অধ্যায়-১: সেট ও ফাংশন

প্রশ্ন ▶১ $f : \nabla \to \nabla$ এবং $g : \nabla \to \nabla$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$ এবং $g(x) = \dfrac{x - 3}{2x + 1}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

ক. f এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, g ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন। ৪

গ. $3\ f^{-1}(x) = x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$

এখন, $f(x)$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যদিও কেবল যদি

$x - 1 \neq 0$ বা, $x \neq 1$ হয়।

$\therefore$ ডোমেন $= \nabla - \{1\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $g(x) = \dfrac{x - 3}{2x + 1}$

$g(x) \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $2x + 1 \neq 0$ বা, $x \neq -\dfrac{1}{2}$ হয়।

$\therefore$ ডোম, $g = \nabla - \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$

$g(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো $a, b \in$ ডোম g এর জন্য $g(a) = g(b)$ হলে $a = b$ হয়।

ধরি, $g(a) = g(b)$

বা, $\dfrac{a - 3}{2a + 1} = \dfrac{b - 3}{2b + 1}$

বা, $2ab - 6b + a - 3 = 2ab - 6a + b - 3$

বা, $a + 6a = b + 6b$

বা, $7a = 7b \quad \therefore a = b$

অতএব, $g(x)$ ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

ধরি, $y = g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

বা, $2xy + y = x - 3$

বা, $y + 3 = x - 2xy$

বা, $y + 3 = x(1 - 2y)$

$\therefore x = \frac{y+3}{1-2y} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $1 - 2y \neq 0$ বা $y \neq \frac{1}{2}$ হয়।

$\therefore g(x)$ এর রেঞ্জ $= \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ = কোডোমেন

$\therefore g(x)$ ফাংশনটি সার্বিক।

[**বিঃ দ্রঃ** $g : \nabla \to \nabla$ শর্তে প্রশ্নটি সঠিক নয়। $g : \nabla - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \to \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ শর্তে $g(x)$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে এবং এক-এক ও সার্বিক হবে। তাই এই শর্ত বিবেচনা করে প্রশ্নটির সমাধান দেওয়া হয়েছে।]

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

ধরি, $f^{-1}(x) = a$

বা, $x = f(a)$

বা, $x = \frac{2a+2}{a-1}$

বা, $ax - x = 2a + 2$

বা, $ax - 2a = x + 2$

বা, $a(x - 2) = x + 2$

বা, $a = \frac{x+2}{x-2}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$

প্রশ্নমতে, $3f^{-1}(x) = x$

বা, $3\left(\frac{x+2}{x-2}\right) = x$

বা, $3x + 6 = x^2 - 2x$

বা, $x^2 - 5x - 6 = 0$

বা, $x^2 - 6x + x - 6 = 0$

বা, $x(x - 6) + 1(x - 6) = 0$

বা, $(x - 6)(x + 1) = 0$

$\therefore x = -1, 6$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (p + q)x + pq = 0; p, q \in \nabla\}$, $B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$ *[ঢা. বো. ১৬]*

ক. উপসেট ও পূরক সেট কী? ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **উপসেট:** A ও B সেট হলে A কে B এর উপসেট বলা হয় যদি ও কেবল যদি A এর প্রত্যেক উপাদান B এর উপাদান হয় এবং একে $A \subseteq B$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

পূরক সেট: যদি U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট হয়, তাহলে A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $A^c = U \backslash A$

খ দেওয়া আছে,

$B = \{2, 3\}$

$C = \{3, 4, 5\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 3\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$

বামপক্ষ $= P(B \cap C) = \{\{3\}, \phi\}$

আবার, $P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$

এবং $P(C) = \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \phi\}$

ডানপক্ষ $= P(B) \cap P(C)$

$= \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\} \cap \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \phi\} = \{\{3\}, \phi\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে,

$A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (p + q)x + pq = 0; p, q \in \nabla\}$

$B = \{2, 3\}$

$C = \{3, 4, 5\}$

এখন, $x^2 - (p + q)x + pq = 0$

বা, $x^2 - px - qx + pq = 0$

বা, $x(x - p) - q(x - p) = 0$

$\therefore (x - p)(x - q) = 0$

হয়, $x - p = 0$ অথবা, $x - q = 0$

$\therefore x = p \quad \therefore x = q$

$\therefore A = \{p, q\}$

আবার, $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times B = \{p, q\} \times \{2, 3\} = \{(p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3)\}$

$A \times C = \{p, q\} \times \{3, 4, 5\}$

$= \{(p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$

বামপক্ষ $= A \times (B \cup C) = \{p, q\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 2), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$

ডানপক্ষ $= (A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3)\} \cup \{(p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$

$= \{(p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 2) (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$, $B = \{2,3\}$, $C = \{2,4,5\}$ যেখানে $a, b \in \nabla$ *[ঢা. বো. ১৫]*

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

$= \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - ax - bx + ab = 0\}$

$= \{x : x \in \nabla$ এবং $x(x - a) - b(x - a) = 0\}$

$= \{x : x \in \nabla$ এবং $(x - a)(x - b) = 0\}$

$= \{x : x \in \nabla$ এবং $x = a, b\}$

$= \{a, b\}$

$\therefore$ A সেটের উপাদানসমূহ a এবং b **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$\therefore B \cap C = \{2\}$

$P(B \cap C) = \{\{2\}, \phi\}$

আবার, $P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$

$P(C) = \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 4, 5\}, \phi\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \phi\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ **(দেখানো হলো)**

গ $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

এখন, $A \times (B \cup C)$

$= \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$

$A \times B = \{a, b\} \times \{2, 3\}$

$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$

$A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

এখন, $(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৪ $f(x) = \frac{2}{x - 3}$ *[রা. বো. ১৭]*

ক. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(5)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2}{x - 3}$

$f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি,

$x - 3 \neq 0$ বা, $x \neq 3$ হয়।

$\therefore$ ডোমেন $= \nabla - \{3\}$ **(Ans.)**

খ ধরি, $f^{-1}(x) = a$

$\therefore x = f(a)$

বা, $x = \frac{2}{a - 3}$

বা, $x(a - 3) = 2$

বা, $ax - 3x = 2$

বা, $ax = 3x + 2$

বা, $a = \frac{3x + 2}{x}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3x + 2}{x}$

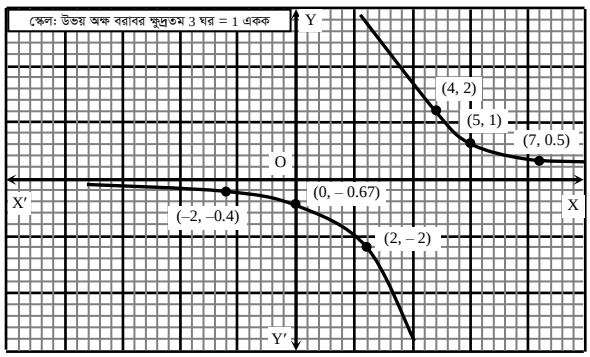
$\therefore f^{-1}(5) = \frac{3.5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$ **(Ans.)**

গ ধরি, $y = f(x) = \frac{2}{x - 3}$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

x	– 2	0	2	4	5	7
$y = f(x)$	– 0.4	– 0.67	– 2	2	1	0.5

ছক কাগজে XOX′ বরাবর X-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর Y-অক্ষ এবং উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 3 ঘরকে একক ধরি। ছকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো (– 2, – 0.4), (0, – 0.67), (2, – 2), (4, 2), (5, 1) ও (7, 0.5) স্থাপন করে যোগ করি। তাহলেই প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



প্রশ্ন ▶ ৫ $A = \{x : x \in \wedge \text{ এবং } x^2 \leq 4\}$

$B = \{x \in \mid : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 5\}$

$C = \{3, 5\}$ *[রা. বো. ১৫]*

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।২

খ. দেখাও যে, $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$. ৪

গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 - x^2}\}$ অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x : \in \wedge$ এবং $x^2 \leq 4\}$

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট, $\wedge = \{... ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

এখন, $x = 0$ হলে, $x^2 = 0 < 4$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 4$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 4$

$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$B = \{x \in |$: x বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $| = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$

$\therefore$ বিজোড় সংখ্যার সেট হবে, $\{1, 3, 5, ... (2n + 1), ...\}$

$\therefore B = \{1, 3\}$

$\therefore P(B) = \{\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}, \phi\}$

এবং $P(C) = \{\{3\}, \{5\}, \{3, 5\}, \phi\}$

$\therefore P(B) \cup P(C) = \{\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}, \phi\} \cup \{\{3\}, \{5\}, \{3, 5\}, \phi\}$

$= \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}, \phi\}$ ..... (i)

আবার, $B \cup C = \{1, 3\} \cup \{3, 5\} = \{1, 3, 5\}$

$\therefore P(B \cup C) = \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}, \{1, 5\},$

$\{1, 3, 5\}, \phi\}$ ..... (ii)

(i) ও (ii) নং থেকে পাই,

$P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 - x^2}\}$

'ক' থেকে পাই, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এখন, $y = \sqrt{4 - x^2}$

অতএব, $x = 0$ হলে, $y = \sqrt{4 - 0} = \sqrt{4} = 2 \quad \therefore (0, 2) \in S$

$x = \pm 1$ হলে, $y = \sqrt{4 - (\pm 1)^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$

$\therefore (-1, \sqrt{3}) \notin S$ এবং $(1, \sqrt{3}) \notin S$

$x = \pm 2$ হলে, $y = \sqrt{4 - (\pm 2)^2} = \sqrt{4 - 4} = 0$

$\therefore (-2, 0) \in S$ এবং $(2, 0) \in S$

$\therefore S = \{(0, 2), (2, 0), (-2, 0)\}$

$\therefore$ ডোম $S = \{-2, 0, 2\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 2\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬ $f(x) = \dfrac{2x + 3}{x - 3}$; $x \neq 3$ একটি ফাংশন। *[কু. বো. ১৭]*

ক. $f(a - 1)$ এর মান বের কর। ২

খ. প্রদত্ত ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন বের কর। ৪

গ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \dfrac{2x + 3}{x - 3}$

$\therefore f(a - 1) = \dfrac{2(a - 1) + 3}{(a - 1) - 3} = \dfrac{2a - 2 + 3}{a - 1 - 3} = \dfrac{2a + 1}{a - 4}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, $f^{-1}(x) = a$

$\therefore x = f(a)$

বা, $x = \dfrac{2a + 3}{a - 3}$

বা, $ax - 3x = 2a + 3$ বা, $ax - 2a = 3x + 3$

বা, $a(x - 2) = 3x + 3$ বা, $a = \dfrac{3x + 3}{x - 2}$

$\therefore f^{-1}(x) = \dfrac{3x + 3}{x - 2}$; $x \neq 2$ **(Ans.)**

গ $f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $f(x_1) = f(x_2)$

বা, $\dfrac{2x_1 + 3}{x_1 - 3} = \dfrac{2x_2 + 3}{x_2 - 3}$

বা, $2x_1x_2 + 3x_2 - 6x_1 - 9 = 2x_1x_2 - 6x_2 + 3x_1 - 9$

বা, $-6x_1 - 3x_1 = -6x_2 - 3x_2$

বা, $-9x_1 = -9x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore f$ ফাংশনটি এক-এক।

আবার, ধরি, $y = f(x)$

$$\therefore y = \frac{2x + 3}{x - 3}$$

বা, $xy - 3y = 2x + 3$

বা, $xy - 2x = 3y + 3$

বা, $x(y - 2) = 3y + 3$

$$\therefore x = \frac{3y + 3}{y - 2}$$

এখন, $f\left(\frac{3y + 3}{y - 2}\right) = \frac{2 \cdot \frac{3y + 3}{y - 2} + 3}{\frac{3y + 3}{y - 2} - 3}$

$$= \frac{6y + 6 + 3y - 6}{y - 2} \times \frac{y - 2}{3y + 3 - 3y + 6}$$

$$= \frac{9y}{9} = y = f(x)$$

$\therefore f$ ফাংশনটি অনটু।

অতএব, f এক-এক এবং অনটু ফাংশন। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $F(x) = \sqrt{2 - 4x}$ একটি ফাংশন। *[কু. বো. ১৬]*

