

পঞ্চম অধ্যায়

সমীকরণ

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ $\triangleright ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণটি কোন ধরনের
সমীকরণের আদর্শরূপ? ২

? খ. প্রদত্ত সমীকরণ হতে x এর দুইটি মান
নির্ণয় কর। ৪

গ. $b = c = 0$ হলে, x_1 ও x_2 এর মান
নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান $\triangleright\triangleleft$

ক. প্রদত্ত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ হচ্ছে এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ। যেখানে a , b ,
 c বাস্তব।

সংখ্যা এবং a এর মান কখনোই শূন্য (0) হতে পারবে না।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2(ax) \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{এবং} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত, $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

যখন $b = c = 0$ তখন,

$$x_1 = \frac{-0 + \sqrt{0 - 4 \cdot a \cdot 0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

যখন $b = c = 0$ তখন,

$$x_2 = \frac{-0 - \sqrt{0 - 4 \cdot a \cdot 0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

প্রশ্ন-২ $\rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$.

ক. $c = 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বের কর এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। ২

? খ. প্রদত্ত সমীকরণ হতে x_1 ও x_2 নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = 1, b = c = 2p$ হলে x_1 ও x_2 এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

$c = 0$ হলে, $ax^2 + bx = 0$

বা, $x(ax + b) = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $ax + b = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } (ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$$

$$\text{বা, } \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$$

$$\text{বা, } \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$\text{বা, } \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

$$\text{বা, } ax + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$$

$$\text{বা, } ax = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

অতএব, x -এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে—

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{এবং } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{Ans.})$$

গ. এখন, $a = 1$, $b = c = 2p$ হলে,

$$x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2p}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$$

$$= -p \pm \sqrt{p^2 - 2p}$$

$$\therefore x_1 = -p + \sqrt{p^2 - 2p} \quad \text{এবং } x_2 = -p - \sqrt{p^2 - 2p} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৩ $x^2 + 8x + 16 = 0$

- ক. আদর্শরূপ সমীকরণের সাথে তুলনা করে a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. সূত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪
- গ. সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি আলোচনা কর। ৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $x^2 + 8x + 16 = 0$

আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,
 $a = 1, b = 8, c = 16$

খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} \\ &= \frac{-8 \pm 0}{2} \\ &= \frac{-8 + 0}{2}, \frac{-8 - 0}{2} \\ &= -4, -4 \end{aligned}$$

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1 = -4, x_2 = -4$

গ. দেওয়া আছে, $x^2 + 8x + 16 = 0$

$$\begin{aligned} \text{নিশ্চায়ক} &= b^2 - 4ac \\ &= (8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \\ &= 64 - 64 \\ &= 0 \end{aligned}$$

যেহেতু $b^2 - 4ac = 0$ সুতরাং মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান।

প্রশ্ন-৪ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ?** ক. সমীকরণ কাকে বলে? ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। 8

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $7x^2 - x - 9 = 0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। 8

►◀ 8 নং প্রশ্নের সমাধান ►◀

ক. সমীকরণ : কোনো অজ্ঞাত রাশি যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার সমান লেখা হয় তখন তাকে সমীকরণ বলে। যেমন :

$$2x + y = 0, x + y + 3x = 0 \text{ ইত্যাদি।}$$

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$

আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করি,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{বা, } a^2x^2 + abx + ac = 0 \text{ [a দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } (ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$$

$$\text{বা, } \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$\text{বা, } \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

$$\text{বা, } ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } ax = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2} - \frac{b}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ x এর 2টি মান পাওয়া যাচ্ছে,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{এবং } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

গ. প্রদত্ত সমীকরণ $7x^2 - x - 8 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়

$$a = 7, b = -1 \text{ এবং } c = -8$$

∴ সমীকরণটির সমাধান,

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-8)}}{2 \cdot 7}$$
$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{14} = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{14} = \frac{1 \pm 15}{14}$$

অর্থাৎ $x_1 = \frac{1 + 15}{14}$ এবং $x_2 = \frac{1 - 15}{14}$

$$= \frac{16}{14} = \frac{-14}{14}$$

$$= \frac{8}{7} = -1$$

∴ নির্ণেয় মূলদ্বয় $\frac{8}{7}, -1$

প্রশ্ন-৫ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। সমীকরণের দুইটি মূল হলো, a_1 ও a_2 ।

ক. দ্বিঘাত সমীকরণ কী? ২

খ. সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = 3, b = 4, c = -7$ হলে,

সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

▶ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. যে সমীকরণে ঘাত বা শক্তি দুই তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। যেমন : $px^2 + qx + r = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ. ৪নং খ দ্রষ্টব্য।

গ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$

এখানে, $a = 3, b = 4, c = -7$.

∴ খ থেকে প্রাপ্ত

$$x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7)}}{2 \cdot 3}$$
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-4 \pm 10}{6}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-4 + 10}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\text{এবং } x_2 = \frac{-4 - 10}{6} = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান; } x_1 = 1, x_2 = \frac{-7}{3}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি একচলক সংবলিত দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. দ্বিঘাত সমীকরণ বলতে কী বুঝ? ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয়

?

কর। ৪

গ. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটির

মূল নির্ণয় কর। (উদ্দীপকের

সমীকরণের সাথে তুলনা করে)। ৪

▶◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ আকারের সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ac\right) = 0$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$

বা, $\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা, $ax + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$

বা, $ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

বা, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অতএব, x -এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে-

$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ এবং $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Ans.)

গ. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 2$, $b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$ (Ans.)

প্রশ্ন-৭ $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ যেখানে, a , b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

ক. $b^2 - 4ac > 0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি কিরূপ হবে? ২

খ. দেওয়া যে, $x =$

? $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ৪

গ. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণটি উল্লিখিত সমীকরণের সাথে তুলনা করে সমাধান কর। ৪

▶ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. দেওয়া আছে,

$$ax^2 + bx + c = 0 \dots\dots\dots(i)$$

যেখানে, a , b , c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

(i) নং সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$

$b^2 - 4ac > 0$ এবং $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।

আবার, $b^2 - 4ac > 0$ এবং $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

খ. ৪নং এর খ দ্রষ্টব্য।

গ. পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫.১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা-৯১ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন-৮ a , b , c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$ হলে $ax^2 + bx + c = 0$ হলো এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ।

ক. সমীকরণটির কয়টি বীজ রয়েছে? এর
নিশ্চায়কের মান কত? ২

খ. সমীকরণটির সমাধান কর। অতঃপর
মূলগুলোর ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় কর। ৪

?

গ. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণকে
প্রদত্ত সমীকরণের সাথে তুলনা করে
 a , b , c এর মান লিখ এবং
সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

▶◀ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, a , b , c বাস্তব সংখ্যা।

এবং $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ (i)

সমীকরণটি দ্বিঘাত, অতএব এর দুইটি মূল বিদ্যমান।

সমীকরণের নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$ (Ans.)

খ. ৪নং এর খ দ্রষ্টব্য।

$b^2 - 4ac$ প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক যা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি :

(i) $b^2 - 4ac = 0$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এক্ষেত্রে $x = \frac{b}{2a}$, $-\frac{b}{2a}$

(ii) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে।

(iii) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।

(iv) $b^2 - 4ac < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এক্ষেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।

গ. পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫.১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা-৯১ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন-৯ ▶ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. $c = 0$ হলে মূল কী হবে এবং এর
প্রকৃতি কিরূপ? ২

?

খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে
 $2x^2 + 7x - 1 = 0$ সমীকরণটির মূল
নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

$c = 0$ হলে, $ax^2 + bx = 0$

বা, $x(ax + b) = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $ax + b = 0$

$\therefore x = 0$ অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. সৃজনশীল ৪(খ) সমাধান দেখ।

গ. প্রদত্ত সমীকরণ, $2x^2 + 7x - 1 = 0$

উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 (-1)}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$$

বা, $x = \frac{1}{4}(-7 \pm \sqrt{57})$

$\therefore x = \frac{1}{4}(-7 + \sqrt{57})$ এবং $\frac{1}{4}(-7 - \sqrt{57})$

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় $\frac{1}{4}(-7 + \sqrt{57})$ এবং $(-7 - \sqrt{57})$ (Ans.)

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$ একটি সমীকরণ।

ক. $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে দেখাও যে,

$$12p^2 - 25p + 12 = 0 \quad ২$$

? খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণের সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

বা, $p + \frac{1}{p} = \frac{25}{12}$ [$p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে $\therefore \frac{1}{p} = \sqrt{\frac{x+16}{x}}$]

বা, $\frac{p^2 + 1}{p} = \frac{25}{12}$

বা, $12p^2 + 12 = 25p$

বা, $12p^2 - 25p + 12 = 0$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$12p^2 - 25p + 12 = 0$$

বা, $12p^2 - 16p - 9p + 12 = 0$

বা, $4p(3p - 4) - 3(3p - 4) = 0$

বা, $(3p - 4)(4p - 3) = 0$

হয়, $3p - 4 = 0$ অথবা, $4p - 3 = 0$

বা, $3p = 4$ বা, $4p = 3$

বা, $p = \frac{4}{3}$ বা, $p = \frac{3}{4}$

বা, $\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \frac{4}{3}$ বা, $\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \frac{3}{4}$

$$\text{বা, } \frac{x}{x+16} = \frac{16}{9} \text{ [বর্গ করে]} \quad \text{বা, } \frac{x}{x+16} = \frac{9}{16} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 16x + 256 = 9x \quad \text{বা, } 16x = 9x + 144$$

$$\text{বা, } 7x = -256 \quad \text{বা, } 7x = 144$$

$$\therefore x = -\frac{256}{7} \quad \therefore x = \frac{144}{7}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = \left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7} \right)$$

গ.

$$\text{প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান : } (x, y) = \left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7} \right)$$

$$\text{শুদ্ধি পরীক্ষা : } x = -\frac{256}{7} \text{ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256}{7} + 16}} + \sqrt{\frac{\frac{256}{7}}{-\frac{256}{7}}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256 + 112}{7}}} + \sqrt{\frac{\frac{-256 + 112}{7}}{\frac{-256}{7}}} \\ &= \sqrt{\frac{-256}{7} \times \frac{7}{-144}} + \sqrt{\frac{-144}{7} \times \frac{7}{-256}} \\ &= \sqrt{\frac{256}{144}} + \sqrt{\frac{144}{256}} \\ &= \frac{16}{12} + \frac{12}{16} = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16 + 9}{12} \\ &= \frac{25}{12} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\text{যেহেতু } x = \frac{-256}{7} \text{ হলে সমীকরণটির বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অতএব, } x = \frac{-256}{7} \text{ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।}$$

$$\text{আবার, } x = \frac{144}{7} \text{ হলে প্রদত্ত সমীকরণের}$$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144}{7} + 16}} + \sqrt{\frac{\frac{144}{7} + 16}{\frac{144}{7}}} \\
&= \sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144 + 112}{7}}} + \sqrt{\frac{\frac{144 + 112}{7}}{\frac{144}{7}}} \\
&= \sqrt{\frac{144}{7} \times \frac{7}{256}} + \sqrt{\frac{256}{7} \times \frac{7}{144}} \\
&= \sqrt{\frac{144}{256}} + \sqrt{\frac{256}{144}} = \frac{12}{16} + \frac{16}{12} \\
&= \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9 + 16}{12} = \frac{25}{12} = \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

