ci≯v^xÉe®iµv, %ÒvÉ ^ewWÉi≯v, KÅGWU KG Rmn kx⁄ÉÉbxq Õ•zmgÉi ci≯v%es gÉW/ ^UGÉi cÉáGvi cÝÉE mgvab AaÅqwfwiK ^` I qvnGqGÉ %àGvAbkxj b Ki G Zxg %AaÅqwU^^GK ^hGKvGvmIRbkxj i Pbvgj/K cÉk¥ mgvab ÿvLGZ cvi G mnGRB|

প্রশ্ন ▶১ ΔPQR এর ভূমি a = 5.3 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ x = 40°, অপর দুই বাহুর অন্দ্ধর d = 2 সে.মি., PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N. *◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১২ ও ১৩ [ঢাকা বোর্ড-২০১৯ ⎕ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. 100π বর্গ সে.মি. পৃষ্ঠতলবিশিষ্ট গোলকের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, MR ও QN এর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা MN ও QR এর সমান্দ্ধরাল। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গ সে.মি.

শর্তমতে, $4\pi r^2 = 100\pi$

বা, $r^2 = \frac{100\pi}{4\pi} = 25$

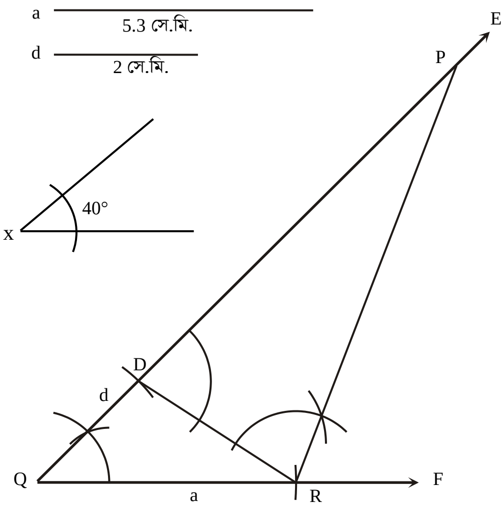
$\therefore$ r = 5 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

= $\frac{4}{3}\pi \times 5^3$ ঘন সে.মি.

= $\frac{500\pi}{3}$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন: একটি ত্রিভুজের ভূমি QR = a = 5.3 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন $\angle$x = 40° এবং PQ – PR = d = 2 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি QF থেকে QR = a = 5.3 সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২: QR-এর Q বিন্দুতে $\angle$RQE = $\angle$x = 40° আঁকি।

ধাপ ৩: QE থেকে QD = d = 2 সে.মি. কেটে নিই।

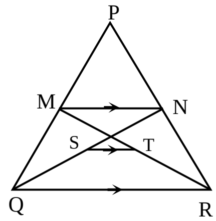
ধাপ ৪: R, D যোগ করি।

ধাপ ৫: RD রশ্মির R বিন্দুতে $\angle$DRP = $\angle$EDR আঁকি।

ধাপ ৬: RP, DE কে P বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔPQR-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



দেওয়া আছে, ΔPQR-এ M ও N যথাক্রমে PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ MN || QR এবং MN = $\frac{1}{2}$QR

$\therefore$ MQRN একটি ট্রাপিজিয়াম।

আবার, QN ও RM কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T। T, S যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ST || MN || QR

প্রমাণ: মনে করি, Q, R, M ও N বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{q}$, $\underline{r}$, $\underline{m}$ ও $\underline{n}$

$\overrightarrow{QR} = \underline{r} - \underline{q}$

$\overrightarrow{MN} = \underline{n} - \underline{m}$

$\therefore$ S বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{1}{2}(\underline{q} + \underline{n})$ [⎕ S, QN এর মধ্যবিন্দু]

এবং T বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর = $\frac{1}{2}(\underline{r} + \underline{m})$ [⎕ T, RM এর মধ্যবিন্দু]

$$\therefore \overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}(\underline{r} + \underline{m}) - \frac{1}{2}(\underline{q} + \underline{n})$$

$$= \frac{1}{2}(\underline{r} + \underline{m} - \underline{q} - \underline{n})$$

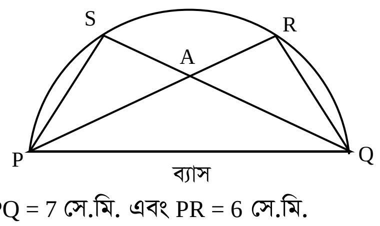
$$= \frac{1}{2}\{(\underline{r} - \underline{q}) - (\underline{n} - \underline{m})\}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{MN})$$

MN || QR হওয়ায় ($\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{MN}$) ভেক্টরটিও $\overrightarrow{QR}$ ও $\overrightarrow{MN}$ ভেক্টরের সমান্দ্ধরাল হবে, তাহলে $\overrightarrow{ST}$ ভেক্টরটি ও $\overrightarrow{QR}$ ও $\overrightarrow{MN}$ এর সমান্দ্ধরাল হবে।

$\therefore$ ST || MN || QR **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



চিত্রে PQ = 7 সে.মি. এবং PR = 6 সে.মি.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩ [রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ ⎕ প্রশ্ন নং ৪]

ক. PR এর সমান ব্যাসবিশিষ্ট একটি মার্বেলের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQ^2 = PR.PA + QS.QA. ৪

গ. PR এর সমান বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা PQ এর সমান হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

মার্বেলের ব্যাস, $2r = PR = 6$ সে.মি.

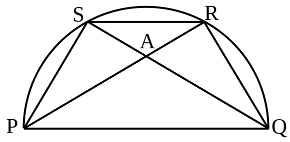
$\therefore$ মার্বেলের ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি.

আমরা জানি, মার্বেলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (3)^3$ ঘন সে.মি.

$= 113.098$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, PQ ব্যাসের ওপর PQRS একটি অর্ধবৃত্ত। PR ও QS জ্যাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 = PR.\,PA + QS.\,QA$।



অঙ্কন: S, R যোগ করি।

প্রমাণ: ΔRAS ও ΔPAQ-এ

$\angle ASR = \angle APQ$ [একই চাপ QR-এর ওপর অবস্থিত]

$\angle SAR = \angle PAQ$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

এবং $\angle ARS = \angle PQA$ [একই চাপ PS এর উপর অবস্থিত]

ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী।

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\frac{PA}{SA} = \frac{QA}{RA}$

বা, $PA.RA = QA.SA$

বা, $PA.RA + PA^2 = QA.SA + PA^2$

[উভয়পক্ষে PA^2 যোগ করে]

বা, $PA\,(RA + PA) = QA.SA + SA^2 + PS^2$

[PQ ব্যাস তাই $\angle PSA = \angle PSQ = 90°$; $\therefore PA^2 = PS^2 + SA^2$]

বা, $PA.PR = SA\,(QA + SA) + PS^2$

বা, $PA.PR = SA.QS + PQ^2 - QS^2$

[$\angle PSQ = 90°$ তাই ΔPQS -এ $PQ^2 = PS^2 + QS^2$ বা, $PS^2 = PQ^2 - QS^2$]

বা, $PA.PR = PQ^2 - QS\,(QS - SA)$

বা, $PA.PR = PQ^2 - QS.QA$

$\therefore$ $PQ^2 = PA.PR + QS.\,QA$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে,

প্রিজমের ভূমি ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং প্রিজমের উচ্চতা 7 সে.মি.

আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$= n \times \frac{a^2}{4} \cot\frac{180°}{n}$ বর্গ একক

$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{6^2}{4} \cot\frac{180°}{6}$ বর্গ সে.মি.

$= 54 \cot 30°$ বর্গ সে.মি.

$= 54\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

এবং প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= 6 \times 6 = 36$ সে.মি.

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= (2 \times 54\sqrt{3}) + 36 \times 7$ বর্গ সে.মি.

$= 439.061$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩ A(3, 0), B(0, 4), P(5, a); A, P, B ঘড়ির কাঁটার বিপরীতক্রমে অবস্থিত। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. একটি প্রিজমের ভূমি 4 cm বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ এবং উচ্চতা 5 cm হলে, এর আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. ΔPAB এর ক্ষেত্রফল 7 বর্গ একক হলে, ΔPAB এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. AB রেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তাকে y অক্ষের চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ (বাহু)^2 বর্গ একক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\ cm^2$

$= 4\sqrt{3}\ cm^2$

$\therefore$ প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা ঘন একক

= ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= 4\sqrt{3} \times 5\ cm^3$

$= 20\sqrt{3}\ cm^3$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, A(3, 0), B(0, 4), P(5, a)

এবং ΔPAB এর ক্ষেত্রফল = 7 বর্গ একক

বা, $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & a & 4 & 0 \end{vmatrix} = 7$

বা, $\frac{1}{2}|(3a + 20) - 12| = 7$

বা, $|3a + 8| = 14$

$\therefore$ $3a + 8 = \pm 14$

'+' নিয়ে $3a + 8 = 14$ '–' নিয়ে $3a + 8 = -14$

$\therefore a = 2$ $\therefore a = -\frac{22}{3}$ [যা গ্রহণযোগ্য নয়]

এখন, [□ A, P, B ঘড়ির কাটার বিপরীতক্রমে অবস্থিত]

A(3, 0)

B(0, 4)

P(5, 2)

$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

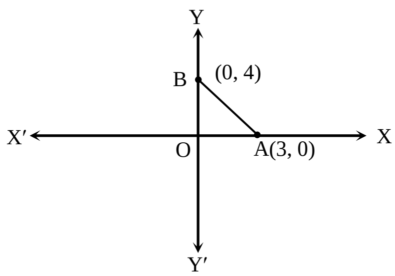
$BP = \sqrt{(-5)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

$PA = \sqrt{(5-3)^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{2 \times 4} = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ ΔPAB এর পরিসীমা = (AB + BP + PA) একক

$= (5 + \sqrt{29} + 2\sqrt{2})$ একক **(Ans.)**

গ OAB ত্রিভুজটি y অক্ষের চতুর্দিকে একবার ঘোরালে OA = 3 একক ব্যাসার্ধ এবং OB = 4 একক উচ্চতা বিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।



$\therefore$ $r = 3$ একক

$h = 4$ একক

এবং, $l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ একক

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= \pi \times 3(5 + 3)$ বর্গ একক

$= 24\pi$ বর্গ একক

$= 75.39$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ OA = 3 সে.মি. এবং উক্ত বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD দুইটি কর্ণ।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ৪, ১৩ [কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৫]

ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটির ব্যাসের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AC.BD = AB.CD + BC.AD. ৪

গ. একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার অতিভুজ উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তের ব্যাসের সমান এবং অপর দুই বাহুর অন্তর বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস $= 2 \times 3 = 6$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

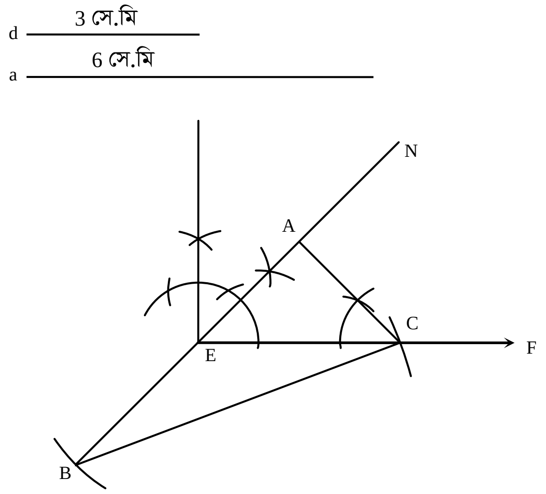
$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi \,.\, 6^3$

$= 904.78$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.২ এর উপপাদ্য-১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৭৬

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 6 সে.মি. ও অপর দুই বাহুর অন্তর d = 3 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FEN = 45°$ আঁকি।

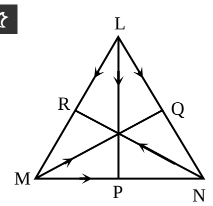
ধাপ ২: এবার NE কে EB পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন EB = d হয়।

ধাপ ৩: অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

প্রশ্ন ▶৫



ΔLMN এর MN, NL ও LM এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ও R এবং MN = 14 cm *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৫]*

ক. যদি কোন গোলকের ব্যাস MN হয় তবে তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \underline{0}$ ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস, $2r = 14$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{14}{2}$ সে.মি. $= 7$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক

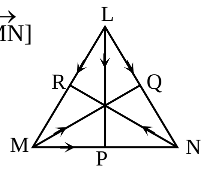
$= 4 \times 3.1416 \times (7)^2$

$= 615.754$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ ΔLMP-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই, $\overrightarrow{LP} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MP}$

$\therefore \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ .... (i)

[P, MN এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$]



ΔLNR-এ $\overrightarrow{LR} = \overrightarrow{LN} + \overrightarrow{NR}$

$\therefore \overrightarrow{NR} = \overrightarrow{LR} - \overrightarrow{LN}$

$\therefore \overrightarrow{NR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} - \overrightarrow{LN}$ ... ... (ii)

[R, LM এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{LR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM}$]

এবং ΔLMQ-এ $\overrightarrow{LQ} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MQ}$

বা, $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LM}$

$\therefore \overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM}$ .... (iii)

[Q, LN এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{LQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} - \overrightarrow{LN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM}$

বা, $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} = \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

DœPZi MwYZ

গ ΔLMN এর LM ও LN বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN রেখার সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। Q, R যোগ করি। ইহা প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে যে, $QR \parallel MN$।

প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$\overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LR} = \overrightarrow{RQ}$ … … … … (i)

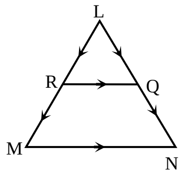
এবং $\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{MN}$ … … … (ii)

কিন্তু, $\overrightarrow{LN} = 2\overrightarrow{LQ}$, $\overrightarrow{LM} = 2\overrightarrow{LR}$

[∵ R, Q বিন্দু যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু।]

$\therefore$ (ii) থেকে পাই,

$2\overrightarrow{LQ} - 2\overrightarrow{LR} = \overrightarrow{MN}$



অর্থাৎ $2(\overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LR}) = \overrightarrow{MN}$

$\therefore$ $2\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{MN}$ [(i) থেকে]

$\therefore$ $\overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$

অতএব, RQ ও MN এর ধারকরেখা সমান্তরাল বা একই হবে। কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়। $\therefore RQ \parallel MN$

$\therefore$ R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬ A(2, – 3), B(7, – 3) এবং C(2, 3).

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [চ. বো ১৯ ▯প্রশ্ন নং ৬]

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুত্রয় ছক কাগজে স্থাপন কর এবং প্রমাণ কর যে, এরা একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ৪

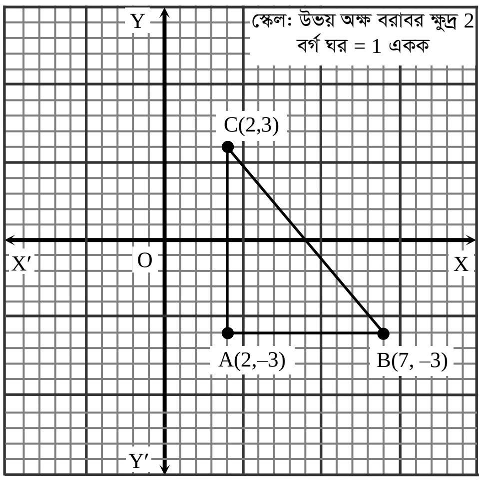
গ. AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে এক পাক ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, B(7,– 3) এবং C(2, 3)

$\therefore$ BC রেখার ঢাল $= \frac{-3-3}{7-2} = \frac{-6}{5}$ **(Ans.)**

খ



ছক কাগজে XOX′ কে x অক্ষ এবং YOY′ কে y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরে A(2, –3), B(7, –3) ও C(2, 3) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। পেন্সিল দিয়ে AB, AC ও BC যোগ করি। তাহলে ABC একটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

এখানে, $AB = \sqrt{(7-2)^2 + \{-3-(-3)\}^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5$

$\therefore$ $AB^2 = 25$

$BC = \sqrt{(7-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{5^2 + (-6)^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61}$

$\therefore$ $BC^2 = 61$

এবং $AC = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{0^2 + (-6)^2} = \sqrt{36} = 6$

$\therefore$ $AC^2 = 36$

এখন, $AB^2 + AC^2 = 25 + 36 = 61 = BC^2$

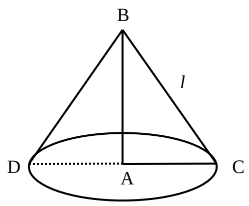
$\therefore$ $AB^2 + AC^2 = BC^2$

অর্থাৎ, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A = 90°$।

A (2, – 3), B (7, – 3) এবং C(2, 3) বিন্দুগুলো একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

গ ‘খ’ থেকে পাই, AB = 5, $BC = \sqrt{61}$ এবং AC = 6

চিত্রে AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে একপাক ঘোরানোর ফলে BCD সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়েছে। যার উচ্চতা AB = h = 5 একক। ভূমির ব্যাসার্ধ, AC = r = 6 একক এবং হেলানো উচ্চতা $BC = l = \sqrt{61}$ একক



$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r (r + \ell)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6 (6 + \sqrt{61})$

$= 260.32$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ DEF ত্রিভুজের ভূমি a = 4.6 সে. মি., অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s = 7.8 সে. মি. এবং শিরঃকোণ $\angle x = 60°$। একটি নিরেট লৌহ গোলকের ব্যাস উক্ত ত্রিভুজের ভূমির সমান। লৌহ গোলকটিকে পিটিয়ে $\frac{3}{5}$ সে. মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হলো।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১২, ১৩ [সিলেট বোর্ড-২০১৯ ▯প্রশ্ন নং ৬]

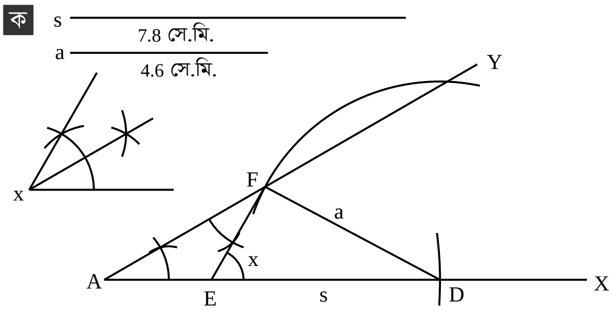
ক. DEF ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. লৌহপাতটির ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি ΔDEF এর DE ও DF এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হয় তবে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel EF$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ প্রশ্নমতে, লৌহগোলকের ব্যাস = 4.6 সে. মি.

$\therefore$ লৌহগোলকের ব্যাসার্ধ, R = 2.3 সে. মি.

$\therefore$ লৌহগোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3}\pi (2.3)^3$ ঘন সে. মি.

$= 50.965$ ঘন সে. মি.

আবার, মনে করি, বৃত্তাকার পাতের ব্যাসার্ধ = r সে. মি.

এবং পাতের পুরুত্ব, $h = \frac{3}{5}$ সে. মি.

$\therefore$ লৌহপাতের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= \pi r^2 \times \frac{3}{5}$ ঘন সে. মি.

শর্তমতে, $\pi r^2 \times \frac{3}{5} = 50.965$

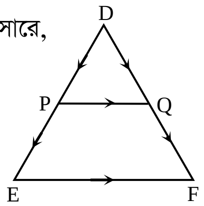
বা, $r^2 = \frac{50.965 \times 5}{3\pi}$

বা, $r = \sqrt{27.03777} = 5.19978$

$\therefore$ ব্যাস, $2r = 10.3995$ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখানে DEF ত্রিভুজের DE ও DF বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q. প্রমাণ করতে হবে যে, PQ || EF

প্রমাণ : ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি অনুসারে,



$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{DQ} - \overrightarrow{DP}$ ... ... (i)

এবং $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{DE}$ ... ... (ii)

কিন্তু $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{DQ}$, $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{DP}$

$\therefore$ (ii) হতে পাই,

$\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{DQ} - 2\overrightarrow{DP} = 2(\overrightarrow{DQ} - \overrightarrow{DP})$

$= 2\overrightarrow{PQ}$ [(i) হতে]

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$

অতএব, PQ ও EF এর ধারক রেখা সমান্তরাল বা একই হবে। কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়।

$\therefore$ PQ || EF **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৮ ABCD চতুর্ভুজের AB, BC, CD ও AD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R ও S। AC কর্ণের মধ্যবিন্দু M.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [বরিশাল বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. 7 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQRS একটি সামান্তরিক। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{BM} = \underline{0}$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাস 7 সে.মি. হলে,

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{7}{2} = 3.5$ সে.মি.

$\therefore$ পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক

$= 4\pi \times 3.5^2$

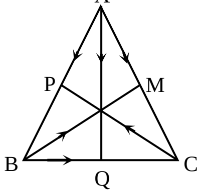
$= 153.94$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর উদাহরণ- ৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৩

গ ΔABQ-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই,

$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ}$

$\therefore \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .... (i)



[Q, BC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$]

ΔACP-এ $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP}$

$\therefore \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

[P, AB এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

এবং ΔABM-এ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$

বা, $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}$

$\therefore \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .... (iii)

[M, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

বা, $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CP} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৯ একটি নিরেট ধাতব সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি., ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। উক্ত কোণককে গলিয়ে 4 সে.মি. ব্যাসের কয়েকটি নিরেট গোলক প্রস্তুত করা হল। *[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৫]*

ক. প্রতিটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. কয়টি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস = 4 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{4}{2}$ সে.মি. = 2 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$ বর্গ একক

$= 4 \times 3.1416 \times 2^2$ বর্গ সে.মি.

$= 50.27$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{100}$ সে.মি. = 10 সে.মি.

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6(10 + 6)$ বর্গ সে.মি.

$= 301.5936$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 96\pi$ ঘন সে.মি.

নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3$ ঘন সে.মি. [R = 2 সে.মি.]

$= \frac{32\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

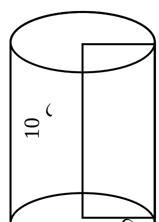
ধরি, কোণকটি গলিয়ে n সংখ্যক গোলক তৈরি করা যাবে।

প্রশ্নমতে, $96\pi = n\left(\frac{32\pi}{3}\right)$

বা, $n = \frac{96\pi \times 3}{32\pi}$

$\therefore$ n = 9টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০



DœPZi MwYZ

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৬]

ক. সিলিন্ডারের ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি গোলক আকৃতির বল সিলিন্ডারের ভেতর ঠিকভাবে এঁটে যায়। সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গএকক

$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times 10$ বর্গ সে.মি.

$= 314.16$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$ বর্গএকক

$= 2 \times 3.1416 \times 5(10 + 5)$ বর্গ সে.মি.

$= 471.24$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 5^2 \times 10$ ঘন সে.মি.

[□ $r = 5$ সে.মি. এবং $h = 10$ সে.মি.]

$= 785.4$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

যেহেতু গোলক আকৃতির বলটি সিলিন্ডারের ভিতর ঠিকভাবে এটে যায়, তাই গোলকের ব্যাসার্ধ হবে সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধের সমান।

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $R = 5$ সে.মি.।

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘন একক

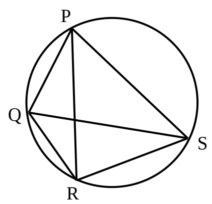
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 5^3$ ঘন সে.মি. $= 523.6$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন

$= (785.4 - 523.6)$ ঘন সে.মি.

$= 261.8$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১১



চিত্রে $PR = 10$ সে.মি. এবং $QS = 8$ সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩ [কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৬]

ক. প্রদত্ত চিত্র কোন উপপাদ্যকে সমর্থন করে? উপাপাদ্যটি লিখ। ২

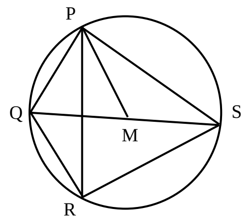
খ. প্রমাণ কর যে, PR.QS = PQ.RS + PS.QR. ৪

গ. PR এবং QS দুইটি ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত চিত্র টলেমির উপপাদ্যকে সমর্থন করে।

টলেমির উপপাদ্য ঃ বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।



খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত PQRS চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে PQ ও RS এবং QR ও PS। PR এবং QS চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে,

PR . QS = PQ . RS + QR . PS.

অঙ্কন: $\angle QPR$ কে $\angle SPR$ এর ছোট ধরে নিয়ে P বিন্দুতে PS রেখাংশের সাথে $\angle QPR$-এর সমান করে $\angle SPM$ আঁকি যেন PM রেখা QS কর্ণকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: অঙ্কন অনুসারে $\angle QPR = \angle SPM$

উভয়পক্ষে $\angle RPM$ যোগ করে পাই,

$\angle QPR + \angle RPM = \angle SPM + \angle RPM$

অর্থাৎ, $\angle QPM = \angle RPS$

এখন ΔPQM ও ΔPRS এর মধ্যে,

$\angle QPM = \angle RPS$

$\angle PQS = \angle PRS$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle PMQ =$ অবশিষ্ট $\angle PSR$

$\therefore$ ΔPQM ও ΔPRS সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

$\frac{QM}{RS} = \frac{PQ}{PR}$

অর্থাৎ, PR . QM = PQ . RS .... (i)

আবার, ΔPQR ও ΔPMS এর মধ্যে

$\angle QPR = \angle SPM$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle PSM = \angle PRQ$ [একটি বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle PQR =$ অবশিষ্ট $\angle PMS$

$\therefore$ ΔPQR ও ΔPMS সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

$\therefore$ $\frac{PS}{PR} = \frac{MS}{QR}$

অর্থাৎ, PR . MS = QR . PS ....(ii)

এখন সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

PR . QM + PR. MS = PQ . RS + QR . PS

বা, PR (QM + MS) = PQ . RS + QR . PS

$\therefore$ PR.QS = PQ . RS + QR . PS

[যেহেতু QM + MS = QS] **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $PR = 10$ সে.মি.

এবং $QS = 8$ সে.মি.

PR ধার বিশিষ্ট ঘনকের ক্ষেত্রফল $= 6PR^2 = 6 \times (10)^2$ বর্গ সে.মি.

