

অধ্যায়-৫: সমীকরণ

প্রশ্ন ▶ ১ $ax^2 + bx + c = 0$ (i)

$5 - 8x - x^2 = 0$ (ii)

দুটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

[দি. বো. ১৭]

ক. $5^{y+2} = 625$ হলে y এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

৪

গ. (ii) নং সমীকরণকে সমাধান করে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $5^{y+2} = 625$

বা, $5^{y+2} = 5^4$

বা, $y + 2 = 4$ [∵ $a^x = a^y$ হলে $x = y$]

বা, $y = 4 - 2$

∴ $y = 2$ (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.১ এর অনুচ্ছেদ-৫.১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৯

গ. প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকরণ,

$5 - 8x - x^2 = 0$

বা, $-(x^2 + 8x - 5) = 0$

∴ $x^2 + 8x - 5 = 0$

সমীকরণটিকে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ $ax^2 + bx + c = 0$ এর

সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1$, $b = 8$ এবং $c = -5$

আমরা জানি, আদর্শ দ্বিঘাত সমীকরণের মূল,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 20}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{84}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$= -4 \pm \sqrt{21}$$

$$\therefore x = -4 + \sqrt{21}, -4 - \sqrt{21}$$

∴ মূলদ্বয় বাস্‌ড্র, অসমান এবং অমূলদ। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২ $\frac{2x}{x-1} = p$ এবং $x \neq 0$, $x \neq 1$

[ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ময়মনসিংহ]

ক. $p = 3$ হলে x এর মান কত?

২

খ. $\left\{ \frac{2(p+x)}{p} \right\}^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{2x}{p} \right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $6\sqrt{p} + 5\sqrt{\frac{1}{p}} = 13$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রশ্নমতে, $p = 3$

বা, $\frac{2x}{x-1} = 3$ [দেওয়া আছে]

বা, $2x = 3x - 3$

∴ $x = 3$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে $\left\{ \frac{2(p+x)}{p} \right\}^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{2x}{p} \right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $\left\{ 2 \left(1 + \frac{x}{p} \right) \right\}^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{2x}{p} \right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $\left\{ 2 \left(1 + \frac{x}{2x} \right) \right\}^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{2x}{x-1} \right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $\left(2 \times \frac{2+x-1}{2} \right)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

∴ $(1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪

গ. দেওয়া আছে, $6\sqrt{p} + \frac{5}{\sqrt{p}} = 13$

বা, $\frac{6p+5}{\sqrt{p}} = 13$

বা, $6p+5 = 13\sqrt{p}$

বা, $(6p+5)^2 = (13\sqrt{p})^2$ [বর্গ করে]

বা, $36p^2 + 2 \cdot 6p \cdot 5 + 5^2 = 169p$

বা, $36p^2 + 60p + 25 = 169p$

বা, $36p^2 - 169p + 60p + 25 = 0$

বা, $36p^2 - 109p + 25 = 0$

বা, $36p^2 - 9p - 100p + 25 = 0$

বা, $9p(4p-1) - 25(4p-1) = 0$

বা, $(4p-1)(9p-25) = 0$

হয়, $4p-1 = 0$

বা, $4p = 1$

বা, $p = \frac{1}{4}$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{1}{4}$

বা, $8x = x-1$

বা, $8x - x = -1$

বা, $7x = -1$

∴ $x = -\frac{1}{7}$

∴ নির্ণেয় মান $-\frac{1}{7}$ অথবা $\frac{25}{7}$

অথবা, $9p-25 = 0$

বা, $9p = 25$

বা, $p = \frac{25}{9}$

বা, $\frac{2x}{x-1} = \frac{25}{9}$

বা, $25x - 25 = 18x$

বা, $25x - 18x = 25$

বা, $7x = 25$

∴ $x = \frac{25}{7}$

প্রশ্ন ▶ ৩ নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর:

$3xy^2 - x + 2y^2 + 1 = 0$, $y > 0$ এবং $(1+3x)^{\frac{1}{3}} + (1-3x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]

ক. দুই চলকের ক্ষেত্রে সূচকীয় সমীকরণ ও দ্বিঘাত সমীকরণের একটি করে উদাহরণ দাও।

২

খ. উদ্দীপকের ২য় সমীকরণটি সমাধান কর।

৪

গ. $y + \frac{12}{y} = 8$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সূচকীয় সমীকরণ : $3^x = 9^y$

দ্বিঘাত সমীকরণ : $x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$

খ. দেওয়া আছে, $(1+3x)^{\frac{1}{3}} + (1-3x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots$ (i)

বা, $1 + 3x + 1 - 3x + 3(1+3x)^{\frac{1}{3}}(1-3x)^{\frac{1}{3}}$

$\{(1+3x)^{\frac{1}{3}} + (1-3x)^{\frac{1}{3}}\} = 2$ [ঘন করে]

বা, $2 + 3\{(1+3x)(1-3x)\}^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2$ [(i) নং দ্বারা]

বা, $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \{(1+3x)(1-3x)\}^{\frac{1}{3}} = 0$

বা, $\{(1+3x)(1-3x)\}^{\frac{1}{3}} = 0$

বা, $(1+3x)(1-3x) = 0$ [আবার ঘন করে]

বা, $1 - 9x^2 = 0$

বা, $9x^2 = 1$

বা, $x^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore x = \pm \frac{1}{3}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = \pm \frac{1}{3}$

গ দেওয়া আছে, $y + \frac{12}{y} = 8$

বা, $y^2 + 12 = 8y$

বা, $y^2 - 8y + 12 = 0$

বা, $y^2 - 6y - 2y + 12 = 0$

বা, $(y - 6)(y - 2) = 0$

$\therefore y = 2$ অথবা $y = 6$

$y = 2$ হলে প্রদত্ত সমীকরণ হতে পাই,

$3x \cdot 2^2 - x + 2 \cdot 2^2 + 1 = 0$

বা, $12x - x + 8 + 1 = 0$

বা, $11x = -9$

$\therefore x = -\frac{9}{11}$

আবার, $y = 6$ হলে পাই,

$3x \cdot 6^2 - x + 2 \cdot 6^2 + 1 = 0$

বা, $108x - x + 72 + 1 = 0$

বা, $107x = -73$

$\therefore x = \frac{-73}{107}$

\therefore নির্ণেয় x এর মান $-\frac{9}{11}$ অথবা $-\frac{73}{107}$

প্রশ্ন 8 $f(x) = ax^2 + bx + c$ [ফেনী গার্লস ক্যাডেট কলেজ, ফেনী]

ক. $f(x) = 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a = 1, b = -6, c = 13$ হলে $\sqrt{f(x)+2} - \sqrt{f(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$ সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর: $f(x) = 0$ যখন $a = 1, b = c = 4$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = ax^2 + bx + c \dots \dots \dots$ (i)

প্রশ্নমতে, $f(x) = 0$

$\therefore ax^2 + bx + c = 0$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.১ এর অনুচ্ছেদ-৫.১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৯

খ $a = 1, b = -6, c = 13$ হলে,

(i) নং হতে পাই, $f(x) = 1 \cdot x^2 + (-6)x + 13 = x^2 - 6x + 13$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{f(x)+2} - \sqrt{f(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

বা, $\sqrt{x^2 - 6x + 13 + 2} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

$\therefore \sqrt{x^2 - 6x + 15} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ ৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৩

গ $a = 1$ এবং $b = c = 4$ হলে $f(x) = 1 \cdot x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$

প্রশ্নমতে, $f(x) = 0$

$\therefore x^2 + 4x + 4 = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

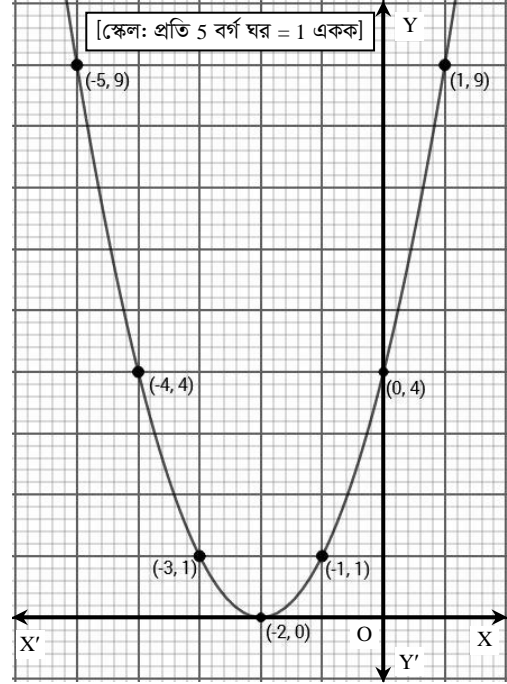
মনে করি, $y = x^2 + 4x + 4 \dots \dots \dots$ (iii)

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	0	1	-1	-2	-5	-3	-4
y	4	9	1	0	9	1	4

উপরের সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে (ii) নং এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।

লেখচিত্রে দেখা যায় যে, ইহা x -অক্ষকে $(-2, 0)$ বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু (i) নং এর সমাধান হবে $x = -2, x = -2$



প্রশ্ন ৫ $p = \frac{2x}{x-1}, f(x, y) = 2x^2 + 3xy + y^2$ এবং $g(x, y) = 5x^2 + 4y^2$

[বিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, বিনাইদহ]

ক. $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. $6\sqrt{p} + 5\sqrt{\frac{1}{p}} = 13$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমাধান কর : $f(x, y) = 20$ এবং $g(x, y) = 41$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1, b = -2$ এবং $c = -2$

\therefore নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$
 $= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$
 $= 4 + 8 = 12 > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়।

\therefore প্রদত্ত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

(Ans.)

