

১নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$$p(y) = (y+1)(y^2+1)^2 \text{ এবং } F(a,b,c) = a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$$

ক.  $p(y)$  কে আদর্শরূপে বর্ণনা করো। বহুপদটির মাত্রা ও মুখ্য সহগ নির্ণয় করো।

খ.  $\frac{2y}{p(y)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

গ.  $F(a,b,c)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

১নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ক. দেওয়া আছে,  $p(y) = (y+1)(y+1)^2 = (y+1)(y^4+2y^2+1)$

$$= y^5 + 2y^3 + y + y^4 + 2y^2 + 1$$

$$\therefore p(y) = y^5 + y^4 + 2y^3 + 2y^2 + y + 1$$

যা  $p(y)$  এর আদর্শরূপ।

$p(y)$  বহুপদীর মাত্রা 5 এবং মুখ্য সহগ 1(Ans.)

খ.

$$\frac{2y}{p(y)} = \frac{2y}{(y+1)(y^2+1)^2}$$

$$\text{ধরি, } \frac{2y}{(y+1)(y^2+1)^2} = \frac{A}{y+1} + \frac{By+C}{y^2+1} + \frac{Dy+E}{(y^2+1)^2} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয় পক্ষকে  $(y+1)(y^2+1)^2$  দ্বারা গুন কওে পাই,

$$2y = A(y^2+1)^2 + (By+C)(y+1)(y^2+1) + (Dy+E)(y+1) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) এ  $y = -1$  বসিয়া পাই,  $2 \cdot (-1) = A(1+1)^2$

$$\text{বা, } -2 = A \cdot 4 \text{ বা, } A = -\frac{2}{4} \therefore A = -\frac{1}{2}$$

$y^4, y^3, y^2$  ও  $y$  এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$$A + B = 0$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2} + B = 0 [\therefore A = -\frac{1}{2}]$$

$$\therefore B = \frac{1}{2}$$

$$B + C = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} + C = 0 \therefore C = -\frac{1}{2}$$

$$2A + B + C + D = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + D = 0$$

$$\text{বা, } -1 + D = 0$$

$$\therefore D = 1$$

$$B + C + D + E = 2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 + E = 2 \text{ বা, } E = 2 - 1 \therefore E = 1$$

এখন,  $A, B, C, D$  ও  $E$  এর মান (i) এ বসিয়ে পাই;

$$\begin{aligned} \frac{2y}{(y+1)(y^2+1)^2} &= \frac{-\frac{1}{2}}{y+1} + \frac{\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}}{y^2+1} + \frac{y+1}{(y^2+1)^2} \\ &= -\frac{1}{2(y+1)} + \frac{y-1}{2(y^2+1)} + \frac{y+1}{(y^2+1)^2} \end{aligned}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

$$\text{গ. দেওয়া আছে, } F(a, b, c) = a^3(b+c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$$

$$\begin{aligned} &= a^3b - ca + b^3c - ab + c^3(a-b) \\ &= a^3b - ab^3 - ca^3 + b^3c + c^3(a-b) \\ &= ab(a^2 - b^2) - c(a^3 - b^3) + c^3(a-b) \\ &= (a-b)\{ab(a+b) - c(a^2 + ab + b^2) + c^3\} \\ &= (a-b)(a^2b + ab^2 - ca^2 - abc - b^2c + c^3) \\ &= (a-b)\{a^2(b-c) + ab(b-c) - c(b^2 - c^2)\} \\ &= (a-b)(b-c)(a^2 + ab - bc - c^2) \\ &= (a-b)(b-c)(a^2 - c^2 + ab - bc) \\ &= (a-b)(b-c)\{(a+c)(a-c) + b(a-c)\} \\ &= (a-b)(b-c)(a-c)(a+c+b) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$p(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + a$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $(3x - 1)$

ক.  $a$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $p(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

গ.  $\frac{3x+8x+2}{p(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরঃ

ক. দেওয়া আছে,  $p(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + a$

যেহেতু,  $(3x - 1), p(x)$  এর একটি উৎপাদক সেহেতু  $p\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

$$\text{বা, } 18 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 15 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} + a = 0$$

$$\text{বা, } 18 \times \frac{1}{27} + 15 \times \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + a = 0$$

$$\text{বা, } \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{3} + a = 0$$

$$\text{বা, } \frac{2+5-1+3a}{3} = 0$$

$$\text{বা, } 6+3a = 0$$

$$\text{বা, } 3a = -6$$

$$\text{বা, } a = \frac{-6}{3}$$

$\therefore a = -2$  (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই,  $a = -2$

$$\therefore p(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$$

অতঃপর:

