

SSC Higher Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট-২০২০

অধ্যায়-১০: দ্বিপদী বিস্তৃতি

প্রয়োজনীয় তথ্য:

- দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলা হয়। যেমন : $a + b, x - y, 1 + x, 1 - x^2, a^2 - b^2$ ইত্যাদি দ্বিপদী রাশি।

$$(1 + y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} y^3 + \dots + y^n$$

- দ্বিপদী $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি :

এখানে, $n = 0$ হলে $(1 + y)^0 = 1 + 0 + 0 + \dots = 1$ [পদসংখ্যা 1]

$n = 1$ হলে $(1 + y)^1 = 1 + y + 0 + \dots = 1 + y$ [পদসংখ্যা 2]

$n = 2$ হলে $(1 + y)^2 = 1 + 2y + y^2 + 0 + \dots = 1 + 2y + y^2$ [পদসংখ্যা 3]

$n = 3$ হলে $(1 + y)^3 = 1 + 3y + 3y^2 + y^3 + 0 + \dots = 1 + 3y + 3y^2 + y^3$ [পদসংখ্যা 4]

$(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে ঘাত বা শক্তির চেয়ে পদসংখ্যা 1 বেশি, অর্থাৎ $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে।

দ্বিপদী সহগ : দ্বিপদী বিস্তৃতিতে y -এর বিভিন্ন ঘাতের সহগ (Coefficient) কে দ্বিপদী সহগ বলা হয়। 1 কে y এর সহগ বিবেচনা করতে হবে। $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির সহগগুলোকে সাজালে আমরা পাই,

$n = 0$	1
$n = 1$	1 1
$n = 2$	1 2 1
$n = 3$	1 3 3 1
$n = 4$	1 4 6 4 1

লক্ষ করলে দেখবে সহগগুলো একটি ত্রিভুজের আকার ধারণ করেছে। দ্বিপদী বিস্তৃতির সহগ নির্ণয়ের একটি কৌশল "Blaise pascal" প্রথম ব্যবহার করেন। তাই এই ত্রিভুজকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ (Pascal's Triangle) বলা হয়।

প্যাসকেলের ত্রিভুজের ব্যবহার : প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে আমরা দেখতে পাই এর বাম ও ডান দিকে আছে '1'। ত্রিভুজের মাঝখানের সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি ঠিক উপরের দুইটি সংখ্যার যোগফল।

- দ্বিপদী $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি :

$(x + y)^n$ এর বিস্তৃতি সাধারণভাবে দ্বিপদী উপপাদ্য নামে পরিচিত।

আমরা জানি,

$$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1} y + \binom{n}{2} y^2 + \binom{n}{3} y^3 + \dots + \binom{n}{r} y^r + \dots + \binom{n}{n} y^n$$

$$\text{এখন, } (x + y)^n = \left[x \left(1 + \frac{y}{x} \right) \right]^n = x^n \left(1 + \frac{y}{x} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore (x + y)^n &= x^n \left[1 + nC_1 \left(\frac{y}{x} \right) + nC_2 \left(\frac{y}{x} \right)^2 + nC_3 \left(\frac{y}{x} \right)^3 + \dots + nC_n \left(\frac{y}{x} \right)^n \right] \\ &= \left[x^n + nC_1 \left(\frac{y}{x} x^n \right) + nC_2 \left(\frac{y^2}{x^2} x^n \right) + nC_3 \frac{y^3}{x^3} x^n + \dots + x^n \frac{y^n}{x^n} \right] \end{aligned}$$

$$\therefore (x + y)^n = (x^n + nC_1 yx^{n-1} + nC_2 y^2x^{n-2} + nC_3 y^3x^{n-3} + \dots + y^n)$$

মনে রাখতে হবে,

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3.2.1$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r, {}^n C_n = 1$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \binom{n}{0} = {}^n C_0 = 1$$

$$\binom{n}{n} = {}^n C_n = 1, 0! = 1.$$

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য, দ্বিপদী বিস্তৃতি $(1+y)^n$ এর সাধারণ পদ বা r তম পদ.

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r \text{ বা } {}^n C_r y^r$$

এবং $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ

$$\text{বা, } r\text{-তম পদ } T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r} y^r \text{ বা } {}^n C_r x^{n-r} y^r.$$

অনুশীলনী ১০.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ প্যাসকেলের ত্রিভুজ বা দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে $(1+y)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। উক্ত বিস্তৃতির সাহায্যে (i) $(1-y)^5$ ও (ii) $(1+2x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে—

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & & & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & \end{array}$$

$$\therefore (1+y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + 1y^5 \\ = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{i. } (1-y)^5 \\ = 1 + 5(-y) + 10(-y)^2 + 10(-y)^3 + 5(-y)^4 + 1(-y)^5 \\ = 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ii. } (1+2x)^5 \\ = 1 + 5.2x + 10(2x)^2 + 10(2x)^3 + 5(2x)^4 + 1(2x)^5 \\ = 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5 \text{ (Ans.)}$$

অথবা, দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে—

$$(1+y)^5 = \binom{5}{0} y^0 + \binom{5}{1} y^1 + \binom{5}{2} y^2 + \binom{5}{3} y^3 + \binom{5}{4} y^4 + \binom{5}{5} y^5$$

$$= 1.1 + \frac{5}{1}y + \frac{5.4}{1.2}y^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}y^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}y^4 + 1.y^5$$

$$= 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5 \text{ (Ans.)}$$

i. $(1 - y)^5$

$$= \binom{5}{0}(-y)^0 + \binom{5}{1}(-y)^1 + \binom{5}{2}(-y)^2 + \binom{5}{3}(-y)^3$$

$$+ \binom{5}{4}(-y)^4 + \binom{5}{5}(-y)^5$$

$$= 1.1 + \frac{5}{1}(-y) + \frac{5.4}{1.2}(-y)^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}(-y)^3$$

$$+ \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}(-y)^4 + 1(-y)^5$$

$$= 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5 \text{ (Ans.)}$$

ii. $(1 + 2x)^5$

$$= \binom{5}{0}(2x)^0 + \binom{5}{1}(2x)^1 + \binom{5}{2}(2x)^2 + \binom{5}{3}(2x)^3$$

$$+ \binom{5}{4}(2x)^4 + \binom{5}{5}(2x)^5$$

$$= 1.1 + \frac{5}{1}2x + \frac{5.4}{1.2}4x^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}8x^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}16x^4 + 32x^5$$

$$= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯ ২ ৯ x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে (a) $(1 + 4x)^6$, (b) $(1 - 3x)^7$ এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর।

সমাধান : (a) প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে-

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\ & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \end{array}$$

$$\therefore (1 + 4x)^6 = 1 + 6.4x + 15(4x)^2 + 20(4x)^3 + \dots \text{(প্রথম চার পদ পর্যন্ত)}$$

$$= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

(b) প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে-

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\ & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\ & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \end{array}$$

$$\therefore (1 - 3x)^7 = 1 + 7(-3x) + 21(-3x)^2 + 35(-3x)^3 + \dots \text{(প্রথম চার পদ পর্যন্ত)}$$

$$= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

বিকল্প পদ্ধতি :

(a) দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

$$\begin{aligned}(1 + 4x)^6 &= \binom{6}{0}(4x)^0 + \binom{6}{1}(4x)^1 + \binom{6}{2}(4x)^2 + \binom{6}{3}(4x)^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{6}{1} 4x + \frac{6.5}{1.2} 16x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3} 64x^3 + \dots \\ &= 1 + 24x + 240x^2 + 1280x^3 + \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে-

$$\begin{aligned}(1 - 3x)^7 &= 1. \binom{7}{0}(-3x)^0 + \binom{7}{1}(-3x)^1 + \binom{7}{2}(-3x)^2 + \binom{7}{3}(-3x)^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{7}{1}(-3x) + \frac{7.6}{1.2}(-3x)^2 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-3x)^3 + \dots \\ &= 1 - 21x + 189x^2 - 945x^3 + \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ১ $(1 + x^2)^8$ এর বিস্তৃতির প্রথম চার পদ নির্ণয় কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(1.01)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$\begin{aligned}(1 + x^2)^8 &= \binom{8}{0}(x^2)^0 + \binom{8}{1}(x^2)^1 + \binom{8}{2}(x^2)^2 + \binom{8}{3}(x^2)^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{8}{1} x^2 + \frac{8.7}{1.2} x^4 + \frac{8.7.6}{1.2.3} x^6 + \dots \\ &= 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + \dots\end{aligned}$$

নির্ণেয় বিস্তৃতি $(1 + x^2)^8 = 1 + 8x^2 + 28x^4 + 56x^6 + \dots$

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই

$$\begin{aligned}\{1 + (0.1)^2\}^8 &= 1 + 8(0.1)^2 + 28(0.1)^4 + 56(0.1)^6 + \dots \\ \text{বা, } (1 + 0.01)^8 &= 1 + 0.08 + 0.0028 + 0.000056 + \dots \\ &= 1.082856 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ১ x এর উর্ধ্বক্রম অনুসারে নিম্নোক্ত দ্বিপদীসমূহের প্রথম তিন পদ নির্ণয় কর।