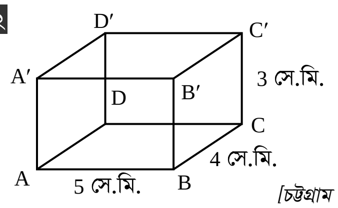
$= 600$ বর্গ সে.মি.

আবার, QS ধারবিশিষ্ট ঘনকের ক্ষেত্রফল $= 6QS^2 = 6 \times (8)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 384$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ঘনক দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 600 : 384 = 25 : 16$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১২



[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৬]

ক. চিত্রের ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. তিনটি নিরেট ধাতব গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে AB, BC ও CC′। গোলক তিনটিকে গলিয়ে একটি নিরেট নতুন গোলকে পরিণত করা হলো। এর ব্যাসার্ধ এবং সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুটির ABCD তলটিকে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য = 5 সে. মি., প্রস্থ = 4 সে. মি. উচ্চতা = 3 সে. মি.

∴ ঘনবস্তুটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা ঘন একক
= 5 × 4 × 3 ঘন সে. মি.
= 60 ঘন সে. মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB = 5 সে.মি., BC = 4 সে.মি. ও CC′ = 3 সে.মি.

ধরি, নতুন গোলকটির ব্যাসার্ধ = r

আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi$ (ব্যাসার্ধ)^3 ঘন একক

প্রশ্নমতে, AB, BC ও CC′ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তনের সমষ্টি = নতুন গোলকের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi (AB)^3 + \frac{4}{3}\pi(BC)^3 + \frac{4}{3}\pi (CC')^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi (5^3 + 4^3 + 3^3) = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $125 + 64 + 27 = r^3$

বা, $r^3 = 216$

∴ $r = 6$

সুতরাং নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ = 6 সে. মি. **(Ans.)**

আবার, নতুন গোলকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
= $4\pi r^2$ বর্গ একক
= $4 \times 3.1416 \times 6^2$ বর্গ সে. মি.
= 452.39 বর্গ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ ঘনবস্তুটির ABCD তলটিকে বৃহত্তম বাহু AB এর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার উৎপন্ন হয়। যার
ব্যাসার্ধ, r = BC = 4 সে. মি.
উচ্চতা, h = AB = 5 সে. মি.

∴ সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$
= $2 \times 3.1416 \times 4 (4 + 5)$ বর্গ সে. মি.
= 226.20 বর্গ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

আবার, সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক
= $3.1416 \times 4^2 \times 5$ ঘন সে. মি.
= 251. 33 ঘন সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৩ 6 সে.মি., 8 সে.মি. এবং r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি কঠিন ধাতব গোলক গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো যা সিলিন্ডার আকৃতির একটি বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। *[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৫]*

ক. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. r এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ R = 6 সে.মি.।

আমরা জানি, গোলকের ব্যাসার্ধ R হলে,
এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi R^2$ বর্গএকক

∴ প্রদত্ত গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
= $4\pi \times 6^2$ বর্গ সে.মি.
= $4\pi \times 36$ বর্গ সে.মি.
= 452.3904 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi \times$ (ব্যাসার্ধ)^3 ঘনএকক

6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমষ্টি
= $\left\{\frac{4}{3}\pi (6)^3 + \frac{4}{3}\pi (8)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3\right\}$ ঘন সে.মি.
= $\frac{4}{3}\pi (6^3 + 8^3 + r^3)$ ঘন সে.মি.

আবার, 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi \times 9^3$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{4}{3}\pi (6^3 + 8^3 + r^3) = \frac{4}{3}\pi \times 9^3$

বা, $6^3 + 8^3 + r^3 = 9^3$

বা, $216 + 512 + r^3 = 729$

বা, $r^3 = 729 - 728$ বা, $r^3 = 1$

∴ r = 1 সে.মি. **(Ans.)**

গ 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(9)^3$ ঘন সে.মি.
= $\frac{4}{3} \times 3.1416 \times 729 = 3053.6352$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

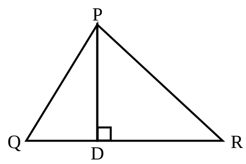
যেহেতু 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।
সুতরাং সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ হবে গোলকের ব্যাসার্ধ এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা হবে গোলকের ব্যাস।

∴ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, r = 9 সে.মি.
এবং উচ্চতা, h = 9 × 2 সে.মি. = 18 সে.মি.

∴ সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক
= $3.1416 \times 9^2 \times 18$ ঘন সে.মি.
= 4580.4528 ঘন সে.মি. (প্রায়)

∴ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন
= (4580.4528 – 3053.6352) ঘন সে.মি.
= 1526.8176 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৪



∆PQR এর ∠R একটি সূক্ষ্মকোণ এবং PD ⊥ QR.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩ [ঢাকা বোর্ড-২০১৬ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র বলতে কী বোঝ? ২

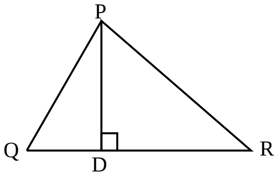
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + 2QR.DR = PR^2 + QR^2$. ৪

গ. DR = 6 cm, PD = 4 cm হলে, DR ও PD কে একটি আয়তক্ষেত্রের যথাক্রমে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরে ঐ আয়তক্ষেত্রকে DR বাহুর সাপেক্ষে একবার ঘোরালে উৎপন্ন ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **ত্রিভুজের পরিকেন্দ্রঃ** ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলে।
ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রঃ ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুকে ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র বলা হয়।

খ



বিশেষ নির্বচন: এখানে, ΔPQR এর $\angle R$ একটি সূক্ষ্মকোণ, $PD \perp QR$ এবং $\angle R$ এর বিপরীত বাহু PQ, অপর দুই বাহু যথাক্রমে QR ও PR। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + 2QR.DR = PR^2 + QR^2$.

প্রমাণ: ΔPQD এ $\angle PDQ$ = এক সমকোণ

$\therefore PQ^2 = PD^2 + QD^2$ ... ... (i) [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

আবার, ΔPDR এ $\angle PDR$ = এক সমকোণ

$\therefore PR^2 = PD^2 + DR^2$ ... ... (ii)

কিন্তু, $QD = QR - DR$

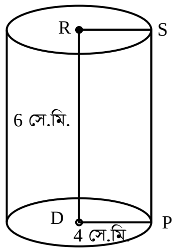
(i) নং সমীকরণ হতে পাই, SSC উচ্চতর গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-১২খ

$PQ^2 = PD^2 + (QR - DR)^2$
$= PD^2 + QR^2 + DR^2 - 2QR.DR$
$= (PD^2 + DR^2) + QR^2 - 2QR.DR$
$= PR^2 + QR^2 - 2QR.DR$ [(ii) নং থেকে]

$\therefore$ $PQ^2 + 2QR.DR = PR^2 + QR^2$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, DR = 6 সে.মি.
PD = 4 সে.মি.

এখন, DR ও PD কে একটি আয়তক্ষেত্রের যথাক্রমে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরে ঐ আয়তক্ষেত্রকে DR বাহুর সাপেক্ষে একবার ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার উৎপন্ন হয় যার ব্যাসার্ধ, r = PD = 4 সে.মি. এবং উচ্চতা, h = DR = 6 সে.মি.



আমরা জানি,
সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2\pi r (r + h)$ বর্গ একক
$= 2 \times 3.1416 \times 4(4 + 6)$ বর্গ সে.মি.
$= 251.33$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক
$= 3.1416 \times 4^2 \times 6$ ঘন সে.মি.
$= 301.59$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৫ A(2, – 3), B(7, – 3) এবং C(2, 3)

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ ☐ প্রশ্ন নং ৪]

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুত্রয় ছক কাগজে স্থাপন কর এবং প্রমাণ কর যে, এরা একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ৪

গ. AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে একপাক ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১৬ P(t, 2) বিন্দুগামী $2y - 3x + 6 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। *[যশোর বোর্ড-২০১৬ ☐ প্রশ্ন নং ৪]*

ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ΔAPB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $2y - 3x + 6 = 0$

বা, $2y = 3x - 6$ বা, $y = \frac{3}{2}x - \frac{6}{2}$

$\therefore$ $y = \frac{3}{2}x - 3$ .... (i)

(i) নং কে $y = mx + c$ রেখার সাথে তুলনা করে পাই, $m = \frac{3}{2}$

$\therefore$ রেখাটির ঢাল $= \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত রেখাটি $2y - 3x + 6 = 0$ .... (ii)

রেখাটি x অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ $y = 0$

(ii) নং থেকে, $2.0 - 3x + 6 = 0$

বা, $-3x = -6$

$\therefore$ $x = 2$

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 0)

আবার, রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

SSC উচ্চতর গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-১২গ $\therefore x = 0$

(ii) নং থেকে, $2y - 3.0 + 6 = 0$

বা, $2y = -6$ $\therefore y = -3$

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, – 3)

(ii) নং রেখাটি P(t, 2) বিন্দুগামী।

$2.2 - 3.t + 6 = 0$

বা, $4 - 3t + 6 = 0$

বা, $10 - 3t = 0$

বা, $10 = 3t$ $\therefore t = \frac{10}{3}$

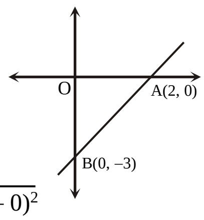
$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$

ΔAPB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & \frac{10}{3} & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{(4 - 10 + 0) - (0 + 0 - 6)\}$

$= \frac{1}{2}(-6 + 6) = \frac{1}{2} \times 0 = 0$ **(Ans.)**

গ ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তা একটি কোণক।



কোণকের ব্যাসার্ধ, r = OA

$= \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 0)^2}$

$= \sqrt{4 + 0} = 2$

কোণকের উচ্চতা, $h = OB = \sqrt{(0 - 0)^2 + (0 + 3)^2}$

$= \sqrt{0 + 9} = 3$

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 2 \times (\sqrt{13} + 2)$

$= 35.221$ বর্গএকক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৭ ABC ত্রিভুজের AB = 12 cm, AC = 5 cm, BC = 13 cm এবং মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দু O।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩ [বরিশাল বোর্ড-২০১৬ প্রশ্ন নং ৩]

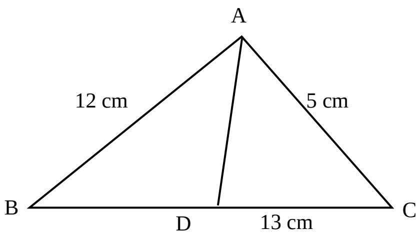
ক. শীর্ষবিন্দু A থেকে বিপরীত বাহুর উপর অংকিত মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, উদ্দীপকে উলিণ্ডখিত ত্রিভুজের বাহু তিনটির বর্গের সমষ্টি 'O' বিন্দু হতে শীর্ষ বিন্দু তিনটির দূরত্বের বর্গের সমষ্টি তিনগুণের সমান। ৪

গ. ত্রিভুজটিকে উহার ক্ষুদ্রতর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজে AB = 12 cm, AC = 5 cm এবং BC = 13 cm।

ধরি, শীর্ষবিন্দু A থেকে বিপরীত বাহু BC এর উপর অঙ্কিত মধ্যমা AD. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

বা, $12^2 + 5^2 = 2AD^2 + 2.\left(\frac{BC}{2}\right)^2$ [∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

বা, $144 + 25 = 2AD^2 + 2.\left(\frac{13}{2}\right)^2$

বা, $169 = 2AD^2 + \frac{169}{2}$

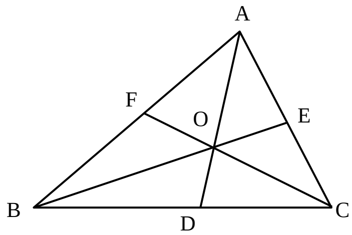
বা, $2AD^2 = 169 - \frac{169}{2}$

বা, $2AD^2 = \frac{169}{2}$ বা, $AD^2 = \frac{169}{4}$

বা, $AD = \sqrt{\frac{169}{4}}$ $\therefore$ $AD = \frac{13}{2} = 6.5$ cm

∴ মধ্যমার দৈর্ঘ্য 6.5 cm **(Ans.)**

খ



দেওয়া আছে, ΔABC-এ AB = 12 cm, AC = 5 cm এবং BC = 13 cm চিত্রানুযায়ী, এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$AC^2 + BC^2 = 2(CF^2 + AF^2)$

বা, $5^2 + 13^2 = 2CF^2 + 2.\left(\frac{12}{2}\right)^2$

বা, $25 + 169 - 72 = 2CF^2$

বা, $CF^2 = \frac{122}{2}$ $\therefore$ $CF^2 = 61$

এবং $AB^2 + BC^2 = 2(BE^2 + AE^2)$

বা, $12^2 + 13^2 = 2BE^2 + 2.\left(\frac{5}{2}\right)^2$

বা, $144 + 169 - 12.5 = 2BE^2$

বা, $BE^2 = \frac{300.5}{2}$

$\therefore$ $BE^2 = 150.25$

এবং 'ক' হতে পাই, $AD^2 = \frac{169}{4} = 42.25$

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু মধ্যমাগুলোকে 2 : 1 বা 1 : 2 অনুপাতে বিভক্ত করে। চিত্রে, O ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু।

$\therefore$ $\frac{OD}{OA} = \frac{1}{2}$

বা, $\frac{OD + OA}{OA} = \frac{1+2}{2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AD}{OA} = \frac{3}{2}$

বা, $OA = \frac{2}{3}AD$

বা, $OA^2 = \frac{4}{9}AD^2$ [বর্গ করে]

$\therefore$ $OA^2 = \frac{4}{9} \times 42.25 = \frac{169}{9}$

অনুরূপে পাই, $OB^2 = \frac{4}{9} \times BE^2 = \frac{4}{9} \times 150.25 = \frac{601}{9}$

এবং $OC^2 = \frac{4}{9} \times CF^2 = \frac{4}{9} \times 61 = \frac{244}{9}$

$\therefore$ $3(OA^2 + OB^2 + OC^2) = 3\left(\frac{169}{9} + \frac{601}{9} + \frac{244}{9}\right)$

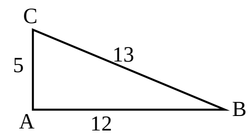
$= 3 \times \frac{1014}{9} = 338$

এবং $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 12^2 + 13^2 + 5^2 = 144 + 169 + 25$

$= 338$

$\therefore$ $AB^2 + BC^2 + AC^2 = 3(OA^2 + OB^2 + OC^2)$ **(দেখানো হলো)**

গ এখানে,



$AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2$
$= 144 + 25$
$= 169$
$= 13^2 = BC^2$

∴ ABC সমকোণী ত্রিভুজ এবং ∠A সমকোণ।

উদ্দীপকে উলেণ্ডখিত সমকোণী ত্রিভুজটিকে উহার ক্ষুদ্রতম বাহু AC এর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয় যার ভূমির ব্যাসার্ধ, r = AB = 12cm, উচ্চতা, h = AC = 5 cm এবং হেলানো উচ্চতা, l = BC = 13cm

∴ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$ বর্গ একক

= 3.1416 × 12 × (12 + 13) বর্গ সে.মি.

= 37.6992 × 25 বর্গ সে.মি.

= 942.48 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং কোণকটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 12^2 \times 5$ ঘন সে.মি.

= 753.98 ঘন সে.মি. (প্রায়)

∴ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য = 942.48 – 753.98 = 188.5 (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।
আবার, ABCD চতর্ভুজের দুইটি কর্ণ যথাক্রমে AC ও BD।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ ও 12 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

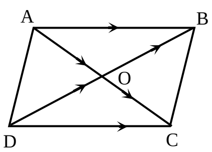
১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সিলিন্ডারটির ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি.
উচ্চতা, h = 12 সে.মি.
$\therefore$ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ সে.মি.
$= 2 \times \pi \times 5 \times 12$ বর্গ সে.মি.
$= 376.992$ বর্গ সে.মি.

খ ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ $r = \frac{22}{\pi}$ সে.মি.
যেহেতু, গোলকটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়
সেহেতু, ঘনকের বাহু হবে গোলকের ব্যাসের সমান।
$\therefore$ ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য, $= 2r = 2 \times \frac{22}{\pi}$ সে.মি.
$= \frac{44}{3.1416}$ সে.মি. $= 14.0056$ সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ ঘনকের আয়তন = (ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য)^3 ঘন একক

$= (14.0056)^3$ ঘন সে.মি.
$= 2747.2941$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
এবং গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (7.0028)^3$ ঘন সে.মি.
[▯ $r = \frac{22}{\pi} = 7.0028$ সে.মি.]
$= 1438.4832$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন = ঘনকের আয়তন − গোলকের আয়তন
$= (2747.2941 - 1438.4832)$ ঘন সে.মি.
$= 1308.811$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণঃ $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$ [$\because$ O, BD এর মধ্যবিন্দু]
এবং $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$ [$\because$ O, AC এর মধ্যবিন্দু]
এখন, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ [ত্রিভুজ বিধি]
$= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$ [$\because \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$]
$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$ [$\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$]
$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ [ত্রিভুজ বিধি]
$\therefore$ AB = DC এবং $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{DC}$ এর ধারক রেখাদ্বয় একই বা সমান্তড়্রাল হবে। এখানে স্পষ্টতঃ $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{DC}$ এর ধারক রেখাদ্বয় সম্পূর্ণ ভিন্ন। অর্থাৎ AB || DC
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তড়্রিক।
[$\because$ সামান্তড়্রিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তড়্রাল] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক আকৃতির তাবুর ব্যাস 60 মিটার এবং উচ্চতা 18 মিটার। *[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী ▯ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. তাবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় করো। ২
খ. তাবুটি স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে? ৪
গ. ক্যানভাসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
তাবুটির ভূমির ব্যাস = 60 মিটার
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{60}{2} = 30$ মিটার
এবং উচ্চতা, h = 18 মিটার
$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(18)^2 + (30)^2}$
$= \sqrt{324 + 900} = \sqrt{1224}$
$= 34.986$ মিটার **(Ans.)**

খ এখানে, ব্যাসার্ধ r = 30 মিটার
$\therefore$ তাবু স্থাপনে প্রয়োজনীয় জায়গা = πr^2 বর্গমিটার
$= \pi(30)^2$ বর্গমিটার
$= 900\pi$ বর্গমিটার
$= 2827.44$ বর্গমিটার **(Ans.)**

গ তাবুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r\ell$ বর্গমিটার
$= \pi \times 30 \times 34.986$ বর্গমিটার
$= 3297.361$ বর্গমিটার
প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 3297.361 বর্গমিটার
$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3297.361}$ মিটার
$= 57.423$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি স্থাপনার নিচের অংশ 3 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট আয়তাকার ঘনবস্তু এবং উপরের অংশ সুষম পিরামিড। পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার এবং উচ্চতা 3 মিটার।

[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ, জয়পুরহাট ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. আয়তাকার ঘনবস্তুটি যদি 3 মিটার উচ্চতার একটি সিলিন্ডারে ঠিকভাবে এঁটে যায়, তাহলে সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেহেতু আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর একটি সুষম পিরামিড স্থাপিত সেহেতু ঘনবস্তুটির প্রস্থ = উচ্চতা = 2 মিটার এবং দৈর্ঘ্য = 3 মিটার।
$\therefore$ ঘনবস্তুর কর্ণ = $\sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2}$
$= \sqrt{4 + 4 + 9} = \sqrt{17}$
$\therefore$ কর্ণ = 4.123 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

খ যেহেতু ঘনবস্তুটির ভূমির বর্গাকার দৈর্ঘ্য, a = 2 মিটার
প্রস্থ, b = 2 মিটার
এবং কর্ণ = $\sqrt{2^2 + 2^2}$ মিটার = $2\sqrt{2}$ মিটার
$\therefore$ সিলিন্ডারের ব্যাস, $2r = 2\sqrt{2}$ মিটার
এবং ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{2}$ মিটার

সিলিন্ডারের উচ্চতা, $h = 3$ মিটার

$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times (\sqrt{2})^2 \times 3$ ঘনমিটার

$= 18.8496$ ঘনমিটার

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

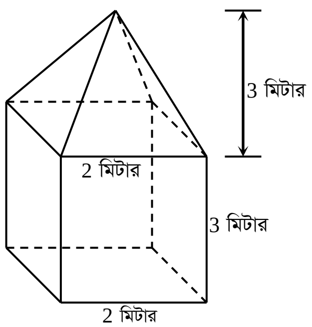
$= (2 \times 2 \times 3)$ ঘনমিটার

$= 12$ ঘনমিটার

$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (18.8496 - 12)$ ঘনমিটার

$= 6.8496$ ঘনমিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



আমরা জানি, সুষম পিরামিডের ভূমি সুষম বহুভুজ যা ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত অর্থাৎ একটি বর্গ। দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 মি. এবং উচ্চতা = 3 মি.

প্রশ্নমতে, পিরামিডটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে ঘনবস্তুর প্রস্থ, b = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $c = 2$ মি.

দেওয়া আছে, ঘনবস্তুর উচ্চতা, $a = 3$ মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$ ঘন একক

$= 3 \times 2 \times 2$ ঘন মি.

$= 12$ ঘন মি.

আবার, পিরামিডের ভূমির অর্থাৎ বর্গের ক্ষেত্রফল $= x^2$ বর্গ একক $= 2^2$ বর্গ মি. $= 4$ বর্গ মি.

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 4 \times 3$ ঘন মিটার $= 4$ ঘন মি.

$\therefore$ স্থাপনাটির আয়তন $= (12 + 4)$ ঘন মি. $= 16$ ঘন মি. **(Ans.)**

আবার, আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$= 2(3 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 3)$ বর্গমিটার

$= 32$ বর্গমিটার

পিরামিডের ভূমির পরিসীমা $= 4 \times 2$ মিটার $= 8$ মিটার

পিরামিডের ভূমির কেন্দ্র হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব,

$r = \frac{2}{2}$ মি. $= 1$ মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{3^2 + 1^2}$ মি.

$= 3.1623$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা)

$= \{4 + \frac{1}{2}(8 \times 3.1623)\}$ বর্গমিটার

$= \{4 + 12.649\}$ বর্গমিটার

$= 16.649$ বর্গমিটার ≈ 16.65 বর্গমিটার (প্রায়)

কিন্তু আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরিতল এবং পিরামিডের ভূমি পরস্পরের উপর স্থাপিত যার ক্ষেত্রফল $= (4 + 4)$ বর্গমিটার $= 8$ বর্গমিটার

$\therefore$ স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= (32 + 16.65 - 8)$ বর্গমিটার

$= 40.65$ বর্গ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২১ P (z , 2) বিন্দুগামী $2y - 3x + 6 = 0$ সরলরেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। যেখানে মূলবিন্দু O।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা প্রশ্ন নং ৫]

ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ΔAPB-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOAB-কে OB এর সাপেক্ষে ঘূর্ণনে উৎপন্ন ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২২ $3x + 4y = 12$ ....(i)

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৫]

ক. (k, 0) বিন্দুগামী এবং k ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ বের কর। ২

খ. যদি $p(x, y)$ বিন্দুটি (i) নং সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে সে দুইটি সমদূরবর্তী হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $8x - 6y = 7$ ৪

গ. একটি কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে যার উচ্চতা 8 একক এবং যার ভূমির ব্যাস (i) নং সরলরেখাটির অক্ষদ্বয়কে ছেদ করায় উৎপন্ন রেখাংশের সমান। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

সরলরেখাটির ঢাল $m = k$ এবং নির্দিষ্ট বিন্দু $(x_1, y_1) = (k, 0)$

$\therefore$ রেখাটির সমীকরণ,

$y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 0 = k(x - k)$

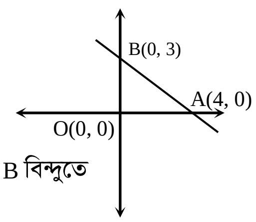
বা, $y = kx - k^2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ, $y = kx - k^2$ **(Ans.)**

খ $3x + 4y = 12$

বা, $4y = -3x + 12$

বা, $y = -\frac{3}{4}x + 3$ .... (i)



এখন, রেখাটি x ও y অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0) ; [x অক্ষে $y = 0$ বসিয়ে]

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 3) ; [y অক্ষে $x = 0$ বসিয়ে]

শর্তানুসারে, $p(x,y)$ বিন্দুটি A ও B হতে সমদূরবর্তী।

$\therefore \sqrt{(4-x)^2 + (0-y)^2} = \sqrt{(0-x)^2 + (3-y)^2}$

বা, $16 - 8x + x^2 + y^2 = x^2 + 9 - 6y + y^2$

বা, $16 - 8x = 9 - 6y$

বা, $8x - 6y = 16 - 9$

$\therefore 8x - 6y = 7$ **(প্রমাণিত)**

গ এখানে,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0) এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 3).

