

# SSC Higher Math

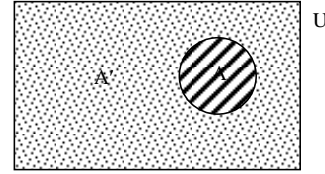
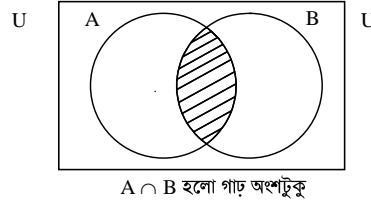
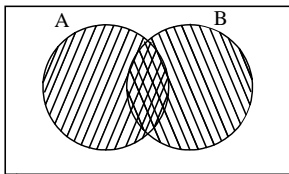
অধ্যয়ভিত্তিক কন্টেন্ট-২০২৩

অধ্যায়-০১

সেট ও ফাংশন

## প্রয়োজনীয় তথ্য:

- **সেট (Set)** : বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহকে সেট বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বড় অক্ষর A, B, C, D, X, Y ইত্যাদি এবং সেটের সদস্যকে ছোট অক্ষর a, b, c, d, x, y ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **সার্বিক সেট (Universal set)** : নির্দিষ্ট সেটের আলোচনাধীন সকল সেটের সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে U বা S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **উপসেট (Subset)** : A = {1, 2, 3, 4}, B = {1, 2, 3} এবং C = {1, 2, 3, 4} সেট তিনটি বিবেচনা করলে দেখা যায় B সেটের প্রতিটি উপাদান A সেটে বিদ্যমান সুতরাং B সেটকে A সেটের উপসেট বলা হয় এবং লেখা হয়  $B \subseteq A$ ।
- **প্রকৃত উপসেট (Proper Subset)** : A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই, তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে।
- **ফাঁকা সেট (Empty set)** : যে সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য বা কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। এই সেটকে { } বা  $\emptyset$  দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **সেটের সমতা (Equality of sets)** : দুইটি সেটের উপাদান একই হলে সেট দুইটিকে সমান বলা হয় এবং = চিহ্ন দিয়ে সমতা বোঝানো হয়।
- **সেটের অন্তর (Difference of sets)**:  $A \setminus B$  কে A বাদ B সেট বলা হয়। B এর সকল উপাদান বর্জন করে A এর অন্য উপাদান নিয়ে  $A \setminus B$  গঠন করা হয়।
- **পূরক সেট (Complementary set)** : যদি A সেট সার্বিক সেট U এর একটি উপসেট হয় তবে A এর উপাদানগুলো বাদে সার্বিক সেটের অন্য সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A এর পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে  $A'$  বা  $A^c$  দ্বারা সূচিত করা হয়।
- **শক্তি সেট (Power set)** : A সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বলা হয় এবং  $P(A)$  দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ভেনচিত্র (Venn Diagram)**: কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে ভেনচিত্র বলে। বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন : আয়তকার ক্ষেত্র, বৃত্তাকার ক্ষেত্র ইত্যাদি ক্ষেত্র ব্যবহার করা হয়।



- **সেটের সংযোগ (Union of sets)** : দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেট  $A \cup B$  দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

- **সেটের ছেদ (Intersection of sets)** : দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেটকে  $A \cap B$  দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A intersection B.
- **নিষ্পন্ন সেট (Disjoint set)** : দুইটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে, তাদেরকে নিষ্পন্ন সেট বলে।
- **এক-এক মিল (One-One Correspondence)** : যদি A সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে B সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদান এবং B সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে A সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা হয়, তবে তাকে A ও B সেটের মধ্যে একটি এক-এক মিল বলা হয়।
- **সমতুল সেট (Equivalent set)** : যেকোনো সেট A ও B এর মধ্যে যদি একটি এক-এক মিল  $A \leftrightarrow B$  বর্ণনা করা যায়, তবে A ও B-কে সমতুল সেট বলা হয়। A ও B সেট সমতুল বোঝাতে অনেক সময়  $A \sim B$  প্রতীক লেখা হয়।

এ অধ্যায়ে ব্যবহৃত বিভিন্ন প্রতীক চিহ্নসমূহ :

প্রতীক	ইংরেজি	বাংলায় (যা বুঝায়)	উদাহরণ
$\cup$	Union	সংযোগ	$A \cup B$
$\cap$	Intersection	ছেদ	$A \cap B$
$\subset$	Proper subset	প্রকৃত উপসেট	$A \subset B$
$\subseteq$	Subset	উপসেট	$A \subseteq B$
$\not\subseteq$	not subset	উপসেট নয়	$A \not\subseteq B$
$\in$	Belongs to	উপাদান/সদস্য	$x \in A$
$\notin$	not belongs to	ইহাতে অন্তর্ভুক্ত নয়	$x \notin A$
$\emptyset$	null set	ফাঁকা সেট	$\emptyset = \{ \}$
'	Prime	পূরক সেট	$A' = \{ x \in U \text{ এবং } x \notin A \}$
:	such that	যেন	$A = \{ x : x \in R \}$

- **অন্বয় (Relation)** : X ও Y সেট হলে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট  $X \times Y$  এর কোনো উপসেটকে X হতে Y এর একটি অন্বয় বলা হয়। অর্থাৎ  $R \subseteq X \times Y$  হলে X হতে Y এ বর্ণিত অন্বয়।
- **ফাংশন (Function)** : প্রত্যেকটি ফাংশনই এক একটি অন্বয়। যদি কোনো অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় না থাকে, তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলা হয়। যেমন :  $S = \{(2, 2) (2, 4) (2, 10) (5, 10) (7, 7)\}$  অন্বয়টি একটি ফাংশন। এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন।
- **ডোমেন ও রেঞ্জ** : ফাংশনের S এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর উপাদানসমূহের সেটকে S এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে S এর রেঞ্জ বলে। S এর ডোমেনকে ডোম S এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ S লিখে প্রকাশ করা হয়।
- **এক-এক ফাংশন** : যদি কোনো ফাংশনের অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে ফাংশনটিকে এক-এক ফাংশন বলা হয়।  
ফাংশন বলা হবে যদি  $f(x_1) = f(x_2)$  হয়।  
বা,  $x_1 = x_2$  যেখানে  $x_1, x_2 \in A$  একটি ফাংশন  $f : A \rightarrow B$  কে এক-এক ফাংশন বলা হয়।
- **সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন (Onto Function)** : একটি ফাংশন  $f : A \rightarrow B$ -কে সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন বলা হবে যদি প্রত্যেক  $b \in B$  এর জন্য একটি  $a \in A$  পাওয়া যায় যেন  $f(a) = b$  হয়।

- বিপরীত ফাংশন (Inverse Function) : যদি  $f : A \rightarrow B$  একটি এক-এক ফাংশন এবং অন্তর্ ফাংশন হয় তাহলে একটি ফাংশন  $f^{-1} : B \rightarrow A$  বিদ্যমান আছে যেখানে প্রত্যেক  $b \in B$  এর একটি অনন্য  $f^{-1}(b) \in A$  বিদ্যমান। তবে  $f^{-1}$  কে  $f$  এর বিপরীত ফাংশন বলা হয়।

## ■ সেটের সূত্র :

(i) A ও B শান্ত সেট হলে  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

(ii) A, B ও C নিশ্চৈদ সেট হলে

●  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) [ \because A \cap B = \emptyset ]$

●  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

(iii) A, B ও C যেকোনো সেটের জন্য :

(iv)  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

(v)  $n(A) = n(U) - n(\bar{A})$

## ■ ফাংশনের সূত্র :

(i) ফাংশন  $f : A \rightarrow B$

(ii) বিপরীত ফাংশন  $f^{-1} : B \rightarrow A$

(iii) সরলরৈখিক ফাংশন  $f(x) = mx + b$

(iv) দ্বিঘাত ফাংশন  $y = ax^2 + bx + c$

(v) বৃত্তের সমীকরণ,  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

(vi) সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা

(vii) দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা

(viii) বৃত্তের লেখচিত্র বৃত্তাকার পথ

## অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. i. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা  $2n$  হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে  $4^n$

ii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট  $Q = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in Z \right\}$

iii.  $a, b \in R ; ] a, b [ = \{ x : x \in R \text{ এবং } a < x < b \}$

উপরের উক্তির আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii    খ) ii ও iii    গ) i ও iii    ঘ) i, ii ও iii

[ বি. দ্র.  $p, q \in Z$  এর স্থানে  $p, q \in Z$  হলে উত্তর : i, ii ও iii সঠিক ]

নিচের তথ্যের আলোকে (২ – ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রত্যেক  $n \in \mathbb{N}$  এর জন্য  $A_n = \{n, 2n, 3n, \dots\}$

২.  $A_1 \cap A_2$  এর মান নিচের কোনটি?

- ক  $A_1$      খ  $A_2$      গ  $A_3$      ঘ  $A_4$

ব্যাখ্যা :  $n \in \mathbb{N}$  দ্বারা বুঝায়  $n$  যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার উপাদান

$n \in \mathbb{N}$  এর জন্য  $A_n = \{n, 2n, 3n, \dots\}$

$A_1 = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$A_2 = \{2, 4, 6, \dots\}$

$\therefore A_1 \cap A_2 = \{2, 4, 6, \dots\} = A_2$

৩. নিচের কোনটি  $A_3 \cap A_6$  এর মান নির্দেশ করে?

- ক  $A_2$      খ  $A_3$      গ  $A_4$      ঘ  $A_6$

৪.  $A_2 \cap A_3$  এর পরিবর্তে নিচের কোনটি লেখা যায়?

- ক  $A_3$      খ  $A_4$      গ  $A_5$      ঘ  $A_6$

প্রশ্ন ৫ দেওয়া আছে  $U = \{x : 3 \leq x \leq 20, n \in \mathbb{Z}\}$ ,  $A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$  এবং  $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

নিম্নের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে লিপিবদ্ধ কর :

(i)  $A$

(ii)  $B$

(iii)  $C = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$  এবং

(iv)  $D = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$

সমাধান :

দেওয়া আছে,  $U = \{x : 3 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\}$

$\therefore U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

(i)  $A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$\therefore A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

(ii)  $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

$\therefore B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

(iii) দেওয়া আছে,  $C = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$

$A \cap B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cap \{3, 5,$

$7, 11, 13, 17, 19\}$

$= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

[নোট :  $C$  হলো 3 থেকে 20 পর্যন্ত সকল মৌলিক বিজোড় সংখ্যার সেট এবং  $C = B$ ।]

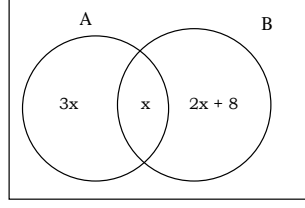
(iv)  $D = \{x : x \in A \text{ অথবা } x \in B\}$

$A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cup \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$$= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$$

প্রশ্ন ১৬ ১ ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলোর সংখ্যা দেখানো হয়েছে। যদি  $n(A) = n(B)$  হয়, তবে নির্ণয় কর

(a) x এর মান (b)  $n(A \cup B)$  এবং  $n(A \cap B')$ .



সমাধান :

প্রদত্ত ভেনচিত্রে  $n(A) = 3x + x$

$$n(B) = x + 2x + 8$$

$$n(A \cup B) = 3x + x + 2x + 8$$

$$n(A \cap B') = 3x$$

(a) দেওয়া আছে,  $n(A) = n(B)$

$$\text{বা, } 3x + x = x + 2x + 8$$

$$\text{বা, } 4x = 3x + 8$$

$$\therefore x = 8 \text{ (Ans.)}$$

(b) আমরা জানি,  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$= 3x + x + x + 2x + 8 - x$$

$$= 6x + 8 = 6 \times 8 + 8 \text{ [ } \because x = 8 \text{]}$$

$$= 56 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B) \text{ [ভেনচিত্র থেকে]}$$

$$= 3x + x - x = 3x = 3 \times 8 \text{ [ } \because x = 8 \text{]}$$

$$= 24 \text{ (Ans.)}$$

[নোট : ভেনচিত্রে 3x, x, 2x + 8 দ্বারা A ও B সেটের উপাদান নয় বরং উপাদান সংখ্যা বুঝানো হয়েছে।]

প্রশ্ন ১৭ ১ যদি  $U = \{x : x \text{ জোড় পূর্ণ সংখ্যা}\}$ ,  $A = \{x : x \geq 5\} \subset U$  এবং  $B = \{x : x < 12\} \subset U$  তবে  $n(A \cap B)$  এবং  $n(A')$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $U = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা}\}$

$$\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

$$A = \{x : x \geq 5\}$$

$$\therefore A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

$$\text{এবং } B = \{x : x < 12\}$$

$$\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$= \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 7 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } A' = U - A$$

$$= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \} - \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots \}$$

$$= \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\therefore n(A') = 4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ যদি  $U = \{ x : x \text{ জোড় পূর্ণসংখ্যা} \}$ ,  $A = \{ x : 3x \geq 25 \} \subset U$  এবং  $B = \{ x : 5x < 12 \} \subset U$  হয়, তাহলে  $n(A \cap B)$  এবং  $n(A' \cap B')$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $U = \{ x : x \text{ জোড় পূর্ণ সংখ্যা} \}$

$$\therefore U = \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \dots \}$$

$$A = \{ x : 3x \geq 25 \}$$

$$\therefore A = \{ 10, 12, 14, 16, 18, \dots \}$$

$$\text{এবং } B = \{ x : 5x < 12 \}$$

$$\therefore B = \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2 \}$$

$$\therefore A \cap B = \{ 10, 12, 14, 16, 18, \dots \} \cap \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2 \}$$

$$= \{ \}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $A' = U - A$

$$= \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}$$

$$- \{ 10, 12, 14, 16, 18, \dots \}$$

$$= \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 \}$$

এবং  $B' = U - B$

$$= \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}$$

$$- \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2 \}$$

$$= \{ 4, 6, 8, \dots \}$$

$$\therefore A' \cap B' = \{ \dots, -8, -6, -4, \dots \}$$

$$- \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2 \} \cap \{ 4, 6, 8, \dots \}$$

$$= \{ 4, 6, 8 \}$$

$$\therefore n(A' \cap B') = 3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ দেখাও যে, (ক)  $A \setminus A = \phi$  (খ)  $A \setminus (A \setminus A) = A$

সমাধান :

(ক) মনে করি,  $x \in A \setminus A$

তাহলে,  $x \in A$  এবং  $x \notin A$

$$\text{বা, } x \in \phi$$

$$\therefore A \setminus A \subset \phi$$

আবার, মনে করি,  $x \in \phi$

তাহলে,  $x \in A$  এবং  $x \notin A$

$$\text{বা, } x \in A \setminus A$$

$$\therefore \phi \subset A \setminus A$$

সুতরাং  $A \setminus A = \phi$  (দেখানো হলো)

(খ) মনে করি,  $x \in A \setminus (A \setminus A)$

তাহলে,  $x \in A$  এবং  $x \notin (A \setminus A)$

বা,  $x \in A$  এবং  $x \notin \phi$  [  $\because A \setminus A = \phi$  ]

বা,  $x \in A$

$\therefore A \setminus (A \setminus A) \subset A$

আবার, মনে করি,  $x \in A$

তাহলে,  $x \in A$  এবং  $x \notin \phi$

বা,  $x \in A$  এবং  $x \notin (A \setminus A)$

বা,  $x \in A \setminus (A \setminus A)$

$\therefore A \subset A \setminus (A \setminus A)$

সুতরাং  $A \setminus (A \setminus A) = A$  (দেখানো হলো)

**প্রশ্ন ১০ ৥ দেখাও যে,  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$**

সমাধান : কার্তেসীয় গুণজ সেটের সংজ্ঞানুসারে,

$$\begin{aligned} A \times (B \cup C) &= \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C) \} \\ &= \{ (x, y) : x \in A, y \in B \text{ অথবা } y \in C \} \\ &= \{ (x, y) : (x \in A, y \in B) \text{ অথবা } (x \in A, y \in C) \} \\ &= \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B) \text{ অথবা } (x, y) \in (A \times C) \} \\ &= \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C) \} \\ &= (A \times B) \cup (A \times C) \end{aligned}$$

$\therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$

আবার,  $(A \times B) \cup (A \times C) = \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B) \text{ অথবা } (x, y) \in (A \times C) \}$

$= \{ (x, y) : (x \in A, y \in B) \text{ অথবা } (x \in A, y \in C) \}$

$= \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C) \}$

$= \{ (x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C) \}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)$

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  (দেখানো হলো)

**প্রশ্ন ১১ ৥ যদি  $A \subset B$  এবং  $C \subset D$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(A \times C) \subset (B \times D)$**

সমাধান : মনে করি,  $(x, y) \in A \times C$

তাহলে  $x \in A$  এবং  $y \in C$

বা,  $x \in B$  এবং  $y \in D$  [  $\because A \subset B$  এবং  $C \subset D$  ]

বা,  $(x, y) \in B \times D$

$\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$  (দেখানো হলো)

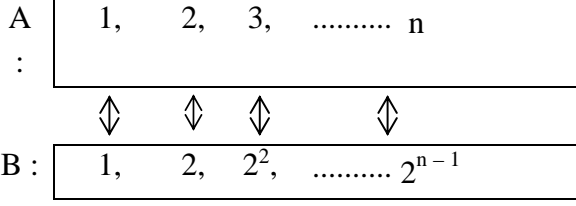
**প্রশ্ন ১২ ৥ দেখাও যে,  $A = \{ 1, 2, 3, \dots, n \}$  এবং**

$B = \{ 1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1} \}$  সেট দুইটি সমতুল।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $A = \{ 1, 2, 3, \dots, n \}$

এবং  $B = \{ 1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1} \}$

A ও B এর মধ্যে একটি এক-এক মিল নিচের চিত্রে দেখানো হলো :



আমরা জানি, যেকোনো দুইটি সেটের মধ্যে যদি একটি এক-এক মিল বর্ণনা করা যায়, তবে ঐ সেট দুটি সমতুল।

সুতরাং A ও B সেট দুইটি সমতুল। (দেখানো হলো)

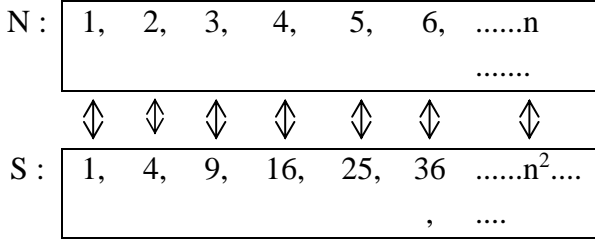
প্রশ্ন ১৩ ৥ দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট  $S = \{ 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots \}$  একটি অনন্ত সেট।

সমাধান : দেওয়া আছে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট,  $S = \{ 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots \}$

$= \{ 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \dots, n^2, \dots \}$

এখন স্বাভাবিক সংখ্যার সেট  $N = \{ 1, 2, 3, \dots, n, \dots \}$

N ও S এর মধ্যে একটি এক-এক মিল নিচে দেখানো হলো :



সুতরাং N ও S সমতুল। যেহেতু স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, N একটি অনন্ত সেট।

সুতরাং আমরা বলতে পারি, S একটি অনন্ত সেট। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ৥ প্রমাণ কর যে,  $n(A) = p$ ,  $n(B) = q$  এবং  $(A \cap B) = \phi$  হলে,  $n(A \cup B) = p + q$ ।

সমাধান : আমরা জানি,  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$= p + q - n(\phi) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= p + q - 0$$

$$= p + q \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ প্রমাণ কর যে, A, B, C সাত সেট হলে,

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

সমাধান : বামপাশ =  $n(A \cup B \cup C)$

$$= n\{ (A \cup B) \cup C \}$$

$$= \{ n(A \cup B) + n(C) - n\{ (A \cup B) \cap C \}$$

$$[ \because n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) ]$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C)$$

$$- n\{ (A \cap C) \cup (B \cap C) \}$$

$$\begin{aligned}
&= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - \{ n(A \cap C) \\
&\hspace{20em} + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \} \\
&= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) \\
&\hspace{20em} - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\
&= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\
&\hspace{20em} - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\
&= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ যদি  $A = \{a, b, x\}$  এবং  $B = \{c, y\}$ , সার্বিক সেট  $U = \{a, b, c, x, y, z\}$  এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,

(a) (i)  $A \subset B'$ , (ii)  $A \cup B' = B'$ , (iii)  $A' \cap B = B$

(b) নির্ণয় কর :  $(A \cap B) \cup (A \cap B')$

সমাধান : (a) (i) দেওয়া আছে,  $A = \{a, b, x\}$ ,  $B = \{c, y\}$

$$\text{এবং } U = \{a, b, c, x, y, z\}$$

$$\therefore B' = U - B$$

$$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{c, y\}$$

$$= \{a, b, x, z\}$$

$$\therefore A \subset B' \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

(ii) এখানে  $A \cup B' = \{a, b, x\} \cup \{a, b, x, z\}$  [(i) হতে]

$$= \{a, b, x, z\}$$

$$\therefore A \cup B' = B' \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

(iii)  $A' = U - A$

$$= \{a, b, c, x, y, z\} - \{a, b, x\} = \{c, y, z\}$$

$$\text{এখন, } A' \cap B = \{c, y, z\} \cap \{c, y\} = \{c, y\} = B$$

$$\therefore A' \cap B = B \text{ (যাচাই করা হলো)}$$

(b) দেওয়া আছে,  $A = \{a, b, x\}$ ;  $B = \{c, y\}$

$$\text{এবং } U = \{a, b, c, x, y, z\}$$

$$(a) \text{ i হইতে } B' = \{a, b, x, z\}$$

$$(A \cap B) = \{a, b, x\} \cap \{c, y\} = \emptyset$$

$$\text{এবং } A \cap B' = \{a, b, x\} \cap \{a, b, x, z\} = \{a, b, x\}$$

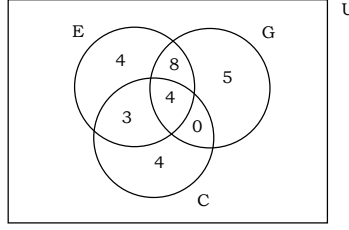
$$\therefore (A \cap B) \cup (A \cap B') = \emptyset \cup \{a, b, x\} = \{a, b, x\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ কোনো শ্রেণির 30 জন শিবার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 4 জন পৌরনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিবার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি?