(a) $(1 - 2x)^5$, (b) $(1 + 3x)^9$

তারপর, (c) $(1 - 2x)^5 (1 + 3x)^9$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান : (a) দ্বিপদী বিস্তৃতি অনুসারে,

$$\begin{aligned}(1 - 2x)^5 &= \binom{5}{0}(-2x)^0 + \binom{5}{1}(-2x)^1 + \binom{5}{2}(-2x)^2 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{5}{1}(-2x) + \frac{5.4}{1.2} 4x^2 - \dots \\ &= 1 - 10x + 40x^2 - \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(b) দ্বিপদী বিস্তৃতি অনুসারে,

$$\begin{aligned}(1 + 3x)^9 &= \binom{9}{0}(3x)^0 + \binom{9}{1}(3x)^1 + \binom{9}{2}(3x)^2 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{9}{1} 3x + \frac{9.8}{1.2} 9x^2 + \dots \\ &= 1 + 27x + 324x^2 + \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(c) $(1 - 2x)^5 (1 + 3x)^9 = (1 - 10x + 40x^2 - \dots)(1 + 27x + 324x^2 + \dots)$

[সমাধান a ও b ব্যবহার করে]

$$\begin{aligned} &= 1(1 + 27x + 324x^2 + \dots) - 10x(1 + 27x \\ &\qquad\qquad\qquad + 324x^2 + \dots) + 40x^2(1 + 27x + 324x^2 + \dots) \\ &= 1 + 27x + 324x^2 + \dots - 10x - 270x^2 - 3240x^3 - \\ &\qquad\qquad\qquad \dots + 40x^2 + 1080x^3 + 12960x^4 + \dots \\ &= 1 + 17x + 94x^2 + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ১ নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চার পদ নির্ণয় কর। [দ্বিপদী বিস্তৃতি বা প্যাসকেল ত্রিভুজ এর যেকোনো একটি ব্যবহার করে।]

(a) $(1 - 2x^2)^7$; (b) $(1 + \frac{2}{x})^4$; (c) $(1 - \frac{1}{2x})^7$

সমাধান :

(a) দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$\begin{aligned} (1 - 2x^2)^7 &= \binom{7}{0}(-2x^2)^0 + \binom{7}{1}(-2x^2)^1 + \binom{7}{2}(-2x^2)^2 + \binom{7}{3}(-2x^2)^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{7}{1}(-2x^2) + \frac{7.6}{1.2}(-2x^2)^2 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-2x^2)^3 + \dots \\ &= 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(b) দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$\begin{aligned} (1 + \frac{2}{x})^4 &= \binom{4}{0}(\frac{2}{x})^0 + \binom{4}{1}(\frac{2}{x})^1 + \binom{4}{2}(\frac{2}{x})^2 + \binom{4}{3}(\frac{2}{x})^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{x} + \frac{4.3}{1.2} \cdot \frac{4}{x^2} + \frac{4.3.2}{1.2.3} \cdot \frac{8}{x^3} + \dots \\ &= 1 + \frac{8}{x} + \frac{24}{x^2} + \frac{32}{x^3} + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(c) দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$\begin{aligned} (1 - \frac{1}{2x})^7 &= \binom{7}{0}(\frac{-1}{2x})^0 + \binom{7}{1}(\frac{-1}{2x})^1 \\ &\qquad\qquad\qquad + \binom{7}{2}(\frac{-1}{2x})^2 + \binom{7}{3}(\frac{-1}{2x})^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{7(-1)}{1(2x)} + \frac{7.6(\frac{1}{4x^2})}{1.2} + \frac{7.6.5(-\frac{1}{8x^3})}{1.2.3} + \dots \\ &= 1 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{21}{4} \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{35}{8} \cdot \frac{1}{x^3} + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ১ x^3 পর্যন্ত (a) $(1 - x)^6$ এবং (b) $(1 + 2x)^6$ বিস্তৃত কর। তারপর (c) $(1 + x - 2x^2)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

সমাধান :

(a) দ্বিপদী বিস্তৃতি অনুসারে,

$$\begin{aligned} (1 - x)^6 &= \binom{6}{0}(-x)^0 + \binom{6}{1}(-x)^1 + \binom{6}{2}(-x)^2 + \binom{6}{3}(-x)^3 + \dots \\ &= 1.1 + \frac{6}{1}(-x) + \frac{6.5}{1.2}(-x)^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}(-x)^3 + \dots \\ &= 1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(b) দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে-

$$(1 + 2x)^6 = \binom{6}{0}(2x)^0 + \binom{6}{1}(2x)^1 + \binom{6}{2}(2x)^2 + \binom{6}{3}(2x)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{6}{1} \cdot 2x + \frac{6.5}{1.2} 4x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3} 8x^3 + \dots$$

$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

(c) $(1 + x - 2x^2)^6$

এখানে, $1 + x - 2x^2 = (1 - x)(1 + 2x)$

$$\therefore (1 + x - 2x^2)^6 = (1 - x)^6(1 + 2x)^6$$

$$= (1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + \dots)(1 + 12x + 60x^2$$

$$+ 160x^3 + \dots)$$

[সমাধান a ও b ব্যবহার করে]

$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 - 6x - 72x^2 - 360x^3$$

$$+ 15x^2 + 100x^3 - 20x^3 \dots$$

$$= 1 + 6x + 3x^2 - 40x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯ ৯ x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। প্রমাণ কর যে, $(1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$.

সমাধান : দ্বিপদী বিস্তৃতি অনুসারে,

$$(1 + x)^5 = \binom{5}{0} x^0 + \binom{5}{1} x^1 + \binom{5}{2} x^2 + \binom{5}{3} x^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{5}{1} x + \frac{5.4}{1.2} x^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3} x^3 + \dots$$

$$\text{এবং } (1 - 4x)^4 = \binom{4}{0} (-4x)^0 + \binom{4}{1} (-4x)^1$$

$$+ \binom{4}{2} (-4x)^2 + \binom{4}{3} (-4x)^3 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{4}{1} (-4x) + \frac{4.3}{1.2} (-4x)^2 + \frac{4.3.2}{1.2.3} (-4x)^3 +$$

$$= 1 - 16x + 96x^2 - 256x^3 + \dots$$

সুতরাং, $(1 + x)^5 (1 - 4x)^4$

$$= (1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + \dots)(1 - 16x + 96x^2 - 256x^3 + \dots)$$

$$= 1 - 16x + 96x^2 + 5x - 80x^2 + 10x^2$$

$$= 1 - 11x + 26x^2$$

x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বতম ঘাতের মান উপেক্ষা করা যায়। কারণ x এর মান ক্ষুদ্র হলে x^3 এর মান আরও ক্ষুদ্র হবে।

$$\therefore (1 + x)^5 (1 - 4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

অনুশীলনী ১০.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. i. ${}^8C_0 = {}^8C_8$

$$\text{ii. } \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{r!}$$

$$\text{iii. } (1+x)^n \text{ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদটি} = \frac{n(n-1)}{2!} x^2$$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২. $(a+x)^n$ -এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ রয়েছে। এখানে n একটি—

- অঋণাত্মক রাশি (খ) ধনাত্মক রাশি
(গ) ঋণাত্মক রাশি (ঘ) ভগ্নাংশ

৩. $(x+y)^5$ -এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদী সহগগুলো হলো :

- (ক) 5, 10, 10, 5 ● 1, 5, 10, 10, 5, 1
(গ) 10, 5, 5, 10 (ঘ) 1, 2, 3, 3, 2, 1

৪. $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ -এর বিস্তৃতিতে x -এর সহগ—

- (ক) -1 (খ) $\frac{1}{2}$ ● 3 (ঘ) $-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{ব্যাখ্যা : } & (1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8 \\ &= (1-x) \left\{ \binom{8}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^1 + \dots \right\} \\ &= (1-x) \left(1 + 8 \cdot \frac{x}{2} + \dots \right) \\ &= (1-x) (1 + 4x + \dots) \\ &= (1-x + 4x - 4x^2 + \dots) \\ &= (1 + 3x - 4x^2 + \dots) \\ \therefore x \text{ এর সহগ } & 3. \end{aligned}$$

৫. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ -এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ কত?

- (ক) 4 ● 6 (গ) 8 (ঘ) 0

৬. $(2-x)(1+ax)^5$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $2 + 9x + cx^2$ পাওয়া যায়, তবে a ও c এর মান—

- $a = 1, c = 15$ (খ) $a = 5, c = 15$
(গ) $a = 15, c = 1$ (ঘ) $a = 1, c = 0$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ হলে—}$$

৭. ${}^n C_0 =$ কত?

