

## অধ্যায়-৭: অসীম ধারা

পরীক্ষার্থী বন্ধুরা, এ অধ্যায়ে বোর্ড পরীক্ষা, ক্যাডেট কলেজ, শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের নির্বাচনী পরীক্ষা এবং বাছাইকৃত এক্সক্লুসিভ মডেল টেস্টের প্রশ্নগুলোর পূর্ণাঙ্গ সমাধান দেওয়া হয়েছে। এগুলো অনুশীলন করলে তোমরা এ অধ্যায় থেকে যেকোনো সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান সহজেই করতে পারবে।



**প্রশ্ন ▶ ১** (i)  $2 + \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$  ...

(ii)  $\sqrt[3]{(1+x)} + \sqrt[3]{(1-x)} = \sqrt[3]{2}$ . [রা. বো. '১৭]

- ক.  $0.\dot{1}2$  কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২  
 খ. (i) প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার ৭ম পদ নির্ণয় কর এবং অসীমতক সমষ্টি (যদি থাকে) তবে তা নির্ণয় কর। ৪  
 গ. (ii) সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

### ১ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক**  $0.\dot{1}2 = 0.12121212 \dots$  ...  
 $= 0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$  ...  
 যা একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা।  
 ধারাটির ১ম পদ,  $a = 0.12$   
 সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01$   
 $\therefore$  ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,  
 $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0.12}{1-0.01} = \frac{0.12}{0.99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$   
 $\therefore 0.\dot{1}2 = \frac{4}{33}$  (Ans.)

**খ** প্রদত্ত ধারাটি,  $2 + \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$  ...

ধারাটির ১ম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

আমরা জানি,  
 গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$\therefore 7(n=7)$  তম পদ  $= 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{7-1} = 2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$  (Ans.)

এখানে,  $r = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ ,

সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে।

$\therefore$  অসীমতক সমষ্টি,  $S_\infty = \frac{a}{1-r}$   
 $= \frac{2}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$   
 $= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$   
 $= \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2-1} = 4 + 2\sqrt{2}$  (Ans.)

**গ** পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪

**প্রশ্ন ▶ ২**  $\frac{1}{2x-5} + \frac{1}{(2x-5)^2} + \frac{1}{(2x-5)^3} + \dots$  একটি ধারা। [দি. বো. '১৭]

- ক. যদি  $x = 4$  হয়, ধারাটি নির্ণয় কর এবং এর সাধারণ অনুপাত কত? ২  
 খ.  $x = 5$  হলে ধারাটির নবম পদ এবং প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{2x-5} + \frac{1}{(2x-5)^2} + \frac{1}{(2x-5)^3} + \dots$  ...

$x = 4$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{2 \times 4 - 5} + \frac{1}{(2 \times 4 - 5)^2} + \frac{1}{(2 \times 4 - 5)^3} + \dots$  ...  
 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$  ... (Ans.)

সাধারণ অনুপাত  $= \frac{1}{3^2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  (Ans.)

**খ**  $x = 5$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{2 \times 5 - 5} + \frac{1}{(2 \times 5 - 5)^2} + \frac{1}{(2 \times 5 - 5)^3} + \dots$  ...  
 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$  ...

যার প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{5}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$\therefore$  নবম পদ  $= \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{9-1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^8} = \frac{1}{5^9}$  (Ans.)

আবার,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ , যখন  $r < 1$

$\therefore$  প্রথম 10টি পদের সমষ্টি,  $S_{10} = \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{5^{10}-1}{5^{10}}}{\frac{4}{5}}$   
 $= \frac{1}{5} \times \frac{5}{4} \times \frac{5^{10}-1}{5^{10}} = \frac{5^{10}-1}{4 \times 5^{10}}$  (Ans.)

**গ** প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ,  $a = \frac{1}{2x-5}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{(2x-5)^2} \div \frac{1}{2x-5} = \frac{1}{2x-5}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$

অর্থাৎ,  $\left|\frac{1}{2x-5}\right| < 1$  হয়।

$\therefore \frac{1}{2x-5} < 1$

বা,  $2x - 5 > 1$

বা,  $2x - 5 + 5 > 1 + 5$

বা,  $2x > 6$

$\therefore x > 3$

আবার,  $\frac{1}{2x-5} > -1$

বা,  $2x - 5 < -1$

বা,  $2x - 5 + 5 < -1 + 5$

বা,  $2x < 4$

$\therefore x < 2$

$\therefore$  নির্ণেয় শর্তঃ  $x > 3$  অথবা  $x < 2$  (Ans.)

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,  $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2x-5}}{1 - \frac{1}{2x-5}}$   
 $= \frac{1}{2x-5} \times \frac{2x-5}{2x-6}$   
 $= \frac{1}{2x-6}$  (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ ৩**  $1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \dots$  [দি. বো. '১৫]

- ক. উদাহরণসহ সমাঙ্গ ধারার সংজ্ঞা দাও। ২  
 খ.  $y = 2$  হলে, ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $y$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ৩ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** সমাস্ক্র ধারা : কোনো ধারার যে কোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমাস্ক্র ধারা বলে।  
উদাহরণ:  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$  একটি সমাস্ক্র ধারা।  
এখানে, ২য় পদ - ১ম পদ =  $3 - 1 = 2$ , ৩য় পদ - ২য় পদ =  $5 - 3 = 2$   
৪র্থ পদ - ৩য় পদ =  $7 - 5 = 2$ , ৫ম পদ - ৪র্থ পদ =  $9 - 7 = 2$   
∴ ধারাটি সমাস্ক্র।

**খ** প্রদত্ত ধারা:  $1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \dots$   
 $y = 2$  হলে,

ধারাটি,  $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{(1+2)^2} + \frac{1}{(1+2)^3} + \dots$   
 $= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$

ধারাটির ১ম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} < 1$

যেহেতু, ধারাটির সাধারণ অনুপাত,  $r < 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির } 10 \text{ টি পদের সমষ্টি} &= \frac{a(1-r^{10})}{1-r} = \frac{1 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{59049}}{\frac{2}{3}} = \frac{59049 - 1}{59049} \cdot \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{59048}{59049} = \frac{29524}{19683} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**গ** ধারাটির ১ম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{y+1} = \frac{1}{1+y}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

বা,  $-1 < r < 1$

বা,  $-1 < \frac{1}{1+y} < 1$

এখানে,  $-1 < \frac{1}{1+y}$

বা,  $-1 > 1+y$  [ব্যস্ক্র করণ করে]

বা,  $-1 - 1 > 1+y - 1$  [উভয়পক্ষে (-1) যোগ করে]

বা,  $-2 > y$

∴  $y < -2$

আবার,  $\frac{1}{1+y} < 1$

বা,  $1+y > 1$  [ব্যস্ক্র করণ করে]

বা,  $1+y-1 > 1-1$

∴  $y > 0$

∴ নির্ণেয় শর্ত:  $y > 0$  অথবা,  $y < -2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} &= \frac{a}{1-r} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{y+1}} \text{ [ 'ক' হতে পাই]} \\ &= \frac{1}{\frac{y}{y+1}} = \frac{y+1}{y} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**প্রশ্ন 8**  $1 + \frac{1}{1+3x} + \frac{1}{(1+3x)^2} + \frac{1}{(1+3x)^3} + \dots$  একটি অসীম ধারা।

[ক্. বো. '১৭]

ক.  $x = 1$  এর জন্য প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = \frac{1}{3}$  হলে, ধারাটির ১ম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? ৪

### ৪ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রদত্ত ধারাটি,  $1 + \frac{1}{1+3x} + \frac{1}{(1+3x)^2} + \frac{1}{(1+3x)^3} + \dots$

$x = 1$  হলে ধারাটি,  $1 + \frac{1}{1+3 \cdot 1} + \frac{1}{(1+3 \cdot 1)^2} + \frac{1}{(1+3 \cdot 1)^3} + \dots$   
 $= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$

∴ সাধারণ অনুপাত =  $\frac{w \ll \frac{1}{4} Z x q c}{c \acute{E} \wedge g c} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  (Ans.)

**খ**  $x = \frac{1}{3}$  হলে ধারাটি,

$1 + \frac{1}{1+3 \cdot \frac{1}{3}} + \frac{1}{\left(1+3 \cdot \frac{1}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(1+3 \cdot \frac{1}{3}\right)^3} + \dots$

$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

যার প্রথম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার ১ম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির প্রথম } 10 \text{ পদের সমষ্টি, } S_{10} &= \frac{a(1-r^{10})}{1-r} \\ &= \frac{1 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{2^{10}-1}{2^{10}}}{\frac{1}{2}} = \frac{1024-1}{1024} \times 2 \\ &= \frac{1023}{512} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**গ** প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{1+3x} = \frac{1}{1+3x}$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$

বা,  $\left| \frac{1}{1+3x} \right| < 1$  হয়।

অর্থাৎ,  $-1 < \frac{1}{1+3x} < 1$

∴  $-1 < \frac{1}{1+3x}$

বা,  $-1 > 1+3x$  বা,  $-1-1 > 1+3x-1$

বা,  $-2 > 3x$

∴  $x < -\frac{2}{3}$

অথবা,  $\frac{1}{1+3x} < 1$

বা,  $1+3x > 1$

বা,  $1+3x-1 > 1-1$

বা,  $3x > 0$

∴  $x > 0$

∴ নির্ণেয় শর্তঃ  $x > 0$  অথবা  $x < -\frac{2}{3}$  (Ans.)

**প্রশ্ন ৯**  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর

ধারা এবং  $px^2 + qx + r = 0$  একটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, যেখানে  $p, q, r$  বাস্ক্র সংখ্যা ও  $p \neq 0$ । [চ. বো. '১৭]

ক.  $x = 1$  হলে ধারাটি নির্ণয় করো এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. 'x' এর উপর কী কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. a ও b যদি সমীকরণটির দুইটি মূল হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$a + b = \frac{-q}{p} \text{ এবং } ab = \frac{r}{p}.$$

#### ৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারা,  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$   
 $x = 1$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3.1+2} + \frac{1}{(3.1+2)^2} + \frac{1}{(3.1+2)^3} + \dots$   
 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$  (Ans.)  
 সাধারণ অনুপাত  $= \frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$  (Ans.)