যেহেতু $x = \frac{144}{7}$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{144}{7}$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

প্রদত্ত সমীকরণটির শূন্য পরীক্ষায় সত্যতা প্রমাণিত হলো।

প্রশ্ন-২ ▶ যদি $x^2 - 6x = p$ হয়, তবে-

ক. $p = 16$ হলে, x এর মান কত? ২

খ. $\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$ হলে, x

? এর মান কত? ৪

গ. $\sqrt{p+15} - \sqrt{p+13} = \sqrt{10} -$

$\sqrt{8}$ হলে, x এর মান কত? ৪

▶▶ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 6x = p$ এবং $p = 16$

$$\therefore x^2 - 6x = 16$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 8) + 2(x - 8) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 8)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ এবং } x = -2$$

খ. প্রদত্ত রাশি, $\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$

দেওয়া আছে,

$$p = x^2 - 6x$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$$

$$\text{বা, } (\sqrt{x^2 - 6x + 9})^2 = (1 + \sqrt{x^2 - 6x + 6})^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 = 1 + 2\sqrt{x^2 - 6x + 6} + x^2 - 6x + 6$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 9 - 1 - x^2 + 6x - 6 = 2\sqrt{x^2 - 6x + 6}$$

$$\text{বা, } 2 = 2\sqrt{x^2 - 6x + 6}$$

$$\text{বা, } 1 = \sqrt{x^2 - 6x + 6}$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 6 = 1 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ এবং } x = 1$$

এখন, $x = 5$ হলে,

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6} \\ &= \sqrt{25 - 30 + 9} - \sqrt{25 - 30 + 6} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{1} \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

যেহেতু, $x = 5$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = 5$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

আবার, $x = 1$ হলে,

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6} \\ &= \sqrt{1 - 6 + 9} - \sqrt{1 - 6 + 6} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{1} \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

যেহেতু, $x = 1$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ,

$\therefore x = 1$ সমীকরণটির একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, 5$

গ. $\sqrt{p + 15} - \sqrt{p + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

বা, $\sqrt{p + 15} + \sqrt{8} = \sqrt{p + 13} + \sqrt{10}$

বা, $(\sqrt{p + 15} + \sqrt{8})^2 = (\sqrt{p + 13} + \sqrt{10})^2$ [বর্গ করে]

বা, $p + 15 + 2\sqrt{p + 15} \cdot \sqrt{8} + 8 = p + 13 + 2\sqrt{p + 13} \cdot \sqrt{10} + 10$

বা, $P + 23 + 2\sqrt{8p + 120} = P + 23 + 2\sqrt{10p + 130}$

বা, $2\sqrt{8p + 120} = 2\sqrt{10p + 130}$

বা, $\sqrt{8p + 120} = \sqrt{10p + 130}$ [বর্গ করে]

বা, $8p + 120 = 10p + 130$

বা, $2p = -10$

বা, $p = -5$

বা, $x^2 - 6x = -5$ [p এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ এবং } x = 1$$

এখন, $x = 5$ হলে,

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{5^2 - 6.5 + 15} - \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 13} \\ &= \sqrt{25 - 30 + 15} - \sqrt{25 - 30 + 13} \\ &= \sqrt{10} - \sqrt{8} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

আবার, $x = 1$ হলে,

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{1^2 - 6.1 + 15} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 13} \\ &= \sqrt{10} - \sqrt{8} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

যেহেতু $x = 5$ ও 1 হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = 5$ ও 1 হলে, উক্ত সমীকরণটি একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5, 1$

প্রশ্ন-৩ $\sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1}$ একটি মূল চিহ্ন সংবলিত সমীকরণ

ক. সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$

আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. নিশ্চায়কের সাহায্যে দেখাও যে, প্রাপ্ত

দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো অবান্তর মূল

? নেই এবং সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটি
সমাধান কর। ৪

গ. x এর প্রাপ্ত প্রতিটি মানই প্রদত্ত

সমীকরণের সমাধান কিনা? যাচাই করে

দেখ। ৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. } \sqrt{11x - 6} = \sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1}$$

$$\text{বা, } (\sqrt{11x - 6})^2 = (\sqrt{4x + 5} - \sqrt{x - 1})^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 11x - 6 = 4x + 5 - 2\sqrt{4x + 5} \sqrt{x - 1} + x - 1$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{4x + 5} \sqrt{x - 1} = 4x + 5 + x - 1 - 11x + 6$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{4x + 5} \sqrt{x - 1} = -6x + 10$$

$$\text{বা, } \sqrt{4x + 5} \sqrt{x - 1} = -3x + 5 \text{ [2 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \{-\sqrt{(4x + 5)(x - 1)}\}^2 = (3x - 5)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 4x^2 + x - 5 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$\text{বা, } 5x^2 - 31x + 30 = 0$$

যা $ax^2 + bx + c = 0$ আকারের সমীকরণ

খ. ক হতে প্রাপ্ত,

$$5x^2 - 31x + 30 = 0$$

সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 5, b = -31, c = 30$$

$$\therefore \text{নিশ্চায়ক} = b^2 - 4ac$$

$$= (-31)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 30$$

$$= 961 - 600$$

$$= 361$$

এখানে, নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = 361 > 0$

\therefore প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব।

এখন, আমরা জানি, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-31) \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 5} \text{ [}\because b^2 - 4ac = 361\text{]}$$

$$= \frac{31 \pm 19}{10}$$

$$= \frac{31 \pm 19}{10}, \frac{31 - 19}{10} = \frac{50}{10}, \frac{12}{10} = 5, \frac{6}{5}$$

\therefore দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1 = 6, x_2 = \frac{6}{5}$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত $x_1 = 5, x_2 = \frac{6}{5}$

এখানে x_1 ও x_2 প্রদত্ত মূলচিহ্ন সংবলিত সমীকরণের সমাধান কিনা তা যাচাই করে দেখতে হবে। $x = 5$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের—

$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{11 \times 5 - 6} = \sqrt{55 - 6} = \sqrt{49} = 7$$

$$\begin{aligned}\text{ডানপক্ষ} &= \sqrt{4 \times 5 + 5} - \sqrt{5 - 1} \\ &= \sqrt{20 + 5} - \sqrt{4} \\ &= \sqrt{25} - \sqrt{4} \\ &= 5 - 2 = 3\end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ \neq ডানপক্ষ

$\therefore x = 5$ প্রদত্ত সমীকরণের জন্য সত্য নয়।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= \sqrt{11 \times \frac{6}{5} - 6} \\ &= \sqrt{\frac{66 - 30}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ডানপক্ষ} &= \sqrt{4 \times \frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1} \\ &= \sqrt{\frac{24 + 25}{5}} - \sqrt{\frac{6 - 5}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{49}{5}} - \sqrt{\frac{1}{5}} \\ &= \frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{7 - 1}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{6}{\sqrt{5}}\end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{6}{5}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

প্রশ্ন-৪ $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

ক. $x^2 - 6x = y$ ধরে দেখাও যে,

$$\sqrt{y + 6} = 1 \quad ২$$

? খ. প্রদত্ত সমীকরণটিকে উৎপাদক আকারে প্রকাশ কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$

বা, $\sqrt{y + 9} - \sqrt{y + 6} = 1$ [$\because x^2 - 6x = y$]

বা, $\sqrt{y + 9} = 1 + \sqrt{y + 6}$

বা, $\sqrt{(y + 9)^2} = (1 + \sqrt{y + 6})^2$ [বর্গ করে]

বা, $y + 9 = 1 + 2\sqrt{y + 6} + y + 6$

বা, $2\sqrt{y + 6} = 2$

বা, $\sqrt{y + 6} = 1$ (দেখানো হলো)

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\sqrt{y + 6} = 1$$

বা, $(\sqrt{y + 6})^2 = (1)^2$ [বর্গ করে]

বা, $y + 6 = 1$

বা, $y = 1 - 6$

বা, $y = -5$

বা, $x^2 - 6x = -5$

বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

বা, $x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(x - 1) = 0$

এটাই নির্ণেয় উৎপাদক আকার।

গ. 'খ' থেকে পাই, $(x - 1)(x - 5) = 0$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $x - 5 = 0$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore x = 5$$

এখন, $x = 5$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6} \\ &= \sqrt{25 - 30 + 9} - \sqrt{25 - 30 + 6} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{1} \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

আবার, $x = 1$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6} \\ &= \sqrt{1 - 6 + 9} - \sqrt{1 - 6 + 6} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{1} \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 5, 1$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ \triangleright 4096, 729 ও $\frac{64}{729}$ তিনটি সংখ্যা।

ক. ১ম সংখ্যাটিকে $\frac{1}{2}$, 4 এর সূচকে

প্রকাশ কর। ২

? খ. ১ম সংখ্যাটিকে 8, $2\sqrt{2}$ এর সূচকে

এবং ২য় সংখ্যাটিকে 9, $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে

প্রকাশ কর। 8

গ. ৩য় সংখ্যাটিকে $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে

এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$ এর সূচকে প্রকাশ

কর।

৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ২০৬ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজের ১, ২, ৩ দেখ।

প্রশ্ন-২ ▶ সূচক সমীকরণের সমাধান করতে সূচকের যে ধর্মটি প্রায়ই ব্যবহার করা হয় তা হলো $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি $x = m$ হয়। এজন্য প্রথম সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যা ঘাত বা শক্তিরূপে প্রকাশ করা হয়।

ক. সমাধান কর : $3 \cdot 27^x = 9^{x+4}$ ২

খ. সমাধান কর : $3^{mp-1} = 3a^{mp-2}$ (a

?

> 0 , $a \neq 3$, $p \neq 0$), যেখানে m

অজ্ঞাত চলক।

৪

গ. সমাধান কর : $3(9^x - 4 \cdot 3^{x-1}) +$

$1 = 0$

৪

▶◀ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $3 \cdot 27^x = 9^{x+4}$

বা, $3 \cdot 3^{3x} = 3^{2(x+4)}$

বা, $3^{3x+1} = 3^{2(x+4)}$

বা, $3x + 1 = 2x + 8$

বা, $3x - 2x = 8 - 1$

$\therefore x = 7$

খ. $3^{mp-1} = 3a^{mp-2}$

বা, $\frac{3^{mp-1}}{3} = a^{mp-2}$

বা, $\frac{3^{mp-2}}{a^{mp-2}} = 1$

বা, $\left(\frac{3}{a}\right)^{mp-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$

$$\text{বা, } mp - 2 = 0$$

$$\text{বা, } mp = 2$$

$$\text{বা, } m = \frac{2}{p}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } m = \frac{2}{p}$$

$$\text{গ. } 3(9^x - 4 \cdot 3^{x-1}) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 4 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$$

$$\text{ধরি, } 3^x = a$$

$$\therefore 3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3a^2 - 3a - a + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3a(a - 1) - 1(a - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (a - 1)(3a - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } a - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$a = 1 \text{ হলে,} \quad a = \frac{1}{3} \text{ হলে, } 3^x = \frac{1}{3}$$

$$3^x = 1 \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}] \quad \text{বা, } 3^x = 3^{-1}$$

$$\text{বা, } 3^x = (3)^0 \quad \therefore x = -1$$

$$\therefore x = 0$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } -1, 0$$

$$\text{প্রশ্ন-৩} \rightarrow \left(\frac{5}{\sqrt{4}}\right)^{4x+7} = \left(\frac{11}{\sqrt{64}}\right)^{2x+7} \text{ এবং } a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$$