[ 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে এর স্থলে 4 জন তিনটি বিষয় নিয়েছে হবে ]

সমাধান : মনে করি, ঐ শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট U, যেসব ছাত্র অর্থনীতি নিয়েছে তাদের সেট E, যারা ভূগোল নিয়েছে তাদের সেট G এবং যারা পৌরনীতি নিয়েছে তাদের সেট C।

তাহলে, প্রশ্নানুসারে,



$$n(U) = 30, \quad n(E) = 19, \quad n(G) = 17, \quad n(C) = 11, \quad n(E \cap G) = 12, \\ n(C \cap G) = 4, \quad n(E \cap C) = 7 \text{ এবং } n(E \cap G \cap C) = 4$$

তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(U) - n(E \cup G \cup C)$$

$$\text{এখন, } n(E \cup G \cup C) = n(E) + n(G) + n(C) - n(E \cap G)$$

$$- n(E \cap C) - n(C \cap G) + n(E \cap G \cap C)$$

$$= 19 + 17 + 11 - 12 - 7 - 4 + 4$$

$$= 47 - 19 = 28$$

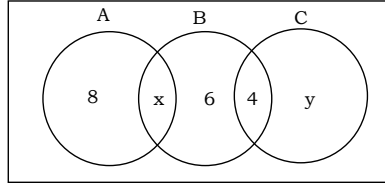
∴ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(U) - n(E \cup G \cup C) = 30 - 28 = 2$$

সুতরাং 2 জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি। (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ৥ ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

- (a) যদি  $n(A \cap B) = n(B \cap C)$  হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।  
 (b) যদি  $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$  হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।  
 (c)  $n(U)$  এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান : প্রদত্ত ভেনচিত্র :

(a) দেওয়া আছে,  $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

প্রদত্ত ভেনচিত্র অনুসারে  $n(A \cap B) = x$  এবং  $n(B \cap C) = 4$

$$\therefore x = 4 \text{ (Ans.)}$$

(b) দেওয়া আছে,  $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$

প্রদত্ত ভেনচিত্র অনুসারে,  $n(B \cap C') = x + 6$

$$n(A' \cap C) = 4 + y$$

এখন  $x + 6 = 4 + y$

বা,  $4 + 6 - 4 = y$  [(a) হতে  $x = 4$  বসিয়ে]

$$\therefore y = 6 \text{ (Ans.)}$$

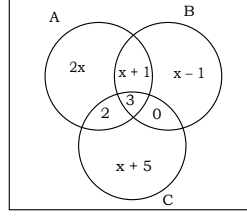
(c) ভেনচিত্র অনুসারে,  $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$

$$= 8 + 4 + 6 + 4 + 6 = 28 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৷ যদি  $n(U) = 50$  হয়, তবে ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন,  $U = A \cup B \cup C$

যদি  $n(U) = 50$  হয়,

তবে-



(a) x এর মান নির্ণয় কর।

(b)  $n(B \cap C')$  এবং  $n(A' \cap B)$  এর মান নির্ণয় কর।

(c)  $n(A \cap B \cap C')$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(a) দেওয়া আছে,  $n(U) = 50$

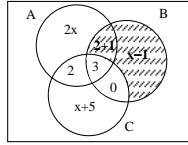
ভেনচিত্র থেকে পাই,  $2x + x + 1 + x - 1 + 2 + 3 + 0 + x + 5 = 50$

$$\text{বা, } 5x + 10 = 50$$

$$\text{বা, } 5x = 50 - 10$$

$$\text{বা, } x = \frac{40}{5} = 8 \text{ (Ans.)}$$

(b)



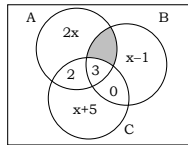
ভেনচিত্র থেকে পাই,  $n(B \cap C') = x + 1 + x - 1$

$$= 2x = 2 \times 8 \text{ [ } \because x = 8 \text{ ]}$$

$$= 16 \text{ (Ans.)}$$

এবং  $n(A' \cap B) = x - 1 + 0 = x - 1 = 8 - 1 = 7 \text{ (Ans.)}$

(c)

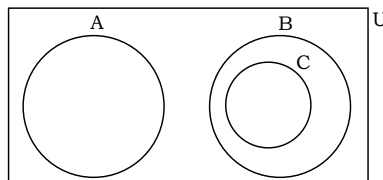


এখানে,  $n(A \cap B \cap C') = x + 1$  [ ভেনচিত্র থেকে ]

$$= 8 + 1 = 9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ ৷ তিনটি সেট A, B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন,  $A \cap B = \phi$ ,  $A \cap C = \phi$  এবং  $C \subseteq B$  ভেনচিত্র অঙ্কন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও :

সমাধান :



$A \cap B = \phi$ , ব্যাখ্যা : সেট A এবং সেট B এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। সুতরাং A ও B নিশ্চৈদ সেট।

$A \cap C = \phi$ , ব্যাখ্যা : সেট A এবং সেট C এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। সুতরাং A ও C নিশ্চৈদ সেট

$C \subseteq B$ , ব্যাখ্যা : সেট C এবং সেট B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে। C সেটের প্রত্যেকটি উপাদান B সেটের অন্তর্ভুক্ত।

প্রশ্ন ১১ ২১ ১ দেওয়া আছে  $A = \{ x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbf{R} \}$  এবং  $B = \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \}$  এবং  $C = \{ 2, 4, 5 \}$  নিম্নের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(a)  $A \cap B$  (b)  $A' \cap B'$  এবং (c)  $A' \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $A = \{ x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbf{R} \}$

$$B = \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \}$$

$$\text{এবং } C = \{ 2, 4, 5 \}$$

$$(a) A \cap B = \{ x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbf{R} \} \cap \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \} \\ = \{ x : 2 < x < 3, x \in \mathbf{R} \}$$

(b) এখানে,  $U = \mathbf{R}$

$$\therefore A \cup B = \{ x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbf{R} \} \cup \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \} \\ = \{ x : 1 \leq x \leq 5, x \in \mathbf{R} \}$$

দ্য মরগ্যানের সূত্রানুসারে,

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = U - (A \cup B) \\ = \mathbf{R} - \{ x : 1 \leq x \leq 5; x \in \mathbf{R} \} \\ = \{ x : x < 1 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbf{R} \}$$

(c) এখানে,  $U = \mathbf{R}$

$$A' = U - A = \mathbf{R} - \{ x : 2 < x \leq 5, x \in \mathbf{R} \} \\ = \{ x : x \leq 2 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbf{R} \}$$

$$B = \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \}$$

$$\therefore A' \cup B = \{ x : x \leq 2 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbf{R} \} \cup \{ x : 1 \leq x < 3, x \in \mathbf{R} \} \\ = \{ x : x < 3 \text{ অথবা } x > 5, x \in \mathbf{R} \}$$

প্রশ্ন ১১ ২২ ১ দেওয়া আছে  $U = \{ x : x < 10, x \in \mathbf{R} \}$ ,  $A = \{ x : 1 < x \leq 4 \}$  এবং  $B = \{ x : 3 \leq x < 6 \}$ . নিচের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(a)  $A \cap B$  (b)  $A' \cap B$  (c)  $A \cap B'$  এবং (d)  $A' \cap B'$

সমাধান :

দেওয়া আছে,  $U = \{ x : x < 10, x \in \mathbf{R} \}$

$$A = \{ x : 1 < x \leq 4 \}$$

$$B = \{ x : 3 \leq x < 6 \}$$

$$(a) A \cap B = \{ x : 1 < x \leq 4 \} \cap \{ x : 3 \leq x < 6 \} = \{ x : 3 \leq x \leq 4 \}$$

$$(b) A' = U - A = \{ x : x < 10, x \in \mathbf{R} \} - \{ x : 1 < x \leq 4 \} \\ = \{ x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10 \}$$

$$\therefore A' \cap B = \{ x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10 \} \cap \{ x : 3 \leq x < 6 \} \\ = \{ x : 4 < x < 6, x \in \mathbf{R} \}$$

(c)  $A \cap B'$

$$\begin{aligned} \therefore B' &= U - B = \{x : x < 10, x \in \mathbb{R}\} - \{x : 3 \leq x < 6\} \\ &= \{x : x < 3 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \cap B' &= \{x : 1 < x \leq 4\} \cap \{x : x < 3 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\} \\ &= \{x : 1 < x < 3, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

(d)  $A' \cap B'$

(b) থেকে পাই,  $A' = \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10\}$

(c) থেকে পাই,  $B' = \{x : x < 3 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10\}$

$$\begin{aligned} \therefore A' \cap B' &= \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 4 < x < 10\} \cap \{x : x < 3 \\ &\text{ অথবা } 6 \leq x < 10\} \\ &= \{x : x \leq 1 \text{ অথবা } 6 \leq x < 10, x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২৩ ১ নিম্নে  $A$  ও  $B$  সেট দেওয়া আছে। প্রতিবেদ্রে  $A \cup B$  নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে  $A \subset (A \cup B)$  এবং  $B \subset (A \cup B)$

(i)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  এবং  $B = \{-3, 0, 3\}$

(ii)  $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 2 \text{ এর গুণিতক}\}$

এবং  $B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\}$

সমাধান :

(i) দেওয়া আছে,  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  এবং  $B = \{-3, 0, 3\}$

$$\begin{aligned} \therefore A \cup B &= \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cup \{-3, 0, 3\} \\ &= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \end{aligned}$$

$A$  এবং  $B$  এর সকল উপাদান  $(A \cup B)$  এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব,  $A \subset (A \cup B)$  এবং  $B \subset (A \cup B)$  (যাচাই করা হলো)

(ii) দেওয়া আছে,  $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 2 \text{ এর গুণিতক}\}$

$$\therefore A = \{2, 4, 6, 8\}$$

এবং  $B = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\}$

$$\therefore B = \{3, 6, 9\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

$A$  এবং  $B$  এর সকল উপাদান  $(A \cup B)$  এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং  $A \subset (A \cup B)$  এবং  $B \subset (A \cup B)$ . (যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ১২৪ ১ নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে  $A \cap B$  নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে,  $(A \cap B) \subset A$  এবং  $(A \cap B) \subset B$

(i)  $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2\}$

(ii)  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, x, c, y\}$

সমাধান :

(i) দেওয়া আছে,  $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2\}$

$$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{-1, 0, 2\} = \{0, 2\}$$

$A \cap B$  সেটের সকল উপাদান  $A$  এবং  $B$  সেটে অন্তর্ভুক্ত আছে।

সুতরাং  $(A \cap B) \subset A$  এবং  $(A \cap B) \subset B$  (যাচাই করা হলো)

(ii) দেওয়া আছে,  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, x, c, y\}$

$$\therefore A \cap B = \{ a, b, c, d \} \cap \{ b, x, c, y \} = \{ b, c \}$$

$A \cap B$  সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটের অন্তর্ভুক্ত আছে।

অতএব,  $(A \cap B) \subset A$  এবং  $(A \cap B) \subset B$ . (যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ২৫ ৥ আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকার পাঠ্যভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীচায় দেখা গেল 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সন্ধানী, 50% ছাত্রী পূর্বাণী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্রী সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

(i) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনোটিই পড়ে না?

(ii) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

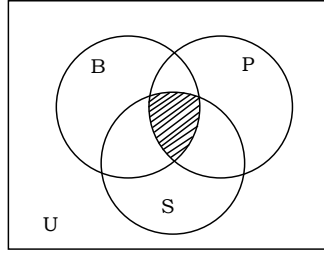
সমাধান : মনে করি, সকল ছাত্রীর সেট U; বিচিত্রা পড়া ছাত্রীদের সেট B; সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট S এবং পূর্বাণী পড়া ছাত্রীদের সেট P

$$\therefore \text{শতকরা } n(U) = 100, n(B) = 60$$

$$n(S) = 50, n(P) = 50, n(B \cap S) = 30$$

$$n(B \cap P) = 30, n(P \cap S) = 20$$

$$n(B \cap P \cap S) = 10$$



(i) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(B \cup P \cup S)$$

$$\therefore n(B \cup P \cup S) = n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P)$$

$$- n(P \cap S) - n(S \cap B) + n(B \cap P \cap S)$$

$$= 60 + 50 + 50 - 30 - 30 - 20 + 10$$

$$= 170 - 80 = 90$$

$\therefore$  কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা,

$$= n(U) - n(B \cup P \cup S)$$

$$= (100 - 90) = 10$$

$\therefore$  শতকরা 10 জন ছাত্রী কোনো পত্রিকাই পড়ে না। (Ans.)

(ii) শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$$

শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$$

শুধু পূর্বাণী ও সন্ধানী পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$$= n(P \cap S) - n(B \cap P \cap S) = 20 - 10 = 10$$

$\therefore$  কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$$= 20 + 20 + 10 = 50$$

∴ শতকরা 50 জন ছাত্রী দুটি পত্রিকা পড়ে। (Ans.)

প্রশ্ন ১২৬ ৷  $A = \{ x : x \in \mathbf{R} \text{ এবং } x^2 - (a + b)x + ab = 0 \}$

$B = \{ 1, 2 \}$  এবং  $C = \{ 2, 4, 5 \}$

ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$

গ. প্রমাণ কর যে,  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে,  $A = \{ x : x \in \mathbf{R} \text{ এবং } x^2 - (a + b)x + ab = 0 \}$

এখন,  $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা,  $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা,  $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা,  $(x - a)(x - b) = 0$

∴  $x = a$  অথবা  $x = b$

∴ A সেটের উপাদানসমূহ হলো a, b

খ. দেওয়া আছে,  $B = \{ 1, 2 \}$  এবং  $C = \{ 2, 4, 5 \}$

∴  $B \cap C = \{ 1, 2 \} \cap \{ 2, 4, 5 \} = \{ 2 \}$

∴  $P(B \cap C) = \{ \{ 2 \}, \Phi \}$

আবার,  $B = \{ 1, 2 \}$

∴  $P(B) = \{ \{ 1, 2 \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \Phi \}$

এবং  $C = \{ 2, 4, 5 \}$

∴  $P(C) = \{ \{ 2, 4, 5 \}, \{ 2, 4 \}, \{ 4, 5 \}, \{ 2, 5 \}, \{ 2 \}, \{ 4 \}, \{ 5 \}, \Phi \}$

∴  $P(B) \cap P(C) = \{ \{ 2 \}, \Phi \}$

সুতরাং  $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$  (দেখানো হলো)

(গ) এখানে,  $(B \cup C) = \{ 1, 2 \} \cup \{ 2, 4, 5 \} = \{ 1, 2, 4, 5 \}$

∴ বামপক্ষ =  $A \times (B \cup C) = \{ a, b \} \times \{ 1, 2, 4, 5 \}$   
=  $\{ (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5),$

$(b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5) \}$

আবার,  $(A \times B) = \{ a, b \} \times \{ 1, 2 \}$

=  $\{ (a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2) \}$

এবং  $A \times C = \{ a, b \} \times \{ 2, 4, 5 \}$

=  $\{ (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5) \}$

∴ ডানপক্ষ =  $(A \times B) \cup (A \times C)$

=  $\{ (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5) \}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২৭ ৥ একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়-

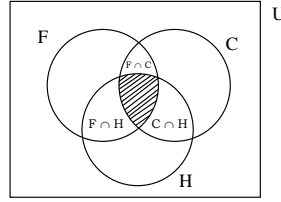
ক. উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।

খ. কতজন ছাত্র উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।

গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

সমাধান :

ক. মনে করি, ঐ শ্রেণির ছাত্রদের সেট U, এবং ছাত্রদের মধ্যে যারা ফুটবল খেলতে পারদর্শী তাদের সেট F, যারা ক্রিকেট খেলতে পারদর্শী তাদের সেট C ও যারা হকি খেলতে পারদর্শী তাদের সেট H তাহলে প্রশ্নানুসারে,  $n(U) = 100$ ,  $n(F) = 42$ ,  $n(C) = 46$ ,  $n(H) = 39$ ,  $n(F \cap C) = 13$ ,  $n(C \cap H) = 14$ ,  $n(F \cap H) = 12$ ,  $n(F \cup C \cup H)' = 7$



ভেনচিত্র

খ. তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট  $(F \cap C \cap H)$

আমরা জানি,  $n(F \cup C \cup H)' = n(U) - n(F \cup C \cup H)$

বা,  $n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)'$

$$= 100 - 7 = 93$$

এখন,  $n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$

বা,  $93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + n(F \cap C \cap H)$

বা,  $93 = 127 - 39 + n(F \cap C \cap H)$

$$\therefore n(F \cap C \cap H) = 5$$

$\therefore$  তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সংখ্যা 5 জন। (Ans.)

গ. অন্তত দুটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট

$= (F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)$  [ভেনচিত্রে হতে]

এবং অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট  $= F \cup C \cup H$ .