ক. $F(x)$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. F একটি এক-এক ফাংশন কি না নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F^{-1}(-3)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{2 - 4x}$

$F(x) \in \nabla$ হবে যদি এবং কেবল যদি $2 - 4x \geq 0$ হয়।

বা, $-4x \geq -2$

বা, $4x \leq 2$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ ডোমেন $F = \{x \in \nabla : x \leq \frac{1}{2}\}$ **(Ans.)**

খ $F(x) = \sqrt{2 - 4x}$

ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম F

ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $F(x_1) = F(x_2)$ হলে

$x_1 = x_2$ হয়।

$\therefore F(x_1) = F(x_2)$

বা, $\sqrt{2 - 4x_1} = \sqrt{2 - 4x_2}$

বা, $2 - 4x_1 = 2 - 4x_2$

বা, $-4x_1 = -4x_2$

$\therefore x_1 = x_2$ [-4 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore F(x)$ একটি এক এক ফাংশন **(Ans.)**

গ ধরি, $y = F(x) = \sqrt{2 - 4x}$

এখন, $F(x) = y$

$\therefore x = F^{-1}(y)$

আবার, $y = \sqrt{2 - 4x}$

বা, $y^2 = 2 - 4x$

বা, $4x = 2 - y^2$

বা, $x = \frac{2 - y^2}{4}$

বা, $F^{-1}(y) = \frac{2 - y^2}{4}$

$\therefore F^{-1}(x) = \frac{2 - x^2}{4}$

$\therefore F^{-1}(-3) = \frac{2 - (-3)^2}{4}$

$= \frac{2 - 9}{4} = \frac{-7}{4}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ $F(x) = \frac{1}{x-5}$ একটি ফাংশন, *[কু. বো. ১৫]*

ক. $F(x) = 2$ হলে, x-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $F(x)$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$F(x) = \frac{1}{x - 5}$

প্রশ্নমতে, $F(x) = 2$

বা, $\frac{1}{x-5} = 2$

বা, $x - 5 = \frac{1}{2}$

বা, $x = \frac{1}{2} + 5 = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2}$

$\therefore x = \frac{11}{2}$ **(Ans.)**

খ $F(x) = \frac{1}{x-5}$

এখানে, $x - 5 = 0$ বা, $x = 5$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু, $x = 5$ বাদে সকল বাস্ড়ব সংখ্যার জন্য $F(x)$ এর বাস্ড়ব মান পাওয়া যায়।

$\therefore$ ডোম, $F = \nabla - \{5\}$ **(Ans.)**

যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F, $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে, যদি ও কেবল যদি, $x_1 = x_2$ হয়।

$\therefore \frac{1}{x_1 - 5} = \frac{1}{x_2 - 5}$

বা, $x_1 - 5 = x_2 - 5$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং, F এক-এক ফাংশন। **(Ans.)**

গ ধরি, $y = F(x) = \frac{1}{x-5}$

বা, $y = \frac{1}{x-5}$

বা, $xy - 5y = 1$

বা, $xy = 1 + 5y$

বা, $x = \frac{1+5y}{y}$

বা, $F^{-1}(y) = \frac{1+5y}{y}$ [□ $y = F(x)$ $\therefore x = F^{-1}(y)$]

বা, $F^{-1}(x) = \frac{1+5x}{x}$ [y কে x দ্বারা প্রতিস্থাপন করে]

$\therefore F^{-1}(3) = \frac{1 + 5.3}{3} = \frac{1 + 15}{3} = \frac{16}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯ $S = \{(x, y): x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0\}$ একটি অন্বয় এবং $A = \{x : x \in \mid, x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 7\}$, $B = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $\sqrt{x} < 2\}$ দুইটি সেট। *[চ. বো. ১৭]*

ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$. ৪

গ. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x : x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $\sqrt{x} < 2\}$

এখন, $x = 1$ হলে $\sqrt{x} = \sqrt{1} = 1 < 2$

$x = 2$ হলে $\sqrt{x} = \sqrt{2} = 1.4142 < 2$

$x = 3$ হলে $\sqrt{x} = \sqrt{3} = 1.7320 < 2$

$x = 4$ হলে $\sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$

$\therefore B = \{1, 2, 3\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mid, x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 7\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এবং $B = \{1, 2, 3\}$ ['ক' থেকে]

$\therefore P(A) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}, \varnothing\}$

$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \varnothing\}$

$A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3\} = \{2, 3\}$

বামপক্ষ $= P(A) \cap P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$

ডানপক্ষ $= P(A \cap B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$

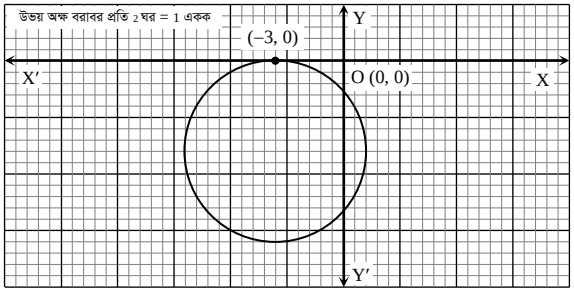
$\therefore P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $S = \{(x, y)\text{ঃ } x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0\}$

$= \{(x, y) \text{ঃ } x^2 + 2.x.3 + 3^2 + y^2 + 2.y.4 + 4^2 - 16 = 0\}$

$= \{(x, y) \text{ঃ } (x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 4^2\}$

সুতরাং S এর লেখচিত্র একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র $(-3, -4)$ এবং ব্যাসার্ধ, $r = 4$ একক। ছক কাগজে $(-3, -4)$ বিন্দু পাতন করে একে কেন্দ্র করে 4 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলেই S এর লেখ পাওয়া যায়। নিম্নে তা দেখানো হলো:



লেখচিত্রে দেখা যায় যে, বৃত্তটি y-অক্ষকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্কের ভুজ শূন্য (0)। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন নয়।

প্রশ্ন ▶ ১০ $A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$

$B = \{5, 6\}$ এবং $C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \le x \le 12\}$. *[চ. বো. ১৫]*

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা কত লিখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$

$x^2 - 9x + 20 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 5x + 20 = 0$

বা, $x(x - 4) - 5(x - 4) = 0$

বা, $(x - 4)(x - 5) = 0$

$\therefore A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x = 4, 5\}$

তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে, $A = \{4, 5\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

এবং $C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \le x \le 12\}$

6 থেকে 12 এর মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 এবং 11

C এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ, $C = \{7, 11\}$

$\therefore B \cup C = \{5, 6\} \cup \{7, 11\} = \{5, 6, 7, 11\}$

$B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$\therefore P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^4 = 16$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

'ক' হতে পাই, $A = \{4, 5\}$

$P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \phi\}$

$P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \phi\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{5\}, \phi\}$

আবার, $A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$

$P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \phi\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $f(x) = \sqrt{2x - 3}$ একটি ফাংশন। *[সি. বো. ১৭]*

ক. $f(x) = 1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা দেখাও। ৪

গ. $f^{-1}(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{2x - 3}$

প্রশ্নমতে, $f(x) = 1$

বা, $\sqrt{2x - 3} = 1$

বা, $2x - 3 = 1$ [বর্গ করে]

বা, $2x = 1 + 3$ বা, $x = \frac{4}{2}$

$\therefore x = 2$ **(Ans.)**

খ $f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $2x - 3 \geq 0$ হয়।

বা, $2x - 3 + 3 \geq 3$

বা, $2x \geq 3 \quad \therefore x \geq \frac{3}{2}$

$\therefore$ ডোমেন $= \left\{x \in \nabla : x \geq \frac{3}{2}\right\}$ **(Ans.)**

$f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো $x_1, x_2 \in$ ডোম f,

$x_1 \neq x_2$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $f(x_1) = f(x_2)$

$\therefore \sqrt{2x_1 - 3} = \sqrt{2x_2 - 3}$

বা, $2x_1 - 3 = 2x_2 - 3$ [বর্গ করে]

বা, $2x_1 = 2x_2 \quad \therefore x_1 = x_2$

$\therefore f$ ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $f^{-1}(x) = a$

বা, $x = f(a)$

বা, $x = \sqrt{2a - 3}$

বা, $x^2 = 2a - 3$

বা, $2a = x^2 + 3$

বা, $a = \frac{x^2 + 3}{2}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$

আবার, ধরি, $y = \frac{x^2 + 3}{2}$

বা, $x^2 + 3 = 2y$

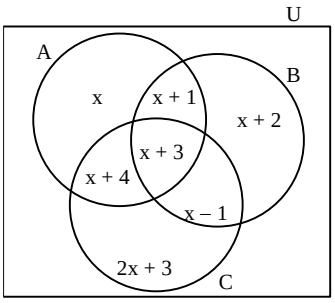
বা, $x^2 = 2y - 3$

$\therefore x = \sqrt{2y - 3}$

এখন, x সংজ্ঞায়িত হবে যদিও কেবল যদি $2y - 3 \geq 0$ বা, $y \geq \frac{3}{2}$ হয়।

$\therefore f^{-1}(x)$ এর রেঞ্জ $= \left\{ y \in \nabla : y \geq \frac{3}{2} \right\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১২



[সি. বো. ১৫]

ক. $P(x) = 2x^2 + 3x$ হলে, $P(-2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $x = 2$ হলে দেখাও যে, $P(B) \neq P(A' \cap B)$। ৪

গ. $f(x) = n(C \cap A' \cap B')$ হলে দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক ফাংশন ও $f^{-1}(3) = 0$. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P(x) = 2x^2 + 3x$

$\therefore P(-2) = 2(-2)^2 + 3(-2) = 2.4 - 6 = 8 - 6 = 2$ **(Ans.)**

খ ভেনচিত্র থেকে, $B = \{x - 1, x + 1, x + 2, x + 3\}$

$x = 2$ হলে, $B = \{1, 3, 4, 5\}$

$\therefore$ P(B) = {{1}, {3}, {4}, {5}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {3, 4}, {3, 5}, {4, 5}, {1, 3, 4}, {1, 3, 5}, {1, 4, 5}, {3, 4, 5}, {1, 3, 4, 5}, ϕ}

ভেনচিত্র থেকে, $A' \cap B = \{x + 2, x - 1\}$

$x = 2$ হলে, $A' \cap B = \{4, 1\}$

$\therefore$ $P(A' \cap B) = \{\{4\}, \{1\}, \{4, 1\}, \phi\}$

$\therefore$ $P(B) \neq P(A' \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ ভেনচিত্র হতে, $n(C \cap A' \cap B') = 2x + 3$

$\therefore$ $f(x) = 2x + 3 = y$ (ধরি)

বা, $2x = y - 3$

বা, $x = \frac{y - 3}{2} = f^{-1}(y)$

$\therefore$ $f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$

$f^{-1}(3) = \frac{3 - 3}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$\therefore$ $f^{-1}(3) = 0$ **(দেখানো হলো)**

আবার, ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম f

$f(x)$ ফাংশন এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

তাহলে, $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$

$\Rightarrow 2x_1 = 2x_2$

$\therefore$ $x_1 = x_2$

$\therefore$ $f(x)$ এক-এক ফাংশন। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ $f(x) = \frac{4x + 3}{2x + 5}$ *[য. বো. ১৭]*

ক. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক ফাংশন। ৪

গ. $f^{-1}(-2) = p.f^{-1}(-3)$ হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x + 3}{2x + 5}$

$f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $2x + 5 \neq 0$ হয়।

বা, $2x \neq -5$

$\therefore x \neq -\frac{5}{2}$

$\therefore$ ডোমেন $= \nabla - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ **(Ans.)**