খ. প্রদত্ত ধারার সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\frac{1}{(3x+2)^2}}{\frac{1}{3x+2}} = \frac{1}{3x+2}$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদিও কেবল যদি

$$|r| < 1 \text{ বা, } \left| \frac{1}{3x+2} \right| < 1 \text{ হয় অর্থাৎ } -1 < \frac{1}{3x+2} < 1$$

$$\therefore -1 < \frac{1}{3x+2}$$

$$\text{বা, } -1 > 3x+2$$

$$\text{বা, } -1-2 > 3x+2-2$$

$$\text{বা, } -3 > 3x$$

$$\therefore x < -1$$

$$\text{অথবা, } \frac{1}{3x+2} < 1$$

$$\text{বা, } 3x+2 > 1$$

$$\text{বা, } 3x+2-2 > 1-2$$

$$\text{বা, } 3x > -1$$

$$\therefore x > -\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত: } x < -1 \text{ অথবা, } x > -\frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

আবার, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,  $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{3x+2}}{1 - \frac{1}{3x+2}} \left[ \square a = \frac{1}{3x+2} \right]$$

$$= \frac{1}{3x+2} \times \frac{3x+2}{3x+1} = \frac{1}{3x+1} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $px^2 + qx + r = 0$ ;  $p \neq 0$

$$\therefore x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}, \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

আবার, যেহেতু সমীকরণটির দুটি মূল a এবং b

$$\therefore a = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \text{ এবং } b = \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

এখন,

$$a + b = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} + \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

$$= \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr} - q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} = \frac{-2q}{2p}$$

$$\therefore a + b = -\frac{q}{p}$$

$$\text{আবার, } ab = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \cdot \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

$$= \frac{(-q)^2 - (\sqrt{q^2 - 4pr})^2}{4p^2} = \frac{q^2 - (q^2 - 4pr)}{4p^2}$$

$$= \frac{q^2 - q^2 + 4pr}{4p^2} = \frac{4pr}{4p^2}$$

$$\therefore ab = \frac{r}{p}$$

অতএব,  $a + b = -\frac{q}{p}$  এবং  $ab = \frac{r}{p}$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  [সি. বো. '১৭]

ক.  $x = 2$  হলে প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = 1$  হলে ধারাটির ৭ম পদ এবং ১ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$   
 $x = 2$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3.2-1} + \frac{1}{(3.2-1)^2} + \frac{1}{(3.2-1)^3} + \dots$   
 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত} = \frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \text{ (Ans.)}$$

খ.  $x = 1$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3.1-1} + \frac{1}{(3.1-1)^2} + \frac{1}{(3.1-1)^3} + \dots$   
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

$$\text{যার প্রথম পদ, } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{2^2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < 1$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{৭ম পদ} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \right)^{7-1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^6} = \frac{1}{2^7} \text{ (Ans.)}$$

আবার, গুণোত্তর ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$\therefore \text{প্রথম 10 পদের সমষ্টি, } S_{10} = \frac{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2^{10}} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{2^{10}-1}{2^{10}} \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1024-1}{1024} = \frac{1023}{1024} \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

$$\text{ধারাটির ১ম পদ, } a = \frac{1}{3x-1}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(3x-1)^2} \div \frac{1}{3x-1} = \frac{1}{(3x-1)^2} \times \frac{3x-1}{1}$$

$$= \frac{1}{3x-1}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } \left| \frac{1}{3x-1} \right| < 1$$

$$\text{বা, } -1 < \frac{1}{3x-1} < 1$$

$$\therefore \frac{1}{3x-1} < 1$$

$$\text{বা, } 3x-1 > 1$$

$$\text{বা, } 3x-1+1 > 1+1$$

$$\text{বা, } 3x > 2$$

$$\therefore x > \frac{2}{3}$$

$$\text{অথবা, } \frac{1}{3x-1} > -1$$

$$\text{বা, } 3x-1 < -1$$

$$\text{বা, } 3x < -1+1$$

$$\text{বা, } 3x < 0$$

$$\therefore x < 0$$

$\therefore x > \frac{2}{3}$  অথবা  $x < 0$  হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে। (Ans.)

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3x-1}}{1 - \frac{1}{3x-1}} = \frac{\frac{1}{3x-1}}{\frac{3x-1-1}{3x-1}} = \frac{1}{3x-2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭  $a = \frac{1}{4x+1} = r, 5.023$

[সি. বো. '১৫]

ক. একটি অনুক্রম ও একটি অসীম ধারার উদাহরণ দাও। ২

খ. আবৃত্তি দশমিক ভগ্নাংশটিকে অনসৃত্তি গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

গ. অসীম গুণোত্তর ধারাটি গঠন কর।  $x$  এর উপর প্রয়োজ্য শর্তসহ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. অনুক্রম : একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ  $= \frac{1}{n(n+1)}$  হলে,

$$\text{অনুক্রমটি } \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots$$

$$\text{অসীম ধারা : } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

৬. আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশটি 5.023

$$\begin{aligned} 5.023 &= 5.023232323 \dots \\ &= 5 + (0.023 + 0.00023 + 0.0000023 + \dots) \\ \text{এখানে, } 0.023 + 0.00023 + 0.0000023 + \dots &\text{ একটি অনন্ত} \\ \text{গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ, } a &= 0.023 \\ \text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r &= \frac{0.00023}{0.023} = 0.01 < 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{0.023}{1-0.01} = \frac{0.023}{0.99} = \frac{23}{990}$$

$$\therefore 5.023 = 5 + \frac{23}{990} = \frac{4973}{990} \text{ (Ans.)}$$

৭. দেওয়া আছে,  $a = \frac{1}{4x+1} = r$

$$\therefore \text{ অসীম গুণোত্তর ধারাটি, } a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

$$\therefore \frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \frac{1}{(4x+1)^4} + \dots$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকে, যদি ও কেবল যদি,  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{অর্থাৎ } \left| \frac{1}{4x+1} \right| < 1 \text{ বা, } -1 < \frac{1}{4x+1} < 1$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{4x+1} > -1 \quad \text{অথবা, } \frac{1}{4x+1} < 1$$

$$\text{বা, } 4x+1 < -1 \quad \text{বা, } 4x+1 > 1$$

$$\text{বা, } 4x < -2 \quad \text{বা, } 4x > 1-1$$

$$\text{বা, } x < -\frac{2}{4} \quad \text{বা, } 4x > 0$$

$$\therefore x < -\frac{1}{2} \quad \therefore x > 0$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় শর্ত : } x > 0 \text{ অথবা } x < -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি} &= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4x+1}}{1-\frac{1}{4x+1}} \\ &= \frac{\frac{1}{4x+1}}{\frac{4x+1-1}{4x+1}} = \frac{1}{4x} \\ \therefore \text{ অসীমতক সমষ্টি} &= \frac{1}{4x} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৮.  $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$  [য. বো. '১৭]

ক.  $x = 3$  হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = -2$  হলে, ধারাটির দশম পদ এবং প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$ -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে উদ্দীপকের ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারা  $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$

$$\begin{aligned} x = 3 \text{ হলে ধারাটি, } &\frac{1}{2 \cdot 3 + 1} + \frac{1}{(2 \cdot 3 + 1)^2} + \frac{1}{(2 \cdot 3 + 1)^3} + \dots \\ &= \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ সাধারণ অনুপাত} = \frac{1}{7^2} \div \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \text{ (Ans.)}$$

খ.  $x = -2$  হলে ধারাটি,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2 \cdot (-2) + 1} + \frac{1}{\{2 \cdot (-2) + 1\}^2} + \frac{1}{\{2 \cdot (-2) + 1\}^3} + \dots \\ &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots \end{aligned}$$

$$\text{ধারাটির ১ম পদ, } a = -\frac{1}{3}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{3^2} \div -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ ধারাটির 10 তম পদ} = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{10-1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^9} = \frac{1}{3^{10}} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, গুণোত্তর ধারার ১ম } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore \text{ প্রথম 8টি পদের সমষ্টি, } S_8 = \frac{-\frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^8 \right\}}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^8}\right)}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3^8-1}{3^8}}{\frac{4}{3}} = \frac{-1-3^8}{4 \times 3^8} \text{ (Ans.)}$$

৭. প্রদত্ত ধারার ১ম পদ,  $a = \frac{1}{2x+1}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(2x+1)^2} \div \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদিও কেবল যদি  $|r| < 1$

$$\text{বা, } \left| \frac{1}{2x+1} \right| < 1 \text{ হয়।}$$

$$\text{অর্থাৎ } -1 < \frac{1}{2x+1} < 1$$

$$\therefore -1 < \frac{1}{2x+1} \quad \text{অথবা, } \frac{1}{2x+1} < 1$$

$$\text{বা, } -1 > 2x+1 \quad \text{বা, } 2x+1 > 1$$

$$\text{বা, } -1-1 > 2x+1-1 \quad \text{বা, } 2x+1-1 > 1-1$$

$$\text{বা, } -2 > 2x \quad \text{বা, } 2x > 0$$

$$\therefore x < -1 \quad \therefore x > 0$$

$\therefore$  নির্ণেয় শর্ত:  $x < -1$  অথবা  $x > 0$  (Ans.)

$$\text{আবার, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2x+1}}{1-\frac{1}{2x+1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2x+1}}{\frac{2x+1-1}{2x+1}} = \frac{1}{2x}$$

$$= \frac{1}{2x} \times \frac{2x+1}{2x} = \frac{1}{2x} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯.  $\frac{1}{8x+1} + \frac{1}{(8x+1)^2} + \frac{1}{(8x+1)^3} + \dots$  একটি ধারা।

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল]

ক. সমষ্টি নির্ণয় কর (যদি থাকে) :  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$  ২

খ.  $x = 1$  হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রথম দশ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$

এখানে, ধারাটি গুণোত্তর ধারা

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$$

যেহেতু  $r > 1$  সেহেতু ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

খ.  $x = 1$  হলে,  $8x + 1 = 8.1 + 1 = 8 + 1 = 9$

$$\therefore \text{ধারাটি} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{9}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{9^2} \times \frac{9}{1} = \frac{1}{9} < 1$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = \frac{a(1-r^{10})}{1-r} = \frac{\frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{9^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{9^{10}}\right)}{9 \left(\frac{9-1}{9}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{9^{10}-1}{9^{10}}\right)}{8} = \frac{1}{8} \left(\frac{9^{10}-1}{9^{10}}\right) \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত ধারা :  $\frac{1}{8x+1} + \frac{1}{(8x+1)^2} + \frac{1}{(8x+1)^3} + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{8x+1}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{1}{(8x+1)^2}}{\frac{1}{8x+1}} = \frac{1}{(8x+1)^2} \times \frac{8x+1}{1} = \frac{1}{8x+1}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি,  $|r| < 1$  হয়

$$\therefore \left| \frac{1}{8x+1} \right| < 1 \text{ হয়}$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{8x+1} < 1$$

$$\text{অথবা, } -\left(\frac{1}{8x+1}\right) < 1$$

$$\text{বা, } 8x+1 > 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{8x+1} > -1$$

$$\text{বা, } 8x > 1 - 1$$

$$\text{বা, } 8x+1 < -1$$

$$\text{বা, } 8x > 0$$

$$\text{বা, } 8x < -2$$

$$\therefore x > 0$$

$$\text{বা, } x < -\frac{2}{8}$$

$$\therefore x < -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত : } x > 0 \text{ অথবা } x < -\frac{1}{4} \text{ (Ans.)}$$

অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{8x+1}}{1 - \frac{1}{8x+1}} = \frac{\frac{1}{8x+1}}{\frac{8x+1-1}{8x+1}}$$

$$= \frac{1}{8x+1} \times \frac{8x+1}{8x} = \frac{1}{8x} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

[ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ময়মনসিংহ]

ক.  $x = 2$  হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = 3$  হলে, ধারাটির 12তম পদ এবং প্রথম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

খ.  $x = 3$  হলে ধারাটি হবে,

$$\frac{1}{3.3-1} + \frac{1}{(3.3-1)^2} + \frac{1}{(3.3-1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^3} + \dots$$

ধারাটির ১ম পদ,  $a = \frac{1}{8}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{8^2} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{8} < 1$

$$\therefore \text{ধারাটির 12তম পদ} = ar^{12-1} = \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{12-1}$$

$$= \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{11} = \left(\frac{1}{8}\right)^{12} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 পদের সমষ্টি} = \frac{\frac{1}{8} \left\{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{12}\right\}}{1 - \frac{1}{8}}$$

$$= \frac{\frac{8^{12}-1}{8^{12}} \times \frac{1}{8}}{\frac{8-1}{8}} = \frac{1}{7} \left(\frac{8^{12}-1}{8^{12}}\right) \text{ (Ans.)}$$

গ. সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ১১  $S = (x-1)^2 + 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + \dots$  [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]

ক.  $S$  এর 15-তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $S$  ধারাটির অসীমতক সমষ্টিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধারাটির প্রথম পদ,  $a = (x-1)^2$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } n\text{-তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore S \text{ ধারাটির 15-তম পদ} = ar^{15-1} = ar^{14}$$

$$= (x-1)^2 \cdot \left\{\frac{1}{(x-1)^2}\right\}^{14}$$

$$= \frac{1}{(x-1)^{26}} \text{ (Ans.)}$$

খ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি,  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{বা, } \left| \frac{1}{(x-1)^2} \right| < 1$$

$$\text{বা, } |x-1|^2 > 1$$

$$\therefore |x-1| > 1$$

$$(x-1) \geq 0 \text{ হলে,}$$

$$\text{বা, } x-1 > 1$$

$$\therefore x > 2$$

$$\therefore \text{শর্ত : } x > 2 \text{ অথবা } x < 0$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{1 - \frac{1}{(x-1)^2}}$$

$$= \frac{(x-1)^4}{(x-1)^2 - 1}$$

$$= \frac{(x-1)^4}{x(x-2)} \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{(x-1)^4}{x(x-2)}$

$$= \frac{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}{x^2 - 2x}$$

$$= \frac{x^4 - 2x^3 - 2x^3 + 4x^2 + 2x^2 - 4x + 1}{x^2 - 2x}$$

$$= \frac{x^2(x^2 - 2x) - 2x(x^2 - 2x) + 2(x^2 - 2x) + 1}{x^2 - 2x}$$

$$= \frac{(x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 2) + 1}{(x^2 - 2x)}$$

$$= \frac{(x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 - 2x)} + \frac{1}{x^2 - 2x}$$

$$\therefore \frac{(x-1)^4}{x(x-2)} = x^2 - 2x + 2 + \frac{1}{x(x-2)} \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{x(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং এর উভয়পক্ষে  $x(x-2)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$1 = A(x-2) + Bx \dots\dots\dots(iii)$$

$$x = 2 \text{ হলে (iii) নং হতে পাই,}$$

$$1 = 0 + 2B$$

$$\therefore B = \frac{1}{2}$$

$x = 0$  হলে (iii) নং হতে পাই,

$$1 = A(0-2) + 0$$

$$\therefore A = -\frac{1}{2}$$

A ও B এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{x(x-2)} = \frac{-1}{2x} + \frac{1}{2(x-2)}$$

(i) নং হতে পাই,

$$\therefore \frac{(x-1)^4}{x(x-2)} = x^2 - 2x + 2 - \frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x-2)} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ১২**  $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots\dots\dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. একটি অনুক্রমের  $n$  তম পদ  $U_n = \frac{1}{n}$ ;  $U_n < 10^{-5}$  হলে  $n$  এর মান কত? ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত ধারার  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $S_n = a \frac{1-r^{n+1}}{1-r}$  ৪

গ.  $y$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে  $\frac{1}{y+1} + \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{1}{(y+1)^3} + \dots$  অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ১২ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** অনুক্রমটির  $n$  তম পদ  $U_n = \frac{1}{n}$

$$\text{আবার, } U_n < 10^{-5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{n} < 10^{-5} \quad \left[ \square U_n = \frac{1}{n} \right]$$

$$\therefore n > 10^5$$

**খ** গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাতে হবে যে,

$$a + ar + ar^2 + \dots\dots\dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

(প্রথম ধাপ):

$$\text{এখানে, } a + ar + ar^2 + \dots\dots\dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1 \dots\dots\dots(i)$$

(i) বাক্যটি  $n = 1$  এর জন্য সত্য। কারণ, (i) এর বামপক্ষ =  $a$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = \frac{a(1-r)}{1-r} = a$$

(দ্বিতীয় ধাপ): ধরি,  $n = m$  এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য।

$$\text{অর্থাৎ, } a + ar + ar^2 + \dots\dots\dots + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r} \dots\dots\dots(ii)$$

(i) বাক্যটি  $n = m + 1$  এর জন্য সত্য হবে যদি

$$a + ar + ar^2 + \dots\dots\dots + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r} \dots\dots\dots(iii) \text{ সত্য হয়।}$$

এখন, (ii) এর উভয়পক্ষে  $ar^m$  যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} a + ar + ar^2 + \dots\dots\dots + ar^{m-1} + ar^m &= \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m \\ &= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^{m+1}}{1-r} = \frac{a - ar^{m+1}}{1-r} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r} \end{aligned}$$

$\therefore$  (iii) সত্য, অর্থাৎ  $n = m + 1$  এর জন্যও সত্য।

সুতরাং, গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য (i) সত্য। (দেখানো হলো)

**গ** প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{y+1} + \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{1}{(y+1)^3} + \dots\dots\dots$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = \frac{1}{y+1}$$

এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{(y+1)^2} \div \frac{1}{y+1} = \frac{1}{y+1}$   
ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়,

অর্থাৎ,  $\left| \frac{1}{y+1} \right| < 1$  বা,  $\frac{1}{|y+1|} < 1$  বা,  $|y+1| > 1$

এখন,  $(y+1)$  অঋণক হলে,  $y+1 > 1$  বা,  $y > 0$

আবার  $(y+1)$  ঋণক হলে,  $-(y+1) > 1$  বা,  $y+1 < -1$

$$\text{বা, } y < -2$$

$\therefore$  নির্ণেয় শর্ত হচ্ছে:  $y < -2$  অথবা  $y > 0$

$$\therefore \text{ অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{y+1}}{1 - \frac{1}{y+1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{y+1}}{\frac{y+1-1}{y+1}} = \frac{1}{y+1} \times \frac{y+1}{y} = \frac{1}{y}$$

**Ans.** শর্ত:  $y < -2$  অথবা  $y > 0$ ; সমষ্টি =  $\frac{1}{y}$

**প্রশ্ন ▶ ১৩**  $\frac{1}{y+1} + \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{1}{(y+1)^3} + \dots\dots\dots$  একটি অসীম ধারা।

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল]

ক. 0.3 কে ধারা আকারে প্রকাশ কর এবং সমষ্টি (যদি বিদ্যমান থাকে) নির্ণয় কর। ২

খ.  $y = 2$  এর জন্য ধারাটির ১ম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $y$  এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে। ৪

### ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক**  $0.3 = 0.33333 \dots\dots\dots$

$$= 0.3 + 0.03 + 0.003 + 0.0003 + \dots\dots\dots$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots\dots\dots \text{ (Ans.)}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{3}{10^2}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10} < 1$$

$\therefore$  ধারাটির সমষ্টি আছে।

$$\text{সমষ্টি} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{10-1}{10}} = \frac{3}{10} \times \frac{10}{9} = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত ধারা,  $\frac{1}{y+1} + \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{1}{(y+1)^3} + \dots\dots\dots$

$$y = 2 \text{ হলে ধারাটি, } \frac{1}{2+1} + \frac{1}{(2+1)^2} + \frac{1}{(2+1)^3} + \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots\dots\dots$$

$\therefore$  প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{3}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} < 1$$

$\therefore$  প্রথম 12 পদের সমষ্টি =  $a \cdot \frac{1-r^{12}}{1-r}$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{1}{3^{12}}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{3^{12} - 1}{3^{12}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \cdot \frac{3^{12} - 1}{3^{12}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3^{12} - 1}{3^{12}} \text{ (Ans.)}$$

গ সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{(y+1)^2} = \frac{1}{y+1} = \frac{1}{1+y}$

অতঃপর সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

প্রশ্ন ▶ ১৪  $1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

- ক. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $r$  হলে উহার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? ২
- খ.  $y = 2$  হলে ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ.  $y$  এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$   
সাধারণ অনুপাত  $r$   
ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  
 $S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$   
 $= a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ , যখন  $r > 1$   
এবং  $S_n = a \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$ , যখন  $r < 1$

খ সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

গ সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

প্রশ্ন ▶ ১৫  $1 + (1 + 3y)^{-1} + (1 + 3y)^{-2} + (1 + 3y)^{-3} + \dots$  একটি অসীম ধারা।

[সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক.  $y = 1$  এর জন্য প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ.  $y = \frac{1}{3}$  হলে, ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ.  $y$  এর উপর কী কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

অতঃপর: অসীমতক সমষ্টি,  $S_\infty = \frac{a}{1 - r} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + 3y}}$

$$= \frac{1}{\frac{1 + 3y - 1}{1 + 3y}} = \frac{1 + 3y}{3y} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১৬  $\frac{1}{3x - 1} + \frac{1}{(3x - 1)^2} + \frac{1}{(3x - 1)^3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

- ক.  $x = 1$  হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. 'ক' প্রদত্ত ধারাটির প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। 8
- গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে উদ্দীপকের ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

খ সৃজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

গ সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ▶ ১৭  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

- ক. ধারাটির পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ. কোন শর্তে ধারাটির অসীম সমষ্টি আছে এবং অসীম সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ১ম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

আমরা জানি,  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$\therefore$  ৫ম তম পদ  $= 1 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{5-1} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^4 = \frac{1}{4}$  (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, ১ম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

আমরা জানি,  $n$  তম পদের সমষ্টি  $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$\therefore$  ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি  $= \frac{1 \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$   
 $= \frac{1 - \frac{1}{32}}{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{32 - 1}{32}}{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}} = \frac{31}{32} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$   
 $= \frac{31}{32} \times \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$   
 $= \frac{31(2 + \sqrt{2})}{32}$  (Ans.)