$\therefore$ AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25} = 5$ একক

$\therefore$ কোণকটির ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ একক

এবং উচ্চতা, $h = 8$ একক।

$\therefore$ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r (r + l)$

$= \pi r\left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right)$

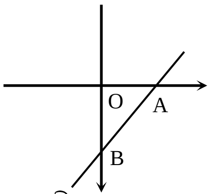
$= 3.1416 \times 2.5\left(2.5 + \sqrt{8^2 + 2.5^2}\right)$

$= 7.854\ (2.5 + 8.382)$

$= 7.854 \times 10.882$

$= 85.467$ বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶২৩



AB সরলরেখার সমীকরণ: $2y - 3x + 6 = 0$.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা ▯ প্রশ্ন নং ৫]

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. যদি AB সরলরেখার উপর একটি বিন্দু P(a, 2) হয়, তাহলে A, P এবং B এর স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে দেখাও যে, ΔAPB এর ক্ষেত্রফল 0 (শূন্য)। ৪

গ. ত্রিভুজ OAB কে OB বাহুর সাপেক্ষে চতুর্দিকে ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2y - 3x + 6 = 0$

বা, $2y = 3x - 6$

বা, $y = \frac{3}{2}x - 3$ [$y = mx + c$ আকার]

$\therefore$ ঢাল, $m = \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ রেখাটি x ও y অক্ষকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 0) যেহেতু x অক্ষে y = 0 বসালে x = 2

এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, –3) যেহেতু y অক্ষে x = 0 বসালে y = –3

যেহেতু P(a, 2) বিন্দুটি $2y - 3x + 6 = 0$ সরলরেখার উপর অবস্থিত,

$2.2 - 3.a + 6 = 0$

বা, $4 - 3a + 6 = 0$

বা, $-3a + 10 = 0$

বা, $a = \frac{-10}{-3} = \frac{10}{3}$

$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$

$\therefore$ ΔAPB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 0 & \frac{10}{3} & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-6 + 0 + 0 - 0 + 10 - 4)$

$= \frac{1}{2} \times 0$

$= 0$ **(দেখানো হলো)**

গ উৎপন্ন ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক যার ব্যাসার্ধ $r = OA = 2$ একক এবং উচ্চতা $h = OB = 3$ একক

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{9 + 4}$

$= \sqrt{13}$

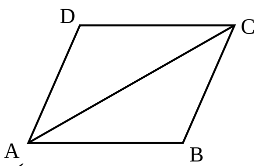
$\therefore$ সমবৃত্তভূমিক কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \pi r\ (r + l)$ বর্গ একক

$= \pi \times 2\ (2 + \sqrt{13})$ বর্গ একক

$= 35.221$ বর্গ একক **(উত্তর)**

প্রশ্ন ▶২৪



যেকোন চতুর্ভুজ ABCD এর AB, BC, CD, DA বাহুর এবং কর্ণ AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G, H এবং O.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩ [কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 11 সে.মি. এবং 3 সে.মি.। দেখাও যে, ক্যাপসুলটির আয়তন 81π. ২

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, EFGH একটি সামান্তরিক। ৪

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BO} = \underline{0}$. ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্যাপসুলের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 11 সে.মি.। যেহেতু এর দুই প্রান্ত অর্ধগোলাকৃতির, সেহেতু সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য,

$l = 11 - (3 + 3) = 5$ সে.মি.

$\therefore$ ক্যাপসুলটির আয়তন $= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 l$

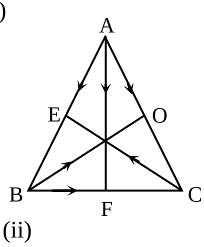
$= \frac{4}{3}\pi \times 3^3 + \pi \times 3^2 \times 5$

$= 81\pi$ ঘন সে.মি. **(দেখানো হলো)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২, উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৮৩

গ চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC এবং CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F এবং O।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BO} = 0$



ΔABF-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$

$\therefore \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .... (i)

[F, BC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$]

ΔACE-এ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$

$\therefore \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

[E, AB এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

এবং ΔABO-এ $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}$

বা, $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AB}$

$\therefore \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .... (iii)

[O, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

বা, $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BO} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২৫ দৃশ্যকল্প: একটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 20 cm ও 4 cm এবং একটি লোহার গোলকের ব্যাস 4 cm.

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]

ক. যৌগিক ঘনবস্তু কী? একটি উদাহরণ দাও। ২

খ. দৃশ্যকল্প অনুসারে যদি লোহার গোলকটিকে $\frac{2}{3}$ cm পুরুত্বের বৃত্তাকার পাতে পরিণত করা হয় তাহলে বৃত্তাকার পাতের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

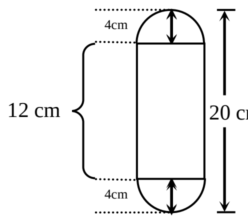
গ. দৃশ্যকল্প অনুসারে ক্যাপসুলের আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যৌগিক ঘনবস্তু (Compound solid):
দুইটি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত ঘনবস্তুকে যৌগিক ঘনবস্তু বলে।
যৌগিক ঘনবস্তুর একটি উদাহরণ দেওয়া হলো:
ক্যাপসুল, যা দুইটি অর্ধগোলক ও একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের সমন্বয়ে গঠিত।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৩ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৯৮

গ



দেওয়া আছে, ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য = 20 cm
এবং ব্যাসার্ধ = 4 cm

$\therefore$ সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য = $(20 - 4 \times 2)$ cm = 12 cm

ক্যাপসুলের আয়তন = সিলিন্ডার আকৃতি অংশের আয়তন + দুইটি অর্ধগোলাকৃতি অংশের আয়তন

$= (\pi.4^2 \times 12 + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi.4^3)$ ঘন সে.মি.

$= \left(192\pi + \frac{256\pi}{3}\right)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{576\pi + 256\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

$= \frac{832\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

$= 871.27$ ঘন সে.মি.

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + দুই প্রান্তের অর্ধগোলাকৃতি অংশের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল।

$= (2\pi \times 4 \times 12 + 2 \times \frac{1}{2}\, 4\pi \times 4^2)$ বর্গ সে.মি.

$= (96\pi + 64\pi)$ বর্গ সে.মি.

$= 160\pi$ বর্গ সে.মি.

$= 502.65$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৬ একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য a = 6 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি b = 8 সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১৩ [সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট প্রশ্ন নং ৫]

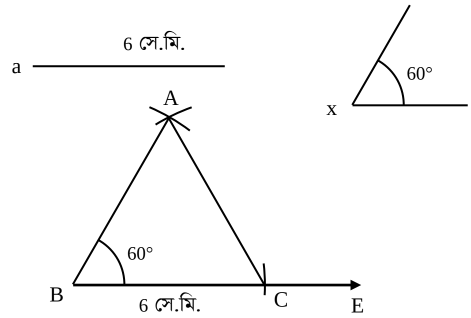
ক. উদ্দীপকের a এবং $\angle x$ এর আলোকে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. (b + 4) সে.মি. উচ্চতা এবং a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি সিলিন্ডার গঠন করা হলো যাতে একটি গোলক আকৃতির বল ঠিকভাবে এটে যায়। সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৬।

গ সিলিন্ডারটির উচ্চতা h = b + 4

$= 8 + 4$

$= 12$ সে.মি.

এবং ব্যাসার্ধ r = a = 6 সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারটির আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times (6)^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= 1357.1712$ ঘন সে.মি.

আবার, গোলকটি ঠিকভাবে সিলিন্ডারের মধ্যে এটে যায়।
সুতরাং গোলকটির ব্যাসার্ধ = সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ = 6 সে.মি.

$\therefore$ গোলকটির আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 6^3$ ঘন সে.মি.

$= 904.7808$ ঘন সে.মি.

সুতরাং সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন = সিলিন্ডারের আয়তন – গোলকের আয়তন = (1357.1712 – 904.7808) ঘন সে.মি. = 452.3904 ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৭ ΔABC এর ভূমি BC = 7.5 সে.মি., $\angle B = 45°$ এবং AB ~ AC = 2.5 সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১২, ১৩ [ঝিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, ঝিনাইদহ প্রশ্ন নং ৬]

ক. লোহার তৈরি একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 5.5 সে.মি.। ঘনবস্তুটি গলিয়ে 840 টি গোলক তৈরি করা হলে গোলকের ব্যাসার্ধ কত? ২

খ. ΔABC অঙ্কন কর। (বর্ণনা আবশ্যক) ৪

গ. মনে কর, AB এবং AC এর উপর যথাক্রমে E ও F যেকোনো বিন্দু। কোন ক্ষেত্রে $EF = \frac{1}{2}BC$ এবং $EF \parallel BC$ হবে, ভেক্টরের সাহায্য ব্যাখ্যা কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ঘনবস্তুর আয়তন $= 10 \times 8 \times 5.5$ ঘন সে.মি.

$= 440$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ 840টি গোলকের আয়তন = 440 ঘন সে.মি.

$\therefore$ 1টি গোলকের আয়তন $= \frac{440}{840}$ ঘন সে.মি.

$= \frac{11}{21}$ ঘন সে.মি.

মনে করি, প্রতিটি গোলকের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

শর্তমতে, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{11}{21}$

বা, $3.1416 \times r^3 = \frac{11}{28}$

বা, $r^3 = 0.1251$

$\therefore$ $r = \sqrt[3]{0.1251} = 0.5$ (প্রায়)

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ 0.5 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

গ $EF = \frac{1}{2}BC$ এবং $EF \parallel BC$ হবে যদি E ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হয়।

ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু E ও F।

প্রমাণ করতে হবে যে, E বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত BC রেখার সমান্তরাল রেখা অবশ্যই F বিন্দুগামী হবে। F, E যোগ করি। ইহা প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে যে, $EF \parallel BC$।

প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$\vec{AF} - \vec{AE} = \vec{EF}$ ... ... (i)

এবং $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$

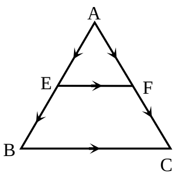
কিন্তু, $\vec{AC} = 2\vec{AF}$, $\vec{AB} = 2\vec{AE}$

[$\because$ E, F বিন্দু যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।]

$\therefore$ $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$ থেকে পাই,

$2\vec{AF} - 2\vec{AE} = \vec{BC}$

অর্থাৎ $2(\vec{AF} - \vec{AE}) = \vec{BC}$



$\therefore$ $2\vec{EF} = \vec{BC}$

$\therefore$ $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

অতএব, EF ও BC এর ধারকরেখা সমান্তরাল বা একই হবে। কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়। $\therefore EF \parallel BC$

$\therefore$ E বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত BC এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই F বিন্দুগামী হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২৮ A (2, – 4), B (– 4 , 4) এবং C(3, 3) তিনটি বিন্দু।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১১, ১৩ [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

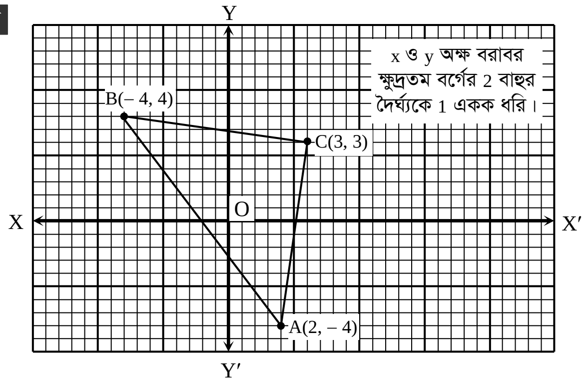
খ. বিন্দু তিনটির অবস্থান চিহ্নিত করে চিত্র আঁক এবং প্রমাণ কর যে বিন্দুগুলো সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ৪

গ. AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে এক পাক ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AB রেখার ঢাল $= \frac{4-(-4)}{-4-2} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$ **(Ans.)**

খ



ΔABC এর শীর্ষবিন্দুগুলো A(2, – 4), B(– 4, 4) এবং C(3, 3)

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-2)^2 + (4+4)^2} = 10$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3+4)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{50}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3-2)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{50}$ একক

এখানে, $BC^2 + AC^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2 = 50 + 50$

$= 100 = (10)^2 = AB^2$

$\therefore$ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

গ ত্রিভুজটির অতিভুজ, AB = 10 একক

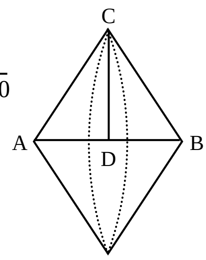
এবং বাহু $AC = $ বাহু $BC = \sqrt{50}$ একক

AB অতিভুজকে অক্ষ ধরে ত্রিভুজটিকে একবার ঘোরালে দুটি বিপরীতমুখী সমবৃত্ত ভূমিক কোণক তৈরি হবে যেগুলোর উচ্চতা হবে $h = \frac{AB}{2} = 5$ একক এবং ভূমির ব্যাসার্ধ হবে ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু C হতে অতিভুজ AB এর উপর লম্ব।

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times BC$

$= \frac{1}{2} . \sqrt{50} . \sqrt{50}$

$= 25$ বর্গ একক



$\therefore$ $\frac{1}{2} AB \times CD = 25$

বা, $5\,CD = 25$

$\therefore$ $CD = 5$ একক

$\therefore$ কোণকদ্বয়ের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 5$ একক

এখন কোণকদ্বয় বিপরীতমুখী হয়ে সংযুক্ত থাকায় উভয়ের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমষ্টিই হবে উৎপন্ন ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r l$

$= 2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$

$= 2 \times 3.1416 \times 5 \times \sqrt{5^2 + 5^2}$

$= 31.416 \times \sqrt{50}$

$= 222.145$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৯ PQRS আয়তক্ষেত্রের P, Q, R, S শীর্ষবিন্দু চারটির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{p}$, $\underline{q}$, $\underline{r}$ ও $\underline{s}$.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]

ক. $\underline{a}$, $\underline{b}$ প্রত্যেকে অশূন্য ভেক্টর হলে, দেখাও যে, $\underline{a} = m\underline{b}$ হতে পারে কেবলমাত্র যদি $\underline{a}$, $\underline{b}$ এর সমান্তরাল হয়। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

গ. PQ = 8 সে.মি. ও QR = 4 সে.মি. এবং আয়তক্ষেত্রটিকে তার বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

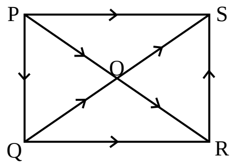
ক দেওয়া আছে, $\underline{a}$, $\underline{b}$ প্রত্যেকে অশূন্য ভেক্টর। দেখাতে হবে যে, $\underline{a} = m\,\underline{b}$ হতে পারে কেবলমাত্র যদি $\underline{a}$, $\underline{b}$ এর সমান্তরাল হয়।

মনে করি, $\underline{a} = m\,\underline{b}$। তাহলে $\underline{a}$, $\underline{b}$ এর সমান্তরাল দেখানোই যথেষ্ট হবে।

$\underline{a} = m\,\underline{b}$ হওয়ায় $\underline{a}$ ভেক্টরটি $\underline{b}$ এর স্কেলার গুণিতক। সুতরাং $\underline{a}$ এর দিক ও $\underline{b}$ এর দিক সমমুখী হবে যদি $m > 0$ হয় এবং বিপরীতমুখী হবে যদি $m < 0$ হয়। এখানে $m \neq 0$ কারণ $m = 0$ হলে $\underline{a} = \underline{0}$ হবে যা অসম্ভব কেননা $\underline{a}$ একটি অশূন্য ভেক্টর।

$\underline{a}$ ও $\underline{b}$ এর দিক যদি একই হয় তাহলে তারা সদৃশ সমান্তরাল আর যদি বিপরীত হয় তাহলে তারা বিসদৃশ সমান্তরাল হবে। সুতরাং উভয়ক্ষেত্রেই $\underline{a}$, $\underline{b}$ এর সমান্তরাল। **(দেখানো হলো)**

খ



মনে করি, PQRS আয়তের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

মনে করি, $\overrightarrow{PO} = \underline{p}$, $\overrightarrow{QO} = \underline{q}$, $\overrightarrow{OR} = \underline{r}$, $\overrightarrow{OS} = \underline{s}$

প্রমাণ করতে হবে যে, QS ও PR পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে, অর্থাৎ, PO = OR এবং QO = OS

প্রমাণ:

$\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{PS}$ এবং $\overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{QR}$

যেহেতু আয়তের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{QR}$

অর্থাৎ, $\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OR}$

বা, $\underline{p} + \underline{s} = \underline{q} + \underline{r}$

$\therefore \underline{p} - \underline{r} = \underline{q} - \underline{s}$

এখানে, $\underline{p}$ ও $\underline{r}$ এর ধারক PR

$\therefore \underline{p} - \underline{r}$ এর ধারক PR

আবার, $\underline{q}$ ও $\underline{s}$ এর ধারক QS

$\therefore \underline{q} - \underline{s}$ এর ধারক QS

$\therefore \underline{p} - \underline{r}$ ও $\underline{q} - \underline{s}$ দুইটি সমান সমান অশুন্য ভেক্টর হলে তাদের ধারক রেখা একই অথবা সমান্তরাল হবে। কিন্তু PR ও QS দুইটি পরস্পরছেদী অসমান্তরাল সরলরেখা। সুতরাং $\underline{p} - \underline{r}$ ও $\underline{q} - \underline{s}$ ভেক্টরদ্বয় অশূন্য হতে পারে না বিধায় এদের মান শূন্য হবে।

$\therefore \underline{p} - \underline{r} = 0$

বা, $\underline{p} = \underline{r}$ বা, $\overrightarrow{PO} = \overrightarrow{OR}$

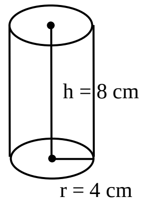
$\therefore |\overrightarrow{PO}| = |\overrightarrow{OR}|$

এবং $\underline{q} - \underline{s} = 0$ বা, $\underline{q} = \underline{s}$ বা, $\overrightarrow{QO} = \overrightarrow{OS}$

$\therefore |\overrightarrow{QO}| = |\overrightarrow{OS}|$

$\therefore$ PO = RO এবং QO = SO **(প্রমাণিত)**

গ আয়তাকার ঘনবস্তুকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্তিকে ঘোরালে চিত্রের ন্যায় সিলিন্ডার আকৃতির ঘনবস্তু উৎপন্ন হবে যার উচ্চতা, h = 8 cm এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 4 cm



সিলিন্ডারটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2\pi r(r + h)$

$= 2\pi \times 4 \times (4 + 8)$

$= 96\pi$

$= 301.59\ cm^2$ (প্রায়) **(Ans.)**

সিলিন্ডারটির আয়তন $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 4^2 \times 8$

$= 128\pi\ cm^3$

$= 402.12\ cm^3$ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩০ (– 3, – 6) বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট একটি সরলরেখা x-অক্ষকে A বিন্দু ও y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। অপর একটি সরলরেখা C(5, 3) ও D(4, 0) বিন্দু দুইটি দিয়ে অতিক্রম করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি একটি সমবৃত্তভূমিক তাঁবুর উচ্চতা AC এর সমান হয়, তাহলে তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গ মিটার জমি ঘিরতে চাইলে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে? ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক m ঢালবিশিষ্ট (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore$ 3 ঢাল বিশিষ্ট (– 3, – 6) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y + 6 = 3(x + 3)$

বা, $3x + 9 - y - 6 = 0$

$\therefore\ 3x - y = -3$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, AB রেখার সমীকরণ,

$3x - y = -3$

বা, $\dfrac{x}{-1} + \dfrac{y}{3} = 1$

$\therefore$ A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (– 1, 0) ও (0, 3) এবং অপর দুটি বিন্দু C(5, 3), D(4, 0)

$\therefore$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 0 & 5 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

$= \dfrac{1}{2}|(-3) - (15 + 12)|$

$= \dfrac{1}{2}|-3 - 15 - 12|$

$= \dfrac{1}{2}|-30| = 15$ বর্গ একক

গ AC এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9}$

$= \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

$\therefore$ তাবুর উচ্চতা, $h = 3\sqrt{5}$ মিটার

ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ = r

∴ $\pi r^2 = 2000$

বা, $r = \sqrt{\frac{2000}{\pi}}$ মিটার = 25.23 মিটার

ক্যানভাসের পরিমাণ হবে কোণক আকৃতির তাবুর বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl
$= \pi \times 25.23 \times 26.107$
= 2069.3 বর্গ মিটার (প্রায়)
(Ans.)

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + (25.23)^2}$
$= 26.107$

প্রশ্ন ▶৩১ 10 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি নিরেট কঠিন গোলককে গলিয়ে 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি নিরেট বেলনাকার দণ্ডে পরিণত করা হল। *[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]*

ক. গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বেলনাকার দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. গোলকটি একটি ঘনক আকৃতি বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে গেলে বাক্সটির মধ্যে গোলকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি.

∴ গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi \times (5)^2$ বর্গ সে.মি.
= 314.16 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে, আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

প্রদত্ত গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(5)^3 = \frac{500}{3}\pi$ ঘন সে.মি.

এখন,

নবনির্মিত বেলনের উচ্চতা h ও ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

∴ বেলনটির আয়তন, $v = \pi r_1^2 h = \pi(3)^2 h = 9\pi h$ ঘন সে.মি.

শর্তমতে, $9\pi h = \frac{500}{3}\pi$

বা, $h = \frac{500}{9\pi \times 3}\pi$

∴ $h = 18.52$

∴ বেলনাকার দণ্ডটির দৈর্ঘ্য, h = 18.52 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ গোলকটি একটি ঘনক আকৃতি বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে গেলে,
গোলকের ব্যাস = ঘনকের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য।

∴ ঘনকের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 10 সে.মি.

∴ ঘনকটির আয়তন = $a^3 = 10^3 = 1000$ ঘন সে.মি.

'খ' হতে প্রাপ্ত গোলকের আযতন = $\frac{500}{3}\pi$ ঘন সে.মি.

∴ গোলকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন

$= \left(1000 - \frac{500\pi}{3}\right)$ ঘন সে.মি

= 476.4 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩২ 16 সে.মি., 12 সে.মি. এবং R সে.মি. ব্যাস বিশিষ্ট তিনটি কঠিন (Solid) ধাতব গোলককে গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হয় যা একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকমত এঁটে যায়। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]*

ক. প্রথমোক্ত গোলকটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের প্রেক্ষিতে R এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বাক্সটির অনধিকৃত (Unoccupied) অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম গোলকের ব্যাস, 2r = 16 সে.মি.

∴ ব্যাসার্ধ, r = 8 সে.মি.

∴ সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4 \times \pi \times r^2$
$= 4 \times \pi \times 8^2$
= 804.25 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \times \pi \times$ (গোলকের ব্যাসার্ধ)^3

শর্তমতে, 16 সে.মি., 12 সে.মি. ও R সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন

সুতরাং

$$\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{16}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 9^3$$

বা, $8^3 + 6^3 + \frac{R^3}{8} = 9^3$

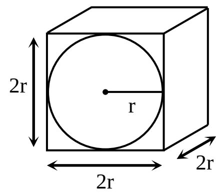
বা, $\frac{R^3}{8} = 9^3 - 8^3 - 6^3$

বা, $\frac{R^3}{8} = 1$ বা, $R^3 = 8$ বা, $R = 2$

∴ R = 2 সে.মি. **(Ans.)**

গ শর্তমতে, ঘনক আকৃতির বাক্সের এক ধারের দৈর্ঘ্য = গোলকের ব্যাস।

∴ ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য = $9 \times 2 = 18$ সে.মি.



∴ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন

= বাক্সটির আয়তন – গোলকের আয়তন

$= 18^3 - \frac{4}{3}\times\pi\times 9^3$ ঘন সে.মি.

= (5832 – 3053.635) ঘন সে.মি.

= 2778.37 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৩ একটি নিরেট ধাতব সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। উক্ত কোণককে গলিয়ে 4 সে.মি. ব্যাসের কয়েকটি নিরেট গোলক প্রস্তুত করা হলো। *[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]*

ক. প্রতিটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. কয়টি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে নির্ণয় কর। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৪ একটি ঢাকনাযুক্ত লোহার বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 1.8 মি. 1.2 মি. ও 0.8 মি. এবং লোহার পুরুত্ব 2 সে.মি.। *[হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]*

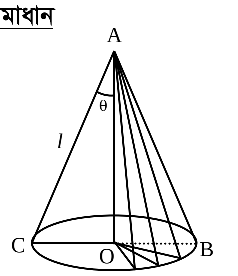
ক. চিত্রসহ সমবৃত্তভূমিকে কোণকের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. বাক্সটির ভেতরের তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. বাক্সের লোহা থেকে 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের কতটি পূর্ণসংখ্যক নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে? ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুকে অক্ষ (axis) ধরে তার চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলা হয়।



চিত্রে, OAC সমকোণী ত্রিভুজকে OA এর চতুর্দিকে ঘোরানোর ফলে ABC সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়েছে। এক্ষেত্রে ত্রিভুজের শীর্ষকোণ θ হলে, θ কে কোণকের অর্ধশীর্ষকোণ (Semi-vertical angle) বলা হয়।

কোণকের উচ্চতা OA = h, ভূমির ব্যাসার্ধ OC = r এবং হেলানো উচ্চতা AC = l

খ লোহার বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য = 1.8 মিটার = 180 সেন্টিমিটার
বাইরের প্রস্থ = 1.2 মিটার = 120 সেন্টিমিটার
এবং উচ্চতা = 0.8 মিটার = 80 সেন্টিমিটার
বাক্সের পুরুত্ব = 2 সেন্টিমিটার

সুতরাং, বাক্সের ভেতরের দৈর্ঘ্য, a = (180 – 2 × 2) সেন্টিমিটার
= 176 সেন্টিমিটার
ভেতরের প্রস্থ, b = (120 – 2 × 2) সেন্টিমিটার
= 116 সেন্টিমিটার
ভেতরের উচ্চতা, c = (80 – 2 × 2) সেন্টিমিটার
= 76 সেন্টিমিটার

∴ বাক্সটির ভেতরের তলের ক্ষেত্রফল
= 2(ab + bc + ca) বর্গ সেন্টিমিটার
= 2(176 × 116 + 116 × 76 + 176 × 76) বর্গ সেন্টিমিটার
= 85216 বর্গ সেন্টিমিটার **(Ans.)**

গ লোহার বাক্সের আয়তন = (180 × 120 × 80) ঘন সেন্টিমিটার
= 1728000 ঘন সেন্টিমিটার
বাক্সের ভেতরে ফাঁপা অংশের আয়তন
= (176 × 116 × 76) ঘন সেন্টিমিটার
= 1551616 ঘন সেন্টিমিটার

∴ বাক্সের লোহার আয়তন
= (1728000 – 1551616) ঘন সেন্টিমিটার
= 176384 ঘন সেন্টিমিটার

এখন, গোলকের ব্যাসার্ধ, r = 4 সে.মি.