খ যেকোনো $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $f(x_1) = f(x_2)$

বা, $\frac{4x_1 + 3}{2x_1 + 5} = \frac{4x_2 + 3}{2x_2 + 5}$

বা, $8x_1x_2 + 6x_2 + 20x_1 + 15 = 8x_1x_2 + 6x_1 + 20x_2 + 15$

বা, $20x_1 - 6x_1 = 20x_2 - 6x_2$

বা, $14x_1 = 14x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore f$ ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

গ ধরি $f^{-1}(x) = a$

বা, $x = f(a)$ বা, $x = \frac{4a + 3}{2a + 5}$

বা, $2ax + 5x = 4a + 3$

বা, $2ax - 4a = 3 - 5x$

বা, $a(2x - 4) = 3 - 5x$

বা, $a = \frac{3 - 5x}{2x - 4}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3 - 5x}{2x - 4}$

প্রশ্নমতে, $f^{-1}(-2) = p\, f^{-1}(-3)$

বা, $\frac{3 - 5.(-2)}{2.(-2) - 4} = p\left\{\frac{3 - 5.(-3)}{2.(-3) - 4}\right\}$

বা, $\frac{3 + 10}{-4 - 4} = p\left(\frac{3 + 15}{-6 - 4}\right)$

বা, $\frac{13}{-8} = p\left(\frac{18}{-10}\right)$

বা, $p = \frac{13 \times 10}{18 \times 8}$

$\therefore p = \frac{65}{72}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৪ $E = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0, a, b \in \nabla\}$, $F = \{3, 4\}$ এবং $G = \{4, 5, 6\}$*[ব. বো. ১৭]*

ক. E সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P(F \cap G) = P(F) \cap P(G)$. ৪

গ. দেখাও যে, $E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G)$. ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৩(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-**১১**

খ দেওয়া আছে, $F = \{3, 4\}$ এবং $G = \{4, 5, 6\}$

এখানে, $F \cap G = \{3, 4\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4\}$

এখন, $P(F) = \{\{3, 4\}, \{3\}, \{4\}, \varnothing\}$

এবং $P(G) = \{\{4, 5, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \varnothing\}$

বামপক্ষ $= P(F \cap G) = \{\{4\}, \varnothing\}$

এবং ডানপক্ষ $= P(F) \cap P(G)$

$= \{\{3, 4\}, \{3\}, \{4\}, \varnothing\} \cap \{\{4, 5, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \varnothing\}$

$= \{\{4\}, \varnothing\}$

$\therefore P(F \cap G) = P(F) \cap P(G)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $F = \{3, 4\}$ এবং $G = \{4, 5, 6\}$

'ক' থেকে পাই, $E = \{a, b\}$

এখানে, $F \cup G = \{3, 4\} \cup \{4, 5, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$

$E \times F = \{a, b\} \times \{3, 4\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\}$

এবং $E \times G = \{a, b\} \times \{4, 5, 6\}$

$= \{(a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$

এখন, বামপক্ষ $= E \times (F \cup G) = \{a, b\} \times \{3, 4, 5, 6\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 3), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$

এবং ডানপক্ষ $= (E \times F) \cup (E \times G)$

$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\} \cup \{(a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 3), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$

$\therefore E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ $F(x) = \sqrt{1-2x}$ *[ব. বো. ১৫]*

ক. $F(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$F(x) = \sqrt{1-2x}$

$F(x)$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি,

$1 - 2x \geq 0$

বা, $-2x \geq -1$ বা, $2x \leq 1$

$\therefore x \leq \frac{1}{2}$

$\therefore F(x) = \sqrt{1-2x}$ এর ডোমেন $= \{x \in \nabla : x \leq \frac{1}{2}\}$

খ ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম F

$F(x)$ ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $F(x_1) = F(x_2)$ এর জন্য $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $F(x_1) = F(x_2)$

বা, $\sqrt{1-2x_1} = \sqrt{1-2x_2}$

বা, $1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$

বা, $-2x_1 = -2x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore$ ফাংশনটি এক-এক।

গ ধরি, $y = F(x) = \sqrt{1-2x}$

বা, $y^2 = 1 - 2x$ [বর্গ করে]

বা, $2x = 1 - y^2$ বা, $x = \frac{1-y^2}{2} = F^{-1}(y)$

$\therefore F^{-1}(y) = \frac{1-y^2}{2}$

$\therefore F^{-1}(x) = \frac{1-x^2}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $A = \{x : x \in \mid$ এবং $1 < x < 4\}$

$B = \{x : x \in \mid$ এবং $x^2 \geq 25, x^3 < 130\}$

$C = \{5, 7\}$ এবং $f(x) = \frac{1}{x-3}$ *[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল]*

ক. B সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

গ. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং $f(x)$ এক-এক কিনা যাচাই কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x : x \in \mid \text{এবং } x^2 \geq 25, x^3 < 130\}$

আমরা জানি, $\mid = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

এখন, $x = 4$ হলে, $x^2 = 16 \not\in 25$ এবং $x^3 = 64 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 \geq 25$ এবং $x^3 = 125 < 130$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 \geq 25$ এবং $x^3 = 216 \not\in 130$

$\therefore$ $B = \{5\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mid \text{এবং } 1 < x < 4\}$

$\therefore$ $A = \{2, 3\}$

$B = \{5\}$ ['ক' হতে]

$C = \{5, 7\}$

$\therefore$ $B \cup C = \{5\} \cup \{5, 7\} = \{5, 7\}$

$\therefore$ $A \times (B \cup C) = \{2, 3\} \times \{5, 7\}$

$= \{(2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7)\}$

$A \times B = \{2, 3\} \times \{5\} = \{(2, 5), (3, 5)\}$

$A \times C = \{2, 3\} \times \{5, 7\} = \{(2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7)\}$

$\therefore$ $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2, 5), (3, 5)\} \cup \{(2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7)\}$

$= \{(2, 5), (3, 5), (2, 7), (3, 7)\}$

$\therefore$ $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(দেখানো হলো)**

গ $F(x) = \dfrac{1}{x - 3}$

এখানে, $x - 3 = 0$ বা, $x = 3$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু, $x = 3$ বাদে সকল বাস্ড়ব সংখ্যার জন্য $F(x)$ এর বাস্ড়ব মান পাওয়া যায়।

$\therefore$ ডোম, $F = \nabla - \{3\}$ **(Ans.)**

যেকোনো $x_1 \in$ ডোম F, $x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে, যদি ও কেবল যদি, $x_1 = x_2$ হয়।

$\therefore \dfrac{1}{x_1 - 3} = \dfrac{1}{x_2 - 3}$

বা, $x_1 - 3 = x_2 - 3$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং, F এক-এক ফাংশন। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৭ $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$ *[ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ময়মনসিংহ]*

ক. f এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, f ফাংশনটি এক-এক। ৪

গ. f^{-1} নির্ণয় কর এবং f^{-1} এর গ্রাফ আঁক। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$

$\therefore f(0) = 3.0 + 1 = 1$

এবং $f(2) = 3.2 + 1 = 7$

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \{f(x) : 1 \le f(x) \le 7\}$ **(Ans.)**

খ f ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি সকল $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $f(x_1) = f(x_2)$

বা, $3x_1 + 1 = 3x_2 + 1$ [উভয় পক্ষে (-1) যোগ করে]

বা, $3x_1 = 3x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

সুতরাং f ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $y = f(x)$ তাহলে, $x = f^{-1}(y)$ ..... (i)

বা, $y = 3x + 1$

বা, $y - 1 = 3x$

বা, $x = \frac{y-1}{3}$

বা, $x = \frac{1}{3}(y - 1)$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{1}{3}(y - 1)$; [(i) নং হতে]

y এর স্থলে x বসিয়ে পাই,

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x - 1)$ **(Ans.)**

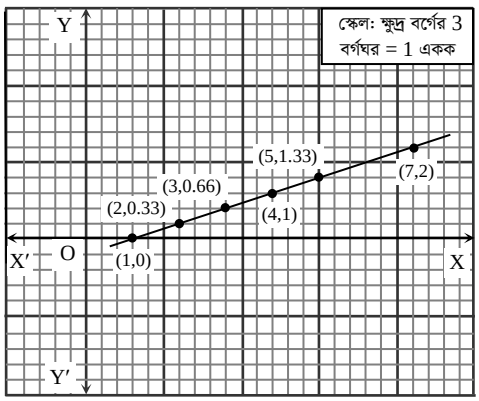
আবার, $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x - 1); 1 \le x \le 7$

ধরি, $y = \frac{1}{3}(x - 1)$

1 থেকে 7 এর মধ্যে x এর কয়েকটি মান নিয়ে সংশিণ্টষ্ট y এর মান নিম্নের ছকে দেখানো হলো:

x	1	2	3	4	5	7
y	0	.33	.66	1	1.33	2

এখন ছক কাগজে সুবিধামত x-অক্ষ XOX' এবং y-অক্ষ YOY' আঁকি। x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 3 ঘর = 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 3 ঘর = 1 একক ধরে (x, y) বিন্দুগুলো পাতন করি। বিন্দুগুলোকে সহজভাবে সরলরেখায় যুক্ত করে f^{-1} এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে যা নিম্নে দেখানো হলো:



প্রশ্ন ▶ ১৮ $f(x) = \frac{x + 2}{2x - 1}$ *[কুমিলণ্টা ক্যাডেট কলেজ, কুমিলণ্টা]*

ক. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক ফাংশন। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $f(x) = f^{-1}(x)$ ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x + 2}{2x - 1}$

$f(x) \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি

$2x - 1 \neq 0$ অর্থাৎ $x \neq \frac{1}{2}$ হয়

$\therefore$ ডোমেন $f = \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ **(Ans.)**

খ ধরি, $a, b \in$ ডোম f এবং $f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $f(a) = f(b)$ এর জন্য $a = b$ হয়।

$\therefore f(a) = f(b)$

বা, $\frac{a+2}{2a-1} = \frac{b+2}{2b-1}$

বা, $2ab + 4b - a - 2 = 2ab + 4a - b - 2$

বা, $-5a = -5b$

$\therefore a = b$

$\therefore f(x)$ ফাংশনটি এক-এক **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $f^{-1}(x) = a$

$\therefore x = f(a)$

বা, $x = \frac{a+2}{2a-1}$

বা, $2ax - x = a + 2$

বা, $2ax - a = x + 2$

বা, $a(2x - 1) = x + 2$

বা, $a = \frac{x+2}{2x-1}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2x-1} = f(x)$

সুতরাং $f(x) = f^{-1}(x)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ $f : \nabla \to \nabla$, $g : \nabla \to \nabla$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = x^3 + 5$, $g(x) = (x-5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

ক. ডোম f নির্ণয় কর। ২

খ. f ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $g = f^{-1}$ এবং $f^{-1}(13)$ নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + 5$

x এর সকল বাস্ড়ব মানের জন্য $f(x)$ সংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ ডোম $f = \nabla$

খ $f : \nabla \to \nabla$ এবং $f(x) = x^3 + 5$

মনে করি, $a, b \in \nabla$

$f(a) = a^3 + 5$

$f(b) = b^3 + 5$

ফাংশনটি এক এক হবে যদি $f(a) = f(b)$ এর জন্য $a = b$ হয়। সুতরাং

$a^3 + 5 = b^3 + 5$

বা, $a^3 = b^3$

বা, $a = b$ [ঘনমূল করে]

$\therefore$ $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক। **(Ans.)**

ধরি, $y = f(x) = x^3 + 5$ $\therefore$ $f^{-1}(y) = x$

বা, $y - 5 = x^3$

বা, $x = (y - 5)^{\frac{1}{3}}$

বা, $f^{-1}(y) = (y - 5)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore$ $f^{-1}(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore$ $f^{-1}(x)$ এর ডোমেন = ∇ = $f(x)$ এর কোডোমেন

$\therefore$ $f(x)$ ফাংশনটি সার্বিক।

গ দেওয়া আছে, $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$

'খ' হতে পাই, $f^{-1}(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$ ... ... (i)