($a > 0$, $b > 0$ এবং $ab \neq 1$) দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. প্রথম সমীকরণকে $a^m = a^n$ আকারে

লেখ। ২

? খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে

দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান। ৪

ক. দেওয়া আছে, $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(11\sqrt[4]{64}\right)^{2x+7}$

বা, $\left(\frac{1}{45}\right)^{4x+7} = \left(\frac{3}{411}\right)^{2x+7}$

$$\therefore 4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ. 'ক' থেকে পাই, $4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$

$$\therefore \frac{1}{5}(4x+7) = \frac{3(2x+7)}{11}$$

বা, $11(4x+7) = 15(2x+7)$

বা, $44x+77 = 30x+105$

বা, $44x-30x = 105-77$

বা, $14x = 28$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

গ. দেওয়া আছে, $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

বা, $a^{-x} \cdot a^x + a^{-x} \cdot b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$

বা, $1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$

বা, $(ab)^{-x} = (ab)^{-2}$

বা, $-x = -2$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 2$

'খ' হতে প্রথম সমীকরণের সমাধান $x = 2$

অর্থাৎ সমীকরণ দুটির মূল সমান।

ক. $m = 1$ এবং $b = -2$ হলে 2^x এর মান কত? ২

খ. $3^b = 3 \cdot a^{b-1}$ হলে x এর মান কত? ৪
যেখানে ($a > 0, b \neq 3, m \neq 0$)

গ. $m = 1$ এবং $3^{2b} - 5 \cdot 3^{b-1} - 66 = 0$ হলে x এর মান কত? ৪

▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $b = mx - 1$

এবং $b = -2$

সুতরাং $mx - 1 = -2$

বা, $x - 1 = -2$ [$\because m = 1$]

বা, $x = -1$

$$\therefore 2^x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় মান : $2^x = \frac{1}{2}$

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $3^b = 3 \cdot a^{b-1}$

প্রদত্ত সমীকরণে b এর মান বসিয়ে পাই,

$$3^{mx-1} = 3 \cdot a^{mx-1-1}$$

$$\text{বা, } 3^{mx-1} = 3 \cdot a^{mx-2}$$

$$\text{বা, } \frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2}$$

$$\text{বা, } 3^{mx-2} = a^{mx-2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0 \quad [\because a > 0, a \neq 3]$$

$$\text{বা, } mx - 2 = 0$$

$$\text{বা, } mx = 2$$

$$\therefore x = \frac{2}{m} \quad [\because m \neq 0]$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{2}{m}$

গ. প্রদত্ত সমীকরণ, $3^{2b} - 5.3^{b-1} - 66 = 0$

বা, $3^{2(mx-1)} - 5.3^{mx-1-1} - 66 = 0$ [$\because b = mx-1$]

বা, $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$ [$\because m = 1$]

বা, $3^{2x}.3^{-2} - 5.3^x.3^{-2} - 66 = 0$

বা, $\frac{3^{2x}}{9} - \frac{5}{9}.3^x - 66 = 0$

বা, $3^{2x} - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $(3^x)^2 - 5.3^x - 594 = 0$

বা, $a^2 - 5a - 594 = 0$ [$3^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0$

বা, $(a - 27)(a + 22) = 0$

এখন $a + 22 \neq 0$ কেননা, $a = 3^x > 0$

$\therefore a - 27 = 0$

বা, $3^x = 27$

বা, $3^x = 3^3$

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$

প্রশ্ন-৫ \rightarrow A. $3^x.9y = 81$

B. $a^{3x+y}.a^{2y} = a^{20}$

C. $8y^x - 7^{2x} = 16$

D. $2^x = y^2$

ক. B হতে x ও y এর সম্পর্ক নির্ণয়

কর। ২

? খ. A ও B হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. C ও D সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নির্ণয়

কর। ৪

\blacktriangleright ৫ নং প্রশ্নের সমাধান \blacktriangleleft

ক. দেওয়া আছে, $a^{3x+y}.a^{2y} = a^{20}$

বা, $a^{3x+y+2y} = a^{20}$

বা, $3x + 3y = 20$

$$\text{বা, } 3x = 20 - 3y$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} (20 - 3y) \text{ এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।}$$

$$\text{খ. দেওয়া আছে, } 3^x \cdot 9y = 81$$

$$\text{বা, } 3^x \cdot 3^{2y} = 81$$

$$\text{বা, } 3^{x+2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } x + 2y = 4$$

$$\therefore x = 4 - 2y \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{'ক' থেকে পাই, } x = \frac{1}{3} (20 - 3y) \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$4 - 2y = \frac{1}{3} (20 - 3y)$$

$$\text{বা, } 12 - 6y = 20 - 3y$$

$$\text{বা, } -6y + 3y = 20 - 12$$

$$\text{বা, } -3y = 8$$

$$\therefore y = -\frac{8}{3}$$

সমীকরণ (i) -এ y -এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 4 - 2 \left(-\frac{8}{3} \right)$$

$$\text{বা, } x = \frac{12 + 16}{3}$$

$$\therefore x = \frac{28}{3}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{28}{3}, \frac{8}{3} \right)$$

$$\text{গ. } 8y^x - 7^{2x} = 16 \dots\dots\dots(i)$$

$$2^x = y^2 \dots\dots\dots(ii)$$

এখন, সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore y^x = 4$$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$2^x = y^2$$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয়পক্ষের ঘাত x -এ উন্নীত করে]

$$\text{বা, } 2^{x^2} = y^{2x} \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = (y^x)^2 \quad [\because a^{mn} = (a^m)^n]$$

বা, $2^{x^2} = 4^2$ [(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 16$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

$$\therefore x = \pm 2$$

এখন, সমীকরণ (ii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন, } x = 2, \text{ তখন, } 2^2 = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$\text{যখন, } x = -2, \text{ তখন, } 2^{-2} = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (y, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন-৬ → $\left. \begin{matrix} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{matrix} \right\}$ এবং $\left. \begin{matrix} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{matrix} \right\}; y \neq 1$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

▶◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $y^x = x^2$ (i)

$$x^{2x} = y^4 \text{(ii)}$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $(x^2)^x = y^4$

$$\text{বা, } (y^x)^x = y^4 \quad \text{[(i) নং দ্বারা]}$$

$$\text{বা, } y^{x^2} = y^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \quad \text{[সূচক সমীকৃত করে]}$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $x = \pm 2$

আবার, 'ক' থেকে পাই, $y^x = x^2$ (i)

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 2^2$$

$$\text{বা, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$\text{এবং } x = -2 \text{ হলে, } y^{-2} = (-2)^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^2} = 4$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

গ. ২য় সমীকরণ জোট থেকে পাই,

$$y^x = 4 \dots\dots\dots(i)$$

$$y^2 = 2^x \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$(y^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{x}{2}} \quad [\text{উভয় দিকে বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } y = 2^{\frac{x}{2}} \dots\dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$\text{বা, } y^x = 4$$

$$\text{বা, } \left(2^{\frac{x}{2}}\right)^x = 4 \quad [(iii) \text{ নং থেকে } y = 2^{\frac{x}{2}} \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{\frac{x^2}{2}} = 2^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{2} = 2$$

$$\therefore x = \pm 2$$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } y^{-2} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^2} = 4$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

\therefore দ্বিতীয় সমীকরণ জোড়ের সমাধান, প্রথম সমীকরণ জোড়ের সমাধানের সমান। (দেখানো হলো)

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ $x^2 + y^2 = 61$ এবং $xy = -30$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ জোড়।

ক. $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ জোড়ের সমাধান কর। ৪

গ. বিকল্প পদ্ধতিতে সমীকরণ জোড়টি সমাধান কর। ৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,

$$x^2 + y^2 = 61 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } xy = -30 \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) এর সাথে যোগ করি।

$$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$$

$$\therefore (x + y)^2 = 1$$

নির্ণেয় মান 1

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\text{বা, } (x + y)^2 = 1$$

$$\text{বা, } x + y = \pm \sqrt{1}$$

$$\therefore x + y = \pm 1 \dots\dots\dots(iii)$$

আবার সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) থেকে বিয়োগ করি

$$x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 60$$

$$\text{বা, } (x - y)^2 = 121$$

$$\text{বা, } x - y = \pm \sqrt{121} = \pm 11$$

$$\therefore x - y = \pm 11 \dots\dots\dots(iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = 11 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(v) \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - y = -11 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(vi)$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = 11 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(vii) \quad \left. \begin{array}{l} x + y = -1 \\ x - y = -11 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(viii)$$

(v) সমাধান করে পাই, $x = 6$ এবং $y = -5$

(vi) সমাধান করে পাই, $x = -5$, $y = 6$

(vii) সমাধান করে পাই, $x = 5$, $y = -6$

(viii) সমাধান করে পাই, $x = -6$, $y = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (6, -5), (-5, 6), (5, -6), (-6, 5)$

গ. $x^2 + y^2 = 61$ (i)

$xy = -30$ (ii)

(ii) সমীকরণ হতে পাই, $x = \frac{-30}{y}$ (iii)

(iii) সমীকরণ এ প্রাপ্ত x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{-30}{y}\right)^2 + y^2 = 61$$

$$\text{বা, } \frac{900}{y^2} + y^2 = 61$$

$$\text{বা, } y^4 + 900 = 61y^2$$

$$\text{বা, } y^4 - 61y^2 + 900 = 0$$

$$\text{বা, } (y^2)^2 - 25y^2 - 36y^2 + 900 = 0$$

$$\text{বা, } y^2(y^2 - 25) - 36(y^2 - 25) = 0$$

$$\text{বা, } (y^2 - 25)(y^2 - 36) = 0$$

$$\text{হয়, } y^2 - 25 = 0 \quad \text{অথবা, } y^2 - 36 = 0$$

$$\therefore y = \pm 5 \quad \therefore y = \pm 6$$

এখন, y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$$y = 5 \text{ হলে, } x = -6$$

$$y = -5 \text{ হলে, } x = 6$$

$$y = 6 \text{ হলে, } x = -5$$

$$y = -6 \text{ হলে, } x = 5$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (5, -6), (-5, 6), (-6, 5), (6, -5)$

প্রশ্ন-২ \triangleright (i) $x^2 - xy = 14$, $y^2 + xy = 60$

$$(ii) \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}, x^2 - y^2 = 3$$

ক. (ii) নং হতে $x^2 + y^2$ এর মান কত?

২

?