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৭ এর উদাহরণ-২ এর সমাধান-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৬

প্রশ্ন ▶ ১৮  $\frac{1}{3x - 1} + \frac{1}{(3x - 1)^2} + \frac{1}{(3x - 1)^3} + \dots$

[বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা]

- ক.  $x = 2$  হলে প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ.  $x = 1$  হলে ধারাটির ৭ম এবং ১ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ▶ ১৯  $a = \frac{1}{3x - 1} = r, 4.03\bar{5}$  [এ.ভি.জে.এম. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মুন্সিগঞ্জ]

- ক. একটি অনুক্রম ও একটি অসীম ধারার উদাহরণ দাও। ২
- খ. আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশটিকে অনন্ত গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। 8
- গ. অসীম গুণোত্তর ধারাটি গঠন কর।  $x$  এর উপর প্রযোজ্য শর্তসহ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

### ১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

খ  $4.03\bar{5} = 4.0353535\dots$

$$= 4 + (.035 + .00035 + \dots)$$

এখানে, বন্ধনীর অভ্যন্তরে ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ,  $a = .035$  এবং

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{.00035}{.035} = .01$

$\therefore 4.03\bar{5} = 4 + \frac{a}{1 - r} = 4 + \frac{.035}{1 - (.01)}$   
 $= 4 + \frac{.035}{.99} = 4 + \frac{35}{990} = \frac{799}{198}$  (Ans.)

গ দেওয়া আছে,  $a = \frac{1}{3x - 1} = r$

$\therefore$  অসীম গুণোত্তর ধারাটি,  $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$\therefore \frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$$

অতঃপর সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

**প্রশ্ন ▶ ২০** (i)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$  এবং

(ii)  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

[বিদ্যুৎসিদ্ধি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]

ক. (i) নং ধারাটির পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২০ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** ধারাটির ১ম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

∴ আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ =  $ar^{n-1}$

∴ ধারাটির পঞ্চম পদ =  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{5-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5 = \frac{1}{4\sqrt{2}}$  (Ans.)

**খ** আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি =  $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি =  $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \left\{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{10}\right\}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$

[‘ক’ হতে পাই,  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ]

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1 - \frac{1}{32}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{32-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{31}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{31}{32} \times \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{31(\sqrt{2}+1)}{32}$$
 (Ans.)

**গ** সৃজনশীল প্রশ্ন ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

**প্রশ্ন ▶ ২১**  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \frac{1}{(4x+1)^4} + \dots \dots \dots \infty$

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

ক. x = 1 হলে ধারাটি এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ক-তে প্রাপ্ত ধারাটির 7 তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x-এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২১ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে, ধারাটি  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$

x = 1 হলে, ধারাটি  $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$

∴ সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\frac{1}{5^2}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$

**খ** ‘ক’ থেকে পাই,

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{5}$

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{5}$

ধারাটির 7ম পদ =  $ar^{7-1} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{7-1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^6} = \frac{1}{5^7}$  (Ans.)

ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি,  $S_7 = \frac{a(1-r^7)}{1-r}$  [ $\because r < 1$ ]

$$= \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{4} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)$$

$$= \frac{78124}{312500}$$
 (Ans.)

**গ** সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

**প্রশ্ন ▶ ২২** নিচের ধারা দুইটি লক্ষ কর:

(i)  $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$

(ii)  $8 + 88 + 888 + \dots$  [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, মোমেনশাহী]

ক. x = 1 হলে, (i) নং ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে (i) নং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২২ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রদত্ত ধারা,  $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$

x = 1 হলে ধারাটি,  $\frac{1}{2.1+1} + \frac{1}{(2.1+1)^2} + \frac{1}{(2.1+1)^3} + \dots$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots$$
 (Ans.)

∴ সাধারণ অনুপাত =  $\frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$  (Ans.)

**খ** সৃজনশীল ৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

**গ** দেওয়া আছে,  $8 + 88 + 888 + \dots$

ধরি,  $S = 8 + 88 + 888 + \dots$  n তম পদ

বা,  $S = 8(1 + 11 + 111 + \dots)$  nতম পদ

বা,  $\frac{S}{8} = 1 + 11 + 111 + \dots$  n তম পদ

বা,  $\frac{9S}{8} = 9 + 99 + 999 + \dots$

বা,  $\frac{9S}{8} = (10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots$

=  $10 + 100 + 1000 + \dots$  n তম পদ -  $(1+1+1 + \dots)$  nতম পদ

=  $(10 + 10^2 + 10^3 + \dots)$  nতম পদ - n

$$= 10 \cdot \frac{(10^n - 1)}{10 - 1} - n$$

বা,  $S = \frac{8}{9} \left\{ \frac{10}{9} (10^n - 1) - n \right\}$

∴  $S = \frac{80}{81} (10^n - 1) - \frac{8}{9} n$  (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ ২৩**  $x + xy + xy^2 + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

[জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর]

ক. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. x = 1 এবং y =  $\frac{1}{2}$  হলে, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর স্থলে 3, xy এর স্থলে 33, xy<sup>2</sup> এর স্থলে 333 বসালে, যে ধারা পাওয়া যায় তার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রদত্ত ধারা,  $x + xy + xy^2 + \dots$

প্রথম পদ,  $a = x$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{xy}{x} = y$

∴ 10 তম পদ  $= ar^{10-1} = xy^9$  (Ans.)

প্রদত্ত ধারা,  $S = x + xy + xy^2 + \dots$

$$= 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots \left[ \square x=1, y = \frac{1}{2} \right]$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$$

প্রথম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < 1$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান।

∴ অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$  (Ans.)

গ প্রদত্ত ধারাটি  $= x + xy + xy^2 + \dots$

$$= 3 + 33 + 333 + \dots$$

ধরি, ধারাটির  $n$  পদের সমষ্টি,

$$S = 3 + 33 + 333 + \dots + n\text{তম পদ}$$

$$= 3(1 + 11 + 111 + \dots + n\text{তম পদ})$$

$$= \frac{3}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n\text{তম পদ})$$

$$= \frac{3}{9}\{(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots + n\text{তম পদ}\}$$

$$= \frac{3}{9}\{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + n\text{তম পদ}) - (1 + 1 + 1 + \dots + n\text{তম পদ})\}$$

$$= \frac{3}{9}\{10(1 + 10 + 10^2 + \dots + n\text{তম পদ}) - n\}$$

$$= \frac{3}{9}\left\{\left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1}\right) - n\right\}$$

$$= \frac{30}{81}(10^n - 1) - \frac{3n}{9}$$

$$= \frac{10}{27}(10^n - 1) - \frac{n}{3}$$

অতএব, ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{10}{27}(10^n - 1) - \frac{n}{3}$$
 (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ (i)  $2 + \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$

(ii)  $\sqrt[3]{(1+x)} + \sqrt[3]{(1-x)} = \sqrt[3]{2}$  [শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর]

ক. 0.12 কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. (i) প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার ৭ম পদ নির্ণয় কর এবং অসীমতক সমষ্টি (যদি থাকে) তবে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

### ২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

প্রশ্ন ২৫  $1 + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+x)^3} + \dots$

[রাজবাড়ী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রাজবাড়ী]

ক. উদাহরণসহ সমান্তর ধারার সংজ্ঞা লিখ। ২

খ.  $x = 2$  হলে 7 তম পদ এবং 1ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি (অসীমতক) নির্ণয় কর। ৪

### ২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ৩(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

খ সূজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

অতঃপর 7 তম পদ  $= ar^{7-1} = ar^6$

$$= 1 \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$$
 (Ans.)

গ সূজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

প্রশ্ন ২৬ একটি অনুক্রমে  $n$  তম পদ  $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী]

ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 1ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং  $n$  এর মান যথেষ্ট ছোট হলে  $U_n$  এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কি বলা যায়? ৪

### ২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি অনুক্রমের  $n$ তম পদ  $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$

∴ ধারাটি হলো,  $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots$

$$= \frac{1}{1(1+1)} + \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{3(3+1)} + \frac{1}{4(4+1)} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$$

ধারার সাধারণ অনুপাত নেই কারণ এটি গুণোত্তর ধারা নয়।

খ এখানে,  $U_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

সুতরাং, 1ম 10 পদের সমষ্টি

$$S_{10} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{10}$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

∴ 1ম 10 পদের সমষ্টি  $= \frac{10}{11}$  (Ans.)

গ ধারাটির  $n$ -পদের সমষ্টি,

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{n+1} = \frac{n}{n(1+\frac{1}{n})} = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$$

$n \rightarrow \infty$  (অসীম) হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{1}{1+\frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1 \quad [\because \frac{1}{\infty} = 0]$$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 (Ans.)

