







$$\begin{aligned} \text{এবং } q &= 15p^2 - 6p = 15 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{6} \\ &= 15 \cdot \frac{1}{36} - 1 = \frac{5}{12} - 1 = -\frac{7}{12} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} B &= (3-x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 \\ &= (3-x) \left[ \binom{8}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots \right] \\ &= (3-x) \left[ 1.1 + \frac{8x}{1 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 x^2}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8} + \dots \right] \\ &= (3-x)(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots) \\ &= (3 + 12x + 21x^2 + 21x^3 + \dots) + (-x - 4x^2 - 7x^3 - 7x^4 - \dots) \\ &= 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে বিস্তৃত } (3-x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots$$

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে  $x = 0.1$  বসিয়ে পাই,

$$(3-0.1) \left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^8 = 3 + 11 \times 0.1 + 17 \times (0.1)^2 + 14 \times (0.1)^3 + \dots$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 2.9 \times (1.05)^8 &= 3 + 1.1 + 17 \times 0.01 + 14 \times 0.001 + \dots \\ &= 3 + 1.1 + 0.17 + 0.014 + \dots \\ &= 4.284 \text{ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)} \end{aligned}$$

$$\therefore 2.9 \times (1.05)^8 = 4.284 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭  $(1+p^2)^7$ ,  $\left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি। [ক. বো. '১৫]

ক. ১ম দ্বিপদীটির পদসংখ্যা এবং শেষপদ নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর। ৪

গ. দ্বিতীয় রাশির বিস্তৃতিতে  $y^3$ -এর সহগ 160 হলে  $k$ -এর মান নির্ণয় কর। ৪

#### ৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,  $(1+y)^n$  এর বিস্তৃতিতে  $(n+1)$  সংখ্যক পদ আছে। সুতরাং,  $(1+p^2)^7$  এর বিস্তৃতিতে  $(7+1)$  বা, ৪টি পদ আছে। (Ans.)

$$\begin{aligned} (1+p^2)^7 \text{ দ্বিপদীটির শেষপদ} &= \binom{7}{7} (p^2)^7 \\ &= 1 \cdot p^{14} = p^{14} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ ১ম দ্বিপদীটিকে বিস্তৃতি করে,

$$\begin{aligned} (1+p^2)^7 &= \binom{7}{0} (p^2)^0 + \binom{7}{1} (p^2)^1 + \binom{7}{2} (p^2)^2 + \binom{7}{3} (p^2)^3 + \\ &\quad \binom{7}{4} (p^2)^4 + \binom{7}{5} (p^2)^5 + \binom{7}{6} (p^2)^6 + \binom{7}{7} (p^2)^7 \\ &= 1.1 + \frac{7}{1} p^2 + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} p^4 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^6 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} p^8 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} p^{10} \\ &\quad + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} p^{12} + 1 \cdot p^{14} \\ &= 1 + 7p^2 + 21p^4 + 35p^6 + 35p^8 + 21p^{10} + 7p^{12} + p^{14} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} \left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6 &= (y^2)^6 + \binom{6}{1} (y^2)^5 \left(\frac{k}{y}\right) + \binom{6}{2} (y^2)^4 \left(\frac{k}{y}\right)^2 + \binom{6}{3} (y^2)^3 \left(\frac{k}{y}\right)^3 \\ &\quad + \binom{6}{4} (y^2)^2 \left(\frac{k}{y}\right)^4 + \dots \\ &= y^{12} + \binom{6}{1} y^{10} \frac{k}{y} + \binom{6}{2} y^8 \frac{k^2}{y^2} + \binom{6}{3} y^6 \frac{k^3}{y^3} \\ &\quad + \binom{6}{4} y^4 \frac{k^4}{y^4} + \dots \\ &= y^{12} + \binom{6}{1} ky^9 + \binom{6}{2} k^2 y^6 + \binom{6}{3} k^3 y^3 + \binom{6}{4} k^4 + \dots \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \binom{6}{3} k^3 = 160$$

$$\text{বা, } \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^3 = 160$$

$$\text{বা, } 20k^3 = 160$$

$$\text{বা, } k^3 = 8$$

$$\therefore k = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৮ কোনো ধারার  $n$ তম পদ  $U_n = (1+x)^{n-2}$  হলে - [চ. বো. '১৬]

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ.  $x$  এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক পদের সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। উক্ত পদের বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান 540 হলে,  $x$  এর মান কত হবে? ৪

#### ৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$n\text{-তম পদ, } U_n = (1+x)^{n-2}$$

$$n=1 \text{ হলে, প্রথম পদ, } U_1 = (1+x)^{1-2} = (1+x)^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$n=2 \text{ হলে, দ্বিতীয় পদ, } U_2 = (1+x)^{2-2} = (1+x)^0 = 1$$

$$n=3 \text{ হলে, তৃতীয় পদ, } U_3 = (1+x)^{3-2} = (1+x)^1 = (1+x)$$

$$n=4 \text{ হলে, চতুর্থ পদ, } U_4 = (1+x)^{4-2} = (1+x)^2$$

$$\therefore \text{ধারাটি হলো: } \frac{1}{1+x} + 1 + (1+x) + (1+x)^2 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{1+x}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{1+x} = (1+x)$$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } |1+x| < 1$$

$$\text{বা, } -1 < 1+x < 1$$

$$\text{বা, } -1-1 < 1+x-1 < 1-1 \text{ [(-1) যোগ করে]}$$

$$\therefore -2 < x < 0$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে শর্ত: } -2 < x < 0.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, } S_\infty &= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{1+x}}{1-(1+x)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+x}}{1-1-x} = \frac{1}{1+x} \times \frac{1}{-x} \\ &= \frac{1}{-x(1+x)}, x \neq -1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ দেওয়া আছে,

$$n \text{ তম পদ, } U_n = (1+x)^{n-2}$$

$$\therefore \text{অষ্টম (n=8) পদ, } U_8 = (1+x)^{8-2} = (1+x)^6 \text{ (Ans.)}$$

এখন,  $(1+x)^6$  এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা হবে = 7টি।

যেহেতু পদসংখ্যা = 7, তাই মধ্যপদটি হবে 4 তম পদ

$$\therefore (1+x)^6 \text{ এর বিস্তৃতিতে 4 তম পদ বা } (3+1) \text{ তম পদ}$$

$$= {}^6C_3 (1)^{6-3} (x)^3 = 20x^3$$

প্রশ্নানুসারে,

$$20x^3 = 540$$

$$\text{বা, } x^3 = \frac{540}{20}$$

$$\text{বা, } x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯  $A = (1-x)^8$  এবং  $B = (1+x)^7$ . [ঘ. বো. '১৬]

ক. B কে  $x^4$  পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। ২

খ. A কে চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর এবং উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে  $(0.9)^8$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, AB এর বিস্তৃতিতে  $x^7$  এর সহগ 35. ৪

#### ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $B = (1+x)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x)^7 = 1^7 + \binom{7}{1} 1^6 x + \binom{7}{2} 1^5 x^2 + \binom{7}{3} 1^4 x^3 + \binom{7}{4} 1^3 x^4 + \dots$$

$$= 1 + 7x + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^4 + \dots$$

$$= 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$A = (1-x)^8$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-x)^8 = 1^8 + \binom{8}{1} \cdot 1^7 \cdot (-x) + \binom{8}{2} \cdot 1^6 \cdot (-x)^2 + \binom{8}{3} \cdot 1^5 \cdot (-x)^3 + \dots$$

$$= 1 - 8x + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} (-x)^3 + \dots$$

$$= 1 - 8x + 28x^2 - 56x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্নমতে,

$$(1-x)^8 = (0.9)^8$$

$$\text{বা, } 1-x = 0.9$$

$$\text{বা, } 1-0.9 = x$$

$$\therefore x = 0.1$$

এখন  $x = 0.1$  বসিয়ে পাই,

$$(1-0.1)^8 = 1 - 8(0.1) + 28(0.1)^2 - 56(0.1)^3 + \dots$$

$$\therefore (0.9)^8 = 1 - 0.8 + 0.28 - 0.056 + \dots$$

$$= 0.424 \text{ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)}$$

গ) দেওয়া আছে,  $A = (1-x)^8$

$$B = (1+x)^7$$

$$\therefore AB = (1-x)^8(1+x)^7$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১০

প্রশ্ন ১০  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি ধারা এবং

$(x - \frac{k}{x^2})^8$  একটি দ্বিপদী রাশি। [ক. বো. '১৬]

ক.  $x = 1$  হলে, ধারাটি নির্ণয় করে প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

খ. "x" এর উপর যে শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা নির্ণয় করে উক্ত শর্ত সাপেক্ষে ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. রাশিটির বিস্তৃতভাবে  $x^2$  এর সহগ 252 হলে 'k' এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

$x = 1$  হলে ধারাটি,

$$\frac{1}{3 \cdot 1 - 1} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^2} + \frac{1}{(3 \cdot 1 - 1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

$$\text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ) অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

গ) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(x - \frac{k}{x^2})^8 = x^8 + \binom{8}{1} x^7 \cdot (\frac{-k}{x^2}) + \binom{8}{2} x^6 \cdot (\frac{-k}{x^2})^2 + \binom{8}{3} x^5 \cdot (\frac{-k}{x^2})^3 + \dots$$

$$= x^8 - 8kx^5 + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} x^6 \cdot \frac{k^2}{x^4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^5 \cdot \frac{-k^3}{x^6} + \dots$$

$$= x^8 - 8kx^5 + 28x^2 k^2 - \frac{56k^3}{x} + \dots$$

প্রশ্নমতে,  $28k^2 = 252$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{252}{28}$$

$$\text{বা, } k^2 = 9$$

$$\therefore k = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১  $f(z) = \frac{1}{2z+1}$  [রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী]

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $(1+x)^4$  কে বিস্তৃত কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে  $f(x) + \{f(x)\}^2 + \{f(x)\}^3 + \dots$  ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে  $(\frac{1}{f(x)} - \frac{3x}{2})^7$  এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর।  $(1.005)^7$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

### ১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore (1+x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4 \text{ (Ans.)}$$

খ) দেওয়া আছে,  $f(z) = \frac{1}{2z+1} \therefore f(x) = \frac{1}{2x+1}$

প্রদত্ত ধারাটি:

$$f(x) + \{f(x)\}^2 + \{f(x)\}^3 + \dots = \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$$

অতঃপর অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

গ) এখানে,  $\frac{1}{f(x)} - \frac{3x}{2} = \frac{1}{\frac{1}{2x+1}} - \frac{3x}{2} = 2x+1 - \frac{3x}{2}$

$$= \frac{4x+2-3x}{2} = \frac{2+x}{2} = 1 + \frac{x}{2}$$

$$\therefore (\frac{1}{f(x)} - \frac{3x}{2})^7 = (1 + \frac{x}{2})^7$$

দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$(1 + \frac{x}{2})^7 = 1 + \binom{7}{1} (\frac{x}{2}) + \binom{7}{2} (\frac{x}{2})^2 + \binom{7}{3} (\frac{x}{2})^3 + \dots$$

$$= 1 + \frac{7x}{2} + \frac{21x^2}{4} + \frac{35x^3}{8} + \dots$$

$$\text{এখন, } 1 + \frac{x}{2} = 1.005$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = 1.005 - 1$$

$$\text{বা, } x = 2(0.005)$$

$$\therefore x = 0.01$$

এখন,  $x = 0.01$  বসিয়ে পাই,

$$(1 + \frac{0.01}{2})^7 = 1 + \frac{7}{2}(0.01) + \frac{21}{4}(0.01)^2 + \frac{35}{8}(0.01)^3 + \dots$$

$$\therefore (1.005)^7 = 1.0355 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২  $A = 1 + cx^2$  এবং  $B = (a+x)(1+bx)^4$  [জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ, জয়পুরহাট]

ক. B এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. B এর  $x^2$  পর্যন্ত বিস্তৃতিতে যদি A কে পাওয়া যায় তবে a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^9$  এর বিস্তৃতিতে  $\frac{x}{y}$  এর সহগ 126। ৪

### ১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) দেওয়া আছে,  $B = (a+x)(1+bx)^4$

B এর প্রথম উৎপাদকে পদ 2টি এবং দ্বিতীয় উৎপাদকে পদ  $(4+1)$  বা 5টি।

$$\therefore B \text{ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা} = 5 \times 2 = 10 \text{টি (Ans.)}$$

খ) দেওয়া আছে,

$$B = (a+x)(1+bx)^4$$

$$= (a+x) \left[ \binom{4}{0} (bx)^0 + \binom{4}{1} (bx)^1 + \binom{4}{2} (bx)^2 + \dots \right]$$

$$= (a+x) \left( 1 + \frac{4}{1} \cdot bx + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} b^2 x^2 + \dots \right)$$

$$= (a+x) (1 + 4bx + 6b^2 x^2 + \dots)$$

$$= a + 4abx + 6ab^2 x^2 + \dots + x + 4bx^2 + \dots$$

$$= a + (4ab+1)x + (6ab^2+4b)x^2 + \dots$$

$$\text{শর্তমতে, } a + (4ab+1)x + (6ab^2+4b)x^2 = 1 + cx^2$$

উভয়পক্ষ থেকে  $x^2$ , x ও ধ্রুবপদের সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$a = 1, 4ab + 1 = 0 \quad \text{এবং} \quad 6ab^2 + 4b = c$$

$$\text{বা, } 4 \cdot 1 \cdot b = -1$$

$$\text{বা, } 6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{16} + 4 \left( \frac{-1}{4} \right) = c$$

$$\therefore b = \frac{-1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{3-8}{8} = c$$

$$\therefore c = \frac{-5}{8}$$

∴ a, b ও c এর মান যথাক্রমে  $1, \frac{-1}{4}$  ও  $\frac{-5}{8}$  (Ans.)

গ. প্রদত্ত রাশি  $= \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^9$   
রাশিটির বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ  
 $= \binom{9}{r} \left(\frac{x}{y}\right)^{9-r} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^r = \binom{9}{r} \left(\frac{x}{y}\right)^{9-r} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-r} = \binom{9}{r} \left(\frac{x}{y}\right)^{9-2r}$   
যেহেতু  $\left(\frac{x}{y}\right)^1$  এর সহগ নির্ণয় করতে হবে।

সুতরাং  $9 - 2r = 1$

বা,  $2r = 9 - 1$

বা,  $2r = 8$

∴  $r = 4$

∴ রাশিটির বিস্তৃতি  $\frac{x}{y}$  এর সহগ  $= \binom{9}{4} = 126$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩  $f(x) = 1 - x$  এবং  $g(x) = (1 + ax)^6$  [পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা]

ক. যদি  $g(x)$  এ  $a$  এর পরিবর্তে  $x$  বসানো হয় তাহলে  $g(x)$  এর মাত্রা কত হবে? ২

খ.  $f(x) \cdot g(x)$  কে  $x^2$  পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি  $1 + bx^2$  পাওয়া যায় তাহলে  $a$  ও  $b$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে  $g(x)$  এর বিস্তৃত থেকে  $x^5$  ও  $x^7$  এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

### ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেয়া আছে,  $g(x) = (1 + ax)^6$

$a$  এর পরিবর্তে  $x$  বসিয়ে পাই,

$$g(x) = (1 + x.x)^6 = (1 + x^2)^6 = (x^2 + 1)^6$$

$$= (x^2)^6 + 6(x^2)^5 + 15(x^2)^4 + \dots$$

$$= x^{12} + 6x^{10} + 15x^8 + \dots$$

∴  $g(x)$  এর মাত্রা 12 (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $f(x) = 1 - x$  ও  $g(x) = (1 + ax)^6$

$$\therefore f(x) \cdot g(x) = (1 - x)(1 + ax)^6$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণসহ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২০৯

গ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$g(x) = (1 + ax)^6$$

$$= 1 + \binom{6}{1}(ax) + \binom{6}{2}(ax)^2 + \binom{6}{3}(ax)^3 + \binom{6}{4}(ax)^4$$

$$+ \binom{6}{5}(ax)^5 + \binom{6}{6}(ax)^6$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6.$$

∴  $x^5$  এর সহগ  $= 6a^5$  (Ans.)

