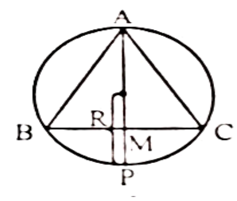
১ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ



চিত্রে $AB = AC$ এবং R হলো বৃত্তের পরিব্যাসার্ধ।

ক. ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্যটি লিখ।

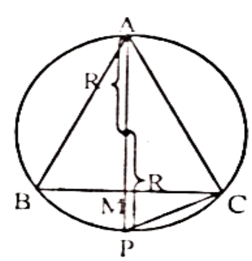
খ. যদি $AM \perp BC$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2RAM$.

গ. যদি $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক AP হয় তবে দেখাও যে, $AM^2 = AB^2 - BM.MC$.

১ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ক. বৃত্ত অন্তলিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি যদি পরস্পর লম্ব হয়, তবে তাদের ছেদ বিন্দু হতে কোনো বাহুর ওপর অঙ্কিত লম্ব বিপরীত বাহুকে দ্বিখন্ডিত করে।

খ.



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু ΔABC –এ $AB = AC$ । A থেকে BC – এর ওপর অঙ্কিত লম্ব AM এবং ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R । প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = 2R.AM$.

অঙ্কন: C, P যোগ করি।

প্রমাণ: ΔAMC ও ΔACP –এ,

$\angle AMC = \angle ACP$

[$\therefore$ অর্ধবৃত্তস্থ $\angle ACP = 90^0$ এবং AM, BC এর ওপর লম্ব বলে $\angle AMC = 90^0$]

$\angle PAC$ সাধারণ কোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle ACM$ = অবশিষ্ট $\angle APC$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।

$\therefore \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AP}$

[$\therefore$ সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

বা, $AC^2 = AP.AM$

$\therefore AB^2 = AP.AM \quad \therefore AB = AC]$..................$(i)$

সমকোণী ΔABM ও ACM এর মধ্যে

অতিভুজ $AB =$ অতিভুজ AC [দেওয়া আছে]

এবং AM সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta ABM \cong \Delta ACM$

$\therefore BM = CM$

অর্থাৎ $AM \perp BC$ এবং AM, BC এর সমদ্বিখন্ডক।

$\therefore AM.$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।

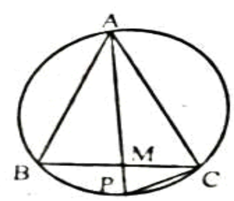
[কেন্দ্র থেকে জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

$\therefore AP, \Delta ABC$ -এর পরিব্যাস

$AP = 2R$ [$\therefore R, \Delta ABC$ -এর পরিব্যাসার্ধ]

তাহলে (i) হতে পাই,

অর্থাৎ, $AB^2 = 2R.AM$ (প্রমাণিত)



গ. **বিশেষ নির্বচনঃ** দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক রেখাংশ AP , BC কে M বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AM^2 = AB^2 - BM.MC$.

অঙ্কনঃ C, P যোগ করি।

প্রমানঃ ΔABM ও ΔACP -এ

$\angle BAM = \angle CAP$ [$\because AM, \angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক]

এবং $\angle ABM = \angle ACP$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle AMB =$ অবশিষ্ট $\angle ACP$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AB}{AP}$ [$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AB.AC = AM.AP$.............(i)

আবার, ΔABM ও ΔCMP -এ

$\angle ABM = \angle CMP$ [$\because$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ]

এবং $\angle AMB = \angle CMP$ [$\because$ বিপ্রতীপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle BAM =$ অবশিষ্ট $\angle MCP$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \dfrac{AM}{MC} = \dfrac{BM}{MP}$ [$\because$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান]

অর্থাৎ, $AM.MP = BM.MC$.............(ii)

এখন, সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$AB.AC = AM.AP$$

$$= .AM(AM + MP) \qquad [\because AP = AM + MP]$$

$$= AM.AM + AM.MP$$

$$= AM^2 + AM.MP$$

বা, $AM^2 = AB.AC - AM.MP$

$\therefore AM^2 = AB.AC - BM.MC$ [সমীকরণ (ii) হতে মান বসিয়ে]

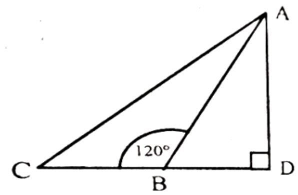
অর্থাৎ, $AM^2 = AB.AB - BM.MC$

অতপর, যেহেতু $AB = AC$

$\therefore AM^2 = AB.AB - BM.MC$

$\therefore AM^2 = AB^2 - BM.MC$ (দেখানো হলো)

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ



চিত্রে $\angle ABC = 120^0$ এবং $AD \perp BC.r$

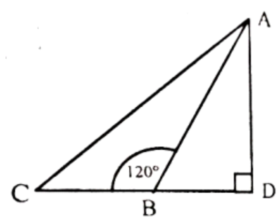
ক. BD ও AB এর মধ্যে সম্পর্কে নির্ণয় করো।

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$

গ. BC বাহুকে P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$.

২ নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরঃ

ক.



চিত্রে $\angle ABC = 120^0$

CD সরলরেখার ওপর $\angle ABC$

ও $\angle ABD$ দুইটি সন্নিহিত কোণ

$\therefore \quad \angle ABC + \angle ABD = 180^0$

বা, $120^0 + \angle ABD = 180^0$

$\therefore \angle ABD = 60^0$

এখন সমকোণী ΔABD এর ভূমি $= BD$ এবং অতিভুজ $= AB$

$\therefore \cos \angle ABD = \frac{BD}{AB} [\therefore \cos\theta =]$

বা, $\cos 60^0 = \frac{BD}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{AD}{AB} \therefore BD = \frac{AB}{2}$

খ. দেওয়া আছে ΔABC এর $\angle ABC = 120^0$ প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 - BC^2 + AB.BC$

প্রমাণ: আমরা জানি, স্থুলকোণী ত্রিভুজের স্থুলকোণের বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ঐ কোণের সন্নিহিত দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টি এবং ঐ দুই বাহুর যে কোন একটি ও তার উপর অপর বাহুর লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের দ্বিগুণের সমষ্টির সমান।

এখন, ΔABC এ $\angle ABC = 120^0$ অর্থাৎ স্থুলকোণ

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$.....................$(i)$

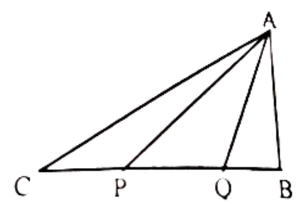
'ক' হতে আমরা জানি, $BD = \frac{1}{2}AB$

(i) নং এ BD এর মান বসিয়ে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.\frac{1}{2}AB$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB.BC$ (প্রমাণিত)

গ.



দেওয়া আছে, ΔABC -এর BC বাহু P ও Q বিন্দুতে তিনটি সমান অংশে বিভক্ত হয়েছে অর্থাৎ $CP = PQ = QB$ ।

A, P এবং A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$

প্রমাণ: ΔACQ - এর মধ্যমা AP $[\therefore CP = PQ]$

$\therefore$ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 + AQ^2 = 2(AP^2 + PQ^2)$....................$(i)$

আবার, ΔAPB এর মধ্যমা AQ $[\therefore PQ = QB]$

$\therefore AP^2 + AB^2 = 2(AQ^2 + PQ^2)$.................$(ii)$

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ কওে পাই,

$AC^2 + AQ^2 + AP^2 + AB^2 = 2AP^2 + 2PQ^2 + 2AQ^2 + 2PQ^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = AP^2 + 2AQ^2 + 4PQ^2 - AP^2 - AQ^2$

$\therefore AB^2 + AC^2 = AP^2 + AQ^2 + 4PQ^2$ (প্রমাণিত)

প্র্যাকটিস শীট

প্রশ্ন-১.

চিত্র:

চিত্রে AD, BC এর বির্ধতাংশের উপর লম্ব।

ক. $\angle CAB$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

গ. $\angle B = 60^0$ এবং C সূক্ষকোণ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB.BC$.

প্রশ্ন-২.

চিত্র:

ক. চিত্রের সাহায্যে ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র দেখাও।

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, AF = DF।

গ. যদি $\angle B$ এর সমদ্বিখন্ডক AC কে M বিন্দুতে এবং ABC পরিবৃত্তকে N বিন্দুতে ছেদ করে তবে দেখাও যে,

$BM^2 = AB.BC - AM.MC$ ।

প্রশ্ন-৩.

চিত্র:

ΔPOR -এ $\angle OPR = 90^0$

ক. ΔPOR এর লম্ববিন্দু নির্ণয় করো। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক]

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PO^2 + OR^2 - 2OR.OQ$

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 = OQ.QR$.

প্রশ্ন-৪.

দুইটি ত্রিভুজ ABC ও DEF সদৃশকোণী।

ক. চিত্র এঁকে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও।

খ. প্রমাণ কর যে, উহাদের অনুরুপ বহুগুলো সমানুপাতিক।

গ. ABC ত্রিভুজের AC ও AB বাহুর উপর যথাক্রমে BE ও CF লম্ব। দেখাও যে, Δ ক্ষেত্র ABC ঃ Δ ক্ষেত্র

$AEF = AB^2 : AE^2$

প্রশ্ন-৫. ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ যার $AB > AC$.

ক. টলেমি ও অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য দুটি লিখ।

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর লম্ববিন্দু, ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র সমরেখ।

গ. যদি ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর উপর AD, BE, CF লম্বত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, AO.OD = BO.OE = CO.OF.