∴ একটি গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
= $\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4)^3$ ঘন সে.মি.
= 268.08 ঘন সেন্টিমিটার (প্রায়)

∴ গোলকের সংখ্যা = $\frac{176384}{268.08}$ টি = 657.9465 টি
≈658টি (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৫ (i) ΔABC এর BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F
(ii) কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.5 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘেরা যায়।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরকে $\overrightarrow{BE}$ ও $\overrightarrow{CF}$ ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 0$. ৪

গ. প্রদত্ত তাঁবু দ্বারা জমিটি ঘিরতে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে? ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$

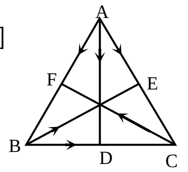
বা, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BE}$

[E, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$]

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{CF}) - \overrightarrow{BE}$ [ত্রিভুজ বিধি]

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CF}\right) - \overrightarrow{BE}$



[F, AB এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

বা, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BE}$

বা, $4\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE}$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{AB}$

[উভয়পক্ষে $(-\overrightarrow{AB})$ যোগ করে]

বা, $3\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CF} - 4\overrightarrow{BE}$

$\therefore \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CF} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BE}$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে] **(Ans.)**

খ ΔABD-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .... (i)

[D, BC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$]

ΔACF-এ $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$

$\therefore \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

[F, AB এর মধ্য বিন্দু বলে $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

এবং ΔABE-এ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

বা, $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB}$

$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .... (iii)

[E, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

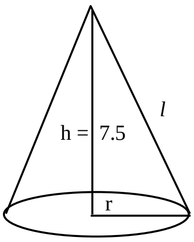
বা, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

DœPZi MwYZ

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 7.5$ মিটার
এবং জমির ক্ষেত্রফল = 2000 বর্গমিটার
অতএব, কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার।
ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ = r মিটার
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 2000$



বা, $r^2 = \frac{2000}{3.1416}$
বা, $r^2 = 636.6183$
$\therefore r = 25.2313$
আমরা জানি, কোণকের তীর্যক বাহুর দৈর্ঘ্য,
$\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2}$ মিটার
$= 26.3224$ মিটার
মোট ক্যানভাস প্রয়োজন হবে কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।
$\therefore$ তাঁবুর ক্যানভাসের পরিমাণ = $\pi r \ell$ বর্গমিটার
$= (3.1416 \times 25.2313 \times 26.3224)$ বর্গমিটার
$= 2086.4885$ বর্গমিটার
$= 2086.49$ বর্গমিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৬ একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ 15 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.। *[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]*

ক. গোলকের ফাঁপা অংশের আয়তন কত? ২
খ. ফাঁপা গোলকের লোহা দিয়ে একটি কঠিন গোলক তৈরি করা হলে তার তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
গ. কঠিন গোলকটি একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ফাঁপা গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ $r_1 = 15$ সে. মি.
গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ, $r_2 = (15 - 2)$ সে. মি.
$= 13$ সে. মি.
$\therefore$ ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi(13)^3$ ঘন সে. মি.
$= 9202.7936$ ঘন সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ গোলকের লোহার আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3$ ঘন সে.মি.
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times \{(15)^3 - (13)^3\}$
$= 4934.4064$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
ধরি, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ = r_3 সে.মি.
প্রশ্নমতে, $\frac{4}{3}\pi r_3^3 = 4934.4064$
বা, $1178 = r_3^3$
$\therefore r_3 = (1178)^{\frac{1}{3}} = 10.56$ সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ নিরেট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r_3^2$ বর্গ সে.মি.
$= 4 \times 3.1416 \times (10.56)^2$ বর্গ সে.মি.
$= 1401.32$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ যেহেতু নিরেট গোলকটি ঘনক আকৃতির ব্যাসে ঠিকভাবে এঁটে যায়।
$\therefore$ ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে গোলকের ব্যাসের সমান
ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, $a = 2r_3$
'খ' হতে পাই,
নিরেট গোলকের আয়তন = 4934.4064 ঘন সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ ঘনকের আয়তন = a^3 ঘন সে.মি.
$= (2r_3)^3 = (2 \times 10.56)^3$
$= 9420.67$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (9420.67 - 4934.4064)$
$= 4486.26$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৭ ΔPQR এর QR, RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

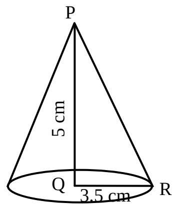
ক. অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{PD} + \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{RF} = \underline{0}$ ৪
গ. যদি $\angle Q$ = এক সমকোণ হয় এবং ইহার সন্নিহিত দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **অবস্থান ভেক্টর:** সমতলস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O সাপেক্ষে ঐ সমতলের যেকোনো P বিন্দুর অবস্থান $\overrightarrow{OP}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। $\overrightarrow{OP}$ কে O বিন্দু সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলা হয় এবং O বিন্দুকে ভেক্টর মূলবিন্দু (origin) বলা হয়।

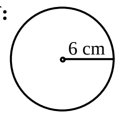
খ সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

গ ত্রিভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে চিত্রের ন্যায় সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হবে যার উচ্চতা h = 5 cm এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r = 3.5 cm হবে।



$\therefore$ উৎপন্ন ঘনবস্তুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3}\pi (3.5)^2 \times 5$
$= 64.14$ cm^3 (প্রায়)

প্রশ্ন ▶৩৮ চিত্রটি লক্ষ কর:



◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. (– 4, 2) বিন্দুগামী ও 2 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
খ. চিত্রে প্রদর্শিত নিরেট গোলকটি একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে গেলে সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪
গ. নিরেট গোলকটি হতে কতটি 8 সে.মি. দীর্ঘ ও 6 সে.মি. ব্যাসের নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে? ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (– 4, 2) বিন্দুগামী ও 2 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:
$y - 2 = 2(x + 4)$ [$y - y_1 = m(x - x_1)$]
বা, $y - 2 = 2x + 8$
$\therefore 2x - y + 10 = 0$ **(Ans.)**

খ 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 216$

$= 904.7808$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

আবার, 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

সুতরাং সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ হবে গোলকের ব্যাসার্ধ এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা হবে গোলকের ব্যাস।

$\therefore$ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 6 \times 2$ সে.মি. $= 12$ সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 6^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= 1357.171$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন

$= (1357.171 - 904.7808)$ ঘন সে.মি.

$= 452.39$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

$\therefore$,, ,, আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}.\pi.6^3$

$= 288\pi$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ নিরেট গোলকের আয়তন $= 288\pi$ ঘন সে.মি.

দেওয়া আছে, নিরেট সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য, $h = 8$ সে.মি.

,, ,, ব্যাস, $d = 6$ সে.মি.

,, ,, ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

$\therefore$,, ,, আয়তন $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 3^2 \times 8$

$= 72\pi$ ঘন সে.মি.

ধরি, নিরেট সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে = nটি

$\therefore$ $n.72\pi = 288\pi$ $\therefore$ $n = 4$টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৯ ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]

ক. ঘনকের ধার 6 সে.মি. হলে ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, AO = OC এবং BO = OD ৪

গ. AO ও BO এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, M বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত AB এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই N বিন্দুগামী হবে। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ঘনকের ধার $a = 6$ সে.মি.

আমরা জানি, ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক

$= 6_{\text{ْ}} (6)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 216$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায় ১২ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৩

গ ΔOAB এর OA ও OB বাহুর মধ্যবিন্দু M ও N।

প্রমাণ করতে হবে যে, M বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত AB রেখার সমান্তরাল রেখা অবশ্যই N বিন্দুগামী হবে। N, M যোগ করি। ইহা প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে যে, MN || AB।

প্রমাণ: ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

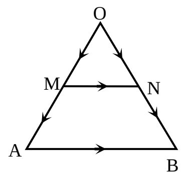
$$\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MN} \text{ ... ... (i)}$$

এবং $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

কিন্তু, $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{ON}$, $\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OM}$

[M, N বিন্দু যথাক্রমে OA ও OB এর মধ্যবিন্দু।]

$\therefore$ $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ থেকে পাই,



$2\overrightarrow{ON} - 2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$

অর্থাৎ $2(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}) = \overrightarrow{AB}$

$\therefore$ $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$

$\therefore$ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

অতএব, MN ও AB এর ধারকরেখা সমান্তরাল বা একই হবে।

কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়। $\therefore$ MN || AB

$\therefore$ M বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত AB এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই N বিন্দুগামী হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৪০ $\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$ এবং রেখাটি x-অক্ষ ও y-অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. PQ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. PQ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. OPQ ত্রিভুজটিকে y-অক্ষের সাপেক্ষে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $-\frac{2}{3}$ ঢালবিশিষ্ট ও $\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী PQ রেখার সমীকরণ :

$y - 5 = -\frac{2}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)$

বা, $3y - 15 = -2\left(\frac{2x + 3}{2}\right)$

বা, $3y - 15 = -2x - 3$

বা, $2x + 3y - 12 = 0$

বা, $2x + 3y = 12$ ... ... (i) **(Ans.)**

খ (i) রেখাটি x অক্ষকে ছেদ করে বলে, $y = 0$

$\therefore$ $2x + 3.0 = 12$

বা, $x = 6$

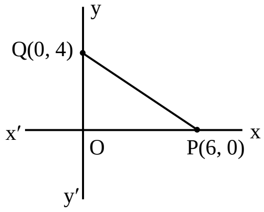
$\therefore$ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 0)

একইভাবে রেখাটি y অক্ষকে ছেদ করে বলে, $x = 0$

$\therefore$ $2.0 + 3y = 12$

বা, $y = 4$

$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)



চিত্রে, ΔPOQ এ

OP = 6 একক

OQ = 4 একক

$PQ = \sqrt{(6 - 0)^2 + (4 - 0)^2}$

$= 2\sqrt{13}$ একক

$= 7.21$ একক

$\therefore$ ΔPOQ এর পরিসীমা $= (6 + 4 + 7.21) = 17.21$ একক **(Ans.)**

ΔPOQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}|(0 + 0 + 24 - 0 - 0 - 0)|$

$= \frac{1}{2} \times 24 = 12$ বর্গ একক **(Ans.)**

বিকল্প পদ্ধতি: ΔPOQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times OP \times OQ$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$

$= 12$ বর্গ একক

গ ΔOPQ কে y-অক্ষের সাপেক্ষে একবার ঘুরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হবে, যার উচ্চতা, $h = OQ = 4$ একক এবং ব্যাসার্ধ, $r = OP = 6$ একক

এক্ষেত্রে কোণকটির হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{4^2 + 6^2} = 7.21$ একক

$\therefore$ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$

$= \pi \times 6 \times (6 + 7.21)$

$= 249$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

এবং কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 4$

$= 150.80$ ঘন একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪১ P(t, 2) বিন্দুগামী $2y - 3x + 6 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩*

[জয়দেবপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর ⎕ প্রশ্ন নং ৫]

ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ΔAPB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪২ একটি সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য ও ভূমির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 10 cm ও 5 cm *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*

[এ ই আর ই স্কুল এন্ড কলেজ, সাভার, ঢাকা ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে অর্ধেক। ২

খ. সিলিন্ডারটির বক্রতল ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি গোলক আকৃতির বল সিলিন্ডারের ভেতর ঠিকভাবে এঁটে যায়। সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায় ১২ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮২

খ সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

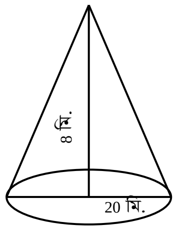
প্রশ্ন ▶৪৩ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক আকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 8 মিটার এবং ভূমির ব্যাস 40 মিটার *[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ ⎕ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. তাঁবু স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে? তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 135.75 টাকা হলে, ক্যানভাস বাবদ কত টাকা খরচ হবে? ৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান



K দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 8$ মিটার

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{40}{2} = 20$ মিটার

আমরা জানি,

হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{8^2 + 20^2}$ মি.

$= 21.54$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।

$\therefore$ তাঁবুটির তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 20^2$ বর্গ মিটার

$= 1256.64$ বর্গ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ তাঁবুটি স্থাপন করতে 1256.64 বর্গমিটার জায়গা প্রয়োজন। **(Ans.)**

আবার, তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ তাঁবুটির আয়তনের সমান।

$\therefore$ তাঁবুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 20^2 \times 8$ ঘন মি.

$= 3351.04$ ঘন মিটার (প্রায়)

$\therefore$ তাঁবুটির শূন্যস্থানের পরিমাণ 3351.04 ঘন মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ তাঁবুটির ক্যানভাসের পরিমান হবে বক্রতলের ক্ষেত্রফল।

তাঁবুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 20 \times 21.54$ বর্গ মিটার ['ক' হতে, $\ell = 21.54$ মি.]

$= 1353.4$ বর্গ মিটার (প্রায়)

$\therefore$প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 135.75 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ খরচ $= (1353.4 \times 135.75)$ টাকা

$= 183724.05$ টাকা (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৪ একটি সমবৃত্তভূমিক লোহার কোণকের উচ্চতা 36 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 15 সে.মি.।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, মোমেনশাহী ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. কোণকের হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. কোণকটিকে গলিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে গোলকের ব্যাসার্ধ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

কোণকের উচ্চতা, $h = 36$ সে.মি.

ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 15$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{36^2 + 15^2}$

$= 39$ সে.মি. **(Ans.)**

খ এখানে, $h = 36$ সে.মি.

$r = 15$ সে.মি.

$l = 39$ সে.মি. ['ক' হতে প্রাপ্ত]

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$

$= \pi \times 15 \times (15 + 39)$

$= 15\pi \times 54$

$= 2544.7$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

(Ans.)

$\therefore$ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 36$

$= 8482.3$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ $= R$

প্রশ্নমতে, গোলকের আয়তন $=$ কোণকের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi R^3 = 8482.3$

বা, $R^3 = \frac{8482.3 \times 3}{4\pi}$

বা, $R = \sqrt[3]{2025}$

$\therefore$ $R = 12.65$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

$\therefore$ গোলকের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2 = 4\pi \times (12.65)^2$

$= 2010.9$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৫ একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাস 24 সে.মি.। এর লোহা থেকে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে.মি. ব্যাসের কয়েকটি নিরেট সিলিন্ডার তৈরি করা হলো।

[শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. নিরেট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডারের সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি কোণকের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নিরেট সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য ও ব্যাসের সমান হলে, কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ব্যাস $= 24$ সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = 12$ সে.মি.

$\therefore$ নিরেট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$= 4\pi r^2 = 4\pi \times 12^2$

$= 1809.56$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 12^3$

$= 2304\pi$ ঘন সে.মি.

একটি নিরেট সিলিন্ডারের আয়তন

$= \pi r^2 h$ $= \pi \times 3^2 \times 8$ $= 72\pi$ ঘন সে.মি.	দেওয়া আছে, নিরেট সিলিন্ডারের ব্যাস $= 6$ সে.মি. $\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি. উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি.

মনেকরি, সিলিন্ডারের সংখ্যা n টি

$\therefore 2304\pi = n \times 72\pi$

$\therefore n = 32$

Ans: 32টি।

গ দেওয়া আছে,

সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. এবং ব্যাস 6 সে.মি.

$\therefore$ সমবৃত্তভূমিক কোণকের,

উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি.

ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো তলের দৈর্ঘ্য, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= 10$ সে.মি.

$\therefore$ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + \ell)$

$= \pi \times 6 \times (6 + 10)$

$= 301.60$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

$\therefore$ গোলকটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8$

$= 301.60$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৬ 6 সে.মি. 8 সে.মি. এবং x সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হল যা সিলিন্ডার আকৃতির একটি বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। *[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর প্রশ্ন নং ৬]*

ক. দ্বিতীয় গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিতীয় গোলকটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \pi \times 8^2$

$= 804.25$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

খ সৃজনশীল ১৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

[বি. দ্র. এখানে r এর পরিবর্তে x বসবে।]

গ সৃজনশীল ১৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

[বি. দ্র. এখানে r এর পরিবর্তে x বসবে।]

প্রশ্ন ▶ ৪৭ (i) AB এবং AL সরলরেখা 60° কোণ করে A বিন্দুতে ছেদ করেছে। AL এর উপরস্থ একটি বিন্দু P. একটি বৃত্ত APR আঁকা সম্ভব যা A বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং P দিয়ে যায়।

(ii) একটি কাঁচের আয়তকার ঘনবস্তুর উপর একটি 15 cm ব্যাসার্ধের কাঠের গোলক রাখা আছে। কাঁচের ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 20 মিটার, 18 মিটার এবং 4 মিটার। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১৩*

[ফরিদপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফরিদপুর প্রশ্ন নং ৫]

ক. গোলকটির আয়তন এবং ক্ষেত্রফল বের কর। ২

খ. APR বৃত্তটি আঁক বর্ণনাসহ। ৪

গ. কাঁচের ঘনবস্তু হতে কতটি কোণক তৈরি করা যাবে যার ভূমির ব্যাস 2 মিটার এবং উচ্চতা 10 মিটার? ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

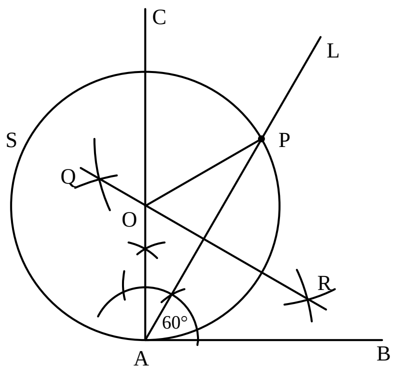
গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 15$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (15)^3$

$= 4500\pi$ ঘন সে.মি **(Ans.)**

এবং পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi (15)^2 = 900\pi$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB সরলরেখাস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং AB রেখার বহিঃস্থ P অপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু, যা AL এর উপরস্থ এবং AB ও AL এর মধ্যবর্তী কোণ 60°। এরূপ একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা AB কে A বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং P বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কন:
ধাপ-১. AB এর উপর A বিন্দুতে AC লম্ব অঙ্কন করি।
ধাপ-২. AP রেখাংশের লম্বদ্বিখন্ডক QR অঙ্কন করি।
ধাপ-৩. QR এবং AC রেখাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে।
ধাপ-৪. O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে APS বৃত্ত অঙ্কন করি। তাহলে APS ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।
প্রমাণ: O, P যোগ করি। AP রেখার লম্বদ্বিখন্ডক QR এর উপর O অবস্থিত।
$\therefore$ OA = OP।
$\therefore$ O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত P বিন্দু দিয়ে যায়।
আবার OA রেখার A প্রান্ড়বিন্দুতে AB এর ওপর AO লম্ব।
$\therefore$ AB রেখাংশ বৃত্তটিকে A বিন্দুতে স্পর্শ করে।
$\therefore$ O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

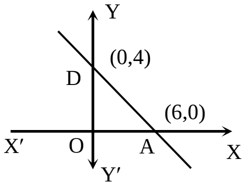
গ দেওয়া আছে, কাঁচের ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = 20 মি.
প্রস্থ = 18 মি.
উচ্চতা = 4 মি.
$\therefore$ ঘনবস্তুটির আয়তন = $20 \times 18 \times 4 = 1440$ ঘন মি.
এখন, নির্ণেয় কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ = $\frac{2}{2} = 1$ মি.
এবং উচ্চতা = 10 মি.
$\therefore$ কোণকটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi(1)^2 \times 10 = \frac{10}{3}\pi$ ঘন মি.
ধরি, ঘনবস্তুটি হতে n সংখ্যক কোণক তৈরি করা যাবে।
$\therefore \quad n \times \frac{10}{3}\pi = 1440$
বা, $n = 137.50 \;\therefore\; n = 137$
অর্থাৎ 137 টি কোণক তৈরি করা যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ►৪৮ $\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$ এবং রেখাটি x অক্ষ ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও D বিন্দুতে ছেদ করে।
◄সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [গভঃ ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, রাজশাহী ☐ প্রশ্ন নং ৬]
ক. AD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
খ. AD রেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয়পূর্বক ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। (অর্ধপরিসীমার সূত্র ব্যবহার করে) ৪
গ. OAD ত্রিভুজটিকে y অক্ষের চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ঢাল, $m = -\frac{2}{3}$
নির্দিষ্ট বিন্দু, $(x_1, y_1) = \left(-\frac{3}{2}, 5\right)$
$\therefore$ AD রেখার সমীকরণ,
$y - y_1 = m(x - x_1)$
বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}\left\{x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}$
বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)$
বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}x - 1$
বা, $y = -\frac{2}{3}x - 1 + 5$
$\therefore \quad y = -\frac{2}{3}x + 4$ **(Ans.)**

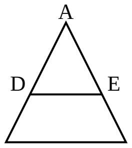
খ রেখাটি x ও y অক্ষকে A ও D বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,



A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 0) [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে পাই, x = 6]
D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে পাই, y = 4]
ধরি, মূলবিন্দু O(0, 0)
ΔOAD-এ
OA বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \sqrt{(6-0)^2 - (0-0)^2} = 6$
OD বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2} = 4$
AD বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(6-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{6^2 + 4^2}$
$= \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$
এখানে অর্ধপরিসীমা,
$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6 + 4 + 2\sqrt{13}}{2} = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{2} = 5 + \sqrt{13}$
$\therefore$ ΔOAD এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{(5+\sqrt{13})(5+\sqrt{13}-6)(5+\sqrt{13}-4)(5+\sqrt{13}-2\sqrt{13})}$ বর্গ একক
$= \sqrt{(5+\sqrt{13})(-1+\sqrt{13})(1+\sqrt{13})(5-\sqrt{13})}$ বর্গ একক
$= \sqrt{(5+\sqrt{13})(5-\sqrt{13})(\sqrt{13}-1)(\sqrt{13}+1)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{\left(5^2 - (\sqrt{13})^2\right)\left((\sqrt{13})^2 - 1^2\right)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{(25-13)(13-1)}$ বর্গ একক
$= \sqrt{12 \times 12}$ বর্গ একক $= \sqrt{12^2}$ বর্গ একক
= 12 বর্গ একক **(Ans.)**

গ OAD ত্রিভুজটিকে y অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে একবার ঘোরালে OA = 6 একক ব্যাসার্ধ এবং OD = 4 একক উচ্চতা বিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।
ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক
সুতরাং r = 6 একক, h = 4 একক
কোণকের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{4^2 + 6^2}$ একক
$= 2\sqrt{13}$ একক
$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক
$= 3.1416 \times 6 \times (2\sqrt{13} + 6)$ বর্গ একক
= 249.02 বর্গ একক (প্রায়)
এবং কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 4$ ঘন একক
= 150.8 ঘন একক (প্রায়)
$\therefore$ সাংখ্যিক মানের পার্থক্য = 249.02 – 150.8
= 98.22 (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৯



(i) ΔABC-এ AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E।
(ii) 6, 8 এবং r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩

[রাজশাহী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৬]

ক. সদিক রাশি এবং ধারক রেখা কাকে বলে? ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. r এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

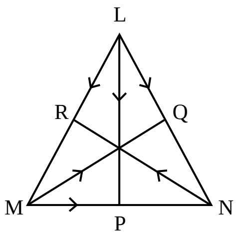
ক **সদিক রাশি:** যে রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য তার পরিমাণ ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর বা সদিক রাশি বলা হয়। সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি সদিক রাশি।
ধারক রেখা: কোনো ভেক্টর বা দিক নির্দেশক রেখাংশ যে অসীম সরলরেখার অংশ বিশেষ তাকে ঐ ভেক্টরের ধারক রেখা বা শুধু ধারক বলা হয়।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৮২

গ সৃজনশীল ১৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫০

ΔLMN এর MN, NL ও LM এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ও R এবং MN = 24cm



◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [নওগাঁ জিলা স্কুল, নওগাঁ প্রশ্ন নং ৫]

ক. যদি কোন গোলকের ব্যাস MN হয়, তবে তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \underline{0}$ ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাস, MN = 24 cm

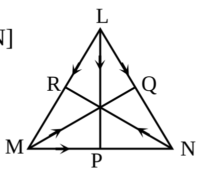
$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{24}{2} = 12$ cm

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2 = 4\pi \times 12^2$
$= 1809.56$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ ΔLMP-এ ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই, $\overrightarrow{LP} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MP}$

$\therefore \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ .... (i)

[P, MN এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$]



ΔLNR-এ $\overrightarrow{LR} = \overrightarrow{LN} + \overrightarrow{NR}$

$\therefore \overrightarrow{NR} = \overrightarrow{LR} - \overrightarrow{LN}$

$\therefore \overrightarrow{NR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} - \overrightarrow{LN}$ .... (ii)

[R, LM এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{LR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM}$]

এবং ΔLMQ-এ $\overrightarrow{LQ} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MQ}$

বা, $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LM}$

$\therefore \overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM}$ .... (iii)

[Q, LN এর মধ্যবিন্দু বলে $\overrightarrow{LQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$]

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} - \overrightarrow{LN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM}$

বা, $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{LN} = \underline{0}$

$\therefore \overrightarrow{LP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NR} = \underline{0}$ **(প্রমাণিত)**

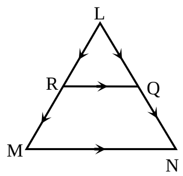
গ ΔLMN এর LM ও LN বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN রেখার সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। Q, R যোগ করি। ইহা প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে যে, $RQ \parallel MN$।
প্রমাণ : ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$\overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LR} = \overrightarrow{RQ}$ ... ... (i)

এবং $\overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{MN}$ ... ... (ii)

কিন্তু, $\overrightarrow{LN} = 2\overrightarrow{LQ}$, $\overrightarrow{LM} = 2\overrightarrow{LR}$
[R, Q বিন্দু যথাক্রমে LM ও LN এর মধ্যবিন্দু।]
$\therefore$ (ii) থেকে পাই,

$2\overrightarrow{LQ} - 2\overrightarrow{LR} = \overrightarrow{MN}$



অর্থাৎ $2(\overrightarrow{LQ} - \overrightarrow{LR}) = \overrightarrow{MN}$

$\therefore 2\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{MN}$ [(i) থেকে]

$\therefore \overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$

অতএব, RQ ও MN এর ধারকরেখা সমান্তরাল বা একই হবে। কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়। $\therefore RQ \parallel MN$
$\therefore$ R বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত MN এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই Q বিন্দুগামী হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৫১ যদি A(2, −3), B(7, −3) এবং C(2, 3) হয়, তাহলে-

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [নওগাঁ জিলা স্কুল, নওগাঁ প্রশ্ন নং ৬]

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুত্রয় ছক কাগজে স্থাপন করে দেখাও যে এরা একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. AB কে অক্ষ ধরে, ΔABC কে এক পাক ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
অতঃপর,

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6$

$= 15$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর,

এবং আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 5$

$= 188.496$ ঘন একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫২ PQR ত্রিভুজের উচ্চতা $h = 3.5$ cm, শীর্ষ বিন্দু P হতে ভূমি QR এর উপর মধ্যমা PS = 4cm এবং $\angle Q = 60°$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ৪, ১৩ [পাবনা জেলা স্কুল, পাবনা ◻ প্রশ্ন নং ৬]

ক. কোণকের উচ্চতা h এবং ব্যাস PS হলে আয়তন কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোণকের উচ্চতা, $h = 3.5$ cm

ব্যাস, PS = 4 cm

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{4}{2} = 2$ cm

$\therefore$ আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \,.\, 2^2\, (3.5)$

$= 14.66\ cm^3$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪ এর সম্পাদ্য-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.১ এর উপপাদ্য-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৬৮

প্রশ্ন ▶৫৩ P(t, 2) বিন্দুগামী $2y - 3x + 6 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [মোমেনা আলী বিজ্ঞান স্কুল, সিরাজগঞ্জ ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২

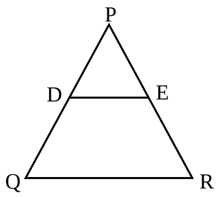
খ. ΔAPB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৪ (i)



ΔPQR এ PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E

(ii) একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন V, বক্রতলের ক্ষেত্রফল S, ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং অর্ধশীর্ষ α। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*

[রামদেও বাজলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, জয়পুরহাট ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. ভেক্টর পদ্ধতিতে DE এবং QR এর মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। ২

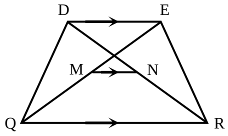
খ. QRED ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M এবং N হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, MN ও QR পরস্পর সমান্তরাল এবং $MN = \frac{QR - DE}{2}$ । ৪

গ. কোণকটির ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $S = \frac{\pi r^2}{\sin\alpha}$ এবং $V = \frac{\pi r^3}{3\tan\alpha}$ ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮২

খ মনে করি, QRED ট্রাপিজিয়ামের DE ∥ QR এবং RD ও QE কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M। M, N যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2}(QR - DE)$ এবং MN || DE || QR.