$x^7$  এর সহগ  $= 0$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৪  $(2 - x)(1 + ax)^8$  একটি দ্বিপদী রাশি। [কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা]

ক.  $(2 + 3x)^6$  এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  এর সহগ কত? ২

খ. যদি  $a = \frac{1}{2}$  হয়, তাহলে দ্বিপদী রাশিটিকে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত করে

$1.9 \times (1.05)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি দ্বিপদীটির বিস্তৃতি  $x^3$  পর্যন্ত  $2 + 9x + bx^2 + cx^3$  হয়, তাহলে  $a, b, c$  এর মান বের কর। ৪

### ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2 + 3x)^6 = 2^6 + \binom{6}{1} 2^5(3x) + \binom{6}{2} 2^4(3x)^2 + \binom{6}{3} 2^3(3x)^3 + \dots$$

$$= 64 + 576x + 2160x^2 + 4320x^3 + \dots$$

∴  $x^3$  এর সহগ 4320 (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১০

গ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,  $(2 - x)(1 + ax)^8 = (2 - x)$

$$\left[1 + \binom{8}{1}ax + \binom{8}{2}(ax)^2 + \binom{8}{3}(ax)^3 + \dots\right]$$

$$= (2 - x)(1 + 8ax + 28a^2x^2 + 56a^3x^3 + \dots)$$

$$= 2 + 16ax + 56a^2x^2 + 112a^3x^3 - x - 8ax^2 - 28a^2x^3 - \dots$$

$$= 2 + (16a - 1)x + (56a^2 - 8a)x^2 + (112a^3 - 28a^2)x^3 + \dots$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2 + (16a - 1)x + (56a^2 - 8a)x^2 + (112a^3 - 28a^2)x^3$$

$$= 2 + 9x + bx^2 + cx^3$$

$$\therefore 16a - 1 = 9 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$56a^2 - 8a = b \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$112a^3 - 28a^2 = c \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(i) নং থেকে পাই,  $16a - 1 = 9$

বা,  $16a = 10$

বা,  $a = \frac{10}{16} \therefore a = \frac{5}{8}$  (Ans.)

(ii) ও (iii) নং এ  $a = \frac{5}{8}$  বসিয়ে পাই,

$$56 \times \left(\frac{5}{8}\right)^2 - 8 \times \frac{5}{8} = b$$

বা,  $b = 56 \times \frac{25}{64} - 5$

$$= \frac{175}{8} - 5 = \frac{175 - 40}{8} = \frac{135}{8} \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $112 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 - 28 \times \left(\frac{5}{8}\right)^2 = c$

বা,  $c = 112 \times \frac{125}{512} - 28 \times \frac{25}{64} = \frac{875}{32} - \frac{175}{16} = \frac{525}{32}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৫  $f(x) = (x + a)^n$  [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]

ক.  $a = 4$  এবং  $n = 6$  হলে  $f(x)$  এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ.  $f(x)$  এর বিস্তৃতিতে  $x^r$  এবং  $x^{r+1}$  এর সহগ সমান হলে  $r$  এর মান নির্ণয় কর। যখন  $a = 3$  এবং  $n = 15$  ৪

গ.  $f(x)$  এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ  $729, 7290x$  ও  $30375x^2$  হলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,  $f(x) = (x + a)^n$

$$= (x + 4)^6 \quad [\square a = 4 \text{ ও } n = 6]$$

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,

$$(x + 4)^6 = \binom{6}{0}x^6 + \binom{6}{1}x^5 \cdot 4 + \binom{6}{2}x^4 \cdot 4^2 + \binom{6}{3}x^3 \cdot 4^3$$

$$+ \binom{6}{4}x^2 \cdot 4^4 + \binom{6}{5}x \cdot 4^5 + \binom{6}{6} \cdot 4^6$$

$$= x^6 + 24x^5 + 240x^4 + 1280x^3 + 3840x^2 + 6144x + 4096 \text{ (Ans.)}$$

খ.  $f(x) = (x + a)^n = (x + 3)^{15} \quad [\square a = 3, n = 15]$

$(3 + x)^{15}$  এর বিস্তৃতিতে  $(r + 1)$ -তম পদ

$$= {}^{15}C_r 3^{15-r} x^r$$

$$\therefore x^r \text{ এর সহগ} = {}^{15}C_r 3^{15-r}$$

$$x^{r+1} \text{ এর সহগ} = {}^{15}C_{r+1} 3^{15-(r+1)} = {}^{15}C_{r+1} 3^{14-r}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^{15}C_{r+1} 3^{14-r} = {}^{15}C_r 3^{15-r}$$

$$\text{বা, } \frac{(15)!}{(r+1)!(15-r-1)!} = \frac{(15)!}{r!(15-r)!} 3^{15-r-14+r}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(r+1)r!(15-r-1)!} = \frac{3}{r!(15-r)(15-r-1)!}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{r+1} = \frac{3}{15-r}$$

$$\text{বা, } 3r + 3 = 15 - r$$

$$\text{বা, } 4r = 12$$

$$\therefore r = 3 \text{ (Ans.)}$$

গ.  $f(x) = (x + a)^n$

$$= (a + x)^n$$

$$= a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}x^2 + \dots$$

প্রশ্নমতে,  $a^n = 729 \dots \dots \dots$  (i)

$na^{n-1}x = 7290x \dots \dots \dots$  (ii)  
এবং  $\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2}x^2 = 30375x^2 \dots \dots \dots$  (iii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{na^{n-1}x}{a^n} = \frac{7290x}{729}$

বা,  $\frac{n}{a^{n-n+1}} = 10$

বা,  $\frac{n}{a} = 10$

$\therefore n = 10a$

(iii) ÷ (ii) করে পাই,  $\frac{\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} x^2}{na^{n-1}x} = \frac{30375x^2}{7290x}$

বা,  $\frac{n-1}{2a^{n-1-n+2}} = \frac{25}{6}$

বা,  $\frac{10a-1}{a} = \frac{25}{3}$

বা,  $30a-3 = 25a$

বা,  $5a = 3$

$\therefore a = \frac{3}{5}$  (Ans.)

**প্রশ্ন ১৬**  $(x+y)^n$  [মৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম]

- ক.  $(x+y)^n$  বিস্তৃত কর। ২  
খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $(1.5)^5$  এর তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত মান নির্ণয় কর। ৪  
গ. দেখাও যে,  $(1 - \frac{x^2}{4})^8$  এর বিস্তৃতির  $x^3$  এবং  $x^6$  এর সহগের পার্থক্য  $\frac{7}{8}$  ৪

**১৬ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,  
 $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \dots + y^n$

খ. এখানে,  $(1.5)^5 = (1+0.5)^5 = (1+\frac{1}{2})^5$   
প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

			1		
		1	1		
	1	2	1		
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

$\therefore (1+\frac{1}{2})^5 = 1 + 5 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot (\frac{1}{2})^2 + 10 \cdot (\frac{1}{2})^3 + 5 \cdot (\frac{1}{2})^4 + (\frac{1}{2})^5$   
 $= 1 + 5 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \frac{1}{8} + 5 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$   
 $= 1 + 2.5 + 2.5 + 1.25 + 0.3125 + 0.03125$   
 $= 7.59375$   
 $= 7.594$  (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)

গ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,  
 $(1 - \frac{x^2}{4})^8 = \binom{8}{0} (-\frac{x^2}{4})^0 + \binom{8}{1} (-\frac{x^2}{4})^1 + \binom{8}{2} (-\frac{x^2}{4})^2 + \binom{8}{3} (-\frac{x^2}{4})^3 + \dots$   
 $= 1 + 8 \cdot (-\frac{x^2}{4}) + 28 \cdot \frac{x^4}{16} + 56 \cdot \frac{-x^6}{64} + \dots$   
 $= 1 - 2x^2 + \frac{7x^4}{4} - \frac{7}{8}x^6 + \dots$   
 $\therefore (1 - \frac{x^2}{4})^8 = 1 - 2x^2 + 0.3x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \dots$   
এখানে  $(1 - \frac{x^2}{4})^8$  এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  এর সহগ 0 এবং  $x^6$  এর সহগ  $-\frac{7}{8}$   
 $\therefore (1 - \frac{x^2}{4})^8$  এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  এবং  $x^6$  এর সহগের পার্থক্য  $= 0 - (-\frac{7}{8}) = \frac{7}{8}$   
(দেখানো হলো)

**প্রশ্ন ১৭**  $(a+b)^n$  এবং  $(k-d)^n$  দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।  
[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট]

- ক.  $a = 2, b = \frac{x}{3}, n = 6$  হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $(a+b)^n$  কে বিস্তৃত কর। ২  
খ. যদি  $k = 1, d = x, n = 40$  এবং  $(k-d)^n$  এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদ সমান হয় তবে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪  
গ. যদি  $a = 2, b = \frac{x}{2}, n = 6$  হয়, তবে  $(a+b)^n$  এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ ব্যবহার করে  $(1.995)^6$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

**১৭ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক.  $a = 2, b = \frac{x}{3}, n = 6$  হলে পাই,  
 $(a+b)^n = (2 + \frac{x}{3})^6$   
প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

				1			
			1	2	1		
		1	3	3	1		
	1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	

$\therefore (2 + \frac{x}{3})^6 = 2^6 + 6 \cdot 2^5 \cdot \frac{x}{3} + 15 \cdot 2^4 \cdot (\frac{x}{3})^2 + 20 \cdot 2^3 \cdot (\frac{x}{3})^3 + 15 \cdot 2^2 \cdot (\frac{x}{3})^4 + 6 \cdot 2 \cdot (\frac{x}{3})^5 + (\frac{x}{3})^6$   
 $= 64 + 64x + \frac{80}{3}x^2 + \frac{160}{27}x^3 + \frac{20}{27}x^4 + \frac{4}{81}x^5 + \frac{x^6}{729}$  (Ans.)

খ.  $k = 1, d = x, n = 40$  হলে পাই,  
 $(k-d)^n = (1-x)^{40}$   
 $(1-x)^{40}$  এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তম পদ  $= \binom{40}{r} (-x)^r$   
 $\therefore$  রাশিটির বিস্তৃতিতে, 21 বা  $(20+1)$  তম পদ  $= \binom{40}{20} (-x)^{20}$   
এবং 22 বা  $(21+1)$  তম পদ  $= \binom{40}{21} (-x)^{21}$

শর্তমতে,  $\binom{40}{21} (-x)^{21} = \binom{40}{20} (-x)^{20}$   
বা,  $\frac{40!}{(40-21)! \times 21!} (-x) = \frac{40!}{(40-20)! \times 20!}$   
বা,  $\frac{-x}{19! \times 21!} = \frac{1}{20! \times 20!}$   
বা,  $x = \frac{-19! \times 21!}{20! \times 20!}$   
বা,  $x = \frac{-19! \times 21 \times 20!}{20 \times 19! \times 20!}$   
 $\therefore x = -\frac{21}{20}$  (Ans.)

গ.  $a = 2, b = \frac{x}{2}, n = 6$  হলে পাই,  
 $(a+b)^n = (2 + \frac{x}{2})^6$   
এখন,  $(2 + \frac{x}{2})^6 = 2^6 + \binom{6}{1} 2^5 \cdot \frac{x}{2} + \binom{6}{2} 2^4 \cdot (\frac{x}{2})^2 + \binom{6}{3} 2^3 \cdot (\frac{x}{2})^3 + \dots$   
 $= 64 + 96x + 60x^2 + 20x^3 + \dots$   
শর্তমতে,  $2 + \frac{x}{2} = 1.995$   
বা,  $\frac{x}{2} = 1.995 - 2$   
বা,  $x = 2 \times (-0.005)$   
 $\therefore x = -0.01$   
রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x = -0.01$  বসিয়ে পাই,

$$(1.995)^6 = 64 + 96 \times (-0.01) + 60 \times (-0.01)^2 + 20 \times (-0.01)^3 + \dots$$

$$= 64 - 0.96 + 0.006 - 0.00002 + \dots$$

$$= 63.0460 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ১৮**  $(1-x)^m (1+ax)^n$  [বিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, বিনাইদহ]

- ক. দেখাও যে,  $0! = 1$  ২
- খ.  $m = 1$  ও  $n = 6$  ধরে উদ্দীপককে  $x^2$  পর্যন্ত বিস্তৃতি করলে যদি  $1 + bx^2$  পাওয়া যায়, তাহলে  $a$  ও  $b$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $m = 16$ ,  $n = 15$  এবং  $a = 1$  ধরে উদ্দীপকের বিস্তৃতিতে  $x^{13}$  ও  $x^{10}$  এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

#### ১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** আমরা জানি,  $\binom{n}{n} = 1 = {}^n C_n$

$$\text{এখন, } {}^n C_n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!(0)!} = \frac{1}{0!}$$

$$\therefore 1 = \frac{1}{0!}$$

$$\therefore 0! = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

**খ**  $(1-x)^m (1+ax)^n = (1-x)^1 (1+ax)^6$  [ $m = 1$  এবং  $n = 6$ ]

$$= (1-x) (1+ax)^6$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০৯

**গ**  $(1-x)^m (1+ax)^n = (1-x)^{16} (1+x)^{15}$  [ $m = 16$ ,  $n = 15$  এবং  $a = 1$ ]

$$= (1-x)^{15} (1+x)^{15} (1-x)$$

$$= \{(1-x)(1+x)\}^{15} (1-x)$$

$$= (1-x^2)^{15} (1-x)$$

$$= \left\{1 + \binom{15}{1}(-x^2) + \binom{15}{2}(-x^2)^2 + \binom{15}{3}(-x^2)^3 + \binom{15}{4}(-x^2)^4 + \binom{15}{5}(-x^2)^5 + \binom{15}{6}(-x^2)^6 + \dots\right\} (1-x)$$

$$= (1 - 15x^2 + 105x^4 - 455x^6 + 1365x^8 - 3003x^{10} + 5005x^{12} - \dots) (1-x)$$

$$= 1 - 15x^2 + 105x^4 - 455x^6 + 1365x^8 - 3003x^{10} + 5005x^{12} - x + 15x^3 - 105x^5 + 455x^7 - 1365x^9 + 3003x^{11} - 5005x^{13} + \dots$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারাটির বিস্তৃতিতে } x^{10} \text{ এর সহগ } -3003 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } x^{13} \text{ এর সহগ } -5005 \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ১৯**  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \frac{1}{(4x+1)^4} + \dots$  একটি

গুণোত্তর ধারা এবং  $\left(x - \frac{k}{x^2}\right)^8$  একটি দ্বিপদী রাশি। [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

- ক.  $x = 1$  হলে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ.  $x$  এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে, গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^2$  এর সহগ 252 হলে,  $k$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

#### ১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্রদত্ত ধারাটি,  $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$

$$x = 1 \text{ হলে ধারাটি হবে, } \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \text{ (Ans.)}$$

**খ** অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

**গ** সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

**প্রশ্ন ▶ ২০**  $\left(K - \frac{y}{3}\right)^7$  একটি দ্বিপদী রাশি এবং  $x^a = y^b = z^c$  যেখানে,

$$x \neq y \neq z.$$

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিবিল, ঢাকা]

- ক.  $xyz = 1$  হলে দেখাও যে,  $bc + ca + ab = 0$ . ২
- খ.  $y^2 = zx$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^{-1} + c^{-1} = 2b^{-1}$ . ৪
- গ. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে  $K^3$  এর সহগ 560 হলে  $y$  এর মান নির্ণয় কর এবং রাশিটির মধ্যপদ দুইটি নির্ণয় কর। ৪

#### ২০ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** ধরি,  $x^a = y^b = z^c = K$

$$\therefore x^a = K$$

$$\therefore x = K^{\frac{1}{a}}$$

$$\therefore x = K^{\frac{1}{a}}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } y = K^{\frac{1}{b}} \text{ এবং } z = K^{\frac{1}{c}}$$

$$\text{এখন, } xyz = 1$$

$$\text{বা, } K^{\frac{1}{a}} \cdot K^{\frac{1}{b}} \cdot K^{\frac{1}{c}} = 1 \quad [\square x = K^{\frac{1}{a}}, y = K^{\frac{1}{b}} \text{ এবং } z = K^{\frac{1}{c}}]$$

$$\text{বা, } K^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = 1$$

$$\text{বা, } K^{\frac{bc + ca + ab}{abc}} = K^0$$

$$\text{বা, } \frac{bc + ca + ab}{abc} = 0$$

$$\therefore bc + ca + ab = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

**খ** অধ্যায়-৯ এর সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১৮৪

**গ** দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(K - \frac{y}{3}\right)^7 = K^7 + {}^7 C_1 K^6 \left(-\frac{y}{3}\right) + {}^7 C_2 K^5 \left(-\frac{y}{3}\right)^2 + {}^7 C_3 K^4 \left(-\frac{y}{3}\right)^3 + {}^7 C_4 K^3 \left(-\frac{y}{3}\right)^4 + \dots$$

$$\text{এখানে, বিস্তৃতিটির } K^3 \text{ এর সহগ } = {}^7 C_4 \left(-\frac{y}{3}\right)^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{y^4}{3^4} = \frac{35}{81} y^4$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{35}{81} y^4 = 560$$

$$\text{বা, } y^4 = 560 \times \frac{81}{35}$$

$$\text{বা, } y^4 = 1296$$

$$\text{বা, } y^4 = (\pm 6)^4 \therefore y = \pm 6$$

রাশিটির মধ্যপদ দুইটি হলো  $\left(\frac{7+1}{2}\right)$  তম এবং  $\left(\frac{7+1}{2} + 1\right)$  তম পদ অর্থাৎ 4 তম ও 5 তম পদ।

$$\therefore 4 \text{ বা } (3+1) \text{ তম পদ} = {}^7 C_3 K^3 \cdot \left(-\frac{y}{3}\right)^{7-3}$$

$$= 35 K^3 \cdot \frac{y^4}{81} = \frac{35}{81} K^3 y^4 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } 5 \text{ বা } (4+1) \text{ তম পদ} = {}^7 C_4 K^4 \left(-\frac{y}{3}\right)^{7-4}$$

$$= 35 K^4 \cdot \frac{-y^3}{27} = -\frac{35}{27} K^4 y^3 \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ২১**  $\left(a - \frac{x}{2}\right)^6 = b - 96x + cx^2 + \dots$

$$\text{এবং } S_{\infty} = 1 + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+y)^3} + \dots$$