খ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

গ $2x^2 + 3xy + y^2 = 20 \dots \dots \dots$ (i)

$5x^2 + 4y^2 = 41 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 = 100x^2 + 80y^2$

বা, $82x^2 + 123xy + 41y^2 - 100x^2 - 80y^2 = 0$

বা, $-18x^2 + 123xy - 39y^2 = 0$

বা, $18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$

বা, $6x^2 - 39xy - 2xy + 13y^2 = 0$

বা, $3x(2x - 13y) - y(2x - 13y) = 0$

বা, $(2x - 13y)(3x - y) = 0$

$\therefore 2x - 13y = 0$

অথবা, $3x - y = 0$

$\therefore y = \frac{2x}{13} \dots \dots \dots$ (iii)

$\therefore y = 3x \dots \dots \dots$ (iv)

(i) নং এ $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই, $2x^2 + 3x \cdot \frac{2x}{13} + \left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 20$

বা, $2x^2 + \frac{6x^2}{13} + \frac{4x^2}{169} = 20$

বা, $\frac{338x^2 + 78x^2 + 4x^2}{169} = 20$

বা, $338x^2 + 78x^2 + 4x^2 = 169 \times 20$

বা, $420x^2 = 169 \times 20$

বা, $x^2 = \frac{169 \times 20}{420}$

বা, $x^2 = \frac{169}{21}$

$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{169}{21}} = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$

(iii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = \frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{13}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$

যখন $x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$ তখন $y = \frac{2}{13} \cdot \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

আবার (i) নং এ $y = 3x$ বসিয়ে পাই,

$2x^2 + 3x \cdot 3x + (3x)^2 = 20$

বা, $2x^2 + 9x^2 + 9x^2 = 20$

বা, $20x^2 = 20$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

(iv) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন $x = 1$ তখন $y = 3 \cdot 1 = 3$

যখন $x = -1$ তখন $y = 3(-1) = -3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান:

$(x, y) = \left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(-\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}}\right), (1, 3), (-1, -3)$

প্রশ্ন ৬ $y = f(x) = x^2 - 2x - 1$ এবং একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার যার অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]

ক. $x^y = y^x$, $x = 2y$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. $y = f(x) = 0$ হলে, লেখচিত্রের সাহায্যে এর সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৬ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৪

খ ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মি.

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ y মি.

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মি.

\therefore অর্ধপরিসীমা $= (x + y)$ মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

শর্তমতে, $xy = 300$ (i)

এবং $(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$ (ii)

বা, $x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $(x + y - 10)^2 = x^2 + y^2$

বা, $x^2 + y^2 + 100 + 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2$

বা, $20x + 20y = 100 + 2 \times 300 = 700$ [(i) নং হতে]

বা, $x + y = 35$

বা, $x + \frac{300}{x} = 35$ [(i) হতে, $y = \frac{300}{x}$]

বা, $x^2 + 300 = 35x$

বা, $x^2 - 35x + 300 = 0$

বা, $x^2 - 20x - 15x + 300 = 0$

বা, $x(x - 20) - 15(x - 20) = 0$

বা, $(x - 20)(x - 15) = 0$

$\therefore x = 20$ বা, $x = 15$

$x = 20$ হলে (i) নং হতে পাই, $y = 15$ মি.

$x = 15$ হলে (i) নং হতে পাই, $y = 20$ মি. কিন্তু ইহা গ্রহণযোগ্য নয়।

কারণ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা ছোট হতে পারে না।

\therefore দৈর্ঘ্য 20 মি. ও প্রস্থ 15 মি. (Ans.)

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৭ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

প্রশ্ন ৭ $F(x) = ax^2 + bx + c$ এবং $G(x) = x^2 - 6x + 13$ দুটি ফাংশন।

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা]

ক. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $F(x) = 0$ হলে, সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. $\sqrt{G(x)+2} - \sqrt{G(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$ হলে, সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7} \left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} \right]$

বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7 \left[\because \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \right]$

বা, $3x = 7$

$\therefore x = \frac{7}{3}$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.১ এর অনুচ্ছেদ-৫.১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৯

গ দেওয়া আছে, $G(x) = x^2 - 6x + 13$

এখন, $\sqrt{G(x)+2} - \sqrt{G(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

বা, $\sqrt{x^2 - 6x + 13 + 2} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

বা, $\sqrt{x^2 - 6x + 15} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

অতঃপর, পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-

৯৩

প্রশ্ন ৮ $P = (1 + x)^{\frac{1}{3}} + (1 - x)^{\frac{1}{3}}$ এবং $Q = ax^2 + bx + c$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

[সাতার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা]

ক. দ্বিঘাত সমীকরণ কাকে বলে? ২

খ. $Q = 0$ হলে দেখাও যে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ৪

গ. $P = 2^{\frac{1}{3}}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ আকারের সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৫.১ এর অনুচ্ছেদ-৫.১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৮৯

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৯৪

প্রশ্ন ৯ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গ মিটার এবং এর অর্ধ-পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

[জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর]

ক. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে যথাক্রমে x ও y ধরে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কোনো বর্গের পরিসীমার সমান হলে, বর্গটির ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার
 \therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার এবং কর্ণ = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

খ. সৃজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৭

গ. 'খ' থেকে পাই,
 আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $x = 20$ মি. ও প্রস্থ, $y = 15$ মি.
 \therefore কর্ণদ্বয়ের মোট দৈর্ঘ্য = $2\sqrt{x^2 + y^2}$
 $= 2\sqrt{(20)^2 + (15)^2}$
 $= 50$ মি.

প্রশ্নমতে, বর্গের পরিসীমা = 50 মি.
 \therefore বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{50}{4} = 12.5$ মি.

\therefore বর্গের ক্ষেত্রফল = $a^2 = (12.5)^2 = 156.25$ বর্গমি. (Ans.)
 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a = \sqrt{2} \times 12.5 = 17.68$ মি. (Ans.)

প্রশ্ন ১০ $x^2 + 4x = p$. [নেত্রকোণা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নেত্রকোণা]

ক. $p = -4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $p = 12$ হলে প্রাপ্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর। ৪
 গ. $\sqrt{p-4} + \sqrt{p-10} = 6$ হলে সমীকরণটি সমাধান কর এবং মূলগুলো দিয়ে শুদ্ধি পরীক্ষা কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + 4x = p$
 বা, $x^2 + 4x = -4$ [$p = -4$]
 বা, $x^2 + 4x + 4 = 0$
 বা, $x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 0$
 বা, $(x + 2)^2 = 0$
 বা, $(x + 2)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = -2, -2$ (Ans.)

খ. $x^2 + 4x = p$
 বা, $x^2 + 4x = 12$ [$p = 12$]
 $\therefore x^2 + 4x - 12 = 0$
 \therefore নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$
 $= (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)$
 $= 16 + 48$
 $= 64$ (Ans.)

যেহেতু নিশ্চায়ক = $64 = 8^2$, যা পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে। (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,

$x^2 + 4x = p$
 এখন, $\sqrt{p-4} + \sqrt{p-10} = 6$
 বা, $\sqrt{p-4} = 6 - \sqrt{p-10}$
 বা, $(\sqrt{p-4})^2 = (6 - \sqrt{p-10})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]
 বা, $p - 4 = 36 - 2 \cdot 6\sqrt{p-10} + p - 10$
 বা, $p - 4 - 36 - p + 10 = -12\sqrt{p-10}$
 বা, $-30 = -12\sqrt{p-10}$
 বা, $12\sqrt{p-10} = 30$
 বা, $2\sqrt{p-10} = 5$ [উভয় পক্ষকে 6 দ্বারা ভাগ করে]
 বা, $(2\sqrt{p-10})^2 = (5)^2$ [পুনরায় উভয় পক্ষকে বর্গ করে]
 বা, $4(p-10) = 25$

বা, $4p - 40 - 25 = 0$
 বা, $4p = 65$
 বা, $4(x^2 + 4x) = 65$ [p এর মান বসিয়ে]
 বা, $4x^2 + 16x - 65 = 0$
 বা, $4x^2 + 26x - 10x - 65 = 0$
 বা, $2x(2x + 13) - 5(2x + 13) = 0$
 বা, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$
 হয়, $(2x + 13) = 0$ অথবা, $2x - 5 = 0$
 $\therefore x = -\frac{13}{2}$ $\therefore x = \frac{5}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা: $x = -\frac{13}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = $\sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{13}{2}\right) - 4} +$
 $\sqrt{\left(-\frac{13}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{13}{2}\right) - 10}$
 $= \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 4} + \sqrt{\frac{169}{4} - 26 - 10}$
 $= \sqrt{\frac{169}{4} - 30} + \sqrt{\frac{169}{4} - 36}$
 $= \sqrt{\frac{169 - 120}{4}} + \sqrt{\frac{169 - 144}{4}}$
 $= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$
 $= \frac{7}{2} + \frac{5}{2}$
 $= 6 =$ ডানপক্ষ

