১নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$\left(2x^2+\dfrac{a}{x^2}\right)^{10}$ একটি দ্বিপদী রাশি। $\dfrac{2}{2a+3}+\dfrac{2}{(2a+3)^2}+\dfrac{2}{(2a+3)^3}+$.................. একটি ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় করে $a=1$ হলে উহার মান নির্ণয় কর।

খ. a এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসমীতক সমষ্টি থাকবে?

গ. দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে কতটি পদ আছে ও এর মধ্যপদ বের কর।

২ নং সৃজনশীলপ্রশ্নের উত্তরঃঃ

ক.

দেওয়া আছে, ধারাটি: $\dfrac{2}{2a+3}+\dfrac{2}{(2a+3)^2}+\dfrac{2}{(2a+3)^3}+\ldots..$

ধারাটির ১ম পদ = $\dfrac{2}{2a+3}$ এবং দ্বিতীয় পদ $\dfrac{2}{(2a+3)^2}$

সাধারণ অনুপাত, r = $\dfrac{2}{(2a+3)^2}+\dfrac{2}{2a+3}=\dfrac{2}{(2a+3)^2}\times\dfrac{2a+3}{2}=\dfrac{1}{2a+3}$

a=1 হলে, r = $\dfrac{1}{2.1+3}=\dfrac{1}{2+3}=\dfrac{1}{5}(Ans)$

খ.

প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, a = $\dfrac{2}{2a+3}$

এবং সাধারণ অনুপাত, r = $\dfrac{1}{2a+3}$

সমষ্টি থাকবে যদি, $|r|<1$

অর্থাৎ $\left|\dfrac{1}{2a+3}\right|<1$ বা, -1< $\dfrac{1}{2a+3}<1$ হয়।

এখন, -1< $\dfrac{1}{2a+3}$

বা, $\dfrac{1}{-1}>2a+3$ [বিপরিত করন করে]

বা, - 1 – 3 > 2a + 3 – 3 [উভয় পক্ষে (– 3) যোগ করে]

বা, - 4 >2a বা, -2>a $\therefore$ a < - 2

আবার, $\frac{1}{2a+3} < 1$

বা, 2a + 3 >1 বা, 2a + 3 – 3 > 1 – 3 [(– 3) যোগ করে]

বা, 2a > - 2 বা, a > - 1 $\therefore$ a> - 1

$\therefore$ নির্ণেয় শর্তঃ a < - 2 অথবা a > - 1 (Ans.)

গ.

$\left(2x^3+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা হল = n + 1 টি

= 10 +1 টি = 11 টি

$\therefore$ বিস্তৃতিতে 11 টি পদ আছে। (Ans.)

মধ্যপদ নির্ণয়ঃ

$\left(2x^3+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $\left(\frac{10}{2}+1\right)$ তম পদ বা 6 তম পদ মধ্যপদ।

$\left(2x^3+\frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে ষষ্ঠ পদ বা, (5 + 1) তম পদ

$$\binom{10}{5}(2x^3)^{10-5}\left(\frac{a}{x^3}\right)^5 = \binom{10}{5}2^5.x^{15}.a^5.x^{-15}$$

$$=\binom{10}{5}2^5.a^5 = 8064a^5$$

$\therefore$ মধ্যপদ $= 8064a^5$ (Ans.)

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$(1-x)(1-ax)^8$ একটি দ্বিপদী রাশি। যেখানে $x, a \in IR$

ক. প্রমাণ কর যে, n! = n(n - 1)!

খ. প্রদত্ত রাশিকে x^2 পদ পর্যন্ত x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে বিস্ত্রৃত কর এবং বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে $1, 0, bx^2$ হলে a ও b এর মান নির্ণয় কর।

গ. $a = \frac{1}{2}$ হলে, বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

২ নং সৃজনশীলপ্রশ্নের উত্তরঃ

ক.

আমারা জানি,

$1! = 1$

$2! = 2\times 1 = 2\times 1!$

$3! = 3\times 2\times 1=3\times 2!$

$4! = 4\times 3\times 2\times 1=4\times 3!$

$5! = 5\times 4\times 3\times 2\times 1=5\times 4!$

$\therefore n! = n\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3).....3.2.1 = n\times(n-1)!$

$\therefore n! = n(n-1)!$ (প্রমানিত)

খ.

