

১নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$$f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x} \text{ এবং } \log_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3}$$

ক. দ্বিতীয় সমীকরণের সমাধান কর।

খ.  $f^{-1}$  নির্ণয় কর।

গ.  $f$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

১নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরঃ

(ক) এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $\log_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3}$

বা,  $\log_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3}$  বা,  $(\sqrt{8})^{\frac{10}{3}} = x$  বা,  $(\sqrt{2^3})^{\frac{10}{3}} = x$

বা,  $x = 2^{\frac{3 \times 10}{3}}$  বা,  $x = 2^5 \therefore x = 32$  (Ans.)

(খ) এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

ধরি,  $y = f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x} \therefore y = \ln \frac{1-x}{1+x}$

বা,  $e^y = \frac{1-x}{1+x}$  বা,  $1-x = (1+x)e^y$  বা,  $1-x = e^y + xe^y$

বা,  $1-e^y = x(1+e^y)$  বা,  $x = \frac{1-e^y}{1+e^y}$

বা,  $f^{-1}(y) = \frac{1-e^y}{1+e^y} \therefore f^{-1}(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}$  (Ans.)

(গ) এর সমাধান:

যেহেতু লগারিদম শুধুমাত্র ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার জন্য সংজ্ঞায়িত হয়।

$\therefore \frac{1-x}{1+x} > 0$  যদি (i)  $1-x > 0$  এবং  $1+x > 0$  হয়

অথবা, (ii)  $1-x < 0$  এবং  $1+x < 0$  হয়।

(i)  $-x > -1$  এবং  $x > -1$

$\therefore x < 1$

$\therefore$  ডোমেন  $D_f = \{x : -1 < x\} \cap \{x : x < 1\}$   
 $= (-1, \infty) \cap (-\infty, 1) = (-1, 1)$

(ii)  $-x < -1$  এবং  $x < -1$

$\therefore x > 1$

$\therefore$  ডোমেন  $D_f = \{x : x < -1\} \cap \{x : x > 1\} = \phi$

$\therefore$  প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন,

$D_f = (i)$  ও  $(ii)$  এর ক্ষেত্রে প্রাপ্ত ডোমেনের সংযোগ সেট  
 $= (-1, 1) \cup$

‘খ’ থেকে প্রাপ্ত,  $x = \frac{1-e^y}{1-e^{-y}}$

$y$  এর সকল বাস্তব মানের জন্য  $x$  এর মান বাস্তব হয়।

$\therefore$  প্রদত্ত ফাংশনের রেঞ্জ  $R_f = R$

ডোমেন  $D_f = (-1, 1)$  (Ans.)

রেঞ্জ  $R_f = R$  (Ans.)

## ২ নং সৃজনশীল প্রশ্নঃ

$p(x) = \log(1+x) - 2\log x$

ক. দেখাও যে,  $\log_a x^m = m \log_a x$

খ.  $p(x)=0$  হলে প্রমাণ কর যে,  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

গ.  $p(x)$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

## ২ নং সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরঃ

(ক) এর সমাধান:

মনে করি,

$$\log_a x = p$$

$$\therefore x = a^p$$

$$\text{বা, } (x)^m = (a^p)^m$$

$$\text{বা, } x^m = a^{pm}$$

$$\text{বা, } \log_a x^m = mP$$

$$\therefore \log_a x^m = m \log_a x [\because p = \log_a x] \text{ (দেখানো হলো)}$$

(খ) এর সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$p(x) = \log(1+x) - 2\log x \text{ এবং } p(x) = 0$$

$$\therefore \log(1+x) - 2\log x = 0$$

$$\text{বা, } \log(1+x) - \log x^2 = 0$$

$$\text{বা, } \log \frac{1+x}{x^2} = \log 1 [\because \log 1 = 0]$$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{x^2} = 1 \text{ বা, } x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$\text{সুতরাং } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) এর সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$p(x) = \log(1+x) - 2\log x$$

$$\text{বা, } p(x) = \log \frac{1+x}{x^2}$$

$$\text{এখন, } p(x) \in \mathbb{R} \text{ হবে যদি ও কেবল যদি } x \in \mathbb{R} \text{ এবং } \frac{1+x}{x^2} > 0$$

$$\text{বা, } 1+x > 0 \text{ অথবা, } x^2 > 0$$

বা,  $x > -1$  অথবা,  $x > 0$

$\therefore$  ডোমেন =  $(-1,0) \cup (0,\infty)$  (Ans.)

আবার,  $p(x)$  এর ডোমেনের মধ্যে  $x$  এর যেকোন মানের জন্য  $p(x)$  এর মান 0 থেকে  $\infty$  পর্যন্ত সীমাবদ্ধ থাকবে।

$\therefore$  রেঞ্জ =  $(0,\infty)$  (Ans.)

### প্র্যাকটিস শীট

প্রশ্ন-১ একটি ফাংশন  $y = 1 - 2^{-x}$

ক. প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

খ. ফাংশনটির লেখচিত্র অংকন কর এবং বৈশিষ্ট্যলো লেখ।

গ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করে তা এক-এক কিনা নির্ধারণ কর এবং বিপরীত ফাংশনটির লেখচিত্র আঁক।

প্রশ্ন-২.  $p = xy^{a-1}$ ,  $q = xy^{b-1}$ ,  $r = xy^{c-1}$

ক.  $a^2 = b^2$  হলে দেখাও যে,  $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{b}} = a^{\frac{a}{b-1}}$

খ. প্রমাণ কর যে,  $(b+a)\log \frac{p}{q} + (c+b)\log \frac{q}{r} + (a+c)\log \frac{r}{p} = 0$

গ.  $(b-c)\log p + (c-a)\log q + (a-b)\log r$  এর মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৩.

$$f(x) = \sqrt{2-4x}$$

$$g(x) = \ln \frac{4+x}{4-x}$$

ক.  $f(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

খ.  $f(x)$  ফাংশনটি এক-এক ও অটুন কিনা যাচাই কর।

গ.  $g(x)$  ফাংশনের ডোমেন এবং বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৪. দেওয়া আছে,

$$2^{2x} \cdot 2^{y-1} = 64 \dots (i)$$

$$6 \times \frac{6^{y-2}}{3} = 72 \dots (ii)$$

ক. (i) ও (ii) নং কে  $x$  ও  $y$  চলক বিশিষ্ট সরল সর সমীকরণে পরিণত কর।

খ. সমীকরণদ্বয় সমাধান করে শুদ্ধতা যাচাই কর।

গ.  $x$  ও  $y$  এর মান যদি কোন চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য হয়। (যেখানে বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ  $90^\circ$ ) তবে চতুর্ভুজটি

আয়তন না বর্গ উল্লেখ কর এবং ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৫. (i)  $\frac{\log_k(7+x)}{\log_k x} = 2$  (ii)  $x^a = y^b = z^c$  দুটি সূচকীয় রাশি।

ক. প্রথম সমীকরণটিকে  $x$  সংবলিত একটি দ্বিঘাত সমীকরণে পরিণত কা।

খ. প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর এবং দেখাও যে,  $x$  এর কেবল একটি মাত্র বীজ সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে।

গ. যদি  $x, y, z$  ক্রমিক সমানুপাত হয় তবে (ii) নং হতে দেখাও যে,  $\frac{2}{b} = \frac{1}{a} = \frac{1}{c}$