

চতুর্থ অধ্যায় জ্যামিতিক অঙ্কন

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ΔABC -এর $\angle B = 45^\circ$ দেওয়া আছে।

ক. কোণটি আঁক। ২

খ. $BC = 4.6$ সে.মি. এবং $AB +$

$CA = 8.2$ সে.মি. হলে ত্রিভুজটি

আঁক। ৪

গ. $BC = 4.5$ সে.মি. এবং $AB -$

$AC = 2.5$ সে.মি. হলে ত্রিভুজটি

আঁক। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।

খ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।

গ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ৪নং দেখ।

প্রশ্ন-২ একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে ৫ সে.মি., ১২ সে.মি. ও ১৩ সে.মি.। [কাজ : পৃষ্ঠা-৮৭]

ক. ত্রিভুজের বাহু তিনটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির অন্তর্ভুক্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ

নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

a _____
5 সে. মি.

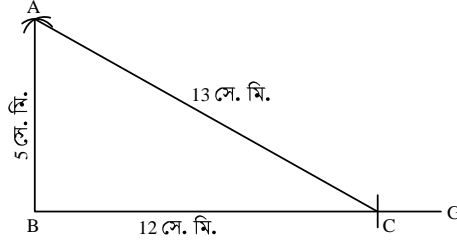
b _____
12 সে. মি.

c _____
13 সে. মি.

চিত্রে, ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 5$ সে.মি., $b = 12$ সে.মি. এবং $c = 13$ সে.মি.।

খ. মনে করি, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 5$ সে.মি., $b = 12$ সে.মি. এবং $c = 13$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

- a _____
5 সে. মি.
b _____
12 সে. মি.
c _____
13 সে. মি.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BG থেকে $BC = b = 12$ সে.মি. অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : BC রেখার B ও C-কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC- এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : A, B এবং A, C যোগ করি। তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৬১ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ১নং দেখ।

প্রশ্ন-৩ দুটি রেখাংশ a ও b এবং একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে।

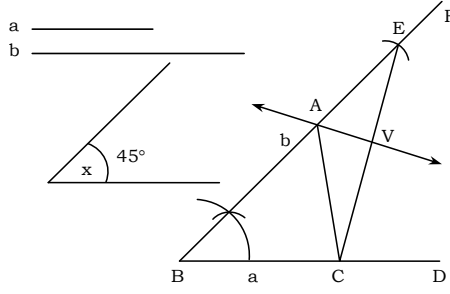
ক. যদি a একটি ত্রিভুজের ভূমি, b অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি এবং $\angle x$ ত্রিভুজটির শিরঃকোণ হয় তবে ত্রিভুজটির চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রদত্ত তথ্য উল্লেখপূর্বক অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. যদি $\angle x$ একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, a ত্রিভুজটির উচ্চতা এবং b অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি হয় তবে, ত্রিভুজটির চিহ্নিত চিত্র আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক.



ΔABC এ $BC = a$, $AB + AC = b$, এবং $\angle ABC = \angle x$

খ. মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি a , অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি b এবং শিরঃকোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BD থেকে $BC = a$ কেটে নিই।

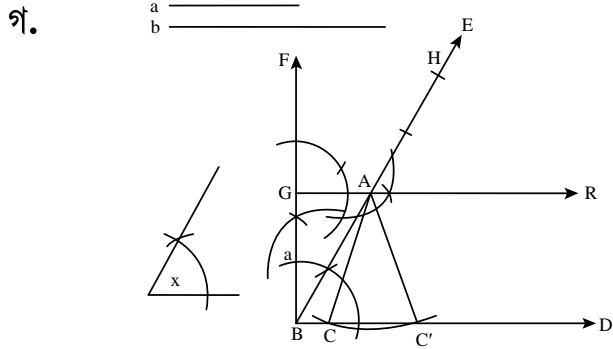
ধাপ ২ : BD রেখার B বিন্দুতে $\angle DBF = \angle x$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BF রশ্মি থেকে $BE = b$ কেটে নিই। EC যোগ করি।