$\therefore$ $g = f^{-1}$ **(দেখানো হলো)**

(i) নং এ $x = 13$ বসিয়ে পাই,

$f^{-1}(13) = (13 - 5)^{\frac{1}{3}}$

$= 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

$B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ *[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]*

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রশ্নমতে, $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা, $(x - a)(x - b) = 0$

$\therefore x = a, b$

$\therefore$ তালিকা পদ্ধতিতে, $A = \{a, b\}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১০

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১০

প্রশ্ন ▶২১ $f : \nabla - \{1\} \to \nabla$ এবং $g : A \to \nabla$ ফাংশন দুইটি $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$ এবং $g(x) = \sqrt{x - 2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। *[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, ঢাকা]*

ক. ডোম f এবং ডোম g নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, f এক-এক কিন্তু অনটু ফাংশন নয়। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $3.f^{-1}(x) = g^{-1}(2)$ ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f: \nabla\backslash\{1\} \to \nabla$, $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$

এবং $g : \nabla \to \nabla$, $g(x) = \sqrt{x - 2}$

$f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \nabla$ এবং $x - 1 \neq 0$

অর্থাৎ $x \neq 1$ হয়।

$\therefore$ ডোম $f = \{x \in \nabla : x \neq 1\}$ **(Ans.)**

$g(x) = \sqrt{x - 2} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \nabla$ এবং $x - 2 \geq 0$

অর্থাৎ $x \geq 2$ হয়।

$\therefore$ ডোম $g = A = \{x \in \nabla : x \geq 2\}$ **(Ans.)**

খ যে কোন $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হবে যদি ও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $\dfrac{2x_1 + 2}{x_1 - 1} = \dfrac{2x_2 + 2}{x_2 - 1}$

বা, $\dfrac{x_1 + 1}{x_1 - 1} = \dfrac{x_2 + 1}{x_2 - 1}$

বা, $x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$

বা, $x_2 - x_1 = x_1 - x_2$

বা, $2x_2 = 2x_1 \therefore x_1 = x_2$

$\therefore$ f ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

ধরি, $y = \frac{2x + 2}{x - 1}$

বা, $yx - y = 2x + 2$

বা, $yx - 2x = y + 2$

$\therefore x = \frac{y + 2}{y - 2} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $y \in \nabla$ এবং $y - 2 \neq 0$

অর্থাৎ $y \neq 2$ হয়।

$\therefore$ রেঞ্জ $f = \nabla - \{2\} \neq$ কোডোমেন

$\therefore$ f ফাংশনটি অনটু নয়। **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' থেকে পাই, $x = \frac{y + 2}{y - 2}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{y + 2}{y - 2}$ [$y = f(x)$ হলে $x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$

আবার, ধরি, $y = g(x) = \sqrt{x - 2}$

বা, $y^2 = x - 2$

বা, $x = y^2 + 2$

বা, $g^{-1}(y) = y^2 + 2$ [$y = g(x)$ হলে $x = g^{-1}(y)$]

$\therefore g^{-1}(x) = x^2 + 2$

এবং $g^{-1}(2) = 2^2 + 2 = 6$

দেওয়া আছে, $3f^{-1}(x) = g^{-1}(2)$

বা, $3.\frac{x + 2}{x - 2} = 6$

বা, $3x + 6 = 6x - 12$

বা, $3x - 6x = -12 - 6$

বা, $-3x = -18$

$\therefore x = 6$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ $g(x) = \sqrt{2x - 3}$ একটি ফাংশন। *[সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. $g(x) = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $g(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা দেখাও। ৪

গ. $g^{-1}(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(x) = \sqrt{2x-3}$

শর্তমতে, $g(x) = 2$

বা, $\sqrt{2x-3} = 2$

বা, $2x - 3 = 4$

বা, $2x = 4 + 3$

বা, $2x = 7$

$\therefore x = \frac{7}{2}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৩

গ সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৪

প্রশ্ন ▶ ২৩ দশম শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 46 জন ক্রিকেট, 42 জন ফুটবল এবং 39 জন ভলিবল খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও ভলিবল এবং 12 জন ফুটবল ও ভলিবল খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়। *[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]*

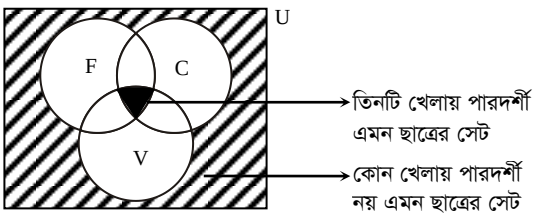
ক. উলিণ্ঢখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও। ২

খ. কতজন ছাত্র উলিণ্ঢখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর। ৪

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্ড়ত দুটি খেলায় পারদর্শী? ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ ধরি, সকল ছাত্রের সেট U, ফুটবল খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট F, ক্রিকেট খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট C, ভলিবল খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সেট V

$n(U) = 100$

$n(F) = 42, n(C) = 46, n(V) = 39$

$n(F \cap C) = 13, n(C \cap V) = 14, n(F \cap V) = 12$

$n(F \cup C \cup V)' = 7$

আমরা জানি, $n(F \cup C \cup V)' = n(U) - n(F \cup C \cup V)$

বা, $7 = 100 - n(F \cup C \cup V)$

$\therefore \ n(F \cup C \cup V) = 93$

এখন, $n(F \cup C \cup V) = n(F) + n(C) + n(V) - n(F \cap C)$
$- n(F \cap V) - n(C \cap V) + n(F \cap C \cap V)$

বা, $93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 12 - 14 + n(F \cap C \cap V)$

বা, $n(F \cap C \cap V) + 88 = 93$

$\therefore \ n(F \cap C \cap V) = 5$

$\therefore$ তিনটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থীর সংখ্যা 5 জন।

গ কেবল ফুটবল খেলে $= n(F) - n(F \cap C) - n(F \cap V) + n(F \cap C \cap V)$
$= 42 - 13 - 12 + 5 = 22$

কেবল ক্রিকেট খেলে $= n(C) - n(F \cap C) - n(C \cap V) + n(F \cap C \cap V)$
$= 46 - 13 - 14 + 5 = 24$

কেবল ভলিবল খেলে $= n(V) - n(V \cap C) - n(V \cap F) + n(F \cap C \cap V)$
$= 39 - 14 - 12 + 5 = 18$

$\therefore$ কেবল একটি খেলায় পারদর্শী $= 22 + 24 + 18 = 64$ জন। **(Ans.)**

কেবল ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে $= n(F \cap C) - n(F \cap C \cap V)$
$= 13 - 5 = 8$

কেবল ক্রিকেট ও ভলিবল খেলে $= n(C \cap V) - n(F \cap C \cap V)$
$= 14 - 5 = 9$

কেবল ফুটবল ও ভলিবল খেলে $= n(F \cap V) - n(F \cap C \cap V)$
$= 12 - 5 = 7$

$\therefore$ অন্তত দুটি খেলায় পারদর্শী শিক্ষার্থী সংখ্যা $= (8 + 9 + 7 + 5)$ জন
$= 29$ জন **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৪ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 33 জন নিয়েছে গণিত, 27 জন নিয়েছে বাংলা, 23 জন নিয়েছে কম্পিউটার, 13 জন নিয়েছে বাংলা ও গণিত, 4 জন নিয়েছে কম্পিউটার ও গণিত এবং 3 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। 4 জন শিক্ষার্থী উক্ত বিষয়গুলোর একটি বিষয়ও নেয়নি।

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

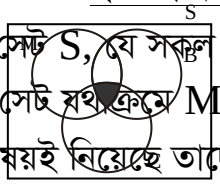
ক. যে সকল শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে তাদেরকে ভেনচিত্রে দেখাও। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী কেবল বাংলা ও কম্পিউটার নিয়েছে? ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী কেবল একটি বিষয় নিয়েছে?৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সকল শিক্ষার্থীর সেট S, যে সকল শিক্ষার্থী গণিত, বাংলা ও কম্পিউটার নিয়েছে তাদের সেট যথাক্রমে M, B ও C.



যে সকল শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে তাদের সেট $M \cap B \cap C$, যা ভেনচিত্রে গাঢ় অংশটুকু নির্দেশ করে।

খ প্রশ্নানুসারে,

$n(S) = 60, n(M) = 33, n(B) = 27, n(C) = 23$

$n(M \cap B) = 13, n(M \cap C) = 4, n(M \cap B \cap C) = 3$

এবং $n(M \cup B \cup C)' = 4$

বা, $n(S) - n(M \cup B \cup C) = 4$

বা, $60 - 4 = n(M \cup B \cup C)$

$\therefore n(M \cup B \cup C) = 56$

আমরা জানি,

$$n(M \cup B \cup C) = n(M) + n(B) + n(C) - n(B \cap M) - n(B \cap C) - n(M \cap C) + n(M \cap B \cap C)$$

বা, $56 = 33 + 27 + 23 - 13 - n(C \cap B) - 4 + 3$

বা, $n(C \cap B) = 69 - 56$

$\therefore n(C \cap B) = 13$

$\therefore$ কেবল বাংলা ও কম্পিউটার নিয়েছে = $(13 - 3)$ জন = 10 জন **(Ans.)**

গ শুধুমাত্র বাংলা ও কম্পিউটার নিয়েছে = 10 জন

শুধুমাত্র বাংলা ও গণিত নিয়েছে = $(13 - 3)$ জন = 10 জন

শুধুমাত্র কম্পিউটার ও গণিত নিয়েছে = $(4 - 3)$ জন = 1 জন

শুধুমাত্র বাংলা নিয়েছে = $(27 - 10 - 10 - 3)$ জন = 4 জন

শুধুমাত্র গণিত নিয়েছে = $(33 - 10 - 1 - 3)$ জন = 19 জন

শুধুমাত্র কম্পিউটার নিয়েছে = $(23 - 10 - 1 - 3)$ জন = 9 জন

$\therefore$ কেবল একটি বিষয় নিয়েছে = $(4 + 19 + 9)$ জন = 32 জন **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ U সার্বিক সেট এবং A, B, C হলো U এর যেকোনো তিনটি উপসেট।

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ক. সার্বিক সেট বলতে কি বুঝ? ২

খ. দেখাও যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$. ৪

গ. A, B, C এর জন্য প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সার্বিক সেটঃ** যদি আলোচনাধীন সকল সেট একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয় তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে এর উপসেটগুলোর সাপেক্ষে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে সাধারণত U দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

খ ধরি, $x \in (A \cap B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in A' \cup B'$

$\therefore (A \cap B)' \subseteq A' \cup B'$

আবার ধরি, $x \in A' \cup B'$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \notin A \cap B$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)'$

$\therefore A' \cup B' \subseteq (A \cap B)'$

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ **(দেখানো হলো)**

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১.১ এর প্রতিজ্ঞা-৩(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯

প্রশ্ন ▶২৬ $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in |\}$ এবং $A = \{3^n : n \in |\}$ দুইটি সেট।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. S কে তালিকায় প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $S \cup A = S$ ৪

গ. দেখাও যে, A একটি অনন্ড় সেট। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in |\} = \{1, 3, 9, 27, ...\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $S = \{1, 3, 9, 27, ...\}$

দেওয়া আছে, $A = \{3^n : n \in |\} = \{3, 9, 27, 81, ...\}$

বামপক্ষ $= S \cup A = \{1, 3, 9, 27,.....\} \cup \{3, 9, 27, 81, ...\}$

$= \{1, 3, 9, 27, ...\}$

$= S =$ ডানপক্ষ

$\therefore \quad S \cup A = S$ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই,

$A = \{3, 9, 27, 81, \ldots\ldots\ldots\ldots, 3^n, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,

$| = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, n, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

এখন, আমরা A এবং | এর মধ্যে একটি এক-এক মিল দেখাতে পারি নিম্নোক্তভাবে,

A :	3, 9, 27, 81, ..., 3^n, ...
| :	1, 2, 3, 4, ..., n, ...