[ভিকার-নিনিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক.  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২
- খ. উদ্দীপকের প্রথম সমীকরণ থেকে  $a, b$  ও  $c$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $y$ -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে  $S_{\infty}$  এর মান পাওয়া যাবে? মানটি নির্ণয় কর। ৪

#### ২১ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৯৫

**খ** দেওয়া আছে,  $\left(a - \frac{x}{2}\right)^6 = b - 96x + cx^2 + \dots$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(a - \frac{x}{2}\right)^6 = a^6 + \binom{6}{1} a^5 \left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{6}{2} a^4 \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{6}{3} a^3 \left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= a^6 - 3xa^5 + \frac{15}{4}x^2a^4 - \frac{5}{2}x^3a^3 + \dots$$

(i) নং এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a^6 = b \dots \dots \dots (i)$$

$$3a^5 = 96 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\frac{15}{4}a^4 = c \dots \dots \dots (iii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$3a^5 = 96$$

$$\text{বা, } a^5 = 32$$

$$\text{বা, } a^5 = 2^5 \therefore a = 2$$

(i) নং হতে,  $a^6 = b$

$$\text{বা, } b = 2^6 \therefore b = 64$$

(iii) নং হতে,  $\frac{15}{4}a^4 = c$

$$\text{বা, } c = \frac{15 \times 2^4}{4} \therefore c = 60$$

$$\therefore a = 2, b = 64 \text{ এবং } c = 60 \text{ (Ans.)}$$

গ অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

প্রশ্ন ▶ ১২  $A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$  এবং  $B = \left(a + \frac{x}{3}\right)^7$ ;  $a \neq 0$

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. প্যাসকেল ত্রিভুজের সাহায্যে A কে প্রথম চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে  $a^2$  এর সহগ 672 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে  $(2-x)A$  কে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে  $1.9 \times (1.05)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

**২২ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে,  $A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$

প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে,

			1								
			1	1							
			1	2	1						
			1	3	3	1					
			1	4	6	4	1				
			1	5	10	10	5	1			
			1	6	15	20	15	6	1		
			1	7	21	35	35	21	7	1	
			1	8	28	56	70	56	28	8	1

$$\therefore \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + 8\left(\frac{x}{2}\right) + 28\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 56\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,  $B = \left(a + \frac{x}{3}\right)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(a + \frac{x}{3}\right)^7 = a^7 + \binom{7}{1} a^6 \left(\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2} a^5 \left(\frac{x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3} a^4 \left(\frac{x}{3}\right)^3 + \binom{7}{4} a^3 \left(\frac{x}{3}\right)^4 + \binom{7}{5} a^2 \left(\frac{x}{3}\right)^5 + \dots$$

প্রথমতে,  $\binom{7}{5} \left(\frac{x}{3}\right)^5 = 672$

$$\text{বা, } \frac{7!}{5!2!} \left(\frac{x}{3}\right)^5 = 672$$

$$\text{বা, } \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{5!2} \left(\frac{x^5}{3^5}\right) = 672$$

$$\text{বা, } \frac{3 \cdot 7 \cdot x^5}{3^5} = 672$$

$$\text{বা, } x^5 = \frac{672 \times 243}{21} = 7776 = 6^5$$

$$\therefore x = 6 \text{ (Ans.)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১০

প্রশ্ন ▶ ২৩  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি ধারা এবং  $\left(x - \frac{k}{x^2}\right)^8$

একটি দ্বিপদী রাশি।

[গবর্ণমেণ্ট ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, ঢাকা]

ক.  $x = 1$  হলে ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

খ.  $x$  এর উপর যে শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা নির্ণয় কর এবং শর্ত সাপেক্ষে ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^2$  এর সহগ 252 হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

**২৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

খ অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

গ সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

প্রশ্ন ▶ ২৪  $(3p+1)^{-1} + (3p+1)^{-2} + (3p+1)^{-3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা এবং  $Q = (4+x) \times 4^{-1}$  একটি দ্বিপদী রাশি। [মতিঝিল সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক.  $0.1\bar{2}$  কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. P এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ.  $Q^n$  এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ হলে n এর মান নির্ণয় করে বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

**২৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

খ প্রদত্ত ধারা  $(3p+1)^{-1} + (3p+1)^{-2} + (3p+1)^{-3} + \dots$

$$= \frac{1}{3p+1} + \frac{1}{(3p+1)^2} + \frac{1}{(3p+1)^3} + \dots$$

$$\text{প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ } a = \frac{1}{3p+1}$$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত } r = \frac{1}{(3p+1)^2} \div \frac{1}{3p+1} = \frac{1}{3p+1}$$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়

$$\therefore \left| \frac{1}{3p+1} \right| < 1$$

$$\text{বা, } -1 < \frac{1}{3p+1} < 1$$

$$\text{বা, } -1 < \frac{1}{3p+1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{-1} > \frac{3p+1}{1} \text{ [বিপরীতকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } -1 > 3p+1$$

$$\text{বা, } -1-1 > 3p+1-1$$

$$\text{বা, } -2 > 3p$$

$$\therefore p < -\frac{2}{3}$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{3p+1} < 1$$

$$\text{বা, } 3p+1 > 1$$

$$\text{বা, } 3p > 1-1$$

$$\text{বা, } 3p > 0$$

$$\therefore p > 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত : } p < -\frac{2}{3} \text{ অথবা } p > 0 \text{ (Ans.)}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3p+1}}{1 - \frac{1}{3p+1}} = \frac{\frac{1}{3p+1}}{\frac{3p+1-1}{3p+1}} = \frac{1}{3p} \text{ (Ans.)}$$

গ প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি,  $Q = (4+x) \times 4^{-1} = \frac{4+x}{4} = 1 + \frac{x}{4} = 1 + \frac{x}{4}$

$$\therefore Q^n = \left(1 + \frac{x}{4}\right)^n$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1 + \frac{x}{4}\right)^n = 1 + \binom{n}{1} \left(\frac{x}{4}\right) + \binom{n}{2} \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{n}{3} \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$$

প্রশ্নানুসারে,  $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \binom{n}{2} = 2 \binom{n}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3$

বা,  $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = 2 \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{4}$

বা,  $\frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$

বা,  $2n - 4 = 12$

বা,  $2n = 16$

বা,  $n = \frac{16}{2} \therefore n = 8$  (Ans.)

যেহেতু,  $n = 8$

$\therefore$  বিস্তৃতির পদসংখ্যা =  $8 + 1 = 9$

আবার, যেহেতু পদসংখ্যা 9

$\therefore$  ৫ম পদ বিস্তৃতির মধ্যপদ এবং এটি  $T_5 = T_{4+1} = \binom{8}{4} \cdot 1^4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times x^4$

$$= {}^8C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times x^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times x^4$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times x^4$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 256} \times x^4 = \frac{1680}{6144} \times x^4 = \frac{35}{128} \times x^4$$
 (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ ২৫**  $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা এবং

$\left(1 + \frac{x}{4}\right)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]

ক.  $x = 1$  হলে ধারাটি এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।

২

খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।

৪

গ. দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

#### ২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** সূজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

**খ** অধ্যায়-৭ এর সূজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

**গ** সূজনশীল ২৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭

**প্রশ্ন ▶ ২৬** (i)  $(3x+2)^{-1} + 2(3x+2)^{-2} + 4(3x+2)^{-3} + 8(3x+2)^{-4} + \dots$

(ii)  $\left(1 + \frac{x}{4}\right)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা]

ক.  $x = 1$  হলে, ধারাটি নির্ণয় করে এর সাধারণ পদ নির্ণয় কর।

২

খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।

৪

গ. উক্ত দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ।  $n$  এর মান নির্ণয় কর। বিস্তৃতির পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয় কর।

৪

#### ২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক**  $(3x+2)^{-1} + 2(3x+2)^{-2} + 4(3x+2)^{-3} + 8(3x+2)^{-4} + \dots$

$$= \frac{1}{3x+2} + \frac{2}{(3x+2)^2} + \frac{4}{(3x+2)^3} + \frac{8}{(3x+2)^4} + \dots$$

$x = 1$  হলে ধারাটি হবে,

$$\frac{1}{3 \cdot 1 + 2} + \frac{2}{(3 \cdot 1 + 2)^2} + \frac{4}{(3 \cdot 1 + 2)^3} + \frac{8}{(3 \cdot 1 + 2)^4} + \dots$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \frac{8}{5^4} + \dots$$

$$= \frac{2^0}{5} + \frac{2^1}{5^2} + \frac{2^2}{5^3} + \frac{2^3}{5^4} + \dots$$

$$= \frac{2^{1-1}}{5^1} + \frac{2^{2-1}}{5^2} + \frac{2^{3-1}}{5^3} + \frac{2^{4-1}}{5^4} + \dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ পদ} = \frac{2^{n-1}}{5^n}, n \in \mathbb{N} \text{ (Ans.)}$$

**খ** উদ্দীপকের ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{3x+2}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\frac{2}{(3x+2)^2}}{\frac{1}{3x+2}} = \frac{2}{3x+2}$

প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $-1 < r < 1$  হয়।

অর্থাৎ,  $r < 1$

এবং  $r > -1$

বা,  $\frac{2}{3x+2} < 1$

বা,  $\frac{2}{3x+2} > -1$

বা,  $2 < 3x+2$

বা,  $\frac{3x+2}{2} < -1$

বা,  $3x+2 > 2$

বা,  $3x+2 < -2$

বা,  $3x > 2-2$

বা,  $3x < -4$

$\therefore x > 0$

$\therefore x < \frac{-4}{3}$

$\therefore$  নির্ণেয় শর্ত:  $x > 0$  অথবা  $x < \frac{-4}{3}$

$\therefore$  ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3x+2}}{1 - \frac{2}{3x+2}} = \frac{1}{3x+2} \times \frac{3x+2}{3x+2-2} = \frac{1}{3x} \text{ (Ans.)}$$

**গ** সূজনশীল ২৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭

**প্রশ্ন ▶ ২৭**  $\left(1 + \frac{1}{4}\right)^n$  এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদ চতুর্থ পদের দ্বিগুণ।

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা]

ক.  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

৪

গ. উদ্দীপকের  $\frac{1}{4}$  এর পরিবর্তে  $\frac{1}{x}$  ধরে প্রাপ্ত বিস্তৃতির শেষ পদ তার পূর্ববর্তী পদের সমান হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

#### ২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই-

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right)^n = 1 + \binom{n}{1} \left(\frac{1}{4}\right) + \binom{n}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{n}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \binom{n}{2} = 2 \binom{n}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

বা,  $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = 2 \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{4}$

বা,  $\frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$

বা,  $2n - 4 = 12$

বা,  $2n = 16$

বা,  $n = \frac{16}{2}$

$\therefore n = 8$  (Ans.)

**খ** 'ক' থেকে পাই,  $n = 8$

$\therefore$  বিস্তৃতির পদসংখ্যা =  $8 + 1 = 9$

$\therefore$  মধ্যপদ হবে  $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$  তম পদ

বা, ৫ম পদ

$$\therefore T_5 = T_{4+1} = \binom{8}{4} \cdot 1^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{4+4}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= 70 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= \frac{70}{256}$$

$$= \frac{35}{128} \text{ (Ans.)}$$



$$= 1 + \frac{7x}{2} + \frac{21x^2}{4} + \frac{35}{8}x^3 + \frac{35}{16}x^4 + \frac{21}{32}x^5 + \frac{7x^6}{64} + \frac{x^7}{128} \quad (\text{Ans.})$$

গ দেওয়া আছে,  $\frac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$

বা,  $\log_k(1+x) = 2 \log_k x$

বা,  $\log_k(1+x) = \log_k x^2$   $[(\log_a P^r = r \log_a P)]$

বা,  $1+x = x^2$

বা,  $x^2 - x - 1 = 0$

বা,  $4x^2 - 4x - 4 = 0$  [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা,  $(2x)^2 - 2.2x.1 + 1^2 - 5 = 0$

বা,  $(2x-1)^2 = 5$

বা,  $2x-1 = \sqrt{5}$  [ঋণাত্মক মান বর্জন করে সংখ্যার লগারিদম

সংজ্ঞায়িত নয়]

বা,  $2x = 1 + \sqrt{5}$

বা,  $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
 $= \frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1}{2}$   
 $= \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩৪ A = (1-x)<sup>৪</sup> এবং B = (1+x)<sup>৭</sup>

[নওগাঁ জিলা স্কুল, নওগাঁ]

ক. B কে x<sup>4</sup> পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. A কে চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে (0.9)<sup>৪</sup> এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, AB এর বিস্তৃতিতে x<sup>7</sup> এর সহগ 35। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

প্রশ্ন ৩৫  $m = \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$   
এবং  $n = (1-x)(1+px)^6$

[পাবনা জেলা স্কুল, পাবনা]

ক.  $f(x) = \frac{x}{x-2}$  হলে,  $f^{-1}(2)$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $a+b+c=0$  হলে, দেখাও যে,  $m-1=0$  ৪

গ. n কে x<sup>2</sup> পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি  $1+qx^2$  পাওয়া যায় তবে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১.২ এর উদাহরণ-১৫(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮

খ. দেওয়া আছে,  $m = \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$   
এখন,  $m-1 = \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} - 1$   
 $= \frac{1}{x^b + \frac{1}{x^c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} - 1$   
 $= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{x^a + \frac{1}{x^b} + 1} - 1$

[ $a+b+c=0 \therefore b+c=-a$ ]  
 $= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{-c} + x^b + 1} - 1$   
 $= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{-c} + x^b + 1} - 1$   
 $= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{\frac{1}{x^c} + x^b + 1} - 1$   
 $= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b \cdot x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} - 1$   
 $= \frac{x^c + 1 + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} - 1 = \frac{1 + x^c + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} - 1 = 1 - 1 = 0$   
 $\therefore m-1=0$  (দেখানো হলো)

গ. সূজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮১

প্রশ্ন ৩৬  $K = y^2 - y - 1, L = \frac{2m}{m-1}, M = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^n; n > 0$

[পাবনা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পাবনা]

ক. K = 0 হলে সমীকরণটির নিশ্চায়ক ও মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. M এর বিস্তৃতিতে x<sup>2</sup> এর সহগ  $\frac{6}{8}$  হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $6\sqrt{L} + \frac{5}{\sqrt{L}} - 13 = 0$  হলে, m এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮০

প্রশ্ন ৩৭  $A = \left(x + \frac{1}{x^3}\right)^6, B = \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$

[বগুড়া সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বগুড়া]

ক. B কে x<sup>4</sup> পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতি থেকে (1.995)<sup>7</sup> এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. A এর বিস্তৃতি থেকে x বর্জিত পদ নির্ণয় কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক  $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1} 2^6 \left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2} 2^5 \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3} 2^4$   
 $\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{7}{4} 2^3 \left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \dots$   
 $= 128 + 7.64 \left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{7.6}{1.2} .32 \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{7.6.5}{1.2.3} .16 \left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} .8 \cdot \frac{x^4}{16} + \dots$   
 $\therefore \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + \frac{35}{2}x^4 + \dots$

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১৩

গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.২ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১৩

প্রশ্ন ৩৮  $A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$  এবং  $B = \left(a - \frac{x}{3}\right)^7$

[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক. A এর ১ম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে a<sup>3</sup> এর সহগ 560 হলে x এর মান কত? ৪

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে (2-x)A কে x<sup>3</sup> পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে  $1.9 \times (1.05)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সূজনশীল প্রশ্ন ১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

খ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(a - \frac{x}{3}\right)^7 = a^7 + {}^7C_1 a^6 \left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2 a^5 \left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3 a^4 \left(-\frac{x}{3}\right)^3$   
 $+ {}^7C_4 a^3 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \dots$

এখানে, বিস্তৃতিটির a<sup>3</sup> এর সহগ =  ${}^7C_4 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 = \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} \cdot \frac{x^4}{3^4} = \frac{35}{81} x^4$

প্রশ্নানুসারে,  $\frac{35}{81} x^4 = 560$

বা,  $x^4 = 560 \times \frac{81}{35}$

বা,  $x^4 = 1296$

বা,  $x^4 = (\pm 6)^4$

$\therefore x = \pm 6$  (Ans.)

