + b + c = 0$  হলে, দেখাও যে,  $\{f(\omega)\}^3 + \{f(\omega^2)\}^3 = 27abc = 27abc$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৫



পড় তোমার প্রভুর নামে, যিনি তোমাকে  
সৃষ্টি করেছেন। - আল-কুরআন।

বিডি সাইন্স একাডেমী

শ্রেণি: ১১শ-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য়-সাবজেকটিভ, লেকচার শিট ▶ ১১

২৫। দৃশ্যকল্প-১:  $z = -\sqrt{3} + i$

দৃশ্যকল্প-২:

ক. সমাধান কর  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে,  $\arg(z) - \arg(\bar{z}) = \arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)$

গ. দৃশ্যকল্প-২ এর রাশিটির বর্গমূল নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৬

২৬।  $f(x) = 5x + 3; z = x + iy$

ক.  $-3 \leq x \leq 8$  পরমমান চিহ্নে সাহায্যে প্রকাশ কর।

খ.  $|f(x)| \leq 7$  অসমতাকে সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ.  $z$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর যখন  $x = -4$  এবং  $y = -3$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৭

২৭। তিনটি জটিল সংখ্যা  $z_1 = 2 + 5i, z_2 = 3 - 7i$  এবং  $z_3 = x + iy$

ক. পরমান চিহ্নে ব্যতীত প্রকাশ কর :  $\frac{1}{|3x+1|} \leq 5$

খ.  $3|z_3 - 1| = 2|z_3 + 2|$  দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চর পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. কে  $A + iB$  আকারে প্রকাশ কর।