- (ক) 0 ● 1 (গ) n (ঘ) নির্ণয় করা যায় না

$$\text{ব্যাখ্যা : } {}^n C_0 = \frac{n!}{0! \times (n-0)!} = \frac{n!}{1 \times n!} = 1$$

৮. $n = r = 100$ হলে, ${}^n C_r$ এর মান—

- (ক) 0 ● 1 (গ) 100 (ঘ) 200

$$\text{ব্যাখ্যা : } n = r = 100 \text{ হলে } {}^n C_r = {}^{100} C_{100} = \frac{100!}{100!(100-100)!}$$

$$= \frac{100!}{100! \times 0!} = \frac{1}{0!} = 1$$

৯. $(x + y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলো সাজালে আমরা পাই—

$$\begin{array}{ccc} \text{ক) } & 4 & \bullet & 1 \\ & 1 & 4 & 1 \\ & 1 & 5 & 5 & 1 \\ & 1 & 6 & 10 & 6 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & & 1 \\ & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{গ) } & 2 & \text{ঘ) } & 6 \\ & 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 5 & 5 & 2 \\ & 2 & 7 & 10 & 7 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & & 6 \\ & & & 6 & 12 & 6 \\ & & & 6 & 18 & 18 & 6 \\ & & & 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \end{array}$$

ব্যাখ্যা : $(x + y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলো সাজালে পাই,

$$\begin{array}{l} (x + y)^0 \quad 1 \\ (x + y)^1 \quad x + y \\ (x + y)^2 \quad x^2 + 2xy + y^2 \\ (x + y)^3 \quad x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\ (x + y)^4 \quad x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \end{array}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ নিম্নোক্ত প্রতিটি বেত্রে বিস্তৃত কর :

(a) $(2 + x^2)^5$; (b) $\left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6$

সমাধান : (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} & (2 + x^2)^5 \\ &= 2^5 + \binom{5}{1} 2^4 \cdot x^2 + \binom{5}{2} 2^3 \cdot (x^2)^2 + \binom{5}{3} 2^2 \cdot (x^2)^3 + \binom{5}{4} 2^1 \cdot (x^2)^4 + (x^2)^5 \\ &= 32 + \frac{5}{1} 16x^2 + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} 8x^4 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} 4x^6 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} 2x^8 + x^{10} \\ &= 32 + 80x^2 + 80x^4 + 40x^6 + 10x^8 + x^{10} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6 \\ &= 2^6 + \binom{6}{1} 2^5 \left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{6}{2} 2^4 \left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{6}{3} 2^3 \\ &= 26 + \frac{6}{1} 32 \left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} 16 \cdot \frac{1}{4x^2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} 8 \left(-\frac{1}{8x^3}\right) \\ &= 64 - \frac{96}{x} + \frac{60}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \frac{15}{4x^4} - \frac{3}{8x^5} + \frac{1}{64x^6} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \binom{6}{4} 2^2 \left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + \binom{6}{5} 2 \left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6 \\ &+ \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} 4 \cdot \frac{1}{16x^4} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} 2 \left(-\frac{1}{32x^5}\right) + \frac{1}{64x^6} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর।

(a) $(2 + 3x)^6$; (b) $\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5$

সমাধান : (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(2 + 3x)^6 = 2^6 + \binom{6}{1} \cdot 2^5 \cdot (3x) + \binom{6}{2} \cdot 2^4 \cdot (3x)^2$$

$$+ \binom{6}{3} \cdot 2^3 \cdot (3x)^3 + \dots \text{ [চার পদ পর্যন্ত]}$$

$$= 64 + \frac{6}{1} \cdot 32 \cdot 3x + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} 16 \cdot 9x^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} 8 \cdot 27x^3 + \dots$$

$$= 64 + 576x + 2160x^2 + 4320x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5 = 4^5 + \binom{5}{1} \cdot 4^4 \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{5}{2} \cdot 4^3 \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right)^2$$

$$+ \binom{5}{3} \cdot 4^2 \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \dots \text{ [চার পদ পর্যন্ত]}$$

$$= 1024 + \frac{5}{1} \cdot 256 \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 64 \cdot \frac{1}{4x^2} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} 16 \cdot \left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \dots$$

$$= 1024 - \frac{640}{x} + \frac{160}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১২ ১ $\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + Sx^2 + \dots$ হলে, p এবং r এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + Sx^2 + \dots$ (i)

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে,

$$\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = p^6 + \binom{6}{1} \cdot p^5 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) + \binom{6}{2} \cdot p^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + \dots$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = p^6 - \frac{6}{1} p^5 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} p^4 \cdot \frac{1}{4}x^2 + \dots$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4} p^4x^2 + \dots \text{ (ii)}$$

(i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$$r = p^6 \dots \text{ (iii)}$$

$$96 = 3p^5 \dots \text{ (iv)}$$

$$s = \frac{15}{4} p^4 \dots \text{ (v)}$$

(iv) হতে পাই, $3p^5 = 96$

$$\text{বা, } p^5 = \frac{96}{3}$$

$$\text{বা, } p^5 = 32$$

$$\text{বা, } p^5 = 2^5$$

$$\therefore p = 2$$

$p = 2$ হলে, (iii) হতে পাই,

$$r = 2^6$$

$$\therefore r = 64$$

আবার, $P = 2$ হলে, (v) নং হতে পাই,

$$s = \frac{15}{4} \times 2^4$$

$$= \frac{15}{4} \times 16$$

$$= 60$$

$\therefore p = 2, r = 64$ এবং $s = 60$ (Ans)

বি. দ্র. Text বইয়ে $-96x$ এর পরিবর্তে $-196x$ হয়েছে।

প্রশ্ন ১৩৩ $\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ নির্ণয় কর।

সমাধান : দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + {}^8C_1 \frac{x}{2} + {}^8C_2 \left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^8C_3 \left(\frac{x}{2}\right)^3 + {}^8C_4 \left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{8}{1} \cdot \frac{x}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x^4}{16} + \dots$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \frac{35}{8}x^4 + \dots$$

$\therefore \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 7. (Ans.)

প্রশ্ন ১৪৪ x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উহার সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান : দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + {}^6C_1 \cdot 2^5 \cdot \left(\frac{x}{4}\right) + {}^6C_2 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^2 + {}^6C_3 \cdot 2^3 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$$

$$= 64 + \frac{6}{1} \cdot 32 \cdot \frac{x}{4} + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 16 \cdot \frac{x^2}{16} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 8 \cdot \frac{x^3}{64} + \dots$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots$$

$$\text{নির্ণয় বিস্তৃতি } \left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 = 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots$$

$$\text{এখানে, } 2 + \frac{x}{4} = 1.9975$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = 1.9975 - 2$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = -0.0025$$

$$\therefore x = -0.01$$

$$\text{সুতরাং } \left(2 + \frac{-0.01}{4}\right)^6$$

$$= 64 + 48(-0.01) + 15(-0.01)^2 + \frac{5}{2}(-0.01)^3 + \dots \quad [x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } (2 - 0.0025)^6 = 64 - 0.48 + 0.0015 - \frac{5}{2} \times 0.000001 + \dots$$

$$\text{বা, } (1.9975)^6 = 63.5215 \text{ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে $(1.99)^5$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান : দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে আমরা পাই,

$$(1.99)^5 = (2 - 0.01)^5$$

$$= (2 - 0.01)^5 = 2^5 + \binom{5}{1}.2^4.(-0.01) + \binom{5}{2}.2^3.(-0.01)^2 +$$

$$\binom{5}{3}.2^2.(-0.01)^3 + \binom{5}{4}.2.(-0.01)^4 + (-0.01)^5$$

$$= 32 + 5 \cdot 16 \cdot (-0.01) + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 8 \cdot (0.0001) + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 4 \cdot (-0.000001)$$

$$+ \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 2 \cdot (0.00000001) + (-0.0000000001)$$

$$\text{বা, } (1.99)^5 = 32 - 0.8 + 0.008 - 0.00004 + 0.0000001 - 0.0000000001$$

$$\therefore (1.99)^5 = 31.2079601 = 31.2080 \quad [\text{চার দশমিক স্থান পর্যন্ত}]$$

(Ans.)

বিকল্প পদ্ধতি :

দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে আমরা পাই,

$$(2 + x)^5 = 2^5 + {}^5C_1 \cdot 2^4 \cdot x^1 + {}^5C_2 \cdot 2^3 \cdot x^2 + {}^5C_3 \cdot 2^2 \cdot x^3 + {}^5C_4 \cdot 2^1 \cdot x^4 + x^5$$

$$= 32 + \frac{5}{1} \cdot 16 \cdot x + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 8x^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 4x^3 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 2x^4 + x^5$$

$$= 32 + 80x + 80x^2 + 40x^3 + 10x^4 + x^5$$

এখানে, $2 + x = 1.99$

$$\text{বা, } x = -0.01$$

$$\therefore (2 - 0.01)^5 = 32 + 80(-0.01) + 80(-0.01)^2 + 40(-0.01)^3$$

$$+ 10(-0.01)^4 + (-0.01)^5$$

$$\text{বা, } (1.99)^5 = 32 - 0.8 + 0.008 - 0.00004 + 0.0000001$$

$$- 0.0000000001$$

$$\therefore (1.99)^5 = 31.2080 \quad [\text{চার দশমিক স্থান পর্যন্ত}] \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\left(1 + \frac{x}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ। n এর মান নির্ণয় কর। বিস্তৃতির পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয়