আবার, $x = \frac{5}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = $\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 10}$
 $= \sqrt{\frac{25}{4} + 6} + \sqrt{\frac{25}{4}}$
 $= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$
 $= \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = 6 =$ ডানপক্ষ

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$

প্রশ্ন ১১	$x = A$
	$x^2 + x - 3 = B$
	$4 - A = C$
	$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = D$

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, রাজশাহী]

ক. "D" কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
 খ. $\frac{1}{A(B+C)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
 গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধানসহ মোচড় বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যখন $B = 0$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-২ এর "প্রথম প্রমাণ" দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৫১

খ. দেওয়া আছে, $A = x, B = x^2 + x - 3$
 $C = 4 - A = 4 - x$
 $\therefore B + C = x^2 + x - 3 + 4 - x = x^2 + 1$
 $\therefore \frac{1}{A(B+C)^2} = \frac{1}{x(x^2 + 1)^2}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-২ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৫৮

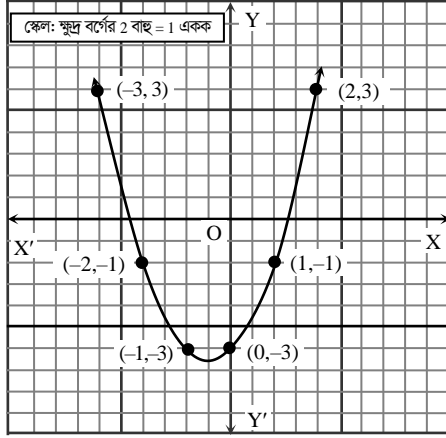
গ. দেওয়া আছে, $B = x^2 + x - 3$
 শর্তমতে, $B = 0$
 $\therefore x^2 + x - 3 = 0$

মনে করি, $y = x^2 + x - 3$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	0	1	2	-1	-2	-3
y	-3	-1	3	-3	-1	3

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে মোটামুটিভাবে (-2.3, 0) ও (1.3, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং (-0.5, -3.25) বিন্দুতে মোচড় নিয়েছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x = -2.3 (প্রায়), 1.3 (প্রায়) (Ans.) এবং মোচড় বিন্দু (-0.5, -3.25) (Ans.)

প্রশ্ন ১২ $f(x) = \frac{1}{x(x^2+1)^2}$, $g(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}}$ ।

[নবাব ফয়জুল্লাহ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা]

- ক. $f(3)$ এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ২
 খ. $f(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
 গ. $g(x) = 2^{\frac{1}{3}}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1}{x(x^2+1)^2}$
 $\therefore f(3) = \frac{1}{3(3^2+1)^2}$
 $= \frac{1}{3 \times 10^2} = \frac{1}{300} = 0.003$ (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-২ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৫৮

গ. দেওয়া আছে, $g(x) = (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}}$

শর্তমতে, $g(x) = 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $(1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪

প্রশ্ন ১৩ $6\sqrt{\frac{2x}{x-1}} + 5\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 13$ একটি সমীকরণ।

[কুমিল্লা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্লা]

- ক. $\frac{2x}{x-1} = p^2$ ধরে প্রাপ্ত সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান বের কর। ২
 খ. উদ্দীপকের সমীকরণ হতে x এ মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. 'খ' এ প্রাপ্ত x এর মান উদ্দীপকের সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে কিনা যাচাই কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{2x}{x-1} = p^2$

$\therefore 6\sqrt{\frac{2x}{x-1}} + 5\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 13$

বা, $6\sqrt{p^2} + 5\sqrt{\frac{1}{p^2}} = 13$

বা, $6p + \frac{5}{p} = 13$

বা, $6p^2 + 5 = 13p$

$\therefore 6p^2 - 13p + 5 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

(i) নং সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান = $(-13)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 5$
 $= 169 - 120 = 49$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $6\sqrt{\frac{2x}{x-1}} + 5\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 13$

ধরি, $\frac{2x}{x-1} = p$

$\therefore 6\sqrt{p} + 5\sqrt{\frac{1}{p}} = 13$

অতঃপর সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

গ. $x = \frac{25}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = $6\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{25}{7}}{\frac{25}{7} - 1}} + 5\sqrt{\frac{\frac{25}{7} - 1}{2 \cdot \frac{25}{7}}}$
 $= 6\sqrt{\frac{50}{18}} + 5\sqrt{\frac{18}{50}}$
 $= 6\sqrt{\frac{25}{9}} + 5\sqrt{\frac{9}{25}}$
 $= \frac{6 \cdot 5}{3} + \frac{5 \cdot 3}{5}$
 $= 10 + 3$
 $= 13 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x = \frac{25}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

$x = -\frac{1}{7}$ হলে, প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = $6\sqrt{\frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7} - 1}} + 5\sqrt{\frac{-\frac{1}{7} - 1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)}}$
 $= 6\sqrt{\frac{-\frac{2}{7}}{-\frac{8}{7}}} + 5\sqrt{\frac{-\frac{8}{7}}{-\frac{2}{7}}}$
 $= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4}$
 $= 6 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 2 = 3 + 10$
 $= 13 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x = -\frac{1}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ।

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

প্রশ্ন ১৪ $px^2 + qx + r = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে p, q ও r বাস্তব সংখ্যা এবং $p \neq 0$ ।

[ডাঃ খানসাজীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

- ক. দেখাও যে, $q=0$ হলে, সমীকরণটির মূল অবাস্তব, যেখানে $p>0, r>0$ । ২
 খ. দেখাও যে, দ্বিঘাত সমীকরণটির দুইটি মূল বিদ্যমান যাদের সমষ্টি $-\frac{q}{p}$ এবং গুণফল $\frac{r}{p}$ । ৪

গ. $p = -1, q = 3, r = -2$ হলে, দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ: $px^2 + qx + r = 0$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নিশ্চায়ক} &= q^2 - 4pr \\ &= 0 - 4pr \quad [q = 0] \\ &= -4pr \end{aligned}$$

যেহেতু $p > 0$ এবং $r > 0$ সেহেতু $-4pr < 0$

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় অবাস্তব। (দেখানো হলো)

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $px^2 + qx + r = 0$

বা, $p^2x^2 + pqx + pr = 0$ [উভয়পক্ষকে p দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } (px)^2 + 2.px \cdot \frac{q}{2} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{q}{2}\right)^2 + pr = 0$$

$$\text{বা, } \left(px + \frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{q^2}{4} - pr\right) = 0$$

$$\text{বা, } \left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2}{4} - pr$$

$$\text{বা, } \left(px + \frac{q}{2}\right)^2 = \frac{q^2 - 4pr}{4}$$

$$\text{বা, } px + \frac{q}{2} = \pm \sqrt{\frac{q^2 - 4pr}{4}}$$

$$\text{বা, } px = -\frac{q}{2} \pm \frac{\sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

$$\text{মনে করি, } \alpha = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \text{ এবং } \beta = \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \alpha + \beta &= \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} + \frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \\ &= \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr} - q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \\ &= \frac{-2q}{2p} = \frac{-q}{p} \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-q}{p}$$

আবার,

$$\begin{aligned} \alpha\beta &= \left(\frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}\right) \cdot \left(\frac{-q - \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}\right) \\ &= \frac{(-q + \sqrt{q^2 - 4pr})(-q - \sqrt{q^2 - 4pr})}{4p^2} \\ &= \frac{(-q)^2 - (\sqrt{q^2 - 4pr})^2}{4p^2} \\ &= \frac{q^2 - (q^2 - 4pr)}{4p^2} \\ &= \frac{q^2 - q^2 + 4pr}{4p^2} = \frac{4pr}{4p^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{r}{p}$$

\therefore দ্বিঘাত সমীকরণটির দুইটি মূল বিদ্যমান যাদের সমষ্টি $\frac{-q}{p}$ এবং গুণফল $\frac{r}{p}$ (দেখানো হলো)

গ $p = -1, q = 3, r = -2$ হলে প্রদত্ত সমীকরণ, $-x^2 + 3x - 2 = 0$ অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৭ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৭

প্রশ্ন ১৫ $f(x) = x^2 - 6x + 15, g(x) = x^2 - 6x + 13$ এবং $Q(x) = 2x$ [চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]

ক. $f(x) = 14$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$ হলে, সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

গ. $Q(x)$ এর বিপরীত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$f(x) = x^2 - 6x + 15$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x^2 - 6x + 15 = 14$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} \\ &= \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} \\ &= 3 \pm 2\sqrt{2} \\ \therefore \text{নির্ণেয় মান, } x &= 3 + 2\sqrt{2}, 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

খ $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 - 6x + 15} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৩

গ দেওয়া আছে, $Q(x) = 2x$

ধরি, $Q^{-1}(x) = a$

$$\therefore x = Q(a)$$

$$\text{বা, } x = 2a$$

$$\text{বা, } a = \frac{x}{2}$$

$$\therefore Q^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$

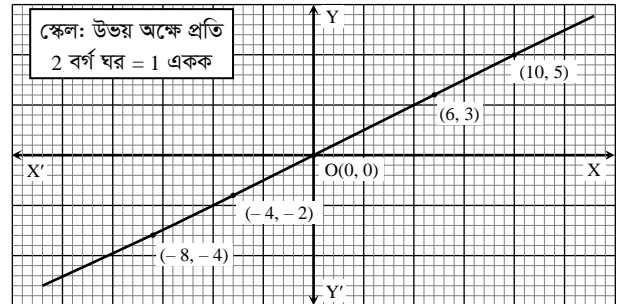
$$\text{মনে করি, } y = Q^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$