ধাপ ৪ : EC রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক আঁকি যা BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : AC যোগ করি।

তাহলে ΔABC নির্ণেয় ত্রিভুজ।



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$, উচ্চতা a এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি b দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

ধাপ ২ : BD এর B বিন্দুতে $BF \perp BD$ আঁকি। BF হতে $BG = a$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : G বিন্দু দিয়ে BD এর সমান্তরাল করে GR আঁকি। GR রেখা BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে। এখন BE হতে $BH = b$ অংশ কাটি।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD কে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : A, C ও A, C' যোগ করি।

তাহলে ABC ও ABC' ত্রিভুজদ্বয় নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-৪ ▶ $\triangle ABC$ -এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি.।

ক. ত্রিভুজটি ঐকে উপরিউক্ত তথ্যগুলো

?

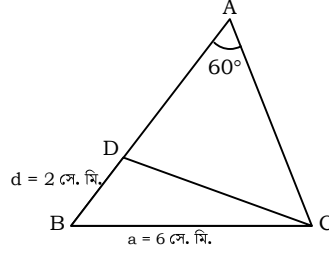
চিহ্নিত কর। ২

খ. পদ্ধতি অনুসারে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. ত্রিভুজটির একটি পরিবৃত্ত আঁক। ৪

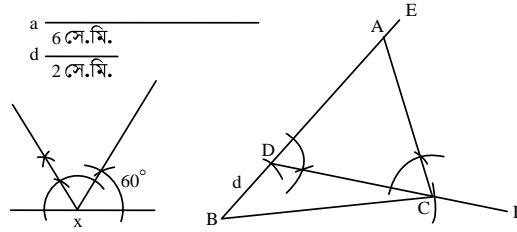
▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক.



$\triangle ABC$ -এর চিত্র আঁকি এবং প্রদত্ত অংশ $BC = a$, $BD = d$ এবং $\angle BAC = 60^\circ$ চিহ্নিত করি।

খ.



$\triangle ABC$ -এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = d$ কেটে নিই।

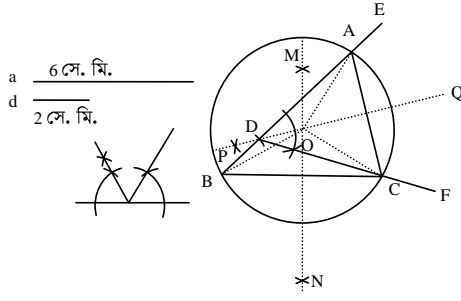
ধাপ ২ : BE রশ্মির D বিন্দুতে $\angle EDF = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle x)$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তা DF রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : C বিন্দুতে $\angle EDC = \angle DCA$ আঁকি। CA, DE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তাহলে $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ. ‘(খ)’ চিত্রে প্রদত্ত $\triangle ABC$ এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : BC এর সমদ্বিখণ্ডক MN এবং AC এর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ আঁকি। এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ধাপ ২ : O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OC-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এরূপে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন-৫ ▶ ত্রিভুজের উচ্চতা, ভূমির উপর মধ্যমা এবং ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া আছে।

ক. সমকোণ ঐকে উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

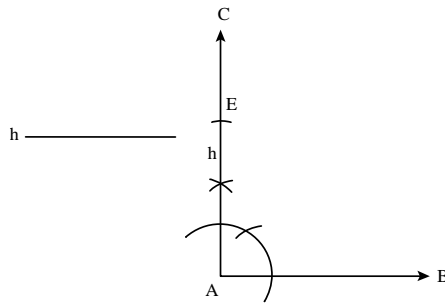
? খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণ দাও এবং যৌক্তিকতা

আলোচনা কর। ৪

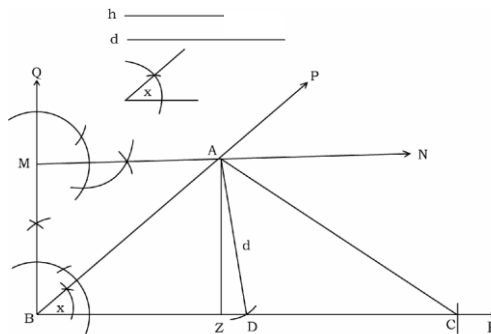
▶▶ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



চিত্রে, $\angle CAB = 90^\circ$ = এক সমকোণ। h এর সমান করে AE রেখা-ই প্রদত্ত উচ্চতা।

খ.



ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ x এর সাহায্যে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

গ. অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle EBP$ অঙ্কন করি।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BE রেখার উপর BQ লম্ব অঙ্কন করি, BQ থেকে ত্রিভুজ এর উচ্চতা h এর সমান BM অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BE এর সমান্তরাল করে MN রেখা অঙ্কন করি যা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। ঐ বৃত্তচাপ BE কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : BE থেকে BD = DC অংশ কেটে নিই। A,C যোগ করি।

তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : A, D যোগ করি এবং A থেকে BC এর উপর AZ লম্ব অঙ্কন করি।

এখানে, MN ও BE সমান্তরাল এবং MB ও AZ উভয়েই BE এর উপর লম্ব।

$$\therefore MB = AZ = h \text{ উচ্চতা}$$

$$BD = DC$$

$$\therefore D \text{ বিন্দুই BC এর মধ্যবিন্দু।}$$

$$\therefore AD = d = \text{ভূমির উপর মধ্যমা;}$$

অর্থাৎ BC ভূমি,

আবার, $\angle ABC = \angle x = \text{ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ।}$

$$\therefore ABC \text{ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ কোনো ত্রিভুজের ভূমি, $a = 5$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন কোণ

$\angle x = 60^\circ$ এবং উচ্চতা, $h = 3.5$ সে.মি.

ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলো চিত্রের সাহায্যে
উপস্থাপন কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন
কর। ৪

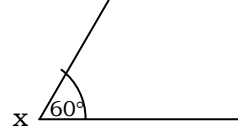
?

গ. যে ত্রিভুজের ২টি কোণ $\angle x = 60^\circ$
ও $\angle y = 90^\circ$ এবং তাদের বিপরীত
বাহুদ্বয়ের অন্তর $d = h - 2$ এর সমান
তা অঙ্কন কর ও যৌক্তিকতা তুলে
ধর। (অঙ্কনের বিবরণ ও চিহ্ন
আবশ্যিক) ৪

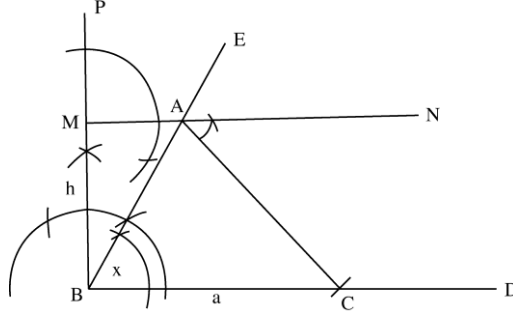
▶▶ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.

$$\begin{array}{l} a \quad 5 \text{ সে. মি.} \\ h \quad 3.5 \text{ সে. মি.} \end{array}$$



দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির ভূমি, $a = 5$ সে. মি. এবং উচ্চতা, $h = 3.5$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ । এ তথ্যগুলো উপরিউক্ত চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।
খ. প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যে একটি ত্রিভুজ আঁকা হলো।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD হতে $BC = a = 5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BC বাহুর উপর BP লম্ব আঁকি। BP হতে $BM = h = 3.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BC বাহুর সমান্তরাল MN রেখাংশ আঁকি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে $\angle CBE = \angle x = 60^\circ$ আঁকি। BE বাহু MN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

