১ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ABCD চতুভূজের শীর্ষ বিন্দু চারটি যথাক্রমে A(8, -4), B(2,2),C(-2,2) এবং D(-8,-4)

ক. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণটি নির্ণয় কর।

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।

গ. M ও N যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ করো যে, MN ∥AD∥ BC এবং MN= $\frac{1}{2}$(AD+BC).

১ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ক.

দেওয়া আছে, A(8, - 4) ও C(-2, 2)

AC কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(8+2)^2+(-4-2)^2}$

$$= \sqrt{10^2+(-6)^2}$$
$$= \sqrt{100+36}$$
$$= \sqrt{136}$$
$$= 2\sqrt{3}$$ একক (Ans.)

AC কর্ণের সমীকরণ, $\frac{x-8}{8+2} = \frac{y+4}{-4-2}$

বা, $\frac{x-8}{10} = \frac{y+4}{-6}$

বা, $-6x+48 = 10y+40$

বা, 6x+10y-8=0

$\therefore 3x+5y-4=0 (Ans.)$

খ.:

$A(8,-4), B(2,2), C(-2,2) D(-8,-4)$

বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 2-2 & -8 & 8 \\ -4 & 2\ 2 & -4 & -4 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}(16+4+8+32+8+4+16+32)$ বর্গ একক

$\frac{1}{2}\times 120$ বর্গ একক

$=60$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=ABCD$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$=60$ বর্গ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $=\sqrt{60}$ বর্গ একক

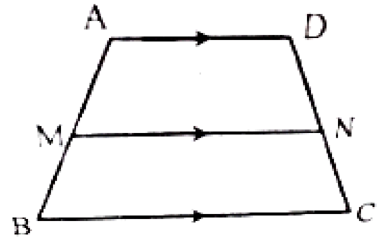
$=2\sqrt{15}$ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $=4\times$ বাহু

$=4\times 2\sqrt{15}$ একক

$=8\sqrt{15}$ একক $(Ans.)$

গ.



এখানে, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের AB ও CD অসমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N । প্রমাণ করতে হবে যে,

$MN \| AD \| BC$ এবং $MN=\frac{1}{2}(AD+BC)$

প্রমানঃ মনে করি, মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C ও D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}\underline{b}\underline{c}$ ও $\underline{d}$

$\overrightarrow{BC}=\underline{c}-\underline{b}$ এবং $\overrightarrow{AD}=\underline{d}-\underline{a}$

$\therefore M$ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(a+b)[\because M, AB$ এর মধ্যবিন্দু]

N বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $=\frac{1}{2}(\underline{c}+\underline{d})[\therefore N, CD$ এ মধ্যবিন্দু]

এখন, $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\underline{c}+\underline{d})-\frac{1}{2}(a+b)$

$= \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d} - \underline{a} - \underline{b})$

$= \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{b}) + (\underline{d} - \underline{a})\}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

কিন্তু BC ও AD পরস্পর সমান্তরাল হওয়ায় ($\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$) ভেক্টরটিও তাদের (অর্থাৎ BC ও AD) সমান্তরাল হবে। সুতারাং MN ভেক্টর ও BC ও AD এর সমান্তরাল হবে।

কারণ, $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

বা, $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}|$

অর্থাৎ $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$

অর্থাৎ MN ∥AD∥BC ও $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$ (প্রমাণিত)

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ΔABC এর AB, BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, D, F।

ক. $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরকে $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{CE}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, BC ∥EF এবং BC = 2EF.