এখন, x এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য y এর কয়েকটি মান বের করে

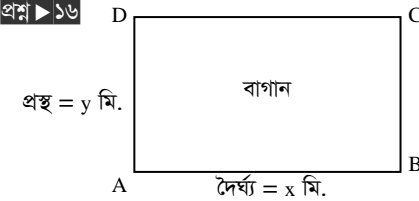
নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	-8	-4	0	6	10
y	-4	-2	0	3	5

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই ঘরকে 1 একক ধরে ছকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং যোগ করি। তাহলেই $Q(x)$ এর বিপরীত ফাংশন $Q^{-1}(x)$ এর লেখচিত্র পাওয়া যাবে।



প্রশ্ন ১৬



চিত্রে ABCD একটি আয়তাকার বাগান এবং $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$

[ব.-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. $x^2 - 2x - 2 = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. p এবং p এর গুণিতক বিপরীত সংখ্যার যোগফল $\frac{25}{12}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্পে বর্ণিত আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং কর্ণ 20 মিটার হলে ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গাকার বাগানের এক পাশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^2 - 2x - 2 = 0$
সমীকরণটিকে আদর্শরূপ দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,
 $a = 1, b = -2, c = -2$
এখন, $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1$
 $= 4 + 8 = 12$
এখানে, নিশ্চায়ক > 0 এবং পূর্ণবর্গ নয়।
 \therefore মূলদ্বয় অসমান, অমূলদ এবং বাস্তব হবে। (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ (i)

p এর গুণক বিপরীত রাশি $\frac{1}{p}$ ।

$$\therefore p + \frac{1}{p} = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } \frac{p^2 + 1}{p} = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } 12p^2 + 12 = 25p$$

$$\text{বা, } 12p^2 - 25p + 12 = 0$$

$$\text{বা, } p = \frac{25 \pm \sqrt{(25)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 12}}{2 \cdot 12}$$

$$\text{বা, } p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{24}$$

$$\text{বা, } p = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{24}$$

$$\text{বা, } p = \frac{25 + 7}{24}, \frac{25 - 7}{24}$$

$$\text{বা, } p = \frac{32}{24}, \frac{18}{24}$$

$$\therefore p = \frac{4}{3}, \frac{3}{4}$$

(i) নং সমীকরণে $p = \frac{4}{3}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{4}{3} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$$

$$\text{বা, } \frac{16}{9} = \frac{x}{x+16} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 9x = 16x + 256$$

$$\text{বা, } 9x - 16x = 256$$

$$\text{বা, } -7x = 256$$

$$\therefore x = -\frac{256}{7}$$

আবার (i) নং সমীকরণে $p = \frac{3}{4}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$$

$$\text{বা, } \frac{9}{16} = \frac{x}{x+16} \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 16x = 9x + 144$$

$$\text{বা, } 16x - 9x = 144$$

$$\text{বা, } 7x = 144$$

$$\therefore x = \frac{144}{7}$$

$$\therefore x = -\frac{256}{7} \text{ অথবা } \frac{144}{7} \quad (\text{Ans.})$$

গ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং প্রস্থ = y মিটার

\therefore আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

এবং বাগানের পরিসীমা = $2(x + y)$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $2(x + y) = 56$

$$\text{বা, } x + y = \frac{56}{2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x + y = 28 \quad \dots \dots \dots (i)$$

আমরা জানি, আয়তাকার বাগানের,

$$(\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2$$

$$\text{বা, } (20)^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 400 = x^2 + y^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 400 \quad \dots \dots \dots (ii)$$

আবার, আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$$\text{বা, } (28)^2 = 400 + 2xy$$

$$\text{বা, } 784 = 400 + 2xy$$

$$\text{বা, } 2xy = 784 - 400$$

$$\text{বা, } 2xy = 384$$

$$\text{বা, } xy = \frac{384}{2}$$

$$\therefore xy = 192 \quad \dots \dots \dots (iii)$$

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ মিটার

ধরি, বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার।

\therefore বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } x^2 = 192$$

$$\text{বা, } (x)^2 = (8\sqrt{3})^2$$

$$\therefore x = 8\sqrt{3}$$

অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার।

Ans. $8\sqrt{3}$ মিটার।

প্রশ্ন 19 নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর :

$$(i) \log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$$

$$(ii) \sqrt[3]{1+z} + \sqrt[3]{1-z} = \sqrt[3]{2} \quad (iii) 3x^2 - 5x = 3$$

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট]

ক. (i) নং সমীকরণ থেকে x এর মান নির্ণয় কর। 2

খ. (ii) নং সমীকরণ হতে দেখাও যে, $z = \pm 1$ 8

গ. (iii) নং সমীকরণটি লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর। 8

19 নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-৫ (ii) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯০।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৪।

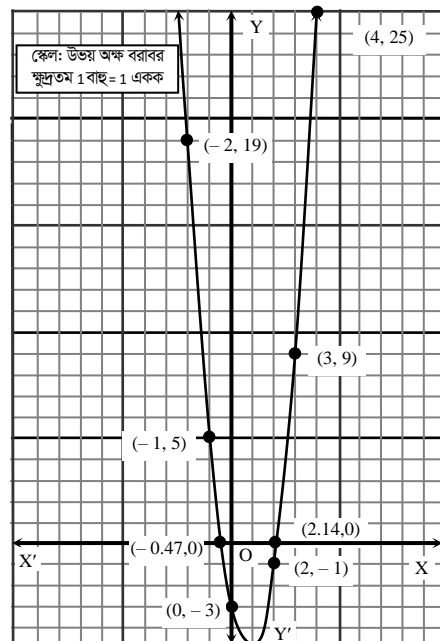
[বি.দ্র. x এর স্থলে z হবে।]

গ ধরি, $y = 3x^2 - 5x - 3$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

x	-2	-1	0	2	3	4
y	19	5	-3	-1	9	25

সারণি থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



সুতরাং দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অক্ষকে (2.14, 0) ও (-0.47, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

∴ নির্ণেয় সমাধান : $x = -0.47, 2.14$

প্রশ্ন ▶ ১৮ $p(x, y, z) = (x + y + z)(xy + yz + zx)$

এবং $Q = \sqrt[3]{1+y} + \sqrt[3]{1-y}$ [কদমতলা পূর্ব বাসাবো স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. 3.0403 কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. $Q = \sqrt[3]{2}$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p(x, y, z) = xyz$ হলে, দেখাও যে, $(x + y + z)^{-5} = x^{-5} + y^{-5} + z^{-5}$ ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3.0403 = \frac{30403 - 30}{9990} = \frac{30373}{9990} = 3 \frac{403}{9990}$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ- ৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৯৪

গ দেওয়া আছে, $p(x, y, z) = (x + y + z)(xy + yz + zx)$

বা, $xyz = x^2y + xy^2 + xyz + xyz + y^2z + yz^2 + zx^2 + xyz + z^2x$

বা, $x^2y + xy^2 + xyz + y^2z + z^2x + yz^2 + x^2z + xyz = 0$

বা, $xy(x + y) + yz(x + y) + z^2(x + y) + xz(x + y) = 0$

বা, $(x + y)(xy + yz + z^2 + xz) = 0$

বা, $(x + y)\{y(x + z) + z(z + x)\} = 0$

বা, $(x + y)(y + z)(z + x) = 0$

∴ $x + y = 0$ অথবা, $y + z = 0$ অথবা $z + x = 0$

∴ $x = -y$ ∴ $y = -z$ ∴ $z = -x$

এখন, $(x + y + z)^{-5} = (x - z + z)^{-5} = x^{-5}$ [□ $y = -z$]

আবার, $x^{-5} + y^{-5} + z^{-5} = x^{-5} + (-z)^{-5} + z^{-5}$ [□ $y = -z$]
 $= x^{-5} - z^{-5} + z^{-5}$
 $= x^{-5}$

∴ $(x + y + z)^{-5} = x^{-5} + y^{-5} + z^{-5}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১৯ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম এবং ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার। [মোহাম্মদপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. $(\sqrt[5]{4})^{4a+6} = (\sqrt[7]{16})^{2a+7}$ হলে a এর মান কত? ২

খ. পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তাকার পুকুরের চতুর্দিকে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করতে প্রতি বর্গমিটার 12.50 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে? ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(\sqrt[5]{4})^{4a+6} = (\sqrt[7]{16})^{2a+7}$

বা, $(4)^{\frac{4a+6}{5}} = (16)^{\frac{2a+7}{7}}$

বা, $4^{\frac{4a+6}{5}} = (4^2)^{\frac{2a+7}{7}}$

বা, $4^{\frac{4a+6}{5}} = 4^{\frac{4a+14}{7}}$

বা, $\frac{4a+6}{5} = \frac{4a+14}{7}$

বা, $28a + 42 = 20a + 70$

বা, $8a = 28$

বা, $a = \frac{28}{8}$

∴ $a = \frac{7}{2}$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৫.৫ এর উদাহরণ ২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০২

অতঃপর, x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2y = 30 + 10$

বা, $2y = 40$

∴ $y = 20$

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 30 মিটার এবং প্রস্থ = 20 মিটার। (Ans.)