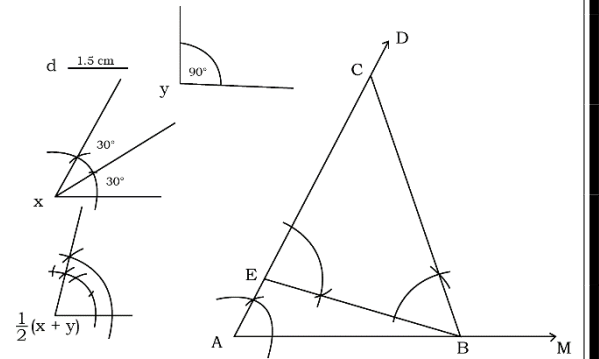
ধাপ ৫ : A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔABC এর উচ্চতা $BM = h$ [$\because BM \perp BC$]

ভূমি $BC = a$, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle CBA = \angle x$

$\therefore \Delta ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



দেওয়া আছে কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 90^\circ$ এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর, $d = h - 2 = (3.5 - 2)$ সে.মি. = 1.5 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ AM এর A বিন্দুতে $\angle BAC = \angle x = 60^\circ$ আঁকি।

ধাপ ২ : AD হতে $AE = d = 1.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : এখন E বিন্দুতে $\angle DEB = \frac{1}{2} (\angle x + \angle y) = 75^\circ$ অঙ্কন করি। EB রেখাংশ AM কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে $\angle DEB$ এর সমান করে $\angle EBC$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৫ : BC রেখা AD রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

$$\text{প্রমাণ : } \angle CEB = \angle CBE = \frac{1}{2} (\angle x + \angle y)$$

$$\therefore CE = CB$$

$$\therefore AC = CE + AE = CB + AE$$

$$\therefore AC - CB = d [AE = d]$$

$$\angle EBA = \angle CEB - \angle CAB = \frac{1}{2} (\angle x + \angle y) - \angle x = \frac{1}{2} (\angle y - \angle x)$$

$$\angle CBA = \angle CBE + \angle EBA$$

$$= \frac{1}{2} (\angle x + \angle y) + \frac{1}{2} (\angle y - \angle x) = \angle y$$

$\triangle ABC$ এর $\angle x = \angle CAB$, $\angle y = \angle CBA$ এবং $EC = BC$ বলে বাহুদ্বয়ের অন্তর, $AE = d$

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৭ $\triangle ABC$ ত্রিভুজের ভূমি $BC = 5$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 45^\circ$, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 10 সে.মি.।

ক. $\triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর

এবং উক্ত পরিসীমা বিশিষ্ট একটি

$\triangle PQR$ সমবাহু ত্রিভুজ ঐঁকে দেখাও। ২

খ. $\triangle ABC$ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. $\triangle ABC$ ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

▶◀ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $\triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিসীমা $(5 + 10)$ সে. মি. = 15 সে.মি.।

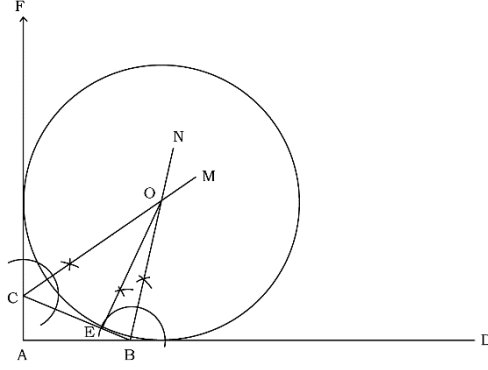
$\therefore \triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিসীমাকে $\triangle PQR$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ধরলে $\triangle PQR$ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক

বাহু হবে $\frac{15}{3}$ সে.মি. বা 5 সে.মি.।

$\therefore \triangle PQR$ ত্রিভুজটি নিম্নরূপ :

ধাপ ৫ : এখন BD রেখার উপর C ও C' হতে যথাক্রমে $CA \perp BD$ ও $C'A' \perp BD$ আঁকি। তাহলে ΔABC ও $\Delta A'BC'$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