কর।

সমাধান : দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1 + \frac{x}{4}\right)^n = \binom{n}{0} \left(\frac{x}{4}\right)^0 + \binom{n}{1} \left(\frac{x}{4}\right)^1 + \binom{n}{2} \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{n}{3} \left(\frac{x}{4}\right)^3$$

$$\text{শর্তমতে, } \binom{n}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 \times \binom{n}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$\text{বা, } \binom{n}{2} = 2 \times \binom{n}{3} \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{n(n-1)}{2!} = 2 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = 2 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$$

$$\text{বা, } 2(n-2) = 12$$

$$\text{বা, } 2n - 4 = 12$$

$$\text{বা, } 2n = 12 + 4 = 16$$

$$\text{বা, } n = \frac{16}{2}$$

$$\therefore n = 8$$

$n = 8$ হলে, বিস্তৃতির পদ সংখ্যা $8 + 1 = 9$, যা বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং এর মধ্যপদ হবে একটি। অর্থাৎ $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$ বা, $(4 + 1)$ তম পদই মধ্যপদ।

আমরা জানি,

$$(1 + x)^n \text{ এর বিস্তৃতিতে } (r + 1) \text{ তম পদ} = {}^nC_r(1)^{n-r} \cdot x^r$$

$$\therefore (4 + 1) \text{ তম পদ} = {}^8C_4(1)^{8-4}\left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= 70 \times \frac{1}{256}$$

$$= \frac{70}{256}$$

$$= \frac{35}{128}$$

$$\therefore n = 8, \text{ পদসংখ্যা } 9 \text{ এবং মধ্যপদ } \frac{35}{128} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১৭ (a) $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর।

(b) $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (a) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(k - \frac{x}{3}\right)^7 = k^7 + {}^7C_1 k^6 \left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2 k^5 \left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3 k^4 \left(-\frac{x}{3}\right)^3 + {}^7C_4 k^3 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \dots$$

$$= k^7 + \frac{7}{1} k^6 \left(-\frac{x}{3}\right) + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} k^5 \frac{x^2}{9} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^4 \left(-\frac{x^3}{27}\right)$$

$$+ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} k^3 \left(\frac{x^4}{81}\right) + \dots$$

$$= k^7 - \frac{7}{3} k^6 x + \frac{7}{3} k^5 x^2 - \frac{35}{27} k^4 x^3 + \frac{35}{81} k^3 x^4 \dots$$

এখানে, $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ $\frac{35}{81} x^4$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{35}{81} x^4 = 560$$

$$\text{বা, } x^4 = \frac{560 \times 81}{35}$$

$$\text{বা, } x^4 = 1296$$

$$\text{বা, } x^2 = 36$$

$$\therefore x = \pm 6 \text{ (Ans.)}$$

(b) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + {}^6C_1(x^2)^5\left(\frac{k}{x}\right) + {}^6C_2(x^2)^4\left(\frac{k}{x}\right)^2$$

$$+ {}^6C_3(x^2)^3\left(\frac{k}{x}\right)^3 + {}^6C_4(x^2)^2\left(\frac{k}{x}\right)^4 + \dots$$

$$= x^{12} + \frac{6}{1}x^{10}\frac{k}{x} + \frac{6.5}{1.2}x^8\frac{k^2}{x^2} + \frac{6.5.4}{1.2.3}x^6\frac{k^3}{x^3} + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}x^4\frac{k^4}{x^4} + \dots$$

$$= x^{12} + 6kx^9 + 15k^2x^6 + 20k^3x^3 + 15k^4 + \dots$$

এখানে, $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ $20k^3$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 20k^3 = 160$$

$$\text{বা, } k^3 = \frac{160}{20}$$

$$\text{বা, } k^3 = 8$$

$$\therefore k = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ দেওয়া আছে,

$$P = (a + bx)^6 \dots\dots\dots(i)$$

$$Q = (b + ax)^5 \dots\dots\dots(ii)$$

$$R = (a + x)^n \dots\dots\dots(iii)$$

ক. (iii) এর বিস্তৃতি লেখ এবং সূত্রটি প্রয়োগ করে (i) এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

খ. যদি (i) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাত যথাক্রমে (ii) এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের অনুপাতের সমান হয় তবে দেখাও যে, $a : b = \sqrt{5} : 2$ । উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে একটি উদাহরণ দাও।

গ. দেখাও যে, (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফলের বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফলের সমান। তুমি এমন একটি দ্বিপদী রাশি উল্লেখ কর, যার ক্ষেত্রে উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য হয়।

সমাধান :

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } P = (a + bx)^6 \dots\dots\dots(i)$$

$$R = (a + x)^n \dots\dots\dots(iii)$$

(iii) নং বিস্তৃতি নিম্নরূপ :

$$R = (a + x)^n$$

$$= a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}x + \binom{n}{2}a^{n-2}x^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}x^3 + \dots + x^n \dots\dots\dots(iv)$$

$$P = (a + bx)^6$$

$$= a^6 + \binom{6}{1}a^{6-1}(bx) + \binom{6}{2}a^{6-2}(bx)^2 + \binom{6}{3}a^{6-3}(bx)^3$$

$$+ \binom{6}{4}a^{6-4}(bx)^4 + \binom{6}{5}a^{6-5}(bx)^5 + (bx)^6$$

$$= a^6 + \binom{6}{1}a^5bx + \binom{6}{2}a^4b^2x^2 + \binom{6}{3}a^3b^3x^3$$

$$+ \binom{6}{4}a^2b^4x^4 + \binom{6}{5}ab^5x^5 + b^6x^6 \text{ (Ans.)}$$

(খ) 'ক' হতে পাই, (i) এর বিস্তৃতি

$$P = (a + bx)^6 = a^6 + \binom{6}{1}a^5bx + \binom{6}{2}a^4b^2x^2 + \binom{6}{3}a^3b^3x^3 + \binom{6}{4}a^2b^4x^4 + \binom{6}{5}ab^5x^5 + b^6x^6$$

আবার, (ii) এর বিস্তৃতি

$$Q = (b + ax)^5$$

$$= b^5 + \binom{5}{1} b^{5-1} ax + \binom{5}{2} b^{5-2} (ax)^2 + \binom{5}{3} b^{5-3}$$

$$(ax)^3 + \binom{5}{4} b^{5-4} (ax)^4 + \binom{5}{5} b^{5-5} (ax)^5$$

$$= b^5 + \binom{5}{1} b^4 ax + \binom{5}{2} b^3 a^2 x^2 + \binom{5}{3} b^2 a^3 x^3 + \binom{5}{4} b a^4 x^4 + a^5 b^5$$

শর্তমতে,

$$\frac{\binom{6}{1} a^5 b x}{\binom{6}{2} a^4 b^2 x^2} = \frac{\binom{5}{1} b^4 a x}{\binom{5}{2} b^3 a^2 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{6a^5 b x}{\frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} a^4 b^2 x^2} = \frac{5ab^4 x}{10a^2 b^3 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{6a^5 b x}{15a^4 b^2 x^2} = \frac{5ab^4 x}{10a^2 b^3 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2a}{5bx} = \frac{b}{2ax}$$

$$\text{বা, } 4a^2 x = 5b^2 x$$

$$\text{বা, } 4a^2 = 5b^2$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore a : b = \sqrt{5} : 2 \dots\dots(i) \text{ [দেখানো হলো]}$$

উদাহরণ : $(b + ax)^8$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ যথাক্রমে $\binom{8}{1} b^7 ax$ ও $\binom{8}{2} b^6 a^2 x^2$ এবং $(a + bx)^9$ এর বিস্তৃতির দ্বিতীয় ও তৃতীয়

পদ যথাক্রমে $\binom{9}{1} a^8 bx$ ও $\binom{9}{2} a^7 b^2 x^2$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{\binom{9}{1} a^8 b x}{\binom{9}{2} a^7 b^2 x^2} = \frac{\binom{8}{1} b^7 a x}{\binom{8}{2} b^6 a^2 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9a^8 b x}{\frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2} a^7 b^2 x^2} = \frac{8ab^7 x}{\frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} a^2 b^6 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{9a^8 b x}{36a^7 b^2 x^2} = \frac{8ab^7 x}{28a^2 b^6 x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{4bx} = \frac{2b}{7ax}$$

$$\text{বা, } 7a^2 x = 8b^2 x$$

$$\text{বা, } 7a^2 = 8b^2$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{b^2} = \frac{8}{7}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{8}{7}}$$

$$\therefore a : b = \sqrt{8} : \sqrt{7} \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \text{ হতে পাই } a : b = \sqrt{5} : \sqrt{4} = \sqrt{6-1} : \sqrt{5-1}$$

$$(2) \text{ হতে পাই } a : b = \sqrt{8} : \sqrt{7} = \sqrt{9-1} : \sqrt{8-1}$$

সুতরাং উপরিউক্ত উক্তির স্বপক্ষে $(a + bx)^9$ ও $(b + ax)^8$ একটি উদাহরণ।

গ. 'খ' হতে পাই,

$$Q = (b + ax)^5 \\ = b^5 + \binom{5}{1} b^4 ax + \binom{5}{2} b^3 a^2 x^2 + \binom{5}{3} b^2 a^3 x^3 + \binom{5}{4} ba^4 x^4 + a^5 x^5$$