সুতরাং A ও | সমতুল। যেহেতু স্বাভাবিক সেট | একটি অনন্ড় সেট।

সুতরাং আমরা বলতে পারি A একটি অনন্ড় সেট **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶২৭ $f : \nabla - \{1\} \to \nabla$ এবং $g : \nabla - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \to \nabla$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$ এবং $g(x) = \frac{x - 3}{2x + 1}$ *[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]*

ক. ডোম f এবং ডোম g নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, g ফাংশনটি এক-এক কিন্তু অনটু নয়। ৪

গ. $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং $3f^{-1}(x) = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$f : \nabla \backslash \{1\} \to \nabla$ এবং $g : \nabla \backslash \left\{-\frac{1}{2}\right\} \to \nabla.$

$\therefore$ ডোম $f = \nabla \backslash \{1\}$ এবং ডোম $g = \nabla \backslash \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{x - 3}{2x + 1}$

এবং $g : \nabla \backslash \left\{-\frac{1}{2}\right\} \to \nabla$

$\therefore$ ডোম $g = \nabla \backslash \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ এবং কোডোমেন $g = \nabla$

$g(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো $a, b \in$ ডোম g এর জন্য $g(a) = g(b)$ হলে $a = b$ হয়।

ধরি, $g(a) = g(b)$

বা, $\frac{a-3}{2a+1} = \frac{b-3}{2b+1}$

বা, $2ab - 6b + a - 3 = 2ab - 6a + b - 3$

বা, $a + 6a = b + 6b$

বা, $7a = 7b \quad \therefore a = b$

অতএব, $g(x)$ ফাংশনটি এক-এক। **(দেখানো হলো)**

ধরি, $y = g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

বা, $2xy + y = x - 3$

বা, $y + 3 = x - 2xy$

বা, $y + 3 = x(1 - 2y)$

$\therefore x = \frac{y+3}{1-2y} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $1 - 2y \neq 0$ বা $y \neq \frac{1}{2}$ হয়।

$\therefore g(x)$ এর রেঞ্জ $= \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\} \neq$ কোডোমেন

$\therefore g(x)$ ফাংশনটি অনটু নয়। **(দেখানো হলো)**

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০

প্রশ্ন ▶ ২৮ 60 জন লোকের মধ্যে 40 জন ইংরেজি, 30 জন ইংরেজি ও বাংলা বলতে পারে এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি বলতে পারে।

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর]

ক. উপসেট ও শক্তি সেট কী? ২

খ. তথ্যগুলো ভেনচিত্রে স্থাপন করে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ৪

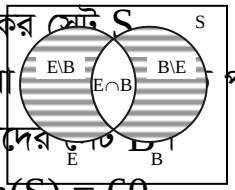
গ. বাংলা বলতে পারা এবং কেবল বাংলা বলতে পারা লোকের সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **উপসেট :** A ও B সেট হলে A কে B এর উপসেট বলা হয় যদি ও কেবল যদি A এর প্রত্যেক উপাদান B এর উপাদান হয় এবং একে $A \subseteq B$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

শক্তিসেট : A সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বলা হয় এবং $P(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। উলেণ্টখ্য যে, $\varnothing \subseteq A$.

খ মনে করি, সকল লোকের সেট S



এবং তাদের মধ্যে যারা ইংরেজি বলতে পারে তাদের সেট E, যারা বাংলা বলতে পারে তাদের সেট B।

তাহলে, প্রশ্নানুসারে, $n(S) = 60$

$n(E) = 40$

$n(E \cap B) = 30$

এবং $S = E \cup B$

গ মনে করি, $n(B) = x$

তাহলে, $n(S) = n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B)$ থেকে পাই,

$60 = 40 + x - 30$

বা, $60 = x + 10$

বা, $x = 60 - 10$

$\therefore x = 50$

অর্থাৎ $n(B) = 50$

$\therefore$ বাংলা বলতে পারে 50 জন। **(Ans.)**

এখন, যারা কেবলমাত্র বাংলা বলতে পারে, তাদের সেট হচ্ছে $(B \setminus E)$

মনে করি, $n(B \setminus E) = y$

যেহেতু $E \cap B$ এবং $(B \setminus E)$ নিশ্ছেদ এবং

$B = (E \cap B) \cup (B \setminus E)$

সুতরাং $n(B) = n(E \cap B) + n(B \setminus E)$

$\therefore 50 = 30 + y$

বা, $y = 50 - 30 = 20$

অর্থাৎ $n(B \setminus E) = 20$

$\therefore$ কেবলমাত্র বাংলা বলতে পারে 20 জন। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ $P = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0, a, b \in \nabla\}$,

$Q = \{3, 4\}$ এবং $R = \{4, 5, 6\}$

[এ.ভি.জে.এম. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মুন্সিগঞ্জ]

ক. P সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P(Q \cap R) = P(Q) \cap P(R)$ ৪

গ. দেখাও যে, $P \times (Q \cup R) = (P \times Q) \cup (P \times R)$ ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৪ নং সমাধান অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১৪

প্রশ্ন ▶ ৩০ $f(x) = \dfrac{2}{x - 3}$ *[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, মোমেনশাহী]*

ক. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. $f^{-1}(5)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১

প্রশ্ন ▶৩১ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0; a, b \in \nabla\}$, $B = \{3, 4\}$ এবং $C = \{3, 4, 7, 8\}$ *[শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]*

ক. সার্বিক সেট বলতে কী বুঝ? ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সার্বিক সেট :** সেট সংক্রান্ড় কোনো আলোচনায় যদি সকল সেট একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয় তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে ঐ আলোচনায় সার্বিক সেট বলা হয়।

খ দেওয়া আছে,

$B = \{3, 4\}$ ও $C = \{3, 4, 7, 8\}$

$\therefore B \cap C = \{3, 4\} \cap \{3, 4, 7, 8\} = \{3, 4\}$

বামপক্ষ $= P(B \cap C) = \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}, \varnothing\}$

আবার, $P(B) = \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}, \varnothing\}$

এবং $P(C) = \{\{3\}, \{4\}, \{7\}, \{8\}, \{3, 4\}, \{3, 7\}, \{3, 8\}, \{4, 7\}, \{4, 8\}, \{7, 8\}, \{3, 4, 7\}, \{3, 4, 8\}, \{3, 7, 8\}, \{4, 7, 8\}, \{3, 4, 7, 8\}, \varnothing\}$

ডানপক্ষ $= P(B) \cap P(C)$

$= \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0; a, b \in \nabla\}$

$B = \{3, 4\}$ এবং $C = \{3, 4, 7, 8\}$

এখন, $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $(x - a)(x - b) = 0$

$\therefore x = a, b$

$\therefore A = \{a, b\}$

আবার, $B \cup C = \{3, 4\} \cup \{3, 4, 7, 8\}$

$= \{3, 4, 7, 8\}$

বামপক্ষ = $A \times (B \cup C)$

$= \{a, b\} \times \{3, 4, 7, 8\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 7), (a, 8), (b, 3), (b, 4), (b, 7), (b, 8)\}$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{3, 4\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\}$

এবং $A \times C = \{a, b\} \times \{3, 4, 7, 8\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 7), (a, 8), (b, 3), (b, 4), (b, 7), (b, 8)\}$

ডানপক্ষ = $(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\} \cup \{(a, 3), (a, 4), (a, 7), (a, 8), (b, 3), (b, 4), (b, 7), (b, 8)\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 7), (a, 8), (b, 3), (b, 4), (b, 7), (b, 8)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩২ $A = \{x : x \in R$ এবং $x^2 - 9x + 20 = 0\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$. *[নেত্রকোণা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নেত্রকোণা]*

ক. A সেটের উপাদান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B) \cap P(C) = P(B \cap C)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৩

খ দেওয়া আছে, $B = \{2, 3\}$

$C = \{2, 4, 5\}$

$\therefore P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \varnothing\}$

$P(C) = \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \varnothing\}$

$B \cap C = \{2, 3\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$

বামপক্ষ = $P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \varnothing\}$

ডানপক্ষ = $P(B \cap C) = \{\{2\}, \varnothing\}$

$\therefore P(B) \cap P(C) = P(B \cap C)$ **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে পাই, $A = \{4, 5\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$

এখন, $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times B = \{4, 5\} \times \{2, 3\} = \{(4, 2), (4, 3), (5, 2), (5, 3)\}$

$A \times C = \{4, 5\} \times \{2, 4, 5\} = \{(4, 2), (4, 4), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 5)\}$

বামপক্ষ = $A \times (B \cup C)$

$= \{4, 5\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$

ডানপক্ষ = $(A \times B) \cup (A \times C)$

$= \{(4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩৩ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$B = \{3, 4\}$ এবং

$C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $2 \leq x \leq 6\}$

[রাজবাড়ী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রাজবাড়ী]

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(B \cup C)$ নির্ণয় করে এর উপাদান সংখ্যা কত তা লিখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

এবং $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - 5x + 6 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = 2, 3$

$\therefore A = \{2, 3\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = \{3, 4\}$ এবং

$C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা $2 \leq x \leq 6\}$

$= \{2, 3, 5\}$

এখন, $B \cup C = \{3, 4\} \cup \{2, 3, 5\}$

$= \{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore$ $P(B \cup C) = \{\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}, \varnothing\}$

$\therefore$ $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা = 16টি **(Ans.)**

গ 'ক' ও 'খ' হতে পাই,

$A = \{2, 3\}, B = \{3, 4\}$ ও $C = \{2, 3, 5\}$

এখন, $B \cap C = \{3, 4\} \cap \{2, 3, 5\} = \{3\}$

বামপক্ষ = $A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{3\} = \{(2, 3), \{3, 3)\}$

আবার, $A \times B = \{2, 3\} \times \{3, 4\} = \{(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

এবং $A \times C = \{2, 3\} \times \{2, 3, 5\}$

$= \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

ডানপক্ষ $= (A \times B) \cap (A \times C)$

$= \{(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\} \cap \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

$= \{(2, 3), (3, 3)\}$

$\therefore \quad A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

আবার, $P(A) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \varnothing\}$

এবং $P(B) = \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}, \varnothing\}$

$\therefore \quad P(A) \cap P(B) = \{\{3\}, \varnothing\}$ ... ... (i)

আবার, $A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 4\}$

$= \{2, 3, 4\}$

$\therefore \quad P(A \cup B) = \{\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \varnothing\}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩৪ যেকোনো সান্ড় সেট, A, B ও C এর জন্য প্রমাণ কর যে,

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. ২

খ. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

গ. উপরের প্রতিজ্ঞা (ক) প্রয়োগ করে, $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১.১ এর প্রতিজ্ঞা-২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৪

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১.১ এর প্রতিজ্ঞা-৩(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯

গ আমরা জানি, যেকোনো সান্ড় সেট A ও B এর জন্য

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

এখন, $n(A \cup B \cup C) = n[A \cup (B \cup C)]$

[$\because A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C)$, সহযোজন নিয়ম]

$= n(A) + n(B \cup C) - n[A \cap (B \cup C)]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

[$\because A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$]

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$
$+ n[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$
$+ n(A \cap B \cap C)$

$[\because (A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap B \cap C]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$
$+ n(A \cap B \cap C)$

$[\because A \cap C = C \cap A]$

$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৩৫ $f : [-1, 1] \to [0, 2]$; $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ এবং $g(x) = \dfrac{2x}{x - 2}$

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী]

ক. দেখাও যে, $g(x) = g^{-1}(x)$ ২

খ. f ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু ফাংশন নয়। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $y = g(x) = \dfrac{2x}{x-2}$, $x \neq 2$

বা, $y = \dfrac{2x}{x-2}$

বা, $xy - 2y = 2x$

বা, $xy - 2x = 2y$

বা, $x(y-2) = 2y$

বা, $x = \dfrac{2y}{y-2}$

$\therefore g^{-1}(y) = \dfrac{2y}{y-2}$ $[\because y = g(x) \ \therefore g^{-1}(y) = x]$