প্রমাণঃ মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে Q, R, E, D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{e}$, $\underline{d}$.

$\overrightarrow{QR} = \underline{c} - \underline{b}$

$\overrightarrow{DE} = \underline{e} - \underline{d}$

$\therefore$ M বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{e})$ [$\because$ M, QE এর মধ্যবিন্দু]

এবং N বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d})$ [$\because$ N, RD এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{e}) = \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d} - \underline{b} - \underline{e})$

$= \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{b}) - (\underline{e} - \underline{d})\} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{DE})$

DE || QR হওয়ায় $\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{DE}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{QR}$ ও $\overrightarrow{DE}$ ভেক্টরের সমান্তরাল হবে, তাহলে $\overrightarrow{MN}$ ভেক্টরটিও $\overrightarrow{QR}$ ও $\overrightarrow{DE}$ এর সমান্তরাল হবে।

কারণ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{DE})$

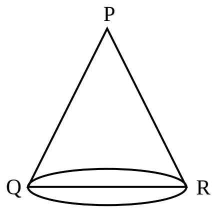
$\therefore |\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|(\overrightarrow{QR} - \overrightarrow{DE})|$

$\therefore\ MN = \frac{1}{2}(QR - DE)$

অর্থাৎ MN || DE || QR এবং $MN = \frac{1}{2}(QR - DE)$ **(প্রমাণিত)**

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৩ এর উদাহরণ-৮ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৯৯

প্রশ্ন ▶৫৫



চিত্রে সমবৃত্তভূমিক কোণকটির QR = 10 সে.মি., উচ্চতা = 12 সে.মি. এবং ΔQPR এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর ◻ প্রশ্ন নং ৬]

ক. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, MN || QR ও $MN = \frac{1}{2}QR$. ৪

গ. কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ সে.মি.

$= 4 \times \pi \times 6^2$ বর্গ সে.মি.

$= 4 \times 3.1416 \times 36$ বর্গ সে.মি.

$= 452.3904$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3$

$= 904.7808$ ঘন সে.মি.

খ সৃজনশীল প্রশ্ন-৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে,

কোণকের ব্যাস, QR = 10 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, h = 12 সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $\ell = \sqrt{r^2 + h^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{25 + 144}$ সে.মি.

$= \sqrt{169}$ সে.মি. = 13 সে.মি.

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক

$= \pi \times 5 \times (5 + 13)$ বর্গ সে.মি.

$= \pi \times 5 \times 18$ বর্গ সে.মি.

$= 90 \times 3.1416$ বর্গ সে.মি.

$= 282.744$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

এবং কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 5^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= 314.16$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৬ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a = 5cm এবং অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর d = 1 সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১৩ [বর্ডার গার্ড পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৫]

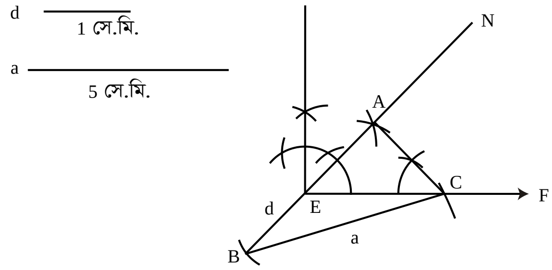
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. অতিভুজের সমান ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতর বাহুটিকে সমকোণ সংলগ্ন বৃহত্তর বাহুর চারিদিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৪ এর সম্পাদ্য-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৯

গ দেওয়া আছে,

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 5 সে.মি.

ধরি, লম্ব = x সে.মি.

$\therefore$ ভূমি = (x − 1) সে.মি.

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$5^2 = x^2 + (x - 1)^2$

বা, $25 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

বা, $2x^2 - 2x - 24 = 0$

বা, $x^2 - x - 12 = 0 \therefore x = -3, 4$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ লম্ব = 4 সে.মি.

এবং ভূমি = 4 − 1 = 3 সে.মি.

সমকোণী ত্রিভুজের অপর বাহু দুটির মধ্যে ত্রিভুজটিকে সমকোণ সংলগ্ন বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তা একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক এর ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি., উচ্চতা, h = 4 সে.মি.

$\therefore$ কোণকটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 4$

$= 12\pi$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৭ তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি.। ঘনক তিনটি গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হলো।

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি. হলে, প্রিজমটির আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. নতুন ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক উদ্দীপকের নতুন ঘনকে ঠিকভাবে এঁটে গেলে ঘনকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল = 6 বর্গ সে.মি.

এবং প্রিজমটির উচ্চতা = 8 সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= (6 \times 8)$ ঘন সে.মি.

$= 48$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.

$\therefore$ ঘনক তিনটির আয়তনের সমষ্টি $= (3^3 + 4^3 + 5^3)$ ঘন সে.মি.

$= 216$ ঘন সে.মি.

ধরি, নতুন ঘনকের ধার = a সে.মি.

$\therefore$ প্রশ্নানুসারে, $a^3 = 216$

$\therefore$ $a = 6$

অর্থাৎ, নতুন ঘনকের ধার, a = 6 সে.মি.

এবং নতুন ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক

$= (6 \times 6^2)$ বর্গ সে.মি.

$= 216$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3}a$ একক $= (\sqrt{3} \times 6)$ সে.মি.

$= 10.39$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ খ' থেকে পাই,

ঘনকটির আয়তন = 216 ঘন সে.মি.

দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস, d = 6 সে.মি.

$\therefore$ গোলকটির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

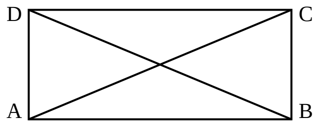
এবং গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \left(\frac{4}{3} \times 3.1416 \times 3^3\right)$ ঘন সে.মি.

$= 113.1$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন = (216 – 113.1) ঘন সে.মি.
= 102.9 ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৮



ABCD আয়তক্ষেত্রের AB = 12 সে.মি. BC = 5 সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩ [নীলফামারী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নীলফামারী প্রশ্ন নং ৬]

ক. কোনো গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 36π বর্গ সে.মি. হলে এর ব্যাস নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজটিকে AB বাহুর সাপেক্ষে ঘোরালে উৎপন্ন ঘনবস্তুর ভূমিতল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

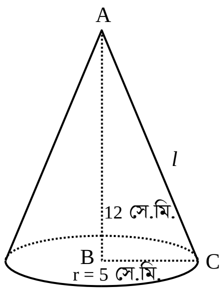
ক দেওয়া আছে, গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 36π বর্গ সে.মি.
আমরা জানি, গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi R^2$

বা, $4\pi R^2 = 36\pi$ বা, $R^2 = \frac{36}{4}$

বা, $R^2 = 9$ $\therefore$ R = 3 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ব্যাস = 2R = 2 × 3 = 6 সে.মি. **(Ans.)**

খ



ABC ত্রিভুজটিকে AB বাহুর সাপেক্ষে ঘুরালে সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হবে। যার উচ্চতা h = AB = 12 সে.মি.। ভূমির ব্যাসার্ধ r = BC = 5 সে.মি.।

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা AC = $l = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2}$
$= \sqrt{169}$ = 13 সে.মি.

$\therefore$ কোণকের ভূমিতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 3.1416 \times 5^2$
= 78.54 বর্গ সে.মি.

এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r l = 3.1416 \times 5 \times 13$
= 204.204 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ কোণকটির ভূমিতল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত
= 78.54 : 204.204 = 5 : 13 **(Ans.)**

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৩
[সামান্তরিকের চিত্রের পরিবর্তে আয়তের চিত্র হবে]

প্রশ্ন ▶ ৫৯ সমকোণী ΔPQR এ PQ = 4 সে.মি. PR = 3 সে.মি. এবং QR = 5 সে.মি.। PM, QN ও RS মধ্যমাত্রয় 'O' বিন্দুতে মিলিত হয়।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩ [কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৫]

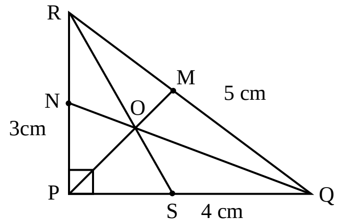
ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. PM এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটিকে PQ বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বের কর। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

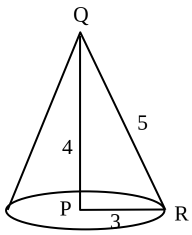


খ দেওয়া আছে, ΔPQR-এ PQ = 4cm, PR = 3cm, QR = 5 cm।
এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুযায়ী,
$PQ^2 + PR^2 = 2(PM^2 + MQ^2)$

বা, $4^2 + 3^2 = 2PM^2 + 2\left(\frac{5}{2}\right)^2$ বা, $25 = 2PM^2 + \frac{25}{2}$

বা, $2PM^2 = \frac{25}{2}$ বা, $PM^2 = \frac{25}{4}$ $\therefore$ $PM = \frac{5}{2}$ cm **(Ans.)**

গ ত্রিভুজটিকে PQ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয় যার ভূমির ব্যাসার্ধ,
r = PR = 3cm, উচ্চতা, h = PQ = 4cm
এবং হেলানো উচ্চতা, l = QR = 5cm



$\therefore$ কোণকটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3}\pi \times (3)^2 \times 4$
= 37.69 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

এবং কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$
$= \pi \times 3(3 + 5)$
= 75.3982 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬০ (i) একটি পিরামিডের ভূমি 8cm বাহুবিশিষ্ট সুষম অষ্টভুজ এবং পিরামিডটির উচ্চতা 12cm.
(ii) ΔXYZ-এ XY বাহুর মধ্যবিন্দু S, ST ‖ YZ এবং ST রেখাংশ XZ কে T বিন্দুতে ছেদ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*

[নবাব ফয়জুন্নেছা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৫]

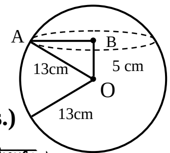
ক. 13 cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র হতে 5cm উচ্চতায় ব্যাসের উপর লম্বসমতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, T বিন্দুটি XZ এর মধ্যবিন্দু। ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OA = 13 cm
OB = 5cm উচ্চতায় লম্বসমতলের ব্যাসার্ধ,
$AB = \sqrt{13^2 - 5^2}$ = 12cm
$\therefore$ লম্ব সমতলটির ক্ষেত্রফল = $\pi(12)^2$
= 144π cm² **(Ans.)**



খ পিরামিডটির ভূমি 8 cm বাহু বিশিষ্ট সুষম অষ্টভুজ।

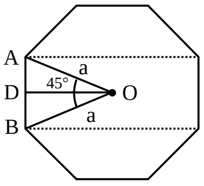
$\therefore$ পিরামিডটির ভূমির ক্ষেত্রফল = $8 \times \frac{8^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right)$ cm²
$= 2 \times 64 \times \cot\left(\frac{45^\circ}{2}\right)$
= 309.02 cm²

[বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ বর্গ একক]

পিরামিডটির উচ্চতা = 12cm

পিরামিডটির ভূমির পরিসীমা = $8 \times 8 = 64$cm.

সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 360° এবং অষ্টভুজটির ক্ষেত্রফল ΔOAB এর সমানক্ষেত্রফল বিশিষ্ট আটটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান।



ΔOAB এ $\angle AOB = \frac{360}{8} = 45°$

$OA = OB = a$ (কেন্দ্র হতে শীর্ষের দূরত্ব)

$\therefore$ ΔOAB এর ক্ষেত্রফল, $\frac{1}{2} \times a \times a \sin 45° = \frac{309.02}{8}$

বা, $\frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 38.62$

বা, $a^2 = 109.255$ বা, $a = 10.45$ cm

কেন্দ্র থেকে যেকোন বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব, $OD = \sqrt{OA^2 - AD^2}$

$= \sqrt{(10.45)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2}$

$= 9.65$ cm

$\therefore$ ইহার যেকোন পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{(9.65)^2 + 12^2}$

$= 15.40$ cm

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

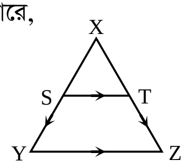
= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা)

$= \left\{309.02 + \frac{1}{2}(64 \times 15.40)\right\} cm^2$

$= 801.82\ cm^2$ **(Ans.)**

গ ΔXYZ এর XY এর মধ্যবিন্দু S এবং ST || YZ. প্রমাণ করতে হবে যে, T বিন্দু XZ এর মধ্যবিন্দু। অর্থাৎ, T কে XZ এর মধ্যবিন্দু ধরে নিয়ে ST || YZ ইহা প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

প্রমাণ : ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,



$\vec{XT} - \vec{XS} = \vec{ST}$ ... ... (i)

এবং $\vec{XZ} - \vec{XY} = \vec{YZ}$ ... ... (ii)

কিন্তু, $\vec{XZ} = 2\vec{XT}$, $\vec{XY} = 2\vec{XS}$

[S, T বিন্দু যথাক্রমে XY ও XZ এর মধ্যবিন্দু।]

$\therefore$ (ii) থেকে পাই,

$2\vec{XT} - 2\vec{XS} = \vec{YZ}$

অর্থাৎ $2(\vec{XT} - \vec{XS}) = \vec{YZ}$

$\therefore$ $2\vec{ST} = \vec{YZ}$ [(i) থেকে]

$\therefore$ $\vec{ST} = \frac{1}{2}\vec{YZ}$

অতএব, ST ও YZ এর ধারকরেখা সমান্তরাল বা একই হবে। কিন্তু এখানে ধারকরেখা এক নয়। $\therefore$ ST ∥ YZ

যেহেতু T, XZ এর মধ্যবিন্দু হলে ST ∥ YZ. সুতরাং T অবশ্যই XZ এর মধ্যবিন্দু।

প্রশ্ন ▶৬১ চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A(6, 0), B(0, 6), C(– 6, 0), D(0, –6) ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [কুমিল্লা মডার্ণ হাই স্কুল, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৫]*

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ABCD একটি বর্গ। ৪

গ. একটি ফাঁপা লোহার গোলকের ভিতরের ব্যাস উক্ত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমান এবং গোলকের বেধ ২ সে.মি. ফাঁপা গোলকের লোহা দ্বারা গঠিত নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

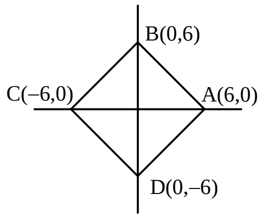
ক A(6, 0) ও B(0, 6) বিন্দুগামী AB সরলরেখার সমীকরণ:

$\frac{x - 6}{6 - 0} = \frac{y - 0}{0 - 6}$

বা, $\frac{x - 6}{6} = \frac{y}{-6}$

বা, $x - 6 = -y$ $\therefore$ $x + y - 6 = 0$ **(Ans.)**

খ ABCD চতুর্ভুজটির,



বাহু $AB = \sqrt{(6 - 0)^2 + (0 - 6)^2}$

$= \sqrt{36 + 36}$

$= 6\sqrt{2}$

বাহু $BC = \sqrt{(0 + 6)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$

বাহু $CD = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (0 + 6)^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$

বাহু $AD = \sqrt{(6 - 0)^2 + (0 + 6)^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$

চতুর্ভুজটির বাহুগুলো পরস্পর সমান। অর্থাৎ চতুর্ভুজটি রম্বস অথবা বর্গ।

এখন, কর্ণ $AC = \sqrt{(6 + 6)^2 + (0 - 0)^2} = 12$

কর্ণ $BD = \sqrt{(0 - 0)^2 + (6 + 6)^2} = 12$

চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় সমান।

অর্থাৎ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' হতে পাই,

বর্গটির কর্ণ = 12 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ভিতরের ব্যাস = 12 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = (6 + 2)$ সে.মি. = 8 সে.মি.

গোলকের ভিতরের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

গোলকের বাইরের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘন সে.মি.

গোলকের লোহার আয়তন $= \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times \pi (8^3 - 6^3)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{1184}{3}\pi$ ঘন সে.মি.

মনেকরি, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ = r' সে.মি.

$\therefore$ নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(r')^3$ ঘন সে.মি.

শর্তমতে,

$\frac{4}{3}\pi r'^3 = \frac{1184}{3}\pi$

বা, $r'^3 = 296$ $\therefore$ $r' = 6.664$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r' = 6.664$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬২ 6 সে.মি., 8 সে.মি. এবং r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি কঠিন ধাতব গোলক গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো যা সিলি ার আকৃতির একটি বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। ◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩

[সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ব্রাহ্মণবাড়িয়া প্রশ্ন নং ৬]

ক. প্রমাণ কর যে, $-m(\underline{a}) = -m\underline{a}$ যেখানে m একটি স্কেলার রাশি। ২

খ. r-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

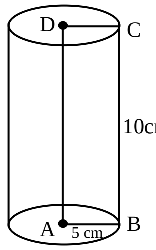
৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ে অনুশীলনী ১২এর উদাহরণ ১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

খ সৃজনশীল ১৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৬৩



[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি সুষম চতুস্ড়লকের যে কোন ধারের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডারটির ভূমির ক্ষেত্রফল এবং সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি গোলক আকৃতির বল সিলিন্ডারের ভেতরে ঠিকভাবে এঁটে যায়। সিলি ারের অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সুষম চতুস্ড়লকের ধার, a = 4 সে.মি.

$\therefore$ চতুস্ড়লকে ভূমির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ চতুস্ড়লকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 4 × ভূমির ক্ষেত্রফল

$= 4 \times 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

= 27.71 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১০(ক + খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১০(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৬৪ বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি চতুর্ভুজ PQRS এর দুইটি কর্ণ PR = 8 সে.মি. এবং QS = 12 সে.মি.। ◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী প্রশ্ন নং ৪]

ক. টলেমির উপপাদ্যটি লিখ। ২

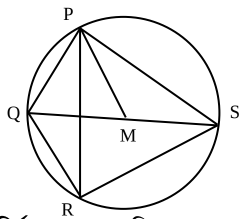
খ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, PR.QS = PQ.RS + PS.QR ৪

গ. PR এবং QS যথাক্রমে বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত একটি সুষম পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতা হলে পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **টলেমির উপপাদ্য :** বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র ঐ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি বৃত্তে অন্তর্লিখিত PQRS চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে PQ ও RS এবং QR ও PS। PR এবং QS চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, PR . QS = PQ . RS + PS . QR.

অঙ্কন: $\angle QPR$ কে $\angle SPR$ এর ছোট ধরে নিয়ে P বিন্দুতে PS রেখাংশের সাথে $\angle QPR$-এর সমান করে $\angle SPM$ আঁকি যেন PM রেখা QS কর্ণকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: অঙ্কন অনুসারে $\angle QPR = \angle SPM$

উভয়পক্ষে $\angle RPM$ যোগ করে পাই,

$\angle QPR + \angle RPM = \angle SPM + \angle RPM$

অর্থাৎ, $\angle QPM = \angle RPS$

এখন ΔPQM ও ΔPRS এর মধ্যে

$\angle PQM = \angle PRS$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle PMQ$ = অবশিষ্ট $\angle PSR$

$\therefore \Delta PQM$ ও ΔPRS সদৃশকোণী।

$\frac{QM}{RS} = \frac{PQ}{PR}$

অর্থাৎ, PR . QM = PQ . RS .... (i)

আবার, ΔPQR ও ΔPMS এর মধ্যে

$\angle QPR = \angle SPM$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle PRQ = \angle PSM$ [একটি বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle PQR$ = অবশিষ্ট $\angle PMS$

$\therefore \Delta PQR$ ও ΔPMS সদৃশকোণী।

$\therefore \frac{PS}{PR} = \frac{MS}{QR}$

অর্থাৎ, PR . MS = QR . PS ....(ii)

এখন সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

PR . QM + PR. MS = PQ . RS + QR . PS

বা, PR (QM + MS) = PQ . RS + QR . PS

অর্থাৎ, PR . QS = PQ . RS + QR . PS [যেহেতু QM + MS = QS]

$\therefore$ PR.QS = PQ.RS + PS.QR **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, h = 12 সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির পরিসীমা = 4 × 8 = 32 সে.মি.

পিরামিডের কেন্দ্র বিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব,

$r = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

অতএব যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 8 \times 8 + \frac{1}{2} \times 32 \times 4\sqrt{10}$ বর্গ সে.মি.

= 266.385 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times (8 \times 8) \times 12$ ঘন সে.মি.

= 256 ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬৫ ΔABC এর AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি. ও 5 সে.মি. এবং
$\angle B = 1$ সমকোণ। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*
[ডা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]

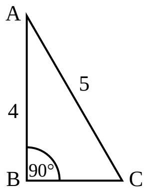
ক. 5 সে.মি. ধার বিশিষ্ট একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel AC$ ৪
গ. ত্রিভুজটিকে AB বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ঘনকের ধার, $a = 5$ সে.মি.
$\therefore$ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

খ পাঠ্যবই অনুশীলনী-১২ এর উদাহরণ-৩ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-২৮২

গ সমকোণী ΔABC এ
$AB^2 + BC^2 = AC^2$
$\therefore BC^2 = AC^2 - AB^2$
$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 4^2}$
$= 3$ সে.মি.



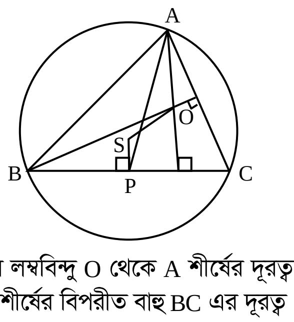
$\therefore$ ত্রিভুজটিকে AB বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হবে যার ব্যাসার্ধ, $r = BC = 3$ সে.মি. এবং উচ্চতা, $h = AB = 4$ সে.মি.
এক্ষেত্রে হেলানো উচ্চতা $l = AC = 5$ সে.মি.
$\therefore$ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$
$= \pi \times 3 \times (3 + 5)$ বর্গ সে.মি.
$= 75.4$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶৬৬ ΔABC এর S, O যথাক্রমে পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু এবং AP এর মধ্যমা। *[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]*

ক. ΔABC অংকন কর এবং OA ও SP এর মধ্যে সম্পর্কটি লিখ। ২
খ. ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র G হলে দেখাও যে, S, G, O একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪
গ. ΔABC এর $\angle C$ সমকোণ হলে এবং C থেকে অতিভুজের উপর লম্ব CD হলে প্রমাণ কর যে, $CD^2 = AD.BD$ ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC এর লম্ববিন্দু O থেকে A শীর্ষের দূরত্ব OA এবং পরিকেন্দ্র S থেকে A শীর্ষের বিপরীত বাহু BC এর দূরত্ব SP। $\therefore OA = 2SP$.