খ. (ii) নং হতে (x, y) নির্ণয় কর। 8

গ. (i) এর সমাধান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{3} = \frac{5}{3} \quad [\because x^2 - y^2 = 3]$

$\therefore x^2 + y^2 = 5$

খ. সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$x^2 - y^2 = 3 \dots\dots\dots(iii)$

এবং 'ক' থেকে $x^2 + y^2 = 5 \dots\dots\dots(iv)$

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$x^2 - y^2 + x^2 + y^2 = 3 + 5$

বা, $2x^2 = 8$

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

আবার, সমীকরণ (iv) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$x^2 + y^2 - x^2 + y^2 = 5 - 3$

বা, $2y^2 = 2$

$$\text{বা, } y^2 = 1$$

$$\therefore y = \pm 1$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)$

গ. দেওয়া আছে,

$$x^2 - xy = 14 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } y^2 + xy = 60 \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{60}{14}$$

$$\text{বা, } \frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{30}{7}$$

$$\text{বা, } 30x^2 - 30xy = 7y^2 + 7xy$$

$$\text{বা, } 30x^2 - 7y^2 - 37xy = 0$$

$$\text{বা, } 30x^2 - 37xy - 7y^2 = 0$$

$$\text{বা, } 30x^2 - 42xy + 5xy - 7y^2 = 0$$

$$\text{বা, } 6x(5x - 7y) + y(5x - 7y) = 0$$

$$\text{বা, } (5x - 7y)(6x + y) = 0$$

$$\text{হয়, } 5x - 7y = 0 \quad \text{অথবা, } 6x + y = 0$$

$$\text{বা, } 5x = 7y \quad \text{বা, } x = -\frac{y}{6} \dots\dots\dots(iv)$$

$$\text{বা, } x = \frac{7y}{5} \dots\dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (i) এ $x = \frac{7y}{5}$ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{7y}{5}\right)^2 - \left(\frac{7y}{5}\right)y = 14$$

$$\text{বা, } \frac{49y^2}{25} - \frac{7y^2}{5} = 14$$

$$\text{বা, } 7\left(\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5}\right) = 14$$

$$\text{বা, } \frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{7y^2 - 5y^2}{25} = 2$$

$$\text{বা, } 2y^2 = 50$$

$$\text{বা, } y^2 = 25$$

$$\therefore y = \pm 5$$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 5 \text{ হলে } x = \frac{7}{5} \times 5 = 7$$

$$y = -5 \text{ হলে } x = \frac{7}{5} (-5) = -7$$

আবার, $x = -\frac{y}{6}$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{-y}{6}\right)^2 - \left(\frac{-y}{6}\right)y = 14$$

$$\text{বা, } \frac{y^2}{36} + \frac{y^2}{6} = 14$$

$$\text{বা, } \frac{y^2 + 6y^2}{36} = 14$$

$$\text{বা, } 7y^2 = 14 \times 36$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{14 \times 36}{7}$$

$$\text{বা, } y^2 = 36 \times 2$$

$$\text{বা, } y = \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore y = 6\sqrt{2} \text{ অথবা } -6\sqrt{2}$$

y এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 6\sqrt{2} \text{ হলে, } x = \frac{-1}{6} \times 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

$$y = -6\sqrt{2} \text{ হলে, } x = \frac{-1}{6} \times -6\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

প্রশ্ন-৩ \rightarrow (i) $x + \frac{4}{y} = 1, y + \frac{4}{x} = 25$

$$(ii) 2x^2 + 3xy + y^2 = 20, 5x^2 + 4y^2 = 41$$

ক. (i) হতে x কে y এর মাধ্যমে



দেখাও।

২

খ. (i) হতে (x, y) নির্ণয় কর।

৪

গ. (ii) এর সমাধান কর।

৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, $x + \frac{4}{y} = 1$

বা, $xy + 4 = y$ (i)

আবার, $y + \frac{4}{x} = 25$

বা, $xy + 4 = 25x$ (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$$y = 25x$$

বা, $x = \frac{y}{25}$

∴ x কে y এর মাধ্যমে দেখানো হলো।

খ. 'ক' হতে পাই, $y = 25x$ (iii)

উদ্দীপক অনুযায়ী,

$$x + \frac{4}{y} = 1$$

বা, $x + \frac{4}{25x} = 1$

বা, $25x^2 + 4 = 25x$

বা, $25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$

বা, $5x(5x - 4) - 1(5x - 4) = 0$

বা, $(5x - 4)(5x - 1) = 0$

হয়, $5x - 4 = 0$ অথবা, $5x - 1 = 0$

বা, $x = \frac{4}{5}$ ∴ $x = \frac{1}{5}$

যখন, $x = \frac{4}{5}$ তখন, $y = 25 \times \frac{4}{5} = 20$

যখন, $x = \frac{1}{5}$ তখন $y = 25 \times \frac{1}{5} = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right); \left(\frac{1}{5}, 5\right)$

গ. দেওয়া আছে,

$2x^2 + 3xy + y^2 = 20$ (i)

$5x^2 + 4y^2 = 41$ (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$$

বা, $100x^2 + 80y^2 = 82x^2 + 123xy + 41y^2$

বা, $100x^2 - 82x^2 - 123xy + 80y^2 - 41y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 2xy - 39xy + 13y^2 = 0$

বা, $2x(3x - y) - 13y(3x - y) = 0$

বা, $(3x - y)(2x - 13y) = 0$

হয়, $3x - y = 0$ অথবা, $2x - 13y = 0$

বা, $y = 3x$ (iii) বা, $2x = 13y$

বা, $13y = 2x$

বা, $y = \frac{2x}{13}$ (iv)

(ii) এ $y = 3x$ বসিয়ে পাই,

$5x^2 + 4(3x)^2 = 41$

বা, $5x^2 + 4.9x^2 = 41$

বা, $5x^2 + 36x^2 = 41$

বা, $41x^2 = 41$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

(iii) এ $x = \pm 1$ বসিয়ে পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 3 \times 1 = 3$

$$x = -1 \text{ হলে, } y = 3(-1) = -3$$

$$(ii) \text{ এ } y = \frac{2x}{13} \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$5x^2 + 4 \left(\frac{2x}{13} \right)^2 = 41$$

$$\text{বা, } 5x^2 + \frac{16x^2}{169} = 41$$

$$\text{বা, } 845x^2 + 16x^2 = 41 \times 169$$

$$\text{বা, } 861x^2 = 41 \times 169$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{41 \times 169}{861}$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{169}{21}$$

$$\text{বা, } x = \pm \sqrt{\frac{169}{21}}$$

$$\therefore x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$$

$$(iv) \text{ এ } x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}} \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$x = \frac{13}{\sqrt{21}} \text{ হলে, } y = \frac{2}{13} \times \left(\frac{13}{\sqrt{21}} \right) = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$x = -\frac{13}{\sqrt{21}} \text{ হলে, } y = \frac{2}{13} \times \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (1, 3), (-1, -3), \left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}} \right), \left(-\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}} \right)।$$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

ক. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. যদি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600

? বর্গমিটার হয় তবে প্রমাণ কর যে, $x -$

$$15 = 0 \quad 8$$

গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি,

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ x মিটার

∴ দৈর্ঘ্য $(2x + 10)$ মিটার

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(2x + 10) x$ বর্গমিটার

$$= (2x^2 + 10x) \text{ বর্গমিটার}$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (2x^2 + 10x)$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $2x^2 + 10x = 600$

$$\text{বা, } 2x^2 + 10x - 600 = 0$$

$$\text{বা, } 2(x^2 + 5x - 300) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 20) - 15(x + 20) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 20)(x - 15) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 20 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 15 = 0$$

$$\therefore x = -20 \text{ [গ্রহণযোগ্য নয়]} \quad \therefore x - 15 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' হতে পাই,

$$(x + 20)(x - 15) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 20 = 0$$

বা, $x = -20$ [কিন্তু $x = -20$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

$$\text{অথবা, } x - 15 = 0$$

$$\therefore x = 15$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{দৈর্ঘ্য} &= (2x + 10) \text{ মিটার} \\ &= (2 \times 15 + 10) \text{ মিটার} \\ &= (30 + 10) \text{ মিটার} \\ &= 40 \text{ মিটার (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন-২ ▶ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 12 মিটার বেশি।

ক. কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমার সূত্রটি লেখ। ২

খ. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 108 বর্গমিটার

? হলে প্রমাণ কর যে, দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = 21 মিটার। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা} = 2(x + y) \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ মিটার}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, পরিসীমা = $2(x + y)$ মিটার

$$\text{এবং দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি} = 2\sqrt{x^2 + y^2} \text{ মিটার}$$

$$\therefore 2\sqrt{x^2 + y^2} + 12 = 2(x + y)$$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + y^2} + 6 = x + y$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } xy = 108 \dots\dots\dots(ii)$$

$$(i) \text{ হতে পাই, } \sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6$$

$$\text{বা, } (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = (x + y - 6)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 12(x + y) + 36$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 12(x + y) + 36$$

$$\text{বা, } 12(x + y) = 252 \text{ [}\therefore xy = 108\text{]}$$

$$\text{বা, } x + y = 21$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ} = 21 \text{ মি (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' হতে পাই,

$$x + y = 21$$

$$\text{বা, } y = 21 - x \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } xy = 108 \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x(21 - x) = 108$$

$$\text{বা, } 21x - x^2 = 108$$

$$\text{বা, } x^2 - 12x - 9x + 108 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 12) - 9(x - 12) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 12)(x - 9) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 12 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 9 = 0$$

$$\therefore x = 12 \quad \quad \quad \therefore x = 9$$

x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 12 \text{ এর জন্য}$$

$$y = 21 - 12$$

$$\therefore y = 9$$

এবং $x = 9$ এর জন্য

$$y = 21 - 9$$

$$\therefore y = 12$$

কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা ছোট হতে পারে না।

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = 12 \text{ মি. এবং প্রস্থ} = 9 \text{ মি. (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মি. বেশি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গ মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে

? সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। ২

খ. উপরের সম্পর্কের মাধ্যমে দৈর্ঘ্য ও

প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বের কর এবং
উহার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি বের কর।

৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2y = x + 23$$

$$\text{এবং ক্ষেত্রফল } xy = 600 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{খ. } 2y = x + 23$$

$$\text{বা, } x = 2y - 23 \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } xy = 600$$

$$\text{বা, } (2y - 23)y = 600$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 23y - 600 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$$

$$\text{বা, } 2y(y - 24) + 25(y - 24) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 24)(2y + 25) = 0$$

$$\text{হয়, } y - 24 = 0 \text{ অথবা, } 2y + 25 = 0$$

$$\therefore y = 24 \quad \text{বা, } 2y = -25$$

$$\therefore y = -\frac{25}{2}$$

কিন্তু প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না

$$\therefore y \neq -\frac{25}{2}$$

y এর ধনাত্মক মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \times 24 - 23 = 48 - 23 = 25$$

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 25 মি এবং প্রস্থ 24 মিটার। (Ans.)