‘খ’ হতে প্রাপ্ত ABC সমকোণী ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ধাপ ২ : $\angle FCB$ ও $\angle DBC$ এর সমদ্বিখন্ডক CM এবং BN আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O থেকে BC এর উপর OE লম্ব আঁকি। মনে করি, তারা BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে অঙ্কিত বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন-৯ ΔABC -এর $\angle B = 45^\circ$ দেওয়া আছে।

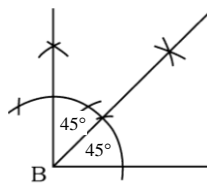
ক. কোণটি আঁক। ২

খ. BC = 4.6 সে. মি. এবং AB + CA = 8.2 হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

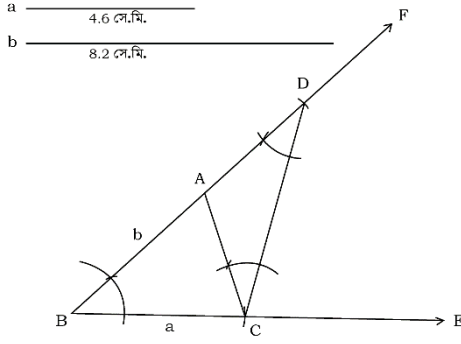
গ. BC = 4.5 সে. মি. এবং AB - AC = 2.5 সে. মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



খ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি $BC = a = 4.6$ সে. মি. $\angle B = 45^\circ$ এবং $AB + CA = b = 8.2$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a = 4.6$ সে. মি. কেটে নিই।

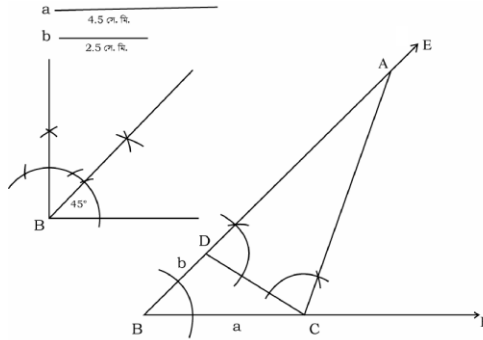
ধাপ ২ : BC -এর B বিন্দুতে $\angle CBF = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BF থেকে $BD = b = 8.2$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle ACD = \angle BDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি $BC = a = 4.5$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle B = 45^\circ$ এবং $AB - AC = b = 2.5$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BF থেকে $BC = a = 4.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : BC -এর B বিন্দুতে $\angle CBE = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BE থেকে $BD = b = 2.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle DCA = \angle EDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, DE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-১০▶ ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ $\angle x$, ভূমি a ও শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর d ।

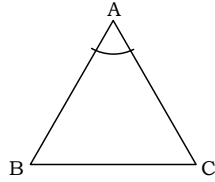
ক. চিত্রসহ শিরঃকোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. উদ্দীপকে প্রদত্ত ABC ত্রিভুজটি
অঙ্কন কর। ৪

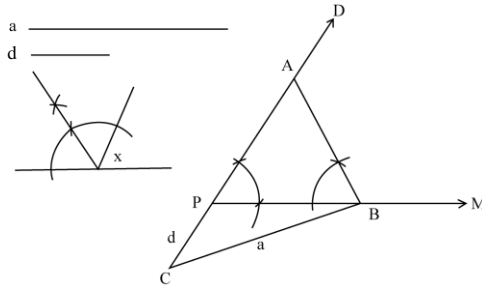
? গ. ABC ত্রিভুজের ভূমি $BC = 6$ সে.
মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B =$
 $\angle x$ এবং $AB + AC = 9$ সে. মি.
হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. শিরঃকোণ : কোনো
ত্রিভুজের শীর্ষকোণকে
শিরঃকোণ বলা হয়।
পাশের $\triangle ABC$ এর
শীর্ষকোণ $\angle A$, ফলে
 $\triangle ABC$ এর শিরঃকোণ
হবে $\angle A$ । তবে অবস্থান
অনুযায়ী $\angle B$ ও $\angle C$ ও
শিরঃকোণ হতে পারে।



খ.