গ রাস্তাঘাট পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(30 + 2 \times 3)$ মিটার = 36 মিটার

রাস্তাঘাট পুকুরের প্রস্থ = $(20 + 2 \times 3)$ মিটার = 26 মিটার

∴ রাস্তাঘাট পুকুরের ক্ষেত্রফল = (36×26) বর্গ মিটার
 $= 936$ বর্গ মিটার

∴ রাস্তাঘাটের ক্ষেত্রফল = $(936 - 600)$ বর্গ মিটার
 $= 336$ বর্গ মিটার।

∴ মোট খরচ = (336×12.5) টাকা = 4200 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২০ $x^2 + 4x = m$ [টিসী পাইলট স্কুল এন্ড গার্লস কলেজ, গাজীপুর]

ক. $m = -4$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $m = 5$ হলে, প্রাপ্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. $\sqrt{m-4} + \sqrt{m-10} = 6$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x^2 + 4x = m$

বা, $x^2 + 4x = -4$ [□ $m = -4$]

বা, $x^2 + 4x + 4 = 0$

বা, $(x + 2)^2 = 0$

বা, $x + 2 = 0$

∴ $x = -2$ (Ans.)

খ প্রশ্নমতে, $m = 5$

বা, $x^2 + 4x = 5$

∴ $x^2 + 4x - 5 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$

সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 1, b = 4$ এবং $c = -5$

∴ নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac = 4^2 - 4.1.(-5) = 16 + 20 = 36 > 0$

যেহেতু $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ। সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে। (Ans.)

গ সূজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৮

প্রশ্ন ▶ ২১ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি।

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার। [মীরপুর বাংলা উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]

ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে ২টি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

প্রস্থ = y মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক
 $= xy$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $xy = 600$ (i)

এবং $2y = x + 23$ (ii)

খ 'ক' হতে পাই, $xy = 600$ (i)

$2y = x + 23$ (ii)

(ii) নং থেকে পাই,

$y = \frac{x + 23}{2}$ (iii)

এখন, (i) নং সমীকরণে $y = \frac{x + 23}{2}$ বসিয়ে পাই,

$x \times \left(\frac{x + 23}{2}\right) = 600$

বা, $\frac{x^2 + 23x}{2} = 600$

বা, $x^2 + 23x = 1200$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2 + 23x - 1200 = 0$

বা, $x^2 + 48x - 25x - 1200 = 0$

বা, $x(x + 48) - 25(x + 48) = 0$

বা, $(x + 48)(x - 25) = 0$

হয়, $x + 48 = 0$ অথবা, $x - 25 = 0$

$\therefore x = -48$ $\therefore x = 25$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x = 25$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{25+23}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

Ans. দৈর্ঘ্য 25 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার।

গ 'খ' হতে পাই,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার

এবং ,, প্রস্থ = 24 মিটার

\therefore আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(25 + 24)$ মিটার = 98 মিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 98 মিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{98}{4}$ মিটার = 24.5 মিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times 24.5$ মিটার
= 34.65 মিটার (Ans.)

আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $2\sqrt{25^2 + 24^2}$ মিটার
= 69.31 মিটার (Ans.)

প্রশ্ন ২২ $ax^2 + bx + c = 0$ (i)

$5 - 8x - x^2 = 0$.1 (ii)

দুইটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ [পুলিশ লাইন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ]

ক. $5^{y+2} = 625$ হলে y এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং সমীকরণকে সমাধান করে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ২৩ $x^2 - 8 = 0$ এবং $5^x + 5^{2-x} = 26$ দুইটি সমীকরণ।

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ]

ক. x এর কোন মানের জন্য ১ম সমীকরণ সত্য হবে। ২

খ. ২য় সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. ১ম সমীকরণটির লেখ অঙ্কন কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 - 8 = 0$

বা, $x^2 = 8$

বা, $x = \pm \sqrt{8}$

$\therefore x = \pm 2\sqrt{2}$ (Ans.)

খ $5^x + 5^{2-x} = 26$

বা, $5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26$ [$a^m \cdot a^{-n} = \frac{a^m}{a^n}$]

বা, $5^x \cdot 5^x + 5^2 = 26 \cdot 5^x$

বা, $(5^x)^2 + 25 = 26 \cdot 5^x$

বা, $(5^x)^2 - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$

বা, $a^2 - 26a + 25 = 0$ [$5^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 25a - a + 25 = 0$

বা, $a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$

বা, $(a - 1)(a - 25) = 0$

হয়, $a - 1 = 0$ অথবা, $a - 25 = 0$

$\therefore a = 1$ $\therefore a = 25$

$a = 1$ হলে, আবার, $a = 25$ হলে,

$5^x = 1$ $5^x = 25$

বা, $5^x = 5^0$ বা, $5^x = 5^2$

$\therefore x = 0$ $\therefore x = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, 2$

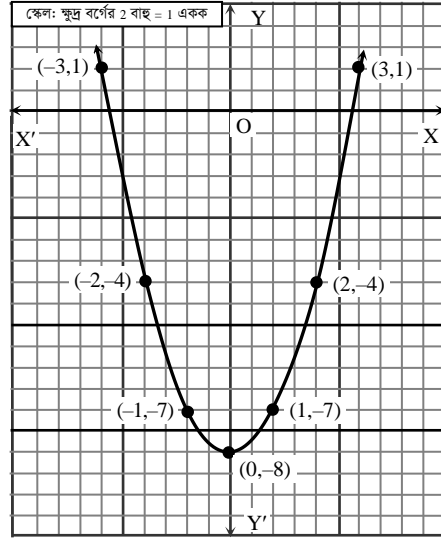
গ প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 = 8$ বা, $x^2 - 8 = 0$

মনে করি, $y = x^2 - 8$

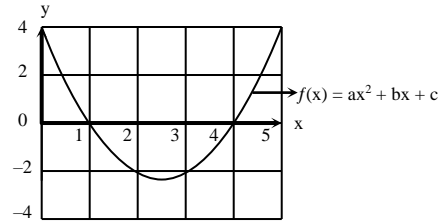
x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	-8	-7	-4	1	-7	-4	1

সারণি হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



প্রশ্ন ২৪



এখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা।

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া]

ক. $f(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. a, b এবং c এর মান নির্ণয় করে প্রকৃত ফাংশনটি লেখ। ৪

গ. $f(x)$ এর মান সর্বনিম্ন কত হতে পারে, তা নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = ax^2 + bx + c$

a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে,

x-এর যেকোনো বাস্তব মানের জন্য $f(x)$ -এর একটি বাস্তব মান পাওয়া যাবে।

সুতরাং $f(x)$ -ফাংশনের ডোমেন হলো সকল বাস্তব সংখ্যার সেট = \mathbb{R} (Ans.)

খ প্রদত্ত লেখ থেকে পাই,

$\therefore f(1) = 0$

$\therefore a + b + c = 0$ (i)

আবার, $f(4) = 0$

$\therefore 16a + 4b + c = 0$ (ii)

এবং $f(0) = 4$

$\therefore c = 4$

সুতরাং (i)-নং সমীকরণ থেকে পাই,

$a + b + 4 = 0$

$b = -4 - a$ (iii)

b ও c- এর মান (ii)-নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$16a + 4(-4 - a) + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 16a - 16 - 4a + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 12a - 12 = 0$$

$$\text{বা, } a = \frac{12}{12} \therefore a = 1$$

এখন (iii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$b = -4 - 1 = -5$$

$$\therefore f(x) = x^2 - 5x + 4 \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, $f(x) = y$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4 = y$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4 - y = 0$$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূল নির্ণয়ের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(4 - y).1}}{2.1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16 + 4y}}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{5 \pm \sqrt{9 + 4y}}{2}$$

$$\text{সুতরাং, } f^{-1}(x) = \frac{5 \pm \sqrt{9 + 4x}}{2}$$

এখানে, $f^{-1}(x)$ বাস্তব হবে যদি $9 + 4x \geq 0$ হয়,

$$\therefore x \geq -\frac{9}{4}$$

$$\text{সুতরাং } f(x) \text{ এর রেঞ্জ} = \left\{ x : x \in \mathbb{V}, x \geq -\frac{9}{4} \right\}$$

অতএব, $f(x)$ এর সর্বনিম্ন মান $= -\frac{9}{4}$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 0.12 হেক্টর এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 20 মিটার বেশি। আয়তাকার ক্ষেত্রটির বাইরের চারদিকে 50 সে.মি. চওড়া ও 1 মিটার গভীর একটি ড্রেন পানি দ্বারা পূর্ণ আছে।

[ফুলবাড়ী জি.এম. পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর]

ক. আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল এয়র ও বর্গমিটারে প্রকাশ কর। ২

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. পানি পূর্ণ ড্রেনটিতে কত কিলোলিটার পানি আছে? ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, 1 হেক্টর = 100 এয়র এবং 1 এয়র = 100 বর্গ মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= 0.12 \text{ হেক্টর} \\ &= 0.12 \times 100 \text{ এয়র} \\ &= 12 \text{ এয়র (Ans.)} \\ &= 12 \times 100 \text{ বর্গ মিটার} \\ &= 1200 \text{ বর্গ মিটার (Ans.)} \end{aligned}$$

খ মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং ,, ,, প্রস্থ = y মিটার

$$\text{প্রশ্নমতে, } xy = 1200 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 20$$

$$\text{বা, } x + y - 20 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 20^2 + 2xy - 2x.20 - 2y.20 = x^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 400 + 2.1200 - 40x - 40y = 0 \text{ [(i) হতে]}$$

$$\text{বা, } x + y - 70 = 0$$

$$\therefore x + y = 70 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\begin{aligned} \therefore x - y &= \sqrt{(x + y)^2 - 4xy} \\ &= \sqrt{(70)^2 - 4.1200} \\ &= \sqrt{4900 - 4800} = \sqrt{100} \end{aligned}$$

$$\therefore x - y = 10 \dots \dots \dots (iii)$$

(ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 70 + 10$$

$$\text{বা, } 2x = 80$$

$$\therefore x = 40$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $40 + y = 70$

$$\therefore y = 30$$

\therefore দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার (Ans.)