গ. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$$= 2 \times (25 + 24) \text{ মিটার}$$

$$= 2 \times 49 \text{ মিটার} = 98 \text{ মিটার}$$

$$\text{আবার, আয়তক্ষেত্রের কর্ণ} = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$$

$$= \sqrt{(25)^2 + (24)^2}$$

$$= \sqrt{625 + 576}$$

$$= \sqrt{1201} = 34.66 \text{ মিটার}$$

যেহেতু কর্ণ দুটি পরস্পর সমান,

$$\therefore \text{দুটি কর্ণের সমষ্টি} = (34.66 + 34.66) \text{ মিটার}$$

$$= 69.32 \text{ মিটার (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় ২। সংখ্যাটির সাথে ২৭ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে।

ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে সংখ্যাটি কত এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি

কত?	২
খ. সম্পর্ক দুটির মাধ্যমে একটি দ্বিঘাত সহসমীকরণ নির্ণয় কর।	৪
গ. সমীকরণটি সমাধান করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।	৪

▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং

একক স্থানীয় অঙ্ক y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10y + x$$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা হবে $10x + y$

খ. প্রশ্নমতে, $\frac{10x + y}{xy} = 2 \dots\dots\dots(i)$

এবং $10x + y + 27 = 10y + x \dots\dots\dots(ii)$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$10x + y + 27 = 10y + x$$

$$\text{বা, } 10x + y - 10y - x + 27 = 0$$

$$\text{বা, } 9x - 9y + 27 = 0$$

$$\text{বা, } 9(x - y + 3) = 0$$

$$\text{বা, } x - y + 3 = 0$$

$$\text{বা, } x = y - 3 \dots\dots\dots(iii)$$

আবার সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$10x + y = 2xy$$

বা, $10(y - 3) + y = 2(y - 3) y$

বা, $10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$

বা, $2y^2 - 6y - 11y + 30 = 0$

বা, $2y^2 - 17y + 30 = 0$ (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই,

$$2y^2 - 17y + 30 = 0$$

বা, $2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$

বা, $2y(y - 6) - 5(y - 6) = 0$

বা, $(y - 6)(2y - 5) = 0$

হয় $y - 6 = 0$ অথবা, $2y - 5 = 0$

$\therefore y = 6$ $\therefore y = \frac{5}{2}$ [গ্রহণযোগ্য নয়]

$y = 6$, সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 6 - 3$$

বা, $x = 3$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times 3 + 6$$

$$= 30 + 6 = 36$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 36।

প্রশ্ন-৫ ▶ একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মি. এবং কর্ণ 20 মি.।

ক. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ও কর্ণ কাকে বলে এবং পরিসীমা ও কর্ণ নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২

খ. অনুচ্ছেদের সাপেক্ষে একটি দ্বিঘাত

? সহসমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণটি সমাধান করে

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের কর এবং এ

ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট

একটি বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বের

কর। ৪

▷◁ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▷◁

ক. আয়তক্ষেত্রের চার বাহুর সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে।

$$\therefore \text{পরিসীমা} = 2 \times (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$$

আবার, আয়তক্ষেত্রের বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে কর্ণ বলে।

$$\therefore \text{কর্ণ} = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$$

খ. মনে করি,

আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মি.

এবং প্রস্থ y মি.

$$\therefore \text{বাগানের পরিসীমা} = 2(x + y) \text{ মি.}$$

$$\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ মি.}$$

এবং ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2(x + y) = 56$$

$$\text{বা, } x + y = 28 \text{(i)}$$

$$\text{এবং } \sqrt{x^2 + y^2} = 20$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 400 \text{(ii)[বর্গ করে]}$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$x + y = 28$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 = (28)^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy = 784$$

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2xy = 784$$

$$\text{বা, } 400 + 2xy = 784$$

$$\text{বা, } 2xy = 784 - 400$$

$$\text{বা, } xy = \frac{384}{2}$$

$$\therefore xy = 192$$

অর্থাৎ বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গমিটার

আবার আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{192} \text{ মি.}$$

$$= \sqrt{64 \times 3} \text{ मि.}$$

$$= 8\sqrt{3} \text{ मि. (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

ক. উপরের তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি ক্ষেত্রটির প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি হয়, তখন এর ক্ষেত্রফল উক্ত ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হয়। তবে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার

$$\therefore x > y$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{অর্ধপরিসীমা} = \frac{2x + 2y}{2} \text{ মিটার} = (x + y) \text{ মিটার}$$

আবার,

$$\begin{aligned} \text{কর্ণ} &= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2} \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } xy = 300$$

$$\text{এবং } x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$$

খ. 'ক' হতে পাই, $xy = 300$ (i)

$$\text{এবং } x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10 \text{(ii)}$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } (x + y - 10)^2 = \sqrt{(x^2 + y^2)^2} \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 + 2xy + y^2 + 100 - 20x - 20y = x^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$$

$$\text{বা, } 2 \times 300 - 20x - 20y = -100 \text{ [}\therefore xy = 300\text{]}$$

$$\text{বা, } 600 - 20x - 20y = -100$$

$$\text{বা, } -20x - 20y = -100 - 600$$

$$\text{বা, } -20(x + y) = -700$$

$$\text{বা, } x + y = 35 \text{ [উভয়পক্ষকে } (-20) \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x + y = 35 \text{(iii)}$$

এখন, আমরা জানি,

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$= 35^2 - 4 \times 300 = 1225 - 1200 = 25 = (5)^2$$

$$\therefore x - y = 5 \text{(iv) [}\because x > y, \text{ অর্থাৎ } x - y > 0]$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 35 + 5$$

$$\text{বা, } 2x = 40$$

$$\text{বা, } x = \frac{40}{2}$$

$$\therefore x = 20$$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$x + y - (x - y) = 35 - 5$$

$$\text{বা, } x + y - x + y = 35 - 5$$

$$\text{বা, } 2y = 30$$

$$\text{বা, } y = \frac{30}{2}$$

$$\therefore y = 15$$

\therefore আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার। **(Ans.)**

গ. যদি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y হয়, তবে শর্তমতে,

$$2y = x + 10 \text{ বা, } x = 2y - 10$$

\therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(2y - 10)y$ বর্গ মিটার। 'খ' তে প্রাপ্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার ও প্রস্থ

15 মিটার হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (20×15) বা, 300 বর্গমিটার।

$$\text{প্রশ্নমতে, } (2y - 10)y = 2 \times 300$$

$$\text{বা, } 2(y - 5)y = 2 \times 300$$

$$\text{বা, } y^2 - 5y = 300$$

$$\text{বা, } y^2 - 5y - 300 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - 20y + 15y - 300 = 0$$

$$\text{বা, } y(y - 20) + 15(y - 20) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 20)(y + 15) = 0$$

$$\text{হয়, } y - 20 = 0 \text{ অথবা } y + 15 = 0$$

$$\text{বা, } y = 20 \quad \therefore y = -15$$

$y \neq -15$ কারণ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না

\therefore ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, $x = (2 \times 20 - 10)$ মিটার

$$= 40 - 10 \text{ মিটার} = 30 \text{ মিটার (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 600 মিটার।

ক. দুইটি চলক ধরে দুইটি সমীকরণ তৈরি

কর। ২

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

? গ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মিটার চওড়া এবং 2 মিটার উঁচু একটি প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 15 সে.মি. প্রশস্ত এবং 10 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট কতটি ইট লাগবে? ৪

▶ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং " প্রস্থ = x মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = xy বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $xy = 600$ (i)

এবং $2y = x + 10$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. 'ক' হতে পাই, $2y = x + 10$

$$\therefore y = \frac{x + 10}{2} \text{(iii)}$$

এখন, y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x \left(\frac{x + 10}{2} \right) = 600$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 10x}{2} = 600$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x = 1200$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 40)(x - 30) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 40 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 30 = 0$$

$$\therefore x = -40 \quad \therefore x = 30$$

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

\therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 30 মিটার

$$\text{এবং প্রস্থ} = \frac{30 + 10}{2} \quad \text{[(iii) হতে]}$$

$$= \frac{40}{2} \text{ মি.} = 20 \text{ মি.}$$

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার (**Ans.**)

গ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মি. চওড়া প্রাচীর নির্মাণ করতে হবে।

$$\text{প্রাচীরসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = (30 + 2 \times 2) \text{ মি.}$$

$$= 34 \text{ মি.}$$

$$\text{” ” প্রস্থ} = (20 + 2 \times 2) \text{ মি.}$$

$$= 24 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{” ” ক্ষেত্রফল} = (34 \times 24) \text{ ব. মি.}$$

$$= 816 \text{ ব. মি.}$$

আবার, প্রাচীরবাদে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = 600 বর্গ মি.

$$\therefore \text{প্রাচীরের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \text{প্রাচীরসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} - \text{প্রাচীরবাদে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল}$$

$$= (816 - 600) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 216 \text{ বর্গ মি.}$$

$$\therefore \text{প্রাচীরের আয়তন} = \text{প্রাচীরের ক্ষেত্রফল} \times \text{প্রাচীরের উচ্চতা}$$

$$= (216 \times 2) \text{ ঘন মি.}$$

$$= 432 \text{ ঘন মি.}$$

দেওয়া আছে, ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি. = 0.25 মি.

” প্রস্থ = 15 সে.মি. = 0.15 মি.

ইটের উচ্চতা = 10 সে. মি. = 0.10 মি.

ইটের আয়তন = $(0.25 \times 0.15 \times 0.10)$ ঘন মি.

$$= 0.00375 \text{ ঘন মি.}$$

$$\therefore \text{প্রাচীরটি নির্মাণ করতে ইট লাগবে} = \frac{\text{প্রাচীরের আয়তন}}{\text{ইটের আয়তন}}$$

$$= \frac{432}{0.00375} \text{ টি}$$

$$= 115200 \text{ টি}$$

প্রাচীর নির্মাণ করতে 115200টি ইট লাগবে (Ans.)

প্রশ্ন-৮ ▶ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার, প্রস্থ y মিটার।

ক. আয়তক্ষেত্রটির অর্ধ পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য x এবং y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

? গ. আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কোনো বর্গের পরিসীমার সমান হলে, বর্গটির ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার

” প্রস্থ y মিটার

পরিসীমা = $2(x + y)$ মিটার

অর্ধপরিসীমা = $(x + y)$ মিটার (Ans.)

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার (Ans.)

খ. শর্তমতে, $xy = 300$ (i)

এবং $(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ (ii)

$$\text{বা, } x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } (x + y - 10)^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 100 + 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 20x + 20y = 100 + 2 \times 300 = 700 \text{ [(i) হতে]}$$

$$\text{বা, } x + y = 35$$

$$\text{বা, } x + \frac{300}{x} = 35 \text{ [(i) হতে } y = \frac{300}{x}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 300 = 35x$$

$$\text{বা, } x^2 - 35x + 300 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 20x - 15x + 300 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 20) - 15(x - 20) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 20)(x - 15) = 0$$

$$\therefore x = 20 \text{ বা, } x = 15$$

$$x = 20 \text{ হলে দৈর্ঘ্য} = 20 \text{ মিটার, প্রস্থ} = 15 \text{ মিটার}$$

$$x = 15 \text{ হলে দৈর্ঘ্য} = 15 \text{ মি. প্রস্থ} = 20 \text{ মি. যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য} > \text{ প্রস্থ।}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য} = 20 \text{ মি. ও প্রস্থ} = 15 \text{ মি. (Ans.)}$$

$$\text{গ. আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{20^2 + 15^2} \text{ মিটার}$$

$$= 25 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি} = 25 \times 2 = 50 \text{ মিটার}$$

$$\text{শর্তমতে, বর্গের পরিসীমা} = 50 \text{ মিটার}$$

$$\text{বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, } a = \frac{50}{4} = 12.5 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গটির ক্ষেত্রফল} = a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= (12.5)^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 156.25 \text{ বর্গমিটার (Ans.)}$$

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = a\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$= 12.5\sqrt{2} \text{ মি.} = 17.68 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১ ▶ (i) $4^p = 2^q$, $(27)^{pq} = 9^{q+1}$

(ii) $18^{qp} - q^{2p} = 81$, $3^p = q^2$

ক. i এর ২য় সমীকরণটির q কে p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

? খ. i নং সমীকরণদ্বয় হতে p, q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ii নং সমীকরণকে সমাধান কর। ৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ২য় সমীকরণটি হলো, $(27)^{pq} = 9^{q+1}$