$\therefore g^{-1}(x) = \dfrac{2x}{x-2}$; $x \neq 2$

$\therefore g(x) = g^{-1}(x)$ **(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

$f(x)$ ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত যখন $1 - x^2 \geq 0$

বা, $1 \geq x^2$

$\therefore x^2 \leq 1$

$\therefore$ ডোম $f = \{x : x \in \nabla$ এবং $-1 \leq x \leq 1\} = [-1, 1]$

এখন, $x = -1$ বা 1 হলে $f(x) = 0$

এবং $x = 0$ হলে $f(x) = 1$

দেখা যাচ্ছে যে,

$f(x)$ এর ডোমেন অর্থাৎ $[-1, 1]$ ব্যবধির সকল মানের জন্য $f(x)$ এর মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে।

$\therefore f(x)$ এর রেঞ্জ $= \{x : x \in \nabla$ এবং $0 \leq x \leq 1\}$

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

এবং $f : [-1, 1] \to [0, 2]$

এখন, $f(-1) = \sqrt{1 - (-1)^2} = \sqrt{1 - 1} = 0$

এবং $f(1) = \sqrt{1 - 1^2} = \sqrt{1 - 1} = 0$

যেহেতু, x এর দুটি ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $f(x)$ এর একই মান বিদ্যমান সেহেতু ফাংশনটি এক-এক নয়।

আবার, $f(x)$ এর কো-ডোমেন $[0, 2]$

'খ' হতে পাই, $f(x)$ এর রেঞ্জ $[0, 1]$

যেহেতু $f(x)$ এর কোডোমেন এবং রেঞ্জ সমান নয়।

$\therefore f(x)$ ফাংশনটি অনটু নয়।

$\therefore f(x)$ এক-এক এবং অনটু ফাংশন নয়। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৩৬ $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

$B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$ যেখানে $a, b \in \nabla$ *[নওগাঁ জিলা স্কুল, নওগাঁ]*

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-**১১**

প্রশ্ন ▶৩৭ $A = \{x : x \in \nabla, x^2 - 9x + 20 = 0\}$, $B = \{5, 6\}$ এবং $C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $6 \leq x \leq 12\}$ *[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]*

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(A \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৩

খ 'ক' হতে পাই, $A = \{4, 5\}$

দেওয়া আছে, $C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $6 \le x \le 12\}$

6 এবং 12 এর মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 ও 11

$\therefore \quad C = \{7, 11\}$

$\therefore A \cup C = \{4, 5\} \cup \{7, 11\} = \{4, 5, 7, 11\}$

$A \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা = 4

$\therefore P(A \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^4 = 16$ **(Ans.)**

গ 'ক' হতে পাই, $A = \{4, 5\}$

দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

$\therefore P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \varphi\}$

$P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \varphi\}$

$\therefore P(A) \cup P(B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \varphi\}$

আবার, $A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$

$\therefore P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \varphi\}$

$\therefore P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩৮ $f : \nabla - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \to \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ এবং $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ একটি ফাংশন।

[রামদেও বাজলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, জয়পুরহাট]

ক. $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} - 3}{2.\frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{1-6}{2}}{1+1} = \frac{-5}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{-5}{4} \textbf{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

$x = -\frac{1}{2}$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore$ ডোম $f(x) = \nabla - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ **(Ans.)**

আবার, ধরি, $y = f(x)$ তাহলে $x = f^{-1}(y)$ এবং $y = \frac{x-3}{2x+1}$

বা, $2xy + y = x - 3$

বা, $x - 2xy = y + 3$

বা, $x(1 - 2y) = y + 3$

$\therefore x = \frac{y+3}{1-2y}$

$y = \frac{1}{2}$ বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত।

$\therefore$ রেঞ্জ $f(x) = \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০

প্রশ্ন ▶৩৯ $F(x) = \sqrt{1-2x}$

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী]

ক. $F(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৫

প্রশ্ন ▶৪০ $f : A \to B$ একটি ফাংশন যা $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। যেখানে $A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{3, 5, 7, 9\}$

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরি কলেজ, নীলফামারী]

ক. $(A \cap B)$ এর মান সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু ফাংশন। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{3\}$

$A \cap B$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হল :

$A = \{x : x \in \mid$ এবং $2 < x < 4\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে, $A \cap B = \{3\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\{3\}, \varnothing\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$f : A \to B$ এবং $f(x) = 2x + 1$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

এখন, $f(1) = 2.1 + 1 = 2 + 1 = 3$

$f(2) = 2.2 + 1 = 4 + 1 = 5$

$f(3) = 2.3 + 1 = 6 + 1 = 7$

$f(4) = 2.4 + 1 = 8 + 1 = 9$

যেহেতু A সেটের উপাদানের সাথে B সেটের উপাদানের একটি এক-এক মিল রয়েছে এবং B সেটে এমন কোন উপাদান নেই যা A সেটের সাথে সম্পর্কিত নয়।

আবার, $f(A) = B$

$\therefore f$ এক-এক এবং অনটু ফাংশন। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৪১ $f : x \to \dfrac{2x - 1}{2x + 3}$ *[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যাল, ফেনী]*

ক. $f\left(\dfrac{1}{3}\right) =$ কত? ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $2f^{-1}(x) = x$ হলে, x এর মান নির্ধারণ কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{2x - 1}{2x + 3}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3} - 1}{\frac{2}{3} + 3} = \frac{\frac{2 - 3}{3}}{\frac{2 + 9}{3}}$$

$$= \frac{-1}{3} \times \frac{3}{11}$$

$$= \frac{-1}{11}$$ **(Ans.)**

খ যেকোনো a, b $\in$ ডোম f এর জন্য $f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $f(a) = f(b)$ হলে a = b হয়।

ধরি, $f(a) = f(b)$

বা, $\frac{2a-1}{2a+3} = \frac{2b-1}{2b+3}$

বা, $4ab + 6a - 2b - 3 = 4ab - 2a + 6b - 3$

বা, $8a = 8b$

$\therefore a = b$

$\therefore$ $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক **(Ans.)**

গ ধরি, $y = f(x) = \frac{2x-1}{2x+3}$

বা, $2xy + 3y = 2x - 1$

বা, $2xy - 2x = -1 - 3y$

বা, $x(2y - 2) = -1 - 3y$

বা, $x = \frac{-1-3y}{2y-2}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{-1-3y}{2y-2}$ [$\because x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-1-3x}{2x-2}$

প্রশ্নমতে, $2f^{-1}(x) = x$

বা, $2\left(\frac{-1-3x}{2x-2}\right) = x$

বা, $2x^2 - 2x = -2 - 6x$

বা, $2x^2 + 4x + 2 = 0$

বা, $x^2 + 2x + 1 = 0$

বা, $(x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪২ (i) রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের আধুনিক ভাষা ইনস্টিউটের 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 24 জন ফ্রান্স। 42 জন জার্মান ও 30 জন স্প্যানিশ নিয়েছে। ৪ জন নিয়েছে ফ্রান্স ও স্প্যানিশ, 10 জন নিয়েছে জার্মান ও স্প্যানিশ, 5 জন নিয়েছে জার্মান ও ফ্রান্স এবং 3 জন তিনটি ভাষাই নিয়েছে।

(ii) $f : x \to \sqrt{x-4}$ *[লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর]*

ক. (i) নং তথ্যের আলোকে ভেনচিত্র আঁক। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী তিনটি ভাষার কোনটিই নেয়নি? ৪

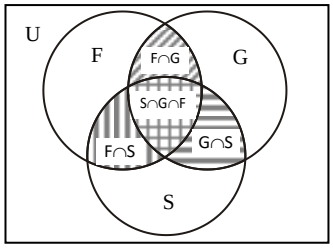
গ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল শিক্ষার্থীর সেট U, ফ্রেÂ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট F, জার্মান নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট G, স্প্যানিশ নেওয়া শিক্ষার্থীর সেট S.

$n(U) = 100,\ n(F) = 24,\ n(G) = 42,\ n(S) = 30,$

$n(F \cap S) = 8,\ n(G \cap S) = 10,\ n(G \cap F) = 5,\ n(S \cap G \cap F) = 3$



খ অন্ড়ত একটি ভাষা নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(F \cup S \cup G)$

$\therefore\ n(F \cup G \cup S) = n(F) + n(G) + n(S) - n(F \cap S) - n(G \cap F) - n(G \cap S) + n(S \cap G \cap F)$

$= 24 + 42 + 30 - 8 - 5 - 10 + 3$

$= 99 - 23 = 76$

$\therefore$ একটি ভাষাও নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n(U) - n(S \cup G \cup F)$

$= 100 - 76$

$= 24$ **(Ans.)**

গ ধরি, $y = f(x) = \sqrt{x-4}$

$\therefore\ y = \sqrt{x-4}$

বা, $y^2 = x - 4$

বা, $x = y^2 + 4$

বা, $f^{-1}(y) = y^2 + 4$ [যেহেতু $f(x) = y \therefore x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(3) = 3^2 + 4 = 13$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৩ $S = \{5^n : n = 0$ অথবা $n \in |\}$ একটি সেট এবং $F : | \to |$, $F(x) = x^2$.

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী]

ক. S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, S সেটটি | এর সমতুল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, F সার্বিক ফাংশন নয়। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $S = \{5^n : n = 0$ অথবা $n \in |\}$

$n = 0$ হলে $5^n = 5^0 = 1$

আমরা জানি, $| = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

$\therefore S = \{1, 5^1, 5^2, 5^3, ..., 5^{n-1}, ...\}$

$= \{1, 5, 5^2, 5^3, ..., 5^{n-1}, ...\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$S = \{1, 5, 5^2, 5^3, ... 5^{n-1}, ...\}$

$| = \{1, 2, 3, 4, ... n .....\}$

এখন, S ও | এর মধ্যে এক-এক মিল নিয়ে দেখানো হলো :

| :	1, 2, 3, ..., n , ...
S :	1, 5, 5^2, ..., 5^{n-1}, ...

সুতরাং S ও | সেটদ্বয় সমতুল। **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $F : | \to |$ এবং $F(x) = x^2$

ধরি, $y = F(x) = x^2$

বা, $x = \pm\sqrt{y} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $y \geq 0$ হয়।

$\therefore F(x)$ এর রেঞ্জ $= \nabla \neq$ কোডোমেন $(= |)$

$\therefore F(x)$ ফাংশনটি অনটু নয়। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪৪ $f : \nabla - \left\{\frac{1}{2}\right\} \to \nabla - \{1\}$ এবং $f(x) = \frac{2x + 3}{2x - 1}$ একটি ফাংশন।

[চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্ডার বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. $f\left(\frac{1}{4}\right)$ এর মান কত? ২

খ. $f^{-1}(2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x + 3}{2x - 1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{4} + 3}{2 \times \frac{1}{4} - 1} = \frac{\frac{1}{2} + 3}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$= \frac{7}{2} \times (-2) = -7 \textbf{ (Ans.)}$$

খ ধরি, $y = f(x) = \frac{2x + 3}{2x - 1}$

বা, $2xy - y = 2x + 3$

বা, $2xy - 2x = y + 3$

বা, $x(2y - 2) = y + 3$

বা, $x = \frac{y + 3}{2y - 2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y + 3}{2y - 2}$

$\therefore f^{-1}(2) = \frac{2 + 3}{2.2 - 2} = \frac{5}{2}$ **(Ans.)**

গ ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

$\therefore f(x_1) = f(x_2)$

বা, $\frac{2x_1 + 3}{2x_1 - 1} = \frac{2x_2 + 3}{2x_2 - 1}$

বা, $4x_1x_2 + 6x_2 - 2x_1 - 3 = 4x_1x_2 + 6x_1 - 2x_2 - 3$

বা, $-2x_1 - 6x_1 = -2x_2 - 6x_2$

বা, $-8x_1 = -8x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore$ f এক-এক ফাংশন। **(দেখানো হলো)**