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

প্রশ্ন ▶ ৩৯  $A = \left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$  একটি দ্বিপদী রাশি এবং

$B = (3x+2)^{-1} + (3x+2)^{-2} + (3x+2)^{-3} + \dots$  একটি গুণোত্তর ধারা।

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর]

- ক. A দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২  
 খ. A দ্বিপদীটির বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. x এর ওপর কী শর্ত আরোপ করলে B ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

খ সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

গ অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬

প্রশ্ন ▶ ৪০  $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$  একটি দ্বিপদী রাশি;  $x \in \mathbb{I}$  এবং  $ax^2 + bx + c = 0$

একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বিইউএসএমএস, পার্বতীপুর, দিনাজপুর]

- ক. দ্বিপদী রাশিটিকে বিস্তৃত কর। ২  
 খ. রাশিটির বিস্তৃতিতে  $k^3$  এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7; x \in \mathbb{I}$

$$\begin{aligned} \left(k - \frac{x}{3}\right)^7 &= k^7 + \binom{7}{1}k^6\left(-\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 \\ &\quad + \binom{7}{4}k^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \binom{7}{5}k^2\left(-\frac{x}{3}\right)^5 + \binom{7}{6}k\left(-\frac{x}{3}\right)^6 + \left(-\frac{x}{3}\right)^7 \\ &= k^7 - \binom{7}{1}\frac{k^6x}{3} + \binom{7}{2}\frac{k^5x^2}{3^2} - \binom{7}{3}\frac{k^4x^3}{3^3} + \binom{7}{4}\frac{k^3x^4}{3^4} - \binom{7}{5}\frac{k^2x^5}{3^5} \\ &\quad + \binom{7}{6}\frac{kx^6}{3^6} - \frac{x^7}{3^7} \end{aligned}$$

$$= k^7 - \frac{7}{3}k^6x + \frac{7}{3}k^5x^2 - \frac{35}{27}k^4x^3 + \frac{35}{81}k^3x^4 - \frac{7}{81}k^2x^5 + \frac{7}{729}kx^6 - \frac{1}{2187}x^7$$

(Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,  $k^3$  এর সহগ =  $\frac{35}{81}x^4\binom{7}{4}\frac{x^4}{3^4}$

প্রশ্নানুসারে,  $\binom{7}{4}\frac{x^4}{3^4} = 560$

বা,  $\frac{35}{81}x^4 = 560$

বা,  $x^4 = 1296$

$\therefore x = 6$  [ $\because x \in \mathbb{I}$ ] (Ans.)

খ প্রদত্ত সমীকরণ,  $ax^2 + bx + c = 0$

বা,  $a^2x^2 + abx + ac = 0$  [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা,  $(ax)^2 + 2ax \cdot \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা,  $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$

বা,  $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা,  $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা,  $ax + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা,  $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x-এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে—

$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  এবং  $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান সেট =  $\left\{ \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \right\}$

প্রশ্ন ▶ ৪১  $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$  এবং  $m = (3-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর]

- ক.  $(1+5x)^4$  কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ২  
 খ. A এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান এবং ৭ম পদ নির্ণয় কর। ৪  
 গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে m কে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত করে  $2.9 \times (1.05)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে—

	1				
	1	1			
	1	2	1		
	1	3	3	1	
1	4	6	4	1	

$\therefore (1+5x)^4 = 1 + 4.5x + 6.(5x)^2 + 4.(5x)^3 + 1.(5x)^4$   
 $= 1 + 20x + 150x^2 + 500x^3 + 625x^4$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$

এখানে, রাশিটির ঘাত 8, যা জোড় সংখ্যা।

$\therefore$  মধ্যপদ হবে  $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$  বা, 5 তম পদ

$\therefore$  A এর বিস্তৃতির 5 বা (4+1) তম পদ

$= {}^8C_4 (x)^{8-4} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^4 = 70x^4 \frac{16}{x^4} = 1120$  (Ans.)

আবার, 7 বা (6+1) তম পদ =  ${}^8C_6 (x)^{8-6} \left(\frac{2}{x}\right)^6$

$= 28x^2 \frac{64}{x^6} = \frac{1792}{x^4}$  (Ans.)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ৬(গ) এর সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-==১৮১

প্রশ্ন ▶ ৪২  $A = (p+qx)^n$  এবং  $B = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

- ক.  $p = 1, q = 2$  এবং  $n = 3$  হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে সহগ নির্ণয় করে A এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $q = 2, n = 5$  হলে A এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  এর সহগ 320 হলে p এর মান কত? ৪  
 গ. B এর বিস্তৃতিতে যদি x বর্জিত পদ এবং মধ্যপদ সমান হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $3x^3 - 8 = 0$  ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $A = (p+qx)^n$

$= (1+2x)^3$  [ $\because p = 1, q = 2, n = 3$ ]

প্যাসকেলের ত্রিভুজ হতে আমরা জানি,

$n = 0; \quad 1$

$n = 1; \quad 1 \quad 1$

$n = 2; \quad 1 \quad 2 \quad 1$

$n = 3; \quad 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$

$\therefore A = 1 + 3(2x) + 3(2x)^2 + 1(2x)^3$

$A = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $A = (p+qx)^n$

$\therefore A = (p+2x)^5$  [ $\because q = 2, n = 5$ ]

ধরি, A এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$ তম পদে  $x^3$  বিদ্যমান।

$\therefore (r+1)$  তম পদ =  $\binom{5}{r} p^{5-r} (2x)^r = \binom{5}{r} p^{5-r} \cdot 2^r \cdot x^r$

যেহেতু এই পদে  $x^3$  বিদ্যমান। সুতরাং  $r = 3$ ,

প্রশ্নমতে,  $\binom{5}{3} p^{5-3} \cdot 2^3 = 320$

বা,  $10.p^2.8 = 320$

বা,  $80p^2 = 320$

বা,  $p^2 = \frac{320}{80}$

বা,  $p^2 = 4 \therefore p = \pm 2$

নির্ণেয় মান  $\pm 2$  (Ans.)

গ দেওয়া আছে,  $B = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6$

ধরি, B এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$ তম পদ  $x$  বর্জিত

$$\therefore (r+1) \text{ তম পদ} = \binom{6}{r} \left(\frac{x}{2}\right)^{6-r} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^r$$

$$= \binom{6}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^{6-r} x^{6-r-2r}$$

$$= \binom{6}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^{6-r} \cdot x^{6-3r}$$

যেহেতু  $(r+1)$  তম পদ  $x$  বর্জিত

$$\therefore 6-3r=0 \text{ বা, } 3r=6 \text{ বা, } r=\frac{6}{3} \therefore r=2$$

B এর বিস্তৃতিতে  $\left(\frac{6}{2}+1\right)$  বা  $(3+1)$  তম পদ মধ্যপদ।

$$\therefore (3+1) \text{ তম পদ} = \binom{6}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^{6-3} \left(\frac{1}{x^2}\right)^3$$

$$= \binom{6}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{x^6}$$

$$= \binom{6}{3} \frac{x^3}{8 \cdot x^6} = \binom{6}{3} \frac{1}{8x^3}$$

প্রশ্নমতে,  $\binom{6}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{6-2} = \binom{6}{3} \frac{1}{8x^3}$

বা,  $15 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 20 \frac{1}{8x^3}$

বা,  $15 \cdot \frac{1}{16} = \frac{20}{8x^3}$

বা,  $x^3 = \frac{20 \times 16}{8 \times 15}$  বা,  $x^3 = \frac{8}{3}$

বা,  $3x^3 = 8$

$\therefore 3x^3 - 8 = 0$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ 8৩  $P = (2-x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$  এবং  $Q = (1-x)(1+ax)^6$

[নবাব ফয়জুল্লাহ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]

ক. P কে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক' এর ফলাফল ব্যবহার করে  $1.9 \times (1.05)^8$  এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. Q কে  $x^2$  পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি  $1 + bx^2$  পাওয়া যায় তবে a এবং b এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

খ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ ৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২২৪২০৯

প্রশ্ন ▶ ৪৪  $\frac{1}{2x-5} + \frac{1}{(2x-5)^2} + \frac{1}{(2x-5)^3} + \dots$  এবং  $\left(x - \frac{k}{x^2}\right)^8$  একটি দ্বিপদী রাশি। [আল-আমিন একাডেমি স্কুল এন্ড কলেজ, চাঁদপুর]

ক.  $x=4$  হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

খ.  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং তা বের কর। ৪

গ. রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^2$  এর সহগ 252 হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

খ অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল প্রশ্ন ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১০৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

প্রশ্ন ▶ ৪৫  $A = \left(y^2 + \frac{p}{y}\right)^6$ ,  $B = \left(k - \frac{1}{2}x\right)^6$

[লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর]

ক. A কে প্রথম তিন পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. A এর বিস্তৃতিতে  $y^3$  এর সহগ 160 হলে p এর মান কত? ৪

গ.  $B = a - 96x + bx^2$  হলে, k, a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $A = \left(y^2 + \frac{p}{y}\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে রাশিটির প্রথম তিনটি পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি,

$$\left(y^2 + \frac{p}{y}\right)^6 = (y^2)^6 + {}^6C_1(y^2)^5\left(\frac{p}{y}\right) + {}^6C_2(y^2)^4\left(\frac{p}{y}\right)^2 + \dots$$

$$= y^{12} + 6y^9p + 15y^6p^2 + \dots$$

খ সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

==

গ দেওয়া আছে,  $B = \left(k - \frac{x}{2}\right)^6$

প্রদত্ত রাশিটিতে দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(k - \frac{x}{2}\right)^6 = k^6 + \binom{6}{1}k^5\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{6}{2}k^4\left(-\frac{x}{2}\right)^2$$

$$+ \binom{6}{3}k^3\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= k^6 + 6k^5\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2}k^4\left(\frac{x^2}{4}\right) + 20k^3\left(-\frac{x^3}{8}\right) + \dots$$

$$= k^6 - 3k^5x + \frac{15}{4}k^4x^2 - \frac{5}{2}k^3x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$a - 96x + bx^2 - \dots = k^6 - 3k^5x + \frac{15}{4}k^4x^2 - \dots \text{ (i)}$$

(i) নং এর উভয়পক্ষ হতে প্রকৃৎক পদ,  $x$ ,  $x^2$  এর সমীকৃত করে পাই,

$$a = k^6 \text{ (ii)}$$

$$-96 = -3k^5 \text{ (iii)}$$

$$\text{এবং } b = \frac{15}{4}k^4 \text{ (iv)}$$

(iii) নং হতে পাই,  $k^5 = 32 = 2^5 \therefore k = 2$  (Ans.)

(ii) নং এ k এর মান বসিয়ে পাই,  $a = 2^6 = 64$  (Ans.)

k এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,  $b = \frac{15}{4} \times 2^4 = 60$  (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪৬  $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$  এবং  $\left(k + \frac{y}{4}\right)^5$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী]

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে  $(1.9975)^6$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে  $k^3$  এর সহগ 160 হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + \binom{6}{1} \cdot 2^5 \cdot \left(\frac{x}{4}\right) + \binom{6}{2} \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^2$$

$$+ \binom{6}{3} \cdot 2^3 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$$

$$= 64 + 6 \cdot 32 \cdot \frac{x}{4} + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 16 \cdot \frac{x^2}{16} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 8 \cdot \frac{x^3}{64} + \dots$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ এখানে,  $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

বা,  $\frac{x}{4} = 1.9975 - 2 = -0.0025$

বা,  $x = (-0.0025) \times 4$

$\therefore x = -0.01$

এখন,  $x = -0.01$  বসিয়ে পাই,

$$\left\{ 2 + \frac{(-0.01)}{4} \right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15(-0.01)^2 + \frac{5}{2}(-0.01)^3 + \dots$$

$\therefore (1.9975)^6 = 63.5215$  [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)

গ) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(k + \frac{y}{4}\right)^5 = \binom{5}{0} k^5 \left(\frac{y}{4}\right)^0 + \binom{5}{1} k^4 \left(\frac{y}{4}\right)^1 + \binom{5}{2} k^3 \left(\frac{y}{4}\right)^2 + \dots$$

$$= k^5 + \frac{5}{4} k^4 y + \frac{5}{8} k^3 y^2 + \dots$$

এখানে,  $k^3$  এর সহগ  $= \frac{5}{8} y^2$

প্রশ্নমতে,  $\frac{5}{8} y^2 = 160$

বা,  $y^2 = \frac{160 \times 8}{5}$

বা,  $y^2 = 256$

$\therefore y = \pm 16$  (Ans.)

প্রশ্ন ৪৭  $\left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$  এবং  $\left(x^2 + \frac{y}{x}\right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ]

ক. প্রথম দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম দ্বিপদীটির বিস্তৃতিতে  $x$  বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^3$  এর সহগ 540 হলে  $y$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

**৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান**

সৃজনশীল প্রশ্ন-২ এর সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

প্রশ্ন ৪৮  $A = (1 + 3x)^5$ ,  $B = (2 - 6x)^6$  [ডাঃ খানজীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে A কে বিস্তৃত কর। ২

খ. AB এর বিস্তৃতিতে  $x^7$  এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. B এর বিস্তৃতির মধ্যপদ A এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সমান হলে, প্রমাণ কর যে,  $B = \left(\frac{129}{64}\right)^6$ । ৪

**৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১০.১ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০৭

খ. দেওয়া আছে,  $A = (1 + 3x)^5$ ,  $B = (2 - 6x)^6$

$\therefore AB = (1 + 3x)^5 (2 - 6x)^6$

$= (1 + 3x)^5 \cdot 2^6 (1 - 3x)^6$

$= (1 + 3x)^5 (1 - 3x)^5 \cdot 2^6 (1 - 3x)$

$= (1 - 9x^2)^5 \cdot 2^6 (1 - 3x)$

$= 2^6 (1 - 3x) (1 - 9x^2)^5$

$= 2^6 (1 - 3x) \left\{ 1 + \binom{5}{1} (-9x^2) + \binom{5}{2} (-9x^2)^2 + \binom{5}{3} (-9x^2)^3 + \dots \right\}$

$= 2^6 (1 - 3x) \{1 - 45x^2 + 810x^4 - 7290x^6 + \dots\}$

$= 2^6 \{1 - 3x - 45x^2 + 135x^3 + 810x^4 - 2430x^5 - 7290x^6 + 21870x^7 + \dots\}$

$\therefore AB$  এর বিস্তৃতিতে,  $x^7$  এর সহগ  $= 2^6 \cdot 21870 = 1399680$ । (Ans.)

গ. 'ক' হতে,

$A = (1 + 3x)^5 = 1 + 15x + 90x^2 + 270x^3 + 405x^4 + 243x^5$

বিস্তৃতিটির ৩য় পদ  $= 90x^2$

$B = (2 - 6x)^6$

এখানে, ঘাত  $n = 6$  যা জোড় সংখ্যা।

$\therefore$  মধ্যপদ হবে একটি এবং তা হবে  $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$  তম পদ

$= \left(\frac{6}{2} + 1\right)$  তম পদ

$= (3 + 1)$  তম পদ

এখানে, B এর  $(3 + 1)$  তম পদ  $= \binom{6}{3} 2^{6-3} (-6x)^3$

$$= 20 \cdot 2^3 (-6^3) x^3$$

$$= -34560 x^3$$

$\therefore B$  এর মধ্যপদ  $= -34560 x^3$

শর্তমতে,  $-34560 x^3 = 90x^2$

বা,  $\frac{x^3}{x^2} = -\frac{90}{34560}$

$\therefore x = -\frac{1}{384}$

x এর মান B এ বসিয়ে,  $B = \left\{ 2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{384}\right) \right\}^6$

$= \left(2 + \frac{1}{64}\right)^6$

$= \left(\frac{128 + 1}{64}\right)^6$

$= \left(\frac{129}{64}\right)^6$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪৯  $(k + y)^n$  একটি বীজগাণিতিক রাশি। [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]

ক. যদি  $k = 1$  ও  $n = 4$  হয় তবে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $(k + y)^n$  কে বিস্তৃত করো। ২

খ. যদি  $y = \frac{-x}{3}$ ,  $n = 6$  এবং  $k^3$  এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $k = 1 + x$ ,  $y = -2x^2$  এবং  $n = 3$  হলে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে  $(k + y)^n$  কে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত করে মান নির্ণয় কর, যখন  $x = 0.03$ । ৪

**৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক.  $k = 1$  ও  $n = 4$  হলে  $(k + y)^n = (1 + y)^4$   
এখন, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে,

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

$\therefore (1 + y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$  (Ans.)