$U_n = \frac{1}{n(n+1)}$  এখানে দেখা যায় যে,  $n$  এর মান বৃদ্ধি পেলে  $U_n$  এর মান

হ্রাস পায় এবং  $n$  এর মান হ্রাস পেলে  $U_n$  এর মান বৃদ্ধি পায়।  $n$  এর মান যথেষ্ট ছোট হলে  $U_n$  এর প্রান্তীয় মান পাওয়া যায় না অর্থাৎ অসীমের দিকে ধাবিত হয়।

প্রশ্ন ২৭  $7 + 77 + 777 + \dots$  এবং  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$

দুইটি ধারা। [বগুড়া সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বগুড়া]

ক.  $x = 1$  হলে, দ্বিতীয় ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম ধারাটির প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$ -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে দ্বিতীয় ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১১

খ  $7 + 77 + 777 + \dots + n$  তম পদ

$$= 7(1 + 11 + 111 + \dots + n\text{তম পদ})$$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n\text{তম পদ})$$

$$= \frac{7}{9} \{(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots + n \text{ তম পদ}\}$$

$$= \frac{7}{9} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + n \text{ তম পদ}) - (1 + 1 + 1 + \dots + n \text{ তম পদ})\}$$

$$= \frac{7}{9} \{10(1 + 10 + 10^2 + \dots + n \text{ তম পদ}) - n\}$$

$$= \frac{7}{9} \left\{ \left( 10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\}$$

$$= \frac{70}{81} (10^n - 1) - \frac{7n}{9}$$

অতএব, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{70}{81} (10^n - 1) - \frac{7n}{9} \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

প্রশ্ন ২৮ একটি ধারার n-তম পদ,  $U_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ .

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বিইউএসএমএস, পার্বতীপুর, দিনাজপুর]

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২  
 খ. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $7 + 77 + 777 + \dots$  ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

**২৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে, ধারাটির n-তম পদ,  $U_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

n = 1 হলে, ধারাটির প্রথম পদ =  $\frac{1}{1.2.3}$

n = 2 হলে, ,, দ্বিতীয় পদ =  $\frac{1}{2.3.4}$

n = 3 হলে, ,, তৃতীয় পদ =  $\frac{1}{3.4.5}$

∴ ধারাটি হবে,  $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots$  (Ans.)

খ n-তম পদ,  $U_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{n+2-n}{n(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (V_{n-1} - V_n) \left[ \text{awi, } V_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$$

∴ সমষ্টি,  $S_n = \frac{1}{2} (V_0 - V_n)$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \left[ \square V_0 = \frac{1}{(0+1)(0+2)} = \frac{1}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ২৭(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১২

প্রশ্ন ২৯  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} > \frac{31}{30}$  ও  $2x - y - 15 > 0$  দুইটি অসমতা এবং

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$  একটি গাণিতিক বাক্য।

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর]

- ক. ১ম অসমতাটি সমাধান কর। ২  
 খ. ২য় অসমতাটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। (বর্ণনাসহ) ৪  
 গ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে সকল  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য প্রদত্ত গাণিতিক বাক্যটি সত্যতা প্রমাণ কর। ৪

**২৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক প্রদত্ত অসমতা,  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} > \frac{31}{30}$

বা,  $\frac{15x + 10x + 6x}{30} > \frac{31}{30}$

বা,  $31x > 31$

∴  $x > 1$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $2x - y - 15 > 0$  ... .. (i)  
 অসমতাটিকে সমতা ধরে লেখচিত্র অঙ্কন করি।

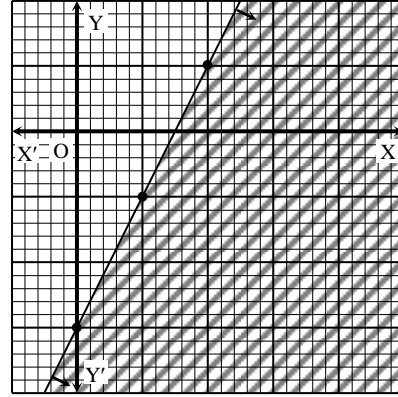
∴  $2x - y - 15 = 0$

বা,  $y = 2x - 15$  ... .. (ii)

লেখচিত্রস্থিত কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক :

|   |     |    |    |    |    |
|---|-----|----|----|----|----|
| x | 0   | 5  | 10 | 15 | 20 |
| y | -15 | -5 | 5  | 15 | 25 |

স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, -15), (5, -5), (10, 5), (15, 15), (20, 25) বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন কর।



(i) নং অসমতায় মূলবিন্দু (0, 0) বসিয়ে পাই,  $-15 > 0$  যা অসত্য। সুতরাং (ii) নং রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু আছে তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর জন্য (i) নং সত্য।

লেখচিত্রে গাঢ় চিহ্নিত অংশই (i) নং অসমতার সমাধান।

গ প্রশ্নাং: আমরা জানি,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$  ... .. (i)

(প্রথম ধাপ): n = 1 এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য। কারণ তখন (i) এর বামপক্ষ = 1

এবং ডানপক্ষ =  $1^2 = 1$

(দ্বিতীয় ধাপ): ধরা যাক, (i) বাক্যটি n = m এর জন্য সত্য।

অর্থাৎ  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2m-1) = m^2$  ... .. (ii)

(i) বাক্যটি n = m + 1 এর জন্য সত্য হবে যদি

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + \{2(m+1)-1\} = (m+1)^2$

বা,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2m+2-1) = (m+1)^2$

বা,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2m+1) = (m+1)^2$  ... .. (iii) সত্য হয়।

এখন, (ii) এর উভয় পক্ষে (2m+1) যোগ করে পাই,

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2m-1) + (2m+1) = 2m + 1 + m^2 = (m+1)^2$

∴ (iii) সত্য, অর্থাৎ n = m + 1 এর জন্যও (i) বাক্যটি সত্য।

সুতরাং, গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য (i) বাক্যটি সত্য। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩০ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r যেখানে

$a = \frac{1}{3x+1} = r$  এবং  $p = 5.03\bar{7}$ ।

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা]

- ক. x = 1 হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং r এর মান বের কর। ২  
 খ. অনস্ফুট গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে p কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪  
 গ. প্রদত্ত ধারাটি নির্ণয় কর। x এর উপর প্রযোজ্য শর্তসহ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

**৩০ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক x = 1 হলে,  $a = r = \frac{1}{3.1+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

∴  $a = \frac{1}{4}$  ও  $r = \frac{1}{4}$  (Ans.)

∴ ধারাটি,  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \dots$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $p = 5.03\bar{7}$

$= 5.037373737 \dots$

$= 5 + (0.037 + 0.000037 + 0.00000037 + \dots)$

এখানে, বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার  
প্রথম পদ,  $a = 0.037$  এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{0.0037}{0.037} = 0.01$

$$\therefore p = 5 + \frac{a}{1-r} = 5 + \frac{0.037}{1-0.01} = 5 + \frac{0.037}{0.99}$$

$$= 5 + \frac{37}{990} = \frac{4987}{990} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $a = \frac{1}{3x+1} = r$

$$\therefore \text{ধারাটি, } a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{3x+1} \cdot \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{3x+1} \cdot \left(\frac{1}{3x+1}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{(3x+1)^2} + \frac{1}{(3x+1)^3} + \dots$$

অতঃপর সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৫

$$\text{অতঃপর অসীমতক সমষ্টি} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3x+1}}{1-\frac{1}{3x+1}}$$

$$= \frac{1}{3x+1-1} = \frac{1}{3x} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩১ কোনো ধারার  $n$ -তম পদ,  $p_n = (1+x)^{n-2}$

*[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, কুমিল্লা]*

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২  
খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
গ. ধারাটির নবম পদ নির্ণয় কর।  $x = 2$  হলে, ধারাটির 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$n\text{-তম পদ, } U_n = (1+x)^{n-2}$$

$$n = 1 \text{ হলে, প্রথম পদ, } U_1 = (1+x)^{1-2} = (1+x)^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$n = 2 \text{ হলে, দ্বিতীয় পদ, } U_2 = (1+x)^{2-2} = (1+x)^0 = 1$$

$$n = 3 \text{ হলে, তৃতীয় পদ, } U_3 = (1+x)^{3-2} = (1+x)^1 = (1+x)$$

$$n = 4 \text{ হলে, চতুর্থ পদ, } U_4 = (1+x)^{4-2} = (1+x)^2$$

$$\therefore \text{ধারাটি হলো: } \frac{1}{1+x} + 1 + (1+x) + (1+x)^2 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ. ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{1+x}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{1+x} = (1+x)$$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } |1+x| < 1$$

$$\text{বা, } -1 < 1+x < 1$$

$$\text{বা, } -1-1 < 1+x-1 < 1-1 \text{ [(-1) যোগ করে]}$$

$$\therefore -2 < x < 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্তঃ } -2 < x < 0.$$

$$\therefore \text{ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, } S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{1+x}}{1-(1+x)}$$

$$= \frac{1}{1-1-x} = \frac{1}{-x} = \frac{1}{-x} \times \frac{1}{-x}$$

$$= \frac{1}{-x(1+x)}, x \neq -1 \text{ (Ans.)}$$

গ. ধারাটির নবম ( $n = 9$ ) পদ  $= (1+x)^{9-2} = (1+x)^7$  (Ans.)

$$x = 2 \text{ হলে প্রদত্ত ধারাটি হবে, } \frac{1}{3} + 1 + 3 + 3^2 + \dots$$

$$\text{প্রথম পদ, } a = \frac{1}{3}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{3} = 3 > 1$$

ধারাটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

$$\therefore n\text{-সংখ্যক পদের সমষ্টি, } S_n = a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, } S_{10} = a \cdot \frac{r^{10} - 1}{r - 1}$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{3^{10} - 1}{3 - 1} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{59048}{2}$$

$$= \frac{29524}{3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩২  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+2)^3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

*[নবাব ফয়জুল্লাহ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]*

- ক.  $x = 2$  এর জন্য ধারাটি নির্ণয় করে এর সাধারণ অনুপাত বের কর। ২  
খ.  $x = 3$  হলে ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি কত? ৪

#### ৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারা,  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+2)^3} + \dots$

$$x = 2 \text{ হলে ধারাটি, } \frac{1}{2+2} + \frac{1}{(2+2)^2} + \frac{1}{(2+2)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত} = \frac{4^2}{4} = \frac{1}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ.  $x = 3$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3+2} + \frac{1}{(3+2)^2} + \frac{1}{(3+2)^3} + \dots$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$$

$$\therefore 1\text{ম পদ, } a = \frac{1}{5}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5} < 1$$

$$\therefore \text{প্রথম আটটি পদের সমষ্টি} = a \cdot \frac{1-r^8}{1-r}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1-\frac{1}{5^8}}{1-\frac{1}{5}}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{5 \cdot 5^8 - 1}{5^8}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{5^8 - 1}{5^8} \right) \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{x+2}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{1}{x+2}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{বা, } \left| \frac{1}{x+2} \right| < 1$$

$$\text{বা, } |x+2| > 1$$

$$\text{অর্থাৎ, } x+2 > 1 \quad \text{অথবা, } x+2 < -1$$

$$\text{বা, } x > 1-2 \quad \text{বা, } x < -1-2$$

$$\therefore x > -1 \quad \therefore x < -3$$

$\therefore$  ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $x < -3$  অথবা  $x > -1$  হয়।