গ

'খ' হতে পাই,

$$\text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য} = 40 \text{ মিটার এবং প্রস্থ} = 30 \text{ মিটার}$$

$$\text{ড্রেনটির চওড়া} = 50 \text{ সে.মি.} = 0.5 \text{ মি.}$$

$$\text{ড্রেনসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = (40 + 2 \times 0.5) \text{ মিটার} = 41 \text{ মিটার}$$

$$,, ,, \text{ প্রস্থ} = (30 + 2 \times 0.5) \text{ মিটার} = 31 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ড্রেনসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = (41 \times 31) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 1271 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\therefore \text{ড্রেনের ক্ষেত্রফল} = (1271 - 1200) \text{ বর্গ মিটার} = 71 \text{ বর্গ মিটার}$$

$$\therefore \text{ড্রেনটির আয়তন} = (71 \times 1) \text{ ঘন মিটার}$$

$$= 71 \text{ ঘন মিটার}$$

$$= 71 \times 100 \times 100 \times 100 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ড্রেনটির পানির আয়তন} = 71000000 \text{ ঘন সে.মি.}$$

আমরা জানি, 1000 ঘন সে.মি. আয়তনের পানির ওজন = 1 লিটার

$$\therefore \text{ড্রেনটির পানির ওজন} = \frac{71000000}{1000} \text{ লিটার}$$

$$= 71000 \text{ লিটার}$$

$$= \frac{71000}{1000} \text{ কিলোলিটার}$$

$$= 71 \text{ কিলোলিটার (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৬

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 1 \text{ এবং } Q(x) = x^2 + 2x - 3$$

[বীরগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর]

ক.

$Q(x) = 0$ হলে দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ২

খ.

$P(x)$ কে $x - a$ এবং $x - b$ দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে, যেখানে $a \neq b$ তবে দেখাও যে, $a^2 + ab + b^2 + 2a + 2b = 0$ ৪

গ.

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে, $Q(x) = x^2 + 2x - 3$

প্রশ্নমতে, $Q(x) = 0$

$$\therefore x^2 + 2x - 3 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে (i) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$$a = 1, b = 2 \text{ ও } c = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সমীকরণটির সমাধান, } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-3)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm 4}{2} = -1 \pm 2 \end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ, } x_1 = -1 + 2 = 1$$

$$x_2 = -1 - 2 = -3$$

\therefore মূলদ্বয় 1 ও -3 (Ans.)

খ

দেওয়া আছে, $P(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

$P(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P(a)$

$$\therefore P(a) = a^3 + 2a^2 + 1$$

$P(x)$ কে $(x - b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P(b)$

$$\therefore P(b) = b^3 + 2b^2 + 1$$

প্রশ্নমতে, $P(a) = P(b)$

$$\text{বা, } a^3 + 2a^2 + 1 = b^3 + 2b^2 + 1$$

$$\text{বা, } a^3 - b^3 + 2a^2 - 2b^2 = 0$$

$$\text{বা, } (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 2(a^2 - b^2) = 0$$

$$\text{বা, } (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 2(a + b)(a - b) = 0$$

$$\therefore (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 2a + 2b) = 0$$

হয়, $a - b = 0$

কিন্তু ইহা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ $a \neq b$ দেওয়া আছে।

অথবা, $a^2 + b^2 + ab + 2a + 2b = 0$ (দেখানো হলো)

গ

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= \frac{x(x^2 + 2x - 3) + 3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= x + \frac{3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= x + \frac{3x + 1}{x^2 + 3x - x - 3}$$

$$= x + \frac{3x + 1}{x(x + 3) - 1(x + 3)}$$

$$\therefore \frac{P(x)}{Q(x)} = x + \frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

ধরি, $\frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 1} \dots \dots \dots \text{(iii)}$

(iii) নং এর উভপক্ষকে $(x + 3)(x - 1)$ দ্বারা গুণ করে পাই,
 $3x + 1 = A(x - 1) + B(x + 3) \dots \dots \dots \text{(iv)}$
 $x = 1$ হলে (iv) নং থেকে পাই,
 $3 \cdot 1 + 1 = A \cdot 0 + B(1 + 3)$
 বা, $4 = 4B \therefore B = 1$
 $x = -3$ হলে (iv) নং থেকে পাই,
 $3(-3) + 1 = A(-3 - 1) + B \cdot 0$
 বা, $-8 = -4A \therefore A = 2$
 A ও B এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,
 $\frac{3x + 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{2}{x + 3} + \frac{1}{x - 1}$

(ii) নং হতে পাই,
 $\frac{P(x)}{Q(x)} = x + \frac{2}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ২৭ $3^{2x-2} - 5 \cdot 3^{x-2} = 66$ একটি সূচকীয় সমীকরণ।

এবং $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$; $x^2 + y^2 = 90$ দুইটি দ্বি-চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

[বর্ডার গার্ড পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

- ক. $p = 3^x$ ধরে প্রদত্ত প্রথম সমীকরণটি লিখ। ২
- খ. ২য় ও ৩য় সমীকরণের (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. ২য় ও ৩য় সমীকরণের x ও y এর ধনাত্মক মানকে কোনো আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহু (মিটার) ধরে ঐ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3^{2x-2} - 5 \cdot 3^{x-2} = 66$
 বা, $3^{2x} \cdot 3^{-2} - 5 \cdot 3^x \cdot 3^{-2} = 66$
 বা, $\frac{(3^x)^2}{9} - \frac{5 \cdot 3^x}{9} = 66$
 বা, $\frac{p^2}{9} - \frac{5p}{9} = 66$ [$3^x = p$]
 বা, $\frac{p^2 - 5p}{9} = 66$
 বা, $p^2 - 5p = 594$
 $\therefore p^2 - 5p - 594 = 0 \text{ (Ans.)}$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.৪ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১০০

গ 'খ' থেকে পাই,
 $x = 9$ এবং $y = 3$
 প্রশ্নমতে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৯ মিটার এবং প্রস্থ = ৩ মিটার
 \therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ
 $= (9 \times 3)$ বর্গ মিটার
 $= 27$ বর্গ মিটার (Ans.)

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$
 $= \sqrt{9^2 + 3^2}$
 $= \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} = 9.49$ মিটার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ২৮ $f(x) = x^2 - 6x + 15$ এবং $g(x) = x^2 - 6x + 13$

[ঠাকুরগাঁও সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঠাকুরগাঁও/

- ক. $f(x) = 14$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$ হলে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪
- গ. $f(x) = 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

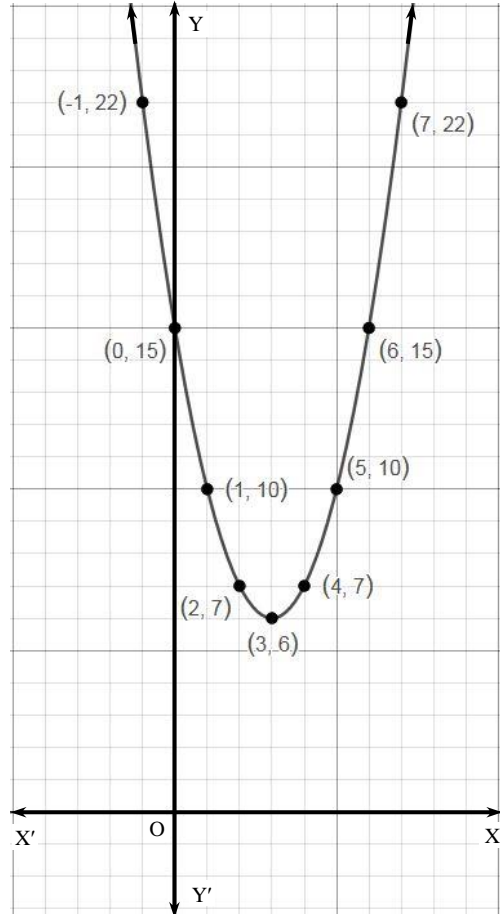
ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 - 6x + 15$
 প্রশ্নমতে, $f(x) = 14$
 বা, $x^2 - 6x + 15 = 14$
 বা, $x^2 - 6x + 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4}}{2}$
 $= \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$