খ.  $(k + y)^n = \left(k - \frac{x}{3}\right)^6$  [যে  $y = \frac{-x}{3}$ ,  $n = 6$ ]

$$= k^6 + \binom{6}{1} k^5 \left(\frac{-x}{3}\right) + \binom{6}{2} k^4 \left(\frac{-x}{3}\right)^2 + \binom{6}{3} k^3 \left(\frac{-x}{3}\right)^3 + \dots$$

$$= k^6 + 6 \left(\frac{-x}{3}\right) k^5 + 15 \left(\frac{x^2}{9}\right) k^4 + 20k^3 \left(\frac{-x^3}{27}\right) + \dots$$

$$= k^6 - 2xk^5 + \frac{5}{3} x^2 k^4 - \frac{20}{27} x^3 k^3 + \dots$$

প্রশ্নমতে,  $\frac{-20}{27} k^3 = 560$

বা,  $k^3 = \frac{-560 \times 27}{20}$

বা,  $k^3 = -(27 \times 28)$

$\therefore k = -3 \sqrt[3]{28}$  (Ans.)

গ.  $(k + y)^n = (1 + x - 2x^2)^3$  [যে  $k = 1 + x$ ,  $y = -2x^2$ ,  $n = 3$ ]

$= (1 + 2x - x - 2x^2)^3$

$= \{1(1 + 2x) - x(1 + 2x)\}^3$

$= \{(1 + 2x) - x(1 + 2x)\}^3$

$= (1 + 2x)^3 (1 - x)^3$

$= (1 + 6x + 12x^2 + 8x^3) (1 - 3x + 3x^2 - x^3)$

$= 1 - 3x + 3x^2 - x^3 + 6x - 18x^2 + 18x^3 - 6x^4 + 12x^2$

$- 36x^3 + 36x^4 - 12x^5 + 8x^3 - 24x^4 + 24x^5 - 8x^4 + 8x^6$

$= 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3 + \dots$

$x = 0.03$  হলে,

$(1 + 0.03 - 2 \times 0.03^2)^3 = 1 + (3 \times 0.03) - (3 \times 0.03^2) - (11 \times 0.03^3) + \dots$

বা,  $(1.0282)^3 = 1 + 0.09 - 0.0027 - 0.000297 + \dots$

$\therefore (1.0282)^3 = 1.087$  (প্রায়) (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ ৫০**  $A = (a + bx)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি,  $P = x^b + x^{-c} + 1$ ,  $Q = x^c + x^{-a} + 1$  এবং  $R = x^a + x^{-b} + 1$  [চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক.  $A$  এ  $a = 1$ ,  $b = 5$  ও  $n = 4$  হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজসূত্রের সাহায্যে  $A$  কে বিস্তৃত কর। ২

খ.  $A$  এ  $a = 1$ ,  $b = 1$  ও  $n = 50$  হলে  $A$  এর বিস্তৃতির 20 তম ও 21 তম পদদ্বয় পরস্পর সমান হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $a + b + c = 0$ , হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} + \frac{1}{R} = 1$  ৪

#### ৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে,  $A = (a + bx)^n$  এবং  $a = 1$ ,  $b = 5$ ,  $n = 4$   
 $\therefore A = (1 + 5x)^4$   
প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & \end{array}$$

$$\therefore A = (1 + 5x)^4 = 1 + 4(5x)^1 + 6(5x)^2 + 4(5x)^3 + (5x)^4$$

$$= 1 + 20x + 150x^2 + 500x^3 + 625x^4 \text{ (Ans.)}$$

**খ** দেওয়া আছে,  $a = 1$ ,  $b = 1$  ও  $n = 50$

$$\therefore A = (1 + x)^{50}$$

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$20 \text{ বা, } (19 + 1) \text{ তম পদ} = {}^{50}C_{19} \cdot x^{19}$$

$$\text{এবং } 21 \text{ বা, } (20 + 1) \text{ তম পদ} = {}^{50}C_{20} \cdot x^{20}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^{50}C_{19} \cdot x^{19} = {}^{50}C_{20} \cdot x^{20}$$

$$\text{বা, } \frac{150}{19 \cdot 50 - 19} = \frac{150}{20 \cdot 50 - 20} \cdot x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{19 \cdot 31} = \frac{1}{20 \cdot 19 \cdot 30} \cdot x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{31 \cdot 30} = \frac{1}{20 \cdot 30} \cdot x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{31} = \frac{x}{20}$$

$$\therefore x = \frac{20}{31} \text{ (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,

$$P = x^b + x^{-c} + 1, Q = x^c + x^{-a} + 1, R = x^a + x^{-b} + 1$$

$$\text{এবং } a + b + c = 0$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{P} + \frac{1}{Q} + \frac{1}{R}$$

$$= \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$$

$$= \frac{1}{x^b + \frac{1}{x^c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$$

$$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{x^a + \frac{1}{x^b} + 1}$$

$$\begin{aligned} & [\square a + b + c = 0 \therefore b + c = -a] \\ & = \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{a+b} + x^b + 1} \end{aligned}$$

$$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{-c} + x^b + 1}$$

$$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^c + x^b + 1}$$

$$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b \cdot x^c}{1 + x^c + x^{b+c}}$$

$$= \frac{x^c + 1 + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} = \frac{1 + x^c + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{1}{P} + \frac{1}{Q} + \frac{1}{R} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন ▶ ৫১**  $\left(2 + \frac{a}{4}\right)^6$  এবং  $\left(k - \frac{b}{4}\right)^5$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্ডার বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে  $a^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. দ্বিতীয় রাশিটির বিস্তৃতিতে  $k^3$  এর সহগ 160 হলে,  $b$  এর মান কত? ৪

গ. 'ক' এর সাহায্যে  $(1.995)^6$  এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

#### ৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} \left(2 + \frac{a}{4}\right)^6 &= 2^6 + \binom{6}{1} \cdot 2^5 \cdot \left(\frac{a}{4}\right) + \binom{6}{2} \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \binom{6}{3} \cdot 2^3 \cdot \left(\frac{a}{4}\right)^3 + \dots \\ &= 64 + 6 \cdot 32 \cdot \frac{a}{4} + 15 \cdot 16 \cdot \frac{a^2}{16} + 20 \cdot 8 \cdot \frac{a^3}{64} + \dots \\ &= 64 + 48a + 15a^2 + \frac{5}{2}a^3 + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**খ** দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে,

$$\begin{aligned} \left(k - \frac{b}{4}\right)^5 &= \binom{5}{0} k^5 \cdot \left(\frac{-b}{4}\right)^0 + \binom{5}{1} k^4 \cdot \left(\frac{-b}{4}\right)^1 \\ &\quad + \binom{5}{2} k^3 \cdot \left(\frac{-b}{4}\right)^2 + \binom{5}{3} k^2 \cdot \left(\frac{-b}{4}\right)^3 + \dots \\ &= k^5 - 5k^4 \cdot \frac{b}{4} + 10k^3 \cdot \frac{b^2}{16} - 10k^2 \cdot \frac{b^3}{64} + \dots \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{10}{16} b^2 = 160$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{160 \times 16}{10}$$

$$\text{বা, } b^2 = 256$$

$$\text{বা, } b = \pm\sqrt{256}$$

$$\therefore b = \pm 16 \text{ (Ans.)}$$

**গ** প্রশ্নানুসারে,  $\left(2 + \frac{a}{4}\right)^6 = (1.995)^6$

$$\text{বা, } 2 + \frac{a}{4} = 1.995$$

$$\text{বা, } \frac{a}{4} = 1.995 - 2 = -0.005$$

$$\text{বা, } x = (-0.005) \times 4$$

$$\therefore x = -0.02$$

এখন,  $x = -0.02$  বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \left\{2 + \left(\frac{-0.02}{4}\right)\right\}^6 &= 64 + 48(-0.02) + 15(-0.02)^2 + \frac{5}{2}(-0.02)^3 + \dots \\ \therefore (1.995)^6 &= 64 - 0.96 + 0.006 - 0.00002 + \dots \\ &= 63.04598 = 63.0460 \text{ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)} \end{aligned}$$

**প্রশ্ন ▶ ৫২** (i)  $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^5$

(ii)  $\left(K - \frac{y}{4}\right)^5$  দুইটি দ্বিপদী রাশি। [আগ্রাবাদ সরকারী কলোনী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. প্যাসকেল সূত্র ব্যবহার করে  $(1 + y)^4$  কে বিস্তৃত কর। ২

খ. (i) নং ব্যবহার করে  $(1.9975)^5$  এর আসন্ন মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর বিস্তৃতিতে  $K^3$  এর সহগ 160 হলে  $y$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

#### ৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & \end{array}$$

$$\therefore (1 + y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4 \text{ (Ans.)}$$

**খ** দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2 + \frac{x}{4}\right)^5 = 2^5 + \binom{5}{1} 2^4 \cdot \frac{x}{4} + \binom{5}{2} 2^3 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{5}{3} 2^2 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^3$$

$$= 32 + 20x + 5x^2 + \frac{5}{8}x^3 + \frac{5}{128}x^4 + \frac{5}{1024}x^5 + \binom{5}{4}2\left(\frac{x}{4}\right)^4 + \left(\frac{x}{4}\right)^5$$

পশ্চমতে,

$$2 + \frac{x}{4} = 1.9975$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = 1.9975 - 2$$

$$\text{বা, } x = 4 \times (-0.0025)$$

$$\therefore x = -0.01$$

বিস্তৃতভাবে  $x = -0.01$  বসিয়ে পাই,

$$\left(2 + \frac{-0.01}{4}\right)^5 = 32 + 20(-0.01) + 5(-0.01)^2 + \frac{5}{8}(-0.01)^3 + \frac{5}{128}(-0.01)^4 + \frac{1}{1024}(-0.01)^5$$

$$\therefore (1.9975)^5 = 31.80049938 = 31.800 \text{ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

গ) দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে,

$$\left(K - \frac{Y}{4}\right)^5 = \binom{5}{0}K^5 \left(\frac{-Y}{4}\right)^0 + \binom{5}{1}K^4 \left(\frac{-Y}{4}\right)^1 + \binom{5}{2}K^3 \left(\frac{-Y}{4}\right)^2 + \binom{5}{3}K^2 \left(\frac{-Y}{4}\right)^3 + \dots$$

$$= K^5 - 5K^4 \cdot \frac{Y}{4} + 10K^3 \cdot \frac{Y^2}{16} - 10K^2 \cdot \frac{Y^3}{64} + \dots$$

পশ্চমতে,  $\frac{10}{16}Y^2 = 160$

$$\text{বা, } Y^2 = \frac{160 \times 16}{10}$$

$$\text{বা, } Y^2 = 256$$

$$\text{বা, } Y = \pm \sqrt{256}$$

$$\therefore Y = \pm 16 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৩ M =  $\left(x - \frac{x^2}{4}\right)^7$ , N =  $\frac{\log_k(2x-1)}{\log_k x}$  (চট্টগ্রাম সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম)

ক.  $\log_a M$  এর মান নির্ণয় কর, যখন  $x = 2$  ২

খ.  $N = 2$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. M এর বিস্তৃতির সাহায্যে প্রথম ৩টি পদ নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে  $(.75)^7$  এর মান (আসন্ন) চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

**৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে,  $M = \left(x - \frac{x^2}{4}\right)^7$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \log_a M = \log_a \left(x - \frac{x^2}{4}\right)^7$$

$$= 7 \log_a \left(2 - \frac{2^2}{4}\right)$$

$$= 7 \log_a(2 - 1)$$

$$= 7 \log_a 1$$

$$= 7 \times 0 = 0 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,  $N = 2$

$$\text{বা, } \frac{\log_k(2x-1)}{\log_k x} = 2$$

$$\text{বা, } \log_k(2x-1) = 2 \log_k x$$

$$\text{বা, } \log_k(2x-1) = \log_k x^2$$

$$\text{বা, } 2x-1 = x^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x-1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } x-1 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (Ans.)}$$

গ M =  $\left(x - \frac{x^2}{4}\right)^7$

$$= \binom{7}{0}x^7 + \binom{7}{1}x^6 \left(\frac{-x^2}{4}\right) + \binom{7}{2}x^5 \left(\frac{-x^2}{4}\right)^2 + \dots$$

$$= x^7 - \frac{7}{4}x^8 + 21x^5 \left(\frac{x^4}{16}\right) + \dots$$

$$\therefore \left(x - \frac{x^2}{4}\right)^7 = x^7 - \frac{7x^8}{4} + \frac{21}{16}x^9 + \dots \text{ (Ans.)}$$

উক্ত বিস্তৃতিতে  $x = 1$  বসিয়ে পাই,

$$\left(1 - \frac{1^2}{4}\right)^7 = 1^7 - \frac{7}{4} \cdot 1^8 + \frac{21}{16} \times 1^9 + \dots$$

$$\text{বা, } (0.75)^7 = 1 - \frac{7}{4} + \frac{21}{16} + \dots$$

$$\therefore (0.75)^7 = 0.5625 \text{ চার দশমিক স্থান পর্যন্ত (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৪ দৃশ্যকল্প:  $F(x) = (2-x)\left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$  এবং

$R(x) = a^{3-x}b^{5x} - a^{5+x}b^{3x}$  দ্বারা বর্ণিত। [ব. -বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. 0.5 কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. x এর ঘাতের উৎক্রম অনুসারে  $F(x)$  কে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং প্রাপ্ত বিস্তৃতির সাহায্যে  $F(0.1)$  এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

গ.  $R(x) = 0$  হলে, দেখাও যে,  $x \log_k \left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$  ৪

**৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক  $0.5 = 0.555 = \frac{5-0}{9} = \frac{5}{9}$  (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১০

গ দেওয়া আছে,  $R(x) = a^{3-x} \cdot b^{5x} - a^{5+x} \cdot b^{3x}$

আবার,  $R(x) = 0$

$$a^{3-x} \cdot b^{5x} - a^{5+x} \cdot b^{3x} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{b^{5x}}{b^{3x}} = \frac{a^{5+x}}{a^{3-x}} \text{ [উভয়পক্ষকে } a^{3-x} \cdot b^{3x} \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } b^{5x-3x} = a^{5+x-3+x}$$

$$\text{বা, } b^{2x} = a^{2+2x}$$

$$\text{বা, } b^{2x} = a^2 \cdot a^{2x}$$

$$\text{বা, } \frac{b^{2x}}{a^{2x}} = a^2 \text{ [উভয় পক্ষকে } a^{2x} \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \log_k \frac{b^{2x}}{a^{2x}} = \log_k a^2 \text{ [উভয়পক্ষে } \log_k \text{ নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \log_k \left(\frac{b}{a}\right)^{2x} = \log_k a^2$$

$$\text{বা, } 2x \log_k \left(\frac{b}{a}\right) = 2 \log_k a$$

$$\therefore x \log_k \left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৫  $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$  এবং  $\left(k - \frac{y}{3}\right)^7$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. ১ম রাশিকে  $x^3$  পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. ১ম দ্বিপদী রাশির সাহায্যে  $(1.9975)^6$  রাশির চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় রাশির বিস্তৃতিতে  $k^3$  এর সহগ 560 হলে y-এর মান নির্ণয় কর। ৪

**৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক সূজনশীল ৫১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯৪

খ 'ক' হতে পাই, সূজনশীল ৪৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২

$$\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 = 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots$$

$$\text{এখানে, } 2 + \frac{x}{4} = 1.9975$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = 1.9975 - 2 = -0.0025$$

$$\text{বা, } x = (-0.0025) \times 4$$

$$\therefore x = -0.01$$

এখন,  $x = -0.01$  বসিয়ে পাই,

$$\left\{ 2 + \frac{(-0.01)}{4} \right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15.(-0.01)^2 + \frac{5}{2}(-0.01)^3 + \dots$$

$$\therefore (1.9975)^6 = 63.5215 \text{ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত (Ans.)]}$$