প্রদত্ত রাশি, $(1+x)\,(1-ax)^8 = (1+x)$

$\left[\binom{8}{0}(-ax)^0+\binom{8}{1}(-ax)^1+\binom{8}{2}(-ax)^2+\binom{8}{3}(-ax)^3+....\right]$

$= (1+x)[1-8ax+28a^2x^2+56a^2x^3+.....]$

$= (1-8ax+28a^2x^2-56a^3x^3+.....)+(x-8ax^2+28a^2x^3-56a^2x^4+.....)$

$= 1+(1-8a)x+(28a^2-8a)x^2+......$

প্রশ্নমতে, $1+(1-8a)x+(28a^2-8a)x^2 = 1+0+bx^2$

x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $1 - 8a = 0.......(i)$

$28a\,a^2 - 8a = b......(ii)$

(i) হতে পাই, $8a = 1 \;\therefore a\frac{1}{8}$

(ii) এ $a=\frac{1}{8}$ বসিয়ে পাই,

$b=28\left(\frac{1}{8}\right)^2-\frac{1}{8}.8=\frac{28}{64}-1=\frac{28-64}{64}=\frac{-36}{64}=\frac{-9}{16}$

$\therefore a=\frac{1}{8}$ এবং $b=\frac{-9}{16}(Ans.)$

গ.

$a=\frac{1}{8}$ হলে, বিস্তৃতি দাঁড়ায়, $(1+x)\left(1-\frac{1}{2^x}\right)^8$

$= (1+x)\left(\frac{2-x}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 (1+x)(2-x)^8$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left[\begin{array}{l}(1+x)\{\binom{8}{0}(-x)^{0}.2^8 + \binom{8}{1}(-x)1.2^7 + \binom{8}{2}(-x)^2 2^6 + \binom{8}{3}(-x)^3.2^5 + \binom{8}{4}(-x)^4 2^4 + (-x)^5 2^3 \\ + \binom{8}{6}(-x)^6 2^2 + \binom{8}{7}(-x)^7.2 + \binom{8}{8}(-x)^8 2^0\end{array}\right]5$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left[\begin{array}{l}256 - 1024 + 1792x^2 - 1792x^3 + 1120x^4 - 448x^5 \\ +112x^6 - 16x^7 + x^8 + 256x - 1024x^2 + 1792x^3 - 1792x^4 \\ +1120x^5 - 448x^6 + 112x^7 - 16x^8 + x^9\end{array}\right]$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 \left[256 - 768x + 768x^2 - 672x^4 + 672x^5 - 336x^6 + 96x^7 - 15x^8 + x^9\right]$$

বিস্তৃতির পদসংখ্যা 9 টি $\therefore$ মধ্যপদ হল 5 তম পদ

বিস্তৃতির 5 তম পদ $\left(\frac{1}{2}\right)^8 672x^5 (Ans.)$

প্র্যাকটিস শীট

প্রশ্ন-১. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^{18}$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. রাশিটিতে কয়টি মধ্যপদ ও পদ সংখ্যা থাকবে?

খ. রাশিটিতে বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

গ. রাশিটির বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-২. $(1+p^2)$ $\left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^2$ দু'টি দ্বিপদী রাশি।

ক. ১ম দ্বিপদীটির পদসংখ্যা এবং শেষপদ নির্ণয় কর।

খ. ১ম দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর।

গ. দ্বিতীয় রাশির বিস্তৃতিতে y^3 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৩. A=$\left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী উপাদ্যের সাধারণ আকার লিখ।

খ. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতির কত তম পদ x বর্জিত? এবং সেই x বর্জিত পদটির মান নির্ণয় কর যখন n = 20

গ. A এর বিস্তৃতিতে 5 তম ও 6 তম পদের সহগ পরস্পর সমান হলে n-এর মান এবং মধ্যপদ নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৪. $A=(1-3x),\ B=A^2$ এবং $C=AB$

ক. C কে বিস্তৃত করে x এর সহগগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

খ. A^7 কে দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে বিস্তৃত কর।

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে $A^{-1}+B^{-1}+C^{-1}+.....$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৫. $\left(2+\frac{x}{4}\right)$ এবং $\left(k-\frac{y}{4}\right)$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 160 হলে, y এর মান নির্ণয় কর।