∴ অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{x+2}} = \frac{1}{\frac{x+2}{x+2}-\frac{1}{x+2}} = \frac{1}{\frac{x+2-1}{x+2}} = \frac{1}{\frac{x+1}{x+2}} = \frac{x+2}{x+1} \quad (\text{Ans.})$$

**প্রশ্ন ৩৩** কোন গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $\frac{2}{3}$  এবং অসীমতক সমষ্টি  $\frac{1}{2}$ ।

[কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা]

- ক. সাধারণ অনুপাত  $r$  ধরে প্রমাণ কর যে,  $3r+1=0$  ২  
 খ. ধারাটি নির্ণয় করে এর প্রথম ৫টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ. ধারাটি  $n$  তম আংশিক সমষ্টি  $\frac{40}{81}$  হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে,

ধারাটির ১ম পদ,  $a = \frac{2}{3}$  এবং অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{1}{2}$

ধরি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

আমরা জানি, অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{1-r}$$

$$\text{বা, } 1-r = \frac{2}{3} \times 2$$

$$\text{বা, } 1-r = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } r = 1 - \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } r = \frac{3-4}{3}$$

$$\text{বা, } r = \frac{-1}{3}$$

$$\text{বা, } 3r = -1$$

$$\therefore 3r+1=0 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

**খ** 'ক' হতে পাই,  $a = \frac{2}{3}$  এবং  $r = \frac{-1}{3}$

∴ ধারাটি,  $S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(\frac{-1}{3}\right) + \frac{2}{3} \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - \dots$$

এখানে,  $r = \frac{-1}{3} < 1$

$$\begin{aligned} \therefore S_n &= a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n}{1-\left(\frac{-1}{3}\right)} \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \frac{1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n}{1+\frac{1}{3}} \right\} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1+\frac{1}{3}}{\frac{3+1}{3}} \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \frac{243+1}{4} \right\} = \frac{2}{3} \times \frac{244}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{122}{243} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

**গ** দেওয়া আছে, ধারাটির  $n$  তম আংশিক সমষ্টি =  $\frac{40}{81}$

আমরা জানি,

$$n \text{ তম আংশিক সমষ্টি, } S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$\text{বা, } \frac{40}{81} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n}{1-\left(\frac{-1}{3}\right)} \right\}$$

$$\text{বা, } \frac{40}{81} \times \frac{3}{2} = \frac{1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n}{1+\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{20}{27} = \frac{1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n}{\frac{4}{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{20}{27} \times \frac{4}{3} = 1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n$$

$$\text{বা, } \frac{80}{81} = 1-\left(\frac{-1}{3}\right)^n$$

$$\text{বা, } \left(\frac{-1}{3}\right)^n = 1-\frac{80}{81}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{-1}{3}\right)^n = \frac{81-80}{81}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{-1}{3}\right)^n = \frac{1}{81}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{-1}{3}\right)^n = \left(\frac{1}{-3}\right)^4$$

$$\therefore n=4 \quad (\text{Ans.})$$

**প্রশ্ন ৩৪** নিচের ধারাগুলো লক্ষ্য কর : [চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ]

(i)  $6 + 66 + 666 + \dots$

(ii)  $(3y+5)^{-1} + (3y+5)^{-2} + (3y+5)^{-3} + \dots$

ক. (ii) নং ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর এবং  $y = -1$  হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ.  $y$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) নং ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রথম পদ  $a = (3y+5)^{-1}$

$$\begin{aligned} \text{সাধারণ অনুপাত} &= \frac{(3y+5)^{-2}}{(3y+5)^{-1}} = \frac{\frac{1}{(3y+5)^2}}{\frac{1}{3y+5}} \\ &= \frac{1}{(3y+5)^2} \times \frac{3y+5}{1} = \frac{1}{3y+5} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(ii) নং ধারাটি :

$(3y+5)^{-1} + (3y+5)^{-2} + (3y+5)^{-3} + \dots$

$y = -1$  হলে ধারাটি,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{3(-1)+5} + \frac{1}{\{3(-1)+5\}^2} + \frac{1}{\{3(-1)+5\}^3} + \dots \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

**খ** প্রদত্ত ধারাটি,

$$\frac{1}{3y+5} + \frac{1}{(3y+5)^2} + \frac{1}{(3y+5)^3} + \dots$$

$$\text{ধারাটির ১ম পদ } a = \frac{1}{3y+5}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{1}{(3y+5)^2}}{\frac{1}{3y+5}} = \frac{1}{3y+5}$$

$$\therefore r = \frac{1}{3y+5}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

$$\therefore \left| \frac{1}{3y+5} \right| < 1$$

$$\frac{1}{3y+5} \text{ অঋণাত্মক হলে,}$$

$$\therefore \frac{1}{3y+5} < 1$$

$$\text{বা, } 3y+5 > 1$$

$$\text{বা, } 3y + 5 - 5 > 1 - 5$$

$$\text{বা, } 3y > -4$$

$$\therefore y > -\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3y+5} \text{ ঋণাত্মক হলে,}$$

$$\text{অথবা, } \frac{1}{3y+5} > -1$$

$$\text{বা, } 3y + 5 < -1$$

$$\text{বা, } 3y + 5 - 5 < -1 - 5$$

$$\text{বা, } 3y < -6$$

$$\therefore y < -2$$

$$\therefore y > -\frac{4}{3} \text{ অথবা, } y < -2 \text{ হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে।}$$

$$\therefore \text{ অসীমতক সমষ্টি,}$$

$$S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{3y+5}} = \frac{3y+5}{3y+5-1} = \frac{3y+5}{3y+4}$$

$$= \frac{1}{3y+5} \times \frac{3y+5}{3y+4} = \frac{1}{3y+4} \text{ (Ans.)}$$

গ) ধরি,  $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots$  n তম পদ

$$= 6(1 + 11 + 111 + \dots \text{ n তম পদ})$$

$$= \frac{6}{9}(9 + 99 + 999 + \dots \text{ n তম পদ})$$

$$= \frac{6}{9} \{(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots \text{ n তম পদ}\}$$

$$= \frac{6}{9} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots \text{ n তম পদ}) - (1 + 1 + \dots \text{ n তম পদ})\}$$

$$= \frac{6}{9} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n\}$$

$$= \frac{6}{9} \left\{ \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right\}$$

$$= \frac{20}{27}(10^n - 1) - \frac{2n}{3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৫ ধারাটি লক্ষ্য কর:

$$(4x + 1)^{-1} + (4x + 1)^{-2} + (4x + 1)^{-3} + \dots$$

ইন্স্পাহানি পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম

ক.  $x = 1$  হলে ধারাটি এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত ধারাটির 7 তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) দেওয়া আছে,

$$S = \frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$$

$$x = 1 \text{ হলে, } S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ, } a = \frac{1}{5}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5} \text{ (Ans.)}$$

খ) ধারাটির  $n$ ম পদ  $= ar^{n-1} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{5^n}$  (Ans.)

ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি,

$$S_7 = \frac{a(1-r^7)}{1-r} \quad \therefore |r| < 1$$

$$= \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{\frac{4}{5}}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{5}{4} \left(1 - \frac{1}{78125}\right)$$

$$= 0.25 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ) সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

প্রশ্ন ▶ ৩৬ নিচের ধারাগুলো লক্ষ্য করো:

$$(i) 6 + 66 + 666 + \dots$$

$$(ii) (3y + 5)^{-1} + (3y + 5)^{-2} + (3y + 5)^{-3} + \dots$$

চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম

ক. (ii) নং ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর এবং  $y = -1$  হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ.  $y$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) নং ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১৫

প্রশ্ন ▶ ৩৭  $F(x, y, z) = (x + y + z)(xy + yz + zx) - xyz$  এবং একটি

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ } U_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}, n \in \mathbb{N}$$

চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম

ক. দেখাও যে,  $F(x, y, z)$  একটি চক্রক্রমিক রাশি। ২

খ.  $F(x, y, z) = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $(x + y + z)^5 = x^5 + y^5 + z^5$  ৪

গ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) দেওয়া আছে,  $F(x, y, z) = (x + y + z)(xy + yz + zx) - xyz$

$$\text{এখন, } F(y, z, x) = (y + z + x)(yz + zx + xy) - yzx$$

$$= (x + y + z)(xy + yz + zx) - xyz$$

$$= F(x, y, z)$$

$\therefore F(x, y, z)$  একটি চক্রক্রমিক রাশি। (দেখানো হলো)