$\therefore$  অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$$= n[(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$$

$$= n(F \cap C) + n(C \cap H) + n(F \cap H) - n[(F \cap C) \cap (C \cap H)] - n[(C \cap H) \cap (F \cap H)] - n[(F \cap H) \cap (F \cap C)] + n[(F \cap C) \cap (C \cap H) \cap (F \cap H)]$$

$$= 13 + 14 + 12 - 5 - 5 - 5 + 5 = 29 \text{ (Ans.)}$$

আবার, অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট

$$= n(F \cup C \cup H)$$

$$= n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H) - n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$$

$$= 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + 5 = 93$$

$\therefore$  কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা

$$= n(F \cup C \cup H) - n[(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$$

# SOLVED BOARD QUESTION

2015-2022

## রাজশাহী বোর্ড ২০২২

(i)  $(A - Bx)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।

(ii)  $y = \ln \frac{7+x}{x}$  একটি ফাংশন।

ক. যদি  $(25)^{2x} = 5^{x+1}$  হয়, তবে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $A = 2$  এবং  $B = -1$  হলে, (i)নং রাশিটির পঞ্চম ও ষষ্ঠ পদের সহগ সমান হয়, তবে  $n$  এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. (ii)নং ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। 8

## কুমিল্লা বোর্ড ২০২২

$p = 1 + \log_x(yz)$ ,  $q = 1 + \log_y(zx)$ ,  $r = 1 + \log_z(xy)$  এবং  $\frac{5-x}{5+x}$  একটি ফাংশন।

$5 + yx$

ক. ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর। 8

গ. দেখাও যে,  $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} = 1$ । 8

## ১. যশোর বোর্ড ২০২১

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x-5}{2x+3}$

ক.  $f$  এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ.  $f$  এক-এক ফাংশন কি-না নির্ধারণ কর। 8

গ.  $f$  একটি অনটু ফাংশন কি-না নির্ধারণ কর। 8

⇨ ১নং প্রশ্নের সমাধান ⇨

ক. দেওয়া আছে,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{2x-5}{2x+3}$$

$x$  এর যে সকল বাস্তব মানের জন্য  $f(x)$  এর বাস্তব মান পাওয়া যায়, সেগুলোই  $f(x)$  এর ডোমেন।

$f(x) = \frac{2x-5}{2x+3} \in \mathbb{R}$  হবে যদি এবং কেবল যদি

$$2x + 3 \neq 0 \text{ হয়}$$

বা,  $2x = -3$

বা,  $x \neq -\frac{3}{2}$  হয়

$$\therefore f \text{ এর ডোমেন} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}.$$

খ. দেওয়া আছে,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x-5}{2x+3}$$

ধরি,  $a, b \in \text{ডোম } f(x)$

$$\therefore f(a) = \frac{2a-5}{2a+3}$$

$$\text{এবং } f(b) = \frac{2b-5}{2b+3}$$

$f(x)$  এক-এক ফাংশন হবে যদি ও কেবল যদি  $a, b \in \text{ডোম } f$  এর জন্য  $f(a) = f(b)$  হলে,  $a = b$  হয়।

এখন,  $f(a) = f(b)$

$$\text{বা, } \frac{2a-5}{2a+3} = \frac{2b-5}{2b+3}$$

$$\text{বা, } 4ab + 6a - 10b - 15 = 4ab - 10a + 6b - 15$$

$$\text{বা, } 6a - 10b = -10a + 6b$$

$$\text{বা, } 6a + 10a = 10b + 6b$$

$$\text{বা, } 16a = 16b$$

$$\therefore a = b$$

$\therefore f$  একটি এক-এক ফাংশন।

গ. দেওয়া আছে,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x-5}{2x+3}$

$$\text{ধরি, } y = f(x) = \frac{2x-5}{2x+3}$$

$$\text{অর্থাৎ, } y = \frac{2x-5}{2x+3}$$

$$\text{বা, } 2x - 5 = 2xy + 3y$$

$$\text{বা, } 2x - 2xy = 3y + 5$$

$$\text{বা, } x(2 - 2y) = 3y + 5$$

$$\therefore x = \frac{3y+5}{2-2y}$$

এখন,  $x = \frac{3y+5}{2-2y} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $2 - 2y \neq 0$

$$\text{বা, } 2y \neq 2 \text{ বা, } y \neq 1 \text{ হয়}$$

$\therefore f(x)$  এর রেঞ্জ =  $\mathbb{R} - \{1\} \neq \text{কোডোমেন}$

$\therefore f$  ফাংশনটি অনটু ফাংশন নয়।

## 📖 ২. কুমিল্লা বোর্ড ২০২১

$$f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$$

ক.  $f(x) = x$  হলে সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কি-না তা নির্ধারণ কর। ৪

গ.  $f^{-1}(x) = xf^{-1}(1)$  হলে,  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

⇨ ২নং প্রশ্নের সমাধান ⇩

ক. দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$$

এখন,  $f(x) = x$  হলে,

$$\frac{3x-5}{4x-3} = x$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 3x = 3x - 5$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 3x - 3x + 5 = 0$$

বা,  $4x^2 - 6x + 5 = 0$  যা একটি  $ax^2 + bx + c = 0$  আকারের দ্বিঘাত সমীকরণ।

$$\text{সমীকরণটির নিশ্চায়ক} = b^2 - 4ac$$

$$= (-6)^2 - 4.4.5$$

$$= 36 - 80 = -44$$

নির্ণেয় সমীকরণটির নিশ্চায়ক  $-44$ .

**খ.** দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$$

এখানে,  $f(x) = \frac{3x-5}{4x-3} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $4x - 3 \neq 0$  বা,  $4x \neq 3$  বা,  $x \neq \frac{3}{4}$  হয়।

$\therefore$  ডোম,  $f(x) = R - \left\{\frac{3}{4}\right\}$

ধরি,  $a, b \in$  ডোম  $f(x)$

$$\text{এখন, } f(a) = \frac{3a-5}{4a-3}$$

$$\text{এবং } f(b) = \frac{3b-5}{4b-3}$$

$f(x)$  এক-এক ফাংশন হবে যদি ও কেবল যদি  $a, b \in$  ডোম  $f(x)$  এর জন্য  $f(a) = f(b)$  হলে,  $a = b$  হয়।

$$f(a) = f(b) \text{ হলে, } \frac{3a-5}{4a-3} = \frac{3b-5}{4b-3}$$

$$\text{বা, } 12ab - 9a - 20b + 15 = 12ab - 20a - 9b + 15$$

$$\text{বা, } -9a + 20a = -9b + 20b$$

$$\text{বা, } 11a = 11b$$

$$\therefore a = b$$

$\therefore f(x)$  একটি এক-এক ফাংশন।

**গ.** দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$

$$\text{ধরি, } y = f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$$

$$\text{তাহলে, } f(x) = y$$

$$\text{বা, } f^{-1}\{f(x)\} = f^{-1}(y)$$

$$\text{বা, } x = f^{-1}(y)$$

$$\text{আবার, } y = \frac{3x-5}{4x-3}$$

$$\text{বা, } 4xy - 3y = 3x - 5$$

$$\text{বা, } 4xy - 3x = 3y - 5$$

$$\text{বা, } x(4y - 3) = 3y - 5$$

$$\text{বা, } x = \frac{3y-5}{4y-3}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{3y-5}{4y-3} \quad [x = f^{-1}(y)]$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$$

$$\therefore f^{-1}(1) = \frac{3 \cdot 1 - 5}{4 \cdot 1 - 3} = \frac{-2}{1} = -2$$

এখন,  $f^{-1}(x) = xf^{-1}(1)$  হলে,

$$\frac{3x-5}{4x-3} = x \cdot (-2)$$

$$\text{বা, } \frac{3x-5}{4x-3} = -2x$$

$$\text{বা, } 3x - 5 = -8x^2 + 6x$$

$$\text{বা, } 8x^2 - 6x + 3x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 8x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 8x^2 - 8x + 5x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 8x(x-1) + 5(x-1) = 0$$

$$\text{বা, } (x-1)(8x+5) = 0$$

হয়,

$$x - 1 = 0$$

অথবা,

$$8x + 5 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{বা, } 8x = -5$$

$$\therefore x = -\frac{5}{8}$$

### 📖 ৩. সিলেট বোর্ড ২০২০

$f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$  একটি ফাংশন, যেখানে  $x \neq 2$

ক.  $f(-2)$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $f(x)$  ফাংশনটি এক-এক কি-না তা নির্ধারণ কর। ৪

গ.  $f^{-1}(x) = 3x$  হলে,  $x$  সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

### ⇨ তনু প্রশ্নের সমাধান ⇩

ক. দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ , যেখানে  $x \neq 2$

$$\therefore f(-2) = \frac{2(-2)+3}{-2-2} = \frac{-4+3}{-4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

নির্ণয় মান:  $\frac{1}{4}$

খ. দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ , যেখানে  $x \neq 2$

$$\therefore \text{ডোম, } f(x) = R - \{2\}$$

ধরি,  $a, b \in \text{ডোম } f(x)$

$$\therefore f(a) = \frac{2a+3}{a-2}$$

$$\text{এবং, } f(b) = \frac{2b+3}{b-2}$$

$f(x)$  এক-এক ফাংশন হবে যদি ও কেবল যদি  $a, b \in \text{ডোম } f(x)$  এর জন্য  $f(a) = f(b)$  হলে,  $a = b$  হয়।

এখন,  $f(a) = f(b)$  হলে,

$$\frac{2a+3}{a-2} = \frac{2b+3}{b-2}$$

$$\text{বা, } (2a+3)(b-2) = (2b+3)(a-2)$$

$$\text{বা, } 2ab - 4a + 3b - 6 = 2ab - 4b + 3a - 6$$

$$\text{বা, } -4a + 3b = -4b + 3a$$

$$\text{বা, } -4a - 3a = -4b - 3b$$

$$\text{বা, } -7a = -7b$$

$$\therefore a = b$$

$f(x)$  একটি এক-এক ফাংশন।

গ. দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ , যেখানে  $x \neq 2$

$$\text{ধরি, } y = f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$\text{এখন, } f(x) = y$$

$$\text{বা, } f^{-1}\{f(x)\} = f^{-1}(y)$$

$$\text{বা, } x = f^{-1}(y)$$

$$\text{আবার, } y = \frac{2x+3}{x-2},$$

$$\text{বা, } xy - 2y = 2x + 3$$

$$\text{বা, } xy - 2x = 2y + 3$$

$$\text{বা, } x(y-2) = 2y + 3$$

$$\text{বা, } x = \frac{2y+3}{y-2}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{2y+3}{y-2} [\because x = f^{-1}(y)]$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

প্রশ্নানুসারে,  $f^{-1}(x) = 3x$

$$\text{বা, } \frac{2x+3}{x-2} = 3x$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 6x = 2x + 3$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 6x - 2x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{8 \pm 10}{6}$$

$$\therefore x = \frac{8+10}{6}, \frac{8-10}{6}$$

নির্ণেয়  $x$  এর সম্ভাব্য মান:  $3, \frac{-2}{6}$

### 📖 ৪. দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

$f(y) = \sqrt{8-3y}$  একটি ফাংশন এবং  $s = \{(x,y): x^2 + y^2 - 36 = 0 \text{ and } y \geq 0\}$  একটি অন্য়।

ক.  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$  এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ.  $f^{-1}$  ফাংশনটি এক-এক কি-না তা নির্ধারণ কর। ৪

গ.  $s$  অন্য়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্য়টির ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ধারণ কর।

⇒ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. দেওয়া আছে,  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$

$g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $\sqrt{1-2x} > 0$

$$\text{বা, } 1 - 2x > 0$$

$$\text{বা, } 1 > 2x$$

$$\text{বা, } 2x < 1$$

$$\therefore x < \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ডোমেন } g(x) = \left\{x: x \in \mathbb{R} \text{ and } x < \frac{1}{2}\right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$$

খ. দেওয়া আছে,  $f(y) = \sqrt{8-3y}$

এখানে,  $f(y) = \sqrt{8-3y} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি

$$8 - 3y \geq 0$$

$$\text{বা, } -3y \geq -8$$

$$\text{বা, } 3y \leq 8$$

$$\text{বা, } y \leq \frac{8}{3} \text{ হয়}$$

$$\therefore \text{ডোম } f(y) = \left(-\infty, \frac{8}{3}\right)$$

ডোমেনের অন্তর্গত সকল মানের জন্য  $f(y) = \sqrt{8-3y}$  এর মান অঋণাত্মক হয়।

$$\therefore f(y) \text{ এর রেঞ্জ} = [0, \infty]$$

$$\text{ধরি, } x = f(y) = \sqrt{8-3y}$$

$$\text{এখন, } f(y) = x$$

$$\text{বা, } f^{-1}\{f(y)\} = f^{-1}(x)$$

$$\text{বা, } y = f^{-1}(x)$$

$$\text{আবার, } x = \sqrt{8-3y}$$

$$\text{বা, } x^2 = 8 - 3y$$

$$\text{বা, } 3y = 8 - x^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{8-x^2}{3}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(x) = \frac{8-x^2}{3} [\because y = f^{-1}(x)]$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{8-y^2}{3}$$

$f^{-1}(y)$  এর ডোমেন =  $f(y)$  এর রেঞ্জ =  $[0, \infty]$

ধরি,  $a, b \in$  ডোম  $f^{-1}(y)$

$$\therefore f^{-1}(a) = \frac{8-a^2}{3} \text{ এবং } f^{-1}(b) = \frac{8-b^2}{3}$$

$f^{-1}(y)$  এক-এক ফাংশন হবে যদি ও কেবল যদি  $a, b \in$  ডোম  $f^{-1}(y)$  এর জন্য  $f^{-1}(a) = f^{-1}(b)$  হলে,  $a = b$  হয়।

এখন,  $f^{-1}(a) = f^{-1}(b)$  হলে,

$$\frac{8-a^2}{3} = \frac{8-b^2}{3}$$

$$\text{বা, } 8 - a^2 = 8 - b^2$$

$$\text{বা, } -a^2 = -b^2$$

$$\text{বা, } a^2 = b^2$$

$$\text{বা, } a = b$$

$f^{-1}(y)$  একটি এক-এক ফাংশন

গ. দেওয়া আছে,

$$S = \{(x, y): x^2 + y^2 - 36 = 0 \text{ and } y \geq 0\}$$

$S$  এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,

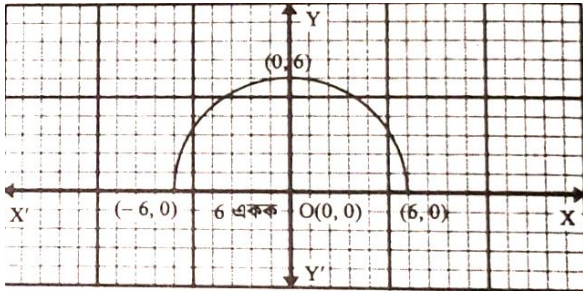
$$x^2 + y^2 - 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 36$$

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 6^2$$

যেহেতু  $y \geq 0$

সেহেতু সমীকরণটির একটি অর্ধবৃত্তের সমীকরণ যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(0, 0)$  এবং ব্যাসার্ধ একক 6 ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে অর্ধবৃত্তের কেন্দ্র  $O(0, 0)$  চিহ্নিত করি এবং  $O$  কে কেন্দ্র করে 6 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে  $y \geq 0$  ব্যবধিতে একটি অর্ধবৃত্ত অঙ্কন করি যা  $x$  - অক্ষের উপরের দিকে অবস্থিত। এটিই প্রদত্ত  $S$  অন্সয়ের লেখচিত্র।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায়,  $Y$  অক্ষের সমান্তরাল রেখায় লেখচিত্রের একাধিক বিন্দু নাই।

অতএব,  $S$  অন্সয়টি একটি ফাংশন।

### ৫. চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৯

$$A = \{x: x \in \mathbb{Z} \text{ and } x^2 \leq 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N}: x < 5\}$$

$$C = \{3, 5\}$$

ক.  $C$  সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. দেখাও যে,  $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$ .

৪

গ.  $S = \{(x, y): x \in A, y \in A \text{ and } y = \sqrt{4 - x^2}\}$  অন্সয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোম  $S$  নির্ণয় কর।

৪

⇒ নেং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. দেওয়া আছে,  $C = \{3,5\}$

প্রদত্ত  $C$  সেটটি মৌলিক সংখ্যার সেট যা ২ থেকে বড় এবং ৭ থেকে ছোট।

$$\therefore C = \{x: x, \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 2 < x < 7\}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$B = \{x \in \mathbb{N}: x < 5\} \text{ এবং } C = \{3,5\}$$

$$\therefore P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1,3\}\}$$

$$P(C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{3,5\}\}$$

$$\therefore P(B) \cup P(C) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1,3\}\} \cup$$

$$\{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{3,5\}\} = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{3,5\}\}$$

$$\text{আবার, } B \cup C = \{1,3\} \cup \{3,5\} = \{1,3,5\}$$

$$\therefore P(B \cup C) =$$

$$\{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{3,5\}, \{1,5\}, \{1,3,5\}\}$$

সুতরাং,  $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$  (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে,  $A = \{x: x \in \mathbb{Z} \text{ and } x^2 \leq 4\}$

এখানে,  $x = 0$  হলে,  $x^2 = (0)^2 = 0 < 4$

$x = \pm 1$  হলে,  $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 4$

$x = \pm 2$  হলে,  $x^2 = (\pm 2)^2 = 4$

$x = \pm 3$  হলে,  $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 4$

$$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

এবং  $S = \{(x, y): x \in A, y \in A \text{ and } y = \sqrt{4 - x^2}\}$

$S$  অন্তর্ভুক্ত শর্তে পাই,  $y = \sqrt{4 - x^2}$

এখন প্রত্যেক  $x \in A$  এর জন্য  $y = \sqrt{4 - x^2}$  এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0

যেহেতু  $\sqrt{3} \notin A$

$$\therefore (-1, \sqrt{3}) \notin S$$

এবং  $(1, \sqrt{3}) \notin S$

$$\therefore S = \{(-2, 0), (0, 2), (2, 0)\}$$

$$\therefore \text{ডোম, } S = \{-2, 0, 2\}$$

### 📖 ৬. বরিশাল বোর্ড ২০১৯

১০ম শ্রেণীর ১০০জন শিক্ষার্থীর মধ্যে চালানো একটি জরিপে দেখা গেল যে, ৫৭ জন গোলাপ, ৪৯ জন বেলি, ৩৭ জন শিক্ষার্থী হাসনাহেনা ফুল পছন্দ করে। তাদের মধ্যে ২৭ জন গোলঅপ ও বেলী, ২৩ জন বেলী ও হাসনাহেনা এবং ২৯ জন হাসনাহেনা ও গোলাপ ফুল পছন্দ করে। ১৭ জন শিক্ষার্থী তিনটি ফুলই পছন্দ করে।

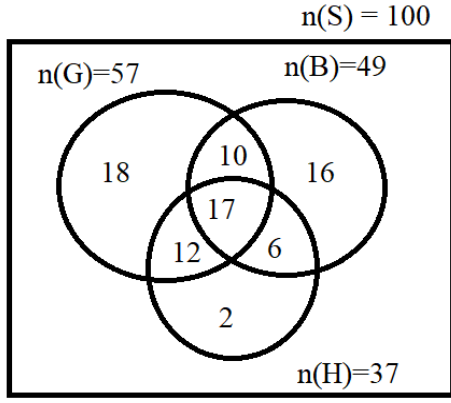
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণ সহ তথ্যসমূহকে ভেনচিত্রে দেখাও। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী ফুল তিনটির কোনটিই পছন্দ করে না? নির্ণয় কর। ৪

গ. কতজন শিক্ষার্থী ফুল তিনটির কেবল একটি ফুল পছন্দ করে নির্ণয় কর। ৪

⇨ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ⇨

ক. মনে করি, সকল শিক্ষার্থীর সেট  $S$  এদের মধ্যে যেসব শিক্ষার্থী গোলাপ, বেলি ও হাসনাহেনা ফুল পছন্দ করে তাদের সেট যথাক্রমে  $G B H$  তথ্যগুলো পাশের ভেনচিত্রে দেখানো হলে:



খ. 'ক' এর ভেনচিত্র হতে পাই,

$$\begin{aligned} n(G) &= 57 & n(B \cap H) &= 23 \\ n(B) &= 49 & n(H \cap G) &= 29 \\ n(H) &= 37 & n(G \cap B \cap H) &= 17 \\ n(G \cap B) &= 27 \end{aligned}$$

মনে করি, তিনটি ফুলের মধ্যে অন্তত একটি পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থী সংখ্যা  $n(G \cup B \cup H)$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} n(G \cup B \cup H) &= n(G) + n(H) + n(B) - n(G \cap B) - n(B \cap H) - n(H \cap G) + n(G \cap B \cap H) \\ &= 57 + 49 + 37 - 27 - 23 - 29 + 17 \end{aligned}$$

ফুল তিনটির কোনটিই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থী সংখ্যা,

$$\begin{aligned} n(G \cup B \cup H)' &= n(S) - n(G \cup B \cup H) \\ &= 100 - 81 = 19 \end{aligned}$$

∴ 19জন শিক্ষার্থী ফুল তিনটির কোনটিই পছন্দ করে না।

গ. কেবল গোলাপ পছন্দ করে

$$\begin{aligned} &= n(G) - n(G \cap B) - n(H \cap G) + n(G \cap B \cap H) \\ &= (57 - 27 - 29 + 17) \\ &= 18 \text{ জন} \end{aligned}$$

কেবল বেলি পছন্দ করে

$$\begin{aligned} &= n(B) - n(G \cap B) - n(B \cap H) + n(G \cap B \cap H) \\ &= (49 - 27 - 23 + 17) \\ &= 16 \text{ জন} \end{aligned}$$

কেবল হাসনাহেনা পছন্দ করে

$$\begin{aligned} &= n(H) - n(B \cap H) - n(H \cap G) + n(G \cap B \cap H) \\ &= (37 - 23 - 29 + 17) \\ &= 2 \text{ জন} \end{aligned}$$

∴ ফুল তিনটির কেবল একটি ফুল পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থী সংখ্যা,

$$\begin{aligned} &= (18 + 16 + 2) \\ &= 36 \text{ জন} \end{aligned}$$

∴ 36জন শিক্ষার্থী ফুল তিনটির কেবল একটি পছন্দ করে।

### 📖 ৭. ঢাকা বোর্ড ২০১৭

$f: \nabla \rightarrow \nabla$  এবং  $g: \nabla \rightarrow \nabla$  ফাংশনদ্বয়  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এবং  $g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

- ক.  $f$  এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $g$  ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন। ৪  
 গ.  $3f^{-1}(x) = x$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এখন,  $f(x)$  ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যদিও কেবল যদি  $x-1 \neq 0$  বা,  $x \neq 1$  হয়।

$\therefore$  ডোমেন =  $\mathbb{R} - \{1\}$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

$g(x) \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $2x+1 \neq 0$  বা,  $x \neq -\frac{1}{2}$  হয়।

$\therefore$  ডোম,  $g = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

$g(x)$  এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো  $a, b \in$  ডোম  $g$  এর জন্য  $g(a) = g(b)$  হলে  $a = b$  হয়।

ধরি,  $g(a) = g(b)$

বা,  $\frac{a-3}{2a+1} = \frac{b-3}{2b+1}$

বা,  $2ab - 6b + a - 3 = 2ab - 6a + b - 3$

বা,  $a + 6a = b + 6b$

বা,  $7a = 7b \therefore a = b$

অতএব,  $g(x)$  ফাংশনটি এক-এক। (দেখানো হলো)

ধরি,  $y = g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$

বা,  $2xy + y = x - 3$

বা,  $y + 3 = x - 2xy$

বা,  $y + 3 = x(1 - 2y)$

$\therefore x = \frac{y+3}{1-2y} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $1-2y \neq 0$  বা  $y \neq \frac{1}{2}$  হয়।

$\therefore g(x)$  এর রেঞ্জ =  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  = কোডোমেন

$\therefore g(x)$  ফাংশনটি সার্বিক।

বিঃ দ্রঃ  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  শর্তে প্রশ্নটি সঠিক নয়।  $g: \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  শর্তে  $g(x)$  ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে এবং এক-এক ও সার্বিক হবে। তাই এই শর্ত বিবেচনা করে প্রশ্নটির সমাধান দেওয়া হয়েছে।

গ দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

ধরি,  $f^{-1}(x) = a$

বা,  $x = f(a)$

বা,  $x = \frac{2a+2}{a-1}$

বা,  $ax - x = 2a + 2$

বা,  $ax - 2a = x + 2$

বা,  $a(x-2) = x+2$

বা,  $a = \frac{x+2}{x-2}$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$

প্রশ্নমতে,  $3f^{-1}(x) = x$

বা,  $3\left(\frac{x+2}{x-2}\right) = x$

বা,  $3x + 6 = x^2 - 2x$

বা,  $x^2 - 5x - 6 = 0$

বা,  $x^2 - 6x + x - 6 = 0$

বা,  $x(x-6) + 1(x-6) = 0$

বা,  $(x-6)(x+1) = 0$

$$\therefore x = -1, 6 \text{ (Ans.)}$$

### ৮. ঢাকা বোর্ড ২০১৬

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - (p+q)x + pq = 0; p, q \in \nabla\},$$

$$B = \{2, 3\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5\}$$

$$\text{ক. উপসেট ও পূরক সেট কী?} \quad ২$$

$$\text{খ. দেখাও যে, } P(B \cap C) = P(B) \cap P(C). \quad ৪$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C). \quad ৪$$

#### ৮ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** উপসেট: A ও B সেট হলে A কে B এর উপসেট বলা হয় যদি ও কেবল যদি A এর প্রত্যেক উপাদান B এর উপাদান হয় এবং একে  $A \subseteq B$  লিখে প্রকাশ করা হয়।

**পূরক সেট:** যদি U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট হয়, তাহলে A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে  $A^c$  বা  $A'$  দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে  $A^c = U \setminus A$

**খ** দেওয়া আছে,

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{3, 4, 5\}$$

$$\therefore B \cap C = \{2, 3\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = P(B \cap C) = \{\{3\}, \phi\}$$

$$\text{আবার, } P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$$

$$\text{এবং } P(C) = \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \phi\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = P(B) \cap P(C)$$

$$= \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\} \cap \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \phi\} = \{\{3\}, \phi\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C) \text{ (দেখানো হলো)}$$

**গ** দেওয়া আছে,

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - (p+q)x + pq = 0; p, q \in \nabla\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{3, 4, 5\}$$

$$\text{এখন, } x^2 - (p+q)x + pq = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - px - qx + pq = 0$$

$$\text{বা, } x(x-p) - q(x-p) = 0$$

$$\therefore (x-p)(x-q) = 0$$

$$\text{হয়, } x-p=0 \text{ অথবা, } x-q=0$$

$$\therefore x=p \quad \therefore x=q$$

$$\therefore A = \{p, q\}$$

$$\text{আবার, } B \cup C = \{2, 3\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times B = \{p, q\} \times \{2, 3\} = \{(p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3)\}$$

$$A \times C = \{p, q\} \times \{3, 4, 5\} = \{(p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = A \times (B \cup C) = \{p, q\} \times \{2, 3, 4, 5\} = \{(p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 2), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \times B) \cup (A \times C) = \{(p, 2), (p, 3), (q, 2), (q, 3)\} \cup \{(p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\} = \{(p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (q, 2), (q, 3), (q, 4), (q, 5)\}$$

$$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

### ৯. ঢাকা বোর্ড ২০১৫

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\},$$

$$B = \{2, 3\}, C = \{2, 4, 5\} \text{ যেখানে } a, b \in \nabla$$

$$\text{ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. দেখাও যে, } P(B \cap C) = P(B) \cap P(C). \quad ৪$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C). \quad ৪$$

#### ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে,

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$$

$$\begin{aligned}
&= \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - ax - bx + ab = 0\} \\
&= \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x(x-a) - b(x-a) = 0\} \\
&= \{x : x \in \nabla \text{ এবং } (x-a)(x-b) = 0\} \\
&= \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x = a, b\} \\
&= \{a, b\}
\end{aligned}$$

∴ A সেটের উপাদানসমূহ a এবং b (Ans.)

খ দেওয়া আছে, B = {2, 3} এবং C = {2, 4, 5}

$$\therefore B \cap C = \{2\}$$

$$P(B \cap C) = \{\{2\}, \phi\}$$

আবার, P(B) = {\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi}

$$P(C) = \{\{2\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 4, 5\}, \phi\}$$

$$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \phi\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C) \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ B ∪ C = {2, 3} ∪ {2, 4, 5} = {2, 3, 4, 5}

এখন, A × (B ∪ C)

$$= \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$A \times B = \{a, b\} \times \{2, 3\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$$

$$A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$$

এখন, (A × B) ∪ (A × C)

$$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 2), (a, 4),$$

$$(a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

## ১০. রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$

ক. f(x) এর ডোমেন নির্ণয় কর।

২

খ. f<sup>-1</sup>(5) নির্ণয় কর।

৪

গ. প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

৪

### ১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2}{x-3}$

f(x) সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি,

$$x-3 \neq 0 \text{ বা, } x \neq 3 \text{ হয়।}$$

$$\therefore \text{ডোমেন} = \nabla - \{3\} \text{ (Ans.)}$$

খ ধরি,  $f^{-1}(x) = a$

$$\therefore x = f(a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{a-3}$$

$$\text{বা, } x(a-3) = 2$$

$$\text{বা, } ax - 3x = 2$$

$$\text{বা, } ax = 3x + 2$$

$$\text{বা, } a = \frac{3x+2}{x}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x}$$

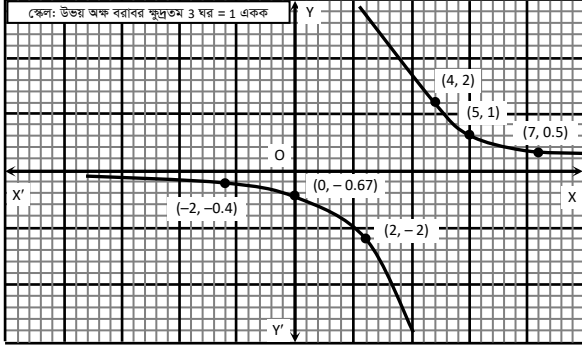
$$\therefore f^{-1}(5) = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5} \text{ (Ans.)}$$

গ ধরি,  $y = f(x) = \frac{2}{x-3}$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	0	2	4	5	7
y = f(x)	-0.4	-	-2	2	1	0.5

ছক কাগজে  $XOX'$  বরাবর  $X$ -অক্ষ এবং  $YOY'$  বরাবর  $Y$ -অক্ষ এবং উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 3 ঘরকে একক ধরি। ছকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো  $(-2, -0.4)$ ,  $(0, -0.67)$ ,  $(2, -2)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(5, 1)$  ও  $(7, 0.5)$  স্থাপন করে যোগ করি। তাহলেই প্রদত্ত ফাংশনের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



### 11. রাজশাহী বোর্ড ২০১৫

$$A = \{x : x \in \wedge \text{ এবং } x^2 \leq 4\}$$

$$B = \{x \in | : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 5\}$$

$$C = \{3, 5\}$$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে,  $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$ . 8

গ.  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = \sqrt{4 - x^2}\}$  অম্বরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর। 8

#### ১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $A = \{x : x \in \wedge \text{ এবং } x^2 \leq 4\}$

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট,  $\wedge = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

এখন,  $x = 0$  হলে,  $x^2 = 0 < 4$

$x = \pm 1$  হলে,  $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 4$

$x = \pm 2$  হলে,  $x^2 = (\pm 2)^2 = 4$

$x = \pm 3$  হলে,  $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 4$

$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$B = \{x \in | : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 5\}$  এবং  $C = \{3, 5\}$

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $| = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

$\therefore$  বিজোড় সংখ্যার সেট হবে,  $\{1, 3, 5, \dots, (2n + 1), \dots\}$

$\therefore B = \{1, 3\}$

$\therefore P(B) = \{\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}, \phi\}$

এবং  $P(C) = \{\{3\}, \{5\}, \{3, 5\}, \phi\}$

$\therefore P(B) \cup P(C) = \{\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}, \phi\} \cup \{\{3\}, \{5\}, \{3, 5\}, \phi\}$   
 $= \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}, \phi\} \dots (i)$

আবার,  $B \cup C = \{1, 3\} \cup \{3, 5\} = \{1, 3, 5\}$

$\therefore P(B \cup C) = \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}, \{1, 5\},$

$\{1, 3, 5\}, \phi\} \dots (ii)$

(i) ও (ii) নং থেকে পাই,

$P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$  (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে,  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = \sqrt{4 - x^2}\}$

'ক' থেকে পাই,  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এখন,  $y = \sqrt{4 - x^2}$

অতএব,  $x = 0$  হলে,  $y = \sqrt{4 - 0} = \sqrt{4} = 2 \therefore (0, 2) \in S$

$x = \pm 1$  হলে,  $y = \sqrt{4 - (\pm 1)^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$

$\therefore (-1, \sqrt{3}) \notin S$  এবং  $(1, \sqrt{3}) \notin S$

$x = \pm 2$  হলে,  $y = \sqrt{4 - (\pm 2)^2} = \sqrt{4 - 4} = 0$

$\therefore (-2, 0) \in S$  এবং  $(2, 0) \in S$

$\therefore S = \{(0, 2), (2, 0), (-2, 0)\}$

$\therefore$  ডোম  $S = \{-2, 0, 2\}$  এবং রেঞ্জ  $S = \{0, 2\}$  (Ans.)

## ১২. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৭

$f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ ;  $x \neq 3$  একটি ফাংশন।

- ক.  $f(a-1)$  এর মান বের কর। ২  
খ. প্রদত্ত ফাংশনটির বিপরীত ফাংশন বের কর। ৪  
গ. দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অনটু। ৪

### ১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$

$$\therefore f(a-1) = \frac{2(a-1)+3}{(a-1)-3} = \frac{2a-2+3}{a-1-3} = \frac{2a+1}{a-4} \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি,  $f^{-1}(x) = a$

$$\therefore x = f(a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{2a+3}{a-3}$$

$$\text{বা, } ax - 3x = 2a + 3 \text{ বা, } ax - 2a = 3x + 3$$

$$\text{বা, } a(x-2) = 3x + 3 \text{ বা, } a = \frac{3x+3}{x-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3x+3}{x-2}; x \neq 2 \text{ (Ans.)}$$

গ  $f(x)$  এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো  $x_1, x_2 \in$  ডোম  $f$  এর জন্য  $f(x_1) = f(x_2)$  হলে  $x_1 = x_2$  হয়।

ধরি,  $f(x_1) = f(x_2)$

$$\text{বা, } \frac{2x_1+3}{x_1-3} = \frac{2x_2+3}{x_2-3}$$

$$\text{বা, } 2x_1x_2 + 3x_2 - 6x_1 - 9 = 2x_1x_2 - 6x_2 + 3x_1 - 9$$

$$\text{বা, } -6x_1 - 3x_1 = -6x_2 - 3x_2$$

$$\text{বা, } -9x_1 = -9x_2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

$\therefore f$  ফাংশনটি এক-এক।

আবার, ধরি,  $y = f(x)$

$$\therefore y = \frac{2x+3}{x-3}$$

$$\text{বা, } xy - 3y = 2x + 3$$

$$\text{বা, } xy - 2x = 3y + 3$$

$$\text{বা, } x(y-2) = 3y + 3$$

$$\therefore x = \frac{3y+3}{y-2}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } f\left(\frac{3y+3}{y-2}\right) &= \frac{2 \cdot \frac{3y+3}{y-2} + 3}{\frac{3y+3}{y-2} - 3} \\ &= \frac{6y+6+3y-6}{y-2} \times \frac{y-2}{3y+3-3y+6} \\ &= \frac{9y}{9} = y = f(x) \end{aligned}$$

$\therefore f$  ফাংশনটি অনটু।

অতএব,  $f$  এক-এক এবং অনটু ফাংশন। (দেখানো হলো)

## ১৩. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৬

$F(x) = \sqrt{2-4x}$  একটি ফাংশন।

- ক.  $F(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২  
খ.  $F$  একটি এক-এক ফাংশন কি না নির্ধারণ কর। ৪  
গ.  $F^{-1}(-3)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

### ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{2-4x}$

$F(x) \in \nabla$  হবে যদি এবং কেবল যদি  $2-4x \geq 0$  হয়।

$$\text{বা, } -4x \geq -2$$

$$\text{বা, } 4x \leq 2$$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ডোমেন } F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{2}\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ } F(x) = \sqrt{2-4x}$$

ধরি,  $x_1, x_2 \in \text{ডোম } F$

ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি  $F(x_1) = F(x_2)$  হলে

$$x_1 = x_2 \text{ হয়।}$$

$$\therefore F(x_1) = F(x_2)$$

$$\text{বা, } \sqrt{2-4x_1} = \sqrt{2-4x_2}$$

$$\text{বা, } 2-4x_1 = 2-4x_2$$

$$\text{বা, } -4x_1 = -4x_2$$

$$\therefore x_1 = x_2 \text{ [-4 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore F(x) \text{ একটি এক-এক ফাংশন (Ans.)}$$

$$\text{গ } \text{ধরি, } y = F(x) = \sqrt{2-4x}$$

$$\text{এখন, } F(x) = y$$

$$\therefore x = F^{-1}(y)$$

$$\text{আবার, } y = \sqrt{2-4x}$$

$$\text{বা, } y^2 = 2-4x$$

$$\text{বা, } 4x = 2-y^2$$

$$\text{বা, } x = \frac{2-y^2}{4}$$

$$\text{বা, } F^{-1}(y) = \frac{2-y^2}{4}$$

$$\therefore F^{-1}(x) = \frac{2-x^2}{4}$$

$$\therefore F^{-1}(-3) = \frac{2-(-3)^2}{4}$$

$$= \frac{2-9}{4} = \frac{-7}{4} \text{ (Ans.)}$$

### ১৪. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৫

$$F(x) = \frac{1}{x-5} \text{ একটি ফাংশন,}$$

ক.  $F(x) = 2$  হলে,  $x$ -এর মান নির্ণয় কর।

২

খ.  $F(x)$  ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর।

৪

গ.  $F^{-1}(3)$  নির্ণয় কর।

৪

### ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$F(x) = \frac{1}{x-5}$$

প্রশ্নমতে,  $F(x) = 2$

$$\text{বা, } \frac{1}{x-5} = 2$$

$$\text{বা, } x - 5 = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2} + 5 = \frac{1 + 10}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\therefore x = \frac{11}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ } F(x) = \frac{1}{x - 5}$$

এখানে,  $x - 5 = 0$  বা,  $x = 5$  বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু,  $x = 5$  বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য  $F(x)$  এর বাস্তব মান পাওয়া যায়।

$$\therefore \text{ডোম, } F = \mathbb{R} - \{5\} \text{ (Ans.)}$$

যেকোনো  $x_1 \in \text{ডোম } F$ ,  $x_2 \in \text{ডোম } F$  এর জন্য  $F(x_1) = F(x_2)$  হবে, যদি ও কেবল যদি,  $x_1 = x_2$  হয়।

$$\therefore \frac{1}{x_1 - 5} = \frac{1}{x_2 - 5}$$

$$\text{বা, } x_1 - 5 = x_2 - 5$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

সুতরাং,  $F$  এক-এক ফাংশন। (Ans.)