বা, $3^{3pq} = 3^{2(q+1)}$

বা, $3^{pq} = 2(q+1)$

বা, $3^{pq} = 2q + 2$

বা, $3^{pq} - 2q = 2$

বা, $q(3p - 2) = 2$

$\therefore q = \frac{2}{3p - 2}$

খ. ক থেকে পাই, $q = \frac{2}{3p - 2}$

উদ্দীপক অনুযায়ী (i) নং সমীকরণ, $4^p = 2^q$

বা, $2^{2p} = 2^q$

বা, $2p = q$

বা, $q = 2p$

বা, $\frac{2}{3p - 2} = 2p$ [(i) নং হতে]

বা, $6p^2 - 4p = 2$

বা, $2(3p^2 - 2p) = 2$

বা, $3p^2 - 2p - 1 = 0$

বা, $3p^2 - 3p + p - 1 = 0$

বা, $3p(p - 1) + 1(p - 1) = 0$

$$\text{বা, } (p - 1)(3p + 1) = 0$$

$$\therefore p = 1 \text{ অথবা } p = -\frac{1}{3}$$

(i) নং এ মান বসিয়ে

$$p = 1 \text{ হলে, } q = 2. 1 = 2$$

$$p = -\frac{1}{3} \text{ হলে, } q = 2\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (p, q) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

গ. উদ্দীপক অনুসারে, (ii) নং সমীকরণ

$$18q^p - q^{2p} = 81$$

$$3^p = q^2$$

এখন,

$$18q^p - q^{2p} = 81$$

$$\text{বা, } 18q^p - q^{2p} - 81 = 0$$

$$\text{বা, } (q^p)^2 - 2 \cdot q^p \cdot 9 + (9)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (q^p - 9)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (q^p - 9)^2 = 0$$

$$\therefore q^p = 3^2$$

আবার,

$$3^p = q^2$$

$$\text{বা, } (3^p)^p = (q^2)^p$$

$$\text{বা, } 3^{p^2} = q^{2p}$$

$$\text{বা, } 3^{p^2} = (q^p)^2$$

$$\text{বা, } 3^{p^2} = (3^2)^2$$

$$\text{বা, } 3^{p^2} = 3^4$$

$$\text{বা, } p^2 = 4$$

$$\therefore p = \pm 2$$

$$p = 2 \text{ হলে, } q^2 = 3^2 = 9$$

$$\therefore q = \pm 3$$

$$p = -2 \text{ হলে, } q^2 = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore q = \pm \frac{1}{3}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(p, q) = (2, 3) (2, -3) (-2, \frac{1}{3}), (-2, -\frac{1}{3})$

প্রশ্ন-২ $\left. \begin{array}{l} 4^x = 2^y \\ (27)^{xy} = 9^{y+1} \end{array} \right\}$ একটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সরল সমীকরণ জোট থেকে দ্বিঘাত

? সমীকরণ গঠন কর এবং উক্ত সমীকরণের
মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. সূচকীয় সমীকরণ জোটের সমাধানের
শুদ্ধতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $4^x = 2^y$

বা, $(2^2)^x = 2^y$

বা, $2^{2x} = 2^y$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

বা, $2x = y$ [$\because (a^m = a^n \text{ হলে } m = n)$]

$\therefore 2x - y = 0$

আবার, $(27)^{xy} = 9^{y+1}$

বা, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা, $3^{3xy} = 3^{2y+2}$

বা, $3xy = 2y + 2$ [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

\therefore সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট $2x - y = 0$

$3xy = 2y + 2$

খ. অনুশীলনীর প্রশ্ন ৮ এর সমাধান দেখ।

গ. সূচকীয় সমীকরণের জোটের ক্ষেত্রে,

$x + 1$, হলে $2 \cdot x = 2 \cdot 1 = 2$

$x = \frac{1}{3}$ হলে $y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

$$(x, y) = (1, 2) \text{ এর জন্য } 4^1 = 2^2 = 4$$

$$(27)^{1.2} = (27)^2 = 3^6$$

$$\text{আবার, } 9^{y+1} = 9^{2+1} = 9^3 = 3^6$$

$$\text{আবার, } (x, y) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right) \text{ এর জন্য } 4^{\left(-\frac{1}{3}\right)} = 2^{\left(-\frac{2}{3}\right)}$$

$$\text{আবার, } (27)^{-\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)} = 27^{\frac{2}{9}} = 3^3 \cdot \frac{2}{9} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{এবং } 9^{y+1} = 9^{-\frac{2}{3} + 1} = 9^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

∴ সমীকরণ জোড়ের শূন্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন-৩ ▶ (1) $3^x = 9^y$

(2) $5^{x+y+1} = 25^{xy}$

(3) $y^x = 4, y^2 = 2^x$

ক. (1) হতে x কে y এর মাধ্যমে
দেখাও। ২

? খ. (1) ও (2) হতে (x, y) এর মান
নির্ণয় কর। ৪

গ. (3) এর সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কর।
৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $3^x = 9^y$

বা, $3^x = 3^{2y}$

বা, $x = 2y$

খ. ক' হতে প্রাপ্ত $x = 2y$ (i)

আবার (2) নং হতে

$5^{x+y+1} = 25^{xy}$

বা, $5^{x+y+1} = 5^{2xy}$

বা, $x + y + 1 = 2xy$

বা, $2y + y + 1 = 2.2y.y$

বা, $4y^2 - 3y - 1 = 0$

$$\text{বা, } 4y^2 - 4y + y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 1)(4y + 1) = 0$$

$$\text{হয়, } y - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 4y + 1 = 0$$

$$\therefore y = 1 \quad \therefore y = -\frac{1}{4}$$

$$y = 1 \text{ হলে, } x = 2 \times 1 = 2$$

$$y = -\frac{1}{4} \text{ হলে } x = 2 \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 1) \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

গ. দেওয়া আছে,

$$y^x = 4 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } y^2 = 2^x \dots\dots\dots(ii)$$

(i) থেকে পাই,

$$y^x = 4$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 = 4^2 \quad \text{[বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } y^{2x} = (2^2)^2$$

$$\text{বা, } (y^2)^x = 2^4$$

$$\text{বা, } (2^x)^x = 2^4 \quad \text{[(iii) এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 2x^2 = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\text{বা, } x = \pm 2$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 2^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } y^2 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm \frac{1}{2})$

প্রশ্ন-৪ $\left. \begin{array}{l} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{array} \right\}$ এবং $\left. \begin{array}{l} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{array} \right\}$ $y \neq 1$ দুইটি দুই চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর। ২

খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। ৪

▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,

প্রথম সমীকরণ জোট,

$$y^x = x^2 \dots\dots\dots(i)$$

$$x^{2x} = y^4 \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$x^{2x} = y^4$$

$$\text{বা, } (x^2)^x = y^4$$

$$\text{বা, } (y^x)^x = y^4 \quad [(i) \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } y^{x^2} = y^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2 \quad (\text{Ans.})$$

খ. 'ক' হতে x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন, } x = 2$$

$$\text{তখন, } y^2 = 2^2$$

$$\text{বা, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$\text{আবার, যখন, } x = -2$$

$$\text{তখন, } y^{-2} = (-2)^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^2} = 4$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$$

গ. দেওয়া আছে,

$$y^x = 4 \dots\dots\dots(\text{iii})$$

$$y^2 = 2^x \dots\dots\dots(\text{iv})$$

(iv) থেকে পাই,

$$y^2 = 2^x$$

$$\text{বা, } (y^2)^x = (2^x)^x$$

$$\text{বা, } y^{2x} = 2^{x^2}$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 = 2^{x^2}$$

$$\text{বা, } (4)^2 = 2^{x^2} \quad [(\text{iii}) \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } (2^2)^2 = 2^{x^2}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

(iii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন, } x = 2 \text{ তখন, } y^2 = 4$$

$$\text{বা, } y = \pm 2$$

$$\text{আবার যখন, } x = -2 \text{ তখন } y^{-2} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^2} = 4$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, -\frac{1}{2})$

সুতরাং দ্বিতীয় সমীকরণ জোড়ের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোড়ের সমাধানের সমান। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৫ $\rightarrow 8y^x - y^{2x} = 16$

$2^x = y^2$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে প্রমাণ কর যে,

$$y^x = 4 \quad ২$$

?

খ. সমীকরণ জোট থেকে x এর মান

নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

▶◀ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,

$$8y^x - y^{2x} = 16 \dots\dots\dots(i)$$

$$2^x = y^2 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) নং থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + (4)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore y^x = 4 \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. 'ক' এর (ii) থেকে পাই,

$$2^x = y^2$$

$$\text{বা, } (2^x)^x = (y^2)^x$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = y^{2x}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = (y^x)^2$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 4^2 \quad [\text{'ক' এর সমাধান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\text{বা, } x = \pm 2 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন, $x = 2$

তখন, $2^2 = y^2$

বা, $y^2 = 4$

বা, $y = \pm 2$

যখন, $x = -2$

তখন, $2^{-2} = y^2$

বা, $y^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$

প্রশ্ন-৬ ▶ (1) $3^x \cdot 9^y = 81$ (2) $a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20}$ (3) $8y^x - y^{2x} = 16$; $2^x = y^2$.

ক. (2) হতে x ও y এর সম্পর্ক নির্ণয় কর। ২

? খ. (1) ও (2) হতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. (3) এর সমীকরণদ্বয় সমাধান কর। ৪

▶◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. 2 নং থেকে পাই,

$$a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20}$$

$$\text{বা, } a^{3x+y+2y} = a^{20}$$

$$\text{বা, } 3x + 3y = 20$$

$$\text{বা, } 3x = 20 - 3y$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}(20 - 3y) \text{ এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।}$$

খ. 1 নং থেকে পাই,

$$3^x \cdot 9^y = 81$$

$$\text{বা, } 3^x \cdot 3^{2y} = 81$$

$$\text{বা, } 3^{x+2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } x + 2y = 4$$

$$\therefore x = 4 - 2y \text{(i)}$$

$$\text{'ক' থেকে পাই, } x = \frac{1}{3}(20 - 3y) \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$$4 - 2y = \frac{1}{3}(20 - 3y)$$

$$\text{বা, } 12 - 6y = 20 - 3y$$

$$\text{বা, } -6y + 3y = 20 - 12$$

$$\text{বা, } -3y = 8$$

$$\therefore y = -\frac{8}{3}$$

(i) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 4 - 2 \left(-\frac{8}{3} \right)$$

$$\text{বা, } x = \frac{12 + 16}{3}$$

$$\therefore x = \frac{28}{3}$$

$$(x, y) = \left(\frac{28}{3}, -\frac{8}{3} \right) \text{ (Ans.)}$$

গ. 3 নং থেকে পাই,

$$8y^2 - y^x = 16 \dots\dots\dots(i)$$

$$2^x = y^2 \dots\dots\dots(ii)$$

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore y^x = 4 \dots\dots\dots(iii)$$

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$2^x = y^2$$

$$\text{বা, } (2^x)^x = (y^2)^x \text{ [উভয় পক্ষের ঘাত } x \text{-এ উন্নীত করে]}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = y^{2x} \text{ [}\because (a^m)^n = a^{mn}\text{]}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = (y^x)^2 \text{ [}\because a^{mn} = (a^m)^n\text{]}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 4^2 \text{ [(iii) নং থেকে } y^x \text{ এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 16$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

$$\therefore x = \pm 2$$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\text{যখন } x = 2 \text{ তখন } 2^2 = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

$$\text{যখন } x = -2 \text{ তখন } 2^{-2} = y^2$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ একটি সংখ্যার বর্গ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 4 কম।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে
সমীকরণ গঠন কর। ২