গ সূজনশীল ৩৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯০ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left( k - \frac{y}{3} \right)^7 = k^7 + {}^7C_1 k^6 \left( -\frac{y}{3} \right) + {}^7C_2 k^5 \left( -\frac{y}{3} \right)^2 + {}^7C_3 k^4 \left( -\frac{y}{3} \right)^3 + {}^7C_4 k^3 \left( -\frac{y}{3} \right)^4 + \dots$$

$$\text{এখানে, বিস্মৃতির } k^3 \text{ এর সহগ} = {}^7C_4 \left( -\frac{y}{3} \right)^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{y^4}{3^4} = \frac{35}{81} y^4$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{35}{81} y^4 = 560$$

$$\text{বা, } y^4 = 560 \times \frac{81}{35}$$

$$\text{বা, } y^4 = 1296$$

$$\text{বা, } y^4 = (\pm 6)^4$$

$$\therefore y = \pm 6 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৬  $\left( x + \frac{3}{x} \right)^5$ ,  $\left( 2m^2 - \frac{1}{2m^3} \right)^{10}$ ,  $\left( p^2 - \frac{y}{p} \right)^6$  তিনটি দ্বিপদী রাশি।

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট]

- ক. ১ম দ্বিপদী রাশির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২  
খ. ২য় দ্বিপদী রাশির  $m$  বর্জিত পদ এবং এর মান নির্ণয় কর। ৪  
গ. ৩য় দ্বিপদীর বিস্মৃতিতে  $p^3$  এর সহগ ৫৪০ হলে,  $y$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

#### ৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১ম দ্বিপদী রাশি  $= \left( x + \frac{3}{x} \right)^5$   
দ্বিপদী রাশিটির ঘাত ৫, যা বিজোড় সংখ্যা।

$\therefore$  মধ্যপদ হবে  $\left( \frac{5+1}{2} \right)$  বা ৩ তম পদ

এবং  $\left( \frac{5+1}{2} + 1 \right)$  বা ৪ তম পদ

$$3 \text{ বা } (2+1) \text{ তম পদ} = \binom{5}{2} x^{5-2} \cdot \left( \frac{3}{x} \right)^2 = 10x^3 \cdot \frac{9}{x^2} = 90x \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং ৪ বা } (3+1) \text{ তম পদ} = \binom{5}{3} x^{5-3} \cdot \left( \frac{3}{x} \right)^3 = 10 \cdot x^2 \cdot \frac{27}{x^3} = \frac{270}{x} \text{ (Ans.)}$$

খ সূজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

গ ৩য় দ্বিপদী রাশি  $= \left( p^2 - \frac{y}{p} \right)^6$   
দ্বিপদী বিস্মৃতির সাহায্যে পাই,

$$\left( p^2 - \frac{y}{p} \right)^6 = (p^2)^6 + \binom{6}{1} (p^2)^5 \left( -\frac{y}{p} \right) + \binom{6}{2} (p^2)^4 \left( -\frac{y}{p} \right)^2 + \binom{6}{3} (p^2)^3 \left( -\frac{y}{p} \right)^3 + \dots$$

$$= p^{12} - 6p^9 y + 15p^6 y^2 - 20p^3 y^3 + \dots$$

$$\text{এখানে, } p^3 \text{ এর সহগ} = -20y^3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -20y^3 = 540$$

$$\text{বা, } y^3 = -27$$

$$\text{বা, } y^3 = (-3)^3$$

$$\therefore y = -3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৭  $k$  যে কোন বাস্তব সংখ্যা এবং  $\left( \sqrt{y} - \frac{k}{y^2} \right)^{10}$  একটি দ্বিপদী রাশি।

[সরকারি অধ্যাপক বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট]

- ক. প্রদত্ত দ্বিপদীর বিস্মৃতিতে ১ম দুটি পদ নির্ণয় কর। ২  
খ.  $k$  এর কোন মানের জন্য  $y$  বর্জিত পদ ৪০৫ হবে? ৪  
গ.  $k = 8$  এবং বিস্মৃতির মধ্যপদ  $-252$  হলে,  $y$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

#### ৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি  $\left( \sqrt{y} - \frac{k}{y^2} \right)^{10}$

$$\text{দ্বিপদী রাশিটির বিস্মৃতির প্রথম পদ} = \binom{10}{0} (\sqrt{y})^{10-0} \left( -\frac{k}{y^2} \right)^0 = 1 \cdot \{(\sqrt{y})^2\}^5 \cdot 1 = y^5 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং দ্বিতীয় পদ} = \binom{10}{1} (\sqrt{y})^{10-1} \left( -\frac{k}{y^2} \right)^1$$

$$= -10(\sqrt{y})^9 \cdot \frac{k}{y^2}$$

$$= -10k y^{\frac{9}{2}-2}$$

$$= -10k y^{\frac{5}{2}} \text{ (Ans.)}$$

খ  $\left( \sqrt{y} - \frac{k}{y^2} \right)^{10}$  রাশিটির বিস্মৃতির

$$\begin{aligned} \text{সাধারণ পদ} &= {}^{10}C_r (\sqrt{y})^{10-r} \left( -\frac{k}{y^2} \right)^r = {}^{10}C_r y^{\frac{10-r}{2}} \cdot \frac{k^r \cdot (-1)^r}{y^{2r}} \\ &= (-1)^r {}^{10}C_r \cdot k^r y^{\frac{10-r}{2}-2r} = (-1)^r {}^{10}C_r \cdot k^r y^{\frac{10-5r}{2}} \end{aligned}$$

$y$  বর্জিত পদের জন্য  $y$  এর ঘাত শূন্য।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{10-5r}{2} = 0$$

$$\text{বা, } 10 - 5r = 0$$

$$\text{বা, } 5r = 10$$

$$\therefore r = 2$$

$$\therefore y \text{ বর্জিত পদ} = (-1)^2 {}^{10}C_2 k^2$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } (-1)^2 {}^{10}C_2 k^2 = 405$$

$$\text{বা, } 45k^2 = 405$$

$$\text{বা, } k^2 = 9$$

$$\therefore k = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

গ  $k = 8$  হলে প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি  $= \left( \sqrt{y} - \frac{8}{y^2} \right)^{10}$

এখানে, রাশিটির ঘাত ১০, যা জোড় সংখ্যা,

তাহলে, রাশিটির বিস্মৃতির মধ্যপদ হবে  $\left( \frac{10}{2} + 1 \right)$  বা, ৬ তম পদ

$\therefore$  রাশিটির বিস্মৃতির ৬ বা  $(5+1)$  তম পদ

$$= {}^{10}C_5 (\sqrt{y})^{10-5} \cdot \left( -\frac{8}{y^2} \right)^5$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^{10}C_5 (\sqrt{y})^5 \left( -\frac{8}{y^2} \right)^5 = -252$$

$$\text{বা, } -252 \cdot y^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{8^5}{y^{10}} = -252$$

$$\text{বা, } y^{\frac{5}{2}-10} 8^5 = 1$$

$$\text{বা, } y^{-\frac{15}{2}} = 8^{-5}$$

$$\text{বা, } y = 8^{-\frac{5 \times 2}{15}}$$

$$\text{বা, } y = 8^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{বা, } y = (2^3)^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{বা, } y = 2^2$$

$$\therefore y = 4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৮  $\left( 2x^2 - \frac{1}{2x^3} \right)^{10}$  এবং  $\left( x^2 + \frac{y}{x} \right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ]

- ক. প্রথম দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২  
 খ. প্রথম দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. দ্বিতীয় দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে x<sup>3</sup> এর সহগ 540 হলে y এর মান নির্ণয় কর। ৪

**৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

সৃজনশীল ২নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯

**প্রশ্ন ▶ ৫৯** (i)  $(2x^2 + \frac{a}{x^3})^{10}$  (ii)  $(a + 3x)^n$  দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

[বিএএফ শাহীন কলেজ, শমশেরনগর, মৌলভীবাজার]

- ক. (ii) এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর। ২  
 খ. (i) এর বিস্তৃতির x<sup>10</sup> ও x<sup>-20</sup> এর সহগ সমান হলে দেখাও যে, a = 2 ৪  
 গ. (ii) এর বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদের মান যথাক্রমে p,  $\frac{21}{2} px$  ও  $\frac{189qx^3 - 189}{4} px^2$  হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

**৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক**  $(a + 3x)^n$  এর বিস্তৃতি =  $a^n + n.a^{n-1}.3x + \frac{n(n-1)}{2}.a^{n-2}(3x)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}.a^{n-3}(3x)^3 + \dots$   
 $= a^n + a^{n-1}.3nx + \frac{9n(n-1)}{2}.a^{n-2}.x^2 + \frac{9n(n-1)(n-2)}{2}.a^{n-3}.x^3 + \dots$

**খ**  $(2x^2 + \frac{a}{x^3})^{10}$  এর বিস্তৃতি =  $(2x^2)^{10} + {}^{10}C_1(2x^2)^9(\frac{a}{x^3}) + {}^{10}C_2(2x^2)^8(\frac{a}{x^3})^2 + {}^{10}C_3(2x^2)^7(\frac{a}{x^3})^3 + {}^{10}C_4(2x^2)^6(\frac{a}{x^3})^4 + {}^{10}C_5(2x^2)^5(\frac{a}{x^3})^5 + {}^{10}C_6(2x^2)^4(\frac{a}{x^3})^6 + {}^{10}C_7(2x^2)^3(\frac{a}{x^3})^7 + {}^{10}C_8(2x^2)^2(\frac{a}{x^3})^8 + \dots$   
 $= 1024x^{20} + 5120ax^{15} + 11520a^2x^{10} + 15360a^3x^5 + 13440a^4 + \frac{8064a^5}{x^5} + \frac{3360a^6}{x^{10}} + \frac{960a^7}{x^{15}} + \frac{180a^8}{x^{20}} + \dots$

∴ x<sup>10</sup> এর সহগ = 11520a<sup>2</sup>  
 এবং x<sup>-20</sup> এর সহগ = 180a<sup>8</sup>  
 যেহেতু x<sup>10</sup> ও x<sup>-20</sup> এর সহগ সমান  
 সেহেতু, 180a<sup>8</sup> = 11520a<sup>2</sup>

বা, a<sup>8</sup> =  $\frac{11520a^2}{180}$

বা, a<sup>6</sup> = 64 = 2<sup>6</sup>

∴ a = 2 (দেখানো হলো)

**গ** এখানে, প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি =  $(a + 3x)^n$  এর বিস্তৃতি  
 $(a + 3x)^n = a^n + {}^nC_1a^{n-1}(3x) + {}^nC_2a^{n-2}(3x)^2 + \dots + (3x)^n$   
 সুতরাং, প্রশ্নানুসারে, a<sup>n</sup> = p ≡≡≡ (i)

${}^nC_1a^{n-1}(3x) = \frac{21}{2} bpx$  ≡≡≡ (ii)

এবং  ${}^nC_2a^{n-2}(3x)^2 = \frac{189}{4} px^2$  ≡≡≡ (iii)

এখন, (ii) নং হতে পাই,  $n \cdot \frac{a^n}{a} \cdot 3x = \frac{21}{2} px$

বা,  $n \cdot \frac{a^n}{a} = \frac{7}{2} p$  [(i) হতে]

∴  $n = \frac{7a}{2}$  ≡≡≡ (iv)

আবার (iii) নং হতে পাই,  ${}^nC_2a^{n-2}(3x)^2 = \frac{189}{4} px^2$

বা,  $\frac{n(n-1)}{2!} \cdot \frac{a^n}{a^2} \cdot 9x^2 = \frac{189}{4} px^2$

বা,  $\frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{p}{a^2} = \frac{21}{4} p$  [(i) নং হতে a<sup>n</sup> = pb]

বা,  $\frac{n(n-1)}{a^2} = \frac{21}{2}$

বা,  $2n(n-1) = 21a^2$

বা,  $2 \cdot \frac{7a}{2} \cdot (\frac{7a}{2} - 1) = 21a^2$  [(iv) নং হতে]

বা,  $\frac{7a-2}{2} = 3a$  [উভয়পক্ষকে 7a দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $7a - 2 = 6a$  ∴ a = 2

(iv) নং এ a = 2 বসিয়ে,  $n = \frac{7}{2} \times 2 = 7$

(i) নং এ a = 2, n = 7 বসিয়ে, p = 2<sup>7</sup> = 128

‘খ’ থেকে পাই, a = 2

∴ (ii) রাশিটি হলো (2 + 3x)<sup>n</sup>

∴ (2 + 3x)<sup>n</sup> এর বিস্তৃতি = 2<sup>n</sup> + 2<sup>n-1} \cdot 3nx + \frac{9n(n-1)}{2} 2^{n-2} x^2 + \dots</sup>

শর্তানুযায়ী, p = 2<sup>n</sup> ..... (i)

$\frac{21}{2} px = 2^{n-1} \cdot 3nx$  ..... (ii)

এবং  $189qx^2 = \frac{9(n-1)n}{2} \cdot 2^{n-2} x^2$  ..... (iii)

(ii) নং হতে পাই,  $\frac{3 \cdot 7 px}{2} = 3nx \cdot 2^{n-1}$

বা,  $\frac{7p}{2} = n \cdot 2^{n-1}$

বা,  $7p = n \cdot 2^{n-1} \cdot 2$

বা,  $7p = n \cdot 2^n$

বা,  $7 \cdot 2^n = n \cdot 2^n$  [(i) হতে পাই]

বা,  $\frac{7 \cdot 2^n}{2^n} = n$

∴ n = 7

(i) নং হতে পাই, p = 2<sup>7</sup> = 128

(iii) নং হতে পাই,  $189qx^2 = \frac{9n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} x^2$

বা,  $q = \frac{9 \cdot 7(7-1) \cdot 2^{7-2}}{2 \times 189}$

বা,  $q = \frac{9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2^5}{2 \times 189}$

বা,  $q = \frac{378 \cdot 2^5}{378}$

বা,  $q = 2^5 = 32$

∴ q = 32

অতএব p ও q এর নির্ণয় মান যথাক্রমে 128 ও 32।

**প্রশ্ন ▶ ৬০** A = (1 + x)<sup>m</sup>, B = (1 - x)<sup>n</sup>। মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর।

- ক. P(a) = a<sup>3</sup> + a<sup>2</sup> - k হলে, k এর কোন মানের জন্য P(-2) = 0 হবে নির্ণয় কর। ২  
 খ. m = n =  $\frac{1}{3}$  এবং A + B =  $\sqrt[3]{2}$  হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

- গ. m = 6, n = 7 হলে, AB কে তৃতীয় পদ পর্যন্ত বিস্তৃত করে (1.1)<sup>6</sup> × (0.9)<sup>7</sup> এর মান নির্ণয় কর। ৪

**৬০ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেওয়া আছে, P(a) = a<sup>3</sup> + a<sup>2</sup> - k

প্রশ্নমতে, P(-2) = 0

বা, (-2)<sup>3</sup> + (-2)<sup>2</sup> - k = 0

বা, -8 + 4 - k = 0

বা, -4 - k = 0

∴ k = -4 (Ans.)