খ) দেওয়া আছে,  $F(x, y, z) = 0$

$$\text{বা, } (x + y + z)(xy + yz + zx) - xyz = 0$$

$$\text{বা, } x^2y + xyz + x^2z + xy^2 + y^2z + xyz + xyz + yz^2 + xz^2 - xyz = 0$$

$$\text{বা, } x^2y + xyz + x^2z + xy^2 + y^2z + xyz + yz^2 + xz^2 = 0$$

$$\text{বা, } x^2y + xyz + xy^2 + y^2z + x^2z + xz^2 + xyz + yz^2 = 0$$

$$\text{বা, } xy(x + z) + y^2(x + z) + xz(x + z) + yz(x + z) = 0$$

$$\text{বা, } (x + z)(xy + y^2 + xz + yz) = 0$$

$$\text{বা, } (x + z)\{y(x + y) + z(x + y)\} = 0$$

$$\text{বা, } (x + z)(x + y)(y + z) = 0$$

$$\therefore (x + y)(y + z)(x + z) = 0$$

$$\text{হয়, } x + y = 0 \text{ অথবা } (y + z) \text{ অথবা } (z + x) = 0$$

$$\therefore x = -y \text{ অথবা, } y = -z \text{ অথবা, } z = -x$$

$$x = -y \text{ হলে, বামপক্ষ} = (-y + y + z)^5 = z^5$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = (-y)^5 + y^5 + z^5 = z^5$$

$$\text{আবার, } y = -z \text{ হলে, বামপক্ষ} = (x - z + z)^5 = x^5$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = x^5 + (-z)^5 + z^5 = x^5$$

$$\text{এবং } z = -x \text{ হলে, বামপক্ষ} = (x + y - x)^5 = y^5$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = x^5 + y^5 + (-x)^5 = y^5$$

$$\text{অর্থাৎ, } (x + y + z)^5 = x^5 + y^5 + z^5 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ) দেওয়া আছে,

$$U_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}, n \in \mathbb{N}$$

$$\therefore U_1 = (-1)^{1+1} \frac{1}{(x+1)^1} = \frac{1}{x+1}$$

$$U_2 = (-1)^{2+1} \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

$$U_3 = (-1)^{3+1} \frac{1}{(x+1)^3} = \frac{1}{(x+1)^3}$$

∴ ধারাটি হলো:  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} - \dots$

প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{x+1}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -\frac{1}{(x+1)^2} \div \frac{1}{(x+1)} = -\frac{1}{(x+1)}$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি  $|r| < 1$  অর্থাৎ

$$\left| -\frac{1}{(x+1)} \right| < 1 \text{ হয়}$$

$$\text{সুতরাং } -1 < -\frac{1}{(x+1)} < 1$$

$$\text{এখন, } -1 < -\frac{1}{(x+1)}$$

$$\text{বা, } -1 > -(x+1)$$

$$\text{বা, } 1 < x+1$$

$$\text{বা, } 1-1 < x+1-1$$

$$\therefore x > 0$$

$$\text{আবার, } -\frac{1}{(x+1)} < 1$$

$$\text{বা, } -(x+1) > 1$$

$$\text{বা, } x+1 < -1$$

$$\text{বা, } x+1-1 < -1-1$$

$$\therefore x < -2$$

$$\therefore \text{শর্ত: } x > 0 \text{ অথবা } x < -2$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি,}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{x+1}}{1 - \left(-\frac{1}{x+1}\right)} = \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x+1+1}{x+1}} = \frac{1}{(x+1) \times \frac{(x+1)+1}{x+1}} = \frac{1}{x+2} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ৩৮**  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি অসীম

গুণোত্তর ধারা। [জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক.  $x = 1$  হলে ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? ২

খ.  $x = 2$  হলে ধারাটির 10 তম পদ নির্ণয় কর এবং 1ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x$ -এর ওপর কি শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

**৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

$x = 1$  হলে ধারাটি,

$$\frac{1}{3 \cdot 1 - 1} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

$$\text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

**খ** প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

$x = 2$  হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3 \cdot 2 - 1} + \frac{1}{(3 \cdot 2 - 1)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 2 - 1)^3} + \dots$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

ধারাটির 1ম পদ,  $a = \frac{1}{5}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ধারাটির 10 তম পদ} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{10-1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^9} = \frac{1}{5^{10}} \text{ (Ans.)}$$

আবার, গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$  যখন  $1 > r$

$$\therefore \text{প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, } S_{10} = \frac{\frac{1}{5} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \right\}}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \times \frac{5^{10} - 1}{5^{10}} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{5^{10} - 1}{5^{10}}\right) \text{ (Ans.)}$$

**গ** সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-1১০৬

**প্রশ্ন ▶ ৩৯** একটি গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ,  $u_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

[পটুয়াখালী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী]

ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং তা নির্ণয় কর। ৪

গ.  $x = 1$  এর জন্য উক্ত ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে কিনা? থাকলে যুক্তিসহ তা নির্ণয় কর। ৪

**৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেওয়া আছে, সাধারণ পদ  $u_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}$ ;  $n \in \mathbb{N}$

$$\therefore \text{যখন } n = 1 \text{ তখন } u_1 = \frac{1}{x+1}$$

$$" \quad n = 2 \text{ তখন } u_2 = -\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$" \quad n = 3 \text{ তখন } u_3 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$\therefore \text{ধারাটি হবে, } \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} - \dots$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{(x+1)^2} \div \frac{1}{x+1} = -\frac{1}{x+1} \text{ (Ans.)}$$

**খ** 'ক' হতে পাই,  $r = -\frac{1}{x+1}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে,

যদি  $|r| < 1$

$$\text{অর্থাৎ } \left| -\frac{1}{x+1} \right| < 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{|x+1|} < 1$$

$$\text{বা, } |x+1| > 1 \quad [|x+1| \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \pm(x+1) > 1$$

$$\text{হয়, } (x+1) > 1 \quad \text{অথবা } -(x+1) > 1$$

$$\text{বা, } x > 0 \quad \text{বা, } x+1 < -1$$

$$\therefore x < -2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত: } x > 0 \text{ অথবা } x < -2$$

**গ**  $x = 1$  হলে উক্ত ধারাটি হবে,

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \dots$$

$$\text{এখানে, সাধারণ অনুপাত, } r = -\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

যেহেতু  $|r| < 1$

$\therefore x = 1$  এর জন্য ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ, } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ৪০**  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

[এ.কে. স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক.  $2x^2 - 6x - 1 = 0$  সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ২  
 খ. উদ্দীপকে  $x = 1$  বসালে যে ধারাটি উৎপন্ন হয়, সে ধারাটি লেখ এবং ধারাটির 10 তম পদ ও 1ম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ. উদ্দীপকের ধারাটির  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

**৪০ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক.  $2x^2 - 6x - 1 = 0$

$$\therefore x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 + 8}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{44}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{11}}{4}$$

$$= \frac{2(3 \pm \sqrt{11})}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$\therefore \text{মূলদ্বয় } \frac{3 + \sqrt{11}}{2}, \frac{3 - \sqrt{11}}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রদত্ত ধারা  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$

$$x = 1 \text{ হলে ধারাটি দাঁড়ায় } \frac{1}{3 \cdot 1 + 2} + \frac{1}{(3 \cdot 1 + 2)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 1 + 2)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রাপ্ত ধারার প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{5}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$$\therefore 10 \text{ তম পদ} = ar^{10-1} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^9 = \frac{1}{5^{10}} \text{ (Ans.)}$$

আবার, প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$  [ $r < 1$ ]

$\therefore$  প্রথম 12টি পদের সমষ্টি,

$$S_{12} = \frac{a(1-r^{12})}{1-r} = \frac{\frac{1}{5} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{12} \right\}}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{5^{13}}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{5^{12}-1}{5^{13}}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{5^{12}-1}{5^{12}}\right) \text{ (Ans.)}$$

- গ. সৃজনশীল প্রশ্ন ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ▶ ৪১ একটি উদ্বায়ী বস্তু এমনভাবে ক্ষয়প্রাপ্ত হয় যে, এর প্রত্যেক পরবর্তী দিনে পূর্ববর্তী দিনের  $\frac{3}{4}$  অংশ অবশিষ্ট থাকে। [সিভিল এভিয়েশন উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

- ক. ধারা ও অনুক্রম বলতে কি বুঝ? উদাহরণ দাও। ২  
 খ. যদি বস্তুটির প্রাথমিক ভর  $x$  একক হয়, তবে উক্ত তথ্যানুসারে ধারাটি গঠন কর এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে কি? থাকলে তা নির্ণয় কর। ৪

**৪১ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. অনুক্রম : কতগুলো রাশি একটি বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের ও পরের পদের সাথে কিভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।

ধারা : কোনো অনুক্রমের পদগুলো পরপর '+' চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা পাওয়া যায়।

খ. প্রদত্ত তথ্যানুসারে ধারাটি,

$$x + \frac{3x}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 x + \left(\frac{3}{4}\right)^3 x + \dots \text{ (Ans.)}$$

ধারাটির 1ম পদ,  $a = x$

এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{3x}{4} = \frac{3}{4} < 1$

$$\therefore \text{প্রথম দশটি পদের সমষ্টি} = x \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10}}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$= x \cdot \frac{(4^{10} - 3^{10}) \cdot 4}{4^{10} \cdot (4 - 3)}$$

$$= x \left(\frac{4^{10} - 3^{10}}{4^9}\right) \text{ (Ans.)}$$

গ.  $\therefore |r| = \left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4} < 1$

সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে।

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{x}{1-\frac{3}{4}} = \frac{x}{\frac{1}{4}} = 4x \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৪২ (i)  $\frac{1}{(3x-1)} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

(ii)  $x^2 - 2xy + 8y^2 = 8, 3xy - 2y^2 = 4$

[গাজীপুর ক্যান্টনমেন্ট বোর্ড আন্ড্র উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর]

- ক.  $x = 2$  হলে প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রাপ্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
 গ. (ii) নং সমীকরণ জোড়াটিকে সমাধান করে  $(x, y)$  নির্ণয় কর। ৪

**৪২ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. সৃজনশীল প্রশ্ন ৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

খ. সৃজনশীল প্রশ্ন ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৪ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৯৯

প্রশ্ন ▶ ৪৩  $A = x^2 - 2xy + 8y^2, B = 3xy - 2y^2$  এবং  $(4b+1)^{-1} + (4b+1)^{-2} + (4b+1)^{-3} + \dots$  একটি অসীম ধারা। [কে.কে. গণ্ড ইনস্টিটিউশন, মুন্সিগঞ্জ]

- ক.  $2x^2 - 5x - 1 = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি ও ধরন নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $A = 8$  এবং  $B = 4$  হলে  $(x, y)$  নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $b$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে উদ্দীপকে উলিখিত ধারাটির সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

**৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. প্রদত্ত সমীকরণ,  $2x^2 - 5x - 1 = 0$

$$\therefore \text{নিশ্চায়ক} = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 25 + 8 = 33$$

নিশ্চায়ক  $> 0$  কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়। সুতরাং মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

খ. দেওয়া আছে,  $A = x^2 - 2xy + 8y^2$  ও  $B = 3xy - 2y^2$

শর্তমতে,  $A = 8$  এবং  $B = 4$

$$\therefore x^2 - 2xy + 8y^2 = 8 \therefore 3xy - 2y^2 = 4$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৪ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৯৯

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

প্রশ্ন ▶ ৪৪ একটি গুণোত্তর ধারার তিনটি ক্রমিক পদের সমষ্টি  $24 \frac{4}{5}$  এবং

গুণফল 64।

[রাজবাড়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজবাড়ী]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর। ২  
 খ. ধারাটির 1ম পদ ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪  
 গ. সাধারণ অনুপাত কত হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকে এবং সেই সমষ্টি কত নির্ণয় কর। ৪

**৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. ধরি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $= a$

সাধারণ অনুপাত  $= r$

∴ ধারার ১ম ৩টি পদ a, ar ও ar²

$$\text{শর্তমতে, } a + ar + ar^2 = 24 \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } a(1 + r + r^2) = 24 \frac{4}{5} = \frac{124}{5} \dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } a \cdot ar \cdot ar^2 = 64$$

$$\text{বা, } a^3 r^3 = 64$$

$$\text{বা, } ar = 4 \dots\dots (2)$$

খ (1) সমীকরণকে (2) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{1 + r + r^2}{r} = \frac{124}{20}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{r} + 1 + r = \frac{31}{5}$$

$$\text{বা, } r + \frac{1}{r} = \frac{26}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{r^2 + 1}{r} = \frac{26}{5}$$

$$\text{বা, } 5r^2 + 5 = 26r$$

$$\text{বা, } 5r^2 - 26r + 5 = 0$$

$$\text{বা, } 5r^2 - 25r - r + 5 = 0$$

$$\text{বা, } 5r(r - 5) - 1(r - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (r - 5)(5r - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } r - 5 = 0$$

$$\text{অথবা, } 5r - 1 = 0$$

$$\therefore r = 5$$

$$\text{বা, } 5r = 1$$

$$\text{বা, } r = \frac{1}{5}$$

$$\text{আবার, } ar = 4$$

$$\text{বা, } a = \frac{4}{r}$$

$$\text{বা, } a = \frac{4}{\frac{1}{5}} \text{ [যখন, } r = \frac{1}{5}]$$

$$\text{বা, } a = 20$$

$$\text{অথবা, } a = \frac{4}{5} \text{ [যখন, } r = 5]$$

∴ ধারাটির প্রথম পদ  $\frac{4}{5}$  অথবা 20 এবং সাধারণ অনুপাত 5 অথবা  $\frac{1}{5}$  (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই, সাধারণ অনুপাত 5 অথবা  $\frac{1}{5}$ .

আমরা জানি, কোনো গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকে যখন সাধারণ অনুপাত  $< 1$  হয়।

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত} = \frac{1}{5} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং ১ম পদ} = 20 \left[ \text{hLb } r = \frac{1}{5} \right]$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি} = \frac{20}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{20}{\frac{4}{5}} = \frac{20}{4} \times \frac{5}{1} = 25 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8৫  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

[নওগাঁ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ]

ক.  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \dots$  অনুক্রমের সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ.  $x = \frac{1}{3}$  হলে ধারাটির ৫ম পদ এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অনুক্রমটির প্রথম পদ  $= \frac{1}{2} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1}$

$$\text{২য় পদ} = -\frac{2}{3} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1}$$

$$\text{৩য় পদ} = \frac{3}{4} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$n \text{ তম পদ} = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটির সাধারণ পদ} = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1} \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত ধারা  $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$

$$x = \frac{1}{3} \text{ হলে, } \frac{1}{3 \cdot \frac{1}{3} + 2} + \frac{1}{\left(3 \cdot \frac{1}{3} + 2\right)^2} + \frac{1}{\left(3 \cdot \frac{1}{3} + 2\right)^3} + \dots\dots$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots\dots\dots$$

$$\text{প্রথম পদ, } a = \frac{1}{3}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{3^2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{3} < 1$$

$$\therefore 5 \text{ তম পদ} = ar^{5-1} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3^5} \text{ (Ans.)}$$

এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = \frac{a(1-r^{10})}{1-r} = \frac{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{3^{11}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3^{11}}\right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{10}}\right) \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন 8৬ নিচের ধারাগুলো লক্ষ কর:

$$(i) 4 + 44 + 444 + \dots$$

$$(ii) \frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots \dots \dots$$

[হিম্মাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা সেনানিবাস, কুমিল্লা]

ক. (ii) নং ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর এবং  $x = 1$  হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

#### ৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(4x+1)^2} \div \frac{1}{4x+1}$$

$$= \frac{1}{(4x+1)^2} \times (4x+1) = \frac{1}{4x+1} \text{ (Ans.)}$$

$$x = 1 \text{ হলে, ধারাটি} : \frac{1}{4 \cdot 1 + 1} + \frac{1}{(4 \cdot 1 + 1)^2} + \frac{1}{(4 \cdot 1 + 1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots\dots\dots \text{ (Ans.)}$$

খ সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

গ ধরি,  $S_n = 4 + 44 + 4444 + \dots + n$  তম পদ

$$= 4(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ তম পদ})$$

$$= \frac{4}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ তম পদ})$$

$$= \frac{4}{9}\{(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + (n - 1) \text{ তম পদ}\}$$

$$= \frac{4}{9}\{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + n \text{ তম পদ}) - (1 + 1 + 1 + \dots + n \text{ তম পদ})\}$$

$$= \frac{4}{9}\{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n\}$$

$$= \frac{4}{9} \left\{ \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right\}$$

$$= \frac{4}{9} \left\{ \frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right\}$$

$$= \frac{40}{81} (10^n - 1) - \frac{4n}{9} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ▶ ৪৭ a + ab + ab² + ..... একটি গুণোত্তর ধারা।

[সিলাভার বেল গার্লস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক. ধারাটির 10 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. a = 1 এবং b =  $\frac{1}{2}$  হলে, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. a এর স্থলে 3, ab এর স্থলে 33 এবং ab² এর স্থলে 333 বসালে যে ধারাটি পাওয়া যায় তার প্রথম সংখ্যক n পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১১

প্রশ্ন ▶ ৪৮  $1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \dots$

[খাগড়াছড়ি ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, খাগড়াছড়ি]

ক. উদাহরণসহ সমাস্ক্র ধারার সংজ্ঞা দাও। ২

খ. y = 2 হলে, ধারাটির ১ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. y এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

প্রশ্ন ▶ ৪৯  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

ক. x = 1 হলে প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x = 2 হলে ধারাটির ১০তম পদ এবং ১ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

#### ৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

x = 1 হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3 \cdot 1 - 1} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^3} + \dots$   
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

∴ ধারাটির সাধারণ অনুপাত =  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  (Ans.)

খ. x = 2 হলে ধারাটি,  $\frac{1}{3 \cdot 2 - 1} + \frac{1}{(3 \cdot 2 - 1)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 2 - 1)^3} + \dots$   
 $= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$

যার প্রথম পদ, a =  $\frac{1}{5}$

সাধারণ অনুপাত, r =  $\frac{1}{5^2} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar<sup>n-1</sup>

∴ 10তম পদ =  $\frac{1}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^{10-1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^9} = \frac{1}{5^{10}}$  (Ans.)

অতঃপর সৃজনশীল-২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

গ. সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ▶ ৫০  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$  [জুড়ি মডেল উচ্চ বিদ্যালয়, মৌলভীবাজার]

ক. ধারাটির ৬ষ্ঠ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির ১ম দশটি পদের সমষ্টি বের কর। ৪

গ. ধারাটির যদি অসীমতক সমষ্টি থাকে তা বের কর। ৪

#### ৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, ১ম পদ a = 1

সাধারণ অনুপাত, r =  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

∴ আমরা জানি, n-তম পদ = ar<sup>n-1</sup>

∴ ৬ষ্ঠ তম পদ =  $1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{6-1} = 1 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5$   
 $= 1 \times \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$  (Ans.)

খ. ১ম দশটি পদের সমষ্টি = a.  $\frac{1-r^{10}}{1-r}$   
 $= 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1 - \frac{1}{32}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$   
 $= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{32-1}{32}$   
 $= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \cdot \frac{31}{32}$   
 $= \frac{2+\sqrt{2}}{2-1} \cdot \frac{31}{32}$   
 $= \frac{31}{32}(2+\sqrt{2})$  (Ans.)

গ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৭ এর উদাহরণ-২(৩) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১২৬

প্রশ্ন ▶ ৫১ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। [শ্রীমঙ্গল সরকারি বাণিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মৌলভীবাজার]

ক. দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার ধরে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর। ২

খ. [সৃজনশীল প্রশ্ন] কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x কে কোনো ধারার প্রথম পদ এবং  $\frac{1}{x-y}$  কে সাধারণ অনুপাত বিবেচনা করে গঠিত ধারার অসীমতক সমষ্টি (যদি থাকে) নির্ণয় কর। ৪

#### ৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার  
 আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ y মিটার  
 আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 2(x + y) মিটার  
 ক্ষেত্রফল xy বর্গমিটার

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{x^2 + y^2}$

∴ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি =  $2\sqrt{x^2 + y^2}$

প্রশ্নমতে,  $2(x + y) = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 8$

বা,  $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$  ..... (i)

এবং xy = 48 ..... (ii)

খ. 'ক' এর (i)নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে বর্গ করে পাই,

$x^2 + y^2 = (x + y - 4)^2$

বা,  $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 8(x + y) + 16$

বা,  $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 16$

বা,  $0 = 2xy - 8x - 8y + 16$

বা,  $2xy - 8x - 8y + 16 = 0$

বা,  $2 \times 48 - 8x - 8y + 16 = 0$  [∵ xy = 48]

বা,  $96 - 8x - 8y + 16 = 0$

বা,  $112 - 8x - 8y = 0$

বা,  $8(x + y) = 112$

বা,  $x + y = 14$

∴  $x = 14 - y$  ..... (iii)

(ii) নং সমীকরণে x = 14 - y বসিয়ে পাই,

$(14 - y)y = 48$

বা,  $14y - y^2 - 48 = 0$

বা,  $y^2 - 14y + 48 = 0$  [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা,  $y^2 - 8y - 6y + 48 = 0$

বা,  $y(y - 8) - 6(y - 8) = 0$

∴  $(y - 8)(y - 6) = 0$

এখন, হয় y - 8 = 0 অথবা y - 6 = 0

∴ y = 8

(iii)নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

y = 8 হলে x = 14 - 8 = 6

y = 6 হলে x = 14 - 6 = 8

∴ x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ এবং দৈর্ঘ্য > প্রস্থ

∴  $y = 8$  এবং  $x = 6$  গ্রহণযোগ্য নয়  
সুতরাং  $x = 8, y = 6$  (Ans.)

গ। কোন ধারার প্রথম পদ 8 এবং সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{8-6} = \frac{1}{2}$  হলে, ধারাটি

হবে  $8 + 4 + 2 + \dots \dots \dots$

এখানে, ধারার প্রথম পদ,  $a = 8$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{1}{2} < 1$

∴ গঠিত ধারার অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$

∴ অসীমতক সমষ্টি 16 (Ans.)