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ $\angle A = \angle x$ এবং শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর $AC - AB = d$ । ABC ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি CD থেকে $CP = d$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : P বিন্দুতে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান $\angle DPM$ অঙ্কন করি।

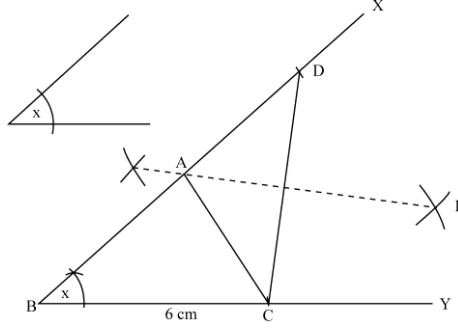
ধাপ ৩ : C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তচাপ PM সরলরেখাকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B ও C যোগ করি।

ধাপ ৫ : B বিন্দুতে $\angle DPB = \angle PBA$ অঙ্কন করি যেন BA রেখাংশ CD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC-উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, ABC ত্রিভুজের ভূমি $BC = 6$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle X$, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $AB + AC = 9$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BY থেকে $BC = 6$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : $\angle XBY = \angle X$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BX রশ্মি থেকে $BD = 9$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C,D যোগ করি।

ধাপ ৫ : CD রেখার লম্বদ্বিখন্ডক AL আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A, C যোগ করি। তাহলে ABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-১১ ▶ একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র C, P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু।

ক. এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা C

কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এবং

Q বিন্দু দিয়ে যায়। ২

? খ. অঙ্কনের বিবরণ এবং প্রমাণ দাও। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা একটি

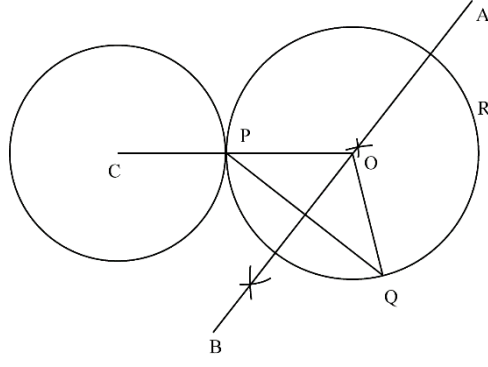
নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো

নির্দিষ্ট বিন্দুতে অপর একটি বৃত্তকে

স্পর্শ করে। ৪

▶ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক.



প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী PQR-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

খ. অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক AB আঁকি।

ধাপ ২ : C, P যোগ করি এবং বর্ধিত করি। বর্ধিত CP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

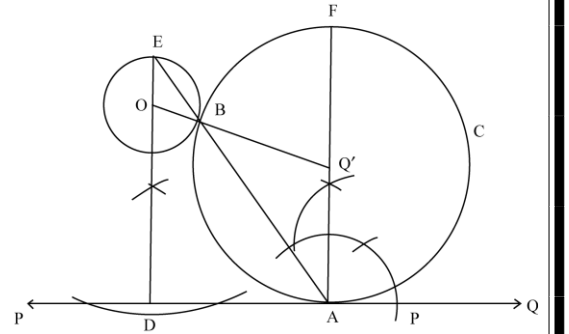
ধাপ ৩ : O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ : O, Q যোগ করি। AB রেখাংশ বা OB রেখাংশ PQ -এর লম্বদ্বিখন্ডক।

$$\therefore OP = OQ$$

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা Q বিন্দু দিয়ে যাবে। আবার P বিন্দুটি দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং P বিন্দু উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত অর্থাৎ P বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় মিলিত হয়েছে। সুতরাং বৃত্তদ্বয় P বিন্দুতে স্পর্শ করে। সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ.



মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র, এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O হতে PQ রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।

ধাপ ২ : DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩ : E, A যোগ করি। EA প্রদত্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুতে $AF \perp PQ$ আঁকি।

ধাপ ৫ : O, B যোগ করে বর্ধিত করি যেন তা AF কে Q' বিন্দুতে ছেদ করে। Q'-ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৬ : Q' কে কেন্দ্র করে $Q'A$ বা $Q'B$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি। তাহলে ABC -ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন-১২ C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P ও Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, $CP = 2$ সে. মি.

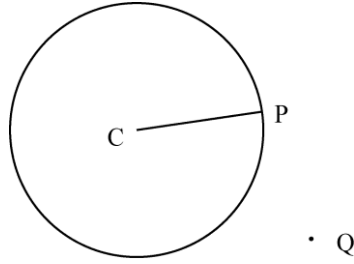
ক. প্রদত্ত তথ্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রে উপস্থাপন কর। ২

খ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে ও Q বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের বিবরণ ও চিহ্ন ও প্রমাণ আবশ্যিক) ৪

গ. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 6$ সে. মি. ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর C কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

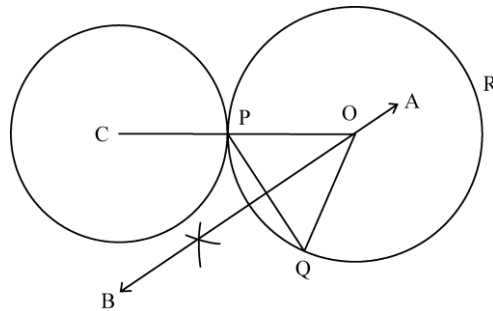
ক.



দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। C, P যোগ করা হলো। এখানে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $CP = 2$ সে.মি.।

প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে উপরিউক্ত চিত্রটি আঁকা হলো।

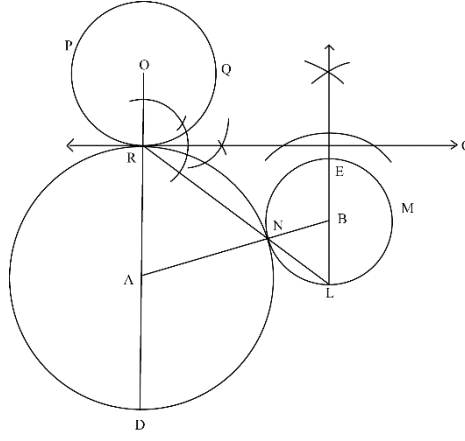
খ.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

গ.



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে R একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্তে N একটি বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে, যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে R বিন্দুতে এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, R যোগ করি। OR কে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।

ধাপ ২ : R বিন্দুতে PQR বৃত্তে RC স্পর্শক আঁকি।

ধাপ ৩ : B হতে RC রেখার উপর BE লম্ব অঙ্কন করি। BE এর বর্ধিতাংশ বৃত্তকে L বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : L, R যোগ করি। LR রেখা LMN বৃত্তকে N বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, N যোগ করি। BN এর বর্ধিতাংশ RD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A কে কেন্দ্র করে AN বা AR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের R বিন্দুতে RC স্পর্শক বলে $RC \perp OR$.

আবার, $RA \perp RC$. কিন্তু AR নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে RC একটি স্পর্শক হবে। ফলে A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি R বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে। অঙ্কনানুসারে, $AB = BN + AN$.

কিন্তু BN ও AN যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ। কাজেই নির্ণেয় বৃত্তটি B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

\therefore A কেন্দ্রবিশিষ্ট DNR বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

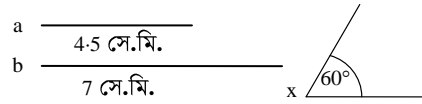
প্রশ্ন-১৪ ▶ একটি ত্রিভুজের ভূমি 4.5 সে.মি., শিরঃকোণ 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7 সে.মি।

?