'খ' হতে প্রাপ্ত, $x = \frac{y+3}{2y-2} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি

$2y - 2 \neq 0$ বা, $y \neq 1$ হয়।

$\therefore$ রেঞ্জ, $f = \nabla - \{1\}$= কোডোমেন

$\therefore$ f অনটু ফাংশন। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৪৫ $f : \nabla - \{1\} \to \nabla - \{2\}$ এবং $g : \nabla \to \nabla$, ফাংশন দুইটি $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ এবং $g(x) = x - 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। *[চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]*

ক. $f(x)$ ও $g(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f(x)$ এক-এক এবং অনটু ফাংশন। ৪

গ. $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \nabla$ এবং $x - 1 \neq 0$

অর্থাৎ $x \neq 1$ হয়।

$\therefore$ ডোম $f = \{x \in \nabla : x \neq 1\}$**(Ans.)**

$g(x) = x - 1 \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \nabla$ হয়।

$\therefore$ ডোম $g = \nabla$**(Ans.)**

খ $f(x)$ এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যে কোন $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

ধরি, $f(x_1) = f(x_2)$

বা, $\frac{2x_1+2}{x_1-1} = \frac{2x_2+2}{x_2-1}$

বা, $\frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$

বা, $x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$

বা, $x_2 - x_1 = x_1 - x_2$

বা, $2x_2 = 2x_1$

বা, $x_1 = x_2$

$\therefore$ f ফাংশনটি এক-এক।

ধরি, $y = \frac{2x + 2}{x - 1}$

বা, $yx - y = 2x + 2$

বা, $yx - 2x = y + 2$

$\therefore x = \frac{y + 2}{y - 2} \in \nabla$ হবে যদি ও কেবল যদি $y \in \nabla$ এবং $y - 2 \neq 0$

অর্থাৎ $y \neq 2$ হয়।

$\therefore f(x)$ এর রেঞ্জ $= \nabla - \{2\}$ = কোডোমেন

$\therefore$ f ফাংশনটি অনটু।

অর্থাৎ f ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। **(দেখানো হলো)**

গ ' খ ' হতে পাই, $x = \frac{y + 2}{y - 2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y + 2}{y - 2}$ [$y = f(x)$ হলে $x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$

আবার, ধরি, $y = g(x) = x - 1$

$\therefore x = y + 1$

বা, $g^{-1}(y) = y + 1$ [$y = g(x)$ হলে $x = g^{-1}(y)$]

$\therefore g^{-1}(x) = x + 1$

এবং $g^{-1}(3) = 3 + 1 = 4$

দেওয়া আছে,

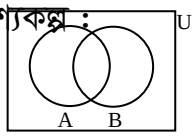
$5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

বা, $5.\frac{x + 2}{x - 2} = 4$

বা, $5x + 10 = 4x - 8$

$\therefore x = -18$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৬ দৃশ্যকল্প :



চিত্রে $n(A) = p$, $n(B) = q$ এবং $n(A \cap B) = r$ এবং A ও B প্রত্যেকেই সার্বিক সেট U এর উপসেট। *[ব-ু -বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]*

ক. $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 4, 5\}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ ২

খ. দৃশ্যকল্পে বর্ণিত ভেনচিত্র ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে,

$n(A \cup B) = p + q - r$। ৪

গ. 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি বলতে পারে। 25 জন ইংরেজি ও বাংলা বলতে পারে এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্ড়ত একটি বলতে পারে। বাংলা বলতে পারে কতজন? কেবলমাত্র বাংলা বলতে পারে কতজন? দৃশ্যকল্পে বর্ণিত ভেনচিত্র ব্যবহার করে নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 4, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$

এখন, $P(A \cap B) = \{\{2\}, \phi\}$

$P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \phi\}$

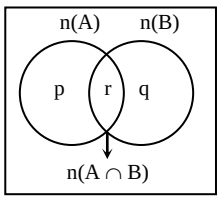
$P(B) = \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4, 5\}, \phi\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{2\}, \phi\}$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ **(প্রমাণিত)**

খ **প্রমাণ:** মনেকরি, A, B এবং $A \cap B$ সেট তিনটির উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে p, q ও r অর্থাৎ

$n(A) = p$, $n(B) = q$ ও $n(A \cap B) = r$



সুতরাং $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = p - r$

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = q - r$

$\therefore n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$

$= p - r + q - r + r$

$= p + q - r$ **(প্রমাণিত)**

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১.১ এর উদাহরণ-১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৫

প্রশ্ন ▶ ৪৭ $F(x) = \dfrac{4x + 3}{2x + 5}$ *[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]*

ক. $F(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $F(x)$ একটি এক-এক ফাংশন। ৪

গ. $F^{-1}(-2) = PF^{-1}(-3)$ হলে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৪

প্রশ্ন ▶ ৪৮ $f : \nabla - \{1\} \to \nabla - \{2\}$ এবং $g : \nabla - \left\{-\dfrac{1}{2}\right\} \to \nabla$ ফাংশনদ্বয়

এবং $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$ এবং $g(x) = \dfrac{x - 3}{2x + 1}$

[পটুয়াখালী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী]

ক. f এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, g ফাংশনটি এক-এক। ৪

গ. $f^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং $3f^{-1}(x) = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০

প্রশ্ন ▶ ৪৯ নটরডেম কলেজের 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 44 জন বাস্কেট, 34 জন ফুটবল ও 32 জন টেনিস খেলতে পছন্দ করে। এদের মধ্যে 8 জন বাস্কেট ও ফুটবল, 13 জন ফুটবল ও টেনিস, 14 জন বাস্কেট ও টেনিস এবং 5 জন শিক্ষার্থী তিনটি খেলাই পছন্দ করে। *[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]*

ক. কতজন শিক্ষার্থী তিনটি খেলার একটিও পছন্দ করে না? ২

খ. তিনটি খেলার কেবল একটি খেলা পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি খেলার কেবল দুইটি খেলা পছন্দ করে? ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

শিক্ষার্থীর মধ্যে যারা বাস্কেট খেলতে পছন্দ করে তাদের সেট C

যারা ফুটবল খেলতে পছন্দ করে তাদের সেট F

যারা টেনিস খেলতে পছন্দ করে তাদের সেট H

এবং সকল শিক্ষার্থীর সেট S

$\therefore$ n(S) = 100, n(C) = 44, n(F) = 34, n(H) = 32

$n(F \cap C) = 8$, $n(F \cap H) = 13$, $n(C \cap H) = 14$, $n(F \cap C \cap H) = 5$

আমরা জানি,

$$n(C \cup F \cup H) = n(C) + n(F) + n(H) - n(C \cap F) - n(F \cap H) - n(C \cap H) + n(C \cap F \cap H)$$

$$= 44 + 34 + 32 - 8 - 13 - 14 + 5 = 80$$

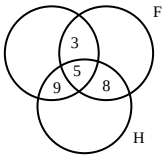
$\therefore$ তিনটি খেলার একটিও পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

= n(S) – n(C∪F∪H) = 100 – 80 = 20 জন **(Ans.)**

খ শুধুমাত্র বাস্কেট ও ফুটবল খেলতে পছন্দ করে = 8 – 5 = 3 জন

শুধুমাত্র ফুটবল ও টেনিস খেলতে পছন্দ করে = 13 – 5 = 8 জন

শুধুমাত্র বাস্কেট ও টেনিস খেলতে পছন্দ করে = 14 – 5 = 9 জন



শুধুমাত্র বাস্কেট পছন্দ করে= 44 – 3 – 5 – 9 = 27 জন

শুধুমাত্র ফুটবল পছন্দ করে= 34 – 3 – 5 – 8 = 18 জন

শুধুমাত্র টেনিস পছন্দ করে = 32 – 8 – 5 – 9 = 10 জন

কেবল একটি খেলা পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

= 27 + 18 + 10 = 55 জন **(Ans.)**

গ কেবল বাস্কেট ও ফুটবল খেলতে পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(C \cap F) - n(C \cap F \cap H) = 8 - 5 = 3$ জন

কেবল ফুটবল ও টেনিস পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(F \cap H) - n(C \cap F \cap H) = 13 - 5 = 8$ জন

কেবল বাস্কেট ও টেনিস পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$= n(C \cap H) - n(C \cap F \cap H) = 14 - 5 = 9$ জন

$\therefore$ কেবল দুইটি খেলা পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

= (3 + 8 + 9) = 20 জন **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫০ A, B ও C তিনটি সেট যেখানে $A = \{x : x \in \nabla$ এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ এবং $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$

[ন্যাশনাল আইডিয়াল স্কুল, খিলগাঁও, ঢাকা]

ক. উপসেট ও পূরক সেট কী? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ ৪

গ. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং দেখাও যে ইহা এক-এক ফাংশন। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **উপসেট:** A ও B সেট হলে A কে B এর উপসেট বলা হয় যদি ও কেবল যদি A এর প্রত্যেক উপাদান B এর উপাদান হয় এবং একে $A \subseteq B$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

পূরক সেট: যদি U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট হয়, তাহলে A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $A^c = U \setminus A$

খ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১০

গ সৃজনশীল ১৫(ক ও খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৫

প্রশ্ন ▶৫১ সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B ও C এবং $F(x) = \sqrt{2x - 3}$ একটি ফাংশন।*[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]*

ক. দ্যা মরগানের সূত্র লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$. ৪

গ. $f^{-1}(x)$ এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য দ্যা মরগানের সূত্র নিম্নরূপ-

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

খ আমরা জানি, যেকোনো সান্ড় সেট A ও B এর জন্য

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

এখন, $n(A \cup B \cup C) = n[A \cup (B \cup C)]$

$[\because A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C)]$

$= n(A) + n(B \cup C) - n[A \cap (B \cup C)]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

$[\because A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$

$+ n(A \cap B \cap C)$

$[\because (A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap B \cap C]$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$

$+ n(A \cap B \cap C)$

$[\because A \cap C = C \cap A]$

$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ **(প্রমাণিত)**

গ সৃজনশীল **১১**(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-**১৪**

প্রশ্ন ▶৫২ $f : \nabla - \{1\} \to \nabla - \{2\}$ এবং $g : A \to \nabla$ ফাংশন দুইটি $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ এবং $g(x) = \sqrt{x-2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। *[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর]*

ক. ডোম g নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অনটু (সার্বিক) ফাংশন। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$ ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(x) = \sqrt{x-2}$

$g(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $x - 2 \geq 0$ বা $x \geq 2$ হয়।

$\therefore$ ডোম $g(x) = A = \{x \in \nabla : x \geq 2\}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৪৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৩

গ ধরি, $y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

বা, $yx - y = 2x + 2$

বা, $yx - 2x = y + 2$

বা, $x = \frac{y+2}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$ [□ $y = f(x)$ হলে $x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$

আবার, ধরি, $y = g(x) = \sqrt{x-2}$

বা, $y^2 = x - 2$

বা, $x = y^2 + 2$

বা, $g^{-1}(y) = y^2 + 2$ [□ $y = g(x)$ হলে $x = g^{-1}(y)$]

$\therefore\ g^{-1}(x) = x^2 + 2$

এবং $g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$

দেওয়া আছে, $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

বা, $5.\dfrac{x+2}{x-2} = 11$

বা, $5x + 10 = 11x - 22$

বা, $5x - 11x = -22 - 10$

বা, $-6x = -32$

বা, $x = \dfrac{-32}{-6}$

$\therefore\ x = \dfrac{16}{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৩ $f(x) = \sqrt{3x-2}$ একটি ফাংশন।

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী]

ক. $f(x) = 1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক ফাংশন কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ. $f^{-1}(-2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{3x-2}$

শর্তমতে, $f(x) = 1$

বা, $\sqrt{3x-2} = 1$

বা, $3x - 2 = 1$

বা, $3x = 1 + 2$

বা, $3x = 3$

$\therefore\ x = 1$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \sqrt{3x-2}$