**খ** দেওয়া আছে, A + B =  $\sqrt[3]{2}$

$$\text{বা, } (1+x)^m + (1-x)^n = \sqrt[3]{2}$$

$$\therefore (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} \quad [\square m = n = \frac{1}{3}]$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪

$$\text{গ} \quad AB = (1+x)^m (1-x)^n$$

$$\therefore AB = (1+x)^6 (1-x)^7 \quad [\square m = 6 \text{ এবং } n = 7]$$

$$= \{(1+x)(1-x)\}^6 (1-x)$$

$$= (1-x^2)^6 (1-x)$$

$$= \left(1 + 6(-x^2) + \binom{6}{2} (-x^2)^2 + \dots\right) (1-x)$$

$$= (1 - 6x^2 + 15x^4 - \dots)(1-x)$$

$$= 1 - 6x^2 + 15x^4 - x + 6x^3 - 15x^5 + \dots$$

$$\therefore (1+x)^6 (1-x)^7 = 1 - x - 6x^2 + \dots \dots \dots (i)$$

$$x = 0.1 \text{ (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$(1 + 0.1)^6 (1 - 0.1)^7 = 1 - 0.1 - 6(0.1)^2 + \dots$$

$$\text{বা, } (1.1)^6 (0.9)^7 = 1 - 0.1 - 0.06$$

$$\therefore (1.1)^6 (0.9)^7 = 0.84 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন } \blacktriangleright \text{৬১} \quad P(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}, P = (a+bx)^8 \text{ এবং } Q = (b-ax)^7$$

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল]

$$\text{ক. } 2x^2 - 3x - 1 = 0 \text{ সমীকরণটি সমাধান কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. } P(x) = \sqrt[3]{2} \text{ হলে সমীকরণটি সমাধান কর।} \quad ৪$$

$$\text{গ. } a = b = 1 \text{ ধরে PQ কে } x^7 \text{ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।} \quad ৪$$

#### ৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক} \quad \text{প্রদত্ত সমীকরণ, } 2x^2 - 3x - 1 = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং কে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 2, b = -3 \text{ ও } c = -1.$$

\(\therefore\) সমীকরণটির সমাধান,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad \text{দেওয়া আছে, } P(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}$$

$$\text{শর্তমতে, } P(x) = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{বা, } \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{বা, } (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

অতঃপর উচ্চতর গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪

$$\text{গ} \quad \text{দেওয়া আছে, } P = (a+bx)^8 \text{ এবং } Q = (b-ax)^7$$

$$a = b = 1 \text{ হলে পাই, } P = (1+x)^8 \text{ এবং } Q = (1-x)^7$$

$$\therefore PQ = (1+x)^8 (1-x)^7 = (1+x)(1+x)^7 (1-x)^7$$

$$= (1+x) \{(1+x)(1-x)\}^7$$

$$= (1+x) (1-x^2)^7$$

$$= (1+x)(1 - {}^7C_1 x^2 + {}^7C_2 x^4 - {}^7C_3 x^6 + \dots)$$

$$= (1+x)(1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + \dots)$$

$$= 1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + \dots + x - 7x^3 + 21x^5$$

$$- 35x^7 + \dots$$

$$= 1 + x - 7x^2 - 7x^3 + 21x^4 + 21x^5 - 35x^6 - 35x^7 + \dots \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন } \blacktriangleright \text{৬২} \quad \frac{1}{4x-1} + \frac{1}{(4x-1)^2} + \frac{1}{(4x-1)^3} + \dots \text{ একটি ধারা এবং}$$

$$\left(x - \frac{P}{x^2}\right)^8 \text{ একটি দ্বিপদী রাশি।} \quad [\text{বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল}]$$

$$\text{ক. } x = 2 \text{ এর জন্য প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. 'x' এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

$$\text{গ. দ্বিপদী রাশিটি ৬ষ্ঠ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং নির্ণয়ে বিস্তৃতিতে } x^2 \text{ এর সহগ সমান 448 হলে P এর মান নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

#### ৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক} \quad \text{প্রদত্ত ধারা, } \frac{1}{4x-1} + \frac{1}{(4x-1)^2} + \frac{1}{(4x-1)^3} + \dots$$

$$x = 2 \text{ হলে ধারাটি, } \frac{1}{4.2-1} + \frac{1}{(4.2-1)^2} + \frac{1}{(4.2-1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots$$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত} = \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{4x-1} = \frac{1}{4x-1}$$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি  $|r| < 1$  হয়

$$\text{অর্থাৎ } \left| \frac{1}{4x-1} \right| < 1$$

$$\text{বা, } |4x-1| > 1$$

$$\text{বা, } -1 > 4x-1 > 1$$

$$\text{বা, } -1+1 > 4x > 1+1$$

$$\text{বা, } 0 > 4x > 2$$

$$\therefore 0 > x > \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে শর্ত } x < 0 \text{ অথবা } x > \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{অসীমতক সমষ্টি} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{4x-1}} = \frac{1}{\frac{4x-1-1}{4x-1}} = \frac{4x-1}{4x-2}$$

$$= \frac{1}{4x-1} \times \frac{4x-1}{4x-2} = \frac{1}{4x-2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ} \quad \text{দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,}$$

$$\left(x - \frac{P}{x^2}\right)^8 = x^8 + \binom{8}{1} x^7 \left(\frac{-P}{x^2}\right) + \binom{8}{2} x^6 \left(\frac{-P}{x^2}\right)^2 +$$

$$\binom{8}{3} x^5 \left(\frac{-P}{x^2}\right)^3 + \binom{8}{4} x^4 \left(\frac{-P}{x^2}\right)^4 + \binom{8}{5} x^3 \left(\frac{-P}{x^2}\right)^5 + \dots$$

$$= x^8 - 8Px^5 + 28P^2x^2 - 56P^3 \cdot \frac{1}{x} + 70P^4 \cdot \frac{1}{x^4} - 56P^5 \cdot \frac{1}{x^7} + \dots \text{ (Ans.)}$$

$$\text{শর্তমতে, } 28P^2 = 448$$

$$\text{বা, } P^2 = 16$$

$$\therefore P = \pm 4 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন } \blacktriangleright \text{৬৩} \quad (i) \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6 \quad (ii) (1+x)^{44}$$

[সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি]

$$\text{ক. (i) এর সাধারণ পদটি নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. (i) এর } x \text{ বর্জিত পদ এবং উহার মান নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

$$\text{গ. (ii) এর বিস্তৃতিতে 21 তম পদ ও 22 তম পদের মান সমান হলে } x \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

#### ৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক} \quad \text{প্রদত্ত রাশি} = \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6 = \left(x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)^6 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12} \text{ এর সাধারণ পদ} = {}^{12}C_r \cdot x^{12-r} \left(\frac{-1}{x}\right)^r$$

$$= {}^{12}C_r \cdot x^{12-r-r} (-1)^r$$

$$= {}^{12}C_r \cdot x^{12-2r} (-1)^r \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ} \quad x \text{-বর্জিত পদ অর্থাৎ } x^0 \text{ এর সহগ হবে যখন}$$

$$x^{12-2r} = x^0 \text{ হবে}$$

$$\therefore 12 - 2r = 0$$

$$\text{বা, } 12 = 2r$$

$$\therefore r = 6$$

$$\therefore 7 \text{ তম পদটি } x \text{ বর্জিত}$$



$$P = (2x)^6 + \binom{6}{1}(2x)^5\left(\frac{-1}{3x^2}\right) + \binom{6}{2}(2x)^4\left(\frac{-1}{3x^2}\right)^2 + \binom{6}{3}(2x)^3\left(\frac{-1}{3x^2}\right)^3 + \dots$$

$$= 64x^6 + 6.32x^5 \cdot \frac{-1}{3x^2} + 15.16x^4 \cdot \frac{1}{9x^4} + 20 \cdot 8x^3 \cdot \frac{-1}{27x^6} + \dots$$

$$= 64x^6 - 64x^3 + \frac{80}{3} - \frac{160}{27x^3} + \dots$$

বিস্তৃতি থেকে দেখা যায় যে, তৃতীয় পদ  $x$  বর্জিত এবং উক্ত পদের মান  $\frac{80}{3}$ । (Ans.)

গ) দেওয়া আছে,  $Q = \left(k - \frac{x}{3}\right)^7$   
দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,  
 $Q = k^7 + \binom{7}{1}k^6\left(\frac{-x}{3}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(\frac{-x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(\frac{-x}{3}\right)^3 + \dots$   
 $= k^7 - \frac{7}{3}k^6x + \frac{7}{3}k^5x^2 - \frac{35}{27}k^4x^3 + \frac{35}{81}k^3x^4 + \dots$

প্রশ্নমতে,  $\frac{35}{81}k^3 = \frac{35}{3}$

বা,  $k^3 = \frac{81}{3}$

বা,  $k^3 = 27$

বা,  $k^3 = 3^3$

$\therefore k = 3$  (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬৮  $A = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{x^2+2x+1} + \dots$

এবং  $B = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)^n$  [ইউনাইটেড ইসলামিয়া সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মাদারীপুর  
ক. প্রমাণ কর যে,  $n! = n(n-1)!$  ২  
খ. A ধারাটিতে  $x$  এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে এর অসীমতক সমষ্টি থাকবে? সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪  
গ. B এর বিস্তৃতির ৪র্থ পদের ও ৬ষ্ঠ পদের সহগ সমান হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর এবং ধারাটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

#### ৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) আমরা জানি,

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2 \times 1!$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 2!$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4 \times 3!$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 4!$$

$$\therefore n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \dots 3.2.1$$

$$= n \times (n-1)!$$

$$\therefore n! = n(n-1)! \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ) উদ্দীপকের ধারাটির, প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{\sqrt{x+1}}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

অসীমতক সমষ্টির জন্য  $\left|\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right| < 1$  হতে হবে।

বা,  $\frac{1}{x+1} < 1$

বা,  $x+1 > 1$

$\therefore x > 0$

সুতরাং  $x > 0$  হলেই ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে। (Ans.)

$\therefore$  অসীমতক সমষ্টি,  $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{x+1}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+1} + 1)}{(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} + 1}{(\sqrt{x+1})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} + 1}{x + 1 - 1}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} + 1}{x} \text{ (Ans.)}$$

গ) প্রদত্ত রাশি  $= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)^n$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right)^n$$

$$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2\right\}^n$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$$

এখন,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতিতে,

৪র্থ পদ  $= \binom{2n}{3}x^{2n-3} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^3$

$$= -\frac{(2n)!}{3!(2n-3)!}x^{2n-6}$$

এবং ৬ষ্ঠ পদ  $= \binom{2n}{5}x^{2n-5} \left(-\frac{1}{x}\right)^5$

$$= -\frac{(2n)!}{5!(2n-5)!}x^{2n-10}$$

শর্তমতে,  $-\frac{(2n)!}{5!(2n-5)!} = -\frac{(2n)!}{3!(2n-3)!}$

বা,  $\frac{1}{5.4.3!(2n-5)!} = \frac{1}{3!(2n-3)(2n-4)(2n-5)!}$

বা,  $\frac{1}{20} = \frac{1}{(2n-3)(2n-4)}$

বা,  $4n^2 - 14n + 12 = 20$

বা,  $4n^2 - 14n - 8 = 0$

বা,  $2n^2 - 7n - 4 = 0$

বা,  $2n^2 - 8n + n - 4 = 0$

বা,  $2n(n-4) + 1(n-4) = 0$

বা,  $(n-4)(2n+1) = 0$

এখন,  $n-4 = 0$  অথবা,  $2n+1 = 0$

$\therefore n = 4$  বা,  $n = -\frac{1}{2}$  [যাহা গ্রহণযোগ্য নয়] (Ans.)

$n = 4$  বসিয়ে পাই,

প্রদত্ত রাশি  $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^{2 \times 4} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^8$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^8$  এর বিস্তৃতিতে  $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$  তম পদ বা পঞ্চম পদ মধ্যপদ।

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^8$  এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদ  $= \binom{8}{4}x^{8-4} \left(-\frac{1}{x}\right)^4$

$$= 70 \cdot x^4 \cdot \frac{1}{x^4} = 70$$

$\therefore$  মধ্যপদ 70 (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬৯  $P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^n$ ,  $Q = \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^8$

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ]

- ক. P ও Q এর বিস্তৃতিতে মোট পদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ২  
 খ. n = 8 হলে, 'P' এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে b, 512x এবং cx² হলে, a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. 'Q' এর বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

**৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. দেওয়া আছে,  $P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^n$  এবং  $Q = \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^8$   
 P এর ঘাত = n  
 $\therefore$  P এর বিস্তৃতিতে (n + 1) সংখ্যক পদ আছে। (Ans.)  
 আবার, Q এর ঘাত = 8  
 $\therefore$  Q এর বিস্তৃতিতে = 8 + 1 = 9টি পদ আছে। (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^n$   
 $= \left(a + \frac{x}{2}\right)^8$  [n = 8]  
 $= \binom{8}{0} a^8 + \binom{8}{1} a^7 \left(\frac{x}{2}\right) + \binom{8}{2} a^6 \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$$+ \binom{8}{3} a^5 \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= a^8 + 4a^7x + 7a^6x^2 + 7a^5x^3 + \dots$$

প্রশ্নমতে,  $b = a^8 \dots \dots \dots$  (i)  
 $4a^7x = 512x \dots \dots \dots$  (ii)  
 $7a^6x^2 = cx^2 \dots \dots \dots$  (iii)

(ii) নং হতে পাই,  
 $4a^7x = 512x$   
 বা,  $a^7 = 128$   
 বা,  $a^7 = 2^7$   
 $\therefore a = 2$  (Ans.)  
 a এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $b = 2^8$   
 $\therefore b = 256$  (Ans.)  
 a এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,  
 $7(2)^6x^2 = cx^2$   
 বা,  $c = 7.64 \therefore c = 448$  (Ans.)

গ.  $Q = \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^8$   
 এখানে, Q এর বিস্তৃতির পদসংখ্যা = 8 + 1 = 9  
 $\therefore$  মধ্যপদটি হলো =  $\frac{9+1}{2} = 5$  তম পদ  
 $\therefore$  Q এর বিস্তৃতির 5 বা (4 + 1) তম পদ  
 $= {}^8C_4 (2x^2)^{8-4} \left(\frac{1}{2x}\right)^4$   
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2^4 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2^4 \cdot x^4} = 70x^4$  (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭০  $P = \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$ ,  $Q = \left(b + \frac{x}{2}\right)^8$   
 [পলস্টী উন্নয়ন একাডেমী ল্যাবঃ স্কুল এন্ড কলেজ, বগুড়া]

- ক.  $(1 - 7x)^4$  কে বিস্তৃত কর। ২  
 খ. উদ্দীপকের Q এর বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে a, 512x এবং cx² হলে a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ. উদ্দীপকের P এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

**৭০ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক.  $(1 - 7x)^4 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} (-7x) + \binom{4}{2} (-7x)^2 + \binom{4}{3} (-7x)^3$   
 $+ \binom{4}{4} (-7x)^4$   
 $= 1 + 4(-7x) + 6(49x^2) + 4(-343x^3) + 2401x^4$   
 $= 1 - 28x + 294x^2 - 1372x^3 + 2401x^4$  (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $Q = \left(b + \frac{x}{2}\right)^8$   
 $= \binom{8}{0} b^8 + \binom{8}{1} b^7 \cdot \frac{x}{2} + \binom{8}{2} b^6 \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} b^5 \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$   
 $= b^8 + 4b^7x + 7b^6x^2 + 7b^5x^3 + \dots$

প্রশ্নমতে,  $a = b^8 \dots \dots \dots$  (i)  
 $4b^7x = 512x \dots \dots \dots$  (ii)  
 এবং  $cx^2 = 7b^6x^2 \dots \dots \dots$  (iii)  
 (ii) নং হতে পাই,  $4b^7 = 512$   
 বা,  $b^7 = \frac{512}{4} = 128$   
 বা,  $b^7 = 2^7 \therefore b = 2$  (Ans.)  
 b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $a = 2^8 = 256$  (Ans.)  
 b এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,  
 $cx^2 = 7 \times 2^6 \times x^2$   
 $\therefore c = 448$  (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,  $P = \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$   
 প্রদত্ত বিস্তৃতিটির ঘাত, n = 8 যা জোড় সংখ্যা।  
 সুতরাং বিস্তৃতিটির মধ্যপদ হবে 1টি  
 $\therefore$  মধ্যপদ =  $\binom{n}{2} + 1 = \binom{8}{2} + 1 = (4 + 1)$  তম পদ  
 $\therefore$  P এর বিস্তৃতিতে (4 + 1) তম পদ অর্থাৎ মধ্যপদ  
 $= {}^8C_4 (2x^2)^{8-4} \left(\frac{-1}{2x}\right)^4$   
 $= 70 \times 2^4 \times x^8 \times \frac{1}{2^4 \times x^4}$   
 $= 70x^4$  (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭১ (i)  $ax^2 + bx + c = 0$  (ii)  $M = \left(x + \frac{1}{2}\right)^n$   
 [শেয়াখালী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

- ক.  $a = b = c = 1$  হলে (i) নং সমীকরণের নিশ্চায়কের মান নির্ণয় কর। ২  
 খ. (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪  
 গ. (ii) এ M এর বিস্তৃতিতে চতুর্থপদের সহগ পঞ্চম পদে সহগের দ্বিগুণ হলে বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

**৭১ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. প্রদত্ত সমীকরণ,  $ax^2 + bx + c = 0$   
 $a = b = c = 1$  হলে, পাই,  $x^2 + x + 1 = 0$   
 $\therefore$  নিশ্চায়ক =  $1^2 - 4.1.1$   
 $= 1 - 4 = -3$  (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.১ এর অনুচ্ছেদ-৫.১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৮৯

গ. দেওয়া আছে,  $M = \left(x + \frac{1}{2}\right)^n$   
 দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,  
 $M = \left(x + \frac{1}{2}\right)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right) + \binom{n}{2} x^{n-2} \left(\frac{1}{2}\right)^2$   
 $+ \binom{n}{3} x^{n-3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \binom{n}{4} x^{n-4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \dots$

প্রশ্নমতে,  $\binom{n}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2 \cdot \binom{n}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4$   
 বা,  $\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

বা,  $1 = \frac{n-3}{4}$   
 বা,  $n - 3 = 4$   
 বা,  $n = 4 + 3 \therefore n = 7$

সুতরাং মধ্যপদ হবে দুইটি, যা  $\left(\frac{7-1}{2} + 1\right)$  বা (3 + 1)-তম এবং  $\left(\frac{7+1}{2} + 1\right)$  বা (4 + 1) তম পদ।

$\therefore$  4 তম বা (3 + 1)-তম পদ =  $\binom{7}{3} x^{7-3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{35}{8} x^4$  (Ans.)