এখন জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকসমূহের যোগফল

$$= \binom{5}{1} + \binom{5}{3} + 1 \\ = \frac{5}{1} + \frac{5.4.3}{1.2.3} + 1 \\ = 5 + 10 + 1 \\ = 16$$

এবং বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল

$$= 1 + \binom{5}{2} + \binom{5}{4} \\ = 1 + \frac{5.4}{1.2} + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4} \\ = 1 + 10 + 5 \\ = 16$$

সুতরাং (ii) এর বিস্তৃতির জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফলের সমান।

(দেখানো হলো)

উদাহরণ : দ্বিপদী রাশি $(x + y)^7$ এর বিস্তৃতি

$$(x + y)^7 \\ = x^7 + \binom{7}{1} x^6 y + \binom{7}{2} x^5 y^2 + \binom{7}{3} x^4 y^3 + \binom{7}{4} x^3 y^4 \\ + \binom{7}{5} x^2 y^5 + \binom{7}{6} xy^6 + y^7$$

\therefore জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল

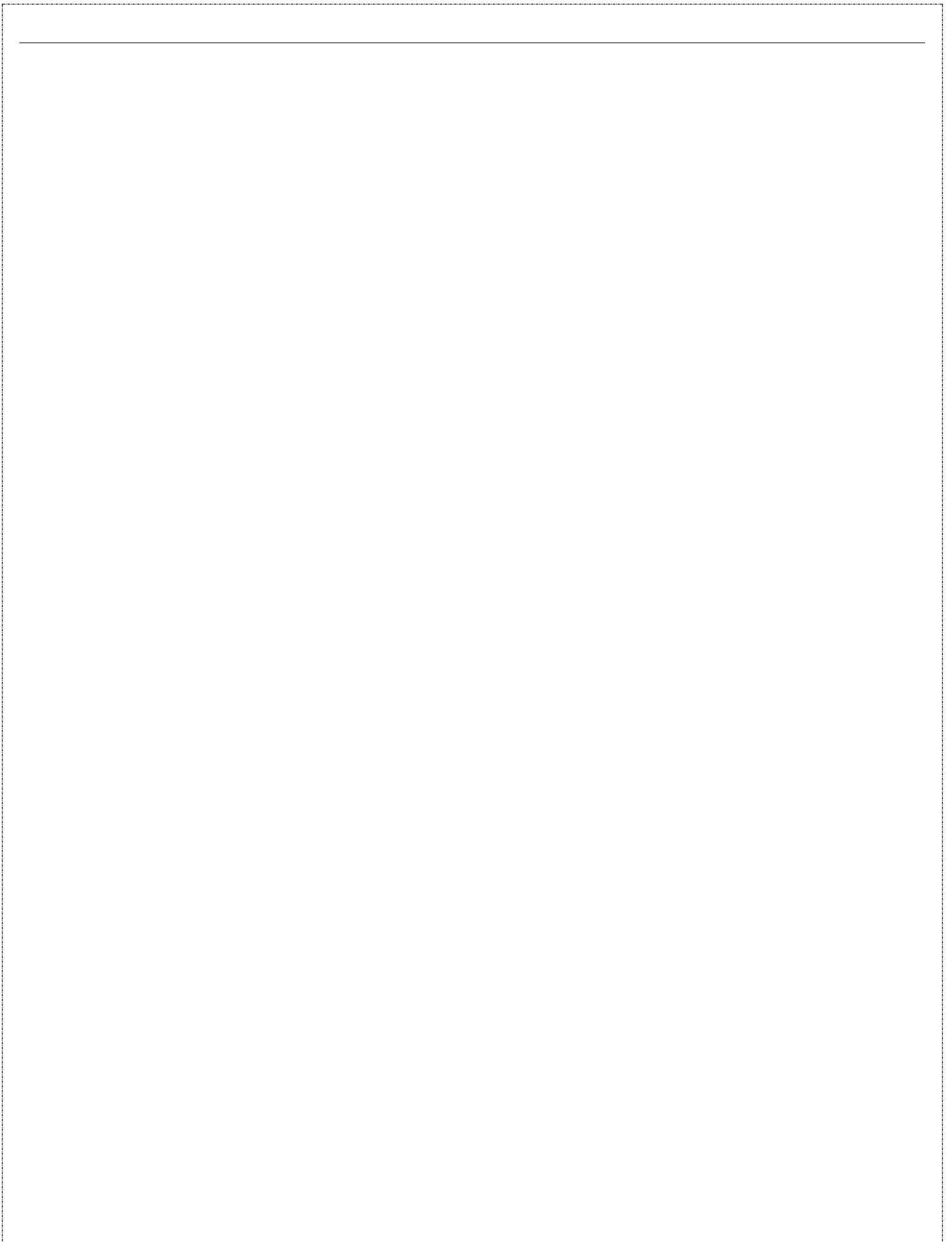
$$= \binom{7}{1} + \binom{7}{3} + \binom{7}{5} + 1 \\ = 7 + \frac{7.6.5}{1.2.3} + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} + 1 \\ = 64$$

এবং বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল

$$= 1 + \binom{7}{2} + \binom{7}{4} + \binom{7}{6} \\ = 1 + \frac{7.6}{1.2} + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6} \\ = 64$$

\therefore জোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল = বিজোড় স্থানীয় পরম ধ্রুবকগুলোর যোগফল।

সূত্রাং উপরিউক্ত বিষয়টি সত্য। (প্রমাণিত)



MCQ 2015 to 2020

১. $(1 - 2x + x^2)^4$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? [ঢা. বো. ২০]

- ক) 28 খ) 16
গ) -28 ঘ) -56 ক)

২. $(1 + 2y)^4$ এর বিস্তৃতিতে y^2 এর সহগ- [রা. বো. ২০]

- ক) 12 খ) 16
গ) 24 ঘ) 32 গ)

৩. $(1 - 27)^4$ এর বিস্তৃতিতে y^3 এর সহগ কত? [কু. বো. ২০]

- ক) -32 খ) -8
গ) 16 ঘ) 32 ক)

৪. $(y^3 + \frac{1}{y^2})^4$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদের মান কত? [ব. বো. ১৯]

- ক) 2 খ) 4
গ) 6 ঘ) 8 গ)

৫. $(1 - \frac{x^2}{4})^8$ এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ কত? [চ. বো. ২০]

- ক) -2 খ) $-\frac{7}{4}$
গ) $-\frac{7}{8}$ ঘ) 0 ঘ)

৬. $(1 - \frac{x^2}{4})^6$ এর বিস্তৃতির নিচের কোনটি x^2 এর সহগ? [সি. বো. ২০]

- ক) 0 খ) $\frac{3}{2}$
গ) 2 ঘ) 14 খ)

৭. $(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা কয়টি? [ব. বো. ২০]

- ক) 4 খ) 5
গ) 6 ঘ) 7 গ)

৮. $(p - \frac{y}{3})^7$ এর বিস্তৃতিতে p^5 এর সহগ কত? [দি. বো. ২০]

- ক) $\frac{-7y}{3}$ খ) $\frac{-7y^2}{3}$
গ) $\frac{7y}{3}$ ঘ) $\frac{7y^2}{3}$ ঘ)

৯. $(1 - 6x)^2$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ- [দি. বো. ২০]

- ক) -36 খ) -18
গ) 6 ঘ) 135 ক)

১০. $(h + \frac{1}{h^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদ h বর্জিত? [ম. বো. ২০]

- ক) ২য় খ) ৩য়
গ) ৪র্থ ঘ) ৭ম খ)

১১. ${}^{10}C_4 =$ কত? [ঢা. বো. ১৯]

- ক) 210 খ) 1260
গ) 3150 ঘ) 30240 ক)

১২. $(y + \frac{1}{y})^4$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদ কোনটি [ঢা. বো. ১৯]

- ক) 10 খ) 6
গ) 4 ঘ) 1 ঙ) 4

১৩. $(x - \frac{a}{4})^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ-540 হলে a এর মান কত? [রা. বো. ১৯]

- ক) -12 খ) -6
গ) 6 ঘ) 12 ঙ) 4

১৪. $(x + \frac{a}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে পদ কতটি? [রা. বো. ১৯]

- ক) 2 খ) 4
গ) 8 ঘ) 9 ঙ) 4

১৫. $(1-x)(1 + \frac{x}{2})^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? [কু. বো. ১৯]

- ক) 3 খ) $\frac{1}{2}$
গ) -1 ঘ) $-\frac{1}{2}$ ঙ) ক

১৬. $(1 - 2x^2)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ কত? [ঢা. বো. ১৯]

- ক) 1120 খ) 70
গ) -560 ঘ) -1120 ঙ) ক

১৭. $(y + \frac{3}{y})^6$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদের মান কত? [ঢা. বো. ১৯]

- ক) 540 খ) 945
গ) 1215 ঘ) 2835 ঙ) ক

১৮. $(2y + \frac{3}{y^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে y মুক্ত পদের মান কত? [ব. বো. ১৯]

- ক) 108 খ) 144
গ) 2160 ঘ) 2164 ঙ) গ

১৯. $(y^3 + \frac{1}{y^3})^6$ এর বিস্তৃতিতে y মুক্ত পদ কত? [দি. বো. ১৯]

- ক) 1 খ) 6
গ) 15 ঘ) 20 ঙ) ঘ

২০. $(4x^2 + 4xy + y^2)^3$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কয়টি? [দি. বো. ১৯]

- ক) 7 খ) 6
গ) 4 ঘ) 3 ঙ) ক

২১. $(x^2 - 2xy + y^2)^2$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কয়টি? [সকল. বো. ১৮]

- ক) 2 খ) 3
গ) 4 ঘ) 5 ঙ) ঘ

২২. গণিতের জন্য-

i. $6! = 720$

ii. ${}^6C_1 = {}^6C_5 = 6$

iii. ${}^6C_0 = 0!$

নিচের কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২০]

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঙ) ঘ

নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(p^3 + \frac{1}{p}\right)^{2n} ; \text{যেখানে } n \text{ একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।}$$

[য. বো. ২০]

২৩. প্রদত্ত বিস্তৃতির পদসংখ্যা নিচের কোনটি?