$f(x)$ সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি $3x - 2 \geq 0$ বা $x \geq \dfrac{2}{3}$ হয়।

$\therefore$ ডোমেন $f(x) = \{x \in \nabla : x \geq \dfrac{2}{3}\}$ **(Ans.)**

f ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যে কোনো $x_1, x_2 \in$ ডোম f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হলে $x_1 = x_2$ হয়।

এখন, $f(x_1) = f(x_2)$ হলে,

বা, $\sqrt{3x_1 - 2} = \sqrt{3x_2 - 2}$

বা, $3x_1 - 2 = 3x_2 - 2$ [বর্গ করে]

বা, $3x_1 = 3x_2$

বা, $x_1 = x_2$ হয়

$\therefore$ $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক। **(Ans.)**

গ ধরি, $y = f(x) = \sqrt{3x - 2}$

অর্থাৎ, $y = \sqrt{3x - 2}$

বা, $y^2 = 3x - 2$ [বর্গ করে]

বা, $y^2 + 2 = 3x$

বা, $x = \frac{y^2 + 2}{3}$

বা, $f^{-1}(y) = \frac{y^2 + 2}{3}$ [$\because y = f(x), \therefore x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(-2) = \frac{(-2)^2 + 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৪ লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো, 32 জন ডেইলি স্টার, 28 জন দৈনিক ইত্তেফাক, 10 জন প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও ইত্তেফাক, 5 জন প্রথম আলো ও ইত্তেফাক এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে। *[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর]*

ক. $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in \nabla\}$ এবং $B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in \nabla\}$ হলে $A \cap B$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে দেখাও। ২

খ. উদ্দীপকের গাণিতিক সমস্যাটি যে প্রতিজ্ঞার সাহায্যে সমাধান করা যায় তা প্রমাণ কর। ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী ঐ তিনটি পত্রিকার কেবল একটি পড়ে? ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x : 2 < x \leq 5, x \in \nabla\} = (2, 5]$

এবং $B = \{x : 1 \leq x < 3, x \in \nabla\} = [1, 3)$

$\therefore A \cap B = (2, 5] \cap [1, 3) = (2, 3)$

$= \{x \in \nabla : 2 < x < 3\}$ **(Ans.)**

খ মনে করি,

U = সকল শিক্ষার্থীর সেট

P = যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট

D = যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট

I = যারা ইত্তেফাক পড়ে তাদের সেট

∴ প্রদত্ত সমস্যাটি নিম্নের প্রতিজ্ঞার সাহায্যে সমাধান করা যায়:

$n(P \cup D \cup I) = n(P) + n(D) + n(I) - n(P \cap D) - n(D \cap I) - n(I \cap P) + n(P \cap D \cap I)$

প্রমাণ: আমরা জানি, যেকোনো সান্ড় সেট P ও D এর জন্য

$n(P \cup D) = n(P) + n(D) - n(P \cap D)$

এখন, $n(P \cup D \cup I) = n[P \cup (D \cup I)]$ [সংযোগ বিধি]

$= n(P) + n(D \cup I) - n[P \cap (D \cup I)]$

$= n(P) + n(D) + n(I) - n(D \cap I) - n[(P \cap D) \cup (P \cap I)]$ [বন্টন বিধি]

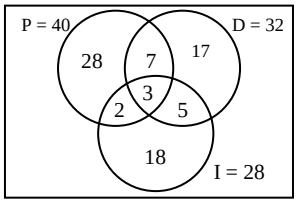
$= n(P) + n(D) + n(I) - n(D \cap I) - n(P \cap D) - n(P \cap I) + n[(P \cap D) \cap (P \cap I)]$

$= n(P) + n(D) + n(I) - n(D \cap I) - n(P \cap D) - n(P \cap I) + n(P \cap D \cap I)$

$= n(P) + n(D) + n(I) - n(P \cap D) - n(D \cap I) - n(I \cap P) + n(P \cap D \cap I)$ [বিনিময় বিধি]

∴ $n(P \cup D \cup I) = n(P) + n(D) + n(I) - n(P \cap D) - n(D \cap I) - n(I \cap P) + n(P \cap D \cap I)$ **(প্রমাণিত)**

গ



তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থী = $n(P \cap D \cap I)$

শুধু প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থী

$= n(P) - n(P \cap D) - n(I \cap P) + n(P \cap D \cap I) = (40 - 10 - 5 + 3)$ জন = 28 জন

শুধু ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থী

$= n(D) - n(P \cap D) - n(D \cap I) + n(P \cap D \cap I) = (32 - 10 - 8 + 3)$ জন = 17 জন

শুধু ইত্তেফাক পড়ে এমন শিক্ষার্থী

$= n(I) - n(P \cap I) - n(D \cap I) + n(P \cap D \cap I) = (28 - 5 - 8 + 3)$ জন $= 18$ জন

$\therefore$ কেবল একটি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থী $= (28 + 17 + 18)$ জন $= 63$ জন **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৫ $f(x) = x^2 - x - 2$ *[ফরিদগঞ্জ এ আর পাইলট মডেল উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর; চট্টগ্রাম প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয় স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]*

ক. $f(2)$ এবং $f(-2)$ এর মান কত। ২

খ. প্রদত্ত ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর যখন $x \le \frac{1}{2}$। ৪

গ. যদি $A = \{x : x \in \nabla, f(x) = 0\}$ এবং $B = \{x : x \in \mid, 2 \le x \le 4\}$ হয়, তবে $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 - x - 2$

$\therefore f(2) = 2^2 - 2 - 2 = 4 - 4 = 0$ **(Ans.)**

এবং $f(-2) = (-2)^2 - (-2) - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$ **(Ans.)**

খ ধরি, $y = f(x) = x^2 - x - 2$

$\therefore y = x^2 - x - 2$

বা, $x^2 - x - 2 - y = 0$

বা, $x^2 - x - (y + 2) = 0$

বা, $x = \frac{-1(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.\{-(y+2)\}}}{2.1}$

বা, $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4y + 8}}{2}$

বা, $x = \frac{1 \pm \sqrt{4y + 9}}{2}$

বা, $x = \frac{1 - \sqrt{4y + 9}}{2}$ [$\because x \le \frac{1}{2}$]

বা, $f^{-1}(y) = \frac{1 - \sqrt{4y + 9}}{2}$ [$\because y = f(x), \therefore x = f^{-1}(y)$]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1 - \sqrt{4x + 9}}{2}, x \ge \frac{-9}{4}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \nabla, f(x) = 0\}$

প্রশ্নমতে, $f(x) = 0$

বা, $x^2 - x - 2 = 0$

বা, $x^2 - 2x + x - 2 = 0$

বা, $x(x-2)+1(x-2)=0$

বা, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1, 2$

$\therefore A=\{x : x \in \nabla, f(x)=0\}=\{-1, 2\}$

এবং $B=\{x : x \in \ |, 2 \le x \le 4\}=\{2, 3, 4\}$

$\therefore A \cap B=\{-1, 2\} \cap \{2, 3, 4\}=\{2\}$

$\therefore P(A \cap B)=\{\{2\}, \varnothing\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৬ সার্বিক সেট U এবং A, B ও C তিনটি উপসেট।

[কক্সবাজার সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কক্সবাজার]

ক. দ্যা মরগানের সূত্র লিখ। ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$. ৪

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য দ্যা মরগানের সূত্র নিম্নরূপ-

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

খ ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C) \Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cap B' \cap C')$

$\therefore (A \cup B \cup C)' \subseteq (A' \cap B' \cap C')$ … … (i)

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C' \Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \in (A \cup B \cup C)'$

$\therefore A' \cap B' \cap C' \subseteq (A \cup B \cup C)'$ … … (ii)

(i) ও (ii) এর সাহায্যে পাই,

$(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ **(দেখানো হলো)**

গ ধরি, $x \in A \setminus (B \cup C)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin (B \cup C) \Rightarrow x \in A$ এবং $(x \notin B$ এবং $x \notin C)$

$\Rightarrow (x \in A$ এবং $x \notin B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \notin C)$

$\Rightarrow x \in A \setminus B$ এবং $x \in A \setminus C$

$\Rightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

$\therefore A \setminus (B \cup C) \subseteq (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ … … (i)

আবার ধরি, $x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

তাহলে, $x \in (A \setminus B)$ এবং $x \in (A \setminus C)$

$\Rightarrow (x \in A$ এবং $x \notin B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \notin C)$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $(x \notin B$ এবং $x \notin C)$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin (B \cup C)$

$\Rightarrow x \in A \setminus (B \cup C)$

$\therefore (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cup C)$ … … (ii)

(i) ও (ii) এর সাহায্যে পাই, $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৫৭ $A = \{x \in \nabla : x^2 - 7x + 12 = 0\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$ এবং $f(x) = \dfrac{4x + 3}{2x + 5}$ *[পুলিশ লাইন্‌স উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]*

ক. $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর: $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

গ. $f^{-1}(-2) = a\, f^{-1}(-3)$ হলে a এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \nabla : x^2 - 7x + 12 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 7x + 12 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$

বা, $x(x - 4) - 3(x - 4) = 0$

বা, $(x - 4)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 3, 4$

$A = \{3, 4\}$

এবং $B = \{2, 3\}$

$\therefore A \cap B = \{3, 4\} \cap \{2, 3\} = \{3\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\{3\}, \varnothing\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

'ক' থেকে পাই, $A = \{3, 4\}$

এখন, $B \cap C = \{2, 3\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$

$\therefore A \times (B \cap C) = \{3, 4\} \times \{2\} = \{(3, 2), (4, 2)\}$

$A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 3\} = \{(3, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3)\}$

$A \times C = \{3, 4\} \times \{2, 4, 5\}$

$= \{(3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (4, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(3, 2), (4, 2)\}$

$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

গ সৃজনশীল ১৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৪

প্রশ্ন ▶ ৫৮ U = {1, 2, 3, 4, 5, – e, f}, A = {x : x ∈ ∇ এবং $x^2 + (e - f)x - ef = 0$}, B = {2, 4} এবং C = {1, 3, 5} *[বি. এম. স্কুল, বরিশাল]*

ক. n(A) নির্ণয় কর। ২

খ. $P(A \cup B)'$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (C \cap B) = (A \times C) \cap (A \times B)$ ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x : x ∈ ∇ এবং $x^2 + (e - f)x - ef = 0$}

এখন, $x^2 + (e - f)x - ef = 0$

বা, $x^2 + ex - fx - ef = 0$

বা, $x(x + e) - f(x + e) = 0$

∴ $(x + e)(x - f) = 0$

হয়, $x + e = 0$ অথবা, $x - f = 0$

∴ $x = -e$ ∴ $x = f$

∴ A = {– e, f}

∴ n(A) = 2 **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, – e, f} এবং B = {2, 4}

'ক' থেকে পাই, A = {– e, f}

∴ $A \cup B = \{-e, f\} \cup \{2, 4\} = \{-e, f, 2, 4\}$

∴ $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, -e, f\} - \{-e, f, 2, 4\}$

$= \{1, 3, 5\}$

∴ $P(A \cup B)' = \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \varnothing\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, C = {1, 3, 5} এবং B = {2, 4}

'ক' থেকে পাই, A = {– e, f}

এখন, $C \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4\} = \varnothing$

∴ $A \times (C \cap B) = \{-e, f\} \times \varnothing = \varnothing$ এবং B = {2, 4}

আবার, $A \times C = \{-e, f\} \times \{1, 3, 5\}$

$= \{(-e, 1), (-e, 3), (-e, 5), (f, 1), (f, 3), (f, 5)\}$

$A \times B = \{-e, f\} \times \{2, 4\}$

$= \{(-e, 2), (-e, 4), (f, 2), (f, 4)\}$

∴ $(A \times C) \cap (A \times B) = \varnothing$

$\therefore A \times (C \cap B) = (A \times C) \cap (A \times B)$ **(প্রমাণিত)**