$$\text{গ } \text{ধরি, } y = F(x) = \frac{1}{x - 5}$$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{x - 5}$$

$$\text{বা, } xy - 5y = 1$$

$$\text{বা, } xy = 1 + 5y$$

$$\text{বা, } x = \frac{1 + 5y}{y}$$

$$\text{বা, } F^{-1}(y) = \frac{1 + 5y}{y} \quad [\square y = F(x) \therefore x = F^{-1}(y)]$$

$$\text{বা, } F^{-1}(x) = \frac{1 + 5x}{x} \quad [y \text{ কে } x \text{ দ্বারা প্রতিস্থাপন করে}]$$

$$\therefore F^{-1}(3) = \frac{1 + 5 \cdot 3}{3} = \frac{1 + 15}{3} = \frac{16}{3} \text{ (Ans.)}$$

### ১৫. চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭

$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0\}$  একটি অন্য় এবং

$A = \{x : x \in \mathbb{I}, x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 7\}$ ,  $B = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং } \sqrt{x} < 2\}$  দুইটি সেট।

ক.  $B$  সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে,  $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ . ৪

গ.  $S$  অন্য়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্য়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্রে থেকে নির্ণয় কর। ৪

#### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $B = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং } \sqrt{x} < 2\}$

$$\text{এখন, } x = 1 \text{ হলে } \sqrt{x} = \sqrt{1} = 1 < 2$$

$$x = 2 \text{ হলে } \sqrt{x} = \sqrt{2} = 1.4142 < 2$$

$$x = 3 \text{ হলে } \sqrt{x} = \sqrt{3} = 1.7320 < 2$$

$$x = 4 \text{ হলে } \sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore B = \{1, 2, 3\} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,  $A = \{x : x \in \mathbb{I}, x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 7\}$

$$= \{2, 3, 5\}$$

এবং  $B = \{1, 2, 3\}$  ['ক' থেকে]

$$\therefore P(A) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}, \emptyset\}$$

$$P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3\} = \{2, 3\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = P(A) \cap P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = P(A \cap B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \phi\}$$

$$\therefore P(A) \cap P(B) = P(A \cap B) \text{ (দেখানো হলো)}$$

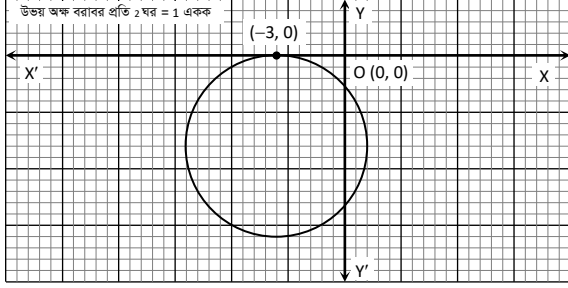
গ দেওয়া আছে,  $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0\}$

$$= \{(x, y) : x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot 4 + 4^2 - 16 = 0\}$$

$$= \{(x, y) : (x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 4^2\}$$

সুতরাং  $S$  এর লেখচিত্র একটি বৃত্ত যার কেন্দ্র  $(-3, -4)$  এবং ব্যাসার্ধ,

$r = 4$  একক। ছক কাগজে  $(-3, -4)$  বিন্দু পাতন করে একে কেন্দ্র করে 4 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলেই  $S$  এর লেখ পাওয়া যায়। নিচে তা দেখানো হলো:



লেখচিত্রে দেখা যায় যে, বৃত্তটি  $y$ -অক্ষকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্কের ভূজ শূন্য (0)। সুতরাং  $S$  অন্তর্গত ফাংশন নয়।

### ১৬. চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৫

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$$

$$B = \{5, 6\} \text{ এবং } C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \leq x \leq 12\}.$$

ক.  $A$  সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ.  $P(B \cup C)$  এর উপাদান সংখ্যা কত লিখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ . ৪

### ১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 5x + 20 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 4) - 5(x - 4) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 4)(x - 5) = 0$$

$$\therefore A = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x = 4, 5\}$$

তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে,  $A = \{4, 5\}$  (Ans.)

খ দেওয়া আছে,  $B = \{5, 6\}$

$$\text{এবং } C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \leq x \leq 12\}$$

6 থেকে 12 এর মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 এবং 11

$$C \text{ এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ, } C = \{7, 11\}$$

$$\therefore B \cup C = \{5, 6\} \cup \{7, 11\} = \{5, 6, 7, 11\}$$

$$B \cup C \text{ এর উপাদান সংখ্যা, } n = 4$$

$$\therefore P(B \cup C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 2^n = 2^4 = 16 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,  $B = \{5, 6\}$

'ক' হতে পাই,  $A = \{4, 5\}$

$$P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \phi\}$$

$$P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \phi\}$$

$$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{5\}, \phi\}$$

$$\text{আবার, } A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$$

$$P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \phi\}$$

$$\therefore P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B) \text{ (প্রমাণিত)}$$

### ১৭. সিলেট বোর্ড ২০১৭

$$f(x) = \sqrt{2x-3} \text{ একটি ফাংশন।}$$

ক.  $f(x) = 1$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর।

২

খ.  $f(x)$  এর ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা দেখাও।

৪

গ.  $f^{-1}(x)$  এর রেঞ্জ নির্ণয় কর।

৪

### ১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $f(x) = \sqrt{2x-3}$

প্রশ্নমতে,  $f(x) = 1$

$$\text{বা, } \sqrt{2x-3} = 1$$

$$\text{বা, } 2x-3 = 1 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 2x = 1+3 \text{ বা, } x = \frac{4}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ (Ans.)}$$

খ  $f(x)$  সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি  $2x-3 \geq 0$  হয়।

$$\text{বা, } 2x-3+3 \geq 3$$

$$\text{বা, } 2x \geq 3 \therefore x \geq \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{ডোমেন} = \left\{x \in \mathbb{V} : x \geq \frac{3}{2}\right\} \text{ (Ans.)}$$

$f(x)$  এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো  $x_1, x_2 \in$  ডোম  $f$ ,

$x_1 \neq x_2$  এর জন্য  $f(x_1) = f(x_2)$  হলে  $x_1 = x_2$  হয়।

ধরি,  $f(x_1) = f(x_2)$

$$\therefore \sqrt{2x_1-3} = \sqrt{2x_2-3}$$

$$\text{বা, } 2x_1-3 = 2x_2-3 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 2x_1 = 2x_2 \therefore x_1 = x_2$$

$\therefore f$  ফাংশনটি এক-এক। (দেখানো হলো)

গ ধরি,  $f^{-1}(x) = a$

$$\text{বা, } x = f(a)$$

$$\text{বা, } x = \sqrt{2a-3}$$

$$\text{বা, } x^2 = 2a-3$$

$$\text{বা, } 2a = x^2+3$$

$$\text{বা, } a = \frac{x^2+3}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x^2+3}{2}$$

$$\text{আবার, ধরি, } y = \frac{x^2+3}{2}$$

$$\text{বা, } x^2+3 = 2y$$

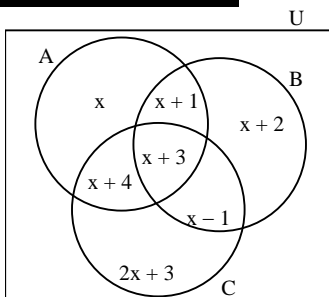
$$\text{বা, } x^2 = 2y-3$$

$$\therefore x = \sqrt{2y-3}$$

এখন,  $x$  সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি  $2y-3 \geq 0$  বা,  $y \geq \frac{3}{2}$  হয়।

$$\therefore f^{-1}(x) \text{ এর রেঞ্জ} = \left\{y \in \mathbb{V} : y \geq \frac{3}{2}\right\} \text{ (Ans.)}$$

### ১৮. সিলেট বোর্ড ২০১৫



ক.  $P(x) = 2x^2 + 3x$  হলে,  $P(-2)$  নির্ণয় কর।

২

খ.  $x = 2$  হলে দেখাও যে,  $P(B) \neq P(A' \cap B)$  । 8

গ.  $f(x) = n(C \cap A' \cap B')$  হলে দেখাও যে,  $f(x)$  এক-এক ফাংশন  
ও  $f^{-1}(3) = 0$ । 8

### ১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $P(x) = 2x^2 + 3x$   
 $\therefore P(-2) = 2(-2)^2 + 3(-2) = 2 \cdot 4 - 6 = 8 - 6 = 2$  (Ans.)

খ ভেনচিত্র থেকে,  $B = \{x - 1, x + 1, x + 2, x + 3\}$

$x = 2$  হলে,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$

$\therefore P(B) = \{\{1\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \phi\}$

ভেনচিত্র থেকে,  $A' \cap B = \{x + 2, x - 1\}$

$x = 2$  হলে,  $A' \cap B = \{4, 1\}$

$\therefore P(A' \cap B) = \{\{4\}, \{1\}, \{4, 1\}, \phi\}$

$\therefore P(B) \neq P(A' \cap B)$  (দেখানো হলো)

গ ভেনচিত্র হতে,  $n(C \cap A' \cap B') = 2x + 3$

$\therefore f(x) = 2x + 3 = y$  (ধরি)

বা,  $2x = y - 3$

বা,  $x = \frac{y-3}{2} = f^{-1}(y)$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

$f^{-1}(3) = \frac{3-3}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$\therefore f^{-1}(3) = 0$  (দেখানো হলো)

আবার, ধরি,  $x_1, x_2 \in$  ডোম  $f$

$f(x)$  ফাংশন এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি যেকোনো  $x_1, x_2 \in$  ডোম  $f$  এর জন্য  $f(x_1) = f(x_2)$  হলে  $x_1 = x_2$  হয়।

তাহলে,  $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$

$\Rightarrow 2x_1 = 2x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore f(x)$  এক-এক ফাংশন। (দেখানো হলো)

### ১৯. যশোর বোর্ড ২০১৭

$f(x) = \frac{4x+3}{2x+5}$  [য. বো. ১৭]

ক.  $f(x)$  এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে,  $f(x)$  এক-এক ফাংশন। 8

গ.  $f^{-1}(-2) = p \cdot f^{-1}(-3)$  হলে,  $p$  এর মান নির্ণয় কর। 8

### ১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{4x+3}{2x+5}$

$f(x)$  সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি  $2x + 5 \neq 0$  হয়।

বা,  $2x \neq -5$

$\therefore x \neq -\frac{5}{2}$

$\therefore$  ডোমেন =  $\mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$  (Ans.)

খ যেকোনো  $x_1, x_2 \in$  ডোম  $f$  এর জন্য  $f(x)$  এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি  $f(x_1) = f(x_2)$  হলে  $x_1 = x_2$  হয়।

ধরি,  $f(x_1) = f(x_2)$

বা,  $\frac{4x_1+3}{2x_1+5} = \frac{4x_2+3}{2x_2+5}$

বা,  $8x_1x_2 + 6x_2 + 20x_1 + 15 = 8x_1x_2 + 6x_1 + 20x_2 + 15$

বা,  $20x_1 - 6x_1 = 20x_2 - 6x_2$

বা,  $14x_1 = 14x_2$

$\therefore x_1 = x_2$

$\therefore f$  ফাংশনটি এক-এক। (দেখানো হলো)

গ ধরি  $f^{-1}(x) = a$

বা,  $x = f(a)$  বা,  $x = \frac{4a+3}{2a+5}$

$$\text{বা, } 2ax + 5x = 4a + 3$$

$$\text{বা, } 2ax - 4a = 3 - 5x$$

$$\text{বা, } a(2x - 4) = 3 - 5x$$

$$\text{বা, } a = \frac{3 - 5x}{2x - 4}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3 - 5x}{2x - 4}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } f^{-1}(-2) = p f^{-1}(-3)$$

$$\text{বা, } \frac{3 - 5(-2)}{2(-2) - 4} = p \left\{ \frac{3 - 5(-3)}{2(-3) - 4} \right\}$$

$$\text{বা, } \frac{3 + 10}{-4 - 4} = p \left( \frac{3 + 15}{-6 - 4} \right)$$

$$\text{বা, } \frac{13}{-8} = p \left( \frac{18}{-10} \right)$$

$$\text{বা, } p = \frac{13 \times 10}{18 \times 8}$$

$$\therefore p = \frac{65}{72} \text{ (Ans.)}$$

### ২০. বরিশাল বোর্ড ২০১৭

$$E = \{x : x \in \nabla \text{ এবং } x^2 - (a + b)x + ab = 0, a, b \in \nabla\},$$

$$F = \{3, 4\} \text{ এবং } G = \{4, 5, 6\}$$

ক. E সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে,  $P(F \cap G) = P(F) \cap P(G)$ .

৪

গ. দেখাও যে,  $E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G)$ .

৪

#### ২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৯(ক) নং সমাধান দৃষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১

খ দেওয়া আছে,  $F = \{3, 4\}$  এবং  $G = \{4, 5, 6\}$

$$\text{এখানে, } F \cap G = \{3, 4\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4\}$$

$$\text{এখন, } P(F) = \{\{3, 4\}, \{3\}, \{4\}, \emptyset\}$$

$$\text{এবং } P(G) = \{\{4, 5, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \emptyset\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = P(F \cap G) = \{\{4\}, \emptyset\}$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = P(F) \cap P(G)$$

$$= \{\{3, 4\}, \{3\}, \{4\}, \emptyset\} \cap \{\{4, 5, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\},$$

$$\{5, 6\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \emptyset\}$$

$$= \{\{4\}, \emptyset\}$$

$$\therefore P(F \cap G) = P(F) \cap P(G) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,  $F = \{3, 4\}$  এবং  $G = \{4, 5, 6\}$

'ক' থেকে পাই,  $E = \{a, b\}$

$$\text{এখানে, } F \cup G = \{3, 4\} \cup \{4, 5, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$E \times F = \{a, b\} \times \{3, 4\}$$

$$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\}$$

$$\text{এবং } E \times G = \{a, b\} \times \{4, 5, 6\}$$

$$= \{(a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = E \times (F \cup G) = \{a, b\} \times \{3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{(a, 3), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 3), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = (E \times F) \cup (E \times G)$$

$$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\} \cup \{(a, 4), (a, 5), (a, 6),$$

$$(b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$$

$$(b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$$

$$\therefore E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G) \text{ (দেখানো হলো)}$$

### ২১. বরিশাল বোর্ড ২০১৫

$$F(x) = \sqrt{1 - 2x}$$

ক.  $F(x)$  এর ডোমেন নির্ণয় কর।

২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর।

৪

গ.  $F^{-1}(x)$  নির্ণয় কর।

৪

#### ২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$F(x) = \sqrt{1 - 2x}$$

$F(x)$  ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যদি ও কেবল যদি,

$$1 - 2x \geq 0$$

$$\text{বা, } -2x \geq -1 \quad \text{বা, } 2x \leq 1$$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore F(x) = \sqrt{1 - 2x} \text{ এর ডোমেন} = \{x \in \mathbb{V} : x \leq \frac{1}{2}\}$$

**খ** ধরি,  $x_1, x_2 \in \text{ডোম } F$

$F(x)$  ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি  $F(x_1) = F(x_2)$  এর জন্য  $x_1 = x_2$  হয়।

$$\text{ধরি, } F(x_1) = F(x_2)$$

$$\text{বা, } \sqrt{1 - 2x_1} = \sqrt{1 - 2x_2}$$

$$\text{বা, } 1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$$

$$\text{বা, } -2x_1 = -2x_2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

$\therefore$  ফাংশনটি এক-এক।

**গ** ধরি,  $y = F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

$$\text{বা, } y^2 = 1 - 2x \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 2x = 1 - y^2 \quad \text{বা, } x = \frac{1 - y^2}{2} = F^{-1}(y)$$

$$\therefore F^{-1}(y) = \frac{1 - y^2}{2}$$

$$\therefore F^{-1}(x) = \frac{1 - x^2}{2} \text{ (Ans.)}$$

## EXTRA CQ SOLVED QUESTION

**প্রশ্ন-১**  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ ,  $C = \{2, 4, 5\}$  যেখানে  $a, b \in \mathbb{R}$ .

ক.  $A$  সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে,  $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ . ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  ৪

◀ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. দেওয়া আছে,  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

$A$  -তে প্রদত্ত সমীকরণ

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - ax - bx + ab = 0$$

$$\text{বা, } x(x - a) - b(x - a) = 0$$

$$\text{বা, } (x - a)(x - b) = 0$$

$$\text{হয়, } x - a = 0 \text{ অথবা } x - b = 0$$

$$\therefore x = a \quad \therefore x = b$$

$\therefore A$  সেটের উপাদানসমূহ  $a$  এবং  $b$  (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $B = \{2, 3\}$  এবং  $C = \{2, 4, 5\}$

$$\therefore B \cap C = \{2, 3\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$$

$$\text{এখন, } P(B \cap C) = \{\{2\}, \phi\}$$

$$\text{আবার, } P(B) = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{3\}, \phi\}$$

$$\text{এবং } P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \phi\}$$

$$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \phi\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C) \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. এখানে,  $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$$\therefore A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$$

আবার,  $A \times B = \{a, b\} \times \{2, 3\}$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$$

এবং  $A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

$$= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$$

$$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-১২**  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$

$$B = \{5, 6\} \text{ এবং } C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \leq x \leq 12\}.$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ.  $P(B \cup C)$  এর উপাদান সংখ্যা কত লেখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ . ৪

▷▷ হ্রং প্রশ্নের সমাধান ▷▷

ক. দেওয়া আছে,

$$A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$$

A-তে প্রদত্ত সমীকরণ,  $x^2 - 9x + 20 = 0$

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 5x + 20 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 4) - 5(x - 4) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 4)(x - 5) = 0$$

$$\therefore A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x = 4, 5\}$$

তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে,  $A = \{4, 5\}$  (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $B = \{5, 6\}$

$$\text{এবং } C = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 6 \leq x \leq 12\}$$

6 থেকে 12 মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 এবং 11

C এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ,  $C = \{7, 11\}$

$$\therefore B \cup C = \{5, 6\} \cup \{7, 11\} = \{5, 6, 7, 11\}$$

$B \cup C$  এর উপাদান সংখ্যা,  $n = 4$

$$\therefore P(B \cup C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 2^n = 2^4 = 16 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $B = \{5, 6\}$

'ক' হতে পাই,  $A = \{4, 5\}$

$$P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \phi\}$$

$$P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \phi\}$$

$$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{5\}, \phi\}$$

$$\text{আবার, } A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$$

$$P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \phi\}$$

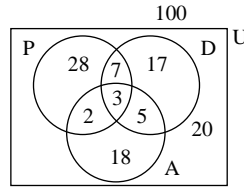
$$\therefore P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B) \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-৩** চট্টগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো, 32 জন ডেইলি স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

- ক. তথ্যগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর। ২  
 খ. কতজন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না? ৪  
 গ. কতজন শিক্ষার্থী কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে? ৪

▷◁ **ওনং প্রশ্নের সমাধান** ▷◁

ক.



ধরি, U = সকল শিক্ষার্থীর সেট

P = যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট

D = যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট

A = যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট

$$n(U) = 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28, n(P \cap D) = 10, n(D \cap A) = 8, n(P \cap A) = 5, n(P \cap D \cap A) = 3$$

খ. শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট U

তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর

$$\text{সেট} = (P \cup D \cup A)$$

∴ তিনটি পত্রিকার একটিও পড়ে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(U) - n(P \cup D \cup A)$$

$$= n(U) - [n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - n(P \cap A) + n(P \cap D \cap A)]$$

$$= 100 - [40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3]$$

$$= 100 - 80 = 20$$

∴ 20 জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না। (Ans.)