- ক) $2n - 1$ খ) $2n$
গ) $2n + 1$ ঘ) $2n + 6$ গ

২৪. যদি $n = 2$ হয় তাহলে প্রদত্ত বিস্তৃতির P মুক্ত পদের মান কোনটি?

- ক) 6 খ) 12
গ) 24 ঘ) 2 ক

নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(1 + \frac{2}{M}\right)^9 \text{ ও } \left(1 - \frac{Y}{4}\right)^8 \text{ দুইটি দ্বিপদী রাশি। [সি. বো. ২০]}$$

২৫. প্রথম দ্বিপদীটির পঞ্চম পদ কত?

- ক) $\frac{2016}{M^4}$ খ) $\frac{2048}{M^4}$
গ) $\frac{2016}{M^5}$ ঘ) $\frac{4032}{M^5}$ ক

২৬. দ্বিতীয় দ্বিপদীটির y^2 এর সহগ কত?

- ক) $\frac{7}{4}$ খ) 0
গ) $-\frac{7}{8}$ ঘ) -2 খ

উদ্দীপকটি পড়ে ২৭ ও ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(x^4 + \frac{1}{x^4} - 2\right)^3 \text{ একটি বীজগাণিতিক রাশি। [য. বো. ১৯]}$$

২৭. রাশিটির বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি?

- ক) 3 খ) 4
গ) 6 ঘ) 7 ঘ

২৮. রাশিটির বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত?

- ক) -20 খ) -1
গ) 15 ঘ) 20 ক

উদ্দীপকটি পড়ে ২৯ ও ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[সি. বো. ১৯]

২৯. রাশিটির বিস্তৃতির x বর্জিত পদের মান কত?

- ক) ${}^8C_4 2^4$ খ) ${}^8C_3 2^3$
গ) ${}^8C_5 2^3$ ঘ) ${}^8C_6 2^2$ ক

৩০. x^6 এর সহগ কত হবে?

- ক) 16 খ) 112
গ) 512 ঘ) 1024 ঘ

৩১. $\left(1 + \frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান 1 হলে, x এর মান কত?

- K2 L 8 M16 N 256 ক

[ন. প্র. চ. বো.]

৩২. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদের মান কত?

- K4 L6 M 8 N10 খ

[সি. বো. ১৫; দি. বো. ১৬]

৩৩. $(2x^2 - \frac{1}{x^2})^8$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি কত? [য. বো. ১৭]

$K^8 C_{4.2^4}$ $L^8 C_{5.2^5}$
 $M^8 C_{3.2^3}$ $N^8 C_{6.2^6}$

ক

৩৪. $(1 + \frac{a}{x})^7$ এর বিস্তৃতিতে x^{-2} এর সহগ কোনটি? [সি. বো. ১৭]

$K \binom{7}{0} a^2$ $L \binom{7}{2} a^2$
 $M \binom{7}{3} a^3$ $N \binom{7}{2}$

খ

৩৫. $\frac{n \lfloor n-1 \rfloor}{\lfloor n-2 \rfloor}$ এর মান কোনটি? [য. বো. ১৬]

Kn $Ln - 1$
 $Mn(n-1)$ $Nn - 2$

গ

৩৬. $(1 - 3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? [সি. বো. ১৭]

$K - 270$ $L 270$ $M 405$ $N 450$

ক

৩৭. $^{10}C_3$ এর মান কত? [সি. বো. ১৬]

$K 7$ $L 30$ $M 120$ $N 240$

গ

৩৮. $(1 + x)^{n-1}$ বিস্তৃতির মোট পদের সংখ্যা কত? [য. বো. ১৬]

$K \frac{n-1}{2}$ $Ln - 1$
 Mn $Nn + 1$

গ

৩৯. $(1 + 3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? [চ. বো. ১৭]

$K 1$ $L 5$ $M 10$ $N 15$

ঘ

৪০. $(1 - \frac{x}{4})^8$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? [কু. বো. ১৬]

$K - \frac{1}{64}$ $L - \frac{1}{4}$ $M - \frac{7}{8}$ $N - \frac{8}{7}$

গ

৪১. $(x + \frac{1}{x^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ এর মান কত? [দি. বো. ১৭]

$K 1$ $L 6$ $M 15$ $N 20$

গ

৪২. nC_r এর মান কত, যখন $r = 0$? [ঢা. বো. ১৭; রা. বো. ১৬]

$K 0$ $L 1$ $M n$ N অনির্ণেয়

খ

৪৩. $(3 + x)(1 - x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? [কু. বো. ১৭]

$K - 2$ $L - 7$ $M - 23$ $N - 25$

গ

৪৪. $(a + b)^n$ এর বিস্তৃতি এর সাধারণ পদ কোনটি? [ব. বো. ১৭]

$K \binom{n}{r} a^n b^r$ $L \binom{n}{r} a^r b^n$
 $M \binom{n}{r} a^r b^{n-r}$ $N \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

ঘ

৪৫. $(a + x)^4$ এর বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা কয়টি? [কু. বো. ১৬]

$K 2$ $L 3$ $M 4$ $N 5$

ঘ

৪৬. i. $\binom{5}{0} = 1$

ii. $\binom{5}{1} = 5$

iii. $\binom{5}{2} = 10$

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L i ও iii

M ii ও iii N i, ii ও iii

ঘ

৪৭. $(2x + \frac{1}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে-

i. পদসংখ্যা 7 ii. x মুক্ত পদ ৪র্থ পদ

iii. x মুক্ত পদের মান 160

নিচের কোনটি সঠিক?

রা. বো. ১৭।

Ki ও ii Li ও iii

Mii ও iii Ni, ii ও iii

ঘ

৪৮. $(x^3 + \frac{1}{x^3})^{12}$ এর বিস্তৃতির-

i. মধ্যপদের সংখ্যা 2টি

ii. সপ্তম পদ x বর্জিত

iii. পঞ্চম পদের সহগ $^{12}C_4$

নিচের কোনটি সঠিক?

কু. বো. ১৭।

Ki ও ii Li ও iii

Mii ও iii Ni, ii ও iii

গ

৪৯. $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^{10}$ এর বিস্তৃতির-

i. পদসংখ্যা 11

ii. মধ্যপদের সংখ্যা 2

iii. তৃতীয় পদের সহগ 45

নিচের কোনটি সঠিক?

কু. বো. ১৫।

Ki ও ii Lii ও iii

Mi ও iii Ni, ii ও iii

গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৫০ ও ৫১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(y + \frac{1}{y^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে-

৫০. পদসংখ্যা কয়টি?

চ. বো. ১৬।

K5 L6 M7 N8

গ

৫১. উক্ত বিস্তৃতিতে y মুক্ত পদ কোনটি?

চ. বো. ১৬।

Kপঞ্চম পদ Lচতুর্থ পদ

Mতৃতীয় পদ Nদ্বিতীয় পদ

গ

নিচের তথ্যের আলোকে (৫২ ও ৫৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(2x^2 - \frac{1}{2x})^8$ একটি দ্বিপদী বিস্তৃতি।

৫২. বিস্তৃতিটির তৃতীয় পদ কত?

ব. বো. ১৬।

K-512x¹³ L-224x⁷

M256x¹⁰ N448x¹⁰

ঘ

৫৩. বিস্তৃতিটির মধ্যপদ কত?

ব. বো. ১৬।

K70x⁴ L14x²

M-70x⁴ N-224x⁷

ক

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর ১০.১

১. $(1 + 2x)^4$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত?

ক) 8 খ) 16 ● 32 ঘ) 64

২. $(1 - 3x)^5$ বিস্তৃতির x^3 এর সহগ কত হবে?

ক) 260 খ) 270 ● -270 ঘ) -260

৩. $\left(1 + \frac{2}{x}\right)$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান 1 হলে, x এর মান কত?

- 2 খ) 8 গ) 16 ঘ) 256

৪. $(1 + ax)^n$ বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি?

- ক) n টি খ) n - 1 টি গ) 2n টি ● n + 1 টি

৫. $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$ -এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ হলো-

- ক) $-\frac{7}{8}$ ● 0 গ) 1 ঘ) $\frac{7}{4}$

৬. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$ ধারাটির 9তম পদের মান কত?