খ দেওয়া আছে, $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$
 $\therefore \sqrt{x^2 - 6x + 15} - \sqrt{x^2 - 6x + 13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$
 অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৫.২ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৯৩

গ প্রশ্নমতে, $f(x) = 0$
 $\therefore x^2 - 6x + 15 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$
 মনে করি, $y = x^2 - 6x + 15 \dots \dots \dots \text{(ii)}$
 সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	22	15	10	7	6	7	10	15	22

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করে (ii) নং এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



প্রশ্ন ২৯ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণের সাথে সংখ্যাটির ৫ গুণ যোগ করলে যোগফল m হয়। [কসবা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কসবা, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

- ক. $m = 1$ হলে সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর। ২
- খ. $\sqrt{m-2} - \sqrt{m-9} = 1$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। ৪
- গ. $m = 4$ হলে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

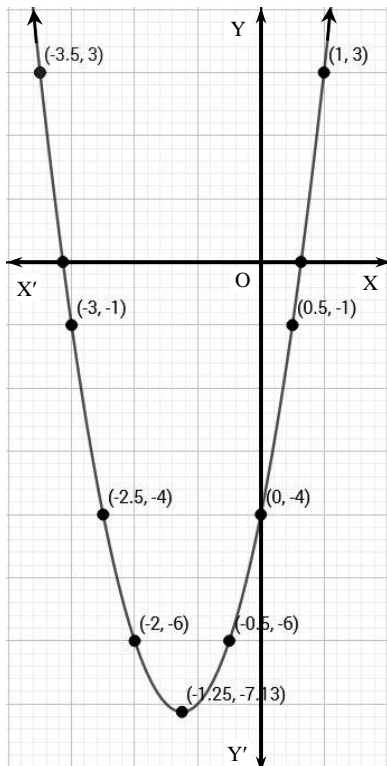
ক ধরি, সংখ্যাটি x
 প্রশ্নমতে, $2x^2 + 5x = m \dots \dots \dots$ (i)
 বা, $2x^2 + 5x = 1$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore 2x^2 + 5x - 1 = 0$
 প্রদত্ত সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
 $a = 2, b = 5$ এবং $c = -1$
 \therefore নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$
 $= 5^2 - 4.2(-1)$
 $= 25 + 8 = 33$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $\sqrt{m-2} - \sqrt{m-9} = 1$
 বা, $\sqrt{m-2} = 1 + \sqrt{m-9}$
 বা, $(\sqrt{m-2})^2 = (1 + \sqrt{m-9})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
 বা, $m-2 = 1 + m-9 + 2\sqrt{m-9}$
 বা, $m-2-1-m+9 = 2\sqrt{m-9}$
 বা, $6 = 2\sqrt{m-9}$
 বা, $3 = \sqrt{m-9}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]
 বা, $(3)^2 = (\sqrt{m-9})^2$ [পুনরায় উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
 বা, $9 = m-9$
 বা, $m-9-9 = 0$
 বা, $m-18 = 0$
 বা, $2x^2 + 5x - 18 = 0$ [$m = 2x^2 + 5x$ বসিয়ে]
 বা, $2x^2 + 9x - 4x - 18 = 0$
 বা, $x(2x+9) - 2(2x+9) = 0$
 বা, $(x-2)(2x+9) = 0$
 হয়, $x-2 = 0$ অথবা, $2x+9 = 0$
 $\therefore x = 2 \therefore x = -\frac{9}{2}$
 \therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় $x = 2, -\frac{9}{2}$ (Ans.)

গ (i) নং হতে পাই, $2x^2 + 5x = m$
 বা, $2x^2 + 5x = 4$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore 2x^2 + 5x - 4 = 0 \dots \dots \dots$ (ii)
 মনে করি, $y = 2x^2 + 5x - 4 \dots \dots \dots$ (iii)
 সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূপ y এর মান নির্ণয় করি :

x	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.25	-0.5	0	0.5	1
y	3	-1	-4	-6	-7.125	-6	-4	-1	3

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে (ii) নং এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x -অক্ষকে মোটামুটিভাবে $(-3.137, 0)$ ও $(0.637, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং (ii) নং এর সমাধান $x = -3.137$ (প্রায়) এবং $x = 0.637$ (প্রায়)

(Ans.)

প্রশ্ন ৩০ $M = a^x - (a^3 + a)a^{\frac{x}{2}-1} + a^2$
 $g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ এবং $N = x^2 - 7x + 12$

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. $M = 0$ হলে দেখাও যে, $x = 0$ অথবা 4। ২

খ. $g : \nabla - \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \rightarrow \nabla$ হলে, দেখাও যে, g ফাংশনটি এক-এক কিন্তু অনটু নয়। ৪

গ. $N = 0$ হলে প্রাপ্ত সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = a^x - (a^3 + a)a^{\frac{x}{2}-1} + a^2$

$\therefore a^x - (a^3 + a)a^{\frac{x}{2}-1} + a^2 = 0$ [$M = 0$]

বা, $a^x - a^{3+\frac{x}{2}-1} - a^{1+\frac{x}{2}-1} + a^2 = 0$

বা, $a^x - a^{2+\frac{x}{2}} - a^{\frac{x}{2}} + a^2 = 0$

বা, $\left(a^{\frac{x}{2}}\right)^2 - a^{\frac{x}{2}} - a^{\frac{x}{2}} + a^2 = 0$

বা, $a^{\frac{x}{2}}\left(a^{\frac{x}{2}} - 1\right) - a^2\left(a^{\frac{x}{2}} - 1\right) = 0$

বা, $\left(a^{\frac{x}{2}} - 1\right)\left(a^{\frac{x}{2}} - a^2\right) = 0$

$\therefore a^{\frac{x}{2}} - 1 = 0$

বা, $a^{\frac{x}{2}} = 1$

বা, $a^{\frac{x}{2}} = a^0$

বা, $\frac{x}{2} = 0$

$\therefore x = 0$

অথবা, $a^{\frac{x}{2}} - a^2 = 0$

বা, $a^{\frac{x}{2}} = a^2$

বা, $\frac{x}{2} = 2$

$\therefore x = 4$

সুতরাং $x = 0$ অথবা, $x = 4$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

ধরি, $x_1, x_2 \in$ ডোম g এবং $g(x_1) = g(x_2)$

হবে যদিও কেবল যদি $x_1 = x_2$ হয়

$\therefore g(x_1) = g(x_2)$

বা, $\frac{x_1-3}{2x_1+1} = \frac{x_2-3}{2x_2+1}$

বা, $2x_1x_2 - 6x_2 + x_1 - 3 = 2x_1x_2 - 6x_1 + x_2 - 3$

বা, $7x_1 = 7x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore g(x)$ ফাংশনটি এক-এক (দেখানো হলো)

ধরি, $y = g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

$\therefore y = \frac{x-3}{2x+1}$

বা, $2xy + y = x - 3$

বা, $2xy - x = -y - 3$

বা, $x(2y - 1) = -y - 3$

$\therefore x = \frac{-y-3}{2y-1} \in \nabla$ হবে যদিও কেবল যদি $2y - 1 \neq 0$ অর্থাৎ $y \neq \frac{1}{2}$ হয়।

$g(x)$ এর রেঞ্জ = $\nabla - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \neq$ কোডোমেন (∇)

$\therefore g(x)$ ফাংশনটি অনটু নয়। (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $N = x^2 - 7x + 12$

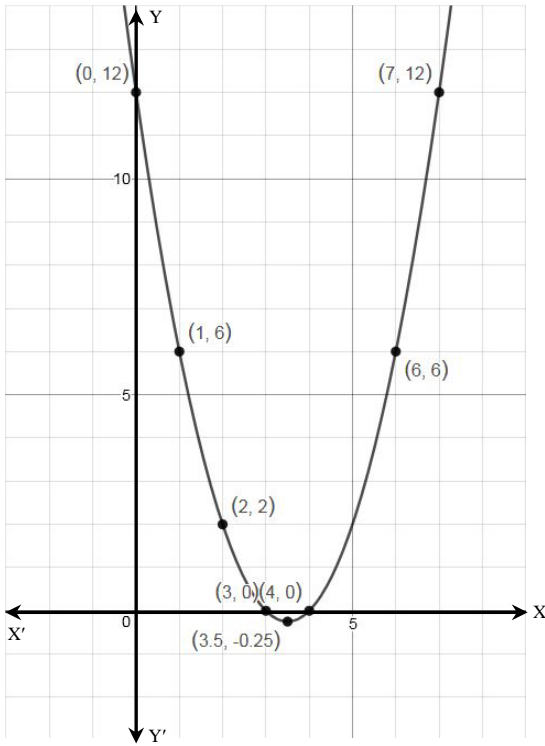
$\therefore x^2 - 7x + 12 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

ধরি, $y = x^2 - 7x + 12 \dots \dots \dots$ (ii)

এখন, x এর ভিন্ন ভিন্ন কয়েকটি মানের জন্য (ii) নং থেকে y এর বিভিন্ন মান বের করি :

x	0	1	2	3	3.5	4	6	7
y	12	6	2	0	-0.25	0	6	12

প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে (ii) নং এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি X-অক্ষের উপর (3, 0) ও (4, 0) বিন্দু দিয়ে যায়।

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 3, 4$

প্রশ্ন ৩১ একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যার বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

[বান্দরবান সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বান্দরবান]

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর। ২
 খ. সূত্র প্রয়োগ করে ২য় সমীকরণটির সমাধান কর। ৪
 গ. ১ম সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে, ১ম সমীকরণ, $2x^2 = 5x - 3$

$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$ (Ans.)