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.২ এর উপপাদ্য-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৭৪

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.২ এর উদাহরণ-১(গ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৭৭

প্রশ্ন ▶৬৭ একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.। গোলকটিকে গলিয়ে 4 cm ব্যাসার্ধ ও এর অর্ধেক উচ্চতার নিরেট সিলিন্ডারে পরিণত করা হয়। *[হাজী মুহাম্মদ মহসিন সরকারী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]*

ক. গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
খ. কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে? ৪
গ. গোলকটি যদি অপর একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায় বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 10$ সে.মি.
$\therefore$ গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$
$= 4 \times 3.1416 \times 10^2$ বর্গ সে.মি.
$= 1256.64$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.
গোলকের উচ্চতা $= 2r = 2 \times 10 = 20$ সে.মি.
$\therefore$ সিলিন্ডারের উচ্চতা $= \frac{20}{2} = 10$ সে.মি.
$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 \times$ উচ্চতা $= 3.1416 \times 4^2 \times 10$
$= 502.656$ ঘন সে.মি.
নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 10^3$
$= 4188.8$ ঘন সে.মি.
$\therefore$ নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে $= \frac{4188.8}{502.656}$টি
$= 8.34 \approx 8$টি **(Ans.)**

গ গোলকটি যদি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এটে যায় তবে সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সের ভূমির ব্যাসার্ধ, R = গোলকের ব্যাসার্ধ $= 10$ সে.মি. এবং বাক্সের উচ্চতা, H = গোলকের ব্যাস
$= 10 \times 2$ সে.মি.
$= 20$ সে.মি.
$\therefore$ সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সের আয়তন $= \pi R^2 H$
$= 3.1416 \times 10^2 \times 20$
$= 6283.2$ ঘন সে.মি.
'খ' হতে পাই,
গোলকের আয়তন $= 4188.4$ ঘন সে.মি.
$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (6283.2 - 4188.8)$ ঘন সে.মি.
$= 2094.4$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬৮ একটি গোলকের ব্যাস 6 সে.মি. এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.।
◀*সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১৩ [বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]*

ক. গোলকটির আয়তন নির্ণয় কর। ২
খ. আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল গোলকটির কেন্দ্র থেকে 2 সে.মি. উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা কত বেশি তা নির্ণয় কর। ৪
গ. বিবরণসহ পরস্পর তিনটি বহিঃস্পর্শ বৃত্ত অঙ্কন কর যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলোর সমান হয়। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাস $= 6$ সে.মি.
$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.
$\therefore$ গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3$
$= 113.097$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

খ আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2(3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 3)$
$= 2(12 + 20 + 15)$

DœPZi MwYZ

$= 94$ বর্গ সে.মি.

'ক' হতে পাই, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি.

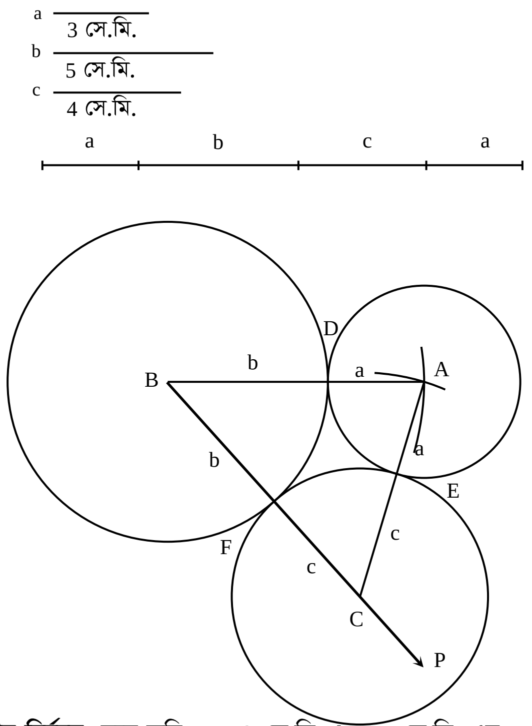
$\therefore$ গোলকের কেন্দ্র হতে 2 সে.মি. উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ সে.মি.

$\therefore$ উৎপন্ন বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi(\sqrt{5})^2 = 15.708$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বেশি $= (94 - 15.708)$ বর্গ সে.মি.

$= 78.292$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $a = 3$ সে.মি., $b = 5$ সে.মি. এবং $c = 4$ সে.মি. কে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BP হতে $(b + c)$ এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: B কে কেন্দ্র করে $(b + a)$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: আবার, C কে কেন্দ্র করে $(c + a)$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পাশে আরো একটি চাপ অঙ্কন করি ।

ধাপ ৪: চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৫: A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

ধাপ ৬: বৃত্তগুলি পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

সুতরাং উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ▶৬৯ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. ও উচ্চতা 12 সে.মি.। কোণকটি একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। আবার ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. কোণকটির ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AO = OC এবং BO = OD. ৪

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
ভূমির ব্যাসার্ধ = 5 সে.মি.

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} 3.1416 \times 5^2 \times 12$ ঘন সে.মি

[⎕ $r = 5$ সে.মি. এবং $h = 12$ সে.মি.]

$= 314.16$ ঘন সে.মি

যেহেতু কোণকটি সিলিন্ডারের ভিতর ঠিকভাবে এটে যায়, তাই সিলিন্ডারের উচ্চতা হবে কোণকের উচ্চতার সমান।

$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 5^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= 942.48$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

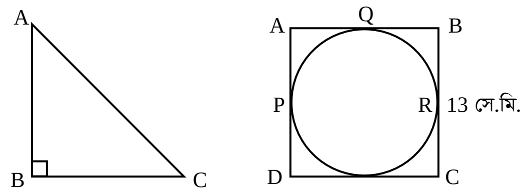
$\therefore$ সিলিন্ডারের অনধিকৃত অংশের আয়তন

$= (942.48 - 314.16)$ ঘন সে.মি.

$= 628.32$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর উদাহরণ ৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৩

প্রশ্ন ▶৭০



চিত্রে ঘনকাকৃতি বাক্সের মধ্যে PQR গোলকটি ঠিকভাবে এঁটে যায়।

◀*সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১৩*

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি ত্রিভুজাকৃতি প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6, 8 এবং 10 সে.মি.। এর উচ্চতা 12 সে.মি. হলে প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম চিত্রে, D, BC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AD^2 + 3CD^2$ ৪

গ. বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

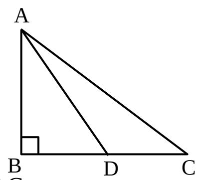
ক প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6, 8 এবং 10 সে.মি., এবং উচ্চতা = 12 সে.মি.

যেহেতু, $6^2 + 8^2 = 10^2$, ইহার ভূমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2 \times 24 + (6 + 8 + 10) \times 12$

$= 336$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে,
ΔACB এর $\angle B = 90°$ এবং D, CB এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AD^2 + 3CD^2$



প্রমাণ: ΔACB এর $\angle B = 90°$
অর্থাৎ সমকোণী ΔACB এর অতিভুজ = AC

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + CB^2$
$= AB^2 + (CD + BD)^2$ [$\because$ CB = CD + BD]
$= AB^2 + CD^2 + 2CD.\,BD + BD^2$
$= (AB^2 + BD^2) + CD^2 + 2CD.CD$
[$\because$ D, CB-এর মধ্যবিন্দু হওয়ায় CD = BD]
$= (AB^2 + BD^2) + CD^2 + 2CD^2$
$= AD^2 + 3CD^2$
[$\because$ ΔABD-এর $\angle B$ সমকোণ হওয়ায় পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AB^2 + BD^2 = AD^2$]
$\therefore AC^2 = AD^2 + 3CD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ ঘনকটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি.
$\therefore$ ঘনকটির আয়তন = $(13)^3 = 2197$ ঘন সে.মি.
যেহেতু ঘনকাকৃতি বাক্সের মধ্যে PQR গোলকটি ঠিকভাবে এঁটে যায়, তাই গোলকটির ব্যাস = ঘনকটির বাহুর দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি.
$\therefore$ গোলকটির ব্যাসার্ধ = $\frac{13}{2}$ সে.মি.
$\therefore$ গোলকটির আয়তন = $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{13}{2}\right)^3$ ঘন সে.মি.
= 1150.35 ঘন সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন
= (2197 – 1150.35) ঘন সে.মি.
= 1046.65 ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

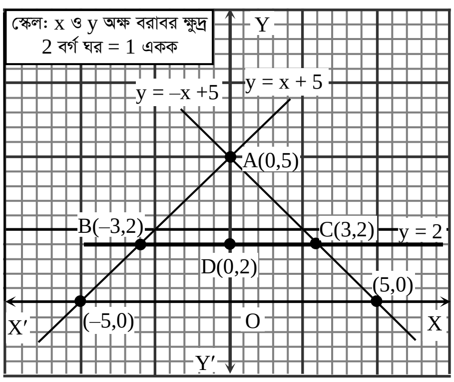
প্রশ্ন ▶ ৭১ y = x + 5, y = – x + 5, y = 2 তিনটি সমীকরণ দ্বারা একটি ত্রিভুজের বাহু নির্দেশ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*
[বিএএফ শাহীন কলেজ, শমশেরনগর, মৌলভীবাজার প্রশ্ন নং ৫]

ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি প্রমাণ কর। ২
খ. ত্রিভুজটির চিত্র আঁক ও এটি কোন ধরনের ত্রিভুজ তা আলোচনা কর। ৪
গ. প্রদত্ত ত্রিভুজটির সুবিধাজনক কোনো বাহুকে অক্ষ ধরে তার চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

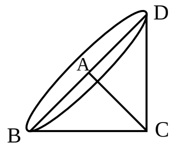
ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১২ এর 'ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি' অংশ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৪

খ প্রদত্ত রেখাত্রয়, y = x + 5 .... (i)
y = – x + 5 .... (ii)
y = 2 .... (iii)
(i) নং রেখা x-অক্ষকে (–5, 0) বিন্দুতে [(i) নং এ y = 0 বসিয়ে x = – 5] এবং y-অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে [(i) নং এ x = 0 বসিয়ে, y = 5] ছেদ করে।
(ii) নং রেখা x-অক্ষকে (5, 0) বিন্দুতে [(ii) নং এ y = 0 বসিয়ে x = 5] এবং y- অক্ষকে (0, 5) বিন্দুতে [(ii) নং এ x = 0 বসিয়ে y = 5] ছেদ করে।
(iii) নং রেখা y = 2 হলো x-অক্ষের সমান্তরাল রেখা যা y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।
উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে রেখাগুলো গ্রাফ কাগজে আঁকা হলো:



চিত্র থেকে (i), (ii) ও (iii) নং রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ABC যার A(0, 5), B(–3, 2), C(3, 2)
এখানে, $AC^2 = (3 - 0)^2 + (2 - 5)^2 = 9 + 9 = 18$
$AB^2 = (0 + 3)^2 + (5 - 2)^2 = 9 + 9 = 18$
$BC^2 = (3 + 3)^2 + (2 - 2)^2 = 36$
এখন, $AC^2 + AB^2 = 18 + 18 = 36$
$\therefore AC^2 + AB^2 = BC^2$
অর্থাৎ, ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

গ ত্রিভুজটিকে AC বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়, যার ভূমির ব্যাসার্ধ, r = AB = $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক



উচ্চতা, h = AC = $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক
এবং হেলানো উচ্চতা, l = BC = $\sqrt{36}$ = 6 একক
$\therefore$ কোণকটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$ বর্গএকক
= $\pi(3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 6)$ বর্গএকক
= 136.52 বর্গএকক (প্রায়) **(Ans.)**
এবং আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনএকক = $\frac{1}{3}\pi(3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}$
= 79.97 ঘনএকক (প্রায়) **(Ans.)**

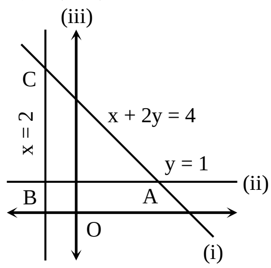
প্রশ্ন ▶ ৭২ x + 2y = 4, y = 1 এবং x = – 2 তিনটি সরলরেখার সমীকরণ। প্রথম রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তাকে y অক্ষের চতুর্দিকে ঘোরানো হলে, উৎপন্ন ঘনবস্তুটির আয়তন V.
◀mgw®¼Z AaÅvq 11, 13 [gvaÅwgK I DœP gvaÅwgK wkÞv ˆevWÆ, hGkvi cÉk²

K. ˆKvGbv mijGiLvi Xvj $\frac{1}{2}$ I ˆiLvwU (2, 3) we±`yMvgx nGj, ˆiLvwUi mgxKiY wbYÆq KGiv| 2
L. cÉgvY KGiv ˆh, ˆiLv wZbwU ˆh wòfzR MVb KGi Zv ‰KwU mgGKvYx wòfzR| 4
M. V ‰i gvb wbYÆq KGiv| 4

72 bs cÉGk²i mgvavb

K mijGiLvi Xvj, m ‰es (x_1, y_1) we±`yMvgx nGj, mijGiLvi mgxKiY, $y - y_1 = m(x - x_1)$
$\therefore$ Xvj $\frac{1}{2}$ ‰es (2, 3) we±`yMvgx ˆiLvi mgxKiY, $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$
ev, $2y - 6 = x - 2$
$\therefore 2y - x - 4 = 0$ **(Ans.)**

L ˆ`Iqv AvGQ, x + 2y = 4 … … (i)
y = 1 … … (ii)
x = – 2 … … (iii)
(i) I (ii) nGZ cvB, x + 2 = 4 $\therefore$ x = 2
myZivs (i) I (ii) ‰i ˆQ`we±`y A(2, 1)
(ii) I (iii) nGZ cvB,
x = – 2, y = 1
$\therefore$ B(– 2, 1)
(i) I (iii) nGZ cvB,
$\therefore$ – 2 +2y = 4
y = 3



$\therefore$ C(– 2, 3)

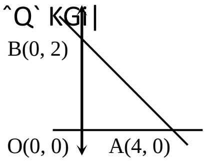
‰Lb, $AB^2 = (2 + 2)^2 + (1 – 1)^2$
$= 4^2 = 16$
$BC^2 = (– 2 + 2)^2 + (3 – 1)^2$
$= 0 + 2^2 = 4$
$AC^2 = (2 + 2)^2 + (3 – 1)^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

ˆhGnZz, $AB^2 + BC^2 = 16 + 4 = 20 = AC^2$

myZivs, $\triangle ABC$ mgGKvYx wòfzR|

M 1g ˆiLvwU, $x + 2y = 4 \therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$

myZivs cÉ^g ˆiLvwU x-AÞGK A(4, 0) ‰es y-AÞGK B(0, 2) we±`yGZ ˆQ` KGi|



‰Lb, $\triangle OAB$ ˆK y-AGÞi PZzw`ÆGK ˆNvivGj, ‰KwU mge†îf„wgK ˆKvYK Drc®² nGe, hvi f„wgi eÅvmvaÆ, r = 4 ‰KK

‰es DœPZv, h = 2 ‰KK

$\therefore$ mge†îf„wgK ˆKvYGKi AvqZb, $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$ Nb‰KK

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (4)^2 \times 2$ Nb‰KK

$= 33.51$ Nb‰KK (cÉvq) **(Ans.)**

cÉk² ▶73 (i) EFGH PZzfzÆGR A, B, C I D h^vKÌGg EF, FG, GH I EH ‰i gaÅwe±`y|
(ii) 5.5 ˆm.wg. eÅvmvGaÆi ‰KwU ˆMvjK ‰KwU NbKvK‡wZ evGÝ wVKfvGe ‰uGU hvq| ◀mgw®¼Z AaÅvq 11, 12, 13

[ewikvj wRjv Õ•zj, ewikvj cÉk² bs 5]

K. E(2, 3), F(5, 6), G(–1, 4) «¼viv MwVZ wòfzGRi ˆÞòdj wbYÆq Ki| 2

L. ˆfÙGii mvnvGhÅ cÉgvY Ki ˆh, DóxcGKi PZzfzÆGRi evüi gaÅwe±`yi msGhvRK ˆiLvmgfn ‰KwU mvgv¯¦wiK Drc®² KGi| 4

M. evÝwUi AbwaK‡Z AsGki AvqZb wbYÆq Ki| 4

73 bs cÉGk²i mgvavb

K cvVÅeBGqi Abykxjbx-11.2 ‰i D`vniY-12 `ËÓ¡eÅ|
c†Ó¤v-253

L cvVÅeBGqi Abykxjbx-12 ‰i D`vniY-5 `ËÓ¡eÅ|
c†Ó¤v-283

M ˆMvjGKi eÅvmvaÆ = 5.5 ˆm.wg.

$\therefore$ eÅvm = (5.5 × 2) ˆm.wg. = 11 ˆm.wg.

ˆhGnZz ˆMvjKwU NbK AvK‡wZi evGÝ wVKfvGe ‰uGU hvq| ˆmGnZz evÝwUi Š`NÆÅ nGe ˆMvjGKi eÅvGmi mgvb|

myZivs NbK AvK‡wZi evGÝi Š`NÆÅ = 11 ˆm.wg.

$\therefore$ evÝwUi AvqZb = $(11)^3 = 1331$ Nb ˆm.wg.

ˆMvjGKi AvqZb = $\frac{4}{3}\pi(5.5)^3 = 696.9099$ Nb ˆm.wg.

$\therefore$ evÝwUi AbwaK‡Z AsGki AvqZb = 1331 – 696.9099

= 634.09 Nb ˆm.wg. (cÉvq) **(Ans.)**

cÉk² ▶74 $\triangle ABC$ ‰i BC, CA, AB evüi gaÅwe±`y h^vKÌGg D, E, F|

◀mgw®¼Z AaÅvq 12, 13 [ewikvj miKvwi evwjKv DœP we`Åvjq, ewikvj cÉk² bs 6]

K. 6 ˆm.wg. eÅvmvaÆwewkÓ¡ ‰KwU ˆMvjGKi c†Ó¤Zj I AvqZb wbYÆq Ki| 2

L. ˆfÙGii mvnvGhÅ cÉgvY Ki: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ 4

M. ˆfÙGii mvnvGhÅ cÉgvY Ki: DE || BC ‰es $DE = \frac{1}{2}$ BC. 4

74 bs cÉGk²i mgvavb

K awi, ˆMvjGKi eÅvmvaÆ r ‰KK|

myZivs r = 6 ˆm.wg.

$\therefore$ ˆMvjGKi c†Ó¤ZGji ˆÞòdj = $4\pi r^2$ eMÆ ‰KK

$= 4 \times 3.1416 \times (6)^2$ eMÆ ˆm.wg.

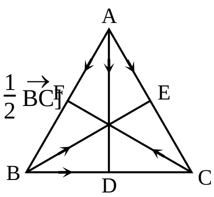
$= 452.3904$ eMÆ ˆm.wg. (cÉvq) **(Ans.)**

‰es ˆMvjGKi AvqZb = $\frac{4}{3}\pi r^3$ Nb ‰KK

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3$ Nb ˆm.wg.

$= 904.7808$ Nb ˆm.wg. (cÉvq) **(Ans.)**

L $\triangle ABD$-‰ wòfzR mfò nGZ cvB,



$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .... (i)

[D, BC ‰i gaÅwe±`y eGj $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$]

$\triangle ACF$-‰ $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$

$\therefore \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} – \overrightarrow{AC}$

$\therefore \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} – \overrightarrow{AC}$ .... (ii)

[F, AB ‰i gaÅ we±`y eGj $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$]

‰es $\triangle ABE$-‰ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

ev, $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} – \overrightarrow{AB}$

$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} – \overrightarrow{AB}$ .... (iii)

[E, AC ‰i gaÅwe±`y eGj $AE = \frac{1}{2}$ AC]

‰Lb, (i), (ii) I (iii) bs mgxKiY ˆhvM KGi cvB,

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} – \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} – \overrightarrow{AB}$

DœPZi MwYZ

ev, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \underline{0}$$

$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ **(cÉgvwYZ)**

M cvVÅeBGqi AaÅvq-12 ‰i D`vniY-3 `ËÓ¡eÅ| c†Ó¤v-282

cÉk² ▶75 ΔABC ‰i $AB = AC$ ‰es AB, BC I AC ‰i gaÅwe±`y h^vKÌGg F, D, E| ˆhLvGb $AD = 8$ ˆm.wg. ‰es $BC = 12$ ˆm.wg.|

◀mgw®¼Z AaÅvq 12, 13 [miKvwi niP±`Ê evwjKv DœP we`Åvjq, SvjKvVx cÉk² bs 6]

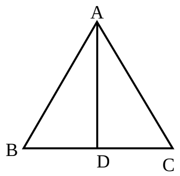
K. cÉgvY Ki : $AD \perp BC$ 2

L. ˆfÙi c«¬wZGZ cÉgvY Ki : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$ 4

M. AD evüGK wÕ©i ˆiGL ˆÞòwUGK PvicvGk ‰Kevi NyivGj ˆh Nb eÕ§ Drc®² nq Zvi AvqZb ‰es mgMÉ ZGji ˆÞòdj wbYÆq Ki| 4

75 bs cÉGk²i mgvavb

K



cÉ`î $\Delta ABC$ ‰ $AB = AC$ ‰es BC evüi gaÅwe±`y D| cÉgvY KiGZ nGe ˆh $AD \perp BC$

Aâb: A, D ˆhvM Kwi|

cÉgvY: ΔABD I ΔADC ‰

$AB = AC$ [ˆ`Iqv AvGQ]

$BD = DC$ [D, BC ‰i gaÅwe±`y]

$AD = AD$ [mvaviY evü]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ADC$

$\therefore \angle B = \angle C$ ‰es $\angle ADB = \angle ADC$

$\angle BDC = 1$ mij ˆKvY $= 180°$

$\therefore \angle ADB + \angle ADC = 180°$

ev, $2\angle ADB = 180°$

ev, $\angle ADB = 90°$

$\therefore AD \perp BD$ ev, $AD \perp BC$ **(cÉgvwYZ)**

L m†Rbkxj 74(L) bs mgvavb `ËÓ¡eÅ|

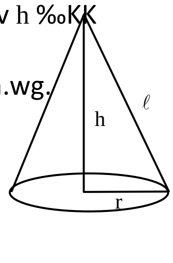
M AD evüwUGK wÕ©i ˆiGL ˆÞòwUGK PvicvGk ‰Kevi NyivGj ‰KwU mge†îf„wgK ˆKvYK Drc®² nGe|

‰GÞGò, AD nGœQ ˆKvYGKi DœPZv ‰es BD = DC nGœQ f„wgi eÅvmvaÆ|

‰LvGb, $AD = 8$ ˆm.wg. ‰es $BD = DC = \frac{12}{2} = 6$ ˆm.wg.|

awi, mge†îf„wgK ˆKvYGKi DœPZv h ‰KK ‰es f„wgi eÅvmvaÆ r ‰KK

myZivs, ˆKvYGKi DœPZv, $h = 8$ ˆm.wg.



‰es f„wgi eÅvmvaÆ, $r = 6$ ˆm.wg.

$\therefore$ ˆKvYGKi ZxhÆK evüi DœPZv,

$\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$ ‰KK

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$ ˆm.wg.

$= \sqrt{64 + 36}$ ˆm.wg. $= \sqrt{100}$ ˆm.wg. $= 10$ ˆm.wg.

ZvnGj, ˆKvYGKi mgMÉZGji ˆÞòdj $= \pi r(\ell + r)$ eMÆ ‰KK

$= 3.1416 \times 6 (10 + 6)$ eMÆ ˆm.wg.

$= 3.1416 \times 6 \times 16$ eMÆ ˆm.wg.

$= 301.5936$ eMÆ ˆm.wg. (cÉvq) **(Ans.)**

‰es ˆKvYGKi AvqZb $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ Nb ‰KK

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 8$ Nb ˆm.wg.

$= 301.5936$ Nb ˆm.wg. **(Ans.)**

cÉk² ▶76 $A(2, -3)$; $B(7, -3)$ ‰es $C(2, 3)$ wZbwU we±`y ‰es $PQ = 4$ ‰KK| *◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১১, ১৩ [উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]*

ক. BC এর সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে উহার চারদিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

গ. A, B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব A, C এর মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং PQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অংকনের বিবরণসহ তিনটি বহিঃস্পর্শ বৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক BC রেখার সমীকরণ : $\frac{x-7}{7-2} = \frac{y+3}{-3-3}$

বা, $\frac{x-7}{5} = \frac{y+3}{-6}$

বা, $6x - 42 = -(5y + 15)$

বা, $6x + 5y - 42 + 15 = 0$

বা, $6x + 5y - 27 = 0$ **(Ans.)**

খ এখানে, $AB = \sqrt{(7-2)^2 + (-3+3)^2} = 5$ একক

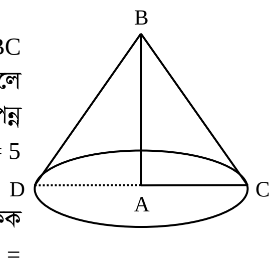
$BC = \sqrt{(7-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{61}$ একক

$AC = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2} = 6$ একক

$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6^2$

$= 61 = BC^2$

$\therefore \Delta ABC$ সমকোণী ত্রিভুজ।



চিত্রে AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে এক পাক ঘুরানোর ফলে সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়েছে। যার উচ্চতা, $AB = h = 5$ একক

ভূমির ব্যাসার্ধ, $AC = r = 6$ একক

এবং হেলানো উচ্চতা, $l = BC = \sqrt{61}$ একক।

$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6 (6 + \sqrt{61})$ বর্গ একক

$= 260.32$ বর্গ একক (প্রায়)

এবং আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 5$ ঘন একক

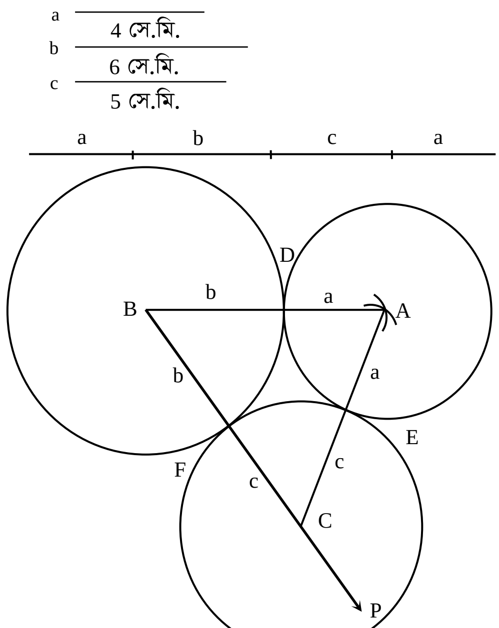
$= 188.496$ ঘন একক (প্রায়)

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য $= (260.32 - 188.496) = 71.824$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' নং হতে, $AB = 5$ একক

$AC = 6$ একক

আবার, দেওয়া আছে, $PQ = 4$ একক



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $a = 4$ সে.মি., $b = 6$ সে.মি. এবং $c = 5$ সে.মি. কে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি BP হতে $(b + c)$ এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২: B কে কেন্দ্র করে $(b + a)$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: আবার, C কে কেন্দ্র করে $(c + a)$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই পাশে আরো একটি চাপ অঙ্কন করি ।

ধাপ ৪: চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৫: A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

ধাপ ৬: বৃত্তগুলি পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। সুতরাং উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ▶ ৭৭ $5x + 3y = 30$ রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১২, ১৩*

[তেজগাঁও সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. মূলবিন্দু O এবং OA ও OB রেখাংশের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D। ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $CD \parallel AB$ এবং $CD = \frac{1}{2} AB$। ৪

গ. COD ত্রিভুজটিকে OD বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় সেটি অঙ্কন করে এর আয়তন এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে AB রেখার সমীকরণ, $5x + 3y = 30$

বা, $3y = -5x + 30$

বা, $y = -\frac{5}{3}x + 10$ ... ... (i)

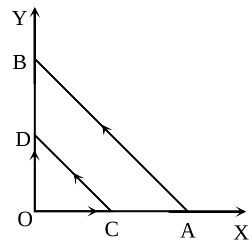
(i) নং রেখাটিকে $y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে, $m = -\frac{5}{3}$

$\therefore$ AB রেখার ঢাল, $m = -\frac{5}{3}$ **(Ans.)**

খ এখানে OAB ত্রিভুজের OA ও OB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে C ও D. প্রমাণ করতে হবে যে, $CD \parallel AB$ এবং $CD = \frac{1}{2} AB$.