- $\frac{1}{81}$ খ) $\frac{1}{27}$ গ) $\frac{1}{9}$ ঘ) $\frac{1}{3}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(x - y)^6$ একটি দ্বিপদী।

৭. দ্বিপদীটির বিস্তৃতিতে মোট কতটি পদ পাওয়া যাবে?

- ক) 3 খ) 6
● 7 ঘ) 12

৮. $y = \frac{1}{x}$ হলে ধ্রুব পদটি কত হবে?

- -20 খ) 1
গ) 4 ঘ) 20

৯. দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগণিতীয় রাশিকে কী বলে? (সহজ)

- ক) একপদী রাশি ● দ্বিপদী রাশি
গ) বহুপদী রাশি ঘ) ত্রিপদী রাশি

১০. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কত?(সহজ)

- ক) n সংখ্যক খ) n-1 সংখ্যক
● n + 1 সংখ্যক ঘ) n + 2 সংখ্যক

১১. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র আবিষ্কার করেন কে? (সহজ)

- ক) নিউটন ● প্যাসকেল গ) রবার্ট হুক ঘ) আইনস্টাইন

১২. প্যাসকেলের ত্রিভুজের বাম ও ডান দিকে কত থাকে? (সহজ)

- 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 0

১৩. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি ঠিক উপরের সংখ্যা দুইটির? (সহজ)

কি বিয়োগফলের সমান ● যোগফলের সমান

গি গুণফলের সমান ঘি ভাগফলের সমান

১৪. দ্বিপদী রাশির ঘাত 4 হলে, পদসংখ্যা কত হবে? (সহজ)

কি 6 টি খি 7 টি ● 5 টি ঘি 2 টি

১৫. $\binom{4}{0}$ = কত? (সহজ)

● 1 খি 2 গি 3 ঘি 5

১৬. $\binom{5}{3}$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি 20 খি 25 গি 15 ● 10

$$\text{ব্যাখ্যা : } \binom{5}{3} = \frac{5.4.3}{1.2.3} = 10$$

১৭. $\binom{5}{4}$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি 1 খি 20 ● 5 ঘি 12

১৮. $n = 7$ এর জন্য দ্বিপদী রাশির সহগগুলো কত? (কঠিন)

কি 1, 2, 6, 5, 7 খি 1, 7, 21, 7, 1

গি 1, 7, 22, 31, 71 ● 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

১৯. $\binom{7}{4}$ = কত? (মধ্যম)

কি $\frac{7 \times 4}{1 \times 4}$ খি $\frac{7 \times 5 \times 3 \times 1}{2 \times 4}$ গি $\frac{7 \times 4}{2 \times 2}$ ● $\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

২০. 1 (সহজ)

1 1

1 2 1

1 3 3 1

উপরের ত্রিভুজ মডেলটির আবিষ্কারক কে?

● প্যাসকেল খি থেলিস গি ক্যান্টর ঘি নেপিয়ার

২১. $n = 4$ এর জন্য প্যাসকেলের সূত্রের বিস্তৃতির চতুর্থ (T_{3+1}) পদের সহগ কত? (মধ্যম)

কি $\binom{4}{1}$ খি $\binom{4}{2}$ ● $\binom{4}{3}$ ঘি $\binom{4}{4}$

২২. $(1 + x)(1 + x)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 8 ● 9 গ 36 ঘ 45

২৩. $(1 + \frac{1}{3})^n = 1 + \frac{n}{3} + \frac{n(n-1)}{2} \frac{1}{9} + \dots$ বিস্তৃতিতে ২য় পদের মান ৩য় পদের দ্বিগুণ হলে n

এর মান কত? (কঠিন)

ক 3 খ -4 ● 4 ঘ $\frac{1}{4}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \frac{n}{3} = 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } 1 = (n-1) \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } 3 = n - 1$$

$$\therefore n = 4$$

২৪. 126 = নিচের কোনটি? (সহজ)

ক $\binom{6}{3}$ খ $\binom{7}{3}$ গ $\binom{8}{3}$ ● $\binom{9}{4}$

২৫. $(1-x)^8(1+y)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ- (কঠিন)

● 35 খ 54 গ 59 ঘ 39

২৬. $(1 + \frac{2}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম পদের সহগ - (মধ্যম)

ক 3 খ 16 গ 5 ● 1

২৭. $(x + 2y)^5$ রাশিতে পদসংখ্যা কয়টি? (সহজ)

ক 4 খ 5 ● 6 ঘ 7

২৮. $(1 + y)^n$ রাশিতে $n = 0$ হলে পদসংখ্যা কত? (সহজ)

ক n খ $n + 1$ গ 0 ● 1

২৯. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে। এখানে n - (সহজ)

ক ঋণাত্মক ● ধনাত্মক গ ভগ্নাংশ ঘ অধনাত্মক

৩০. $(1 + 2x)^4$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 24 খ 16 ● 32 ঘ 1

৩১. $(1 + y)^0 =$ কত? (সহজ)

ক $1 + y$ খ y ● 1 ঘ $1 + 2y$

৩২. $(1 - y)^2$ এর বিস্তৃতিতে y এর সহগ কত? (মধ্যম)

ক 1 খ 0 গ -1 ● -2

৩৩. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা একটি হলে, n এর মান কত? (সহজ)
- ক) 5 খ) 4 গ) 2 ● 0
৩৪. $(1 + x)^8$ এর বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ আছে? (সহজ)
- 9 খ) 6 গ) 3 ঘ) 12
৩৫. $(1 - 2y + y^2)$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা 7 হলে n এর মান কত? (কঠিন)
- ক) 2 ● 3 গ) 4 ঘ) 6
৩৬. $(1 + y)^3$ এর দ্বিপদী বিস্তৃতিতে সহগগুলোর যোগফল কত? (মধ্যম)
- ক) 4 খ) 18 ● 8 ঘ) 16
৩৭. $n = 5$ এর জন্য $(1 + y)^n$ এর পদগুলোর সহগ কোনগুলো? (কঠিন)
- ক) 1,4,6,4,1 খ) 1 3 3 1 গ) 1 2 1 ● 1 5 10 10 5 1
৩৮. $(1 + 3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ কত? (মধ্যম)
- ক) 1 ● 90 গ) 15 ঘ) 277
৩৯. $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$ -এর বিস্তৃতিতে x -এর মান কত হলে $(1.995)^7$ -এর মান পাওয়া যাবে? (কঠিন)
- 0.01 খ) 0.1 গ) 0.008 ঘ) 0.05
৪০. $(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের সহগ কোনটি? (সহজ)
- ক) $\binom{4}{2}$ খ) $\binom{4}{5}$
- $\binom{5}{3}$ ঘ) $\binom{5}{6}$
৪১. $(1 + 3x)^5$ -এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)
- ক) 1 খ) 3 গ) 5 ● 15
৪২. $(1 - 3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)
- ক) 15 ● -15 গ) 0 ঘ) 2
৪৩. $\left(1 + \frac{x^2}{4}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে কোনটির সহগ শূন্য? (কঠিন)
- ক) x^4 খ) x^3 গ) x^2 ● x
৪৪. $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত? (মধ্যম)
- 1 খ) 7 গ) 6 ঘ) 12
৪৫. $\left(1 + \frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয় পদের মান 2 হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ক - 8 খ 0 ● 8 ঘ 16

৪৬. $\left(2x + \frac{1}{6x}\right)^{10}$ এর x বর্জিত পদের মান কত? (মধ্যম)

● $\frac{28}{27}$ খ $\frac{27}{28}$ গ 1 ঘ 3

৪৭. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কোনটি? (মধ্যম)

ক 448 ● 240 গ 120 ঘ 9.90

৪৮. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$ -এর মধ্যপদ কোনটি? (সহজ)

● 6 খ 4 গ 5 ঘ 7

৪৯. নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি? (সহজ)

ক x^2 খ y^n

● $(1+x)^2$ ঘ $(x+y+z)^n$

৫০. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা 8 হলে, n এর মান কত? (সহজ)

● 7 টি খ 8 টি

গ 9 টি ঘ 10 টি

৫১. $\left(1 + \frac{x}{2}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে n এর মান 3 হলে পদসংখ্যা কত? (সহজ)

ক 3 টি ● 4 টি গ 5 টি ঘ 2 টি

৫২. $10^y = 1$ হলে y এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● 0 খ 1 গ 2 ঘ 10

৫৩. i. 1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

ii. 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 4 4 1

iii. 1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫৪. i. $(1 + y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$

ii. $(1 + y)^5 = 1 + 5y + 10y^2 + 10y^3 + 5y^4 + y^5$

iii. $(1 + y)^6 = 1 + 6y + 15y^2 + 20y^3 + 15y^4 + 6y^5 + y^6$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫৫. বিস্তৃতির নিয়মানুযায়ী—

i. $\binom{4}{0} = 1$

ii. $\binom{4}{1} = 4$

iii. $\binom{4}{2} = 6$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\binom{4}{0} = 1$ $\binom{4}{1} = \frac{4}{1} = 4$ $\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$