গ. তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট =  $(P \cap D \cap A)$

শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= (10 - 3) = 7$$

শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= 8 - 3 = 5$$

শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= 5 - 3 = 2$$

∴ কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= 7 + 5 + 2 \text{ জন} = 14 \text{ জন। (Ans.)}$$

**প্রশ্ন-৪**  $U = \{x : x \in \mathbb{Z}^+, 1 \leq x \leq 20\}$ ,

$$A = \{x : x, 2 \text{ এর গুণিতক}\}$$

$$B = \{x : x, 5 \text{ এর গুণিতক}\}$$

$$\text{এবং } C = \{x : x, 10 \text{ এর গুণিতক}\}$$

- ক. উদ্দীপকের সেটগুলো কোন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়েছে? ২  
খ. সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪  
গ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে  $C \subset A$ ,  $B \subset A$  এবং  $C \subset B$  এর সত্য বা মিথ্যা যাচাই কর। ৪

◀◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. উদ্দীপকের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়েছে।  
খ. দেওয়া আছে,  $U = \{x : x \in \mathbb{Z}^+, 1 \leq x \leq 20\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$   
 $A = \{x : x, 2 \text{ এর গুণিতক}\}$   
 $= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$   
 $B = \{x : x, 5 \text{ এর গুণিতক}\}$   
 $= \{5, 10, 15, 20\}$   
 $C = \{x : x, 10 \text{ এর গুণিতক}\}$   
 $= \{10, 20\}$   
গ. ‘খ’ হতে পাই,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$   
 $B = \{5, 10, 15, 20\}$   
এবং  $C = \{10, 20\}$

এখন,  $C \subset A$  এর অর্থ হলো  $C$  সেট  $A$  এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ,  $C$  সেটের সকল উপাদান বা সদস্য  $A$  সেটেরও সদস্য হবে।  
এখানে,  $C$  সেটের প্রত্যেকটি সদস্য  $A$  সেটের সদস্য।

সুতরাং  $C \subset A$  তথ্যটি সত্য।

আবার,  $B \subset A$  এর অর্থ হলো  $B$  সেট  $A$  এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ,  $B$  এর সকল সদস্য  $A$  সেটের সদস্য হবে।

এখানে,  $B$  সেটের প্রত্যেকটি সদস্য  $A$  সেটের সদস্য নয়।

সুতরাং  $B \subset A$  তথ্যটি মিথ্যা।

এবং  $C \subset B$  এর অর্থ হলো  $C$  সেট  $B$  এর প্রকৃত উপসেট।

অর্থাৎ  $C$  সেটের সকল সদস্য  $B$  সেটের সদস্য হবে।

এখানে,  $C$  সেটের প্রত্যেকটি সদস্য  $B$  সেটেরও সদস্য।

সুতরাং  $C \subset B$  তথ্যটি সত্য।

**প্রশ্ন-৫** সার্বিক সেট  $U$  এর তিনটি উপসেট  $A$ ,  $B$  ও  $C$ .

- ক.  $A \subset B$  হলে দেখাও যে,  $A \cup B = B$ . ২  
খ. দেখাও যে,  $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$   
গ. প্রমাণ কর যে,  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ . ৪

ক. ধরি,  $x \in A \cup B$

তাহলে,  $x \in A$  অথবা  $x \in B$

$$\therefore A \cup B \subset B$$

আবার, ধরি,  $x \in B$

তাহলে,  $x \in B$  অথবা  $x \in A$  [ $\because A \subset B$ ]

$$\text{বা, } x \in A \cup B$$

$$\therefore B \subset A \cup B$$

$$\therefore A \cup B = B$$

$\therefore A \subset B$  হবে যদি এবং কেবল যদি  $A \cup B = B$  (দেখানো হলো)

খ. ধরি,  $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে,  $x \notin (A \cup B \cup C)$

$$\text{বা, } x \notin A \text{ এবং } x \notin B \text{ এবং } x \notin C$$

$$\text{বা, } x \in A' \text{ এবং } x \in B' \text{ এবং } x \in C'$$

$$\text{বা, } x \in (A' \cap B' \cap C')$$

$$\therefore (A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$$

আবার ধরি,  $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে,  $x \in A'$  এবং  $x \in B'$  এবং  $x \in C'$

$$\text{বা, } x \notin A \text{ এবং } x \notin B \text{ এবং } x \notin C$$

$$\text{বা, } x \notin (A \cup B \cup C)$$

$$\text{বা, } x \in (A \cup B \cup C)'$$

$$\therefore A' \cap B' \cap C' \subset (A \cup B \cup C)'$$

সুতরাং  $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$  (দেখানো হলো)

গ. মনে করি,  $x \in A \cap (B \cap C)$

তাহলে,  $x \in A$  এবং  $x \in (B \cap C)$

$$\text{বা, } x \in A \text{ এবং } (x \in B \text{ এবং } x \in C)$$

$$\text{বা, } (x \in A \text{ এবং } x \in B) \text{ এবং } (x \in A \text{ এবং } x \in C)$$

$$\text{বা, } x \in (A \cap B) \text{ এবং } x \in (A \cap C)$$

$$\text{বা, } x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$$

$$\therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)$$

আবার, মনে করি,  $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

তাহলে,  $x \in (A \cap B)$  এবং  $x \in (A \cap C)$

$$\text{বা, } (x \in A \text{ এবং } x \in B) \text{ এবং } (x \in A \text{ এবং } x \in C)$$

$$\text{বা, } x \in A \text{ এবং } (x \in B \text{ এবং } x \in C)$$

$$\text{বা, } x \in A \text{ এবং } x \in (B \cap C)$$

$$\text{বা, } x \in A \cap (B \cap C)$$

$$\therefore (A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$$

সুতরাং  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৬)  $S = \{3^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$  একটি সেট।

- ক. তালিকা পদ্ধতিতে  $N$  কে প্রকাশ কর। ২  
খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সেটটি  $N$  এর সমতুল। ৪  
গ. প্রদত্ত সেটের একটি প্রকৃত উপসেট বর্ণনা কর যা প্রদত্ত সেটের সমতুল। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. তালিকা পদ্ধতিতে  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

খ.  $S$  -এর বর্ণনাকারী রাশি =  $3^n$

$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  ইত্যাদি বসিয়ে পাই;

$$n = 0 \text{ হলে, } 3^n = 3^0 = 1$$

$$n = 1 \text{ হলে, } 3^n = 3^1 = 3$$

$$n = 2 \text{ হলে, } 3^n = 3^2 = 9$$

$$n = 3 \text{ হলে, } 3^n = 3^3 = 27$$

.....

.....

$$n = n \text{ হলে, } 3^n = 3^n$$

$$\therefore S = \{1, 3, 9, 27, \dots\}$$

$$\text{আবার, } N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$S$  ও  $N$ -এর মধ্যে এক-এক মিল নিম্নরূপ :

N :	1,	2,	3,	4,	.....
					.....
	↓	↓	↓	↓	
S :	1,	3,	9,	27	.....
				,	.....

অতএব,  $S$  সেটটি  $N$ -এর সমতুল সেট। (দেখানো হলো)

গ. ধরি,  $F$  সেটটি  $S$  -এর একটি প্রকৃত উপসেট যার উপাদান সংখ্যা  $S$ -এর উপাদানের সমান নয়।

$$\text{ধরি, } F = \{3^{2n} : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$$

$$F \text{ এর বর্ণনাকারী রাশি} = 3^{2n}$$

$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  বসিয়ে পাই,

$$n = 0 \text{ হলে, } 3^{2n} = 3^{2 \cdot 0} = 1$$

$$n = 1 \text{ হলে, } 3^{2n} = 3^{2 \cdot 1} = 9$$

$$n = 2 \text{ হলে, } 3^{2n} = 3^{2 \cdot 2} = 81$$

$$n = 3 \text{ হলে, } 3^{2n} = 3^{2 \cdot 3} = 729$$

.....

.....

$$n = n \text{ হলে, } 3^{2n} = 3^{2n}$$

$$\therefore F = \{1, 9, 81, 729, \dots\}$$

$$\text{এবং } S = \{1, 3, 9, 27, \dots\}$$

$F$  ও  $S$  এর মধ্যে এক-এক মিল নিম্নরূপ :

F :	1,	9,	81	.....
			,	729 ....



প্রশ্ন- ৮)  $F(x) = \frac{1}{x-5}$  একটি ফাংশন,

ক.  $F(x) = 2$  হলে,  $x$ -এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $F(x)$  ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪

গ.  $F^{-1}(3)$  নির্ণয় কর। ৪

◀▶ চনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $F(x) = \frac{1}{x-5}$

আবার,  $F(x) = 2$

$$\therefore \frac{1}{x-5} = 2$$

$$\text{বা, } x-5 = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2} + 5 = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ.  $F(x) = \frac{1}{x-5}$

এখানে,  $x-5 = 0$  বা,  $x = 5$  বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু  $x = 5$  বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য  $F(x)$  এর বাস্তব মান পাওয়া যায়।

$\therefore$  ডোম,  $F = \mathbb{R} - \{5\}$  (Ans.)

যেকোনো ডোম  $x_1 \in$  ডোম  $F$ ,  $x_2 \in$  ডোম  $F$  এর জন্য  $F(x_1) = F(x_2)$  হবে, যদি ও কেবল যদি,  $x_1 = x_2$  হয়।

$$\therefore \frac{1}{x_1-5} = \frac{1}{x_2-5}$$

$$\text{বা, } x_1-5 = x_2-5$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

সুতরাং,  $F$  এক-এক ফাংশন। (Ans.)

গ. ধরি,  $y = F(x) = \frac{1}{x-5}$

$$\text{বা, } y = \frac{1}{x-5}$$

$$\text{বা, } xy - 5y = 1$$

$$\text{বা, } xy = 1 + 5y$$

$$\text{বা, } x = \frac{1+5y}{y}$$

$$\text{বা, } F^{-1}(y) = \frac{1+5y}{y} \quad [ \because y = F(x) \therefore x = F^{-1}(y) ]$$

$$\text{বা, } F^{-1}(x) = \frac{1+5x}{x}$$

$$\therefore F^{-1}(3) = \frac{1+5 \cdot 3}{3} = \frac{1+15}{3} = \frac{16}{3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৯  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  এবং  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশন দুইটি  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$  এবং  $g(x) = \sqrt{x-2}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

- ক. ডোম  $f$  এবং ডোম  $g$  নির্ণয় কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অননুটি ফাংশন। ৪  
 গ.  $x$  এর মান নির্ণয় কর যেখানে  $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$  ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এবং  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-2}$

$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $x \in \mathbb{R}$  এবং  $x-1 \neq 0$  অর্থাৎ  $x \neq 1$  হয়

$\therefore$  ডোম  $f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

$g(x) = \sqrt{x-2} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $x \in \mathbb{R}$  এবং

$x-2 \geq 0$  অর্থাৎ  $x \geq 2$  হয়

$\therefore$  ডোম  $g = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$

খ. যেকোনো  $x_1 \in$  ডোম  $f$ ,  $x_2 \in$  ডোম  $f$  এর জন্য  $f(x_1) = f(x_2)$  হবে যদি ও কেবল যদি  $\frac{2x_1+2}{x_1-1} = \frac{2x_2+2}{x_2-1}$  হয়।

$$\therefore \frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$$

$$\text{বা, } x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$$

$$\text{বা, } x_2 - x_1 = x_1 - x_2$$

$$\text{বা, } 2x_2 = 2x_1$$

$$\text{বা, } x_1 = x_2$$

$\therefore f$  ফাংশনটি এক-এক।

আবার, যেকোনো সংখ্যা  $y \in \mathbb{R}$  হলে

$$\text{ধরি, } y = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$\text{বা, } yx - y = 2x + 2$$

$$\text{বা, } yx - 2x = y + 2$$

$$\text{বা, } x(y-2) = y+2$$

$$\therefore x = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } f(x) &= \frac{2x+2}{x-1} = \frac{2 \cdot \frac{y+2}{y-2} + 2}{\frac{y+2}{y-2} - 1} \\ &= \frac{2y+4+2y-4}{y-2} = \frac{4y}{y-2} = y = f(x) \end{aligned}$$

$\therefore f$  ফাংশনটি অননুটি।

অর্থাৎ  $f$  ফাংশনটি এক-এক এবং অননুটি। (দেখানো হলো)

গ. ধরি,  $y = f(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$

বা,  $yx - y = 2x + 2$

বা,  $yx - 2x = y + 2$

বা,  $x(y - 2) = y + 2$

বা,  $x = \frac{y + 2}{y - 2}$

$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y + 2}{y - 2}$  [ $y = f(x)$  হলে  $x = f^{-1}(y)$ ]

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$

আবার, ধরি,

$y = g(x) = \sqrt{x - 2}$

বা,  $y^2 = x - 2$

বা,  $x = y^2 + 2$

বা,  $g^{-1}(y) = y^2 + 2$  [ $y = g(x)$  হলে  $x = g^{-1}(y)$ ]

$\therefore g^{-1}(x) = x^2 + 2$

এবং  $g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$

দেওয়া আছে,  $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

বা,  $5 \cdot \frac{x + 2}{x - 2} = 11$

বা,  $5x + 10 = 11x - 22$

বা,  $5x - 11x = -22 - 10$

বা,  $-6x = -32$

বা,  $x = \frac{-32}{-6}$

$\therefore x = \frac{16}{3}$  (Ans.)

**প্রশ্ন-১০**  $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

ক.  $F(x)$  এর ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪

গ.  $F^{-1}(x)$  নির্ণয় কর। ৪

◀◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.  $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

$\therefore F(x) = \sqrt{1 - 2x} \in \mathbb{R}$  হবে যদি এবং কেবল যদি

$1 - 2x \geq 0$

বা,  $-2x \geq -1$

বা,  $2x \leq 1$

বা,  $x \leq \frac{1}{2}$

$$\therefore F(x) \text{ ডোমেন} = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{2} \right\}$$

খ.  $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$  ফাংশনটি এক-এক হবে যদি ও কেবল যদি

$F(x_1) = F(x_2)$  এর জন্য  $x_1 = x_2$  হয়।

বা,  $\sqrt{1 - 2x_1} = \sqrt{1 - 2x_2}$  ফাংশনটি

বা,  $1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$  [বর্গ করে]

বা,  $-2x_1 = -2x_2$

$\therefore x_1 = x_2$  [-2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore F(x)$  ফাংশনটি এক-এক ফাংশন।

গ. দেওয়া আছে,  $F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

ধরি,  $y = F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

এখন,  $F(x) = y$

$\therefore x = F^{-1}(y)$

আবার,  $y = \sqrt{1 - 2x}$

বা,  $y^2 = 1 - 2x$

বা,  $2x = 1 - y^2$

বা,  $x = \frac{1 - y^2}{2}$

বা,  $F^{-1}(y) = \frac{1}{2}(1 - y^2)$

$\therefore F^{-1}(x) = \frac{1}{2}(1 - x^2)$  (Ans.)

**প্রশ্ন-১১১** যদি  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  হয়, তবে  $A$  সেটে  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

ক.  $S$  অম্বয়টি কী ধরনের ফাংশন? ২

খ.  $S$  অম্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ.  $S$  অম্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অম্বয়টি ফাংশন কি-না তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর। ৪

### ১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

এখানে,  $y = x^2$

বা,  $y = 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 0$  .....(i)

যা,  $y = ax^2 + bx + c$  আকারের।

$\therefore$  প্রদত্ত সমীকরণটি একটি দ্বিঘাত ফাংশনের।

খ. দেওয়া আছে,  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

প্রত্যেক  $x \in A$  এর জন্য  $y = x^2$  এর মান নির্ণয় করি :

x	-2	-1	0	1	2
y = x <sup>2</sup>	4	1	0	1	4

যেহেতু  $4 \notin A$ , সেহেতু  $(-2, 4) \notin S$  এবং  $(2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

$$= \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$$

এখন, ডোম,  $S = \{-1, 0, 1\}$

এবং রেঞ্জ,  $S = \{0, 1\}$

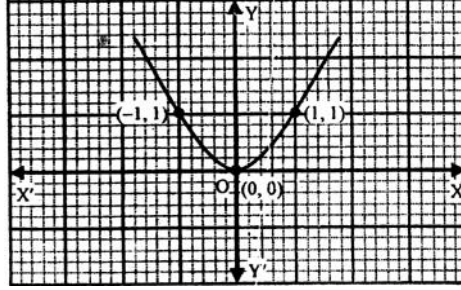
গ.  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$

এখানে,  $S$  এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,  $y = x^2$

(খ) থেকে আমরা পাই, প্রদত্ত অক্ষয়

$$S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$$

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের পাঁচগুণকে একক ধরে সুবিধামতো  $X$  এবং  $Y$  অক্ষ নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং প্রদত্ত অক্ষয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে,  $Y$  অক্ষের সমান্তরাল কোনো রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু অবস্থিত নয় অর্থাৎ  $S$  এর কোনো দুইটি সদস্যের একই প্রথম উপাদান নাই।

সুতরাং  $S$  একটি ফাংশন।

প্রশ্ন-১২  $\rightarrow f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের বেত্রে—

- ক. ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $f^{-1}(-1)$  এবং  $f^{-1}(1)$  নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $x$  এর মান নির্ণয় কর যেন,  $4f^{-1}(x) = x$  হয়। ৪

◀ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক.  $f(x) = \frac{4x-9}{x-2} \in \mathbb{R}$  হবে যদি ও কেবল যদি  $x \neq 2$  হয়

$$\therefore \text{ডোম } f = \mathbb{R} - \{2\} \text{ বা } \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$$

খ. ধরি,  $y = f(x) = \frac{4x-9}{x-2}, x \neq 2$

$$\text{বা, } y = \frac{4x-9}{x-2}$$

$$\text{বা, } xy - 2y = 4x - 9$$

$$\text{বা, } xy - 4x = 2y - 9$$

$$\text{বা, } x(y-4) = 2y-9$$

$$\text{বা, } x = \frac{2y-9}{y-4}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{2y-9}{y-4} \text{ [যেহেতু } y = f(x) \therefore f^{-1}(y) = x]$$

$$\text{বা, } f^{-1}(x) = \frac{2x-9}{x-4} \dots\dots\dots(i)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } f^{-1}(-1) &= \frac{2(-1) - 9}{-1 - 4} \\ &= \frac{-2 - 9}{-5} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } f^{-1}(-1) = \frac{2(1) - 9}{1 - 4} = \frac{7}{3} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $4f^{-1}(x) = x$

$$\text{বা, } 4 \left( \frac{2x - 9}{x - 4} \right) = x \text{ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 8x - 36 = x^2 - 4x$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 8x + 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x - 6x + 36 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 6) - 6(x - 6) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 6)(x - 6) = 0$$

$$\text{অর্থাৎ } x - 6 = 0 \quad \text{অথবা } x - 6 = 0$$

$$\therefore x = 6 \quad \therefore x = 6$$

নির্ণেয় মান 6

**প্রশ্ন-১৩**  $f(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$  দ্বারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।

ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ.  $f^{-1}(3)$  নির্ণয় কর। ৪