গ. ত্রিভুজটির শীর্ষ বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক A(10, 5), B(5, 0), C(15, 0) হলো, দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরঃ

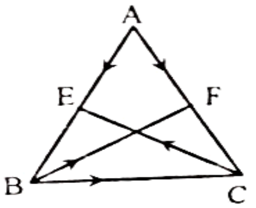
ক.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$ [ত্রিভুজবিধি]

বা, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BF}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BF} ....(i)$

আবার, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$ [ত্রিভুজ বিধি]



$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CE}$...............$(ii)$

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CE}\right) - \overrightarrow{BF}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CE}\right) - \overrightarrow{BF}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CE} - \overrightarrow{BF}$

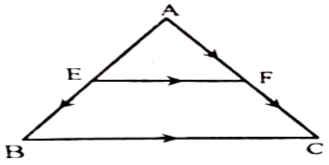
বা, $4\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CE} - 4\overrightarrow{BF}$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, 3 $\overrightarrow{AB}$ = -2 $\overrightarrow{CE} - 4\overrightarrow{BF}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CE} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BF}$

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BF} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CE}(Ans.)$

খ.



মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু E ও F।

E, F যোগ করি।

ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করতে হবে যে,BC ∥ EF এবং BC = 2EF

প্রমাণ: E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

ত্রিভুজবিধি অনুসারে পাই,

$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

এবং $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

ত্রিভুজবিধি অনুসারে পাই,

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

বা, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ....(i)

এবং $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$

$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \end{array}\right]$

$\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ [সমীকরণ (i) হতে]

বা, $2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$

সুতরাং $2|\overrightarrow{EF}| = |\overrightarrow{BC}|$

$\therefore 2EF = BC$ এবং $\overrightarrow{EF}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর ধারকরেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{EF}$ ও $\overrightarrow{BC}$ এর ধারকেরা একই হতে পারে না।

$\therefore \overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{BC}$ ।

অর্থাৎ BC = 2EF এবং EF ∥ BC (প্রমাণিত)

গ.

ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক A(10, 5), B(5, 10) এবং C(15, 0)

$\therefore AB=\sqrt{(10-5)^2+(5-0)^2}$
$=\sqrt{(5)^2+(5)^2}$
$=\sqrt{25+25}$
$=\sqrt{2\times 25}$
$=5\sqrt{2}$
$AC=\sqrt{(10-15)^2+(5-0)^2}$
$=\sqrt{(-5)^2+(5)^2}$
$=\sqrt{25+25}$
$=\sqrt{2\times 25}$
$=5\sqrt{2}$
$BC=\sqrt{(5-15)^2+(0-0)^2}$
$=\sqrt{10^2}$
$=10$

যেহেতু AB $=$ AC $=5\sqrt{2}$

অতএব ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (দেখানো হলো)

প্র্যাকটিস শীট

প্রশ্ন-১. ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD. P ও Q বিন্দুদ্বয় BD ও AC কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।

ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি বর্ণনা করো।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করো যে, প্রদত্ত কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

গ. ABCD ট্রাপিজিয়াম হলে, প্রমাণ করো যে, PQ∥AB∥CD এবং $PQ=\frac{1}{2}(DC-AB)$.

প্রশ্ন-২. A (2, 4), B(-3, 5), C(-3, -2), D(2, d).

ক. ABC একটি ত্রিভুজ হলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

খ. ABCD সামান্তরিক হলে d এর মান নির্ণয়করো।

গ. ABCD সামান্তরিক হলে ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

প্রশ্ন-৩. একটি চতুর্ভূজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(7, 2), B(- 4, 2), C(- 4, - 3) এবং D(7, - 3)।

ক. AC সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

খ. চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়ত তা নির্ণয় করো।

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত চতুর্ভূজটির সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R, S হলে, ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ করো যে, PQRS একটি সামান্তরিক।

প্রশ্ন-৪. (- 2, - 3) বিন্দুগামী একটি রেখার ঢাল 3 এবং রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। অপর একটি রেখা C(4, 3) এবং D(3, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করে যে, ABCD সামান্তরিকটি কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

প্রশ্ন-৫. **চিত্রঃ**

ক. AB এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করো।

খ. AB রেখার সমীকরণ ও ΔABC এর ক্ষেত্রল নির্ণয় করো।

গ. অবস্থান ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করো যে, BEEC একটি সামান্তরিক।