দশম অধ্যায়

দ্বিপদী বিস্তৃতি

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলা হয়। যেমন :** $a + b$, $x - y$, $1 + x$, $1 - x^2$, $a^2 - b^2$ ইত্যাদি দ্বিপদী রাশি।

$$(1 + y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3 + ... + y^n$$

■ **দ্বিপদী $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি :**

এখানে, $n = 0$ হলে $(1 + y)^0 = 1 + 0 + + 0.................... = 1$ [পদসংখ্যা 1]

$n = 1$ হলে $(1 + y)^1 = 1 + y + 0 ....= 1 + y$ [পদসংখ্যা 2]

$n = 2$ হলে $(1 + y)^2 = 1 + 2y + y^2 + 0...............= 1 + 2y + y^2$ [পদসংখ্যা 3]

$n = 3$ হলে $(1 + y)^3 = 1 + 3y + 3y^2 + y^3 + 0......= 1 + 3y + 3y^2 + y^3$ [পদসংখ্যা 4]

$(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1 বেশি,অর্থাৎ $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে।

দ্বিপদী সহগ : দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y-এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (*Coefficient*) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়। 1 কে y এর সহগ বিবেচনা করতে হবে। $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির সহগগুলোকে সাজালে আমরা পাই,

$$\begin{array}{lccccccccc}
n = 0 & & & & & 1 & & & & \\
n = 1 & & & & 1 & & 1 & & & \\
n = 2 & & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
n = 3 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
n = 4 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}$$

লক্ষ করলে দেখবে সহগগুলো একটি ত্রিভুজের আকার ধারণ করেছে। দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ নির্ণয়ের একটি কৌশল *"Blaise pascal"* প্রথম ব্যবহার করেন। তাই এই ত্রিভুজকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ *(Pascal's Triangle)* বলা হয়।

প্যাসকেলের ত্রিভুজের ব্যবহার : প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে আমরা দেখতে পাই এর বাম ও ডান দিকে আছে '1'। ত্রিভুজের মাঝখানের সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি ঠিক উপরের দুইটি সংখ্যার যোগফল।

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **দ্বিপদী $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি :**

$(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি সাধারণভাবে দ্বিপদী উপপাদ্য নামে পরিচিত।

আমরা জানি,

$$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1} y + \binom{n}{2} y^2 + \binom{n}{3} y^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \binom{n}{r} y^r + \ldots\ldots\ldots\ldots\ \binom{n}{n} y^n$$

এখন, $(x + y)^n = \left[x\left(1 + \frac{y}{x}\right)\right]^n = x^n\left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$

$$\therefore\ (x + y)^n = x^n\left[1 + n_{c_1}\left(\frac{y}{x}\right) + n_{c_2}\left(\frac{y}{x}\right)^2 + n_{c_3}\left(\frac{y}{x}\right)^3 + \ldots\ldots\ n_{c_n}\left(\frac{y}{x}\right)^n\right]$$

$$= \left[x^n + n_{c_1}\left(\frac{y}{x}\,x^n\right) + n_{c_2}\left(\frac{y^2}{x^2}\,x^n\right) + n_{c_3}\frac{y^3}{x^3}.x^n + \ldots\ldots + x^n\,\frac{y^n}{x^n}\right]$$

$$\therefore\ (x + y)^n = (x^n + n_{c_1}\,yx^{n-1} + n_{c_2}\,y^2x^{n-2} + n_{c_3}y^3.x^{n-3} + \ldots\ldots\ldots y^n)$$

মনে রাখতে হবে,

$$n! = n(n - 1)\,(n - 2)\,(n - 3)\,\ldots.\ 3.2.1$$

$$\binom{n}{r} = {}^nc_r,\ {}^nc_n = 1$$

$$\binom{n}{r} = {}^nc_r = \frac{n!}{r!\,(n - r)!},\ \binom{n}{0} = {}^nc_0 = 1$$

$$\binom{n}{n} = {}^nc_n = 1,\ 0! = 1.$$

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1 + y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ.

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r \text{ বা } {}^nc_r y^r$$

এবং $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ

বা, r–তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r} y^r$ বা ${}^nc_r x^{n-r} y^r$.