এবং 5 তম বা (4 + 1)-তম পদ =  $\binom{7}{4} x^{7-4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{35}{16} x^3$  (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭২  $(1 - x)(1 + mx)^6$  কে  $x^2$  পর্যন্ত বিস্তৃত করলে  $1 + nx^2$  পাওয়া যায়। দ্বিপদী  $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$  এর সাহায্যে  $(1.995)^7$  এর মান নির্ণয় করা যায়।

[সরকারি মুসলিম উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

- ক. m বাদ দিয়ে  $(1+mx)^6$  এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২  
খ. m ও n এর মান বের কর। ৪  
গ. উদ্দীপকের ২য় বাক্য অনুসারে বিস্তৃতি নির্ণয় কর এবং তার সাহায্যে  $(1.995)^7$  এর মান বের কর। ৪

## ৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক.  $(1+mx)^6$  রাশিটি থেকে m বাদ দিলে রাশিটি হয়  $(1+x)^6$   
এখন  $(1+x)^6 = \binom{6}{0}x^0 + \binom{6}{1}x + \binom{6}{2}x^2 + \binom{6}{3}x^3 + \binom{6}{4}x^4 + \binom{6}{5}x^5 + \binom{6}{6}x^6$   
 $= 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6$  (Ans.)

- খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২০৯  
[বি.দ্র. a ও b এর পরিবর্তে যথাক্রমে m ও n ধরতে হবে।]

- গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১৩

- প্রশ্ন ▶ ৭৩  $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ ;  $x \in \mathbb{I}$  একটি দ্বিপদী রাশি। এর বিস্তৃতিতে  $k^3$  এর সহগ 560।  
[খাগড়াছড়ি পুলিশ লাইন উচ্চ বিদ্যালয়]

- ক. রাশিটির বিস্তৃতির সকল পদ লিখ। ২  
খ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪  
গ. x এর মান বসালে  $\left(1 + \frac{k}{x}\right)^n$  এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

## ৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে,  $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ ;  $x \in \mathbb{I}$   
 $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7 = k^7 + \binom{7}{1}k^6\left(-\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 + \binom{7}{4}k^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \binom{7}{5}k^2\left(-\frac{x}{3}\right)^5 + \binom{7}{6}k\left(-\frac{x}{3}\right)^6 + \left(-\frac{x}{3}\right)^7$   
 $= k^7 - \binom{7}{1}\frac{k^6x}{3} + \binom{7}{2}\frac{k^5x^2}{3^2} - \binom{7}{3}\frac{k^4x^3}{3^3} + \binom{7}{4}\frac{k^3x^4}{3^4} - \binom{7}{5}\frac{k^2x^5}{3^5} + \binom{7}{6}\frac{kx^6}{3^6} - \frac{x^7}{3^7}$  (Ans.)  
 $= k^7 - \frac{7}{3}k^6x + \frac{7}{3}k^5x^2 - \frac{35}{27}k^4x^3 + \frac{35}{81}k^3x^4 - \frac{7}{81}k^2x^5 + \frac{7}{729}kx^6 - \frac{1}{2187}x^7$  (Ans.)

- খ. 'ক' হতে পাই,  $k^3$  এর সহগ  $= \binom{7}{4}\frac{x^4 35}{3^4 81}x^4$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \binom{7}{4}\frac{x^4}{3^4} = 560$$

$$\text{বা, } -\frac{35}{81}x^4 = 560$$

$$\text{বা, } x^4 = 1296$$

$$\therefore x = -6 \quad [\because x \in \mathbb{I}] \text{ (Ans.)}$$

- গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত  $x = 6$  বসালে  $\left(1 + \frac{k}{x}\right)^n = \left(1 + \frac{k}{6}\right)^n$

$$\left(1 + \frac{k}{6}\right)^n \text{ এর বিস্তৃতি ৩য় পদ } {}^nC_2 \left(\frac{k}{6}\right)^2 \text{ এবং চতুর্থ পদ } {}^nC_3 \left(\frac{k}{6}\right)^3$$

$$\text{শর্তমতে, } {}^nC_2 \left(\frac{k}{6}\right)^2 = {}^nC_3 \left(\frac{k}{6}\right)^3 \times 2$$

$$\text{বা, } \frac{n!}{2!(n-2)!} \frac{1}{6^2} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \frac{2}{6^3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2!(n-2)(n-3)!} = \frac{2}{3!(n-3)!} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2(n-2)} = \frac{2}{6 \times 6}$$

$$\text{বা, } 4(n-2) = 36$$

$$\text{বা, } n-2 = 9$$

$$\text{বা, } n = 9 + 2$$

$$\therefore n = 11 \text{ (Ans.)}$$

- প্রশ্ন ▶ ৭৪  $A = \left(2x - \frac{1}{3x^2}\right)^6$  এবং  $B = (3-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।

[পটুয়াখালী সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়]

- ক. Blaise Pascal এর ত্রিভুজের দুইটি মূল বৈশিষ্ট্য লিখ। ২  
খ. A এর বিস্তৃতিতে কোন পদ x বর্জিত পদ তা নির্ণয় কর এবং উক্ত পদের মান কত? ৪  
গ. x এর উর্ধ্বক্রমানুসারে B কে  $x^3$  বিস্তৃত করে  $2.9 \times (1.05)^8$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

## ৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. Blaise Pascal এর ত্রিভুজের দুইটি মূল বৈশিষ্ট্য নিচে লেখা হলো :  
১. ত্রিভুজের বাম ও ডান দিকে সর্বদা 1 থাকে।  
২. ত্রিভুজের মাঝখানের সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি ঠিক উপরের দুইটি সংখ্যার যোগফলের সমান।

- খ. দেওয়া আছে,  $A = \left(2x - \frac{1}{3x^2}\right)^6$

মনে করি, A এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তম পদ x বর্জিত।

$$\therefore (r+1) \text{ তম পদ} = \binom{6}{r} (2x)^{6-r} \left(-\frac{1}{3x^2}\right)^r$$

$$= \binom{6}{r} \cdot 2^{6-r} \cdot x^{6-r} \cdot (-1)^r \cdot 3^{-r} \cdot x^{-2r}$$

$$= (-1)^r \binom{6}{r} \cdot 2^{6-r} \cdot x^{6-3r} \cdot 3^{-r}$$

 $(r+1)$  তম পদ x বর্জিত হওয়ায়,  $6-3r=0$ 

$$\text{বা, } 3r = 6$$

$$\therefore r = 2$$

 $\therefore (2+1)$  বা ৩য় পদ x বর্জিত।

$$\therefore x \text{ বর্জিত পদ} = (-1)^2 \binom{6}{2} \cdot 2^{6-2} \cdot 3^{-2}$$

$$= 15 \cdot 2^4 \cdot \frac{1}{9}$$

$$= \frac{80}{3} \text{ (Ans.)}$$

- গ. দেওয়া আছে,  $B = (3-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$

দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$$(3-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = (3-x)$$

$$\left[\binom{8}{0}\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots\right]$$

$$= (3-x) \left[1 + 8 \cdot \frac{x}{2} + 28 \cdot \frac{x^2}{4} + 56 \cdot \frac{x^3}{8} + \dots\right]$$

$$= (3-x) (1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots)$$

$$= (3 + 12x + 21x^2 + 21x^3 + \dots) - (x + 4x^2 + 7x^3 + 7x^4 + \dots)$$

$$= 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিস্তৃতি } (3-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots$$

.....

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে  $x = 0.1$  বসিয়ে পাই,

$$(3-0.1)\left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^8 = 3 + 11(0.1) + 17(0.1)^2 + 14(0.1)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } 2.9 \times (1.05)^8 = 3 + 1.1 + 0.17 + 0.014 + \dots$$

$$\therefore 2.9 \times (1.05)^8 = 4.284 \text{ (Ans.)}$$

- প্রশ্ন ▶ ৭৫ কোন ধারার n তম পদ  $U_n = (1+x)^{n-2}$  হলে- [বরগুনা জিলা স্কুল]

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

- খ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক পদের সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। উক্ত পদের বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান 540 হলে, x এর মান কত হবে? 8

**৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান**

সৃজনশীল প্রশ্ন ৮৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

**প্রশ্ন ▶ ৭৬**  $A = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি এবং  $a = 5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} + 3$   
[সৃজনী বিদ্যানিকেতন, পটুয়াখালী]

- ক.  $(\sqrt{3})^{x+5} = (9)^{\frac{x-2}{3}}$  হলে, x = কত? ২
- খ. দেখাও যে,  $25a^3 - 225a^2 + 600a - 1076 = 0$  8
- গ. যদি A এর বিস্তৃতির ৪র্থ পদের সহগ ৩য় পদের সহগের  $\frac{5}{6}$  গুণ হয় তবে n এর মান এবং বিস্তৃতির মধ্যপদ বের কর। 8

**৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক**  $(\sqrt{3})^{x+5} = (9)^{\frac{x-2}{3}}$   
বা,  $3^{\frac{x+5}{2}} = (3^2)^{\frac{x-2}{3}}$   
বা,  $\frac{x+5}{2} = \frac{2x-4}{3}$   
বা,  $4x - 8 = 3x + 15$   
∴  $x = 23$  (Ans.)

**খ** দেওয়া আছে,  $a = 5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} + 3$   
বা,  $a - 3 = 5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}}$   
বা,  $(a - 3)^3 = \left(5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}}\right)^3$   
বা,  $a^3 - 9a^2 + 27a - 27 = 5^2 + 5^{-2} + 3 \cdot 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{2}{3}} \left(5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}}\right)$   
বা,  $a^3 - 9a^2 + 27a - 27 = 25 + \frac{1}{25} + 3 \cdot 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{2}{3}} (a - 3)$   
বা,  $a^3 - 9a^2 + 27a - 27 = 25 + \frac{1}{25} + 3a - 9$   
বা,  $25a^3 - 225a^2 + 675a - 675 = 625 + 75a - 225 + 4$   
∴  $25a^3 - 225a^2 + 600a - 1076 = 0$  (দেখানো হলো)

**গ**  $A = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$  এর বিস্তৃতিতে  $(r + 1)$ -তম পদ  
 $= {}^nC_r (2x)^{n-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$   
 $= {}^nC_r 2^{n-r} x^{n-r} x^{-r}$   
 $= {}^nC_r 2^{n-r} x^{n-2r}$   
৪র্থ বা  $(3 + 1)$ -তম পদ  $= {}^nC_3 2^{n-3} x^{n-6}$   
৩য় বা  $(2 + 1)$ -তম পদ  $= {}^nC_2 2^{n-2} x^{n-4}$   
প্রশ্নমতে,  ${}^nC_3 2^{n-3} = \frac{5}{6} {}^nC_2 2^{n-2}$   
বা,  $\frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{5}{6} \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} 2^{n-2-n+3}$   
বা,  $\frac{1}{3 \times 2! (n-3)!} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2! (n-2) (n-3)!} \cdot 2^1$   
বা,  $\frac{1}{3} = \frac{5}{3(n-2)}$   
বা,  $3n - 6 = 15$   
বা,  $3n = 21$   
∴  $n = 7$  (Ans.)  
∴  $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^7$  এর ঘাত 7 যা বিজোড় সংখ্যা।  
সুতরাং মধ্যপদ হবে ২টি।  
∴ মধ্যপদ দুইটি হবে,  $\left(\frac{7-1}{2} + 1\right)$  বা  $(3 + 1)$  তম

এবং  $\left(\frac{7+1}{2} + 1\right)$  বা  $(4 + 1)$  তম পদ

$$(3 + 1) \text{ তম পদ} = {}^7C_3 \cdot (2x)^{7-3} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$= 35 \times 2^4 \cdot x^4 \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$= 560x \text{ (Ans.)}$$

$$(4 + 1) \text{ তম পদ} = {}^7C_4 \cdot (2x)^{7-4} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4$$

$$= 35 \times 2^3 \times x^3 \times \frac{1}{x^4} = \frac{280}{x} \text{ (Ans.)}$$

- প্রশ্ন ▶ ৭৭**  $(3x - 1)^{-1} + (3x - 1)^{-2} + (3x - 1)^{-3} + \dots$  একটি ধারা এবং  $(A + Bx)^n$  একটি বীজগাণিতিক রাশি। [বাংলাদেশ শিক্ষক সমিতি, স্বরূপকাঠি, পিরোজপুর]
- ক.  $x = 1$  হলে, ধারাটি নির্ণয় করে প্রাপ্ত ধারাটিরন সাধারণ অনুপাত বের কর। ২
- খ. x এর উপর যে শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা নির্ণয় করে উক্ত শর্ত সাপেক্ষে ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
- গ.  $A = 2$  এবং  $B = 1$  হলে রাশিটির বিস্তৃতিতে পঞ্চম ও ষষ্ঠ পদের সহগ সমান হয়। n এর মান নির্ণয় কর। 8

**৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান**

- ক** সৃজনশীল ১০৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩
- খ** অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৬
- গ**  $(A + Bx)^n = (2 + x)^n$  [□  $A = 2$  এবং  $B = 1$ ]  
 $(2 + x)^n$  এর বিস্তৃতিতে  $(r + 1)$ -তম পদ  $= {}^nC_r 2^{n-r} x^r$   
∴ পঞ্চম বা  $(4 + 1)$  পদ  $= {}^nC_4 2^{n-4} x^4$   
∴ ষষ্ঠ বা  $(5 + 1)$  পদ  $= {}^nC_5 2^{n-5} x^5$   
প্রশ্নমতে,  ${}^nC_5 2^{n-5} = {}^nC_4 2^{n-4}$   
বা,  $\frac{n!}{5!(n-5)!} = \frac{n!}{4!(n-4)!} 2^{n-4-n+5}$   
বা,  $\frac{1}{5 \times 4! (n-5)!} = \frac{2}{4! (n-4) (n-5)!}$   
বা,  $\frac{1}{5} = \frac{2}{n-4}$   
বা,  $n - 4 = 10$   
∴  $n = 14$  (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ ৭৮**  $A = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$  এবং  $B = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$  দুইটি দ্বিপদী রাশি।  
[এস.বি. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কাউখালী, পিরোজপুর]

ক. A কে প্রথম তিন পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. A এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর। 8

গ. B এর বিস্তৃতিতে  $x^3$  এর সহগ 540 হলে P এর মান নির্ণয় কর। 8

**৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেওয়া আছে,  $A = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$   
দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে,  
 $A = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9 = \sum_{r=0}^9 \binom{9}{r} (x^2)^{9-r} \cdot \frac{1}{x^r}$   
 $+ \binom{9}{2} (x^2)^7 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \dots$   
 $= x^{18} + 9x^{16} \cdot \frac{1}{x} + 36x^{14} \cdot \frac{1}{x^2} + \dots$   
 $= x^{18} + 9x^{15} + 36x^{12} + \dots$  (Ans.)

**খ**  $A = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$  এর বিস্তৃতিতে  $(r + 1)$  তম পদ  
 $= {}^9C_r (x^2)^{9-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$   
 $= {}^9C_r x^{18-2r} \cdot \frac{1}{x^r}$   
 $= {}^9C_r x^{18-2r-r}$   
 $= {}^9C_r x^{18-3r}$   
প্রশ্নমতে,

$$x^{18-3r} = x^0$$

বা,  $18 - 3r = 0$

∴  $r = 6$

∴  $x$  বর্জিত পদ =  $(r + 1) = (6 + 1) = 7$ -তম পদ

∴  $x$  বর্জিত পদের মান =  ${}^9C_r = {}^9C_6 = 84$  (Ans.)

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