? খ. সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান
কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি
সমাধান কর। ৪

▶◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore \text{সমীকরণটি } x^2 = 5x - 4$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4 = 0$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

এখানে, $a = 1$ এবং $b = -5$ এবং $c = 4$

$$\therefore \text{আমরা জানি, } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$= \frac{5+3}{2}, \frac{5-3}{2}$$

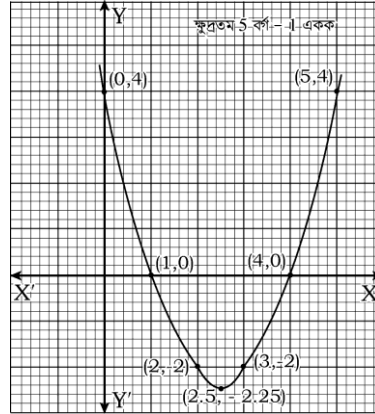
$$= \frac{8}{2}, \frac{2}{2} = 4, 1 \therefore x = 4, 1$$

গ. মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি।

x	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	-2	-2.25	-2	0	4

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যাচ্ছে লেখটি x অক্ষের উপর $(1, 0)$ ও $(4, 0)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

সমীকরণের সমাধান $x = 1$ বা $x = 4$

প্রশ্ন-২ $y = ax^2 + bx + c$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ x -এর যে সকল মানের জন্য $y = 0$ অর্থাৎ লেখচিত্র x অক্ষকে ছেদ করবে।

ক. $b = c = 0$ হলে, $y =$ কী হবে? ২

?

খ. লেখচিত্রে $x^2 + 2x - 3 = 0$ সমাধান

কর।

৪

গ. $a = 1$, $b = -5$, $c = 4$ হলে,
সমীকরণটি লেখচিত্রের মাধ্যমে
সমাধান কর।

8

▶◀ ২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. উদ্দীপক হতে,

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{যেহেতু } b = c = 0$$

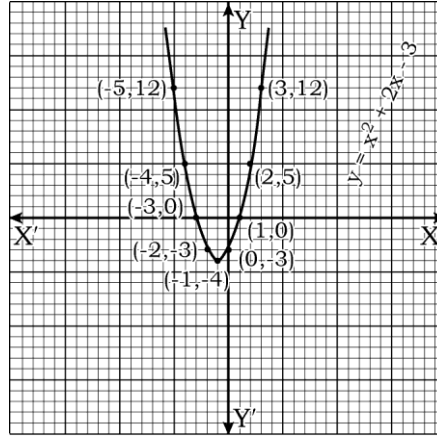
$$\text{সুতরাং, } y = ax^2 + 0 \cdot x + 0$$

$$\therefore y = ax^2$$

খ. মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

x	-5	-3	-2	-1	0	1	-4	3	2
y	12	0	-3	-4	-3	0	5	12	5

বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় লেখচিত্রটি x অক্ষকে $(-3, 0)$ ও $(1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = -3$ বা $x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x = -3, 1$

গ. উদ্দীপক হতে $y = ax^2 + bx + c$

যেহেতু $a = 1$, $b = -5$, $c = 4$ এর জন্য

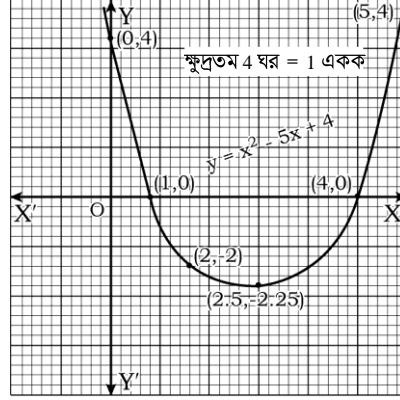
$$y = x^2 - 5x + 4$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	2.5	4	5
---	---	---	---	-----	---	---

y	4	0	-2	-2.25	0	4
---	---	---	----	-------	---	---

উপরের সারণি থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 ঘর একক ধরে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রে x অক্ষকে (1, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, $x = 1$ বা 4 ।

প্রশ্ন-৩ $f(x) = 3^x \cdot 9^y$ এবং $f(y) = 2x - y$

এবং $g(x) = -x^2 + 3x - 2$

ক. $x = 2$ এবং $f(x) = 81$ হলে, y এর মান কত? ২

? খ. $f(x) = 81$ এবং $f(y) = 8$ হলে, সমীকরণ জোড়ের সমাধান কত? ৪

গ. $g(x) = 0$ হলে, লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = 3^x \cdot 9^y$

$$81 = 3^x \cdot (3^2)^y$$

$$\text{বা, } 3^2 \cdot 3^{2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } 3^{2+2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } 2 + 2y = 4$$

$$\text{বা, } 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

খ. $f(x) = 81$

$$3^x \cdot 9^y = 81$$

$$\text{বা, } 3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } 3^{x+2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } x + 2y = 4$$

$$\therefore x = 4 - 2y \quad \dots\dots\dots (i)$$

আবার, দেওয়া আছে,

$$f(y) = 8$$

$$\therefore (2x - y) = 8$$

$$\text{বা, } 2(4 - 2y) - y = 8 \text{ [i এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 8 - 4y - y = 8$$

$$\text{বা, } 5y = 8 - 8$$

$$\therefore y = 0$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 4 - 2 \cdot 0$$

$$\text{বা, } x = 4$$

$$\therefore x = 4$$

নির্ণেয় সমাধান : (4, 0)

গ. দেওয়া আছে, $g(x) = 0$

$$\therefore -x^2 + 3x - 2 = 0$$

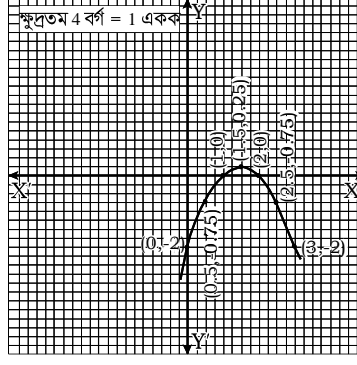
$$\text{মনে করি, } y = -x^2 + 3x - 2$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত

সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর

স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	-2	-0.75	0	0.25	0	-0.75	-2



ছক কাগজের XOX' বরাবর x অক্ষ এবং YOY' বরাবর y অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি, সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষের উপর $(1, 0)$ ও $(2, 0)$ বিন্দু দিয়ে গেছে।

\therefore সমীকরণটি সমাধান, $x = 1$, বা 2

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, 2$

প্রশ্ন-৪ ▶ রাশিদ্বয় লক্ষ কর : $(x - 1)$ এবং $(x - 4)$

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে সমীকরণ গঠন কর এবং প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মানের জন্য সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত মানসমূহ ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

▶◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল $(x - 1)(x - 4)$

$$= x^2 - 4x - x + 4$$

$$= x^2 - 5x + 4$$

খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে প্রাপ্ত সমীকরণ, $x^2 - 5x + 4 = 0$

মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$

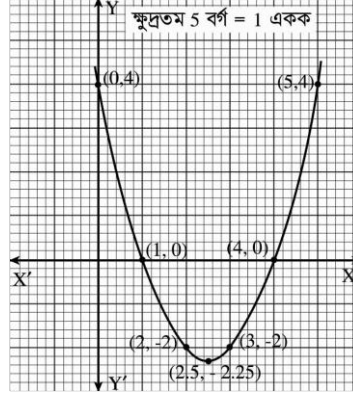
x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

x	0	1	2	2.5	3	4	5
---	---	---	---	-----	---	---	---

y	4	0	-2	-2.2	-2	0	4
			5				

গ. ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 'x' এ প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (1, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সমীকরণের সমাধান : $x = 1$ বা $x = 4$

প্রশ্ন-৫ ▶ দ্বিঘাত সমীকরণটি লক্ষ কর : $ax^2 + bx + c = 0$

ক. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর কোন সকল মান সমীকরণটির সমাধান নির্দেশ করবে? ২

খ. $a = -1$, $b = 3$ এবং $c = -2$ হলে সমীকরণটি কিরূপ দাঁড়ায়? প্রাপ্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

▶ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর যে সকল মানের জন্য লেখচিত্রটি x অক্ষকে ছেদ করবে x এর ঐ সকল মানই

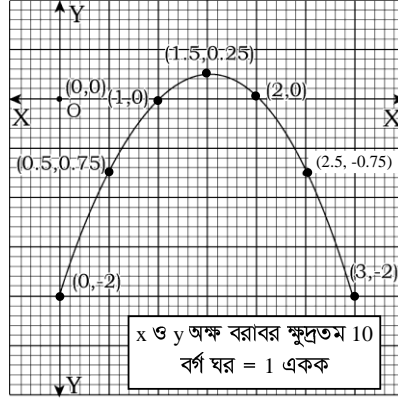
$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।

খ. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে $a = -1$, $b = 3$ এবং $c = -2$ বসিয়ে পাই, $-x^2 + 3x - 2 = 0$ মনে করি $y = -x^2 + 3x - 2$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	-2	-1,	0	0.2	0	-0.	-2
		75		5		75	

গ. ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (1, 0) ও (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x = 1$, $x = 2$

প্রশ্ন-৬ ▶ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যার বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে
সমীকরণ গঠন কর। ২

? খ. সূত্র প্রয়োগ করে ২য় সমীকরণটির
সমাধান কর। ৪

গ. ১ম সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে
সমাধান কর। ৪

▶▶ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে,

$$2x^2 = 5x - 3$$

$$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\text{এবং } 3x^2 = 5x + 3$$

$$\therefore 3x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \text{ ও } 3x^2 - 5x - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই, ২য় সমীকরণটি,

$$3x^2 - 5x - 3 = 0$$

উপরিউক্ত সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের সাধারণ রূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 3, b = -5 \text{ এবং } c = -3$$

আমরা জানি,

দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{2 \cdot 3} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}$$

সমীকরণটির একটি মূল $\frac{5 + \sqrt{61}}{6}$ এবং অপরটির $\frac{5 - \sqrt{61}}{6}$ (Ans.)

গ. 'ক' হতে পাই, ১ম সমীকরণটি,

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

ধরি,

$$y = 2x^2 - 5x + 3 \dots\dots\dots(i)$$

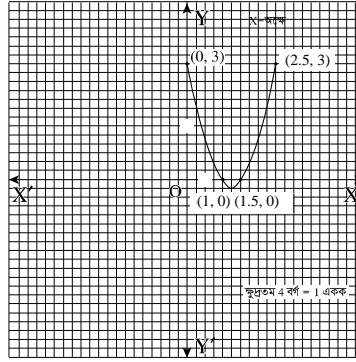
x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে (i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2.5	1	1.5	0	3	4
y	3	0	0	3	6	15

ছক থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো হলো :

(1, 0), (3, 6), (4, 15), (0, 3) (1.5, 0) ও (2.5, 3)।

এখন, XOX' বরাবর X-অক্ষ, YOY' বরাবর Y অক্ষ ও O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং পরস্পর যোগ করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায়, বক্ররেখাটি x অক্ষকে $x = 1$ এবং $x = \frac{3}{2}$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, \frac{3}{2}$

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-৯ x একটি সংখ্যা যার বর্গ 8.