গ. 'খ' হতে পাই  $p(x) = (2x+1)(3x+2)(3x-1)$

$$\text{এখন, } \frac{3x^2 + 8x + 2}{p(x)} = \frac{3x^2 + 8x + 2}{(2x+1)(3x+2)(3x-1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{3x^2 + 8x + 2}{(2x+1)(3x+2)(3x-1)} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{3x+2} + \frac{C}{3x-1} \dots\dots\dots(i)$$

(i) এর উভয় পক্ষে  $(2x+1)(3x+2)(3x-1)$  দ্বারা গুন করে পাই,

$$3x^2 + 8x + 2 = A(3x+2)(3x-1) + B(2x+1)(3x-1) + C(2x+1)(3x+2).....(ii)$$

যা  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

(ii) এর উভয় পক্ষে  $x = -\frac{1}{2}$  বসিয়ে পাই,

$$3.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 8.\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = A\left\{3.\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\right\} \left\{3.\left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right\} + B.0 + C.0$$

$$\text{বা, } \frac{3}{4} - 4 + 2 = A\left(-\frac{1}{2} + 2\right)\left(-\frac{3}{2} - 1\right)$$

$$\text{বা, } \frac{3}{4} - 2 = A\left(\frac{-3+4}{2}\right)\left(\frac{-3-2}{2}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{3-8}{4} = A.\frac{1}{2}.\frac{-5}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{-5}{4} = \frac{-5}{4} A \therefore A = 1$$

(ii) এ  $x = -\frac{2}{3}$  বসিয়ে পাই,

$$3.\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 8.\left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = A.0 + B\left\{2.\left(-\frac{2}{3}\right) + 1\right\} \left\{3.\left(-\frac{2}{3}\right) - 1\right\} + C.0$$

$$\text{বা, } 3.\frac{4}{9} - \frac{16}{3} + 2 = B\left(\frac{-4}{3} + 1\right)(-2-1)$$

$$\text{বা, } \frac{4}{3} - \frac{16}{3} + 2 = B\left(\frac{-4+3}{3}\right)(-3)$$

$$\text{বা, } \frac{4-16+6}{3} = B \text{ বা, } \frac{-6}{3} = B$$

$$\therefore B = -2$$

(ii) এ  $x = \frac{1}{3}$  বসিয়ে পাই,

$$3.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8.\frac{1}{2} + 2 = A.0 + B.0 + C.\left(2.\frac{1}{3} + 1\right)\left(3.\frac{1}{3} + 2\right)$$

$$\text{বা, } 3.\frac{1}{9} + \frac{8}{3} + 2 = C.\left(\frac{2}{3} + 1\right).3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3} + \frac{8}{3} + 2 = C \left( \frac{2+3}{3} \right) \cdot 3$$

$$\text{বা, } \frac{1+8+6}{3} = 5C \text{ বা, } \frac{15}{3} = 5C \text{ বা, } 5 = 5C$$

$$\therefore C = 1$$

এখন,  $A, B$  ও  $C$  এর মান  $(i)$  বসিয়ে পাই,

$$\frac{3x^2 + 8x + 2}{(2x+1)(3x+2)(3x-1)} = \frac{1}{2x+1} - \frac{2}{3x+2} + \frac{1}{3x-1} \text{ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।}$$

প্র্যাকটিস শীট

প্রশ্ন-১.  $\frac{x+7}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}$  একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ।

ক. যুক্তিসহ ভগ্নাংশটির প্রকৃতি নির্ধারণ করো।

খ. ভগ্নাংশটির হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

গ. ভগ্নাংশটিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

প্রশ্ন-২.  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. প্রতিসম রাশি কী? একটি প্রতিসম রাশির উদাহরণ দাও।

খ.  $P(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

গ.  $\frac{1}{P(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

প্রশ্ন-৩.  $P(x) = ax^3 + bx + c$  একটি বহুপদী।

ক. সমমাত্রিক বহুপদী কী? উদাহরণ দাও।

খ.  $P(x)$  কে  $x - m$  দ্বারা ভাগ করে দেখাও যে, ভাগশেষ  $P(m)$  এ সমান।

গ.  $\frac{1}{x(x^2 + 1)^2}$  আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

প্রশ্ন-৪.  $P(x) = x^2 + ax + b$ , এবং  $Q(x) = x^2 - 2x - 8$

ক.  $Q(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

খ.  $\frac{x^2}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

গ.  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক  $Q(x)$  হলে,  $a$  এবং  $b$  এর মান নির্ণয় করো।

প্রশ্ন-৫.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$  এবং  $g(x) = \frac{x^2}{x^2-16}$

ক.  $f(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় করো।

খ.  $f^{-1}(-1)$  নির্ণয় করো।

গ.  $g(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।