প্রমাণ : $OC = CA = \frac{1}{2} OA$ এবং $OD = DB = \frac{1}{2} OB$

ত্রিভুজ বিধি অনুসারে ΔOAB হতে পাই,



$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

বা, $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

আবার, ΔOCD হতে পাই,

$\vec{OC} + \vec{CD} = \vec{OD}$

$\vec{CD} = \vec{OD} - \vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{2}\vec{OA}$

$= \frac{1}{2}\left(\vec{OB} - \vec{OA}\right) = \frac{1}{2}\vec{AB}$

$\therefore |\vec{CD}| = \frac{1}{2}|\vec{AB}| \therefore CD = \frac{1}{2} AB$

সুতরাং, $\vec{CD}$ ও $\vec{AB}$ ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়।

সুতরাং, $\vec{CD}$ ও $\vec{AB}$ ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ CD ও AB সমান্তরাল।

$\therefore CD \parallel AB$ এবং $CD = \frac{1}{2} AB$ **(প্রমাণিত)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ : $5x + 3y = 30$ ... ... (i)

x-অক্ষে $y = 0 \therefore 5x = 30$

বা, $x = 6$

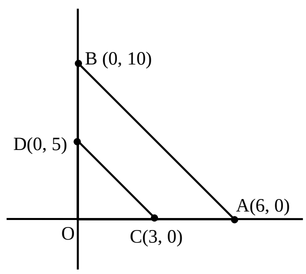
রেখাটি x-অক্ষকে (6, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, y-অক্ষে $x = 0$

$\therefore 3y = 30$

বা, $y = 10$

অর্থাৎ রেখাটি y-অক্ষকে (0, 10) বিন্দুতে ছেদ করে। যেহেতু C ও D যথাক্রমে OA ও OB এর মধ্যবিন্দু। সুতরাং C(3, 0) এবং D(0, 5)



$\therefore$ OC এর দৈর্ঘ্য = 3 একক

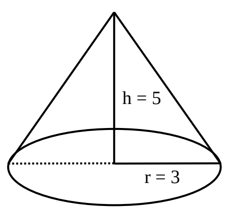
OD এর দৈর্ঘ্য = 5 একক

COD ত্রিভুজটিকে OD বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হবে তা হলো সমবৃত্তভূমিক কোণক যার উচ্চতা, $h = 5$ একক এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 3$ একক এবং

হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{5^2 + 3^2}$

$= \sqrt{34}$ একক



DœPZi MwYZ

এখন, কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 3^2 \times 5$ ঘন একক

$= 47.12$ ঘন একক (প্রায়) **(Ans.)**

এবং কোণকের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 3(3 + \sqrt{34})$ বর্গ একক

$= 83.23$ বর্গ একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৮ 6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার আকৃতির দন্ডে পরিণত করা হলো।

[কামর‍ুন্নেসা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. সিলিন্ডার আকৃতির দন্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. নিরেট গোলকটিকে গলিয়ে 5 সে.মি. বহিঃব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুর‍ু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো। ফাঁপা গোলকের পুর‍ুত্ব নির্ণয় কর। ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2}$ cm = 3 cm

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi \times (3)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 36\pi$ বর্গ সে.মি.

$= 113.0976$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে, আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$ ঘন সে.মি.

এখন, নবনির্মিত সিলিন্ডারের উচ্চতা h ও ব্যাসার্ধ, $r_1 = 3$ cm হলে,

আয়তন, $V = \pi r_1^2 h = \pi \times 3^2 \times h$

শর্তমতে, $\pi \times 3^2 h = 36\pi \therefore h = \frac{36\pi}{9\pi} = 4$

$\therefore$ সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য, h = 4 সে.মি. **(Ans.)**

গ নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ cm

$\therefore$ ফাঁপা গোলকের বর্হিব্যাসার্ধ, $r_1 = 5$ cm

,, ,, অন্ত‍র্ব্যাসার্ধ, r_2 cm

যেহেতু উভয় গোলকের লোহার আয়তন সমান।

$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3$

বা, $r^3 = r_1^3 - r_2^3$ বা, $r_2^3 = r_1^3 - r^3$

$\therefore r_2^3 = (5)^3 - (3)^3 = 125 - 27 = 98$

$\therefore r_2 = 4.61$ cm (প্রায়)

$\therefore$ ফাঁপা গোলকের পুরত্ব $= r_1 - r_2 = (5 - 4.61)$ cm

$= 0.39$ cm (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৯ A(2, – 3), B(7, – 3) এবং C(2, 3).

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [বিসিআইসি কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুত্রয় ছক কাগজে স্থাপন কর এবং প্রমাণ কর যে, এরা একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ৪

গ. AB কে অক্ষ ধরে ΔABC কে এক পাক ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৮০ $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল $\frac{2}{3}$ এবং রেখাটি x-অক্ষ ও y-অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩*

[এম ই এইচ আরিফ কলেজ (মাধ্যমিক শাখা), গাজীপুর প্রশ্ন নং ৫]

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. AB রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় পূর্বক ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. OAB ত্রিভুজটিকে y-অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AB রেখা $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{2}{3}$ ।

$\therefore$ AB রেখার সমীকরণ,

$y - 5 = \frac{2}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$

বা, $y - 5 = \frac{2}{3} \times \frac{2x - 3}{2}$

বা, $y - 5 = \frac{2x - 3}{3}$ বা, $3y - 15 = 2x - 3$

$\therefore 2x - 3y + 12 = 0$ **(Ans.)**

খ AB রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার কোটি = 0

$\therefore 2x = -12$

$\therefore x = -6$

$\therefore$ x অক্ষকে (– 6, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, AB রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার ভুজ = 0

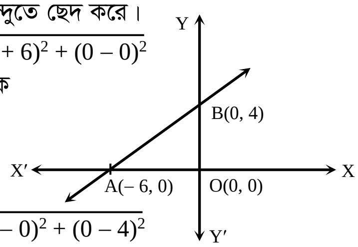
$\therefore -3y = -12$

$\therefore y = 4$

$\therefore$ y অক্ষকে (0, 4) বিন্দুতে ছেদ করে।

OA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0 + 6)^2 + (0 - 0)^2}$

= 6 একক



OB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0 - 0)^2 + (0 - 4)^2}$

= 4 একক

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0 + 6)^2 + (4 - 0)^2}$

$= 2\sqrt{13}$ একক

ΔOAB এর পরিসীমা, $2S = 4 + 6 + 2\sqrt{13}$

$= (10 + 2\sqrt{13})$ একক

$\therefore$ অর্ধপরিসীমা, $S = (5 + \sqrt{13})$ একক

$\therefore \Delta OAB$ এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S - OA) \times (S - OB) \times (S - AB)}$

$= \sqrt{(5 + \sqrt{13}) \times (5 + \sqrt{13} - 6) \times (5 + \sqrt{13} - 4) \times (5 + \sqrt{13} - 2\sqrt{13})}$

$= \sqrt{(5 + \sqrt{13})(5 - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} - 1)}$

$= \sqrt{(25 - 13)(13 - 1)} = 12$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ OAB ত্রিভুজটিকে y অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে একবার ঘোরালে OA = 6 একক ব্যাসার্ধ এবং OB = 4 একক উচ্চতা বিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক

সুতরাং r = 6 একক, h = 4 একক

কোণকের তির্যক বাহুর উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

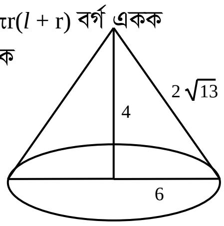
$= \sqrt{4^2 + 6^2}$ একক

$= 2\sqrt{13}$ একক

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6 \times (2\sqrt{13} + 6)$ বর্গ একক

= 249.02 বর্গ একক (প্রায়)



এবং কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

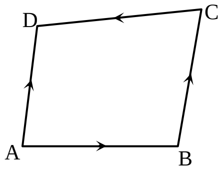
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 4$ ঘন একক

= 150.8 ঘন একক (প্রায়)

$\therefore$ সাংখ্যিক মানের পার্থক্য = 249.02 – 150.8

= 98.22 (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮১



ABCD একটি চতুর্ভুজ। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১২, ১৩*

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর ☐ প্রশ্ন নং ৬]

ক. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ ২

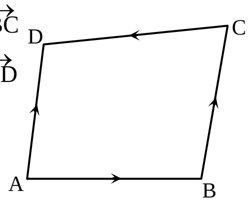
খ. AB, BC, CD ও DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে I, J, K, L হলে প্রমাণ কর যে, IJKL একটি সামান্তরিক। ৪

গ. AB = 6 সে.মি., BC = 7 সে.মি. এবং CD = 8 সে.মি. ব্যাস বিশিষ্ট তিনটি গোলক গলিয়ে একটি নতুন গোলক তৈরি করা হলো। নতুন গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

আবার, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$



$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ [☐ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$]

$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ **(প্রমাণিত)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২ এর উদাহরণ-৫ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৩

গ আমরা জানি,

গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

AB = 6 সে.মি., BC = 7 সে.মি. এবং CD = 8 সে.মি.

ব্যাস তথা 3, 3.5, 4 ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তনের

সমষ্টি $= \frac{4}{3}\pi\,(3^3 + 3.5^3 + 4^3)$ ঘন সে.মি.

ধরি, নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

শর্তমতে, $\frac{4}{3}\pi(3^3 + 3.5^3 + 4^3) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ r = 5.12 সে.মি.

$\therefore$ নতুন গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গ একক

$= 4 \times 3.1416 \times (5.12)^2$ বর্গ সে.মি.

= 329.42 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮২ উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

ax + by + c = 0 রেখাটি x ও y অক্ষকে $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢাল বিশিষ্ট রেখাটি C(– 2, 1) বিন্দুগামী। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩*

[এন. কে এম হাই স্কুল এন্ড হোমস্, নরসিংদী ☐ প্রশ্ন নং ৬]

ক. a = 5, b = 4 এবং c = – 20 হলে AC রেখার ঢাল ও k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB এর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ৪

গ. ΔABC এর উপর অবস্থিত 5 একক উচ্চতা বিশিষ্ট প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ax + by + c = 0

বা, 5x + 4y – 20 = 0 ... ... (i) [মান বসিয়ে]

x-অক্ষে, y = 0

$\therefore$ 5x – 20 = 0

$\therefore$ x = 4

$\therefore$ A এর স্থানাঙ্ক (4, 0)

AC রেখার ঢাল $= \frac{1 - 0}{-2 - 4} = -\frac{1}{6}$ **(Ans.)**

আবার,

প্রশ্নমতে, $\frac{1 - 2k}{-2 - k^2} = \frac{1}{k}$

বা, $k - 2k^2 = -2 - k^2$

বা, $k - k^2 + 2 = 0$

বা, $k^2 - k - 2 = 0$

বা, $k^2 - 2k + k - 2 = 0$

বা, $k(k - 2) + 1(k - 2) = 0$

বা, $(k - 2)(k + 1) = 0$

$\therefore$ k = – 1, 2 **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর 'দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব' অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৪১

গ প্রদত্ত সমীকরণ, ax + by + c = 0 ... ... (i)

x-অক্ষে y = 0

$\therefore$ ax + c = 0 $\therefore x = -\frac{c}{a}$

A এর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$

আবার, y-অক্ষে x = 0

$\therefore$ by + c = 0

$\therefore y = -\frac{c}{b}$

$\therefore$ B এর স্থানাঙ্ক $\left(0, -\frac{c}{b}\right)$

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\frac{c}{a} & 0 & -2 & -\frac{c}{a} \\ 0 & -\frac{c}{b} & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{c^2}{ab} + 0 + 0 - 0 - \frac{2c}{b} + \frac{c}{a}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{c^2}{ab} + \frac{c}{a} - \frac{2c}{b}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left(\frac{c^2 + bc - 2ca}{ab}\right)$ বর্গ একক

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\left(0 + \frac{c}{a}\right)^2 + \left(-\frac{c}{b} - 0\right)^2}$ একক

$= \sqrt{\frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2}{b^2}}$ একক

$= \sqrt{\frac{c^2\,(a^2 + b^2)}{a^2b^2}}$ একক

$= \frac{c}{ab}\sqrt{a^2 + b^2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-2-0)^2 + \left(1 + \frac{c}{b}\right)^2}$ একক

$= \sqrt{4 + \left(\frac{b+c}{b}\right)^2}$ একক

$= \frac{1}{b}\sqrt{4b^2 + (b+c)^2}$ একক

CA বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\left(-\frac{c}{a} + 2\right)^2 + 1^2}$ একক

$= \sqrt{\left(\frac{2a-c}{a}\right)^2 + 1}$ একক

$= \frac{1}{a}\sqrt{(2a-c)^2 + a^2}$ একক

ΔABC এর পরিসীমা

$= \left(\frac{c}{ab}\sqrt{a^2+b^2} + \frac{1}{b}\sqrt{4b^2+(b+c)^2} + \frac{1}{a}\sqrt{(2a-c)^2+a^2}\right)$ একক

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

$= \frac{c^2 + bc - 2ac}{ab} +$

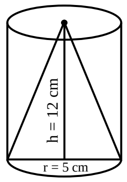
$\left(\frac{c}{ab}\sqrt{a^2+b^2} + \frac{1}{b}\sqrt{4b^2+(b+c)^2} + \frac{1}{a}\sqrt{(2a-c)^2+a^2}\right)$

$\times 5$ বর্গ একক **(Ans.)**

আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা ঘন একক

$= \frac{1}{2}\left(\frac{c^2 + bc - 2ac}{ab}\right) \times 5$ ঘন একক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮৩



একই ভূমি ও একই উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলন ও একটি কোণক।

[অগ্রণী স্কুল ও কলেজ, রাজশাহী ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. কোণটির তির্যক উন্নতি নির্ণয় কর। ২

খ. বেলনটির অনাধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এর অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কোণকটির তির্যক উন্নতি $= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{144 + 25}$ সে.মি.

= 13 সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, বেলন ও কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি. এবং উচ্চতা, h = 12 সে.মি.

$\therefore$ বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h = \pi \times 5^2 \times 12$

$= 300\pi$ ঘন সে.মি.

কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$

$= 100\pi$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ বেলনটির অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (300\pi - 100\pi)$

$= 200\pi$ ঘন সে.মি.

= 628.31 ঘন সে.মি.

গ বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh = 2\pi \times 5 \times 12$

$= 120\pi$ বর্গ সে.মি.

কোণকের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\,(r + l)$

$= \pi \times 5\,(5 + 13)$

$= 90\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বেলনের বক্রতল ও কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 120\pi : 90\pi = 4 : 3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮৪ একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.।

[রাজশাহী ক্যান্টনমেন্ট বোর্ড স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী ▯ প্রশ্ন নং ৫]

ক. একটি পাইপের উচ্চতা 13 সে.মি. ও ভূমির ব্যাস 4 সে.মি. হলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উক্ত লোহা দিয়ে 1.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কতটি নিরেট লোহার মার্বেল তৈরি করা যাবে? ৪

গ. উদ্দিপকের ফাঁপা লোহার গোলকটি যদি একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায় তবে বাক্সটির অনাধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, পাইপের উচ্চতা, h = 13 সে.মি.

$\therefore$ ভূমির ব্যাস, 2r = 4 সে.মি.

পাইপের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

$= 2\pi \times \left(\frac{4}{2}\right) \times 13$ বর্গ সে.মি.

= 163.3632 বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ ফাঁকা লোহার গোলকের,

বাইরের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{13}{2}$ সে.মি.

$\therefore$ বাইরের আয়তন, $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{13}{2}\right)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{2197}{6}\pi$ ঘন সে.মি.

= 1150.3492 ঘন সে.মি.

গোলকের ভেতরের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \left(\frac{13}{2} - 2\right)$ সে.মি.

$= \left(\frac{9}{2}\right)$ সে.মি.

$\therefore$ ভেতরের ফাপা অংশের আয়তন, $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{243\pi}{2}$ ঘন সে.মি.

$= 381.70$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ গোলকের লোহার আয়তন $= (1150.3492 - 381.70)$ ঘন সে.মি.

$= 768.649$ ঘন সে.মি.

আবার, প্রতিটি মার্বেলের ব্যাসার্ধ, $r_3 = 1.5$ সে.মি.

সুতরাং মার্বেলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi \times (1.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 14.137$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ গোলকের লোহা দিয়ে মার্বেল তৈরি করা যাবে $= \frac{768.649}{14.137}$ টি

$= 54.37 \sim 54$টি **(Ans.)**

গ গোলকের ব্যাস = 13 সে.মি.

যেহেতু গোলকটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়, সেহেতু বাক্সটির দৈর্ঘ্য হবে গোলকের ব্যাসের সমান।

$\therefore$ ঘনক আকৃতির বাক্সের দৈর্ঘ্য = 13 সে.মি.

$\therefore$ বাক্সটির আয়তন $= (13)^3 = 2197$ ঘন সে.মি.

'খ' হতে পাই, গোলকের বাইরের আয়তন = 1150.3492 ঘন সে.মি.

$\therefore$ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (2197 - 1150.349)$ ঘন সে.মি. $= 1046.65$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৫ একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.।

[মসজিদ মিশন একাডেমি (স্কুল এন্ড কলেজ), রাজশাহী ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. প্রিজম ও পিরামিডের আয়তন নির্ণয়ের সূত্র দুইটি লেখ। ২

খ. ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহাকে গলিয়ে একটি নতুন গোলক প্রস্তুত করা হলো। তার ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

গ. নতুন গোলকটি যদি একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায় তাহলে বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

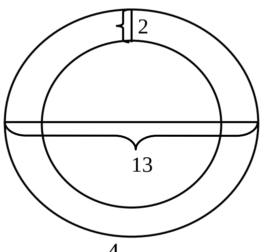
৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রিজমের আয়তন, V = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

এবং পিরামিডের আয়তন, $V = \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

খ গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ $= \frac{13}{2}$ সে.মি. $= 6.5$ সে.মি.

গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ $= (6.5 - 2)$ সে.মি. $= 4.5$ সে.মি.



$\therefore$ ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 381.7044$ ঘন সে.মি.

সম্পূর্ণ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi (6.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.5)^3$ ঘন সে.মি.

$= 1150.3492$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ গোলকে ব্যবহৃত লোহার আয়তন

$= (1150.3492 - 381.7044)$ ঘন সে.মি.

$= 768.6448$ ঘন সে.মি.

নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক যা ফাঁপা গোলকে ব্যবহৃত লোহার আয়তনের সমান।

$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = 768.6448$

বা, $r^3 = \frac{768.644 \times 3}{4 \times 3.1416}$ $[\because \pi = 3.1416]$

বা, $r^3 = 183.5$ $\therefore r = 5.6826$

$\therefore$ নিরেট লোহার গোলকের ব্যাস $= 2r$ একক

$= (2 \times 5.6826)$ সে.মি.

$= 11.3652$ সে.মি. **(Ans.)**

গ খ নং হতে প্রাপ্ত নিরেট গোলকের ব্যাস,

$2r = 11.37$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{11.37}{2} = 5.685$ সে.মি.

নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3}\pi \times (5.685)^3$ ঘন একক

$= 769.63$ ঘন একক

নিরেট গোলকটি যদি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায় তাহলে সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ গোলকের ব্যাসার্ধের সমান এবং উচ্চতা নিরেট গোলকের ব্যাসের সমান হবে।

তাহলে সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, $r' = r = 5.685$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 2r = 11.37$ সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের আয়তন, $V' = \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times (5.682)^2 \times 11.37$ ঘন সে.মি.

$= 1154.44$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ বাক্সের অনধিকৃত অংশের আয়তন $= V' - V$

$= (1154.44 - 769.63)$ ঘন সে.মি.

$= 384.81$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৬ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$, $\angle B = 2\angle C$ এবং BC = 5 cm। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১৩ [বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ◻ প্রশ্ন নং ৫]*

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. ΔABC এর অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটিকে BC বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় কর। ৪

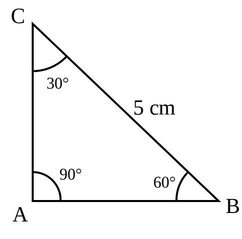
৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC-এ,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $90° + 2\angle C + \angle C = 180°$

বা, $3\angle C = 90°$



DœPZi MwYZ

বা, $\angle C = 30°$

$\therefore \angle B = 2 \times 30 = 60°$

খ দেওয়া আছে, BC = 5 cm

ΔABC-এ, $\cos\angle ABC = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \cos 60° = \frac{AB}{5}$

$\therefore AB = 2.5$ cm

$\therefore AC = \sqrt{5^2 - 2.5^2} = 4.33$ cm

$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা, $2S = (5 + 2.5 + 4.33)$ cm

$= 11.83$ cm

সুতরাং অর্ধপরিসীমা, $S = 5.915$ cm

আমরা জানি,

ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{\frac{(s - a)(s - b)(s - c)}{s}}$

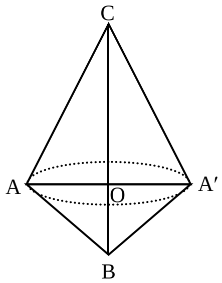
$= \sqrt{\frac{(5.915 - 5)(5.915 - 2.5)(5.915 - 4.33)}{5.915}}$

$= \sqrt{\frac{0.915 \times 3.415 \times 1.585}{5.915}}$

$= \sqrt{0.8373}$

$= 0.915$ cm (প্রায়) **(Ans.)**

গ ত্রিভুজটিকে BC বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে আমরা চিত্রের ন্যায় একটি ঘনবস্তু পাই যাকে আমরা AOA′ তলের উপরে ও নিচে দুইটি কোণকে বিভক্ত করতে পারি।



ΔOAC হতে পাই,

$\cos\angle OCA = \frac{OC}{4.33}$

বা, $\cos 30° = \frac{OC}{4.33}$

বা, $\cos 30° = \frac{OC}{4.33}$

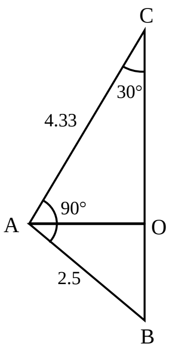
বা, $OC = 3.749$ cm

$\therefore OB = 5 - 3.749 = 1.25$ cm

$OA = \sqrt{AC^2 - OC^2}$

$= \sqrt{(4.33)^2 - (3.749)^2}$

$= 2.166$ cm



$\therefore$ AOA′ তলের উপরের কোণটির ব্যাসার্ধ, $OA = 2.166$ cm

এবং উচ্চতা, $OC = 3.749$ cm

এবং AOA′ তলের নিচের কোণকটির ব্যাসার্ধ, $OA = 2.166$ cm

এবং উচ্চতা, $OB = 1.25$ cm

$\therefore$ ঘনবস্তুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi \times (2.166)^2 \times 3.749$

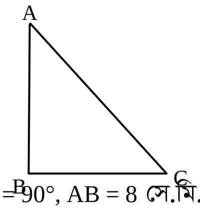
$+ \frac{1}{3}\pi \times (2.166)^2 \times 1.25$

$= \frac{\pi}{3}(2.166)^2 (3.749 + 1.25)$

$= \frac{\pi}{3} \times 4.691 \times 5$

$= 24.562$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৭



চিত্রে $\angle ABC = 90°$, AB = 8 সে.মি. এবং BC = 5 সে.মি.।

[পাচবিবি এল.বি পাইলট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, জয়পুরহাট প্রশ্ন নং ৬]

ক. ΔABC এর পরিসীমা কত? ২

খ. ΔABC কে ABএর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. AB ও BC দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রকে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, AB = 8 সে.মি.

BC = 5 সে.মি.

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 25^2 = 89$

$\therefore AC = \sqrt{89}$ সে.মি.

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা $= (8 + 5 + \sqrt{89})$ সে.মি.

$= 22.43$ সে.মি. **(Ans.)**

খ ΔABC কে AB বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়, যার উচ্চতা, $h = AB = 8$ সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = BC = 5$ সে.মি.

হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক $= \sqrt{8^2 + 5^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{89}$ সে.মি.

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 5(\sqrt{89} + 5)$ বর্গ সে.মি.

$= 226.73$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখানে, AB = 8 সে.মি.

BC = 5 সে.মি.

এখানে, AB ও BC বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রকে বৃহত্তম বাহু AB এর চতুর্দিকে ঘুরালে একটি বেলন উৎপন্ন হয়। যার ব্যাসার্ধ, $r = BC = 5$ সে.মি.

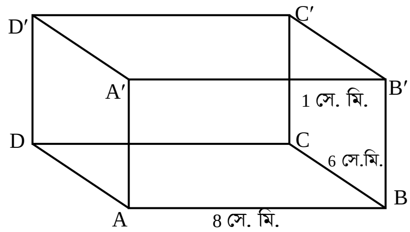
এবং উচ্চতা, $h = AB = 8$ সে.মি.