গ.  $f^{-1}(p) = Kp$  হলে,  $p$  এর সাপেক্ষে  $k$  কে প্রকাশ কর। ৪

### ▶◀ ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, ফাংশনটির রেঞ্জ  $y$

$$\therefore f(x) = y$$

$$\text{বা, } \frac{2x + 2}{x - 1} = y$$

$$\text{বা, } xy - y = 2x + 2$$

$$\text{বা, } xy - 2x = y + 2$$

$$\text{বা, } x(y - 2) = y + 2$$

$$\text{বা, } x = \frac{y + 2}{y - 2}$$

এখন,  $x = \frac{y + 2}{y - 2} \in \mathbb{R}$  হবে যদি এবং কেবল যদি  $y - 2 \neq 0$  হয়, অর্থাৎ,  $y \neq 2$

$$\therefore \text{রেঞ্জ } f = \mathbb{R} - \{2\}$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y + 2}{y - 2} \text{ [}\because y = f(x) \therefore x = f^{-1}(y)\text{]}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{x - 2}; x \neq 2$$

$$\therefore f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1} = 5 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ ,  $x \neq 1$

$$\therefore f(p) = \frac{2p+2}{p-1}; p \neq 1$$

আবার,  $f^{-1}(p) = kp$

বা,  $p = f(kp)$

$$\text{বা, } p = \frac{2kp+2}{kp-1}$$

$$\text{বা, } 2kp+2 = kp^2-p$$

$$\text{বা, } kp^2-2kp-p-2=0$$

$$\text{বা, } kp^2-2kp=p+2$$

$$\text{বা, } kp(p-2)=p+2$$

$$\therefore k = \frac{p+2}{p(p-2)}$$

**প্রশ্ন-১৪**  $x^2 + y^2 = 9$  দ্বারা একটি অন্বয় বর্ণিত হলো।

ক. অন্বয়টিকে  $y = f(x)$  আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা যাচাই কর যেখানে,  $y \geq 0$ ; ফাংশন হলে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত অন্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪

### ১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,  $x^2 + y^2 = 9$

$$\text{বা, } y^2 = 9 - x^2$$

$$\text{বা, } y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

যা  $y = f(x)$  আকতরের।

খ. 'ক' হতে পাই,  $y = \pm \sqrt{9 - x^2}$

এখন,  $y \geq 0$  হলে,  $y = \sqrt{9 - x^2}$

ধরি,  $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

মনে করি,  $f(x_1) = f(x_2)$

$$\sqrt{9 - x_1^2} = \sqrt{9 - x_2^2}$$

$$\text{বা, } 9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$$

$$\text{বা, } x_1^2 = x_2^2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

সুতরাং  $f(x) = y = \sqrt{9 - x^2}$  একটি ফাংশন হবে।

এখন  $x \in \mathbb{R}$  এর জন্য,

$y = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$  হবে যদি এবং কেবল যদি

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$\text{বা, } -x^2 \geq -9$$

$$\text{বা, } x^2 \leq 9$$

$$\text{বা, } |x| \leq 3 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } -3 \leq x \leq 3$$

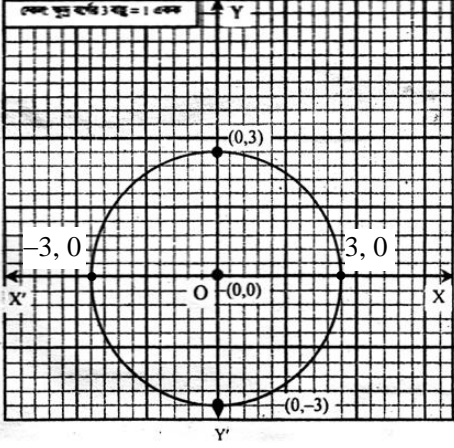
$$\therefore \text{ডোমেন} = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 3\} \text{ (Ans.)}$$

গ. S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 9$  .....(i)

$$\text{বা, } (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

$\therefore$  S-এর লেখ একটি বৃত্ত।

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র (0,0) ও ব্যাসার্ধ 3। এখন ছক কাগজে x অংশ ও y অংশ অঙ্কন করে (0,0) বিন্দু স্থাপন করি। (0,0) বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র যা ছক কাগজে দেখানো হলো।



$$-29 = 64 \text{ (Ans.)}$$

## সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

**প্রশ্ন-→**  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

$$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$$

$$T = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x(x+2) = x^2 + 2x\}$$

- ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর। ২
- খ.  $(A \cup B)'$  নির্ণয় কর। ৪
- গ.  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  এবং  $(A \cap B)' = A' \cup B'$  এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. 2 ও 3; খ.  $\{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

**প্রশ্ন-→** যেকোনো সেট A, B ও C এর জন্য দেখাও যে,

- ক.  $(A \setminus B) \subset A$  ২
- খ.  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  ৪
- গ.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  ৪

**প্রশ্ন-→** কোনো শ্রেণির 40 জন ছাত্রের 25 জন ভলিবল ও 18 জন বাস্কেটবল খেলা পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুটি খেলার অন্তত একটি পছন্দ করে।

- ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি প্রকাশ কর। ২
- খ. কতজন ছাত্র দুটি খেলাই পছন্দ করে? ৪
- গ. কতজন ছাত্র দুটি খেলার কেবলমাত্র ১টি পছন্দ করে? ৪

উত্তর : খ. 3 জন ; গ. 37 জন।

**প্রশ্ন-→** কোনো শ্রেণির 30 জন শিষ্যীদের মধ্যে অর্থনীতি, ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে 19 জন, 17 জন ও 11 জন। অর্থনীতি ও ভূগোল, অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে 12 জন, 7 জন এবং 5 জন। 2 জন শিষ্যী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে।

- ক. উপরের তথ্যগুলোকে প্রতীকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
- খ. কমপক্ষে একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪
- গ. কেবলমাত্র একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত? ৪

উত্তর : খ. 25 জন; গ. 5 জন।

**প্রশ্ন-→**  $A = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা } -2 \leq x < 1\}$  এবং  $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা } 24 \leq x \leq 28\}$

- ক. A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
- খ. দেখাও যে,  $A \subset (A \cup B)$  এবং  $B \subset (A \cup B)$ . ৪
- গ. A ও B দ্বারা গঠিত সার্বিক সেটের ক্ষেত্রে দেখাও যে,  $A \subseteq B$ . ৪

উত্তর : ক.  $A = \{-2, -1, 0\}$  এবং  $B = \{ \}$

**প্রশ্ন-→**  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$P = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

$$Q = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$$

- ক. P কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২  
 খ.  $(P \cup Q)^c$  নির্ণয় কর। ৪  
 গ. দেখাও যে,  $(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$  এবং  $(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c$ . ৪

উত্তর : ক.  $\{2, 3\}$ ; খ.  $\{1, 5, 6, 7, 8\}$

**প্রশ্ন** → A = {a, b, c}, B = {1, 2, 3} দুইটি সেট।

A সেটের সাথে B সেটের এক-এক মিল আছে।

- ক. P(A) এবং P(B) নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $A \times B$  এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়ের প্রথম পদের সাথে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে এর মধ্যে একটি এক-এক মিল স্থাপিত হয়। যেখানে  $a \leftrightarrow 2$ । ৪  
 গ. A ও B সেটের মধ্যে সম্ভাব্য এক এক মিল বর্ণনা কর এবং  $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$  এবং  $x \leftrightarrow y$  সেটটি তালিকা পদ্ধতি বর্ণনা কর।

উত্তর : ক.  $P(A) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset\}$

$$P(B) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset\}$$

**প্রশ্ন** → সেটের বর্ণনার বেত্রে সার্বিক সেট, উপসেট, সেটের সংযোগ, ছেদ ইত্যাদি ভেনচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা যায়।

- ক. সার্বিক সেট ও প্রকৃত উপসেট কাকে বলে? ২  
 খ. দেখাও যে, বিজোড় স্ফটিক সংখ্যার সেট  $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$  একটি অনন্ত সেট। ৪  
 গ. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে, দুটি ভাষার অন্তত একটি ভাষা বলতে পারে কতজন?

উত্তর : গ. 60 জন। ৪

**প্রশ্ন** →  $F(x) = \sqrt{x-1}$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য।

- ক. F(1) এবং F(5) নির্ণয় কর। ২  
 খ. F(10) নির্ণয় কর এবং ফাংশনের ডোমেন ও ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারণ কর। ৪  
 গ. (i)  $F(a^2 + 1)$  এবং  $F(a^4 + 1)$  নির্ণয় কর। যেখানে,  $a \in \mathbb{R}$ . ৪  
 (ii)  $F(x) = 5$  হলে, x নির্ণয় কর।  
 (iii)  $F(x) = y$  হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে  $y \geq 0$ .

উত্তর : ক. 0, 2; খ. 3, ডোম  $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$ ;

গ. (i) x এবং  $a^2$ , (ii)  $x = 26$ , (iii)  $x = y^2 + 1$

**প্রশ্ন** →  $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$  যেখানে,

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

- ক. S অক্ষটিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর। ২  
 খ. ডোম S, রেঞ্জ S,  $S^{-1}$  নির্ণয় কর এবং S অক্ষটি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪  
 গ. S অক্ষের লেখ অঙ্কন কর। ৪

উত্তর : ক.  $S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$ ;

খ. ডোম  $S = \{-1, 0, 1\}$  রেঞ্জ  $S = \{0, 1\}$

## MCQ 2015 to 2022

১. যদি  $A \cap B = \phi$  এবং  $n(A) = 2$  এবং  $n(A \cup B) = 10$  হলে,  $n(B) = ?$  [ঢা. বো.]

[২০]

- ক 2  
গ 8

- খ 6  
ঘ 10

গ

২.  $F = \sqrt{5x - 1}$  ফাংশনের ডোমেন কোনটি? [রা. বো.]

[২০]

ক  $\{x \in R : x \geq \frac{1}{5}\}$

খ  $\{x \in R : x \leq \frac{1}{5}\}$

গ  $\{x \in R : x > \frac{1}{5}\}$

ঘ  $\{x \in R : x < \frac{1}{5}\}$

ক

৩. যদি  $f(x) = 4x - 1$  এবং  $0 \leq x \leq 3$  হয় তাহলে  $f$  ফাংশনের রেঞ্জ কত? [য. বো.]

[২০]

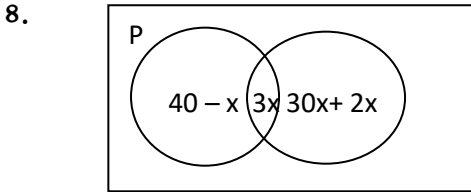
ক  $\{y \in R : 0 \leq y \leq 3\}$

খ  $\{y \in R : 0 \leq y \leq 3\}$

গ  $\{y \in R : 0 \leq y \leq 3\}$

ঘ  $\{y \in R : 0 \leq y \leq 3\}$

ঘ



$U = P \cup Q$  এবং  $n(U) = 90$  হলে, উপরের ভেনচিত্র অনুসারে  $P/Q$  এর মান কত? [য. বো.]

[২০]

- ক 15  
গ 35

- খ 20  
ঘ 50

গ

৫.  $F(x) = \sqrt{1 - 4x}$  এর ডোমেন কোনটি? [কু. বো.]

[২০]

ক  $\left\{x \in R : x \geq \frac{1}{4}\right\}$

খ  $\left\{x \in R : x \leq \frac{1}{4}\right\}$

গ  $\left\{x \in R : x > \frac{1}{4}\right\}$

ঘ  $\left\{x \in R : x < \frac{1}{4}\right\}$

খ

৬.  $A = \{x \in N : 4x < 20\}$  হলে  $A$  এর উপসেট সংখ্যা নিচের কোনটি? [কু. বো.]

[২০]

- ক 32  
গ 8

- খ 16  
ঘ 4

খ

৭.  $A = \{x : x \in R \text{ এবং } 1 \leq x \leq 2\}$   
 $B = \{x : x \in N \text{ এবং } 0 \leq x \leq 1\}$  হলে  $P(A \cap B)$  কোনটি? [চ. বো.]

[২০]

ক  $\emptyset$

খ  $\{\emptyset\}$

গ  $\{\{1\}, \{2\}\}$

ঘ  $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}\}$

খ

৮.  $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ ,  $x \neq 2$  বর্ণিত ফাংশনের জন্য  $f^{-1}(2) =$  কত? [চ. বো. ২০]

- ক -1  
গ 1

- খ 0  
ঘ

4

গ

৯.  $\{(3, 4), (3, 9), (7, 8), (8, 9)\}$  এই অময়টির রেঞ্জ নিচের কোনটি? [সি. বো.]

[২০]

ক  $\{4, 3, 9, 7, 8\}$

খ  $\{4, 3, 9, 8\}$

গ  $\{3, 4, 3, 9, 9\}$

ঘ  $\{3, 4, 7, 8\}$

খ

১০.  $f(x) = \frac{x}{2-x}$  ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি? [সি. বো.]

[২০]

ক  $\{x \in R : x > 2\}$

খ  $\{x \in R : x \neq 2\}$

গ  $\{x \in R : x \geq 0\}$

ঘ  $\{x \in R : x \neq 0\}$

খ

১১. কোনো সেটের সদস্য  $3n$  হলে এর উপসেটের সংখ্যা কতটি? [বি. বো. ২০]

- ক  $2^n$   
গ  $6^n$

- খ  $3^n$   
ঘ

$8^n$

ঘ

১২.  $A = \{x \in R : -2 \leq x < 1\}$  এবং  $B = \{x \in R : 1 \leq x < 3\}$  হলে  $P(A \cap B)$  সেট কোনটি? [দি. বো.]

[২০]

ক  $\{1\}$

খ  $\emptyset$

গ  $\{0\}$

ঘ

$\{\emptyset\}$

ঘ

১৩.  $f(y) = \sqrt{3 - 2y}$  হলে  $f$  এর ডোমেন কত? [দি. বো.]

[২০]

ক  $\{y \in R : y < \frac{3}{2}\}$

খ  $\{y \in R : y \leq \frac{3}{2}\}$



নিচের কোনটি সঠিক ?

সকল. বো.

২০]

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ক

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$P_n = \{2^n, 2^{2n}, 2^{3n}, \dots\}$  সকল  $n \in \mathbb{N}$ .

টা. বো.

২০]

৩১.  $P_2 \cup P_4$  এর মান নিচের কোনটি?

- ক  $P_1$  খ  $P_2$   
গ  $P_3$  ঘ  $P_4$

খ

৩২.  $P_2$  এর উপসেট কোনটি?

- ক  $P_1$  খ  $P_3$   
গ  $P_4$  ঘ  $P_5$

গ

উদ্দীপকটি পড়ে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও

$$F(x) = \frac{4x}{x+3}$$

৩৩.  $F$  এর ডোমেন কোনটি?

সি. বো.

১৯]

- ক  $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -9\}$  খ  $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -3\}$   
গ  $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 3\}$  ঘ  $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 9\}$

খ

৩৪.  $F^{-1}(2)$  এর মান কত?

- ক  $\frac{5}{8}$  খ 1  
গ  $\frac{8}{5}$  ঘ 3

ঘ

৩৫.  $A = \{x : x^2 + 5x = 6\}$  হলে  $A$  এর তালিকারূপ কোনটি?

সি. বো. ১৭]

- ক  $\{5, 6\}$  ল  $\{-1, 6\}$   
ম  $\{1, -6\}$  ন  $\{2, 3\}$

গ

৩৬. সার্বিক সেট  $U$  এর যে কোনো উপসেট  $A$  এর জন্য  $A \setminus A$

$(A \setminus A)$  এর মান কোনটি?

দি. বো. ১৭]

- ক  $KA'$  ল  $A$  ম  $\emptyset$  ন  $\{0\}$

খ

৩৭. যদি  $A \subset B$  হয়, তবে নিচের কোনটি সঠিক? টা. বো. ১৭,

১৬]

- ক  $KA \cup B = A$  ল  $LA \cap B = A$   
ম  $MA \cap B = B$  ন  $NA' \subset B'$

খ

৩৮. যদি  $n(A) = 3$ ,  $n(B) = 4$  এবং  $A \cap B = \emptyset$  হয়,

তবে  $n(A \cup B) = ?$

টা. বো. ১৭; কু. বো. ১৫]

- ক 3 ল 4 ম 7 ন 12

গ

৩৯. জর্জ ক্যান্টর কোন দেশের অধিবাসী?

ঘ. বো.

১৬]

- ক ব্রিটেন ল ইতালি  
ম ফ্রান্স ন জার্মানী

ঘ

৪০.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি? সি. বো.

১৬]

- ক 5 ল 10 ম 25 ন 32

খ

৪১. যদি  $n(M) = 7$ ,  $n(N) = 4$  এবং  $n(M \cap N) = 5$  হয়, তবে  $n(M \cup N) =$  কত? কু. বো.

১৭]

- ক 2 ল 6 ম 8 ন 16

খ

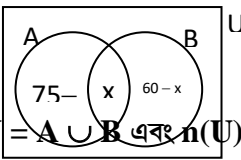
৪২.  $A = \{5, 6, 7\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  এবং  $A \cap B = ?$  রা. বো.

১৬]

- ক  $(\emptyset)$  ল  $\emptyset$   
ম  $\{2, 3, 5, 6\}$  ন  $\{0\}$

খ

৪৩.



$U = A \cup B$  এবং  $n(U) = 120$  হলে, উপরের ভেনচিত্র অনুসারে  $2x$  এর মান কত? দি. বো.

১৬]

- ক 15 ল 17 ম 20 ন 30

খ

৪৪.  $B = \{x \in \mathbb{R} : 6 < 2x < 17\}$  হলে,  $P(B)$  এর উপাদান সংখ্যা নিচের কোনটি? রা. বো.

১৬]

- ক  $2^3$  ল  $2^4$  ম  $2^5$  ন  $2^{4+1}$  গ

৪৫. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা  $n$  হলে প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত? ব. বো.

১৬]

- ক  $2^n + 2$  ল  $2^{n+2}$   
ম  $2^n - 1$  ন  $2^n - 2$

গ

৪৬.  $U = \{1, 3, 5, 6\}$ ,  $A = \{3, 6\}$  হলে  $P(A')$  এর উপাদান সংখ্যা কয়টি? কু. বো.

১৬]

- ক 1 ল 2 ম 4 ন 8 গ

৪৭. কিছু সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে 60 জন ক্রিকেট, 40 জন ফুটবল, 25 জন দুটি খেলা পছন্দ করে। কমপক্ষে একটি খেলা কতজন পছন্দ করে? সি. বো.

১৬]

- ক 25 ল 75 ম 100 ন 125

খ

৪৮.  $\{(1, 5), (2, 10), (2, 12), (3, 15), (4, 20)\}$  অর্ডার ডোমেন কোনটি? ঘ. বো.