ক. উদ্দীপকের আলোকে একটি দ্বিঘাত

? সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণের নিশ্চায়কের সাহায্যে সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং

সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। 8

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় করে এর সত্যতা যাচাই কর। 8

▶◀ ৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, x সংখ্যাটির বর্গ 8

$$\therefore x^2 = 8$$

$$\text{বা, } x^2 - 8 = 0$$

এটিই নির্ণেয় দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ. প্রদত্ত সমীকরণ $x^2 - 8 = 0$ (i)

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 1, b = 0, c = -8$$

$$\therefore \text{সমীকরণটির নিশ্চায়ক} = b^2 - 4ac$$

$$= 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 32$$

এখানে, প্রদত্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক 32, যা শূন্য অপেক্ষা বড় কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়।

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

$$\text{আবার, সমীকরণটির সমাধান } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{0 \pm \sqrt{32}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{32}}{2} = \pm \frac{2\sqrt{8}}{2}$$

$$= \pm \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$$

এখানে, $x^2 - 8 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = 2\sqrt{2}$ ও $-2\sqrt{2}$ যারা, বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।

গ. এখানে, $x^2 = 8$

$$\therefore x^2 - 8 = 0$$

মনে করি, $y = x^2 - 8$ (i)

সর্বনিম্ন বিন্দুর জন্য $y = x^2 - 8$

$$(x - 0)^2 - 8$$

$$\therefore x = 0 \text{ হলে } y = -8$$

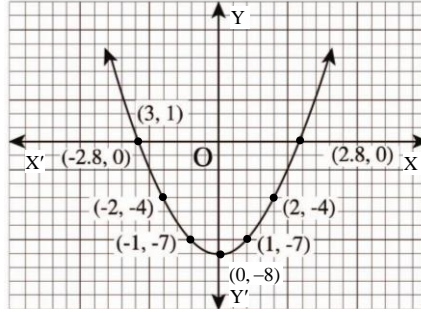
$$\therefore \text{মোচড় বিন্দু } (0, -8)$$

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি

:

x	-3	-	-	0	1	2	3
		2	1				
y	1	-	-	-8	-7	-4	1
		4	7				

সারণিতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজের স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x -অক্ষকে $(-2.8, 0)$ ও $(2.8, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = -2.8$ (প্রায়), 2.8 (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন-১০ $(2x + 3)(y - 1) = 14$

এবং $(x - 3)(y - 2) = -1$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোড়।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে

x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রাপ্ত y কে দ্বিতীয় সমীকরণে

? প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $2x^2 - 19x$

$$+ 30 = 0 \quad 8$$

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে 'খ' এ প্রাপ্ত

সমীকরণটিকে সমাধান কর। ৪

▶◀ ১০ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,

$$(2x + 3)(y - 1) = 14 \dots\dots\dots(i)$$

$$(x - 3)(y - 2) = -1 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) নং থেকে পাই,

$$(2x + 3)(y - 1) = 14$$

$$\text{বা, } y - 1 = \frac{14}{2x + 3}$$

$$\therefore y = \frac{14}{2x + 3} + 1$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$y = \frac{14}{2x + 3} + 1 \dots\dots\dots(iii)$$

(iii) নং থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(x - 3) \left(\frac{14}{2x + 3} + 1 - 2 \right) = -1$$

$$\text{বা, } (x - 3) \left(\frac{14}{2x + 3} - 1 \right) = -1$$

$$\text{বা, } (x - 3) \left(\frac{14 - 2x - 3}{2x + 3} \right) = -1$$

$$\text{বা, } \frac{(x - 3)(11 - 2x)}{(2x + 3)} = -1$$

$$\text{বা, } (x - 3)(11 - 2x) = -(2x + 3)$$

$$\text{বা, } 11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 19x - 30 = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 19x + 30 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$2x^2 - 19x + 30 = 0$$

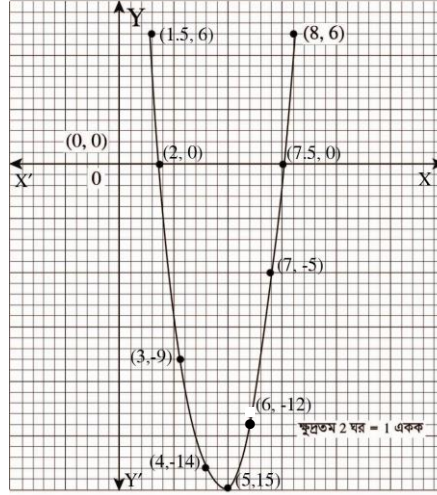
$$\text{মনে করি, } y = 2x^2 - 19x + 30$$

তখন x -এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	2	3	4	5	6	7	7	8
	5							5	

y	6	0	-	-	-	-	-	0	6
			9	1	1	1	5		
				4	5	2			

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 ঘর সমান 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (2, 0) ও (7.5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, $x = 2$ বা, $x = 7.5$.

প্রশ্ন-১১ $x^2 - 4x + 4 = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত? ২

খ. নিশ্চায়কের মান থেকে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে

? এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. প্রদত্ত সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে গৃহীত সিদ্ধান্তের সত্যতা

যাচাই কর। ৪

▶▶ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত সমীকরণ $x^2 - 4x + 4 = 0$ (i)

(i) নং সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 1, b = -4, c = 4$

\therefore নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$

= $(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1$

= $16 - 16 = 0$ (Ans.)

খ. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক = 0

আমরা জানি, কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়কের মান শূন্য (0) হলে এর মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে।

এখন, সমীকরণটির সমাধান $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{4+0}{2}, \frac{4-0}{2}$$

$$\therefore x = 2, 2$$

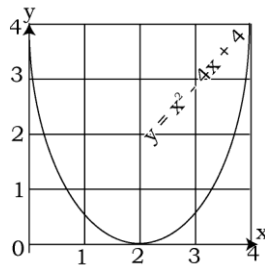
অর্থাৎ মূলদ্বয় সমান। \therefore সত্যতা যাচাই হলো।

গ. মনে করি, $y = x^2 - 4x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক করি :

x	0	1	1	2	2	3	4
			5		5		
y	4	1	0	0	0	1	4
			25		25		

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। লেখচিত্রে দেখা যায় যে এটি x অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে $x = 2, x = 2$



প্রশ্ন-১২ ▶ একটি সংখ্যার বর্গের থেকে সংখ্যাটির চার গুণ বিয়োগ করে 3 যোগ করলে সংখ্যাটির মান শূন্য হয়।

ক. উদ্দীপকের আলোকে x চলক ধরে সমীকরণ গঠন কর।

২

? খ. সমীকরণটি সমাধান কর (সূত্র প্রয়োগ করে)।

৪

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

৪

ক. ধরি, সংখ্যাটি x

$$\text{প্রশ্নমতে, } x^2 - 4x + 3 = 0$$

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণটি,

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } 1 \cdot x^2 + (-4)x + 3 = 0$$

$$\text{এখানে, } a = 1, b = -4 \text{ ও } c = 3$$

আমরা জানি,

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$= \frac{4 + 2}{2} \text{ বা, } \frac{4 - 2}{2}$$

$$= \frac{6}{2} \text{ বা, } \frac{2}{2}$$

$$= 3 \text{ বা, } 1$$

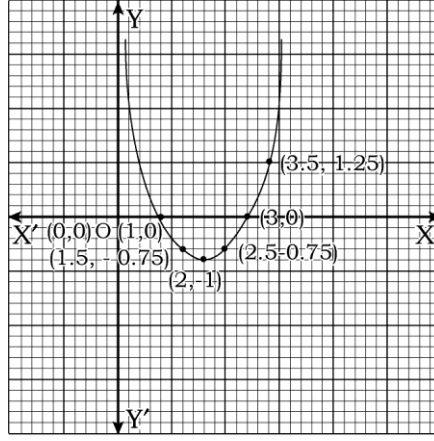
নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$ বা, 3

গ. ধরি, $y = x^2 - 4x + 3$

এখন x -এর কয়েকটি মানের জন্য y -এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	0	-0.75	-1	-0.75	0	1.25

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x -অক্ষকে $(1, 0)$ ও $(3, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের 2টি সমাধান থাকে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$ বা, 3

‘খ’ থেকে প্রাপ্ত মূল ও ‘গ’ এর লেখচিত্র থেকে প্রাপ্ত মূল সমান।

অতএব, সমীকরণটির সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন-১৩ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$P(x) = x^2 - 9x - 6$$

$$Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}$$

ক. $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } f(x) = 0\}$

হলে $n(A) =$ কত? ২

খ. $\frac{P(x)}{f(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ

কর। ৪

গ. $Q(x) = \sqrt[3]{2}$ হলে সমাধান সেট

নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } f(x) = 0\}$

এবং $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

এখন, $f(x) = 0$

এখন, $f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 = 0$

$$f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 11 \cdot 2 - 6 = 0$$

$$f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 11 \cdot 3 - 6 = 0$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\therefore A = \{1, 2, 3\}$$

সুতরাং $n(A) = 3$ (Ans.)

$$\text{খ. } \frac{P(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 9x - 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} \quad \text{[‘ক’ হতে]}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^2 - 9x - 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 2} + \frac{C}{x - 3} \dots\dots (i)$$

$$\text{বা, } x^2 - 9x - 6 \equiv A(x - 2)(x - 3) + B(x - 1)(x - 3) + C(x - 1)(x - 2) \dots\dots$$

(ii)

[উভয়পক্ষকে $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ দ্বারা গুণ করে]

এখন, $x = 1$, (ii) এ বসাই,

$$1^2 - 9 \cdot 1 - 6 = A(1 - 2)(1 - 3) + B \cdot 0 + C \cdot 0$$

$$\text{বা, } 1 - 9 - 6 = A \cdot (-1) \cdot (-2)$$

$$\text{বা, } 2A = -14$$

$$\therefore A = -7$$

আবার, $x = 2$ হলে (ii) হতে পাই,

$$2^2 - 9 \cdot 2 - 6 = A \cdot 0 + B(2 - 1)(2 - 3) + C \cdot 0$$

$$\text{বা, } 4 - 18 - 6 = B(1) \cdot (-1)$$

$$\text{বা, } -B = -20$$

$$\therefore B = 20$$

এবং $x = 3$ হলে (ii) হতে পাই,

$$3^2 - 9 \cdot 3 - 6 = A \cdot 0 + B \cdot 0 + C(3 - 1)(3 - 2)$$

$$\text{বা, } 9 - 27 - 6 = 2 \cdot 1 \cdot C$$

$$\text{বা, } 2C = -24$$

$$\therefore C = -12$$

এখন, A , B ও C এর মান (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2 - 9x - 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} = \frac{-7}{x - 1} + \frac{20}{x - 2} + \frac{-12}{x - 3}$$

$$\therefore \frac{P(x)}{f(x)} = \frac{-7}{x - 1} + \frac{20}{x - 2} - \frac{12}{x - 3}$$

ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ। (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,

$$Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} \text{ এবং } Q(x) = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{তাহলে, } \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{বা, } (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

এরপর অনুশীলনী ৫.২ এর উদাহরণ-৬ এর সমাধান দেখ।