$\therefore$ বেলনের আয়তন, $V = \pi r^2 h$ ঘন একক

$= 3.1416 \times 5^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 628.32$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৮



[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, লালমনিরহাট প্রশ্ন নং ৬]

ক. চিত্রের ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. তিনটি নিরেট ধাতব গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে AB, BC ও CC′। গোলক তিনটিকে গলিয়ে একটি নিরেট নতুন গোলকে পরিণত করা হলো। এর ব্যাসার্ধ ও পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুটির ABCD তলটিকে বৃহত্তম বাহুর চারদিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য = 8 সে. মি., প্রস্থ = 6 সে. মি.
উচ্চতা = 1 সে. মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা
= $8 \times 6 \times 1$ ঘন সে. মি.
= 48 ঘন সে. মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB = 8 সে. মি., BC = 6 সে. মি. ও CC′ = 1 সে. মি.
ধরি, নতুন গোলকটির ব্যাসার্ধ = r

আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi$ (ব্যাসার্ধ)^3 ঘন একক

প্রশ্নমতে, AB, BC ও CC′ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তনের সমষ্টি = নতুন গোলকের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi (AB)^3 + \frac{4}{3}\pi (BC)^3 + \frac{4}{3}\pi (CC')^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi (8^3 + 6^3 + 1^3) = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $512 + 216 + 1 = r^3$ বা, $r^3 = 729$

$\therefore\ r = 9$

সুতরাং নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ = 9 সে. মি. **(Ans.)**

আবার, নতুন গোলকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
= $4\pi r^2 = 4 \times 3.1416 \times 9^2$ বর্গ সে. মি.
= 1017.88 বর্গ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ ঘনবস্তুটির ABCD তলটিকে বৃহত্তম বাহু AB এর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার উৎপন্ন হয়। যার ব্যাসার্ধ, r = BC = 6 সে. মি.
উচ্চতা, h = AB = 8 সে. মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$
= $2 \times 3.1416 \times 6\ (6 + 8)$ বর্গ সে. মি.
= 527.79 বর্গ সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

আবার, সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক
= $3.1416 \times 6^2 \times 8$ ঘন সে. মি.
= 904.78 ঘন সে. মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৯ $2y - 3x + 6 = 0$ রেখাটি x-অক্ষকে A ও Y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে এবং P(a, 2) একটি বিন্দু। ◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩

[নীলফামারী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নীলফামারী ⎕ প্রশ্ন নং ৫]

ক. উদ্দীপকের সরলরেখা x অক্ষের সাথে যে কোণ তৈরি করে, তা নির্ণয় কর। ২

খ. ΔAPB এর ক্ষেত্রফল, $3\frac{1}{2}$ বর্গ একক হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $2y - 3x + 6 = 0$

বা, $2y = 3x - 6$ বা, $y = \frac{3}{2}x - \frac{6}{2}$

$\therefore\ y = \frac{3}{2}x - 3$ .... (i)

(i) নং কে y = mx + c রেখার সাথে তুলনা করে পাই, $m = \frac{3}{2}$

$\therefore$ রেখাটির ঢাল = $\frac{3}{2}$

বা, $\tan\theta = \frac{3}{2}$ বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 56.31°$

খ প্রদত্ত সরলরেখাটি: $2y - 3x + 6 = 0$ ... ... (i)
x-অক্ষে y = 0
(i) নং হতে, $0 - 3x + 6 = 0 \ \therefore\ x = 2$
$\therefore$ A এর স্থানাঙ্ক = A(2, 0)
y-অক্ষে x = 0
(i) নং হতে, $2y + 6 = 0$
$\therefore\ y = -3$
$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক B(0, – 3)

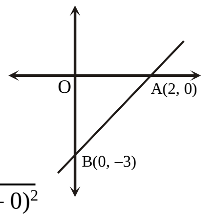
ΔAPB এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & a & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

বা, $3\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(4 - 3a + 0 - 0 - 0 + 6)$

বা, $\frac{7}{2} = \frac{1}{2}(10 - 3a)$ বা, $7 = 10 - 3a$

বা, $3a = 3 \ \therefore\ a = 1$ **(Ans.)**

গ ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তা একটি কোণক।



কোণকের ব্যাসার্ধ, r = OA
$= \sqrt{(0-2)^2 + (0-0)^2}$
$= \sqrt{4 + 0} = 2$

কোণকের উচ্চতা, $h = OB = \sqrt{(0-0)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{0+9} = 3$

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r(l + r)$
$= 3.1416 \times 2 \times (\sqrt{13} + 2)$
= 35.221 বর্গএকক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯০ একটি গোলক আকৃতির বল সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকমত এঁটে যায় এবং অনধিকৃত অংশের আয়তন $89\frac{5}{8}$ ঘন সে.মি.।

[কালেক্টরেট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, নীলফামারী ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. গোলকের ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত? ২

খ. বলটির পরিধি নির্ণয় কর। ৪

গ. সিলিন্ডারের বক্রতলের ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r
তাহলে, সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ = r
এবং ,, উচ্চতা = 2r

গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$

এবং সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 . 2r = 2\pi r^3$

$\therefore\ \frac{\text{গোলকের আয়তন}}{\text{সিলিন্ডারের আয়তন}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3} = \frac{2}{3} = 2 : 3$ **(Ans.)**

খ ‘ক’ নং হতে,
গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
এবং সিলিন্ডারের আয়তন, $V_2 = 2\pi r^3$ ঘন একক

শর্তমতে, $V_2 - V_1 = 89\frac{5}{8}$

বা, $2\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{717}{8}$ বা, $r^3\left(2\pi - \frac{4}{3}\pi\right) = \frac{717}{8}$

বা, $r^3 . \frac{2\pi}{3} = \frac{717}{8}$ বা, $r^3 = 42.79$

$\therefore$ $r = 3.5$ সে.মি. (প্রায়)

বলটির পরিধি $= 2\pi \times 3.5$ সে.মি. $= 21.9912$ সে.মি.
$= 22$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

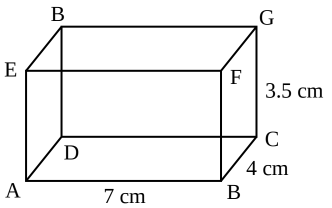
গ 'খ' নং হতে, $r = 3.5$ সে.মি.

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r.2r$ বর্গ সে.মি.
$= 4\pi r^2$ বর্গ সে.মি.
$= 153.9384$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + 2r)$ বর্গ একক
$= 6\pi r^2$ বর্গ সে.মি.
$= 230.9076$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2.2r$ ঘন একক $= 2\pi r^3$ ঘন একক
$= 3.1416 \times (3.5)^3 \times 2$ ঘন সে.মি.
$= 269.3922$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶৯১



[পঞ্চগড় বি.পি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, পঞ্চগড় প্রশ্ন নং ৫]

ক. প্রদত্ত চিত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রতি বর্গ সে.মি. 15.54 টাকা হিসেবে চিত্রের বাইরের পৃষ্ঠে রং করতে কত খরচ হবে? ৪

গ. প্রদত্ত চিত্রের প্রত্যেক তলের পুরুত্ব 0.5 সে.মি. হলে ইহাকে গলিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে গোলকের ব্যাসার্ধ কত হবে? ৪

৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত চিত্রে একটি আয়তাকার ঘনবস্তু দেখানো হয়েছে,
যার দৈর্ঘ্য, $a = 7$ cm
প্রস্থ, $b = 4$ cm
এবং উচ্চতা, $c = 3.5$ cm

$\therefore$ ঘনবস্তুটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{7^2 + 4^2 + 3.5^2}$
$= 8.789$ cm (প্রায়) **(Ans.)**

খ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$
$= 2(7 \times 4 + 4 \times 3.5 + 3.5 \times 7)$
$= 133$ বর্গ সে.মি.

প্রতি বর্গ সে.মি. রং করতে খরচ 15.54 টাকা

$\therefore$ ঘনবস্তুটির বাইরের পৃষ্ঠে রং করতে মোট খরচ $= 15.54 \times 133$
$= 2066.82$ টাকা **(Ans.)**

গ চিত্রের আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= abc = 7 \times 4 \times 3.5$
$= 98$ ঘন সে.মি.

প্রত্যেক তলের পুরুত্ব, $x = 0.5$ cm

ঘনবস্তুটির ভেতরের আয়তন
$= (7 - 2 \times 0.5)(4 - 2 \times 0.5) \times (3.5 - 2 \times 0.5)$
$= 45$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ গোলকটির আয়তন হবে $= (98 - 45) = 53$ ঘন সে.মি.

ধরি, ঘনবস্তুটিকে গলিয়ে নিরেট গোলক তৈরি করা হলে তার ব্যাসার্ধ হবে r সে.মি.

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $\frac{4\pi}{3}r^3 = 53$ বা, $r^3 = 12.65$ বা, $r = 2.33$

$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ হবে 2.33 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯২ একটি ঘনকাকৃতি কাঠামোর উপর দুই চালবিশিষ্ট একটি গুদামঘর তৈরি করা হলো এবং 44 মি. পরিধিবিশিষ্ট একটি গোলক ঘনকটির ভিতর ঠিকভাবে এঁটে যায়। চালের প্রতিটি অংশের প্রস্থ 16 মি.।

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৬]

ক. 15 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ক্যাপসুলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ঘনকটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. গুদাম ঘরটির আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৩ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৩০১

খ দেওয়া আছে, গোলকটির পরিধি 44 মি.

ধরি, গোলকটির ব্যাসার্ধ r মিটার

শর্তমতে, $2\pi r = 44$

বা, $r = \frac{44}{2\pi} = \frac{44}{2 \times 3.1416} = 7$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 7^3$ ঘন মিটার
$= 1436.7584$ ঘন মিটার

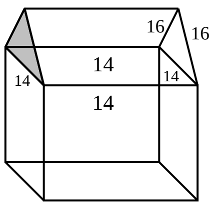
যেহেতু গোলকটি ঘনকের ভিতর ঠিকভাবে এঁটে যায়।

সুতরাং, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2 \times$ গোলকের ব্যাসার্ধ
$= 2 \times 7$ মিটার $= 14$ মিটার

$\therefore$ ঘনকটির আয়তন $= 14^3$ ঘন মিটার $= 2744$ ঘন মিটার

$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন $= (2744 - 1436.7584)$ ঘন সে.মি.
$= 1307.24$ ঘন মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই,



ঘনকটির বাহুর দৈর্ঘ্য $= 14$ মিটার
এবং ঘনকটির আয়তন $= 2744$ ঘন মি.
গুদামঘরটির উপরের অংশটি একটি ত্রিভুজাকার প্রিজম যার উচ্চতা, $h = 14$ মি.
ভূমির এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = 14$ মিটার
এবং অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য, $a = 16$ মিটার

$\therefore$ প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক
$= \frac{14}{4}\sqrt{4 \times 16^2 - 14^2} = 21\sqrt{23}$ বর্গ মিটার

$\therefore$ প্রিজম অর্থাৎ উপরের অংশের আয়তন $=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= 21\sqrt{23} \times 14$
$= 1409.97$ ঘন মিটার

$\therefore$ গুদামঘরটির আয়তন
$=$ ঘনকের আয়তন $+$ উপরের অংশের আয়তন
$= 2744 + 1409.97 = 4153.97$ ঘন মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯৩ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5, 4 ও 3 সে.মি.। *[বেপজা পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম • প্রশ্ন নং ৬]*

ক. ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. তিনটি নিরেট ধাতব গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে আয়াতকার ঘনবস্তুটির ধারগুলোর দৈর্ঘ্যের সমান। গোলক তিনটিকে গলিয়ে একটি নিরেট নতুন গোলকে পরিণত করা হলো। এর ব্যাসার্ধ এবং সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ঘনবস্তুটির বৃহত্তম তলটিকে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৯৪ 6 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 8 সে.মি.।

[বান্দরবান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বান্দরবান • প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি লোহার ফাঁপা গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং বেধ 2 সে.মি. এর ফাঁপা অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. ষড়ভূজটির বাহুর দৈর্ঘ্য যদি একটি সুষম চতুস্তলকের ধারের দৈর্ঘ্য হয় তবে চতুস্তলকটির আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৯৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ফাঁপা গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং পুরুত্ব 2 সে.মি.

∴ বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

∴ ভেতরের ব্যাসার্ধ, $r = (6.5 - 2) = 4.5$ সে.মি.

∴ ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4.5)^3 = 381.70$ ঘন সে.মি.

খ দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুষম ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$= n \times \frac{a^2}{4}\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ বর্গ একক [যেখানে, a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

∴ পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{6^2}{4}\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)$ বর্গ সে.মি. [∵ n = 6]

$= 6 \times 9 \times \cot 30^\circ$ বর্গ সে.মি.

$= 93.531$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

পিরামিডটির ভূমির পরিসীমা = (6×6) সে.মি. [∵ বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 সে.মি.]

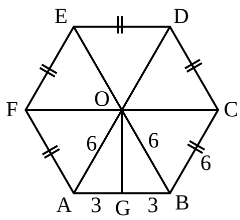
= 36 সে.মি.

আমরা জানি,

সুষম ষড়ভুজের কেন্দ্র হতে যে কোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব = বাহুর দৈর্ঘ্য

∴ OA = 6 সে.মি.

এবং $AG = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.



এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে

$r^2 = OG^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক $= \sqrt{8^2 + 27}$ সে.মি. $= 9.54$ সে.মি. (প্রায়)

আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$(ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

$= \{93.531 + \frac{1}{2}(36 \times 9.54)\}$ বর্গ সে.মি.

$= (93.531 + 171.72)$ বর্গ সে.মি.

$= 265.25$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

এবং পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3}$(ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা) ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 93.531 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 249.42$ ঘন সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য = 6 সে.মি.

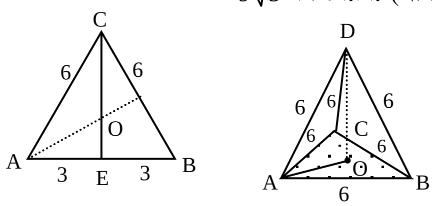
আমরা জানি, সুষম চতুস্তলক এক ধরনের পিরামিড যা চারটি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা গঠিত।

∴ চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল = সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$ বর্গ একক [a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$ বর্গ সে.মি.

$= 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)



চতুস্তলকের ত্রিভুজাকৃতি ভূমির মধ্যমা

$CE^2 = 6^2 - 3^2 = 27$ সে.মি.

∴ $CE = \sqrt{27}$ সে.মি.

আবার, ত্রিভুজাকৃতি ভূমির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ OC = OA = OB

$= \frac{2}{3} \times CE$

[যেহেতু মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2 : 1 অনুপাতে ছেদ করে]

∴ $OA = \frac{2}{3}\sqrt{27}$ সে.মি. $= \frac{2}{3}\sqrt{3^2.3}$ সে.মি.

$= \frac{2}{3} . 3\sqrt{3}$ সে.মি. $= 2\sqrt{3}$ সে.মি.

চতুস্তলকের শীর্ষ D থেকে ভূমি ΔABC এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য DO = H হলে,

$H = \sqrt{AD^2 - OA^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{36 - 12} = \sqrt{24}$ সে.মি.

∴ চতুস্তলকের আয়তন = $\frac{1}{3}$(ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা)

$= \frac{1}{3}(9\sqrt{3} \times \sqrt{24})$ ঘন সে.মি.

$= 25.456$ ঘন সে.মি.

প্রশ্ন ▶ ৯৫ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকাকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 10 মিটার এবং ভূমির ব্যাস 60 মিটার।

[রাঙ্গামাটি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রাঙ্গামাটি • প্রশ্ন নং ৬]

ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে? তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 130 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে? ৪

৯৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

তাঁবুর উচ্চতা, $h = 10$ মিটার

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{60}{2} = 30$ মি.

$\therefore$ তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{10^2 + 30^2}$

$= 10\sqrt{10}$ মি.

$= 31.622$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।

$\therefore$ তাবুটির তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= \pi(30)^2$ বর্গ মিটার

$= 900\pi$ বর্গ মিটার

$= 2827.43$ বর্গ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ তাবুটি স্থাপন করতে 2827.43 বর্গ মি. জায়গা প্রয়োজন।

আবার,

তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ = তাঁবুটির আয়তন

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3}\pi(30)^2 \times 10$ ঘন মি.

$= 3000\pi$ ঘন মি.

$= 9424.78$ ঘন মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ আমরা জানি,

তাবুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l$ বর্গ একক

$= \pi(30) \times 10\sqrt{10}$ বর্গ মি.

$= 2980.38$ বর্গ মি. (প্রায়)

প্রতি বর্গ মি. ক্যানভাসের মূল্য 130 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ খরচ

হবে $= (2980.38 \times 130)$ টাকা $= 387449.4$ টাকা (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৬ একটি নিরেট ধাতব সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি., ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। উক্ত কোণককে গলিয়ে 6 সে.মি. ব্যাসের কয়েকটি নিরেট গোলক প্রস্তুত করা হলো। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩*

[খাগড়াছড়ি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, খাগড়াছড়ি প্রশ্ন নং ৫]

ক. প্রতিটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. কয়টি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে নির্ণয় কর। ৪

৯৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস = 6 সে.মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $R = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

$\therefore$ গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$ বর্গ একক

$= 4 \times 3.1416 \times 3^2$ বর্গ সে.মি.

$= 113.0976$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{100}$ সে.মি. $= 10$ সে.মি.

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6(10 + 6)$ বর্গ সে.মি.

$= 301.5936$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 96\pi$ ঘন সে.মি.

নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘন একক

$= \frac{4}{3}\pi \times 3^3$ ঘন সে.মি.

$= 36\pi$ ঘন সে.মি.

মনে করি, n সংখ্যক গোলক বানানো যাবে।

প্রশ্নমতে, $n \times 36\pi = 93\pi$

$\therefore m = 2.58$

কিন্তু গোলকের সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না।

$\therefore n = 2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৭ $A(3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(6, -1)$, $D(k, 3)$ চারটি বিন্দু ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩*

[শাহজালাল জামেয়া ইসলামিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট প্রশ্ন নং ৬]

ক. AB রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ΔABC এর ক্ষেত্রফলের তিনগুণ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চতুর্ভুজটির বৃহত্তম বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতম বাহুকে ভূমির পরিধি ধরে একটি পাইপ তৈরি করা হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক AB রেখার ঢাল, $m = \frac{2 - 4}{-4 - 3} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে $A(3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(6, -1)$ এবং $D(k, 3)$ এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র

ABCD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & k & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{6 + 4 + 18 + 4k - (-16) - 12 - (-k) - 9\}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 18 + 4k + 16 - 12 + k - 9)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(23 + 5k)$ বর্গ একক

আবার, A, B ও C বিন্দুকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে

ত্রিভুজক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\{6 + 4 + 24 - (-16) - 12 - (-3)\}$

$= \frac{1}{2}(6 + 4 + 24 + 16 - 12 + 3)$

$= \frac{1}{2}(53 - 12) = \frac{41}{2}$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= 3 \times$ ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{1}{2}(23 + 5k) = 3 \times \frac{41}{2}$ বা, $23 + 5k = 123$

বা, $5k = 123 - 23$ বা, $5k = 100 \therefore k = 20$ **(Ans.)**

গ AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-3)^2 + (2-4)^2}$ একক

$= \sqrt{53}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(6+4)^2 + (-1-2)^2}$ একক $= \sqrt{109}$ একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(k-6)^2 + (3+1)^2}$ একক

$= \sqrt{(20-6)^2 + 4^2}$ একক ['খ' নং হতে]

$= \sqrt{212}$ একক

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(k-3)^2 + (3-4)^2}$ একক

$= \sqrt{(20-3)^2 + 1}$ একক ['খ' নং হতে]

$= \sqrt{290}$ একক

এখানে বৃহত্তম বাহু $= \sqrt{290}$ একক এবং ক্ষুদ্রতম বাহু $= \sqrt{53}$ একক

প্রশ্নমতে, পাইপের দৈর্ঘ্য, $h = \sqrt{290}$ একক

পাইপের ভূমির পরিধি, $2\pi r = \sqrt{53}$ একক বা, $r = 1.16$ একক

$\therefore$ পাইপের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r\,(r + h)$ বর্গ একক

$= \sqrt{53}\,(1.16 + \sqrt{290})$ বর্গ একক

$= 132.42$ বর্গ এক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৮ $\left(-\frac{3}{2}, 5\right)$ বিন্দুগামী একটি সরলরেখার ঢাল $-\frac{2}{3}$ এবং রেখাটি x-অক্ষ ও y-অক্ষ যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [হবিগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, হবিগঞ্জ ▯ প্রশ্ন নং ৫]

ক. PQ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. PQ রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয়পূর্বক ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. OPQ ত্রিভুজটিকে y-অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৯৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ঢাল, $m = -\frac{2}{3}$

নির্দিষ্ট বিন্দু, $(x_1, y_1) \equiv \left(-\frac{3}{2}, 5\right)$

$\therefore$ PQ রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}\left\{x - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}$

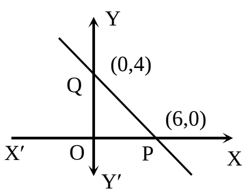
বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)$

বা, $y - 5 = -\frac{2}{3}x - 1$

বা, $y = -\frac{2}{3}x - 1 + 5$

$\therefore$ $y = -\frac{2}{3}x + 4$ **(Ans.)**

খ রেখাটি x ও y অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে পাই,



P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6, 0) [x অক্ষে y = 0 বসিয়ে পাই, x = 6]

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4) [y অক্ষে x = 0 বসিয়ে পাই, y = 4]

ধরি, মূলবিন্দু O(0, 0)

ΔOPQ-এ

OP বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \sqrt{(6-0)^2 + (0-0)^2} = 6$

OQ বাহুর দৈর্ঘ্য, $b = \sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2} = 4$

PQ বাহুর দৈর্ঘ্য, $c = \sqrt{(6-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{6^2 + 4^2}$

$= \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$

ΔOPQ একটি সমকোণী ত্রিভুজ [যেহেতু অক্ষদ্বয় পরস্পর লম্ব]

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times OP \times OQ$ বর্গ একক $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\,6 \times 4$ বর্গ একক $= 12$ বর্গ একক

গ OPQ ত্রিভুজটিকে y অক্ষের সাপেক্ষে চতুর্দিকে একবার ঘোরালে OP = 6 একক ব্যাসার্ধ এবং OQ = 4 একক উচ্চতা বিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক

সুতরাং r = 6 একক, h = 4 একক

কোণকের তির্যক বাহুর উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{4^2 + 6^2}$ একক $= 2\sqrt{13}$ একক

$\therefore$ কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6 \times (2\sqrt{13} + 6)$ বর্গ একক

$= 249.02$ বর্গ একক (প্রায়)

এবং কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 4$ ঘন একক

$= 150.8$ ঘন একক (প্রায়)

$\therefore$ এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মানের পার্থক্য $= (249.02 - 150.8) = 98.22$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৯ A(– 1, 3) এবং B(5, 15) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা x-অক্ষ এবং y-অক্ষকে যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১৩ [দি বাডস্ রেসিডেনসিয়্যাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, শ্রীমঙ্গল, মৌলভীবাজার ▯ প্রশ্ন নং ৪]

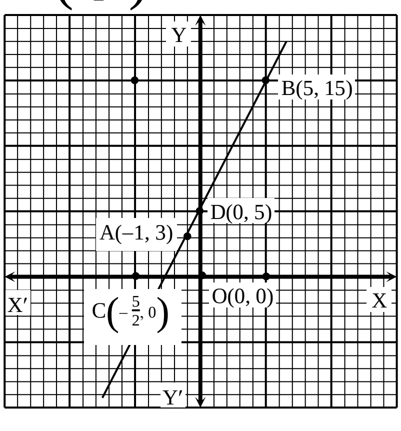
ক. ছক কাগজের চিত্র এঁকে C ও D বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২

খ. CD রেখার সমীকরণ এবং ΔCOD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. কোণক আকারের একটি তাবুর উচ্চতা BD এর দৈর্ঘ্যের সমান (মিটারে) তাবুটি দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে প্রয়োজনীয় ক্যানভাসের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

৯৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে A(– 1, 3) এবং B(5, 15) বিন্দুদ্বয় স্থাপন করি। তারা x-অক্ষ ও y-অক্ষকে যথাক্রমে $C\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ ও D(0, 5) বিন্দুতে ছেদ করে।



$\therefore$ C এর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

D ,, ,, $(0, 5)$ **(Ans.)**

খ 'ক' নং হতে,

C এর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

D এর স্থানাঙ্ক $(0, 5)$

$\therefore$ CD রেখার সমীকরণ : $\dfrac{x + \frac{5}{2}}{-\frac{5}{2} - 0} = \dfrac{y - 0}{0 - 5}$

বা, $\dfrac{\frac{2x + 5}{2}}{-\frac{5}{2}} = \dfrac{y}{-5}$ বা, $2x + 5 = y$ বা, $2x - y + 5 = 0$ **(Ans.)**

ΔCOD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -\frac{5}{2} & 0 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}\left(0 + 0 + 0 - 0 - 0 + \frac{25}{2}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{2}$ বর্গ একক $= \frac{25}{4}$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ BD রেখার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(0 - 5)^2 + (5 - 15)^2}$ একক

$= \sqrt{25 + 100}$ একক $= \sqrt{125}$ একক

$\therefore$ তাবুর উচ্চতা, $h = \sqrt{125}$ একক

জমির ক্ষেত্রফল $= 2000$ বর্গ মি.

ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ $= r$ মি.

$\therefore \pi r^2 = 2000$

বা, $r^2 = \frac{2000}{\pi}$

$\therefore r = 25.23$ মি.

কোণকের হেলানো তলের দৈর্ঘ্য, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{(25.23)^2 + (\sqrt{125})^2}$ মিটার

$= 27.6$ মি.

$\therefore$ তাবুর ক্যানভাসের পরিমাণ $= \pi rl$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 25.23 \times 27.6$ বর্গমি.

$= 2187.65$ বর্গ মিটার. (প্রায়) **(Ans.)**