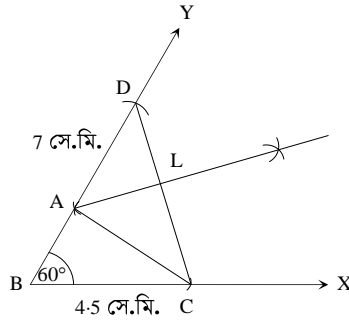
- ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২
- খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি যথাক্রমে উপরিউক্ত ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টির সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর শিরঃকোণের সমান হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

▶◀ ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক.



খ.



দেওয়া আছে, ভূমি $BC = 4.5$ সে.মি. অপর দুই বাহুর সমষ্টি $AB + AC = 7$ সে.মি. এবং $\angle ABC = 60^\circ$ । ΔABC অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ-১ : যেকোন রাশি BX থেকে $BC = 4.5$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-২ : $\angle XBY = 60^\circ$ কোণ আঁকি।

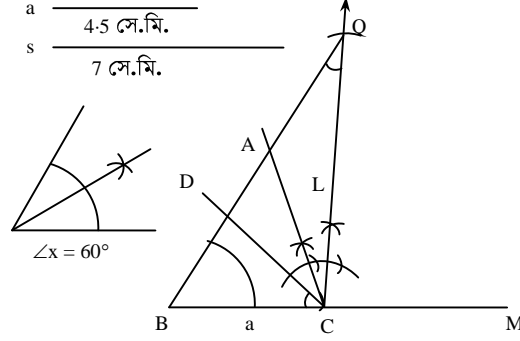
ধাপ-৩ : BY রশ্মি থেকে $BD = 7$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-৪ : C, D যোগ করি।

ধাপ-৫ : CD রেখার লম্বদ্বিষ্টক আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৬ : A, C যোগ করি, তাহলে ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle BCD$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান বাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা CP রশ্মিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, Q যোগ করি।

ধাপ ৬ : এখন, CQ রশ্মির C বিন্দুতে $\angle BQC$ এর সমান করে $\angle QCA$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে $\triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-১৫ → i. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ii. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P এবং বহিঃস্থ একটি বিন্দু Q.

?

- ক. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ
10 সে.মি., ভূমি 6 সে.মি. হলে লম্ব
নির্ণয় কর। ২
- খ. (i) নং উদ্দীপকের শর্তের আলোকে
ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও
বিবরণ আবশ্যিক।] ৪
- গ. (ii) নং উদ্দীপকের আলোকে এমন
একটি বৃত্ত আঁক যা Q বিন্দু দিয়ে যায়
এবং P বিন্দুতে প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ
করে। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ
আবশ্যিক।] ৪

▶◀ ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 10 সে.মি.

লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$$(\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$$

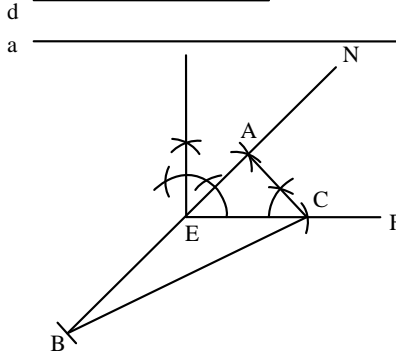
$$\text{বা, } (\text{লম্ব})^2 = 10^2 - 6^2$$

$$= 100 - 36$$

$$= 64$$

∴ লম্ব = $\sqrt{64} = 8$ সে.মি. [খনাঅক মান নিয়ে, কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না। (Ans.)

খ. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a ও অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে

$\angle FEN = 45^\circ$ আঁকি।

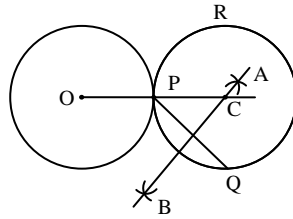
ধাপ ২ : এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EB = d$ হয়।

ধাপ ৩ : অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF -কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

গ. নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O , P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P , Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ এর লম্বদ্বিখণ্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩ : O, P যোগ করে বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : বর্ধিত OP রেখাংশ AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : C কে কেন্দ্র করে CP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।