এবং ২য় সমীকরণ, $3x^2 = 5x + 3$

$\therefore 3x^2 - 5x - 3 = 0$ (Ans.)

খ ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে, ২য় সমীকরণটি, $3x^2 = 5x + 3$

$\therefore 3x^2 - 5x - 3 = 0$

উপরোক্ত সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের সাধারণ রূপ

$ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 3, b = -5$ এবং $c = -3$

আমরা জানি,

কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.3.(-3)}}{2.3} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 36}}{6}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}$$

\therefore সমীকরণটির একটি মূল $\frac{5 + \sqrt{61}}{6}$ এবং অপর মূল $\frac{5 - \sqrt{61}}{6}$ (Ans.)

গ ধরি, সংখ্যাটি = x

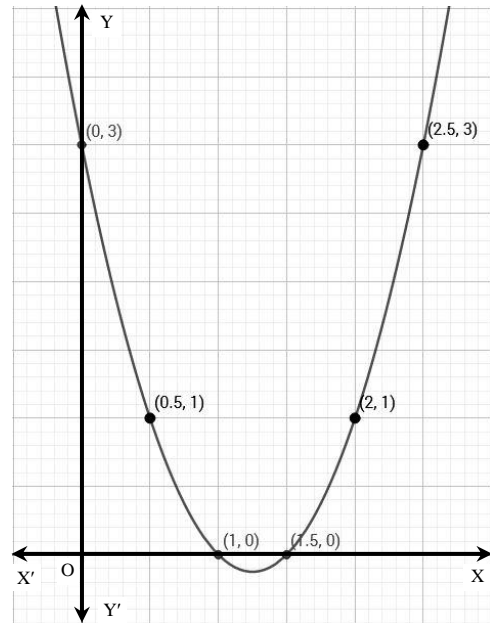
প্রশ্নমতে, ১ম সমীকরণটি, $2x^2 = 5x - 3 \therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$

ধরি, $y = 2x^2 - 5x + 3 \dots \dots \dots$ (i)

x -এর কয়েকটি মানের জন্য y -এর মান নির্ণয় করে (i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি:

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	3	1	0	0	1	3

এখন, XOX' বরাবর X-অক্ষ, YOY' বরাবর Y অক্ষ ও O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং পরস্পর যোগ করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায়, বক্ররেখাটি X অক্ষকে $x = 1$

এবং $x = \frac{3}{2}$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

\therefore নির্ণেয় সমাধান, $x = 1, \frac{3}{2}$ ।

প্রশ্ন ▶ ৩২ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম।
ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার। [বাংলাদেশ শিক্ষক সমিতি, দক্ষিণ সুরমা, সিলেট]
ক. দুইটি চলক ধরে সমীকরণ তৈরি কর। ২
খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
গ. আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মিটার চওড়া এবং 2 মিটার উঁচু একটি
প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 15 সে.মি. প্রস্থ এবং 10 সে.মি.
উচ্চতাবিশিষ্ট কতটি ইট লাগবে? ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং " প্রস্থ = y মিটার
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = xy বর্গ মি.
প্রশ্নমতে, $xy = 600$ (i)
এবং $2y = x + 10$ (ii)
(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণ। (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, $2y = x + 10$
 $\therefore y = \frac{x+10}{2}$ (iii)

এখন, $y = \frac{x+10}{2}$ (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x \left(\frac{x+10}{2} \right) = 600$$

$$\text{বা, } \frac{x^2+10x}{2} = 600$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x = 1200$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+40) - 30(x+40) = 0$$

$$\text{বা, } (x+40)(x-30) = 0$$

$$\text{হয়, } x+40 = 0 \quad \text{অথবা, } x-30 = 0$$

$$\text{বা, } x = -40 \quad \therefore x = 30$$

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

\therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 30 মিটার

$$\text{এবং প্রস্থ} = \frac{30+10}{2} \quad \text{[(iii) নং হতে]} \\ = \frac{40}{2} \text{ মি.} = 20 \text{ মি.}$$

Ans. দৈর্ঘ্য 30 মি. ও প্রস্থ 20 মি.

গ আয়তাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 2 মি. চওড়া প্রাচীর নির্মাণ করতে হবে।
প্রাচীরসহ আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $(30 + 2 \times 2)$ মি.

$$= 34 \text{ মি.}$$

$$\text{" " " প্রস্থ} = (20 + 2 \times 2) \text{ মি.}$$

$$= 24 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{" " " ক্ষেত্রফল} = (34 \times 24) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 816 \text{ বর্গ মি.}$$

আবার, প্রাচীরবাদে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = 600 বর্গ মি.

\therefore প্রাচীরের ক্ষেত্রফল

$$= \text{প্রাচীরসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} - \text{প্রাচীরবাদে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল}$$

$$= (816 - 600) \text{ বর্গ মি.}$$

$$= 216 \text{ বর্গ মি.}$$

\therefore প্রাচীরের আয়তন = প্রাচীরের ক্ষেত্রফল \times প্রাচীরের উচ্চতা

$$= (216 \times 2) \text{ ঘন মি.} = 432 \text{ ঘন মি.}$$

দেওয়া আছে, ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি. = 0.25 মি.

$$\text{" " " প্রস্থ} = 15 \text{ সে.মি.} = 0.15 \text{ মি.}$$

$$\text{ইটের উচ্চতা} = 10 \text{ সে.মি.} = 0.10 \text{ মি.}$$

$$\therefore \text{ইটের আয়তন} = (0.25 \times 0.15 \times 0.10) \text{ ঘন মি.} \\ = 0.00375 \text{ ঘন মি.}$$

$$\therefore \text{প্রাচীরটি নির্মাণ করতে ইট লাগবে} = \frac{\text{প্রাচীরের আয়তন}}{\text{ইটের আয়তন}} \text{ টি} \\ = \frac{432}{0.00375} \text{ টি} \\ = 115200 \text{ টি (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৩ (i) $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$ [$a > 0, b > 0$ এবং $ab \neq 1$]

(ii) $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ (iii) $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

[ভেরব কে.বি. পাইলট মডেল হাই স্কুল, কিশোরগঞ্জ]

ক. দেখাও যে, (i) নং সমীকরণটির বীজ 2। ২

খ. (ii) নং সমীকরণটির সমাধান কর। ৪

গ. (iii) নং সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$

$$\text{বা, } a^{-x} \cdot a^x + a^{-x} \cdot b^{-x} = 1 + \frac{1}{a^2b^2}$$

$$\text{বা, } 1 + (ab)^{-x} = 1 + (ab)^{-2}$$

$$\text{বা, } (ab)^{-x} = (ab)^{-2}$$

$$\therefore -x = -2$$

অর্থাৎ $x = 2$

\therefore সমীকরণটির বীজ 2 (দেখানো হলো)

খ $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$

$$\text{বা, } 4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} = 10 \quad [\square a^{m+n} = a^m a^n \text{ এবং } a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}]$$

$$\text{বা, } 4 \cdot 4^x + 4 = 10 \cdot 4^x$$

$$\text{বা, } 4(4^x)^2 - 10 \cdot 4^x + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 10a + 4 = 0 \quad [4^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 8a - 2a + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 4a(a-2) - 2(a-2) = 0$$

$$\text{বা, } (a-2)(4a-2) = 0$$

$$\text{হয়, } a-2 = 0 \text{ অথবা, } 4a-2 = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad \text{বা, } 4a = 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

এখন,

$$a = 2 \text{ হলে, } 4^x = 2$$

$$\text{বা, } (4)^x = 4^{\frac{1}{2}} \quad [\because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2]$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } a = \frac{1}{2} \text{ হলে, } 4^x = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 4^x = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{বা, } 4^x = 4^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

গ $3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

$$\text{বা, } 3 \cdot 9^x - 4.3 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3 \cdot (3^2)^x - 4.3^{x-1+1} + 1 = 0 \quad [\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}]$$

$$\text{বা, } 3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0 \quad [(a^m)^n = a^{mn} = a^{nm} = (a^n)^m]$$

$$\text{বা, } 3a^2 - 4a + 1 = 0 \quad [3^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\text{বা, } 3a^2 - 3a - a + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3a(a-1) - 1(a-1) = 0$$

$$\text{বা, } (3a-1)(a-1) = 0$$

হয়, $3a - 1 = 0$ অথবা, $a - 1 = 0$

$$\therefore a = \frac{1}{3} \quad \therefore a = 1$$

$a = \frac{1}{3}$ হলে, আবার, $a = 1$ হলে,

$$3^x = \frac{1}{3}$$

$$3^x = 1$$

বা, $3^x = 3^{-1}$

বা, $3^x = 3^0$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore x = 0$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 0, -1$