১৭]

- ক  $\{1, 2, 3, 4\}$   
ল  $\{1, 2, 2, 3, 4\}$   
ম  $\{5, 10, 12, 15, 20\}$   
ন  $\{1, 2, 12, 15, 20\}$

ক

৪৯.  $\{(0, 0), (1, 1), (-1, 1), (2, 4)\}$  অর্ডার ডোমেন কোনটি? রা. বো. ১৬]

১৬]

$$K\{0,1,-1,2\} \quad L\{0,1,4\}$$

$$M\{0,1,-1,4\} \quad N\{0,1,2,4\}$$

ক

৫০. ডোমেন  $X = \{-1, 0, 1\}$  এর জন্য  $F(x) = x^2 - 2x$  এর ইমেজ সেট কোনটি? **চ. বো.**

১৬

$$K\{-1, 0\} \quad L\{3, 0, -1\}$$

$$M\{-1, 0, 3\} \quad N\{-1, 0, 1\}$$

খ

৫১.  $f(x) = \sqrt{2x-3}$  ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি? **বি. বো. ১৭**

$$K\left\{x \in \mathbb{V} : x > \frac{2}{3}\right\}$$

$$L\left\{x \in \mathbb{V} : x \geq \frac{2}{3}\right\}$$

$$M\left\{x \in \mathbb{V} : x > \frac{3}{2}\right\}$$

$$N\left\{x \in \mathbb{V} : x \geq \frac{3}{2}\right\}$$

ঘ

৫২.  $F(x) = \sqrt{x-1}$  ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি? **ঢা. বো. ১৬; ঘ. বো. ১৬**

$$K\{x \in \mathbb{V} : x \leq 1\}$$

$$L\{x \in \mathbb{V} : x \geq -1\}$$

$$M\{x \in \mathbb{V} : x \leq -1\}$$

$$N\{x \in \mathbb{V} : x \geq 1\}$$

ঘ

৫৩.  $F(x) = \sqrt{x-2}$  হলে, ডোম  $F =$  কত? **সি. বো.**

১৭

$$K\{x \in \mathbb{V} : x \neq 2\} \quad L\{x \in \mathbb{V} : x \geq 2\}$$

$$M\{x \in \mathbb{V} : x \leq 2\} \quad N\{x \in \mathbb{V} : x > 2\}$$

খ

৫৪.  $f(x) = \sqrt{1-2x}$  হলে, ফাংশনটির ডোমেন কত? **কু. বো.**

১৬

$$K \text{ ডোম } F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{2}\}$$

$$L \text{ ডোম } F = \{x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{2}\}$$

$$M \text{ ডোম } F = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{1}{2}\}$$

$$N \text{ ডোম } F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{1}{2}\}$$

ক

৫৫.  $f(x) = \sqrt{3-x}$  হলে  $f$  এর ডোমেন নিচের কোনটি? **রা. বো. ১৭**

$$K\{x \in \mathbb{V} : x < 3\} \quad L\{x \in \mathbb{V} : x \leq 3\}$$

$$M\{x \in \mathbb{V} : x \geq 3\} \quad N\{x \in \mathbb{V} : x = 3\}$$

খ

৫৬.  $F(x) = \sqrt{5-x}$  ফাংশনটির ডোমেন কোনটি? **দি. বো.**

১৬

$$K\{x : x \in \mathbb{V} \text{ and } x \leq 5\}$$

$$L\{x : x \in \mathbb{V} \text{ and } x < 5\}$$

$$M\{x : x \in \mathbb{V} \text{ and } x \geq 5\}$$

$$N\{x : x \in \mathbb{V} \text{ and } x > 5\}$$

ক

৫৭.  $f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2$  হলে,  $f$  এর রেঞ্জ কত? **চ. বো.**

১৭

$$K: 0 \leq y \leq 2$$

$$L: 1 \leq y \leq 2$$

$$M: 0 \leq y \leq 7$$

$$N: 1 \leq y \leq 7$$

ঘ

৫৮.  $f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2$  হলে  $f$  এর রেঞ্জ হবে— **দি. বো. ১৭; ন. প্র. ব. বো.**

$$K\{y \in \mathbb{V} : 0 \leq y \leq 2\}$$

$$L\{y \in \mathbb{V} : 1 \leq y \leq 2\}$$

$$M\{y \in \mathbb{V} : 0 \leq y \leq 7\}$$

$$N\{y \in \mathbb{V} : 1 \leq y \leq 7\}$$

ঘ

৫৯.  $f(x) = |x|$  এর ডোমেন নিচের কোনটি? **দি. বো.**

১৬

$$K\{x \in \mathbb{V} : x < 0\} \quad L: \mathbb{V} +$$

$$M\{x \in \mathbb{V} : x \geq 0\} \quad N: \mathbb{V}$$

ঘ

৬০.  $F(x) = |x|$  হলে,  $F(-3)$  এর মান নিচের কোনটি? **ঘ. বো.**

১৬

$$K: -3$$

$$L: 0$$

$$M: 3$$

$$N: \pm 3$$

গ

৬১.  $f(x) = \ln \frac{7+x}{7-x}$  এর ডোমেন নিচের কোনটি? **কু. বো.**

১৭

$$K(0, 7)$$

$$L(-7, 7)$$

$$M[-7, 7]$$

$$N[0, 7]$$

খ

৬২.  $F(x) = \frac{1}{x-5}$  ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি? **সি. বো.**

১৬

$$K\{x : x \in \mathbb{V} \text{ এবং } x \neq 5\}$$

$$L\{x : x \in \mathbb{V}\}$$

$$M\{x : x \in \mathbb{V} \text{ এবং } x \geq 5\}$$

$$N\{x : x \in \mathbb{V} \text{ এবং } x > 5\}$$

ক

৬৩.  $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$  হলে  $f^{-1}(3)$  এর মান— **বি. বো.**

১৬

$$K: 3$$

$$L: 1$$

$$M: \frac{3}{5}$$

$$N: -3$$

ক

৬৪. নিচের কোন ফাংশনটি এক-এক? **রা. বো.**

১৭

$$K: F(x) = \frac{1}{x-2}, x \neq 2$$

$$L: F(x) = x^2 + 1$$

$$M: F(x) = (x-2)^2$$

$$N: F(x) = (3+x)^2$$

ক

৬৫. সার্বিক সেট  $U$  এর একটি উপসেট  $B$  হলে—

$$i. B \setminus B = \emptyset \quad ii. U \setminus B = B'$$

$$iii. B \setminus (B \setminus B) = \emptyset$$

$$\text{নিচের কোনটি সঠিক?}$$

১৬

**কু. বো.**

Ki ও ii      L ii ও iii  
Mi ও iii      Ni, ii ও iii

ক

৬৬. যদি  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4\}$  হয়, তাহলে-

i.  $P(A) = \{\{2, 3\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset\}$

ii.  $P(B) = \{\{2, 4\}, \{2\}, \{4\}, \emptyset\}$

iii.  $P(A \cap B) = \{\{3\}, \emptyset\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

১৭/

Ki                      L i ও ii  
Mi ও iii              Ni ও iii

গ

৬৭.  $S = \{(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)\}$  হলে-

i. রেঞ্জ  $S = \{4, 1, 0\}$

ii.  $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$

রা.  $S$  একটি ফাংশন

।

নিচের কোনটি সঠিক?

১৭/

Ki ও ii                      L i ও iii  
Mii ও iii                      Ni, ii ও iii

ঘ

৬৮.  $F(x) = \frac{x}{x-2}$  এর জন্য —

১৬/

i.  $x = 2$  এর জন্য  $F(x)$  সংজ্ঞায়িত

ii. এটি একটি এক-এক ফাংশন

iii.  $F^{-1}(x) = \frac{2x}{x-1}$

নিচের কোনটি সঠিক?

Ki ও ii                      L i ও iii  
Mii ও iii                      Ni, ii ও iii

গ

৬৯.  $y = x^2 - 4x - 1$  ফাংশনের লেখচিত্রের-

১৭/

i. আকার পরাবৃত্তাকার

ii.  $x$ -অক্ষ বরাবর প্রতিসম বিন্দু পাওয়া যাবে

iii. মান একটি বিন্দুতে ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

Ki ও ii                      L i ও iii

Mii ও iii                      Ni, ii ও iii

খ

৭০. যে কোনো সেট  $A$  -

i. অসান্ত সেট হবে যদি ও কেবল যদি  $A$ , এর প্রকৃত উপসেটের সমতুল হয়

ii. এর উপাদান সংখ্যা  $n$  হলে  $n(P(A)) = 2^n$

iii. নিজেই নিজের একটি উপসেট

নিচের কোনটি সঠিক? / চ. বো. ১৭/

Ki ও ii                      L i ও iii  
Mii ও iii                      Ni, ii ও iii

ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে (৭১ ও ৭২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$F(x) = \sqrt{x-1}$

১৭/

৭১.  $F(x) = 5$  হলে,  $x$  এর মান কত?

K  $\sqrt{10}$                       L  $\sqrt{26}$   
M 10                      N 26

ঘ

৭২. নিচের কোনটি সঠিক?

K ডোম  $F = \{x \in \mathbb{V} : x \neq 1\}$

L ডোম  $F = \{x \in \mathbb{V} : x \geq 1\}$

M ডোম  $F = \{x \in \mathbb{V} : x \leq 1\}$

N ডোম  $F = \{x \in \mathbb{V} : x < 1\}$

খ

ব. বো.

চ. বো.

চ. বো.

কু. বো.

চ. বো.

# EXTRA MCQ SOLVED QUESTION

১. A সেটটির উপাদান সংখ্যা 3 হলে, তার প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত?

- কি 3 খি 6 গি 8 ঘি 9

২. A, B ও C যেকোনো সেট হলে, নিচের কোনটি বর্টন নিয়ম?

- কি  $A \cup B = B \cup A$   
খি  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$   
গি  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$   
ঘি  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

৩. অনন্ত সেট নিচের কোনটি?

- কি  $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$  খি  $\{3, 4, 7\}$   
গি স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ঘি  $\{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 12\}$

৪.  $A \cap B = B$  এবং  $A \neq B$  হলে কোনটি সঠিক?

- কি  $A \subset B$  খি  $B \subset A$   
গি  $A \cup B = B$  ঘি  $B \not\subset A$

৫. যদি  $4^x = 16$  হয়, তবে  $x =$  কত?

- কি 2 খি 4 গি 8 ঘি 16

৬.  $A = \{a, b, c, d\}$  হলে,  $P(A)$  এর উপাদান সংখ্যা কত?

- কি 4 খি 8 গি 16 ঘি 32

৭.  $A'$ , A সেটের পুরক সেট হলে,  $A \cap A' =$  কত?

- কি U খি  $\emptyset$  গি A ঘি  $A'$

৮. বাস্তব সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা এবং মূলদ সংখ্যার সেট যথাক্রমে R, N, Z এবং Q হলে, কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- কি  $Z \subset Q \subset N \subset R$  খি  $N \subset R \subset Q \subset Z$   
গি  $Q \subset N \subset Z \subset R$  ঘি  $N \subset Z \subset Q \subset R$

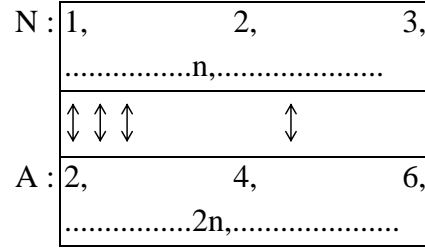
৯. যদি  $n(A) = 3$ ,  $n(B) = 4$  এবং  $A \cap B = \emptyset$  হয়, তবে  $n(A \cup B) =$  কত?

- কি 6 খি 7 গি 8 ঘি 12

১০. সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A হলে,  $(A')' =$  কত?

- কি U খি  $U \setminus A$  গি A ঘি  $\emptyset$

১১.



N ও A কোন ধরনের সেট?

- কি সমতুল সেট খি সমান সেট  
গি সংযোগ সেট ঘি অনন্ত গুঁ

১২. যদি  $A = \{1, 2, 3\}$  এবং  $B = \{2, 3, 4\}$  হলে  $P(A \cap B)$  এর মান কত হবে?

- কি  $\{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$  খি  $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{2, 3\}\}$   
গি  $\{\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$  ঘি  $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

১৩. A ও B সেটদ্বয় নিশ্চয় সেট হলে  $A \cap B$  এর মান কত?

- কি A খি B গি  $\emptyset$  ঘি  $\{\emptyset\}$

১৪.  $A = \{a, b, c, d, e\}$  হলে,  $n(A) =$  কত?

- কি 5 খি 10 গি 25 ঘি 3

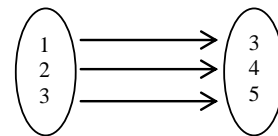
১৫.  $B \in P(A)$  হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- কি  $B \subseteq A$  খি  $B \not\subset A$   
গি  $B = A$  ঘি  $B \cap A = \emptyset$

১৬. যদি  $S = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x(x - 2) = x^2 - 2x\}$  হয়, তবে কোনটি সঠিক?

- কি  $S = \emptyset$  খি  $S = \mathbb{R}$  গি  $S = \mathbb{N}$  ঘি  $S = \mathbb{Z}$

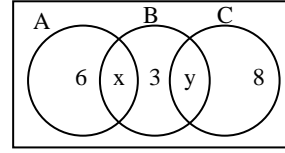
১৭.



চিত্র অনুযায়ী image set কোনটি?

- কি {1, 2, 3}                      খি {2, 3, 5}  
 গি {3, 4, 5}                      ঘি {1, 3, 5}

নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এর প্রতিটি উপসেটের উপাদান সংখ্যা দেখানো হলো।  $U = A \cup B \cup C$ .

২৩.  $n(B) = n(C)$  হলে x এর মান কত?

- কি 5                      খি 6                      গি 4                      ঘি 11

২৪.  $n(B \cap C) = n(A \cap B')$  হলে, y এর মান কত?

- কি -6                      খি -5                      গি 5                      ঘি 6

২৫.  $A = \{x \in \mathbb{N} : 6 < 2x < 17\}$  সেটটির  $P(A)$  এর উপাদান সংখ্যা কত?

- কি  $2^3$                       খি  $2^4$                       গি  $2^5$                       ঘি  $2^4 + 1$

২৬.  $A = \{1\}$  হলে, A এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?

- কি 3                      খি 2                      গি 1                      ঘি 0

২৭. A এর প্রকৃত উপসেট B হলে, কোনটি সঠিক?

- কি  $A \leq B$                       খি  $B \leq A$                       গি  $B < A$                       ঘি  $A < B$

২৮.  $A \sim B$  দ্বারা কী বুঝায়?

- কি A ও B সেটের বিয়োগফল                      খি A ও B সমতুল সেট  
 গি A ও B সমান সেট                      ঘি A ও B প্রায় সমান

২৯.  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{0\}$  হলে  $A \cap B =$  কত?

- কি  $\{a, 0, b\}$                       খি  $\{a, b\}$                       গি  $\{0\}$                       ঘি  $\{\}$

৩০. যদি  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$  হলে  $A' \cap B' =$  কোনটি?

- কি  $\{3\}$                       খি  $\{2\}$                       গি  $\{1, 2\}$                       ঘি  $\phi$

৩১. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে। দুইটি ভাষার অন্তত একাট ভাষা কত জন বলতে পারে?

- কি 50 জন                      খি 55 জন                      গি 60 জন                      ঘি 70 জন

৩২.  $S = \{(1, 5), (2, 10), (5, 3), (3, 4)\}$  হলে,  $S^{-1}$  এর ডোমেন কোনটি?

১৮.  $A = \{1, 2, 3\}$  এবং  $B = \{4, 5, 6\}$  হলে—

i.  $A \cup B = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x < 7\}$

ii.  $A \cap B = \phi$

iii.  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii                      খি ii ও iii                      গি i ও iii                      ঘি i, ii ও iii

১৯.  $A \subset B$  হলে—

i.  $A \cup B = B$

ii.  $B \setminus A = \phi$

iii.  $A \cap B = A$

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii                      খি ii ও iii                      গি i ও iii                      ঘি i, ii ও iii

২০.  $n(A) = n(B)$  হলে—

i. A ও B সান্ত সেট

ii. A ও B সেটদ্বয়ের উপসেটের সংখ্যা সমান

iii. A ও B সমতুল সেট

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i                      খি ii                      গি i ও ii                      ঘি i, ii ও iii

২১. যেকোনো সার্বিক সেট U এর জন্য—

i.  $A \setminus A = \phi$

ii.  $A \setminus (A \setminus A) = A$

iii.  $A \setminus (A \setminus A) = \phi$

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii                      খি i ও iii                      গি ii ও iii                      ঘি i, ii ও iii

২২. সার্বিক সেট  $U = \{x \in \mathbb{Z} : 0 < x \leq 10\}$  এর দুইটি উপসেট

$A = \{x \in \mathbb{Z} : 3 < x \leq 10\}$  এবং  $B = \{x \in \mathbb{Z} : 0 < x < 7\}$  হলে—

i.  $A' \subseteq B$

ii.  $B' \not\subseteq A$

iii.  $A \not\subseteq B$

নিচের কোনটি সঠিক?

- কি i ও ii                      ঘি i ও iii                      গি ii ও iii                      ঘি i, ii ও iii

- কি {1, 2, 5, 3} খি {5, 10, 3, 4} গি {1, 5, 4}  
ঘি {5, 3, 4}

৩৩.  $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$  এবং  $B = \{-1, 0, 2\}$  হলে  $A - B = ?$

- কি {2} খি {0, 2, -1} গি {1, 3, 2}  
ঘি {1, 3, 5}

৩৪.  চিত্র অনুসারে  $N$  এবং  $A$  পরস্পর-

- কি সমতুল সেট খি সংযোগ সেট  
গি অনন্ত সেট ঘি নিষেধ সেট

৩৫.  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  প্রকাশের পদ্ধতি কোনটি?

- কি বর্ণনা পদ্ধতি খি তালিকা পদ্ধতি  
গি সেট গঠন পদ্ধতি ঘি রোস্টার পদ্ধতি

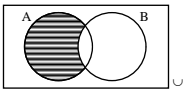
৩৬.  $A$  ও  $B$  সমতুল সেট এবং  $B$  ও  $C$  সমতুল সেট হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- কি  $A, C$  এর উপসেট খি  $A \neq C$   
গি  $A$  ও  $B$  সমতুল সেট ঘি  $A = P, C = Q$

৩৭.  $A$  ও  $B$  যেকোনো সেটের জন্য নিচের কোনটি সত্য?

- কি  $(A \cap B)' = A' \cap B'$  খি  $(A \cup B)' = A \cup B$   
গি  $(A \cap B) = A' \cap B'$  ঘি  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

৩৮.



ভেনচিত্রের রেখাঙ্কিত অংশ কোন সেট নির্দেশ করে?

- কি  $A \cap B$  খি  $A' \cap B$  গি  $A \cap B'$  ঘি  $A' \cap B'$

৩৯. যদি  $U$  সঠিক সেট হয়, তবে  $p$  সেটের পূরক সেট  $p'$  এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? [ক্যান্টনমেন্ট পবলিক স্কুল, জাহানাবাদ, খুলনা]

- কি  $p' = \{x : x \in p, x \in U\}$  খি  $p' = \{x : x \notin p, x \in U\}$   
গি  $P' = \{x : x \in, x \notin U\}$  ঘি  $P' = \{x : x \in p, \notin U\}$

৪০. বাস্তব সংখ্যার সেটকে কী দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

- কি  $N$  খি  $R$  গি  $Z$  ঘি  $Q$

৪১.  $A \cap B = B$  এবং  $A, B$  সমান না হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- কি  $A \subset B$  খি  $B \subset C$  গি  $A \cup B$  ঘি  $B \subseteq A$

৪২.  $A \cup B = \phi$  হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- কি  $A = \phi, B = U$  খি  $A = \phi, B = \phi$   
গি  $A = U, U \subset B$  ঘি  $B = \subset A$

৪৩.  $A \cup \phi = U$  হবে যদি-

- কি  $A = U$  খি  $A \subset U$  গি  $A = \phi$  ঘি  $A' = U - A$

৪৪.  $A \cup \phi = \phi$  হবে যদি-

- কি  $A = U$  খি  $U \subset A$   
গি  $A = U - \phi$  ঘি  $A = \phi$

৪৫.  $x = \{a, b, c, d\}$  হলে,  $X$  এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

- কি 4 খি 14 গি 15 ঘি 16

৪৬.  $A = Q$  হলে,  $P(A)$  এর মান কোনটি?

- কি  $\phi$  খি  $\{\}$  গি  $\{\phi\}$  ঘি  $\{0\}$

৪৭.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  হলে,  $A$  এর প্রকৃত সেট কতটি?

- কি 12 খি 14 গি 15 ঘি 16

৪৮.  $A$  এর পূরক সেট  $A'$  হলে,  $A \cup A' =$  কত?

- কি  $A$  খি  $A'$  গি  $U$  ঘি  $\phi$

৪৯.  $A = \{1, 2, 3\}$  এবং  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  দুইটি সেট হলে, নিচের কোন যুক্তিটি সঠিক?

- কি  $A \supset B$  খি  $A \subset B$  গি  $A \not\subset B$   
ঘি  $A \supseteq B$

৫০. যদি  $n(A) = p, n(B) = q$  এবং  $A \cap B = \emptyset$   $n(A \cup B) =$  কত?

- কি  $p + q$  খি  $p - q$  গি  $\frac{p+q}{2}$  ঘি  $\frac{p-q}{2}$