৫৬. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে—

i. $n = 3$ হলে সহগগুলো 1 3 3 1

ii. $n = 5$ হলে সহগগুলো 1 5 10 10 5 1

iii. $n = 6$ হলে সহগগুলো 1 7 21 35 35 21 7 1

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৫৭. i. $\binom{5}{5} = 1$

ii. $\binom{5}{0} = 1$

iii. $\binom{3}{3} = 3$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬৮. $(1 + y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি হলে -

- i. n এর মান 2 হতে পারে
ii. এর বিস্তৃতিতে $(n + 1)$ টি পদ থাকবে
iii. এর বিস্তৃতিতে শেষপদ y^n

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৯. $(1 + 3y^2 + 3y + y^3)^6$ এর বিস্তৃতিতে -

- i. 7টি পদ আছে ii. 19টি পদ আছে

iii. ২য় পদটি $\binom{18}{1}y$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

$$(1 + y)^8 = \binom{8}{0}y^0 + \binom{8}{1}y^1 + \binom{8}{2}y^2 + \dots$$

উপরের তথ্যের আলোকে ৬০ - ৬২ নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

৬০. y^5 এর সহগ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) 35 খ) 28 ● 56 ঘ) 70

৬১. y, y^3, y^5 এর সহগগুলোর যোগফল কোনটি? (মধ্যম)

● 120 খ) 106 গ) 134 ঘ) 126

৬২. $y = 0.1$ হলে $(1 + y)^8$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) 2.501 খ) 2.087 ● 2.144 ঘ) 1.083

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ - ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & & 1 & 1 \\ & 1 & a & 1 \\ 1 & b & c & 1 \end{array}$$

প্যাসকেল ত্রিভুজ

৬৩. a এর মান কত? (সহজ)

ক) 1 ● 2 গ) 3 ঘ) 21

৬৪. b এর মান কত? (সহজ)

কি 2 ● 3 গি 31 ঘি 56

৬৫. abc এর মানের গুণফল কত? (সহজ)

কি 8 খি 9 গি 36 ● 18

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৬ – ৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতিতে T_{2+1} ও T_{3+1} পদের সহগ সমান।

৬৬. তৃতীয় পদ কোনটি? (সহজ)

কি $\binom{5}{0}x^2$ ● $\binom{5}{2}x^2$ গি $\binom{5}{0}x^3$ ঘি $\binom{5}{2}x^3$

৬৭. তৃতীয় পদের মান 10 হলে, $x =$ কত? (মধ্যম)

● 1 খি 2 গি 5 ঘি 10

৬৮. চতুর্থ পদ কত? (মধ্যম)

কি 5 ● 10 গি 15 ঘি 21

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৯ ও ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(1 + y)^n (1 + y)^{n-1}$ যেখানে n একটি পূর্ণসংখ্যা।

৬৯. $(1 + y)^{n-1}$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদসংখ্যা— (সহজ)

● n সংখ্যক খি $n + 1$ সংখ্যক গি $n - 1$ ঘি $2n$

৭০. $(1 + y)^n$ এর y^n এর সহগ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি $\binom{n}{1}$ খি $\binom{2n}{1}$ গি $\binom{n}{0}$ ● $\binom{n}{n}$

৭১. $(1 + x)^8$ এর বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ আছে?

- ক 7 খ 8 গ 9 ঘ 17

৭২. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n -তম পদের মান কত?

- ক 1 খ $\binom{n}{1}y^n$ গ ny^{n-1} ঘ y^n

৭৩. $(2x + 3y)^4$ একটি দ্বিপদী রাশি। উহার পদসংখ্যা কত?

- ক 4 গ 5 ঘ 6 ঘ 7

৭৪. $(b + y)^n$ বিস্তৃতিতে n একটি—

- ক ঋণাত্মক গ ধনাত্মক ঘ শূন্য ঘ ভগ্নাংশ

৭৫. $(1 - x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত?

- ক -1 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 3

৭৬. $(1 + x)^n$ রাশিতে $n = 0$ হলে পদসংখ্যা কত?

- ক 1 খ 0 গ n ঘ $n + 1$

৭৭. $(1 + y)^5$ এর বিস্তৃতিতে—

i. পদসংখ্যা 5টি

ii. ২য় পদ = ${}^5C_1X^1$

iii. শেষ পদ = X^5

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii গ ii ও iii ঘ i ও iii ঘ i, ii ও iii

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর ১০.২

১. ${}^6C_3 =$ কত?

- ক 9 খ 18 গ 20 ঘ 120

২. $(a + 2b)^5$ এর বিস্তৃতিতে a^3b^2 এর সহগ কত?

- ক 40 খ 20 গ 10 ঘ 5

৩. $(1 - 3x)^5$ -এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ কত?

- ক -405 খ -270 গ 243 ঘ 405

৪. $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত?

- 1 6 7 12

৫. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ কত?

- 1 4 ● 6 12

৬. $\left(2x^2 - \frac{1}{2x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদ x মুক্ত?

- 2 3 ● 4 5

৭. $\lfloor 6 \rfloor =$ কত?

- 260 -620 -720 ● 720

৮. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতির-

i. পদসংখ্যা 11

ii. মধ্যপদের সংখ্যা 2

iii. তৃতীয় পদের সহগ 45

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ii ও iii ● i ও iii i, ii ও iii

৯. i. $(a + bx)^n$ বিস্তারিত মধ্যপদ একটি হলে n জোড় সংখ্যা

ii. $(a + bx)^n$ বিস্তৃতির x^3 এর সহগ ${}^nC_3 a^{n+3} (bx)^3$

iii. $\binom{10}{4}$ এর মান 210

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও iii i ও ii ii ও iii i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x ও y চলক দুটিকে যোগ করে ৪ মাত্রার একটি দ্বিপদী রাশিতে বিস্তৃত করা হলো।

১০. বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ পাওয়া যাবে?

- 4 8 ● 9 10

১১. $y = \frac{1}{x}$ হলে কততম পদ চলক মুক্ত পদ হবে?

- 10 ● 5 4 1

১২. T_{r+1} এই সংকেত দ্বারা কততম পদ বুঝায়? (সহজ)

- r ● $r+1$ $r-1$ $r+2$

১৩. ${}^6C_4 =$ কত? (সহজ)

● 15 (খ) 10 (গ) 5 (ঘ) 2

১৪. $10C_2 =$ কত? (সহজ)

(ক) 20 ● 45 (গ) 48 (ঘ) 50

১৫. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার কোনটি?(সহজ)

(ক) $(1 + y)^n$ (খ) $(1 + x)^n$ (গ) $(1 + xy)^n$ ● $(x + y)^n$

১৬. $(x + y)^8$ এর শেষ পদের মান 256 হলে y এর মান কত? (মধ্যম)

(ক) -2 (খ) 0 ● 2 (ঘ) 8

১৭. $(x - y)^5$ এর প্রতি পদে x ও y এর যোগফল কত? (মধ্যম)

(ক) -5 (খ) 0 ● 5 (ঘ) 10

১৮. $(1 + x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (কঠিন)

(ক) -5 ● 5 (গ) 8 (ঘ) 16

১৯. $(2 - x^2)^5$, x^4 এর সহগ কত? (মধ্যম)

(ক) -80 (খ) 60 (গ) 70 ● 80

২০. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ এর মধ্যপদটির সহগ কত?(মধ্যম)

(ক) 0 (খ) 4 ● 6 (ঘ) 8

২১. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির সাধারণ পদ কত?(সহজ)

● ${}^nC_r y^r$ (খ) ${}^nC_{r+1} y^n$ (গ) ${}^nC_{ry} y$ (ঘ) ${}^nC_n y^n$

২২. $(1 - 3x)^4$ এর বিস্তৃতির সহগগুলো হলো—(কঠিন)

(ক) 1 2 1 (খ) 1 3 3 1

● 1 - 12 54 -108 8 1 (ঘ) 1 1

২৩. $\left(x + \frac{2y}{x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ কত? (কঠিন)

● $3360y^4$ (খ) 3369 (গ) $3469y^3$ (ঘ) $3129y^4$

২৪. $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^{10}$ এর 7 তম পদ কত? (মধ্যম)

● $\frac{210}{x^6}$ (খ) $210x^6$ (গ) 210 (ঘ) $\frac{x^6}{210}$

২৫. $\left(3x^2 - \frac{1}{3x}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কোনটি? (মধ্যম)

ক) $-\frac{0}{4}$ ● $-\frac{10}{3}$ গ) $-\frac{5}{4}$ ঘ) $-\frac{10}{9}$

২৬. $(x^2 + \frac{3a}{x})^{15}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ কত? (সহজ)

ক) ${}^{13}C_r 3^r a^r x^{30-3r}$ খ) ${}^{15}C_r 3^r a^r x^{32-4r}$

● ${}^{15}C_r 3^r a^r x^{30-3r}$ ঘ) ${}^{15}C_r 4^r a^r x^{31-3r}$

২৭. $(1 - \frac{x^2}{4})^3$ বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? (সহজ)

● 0 খ) 1 গ) 5 ঘ) 10

২৮. $(x + \frac{1}{x^2})^2$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ কোনটি? (কঠিন)

● 15 খ) 20 গ) 10 ঘ) 17

২৯. $4! =$ কোনটি? (সহজ)

● $4(4-1)(4-2)(4-3)$ খ) $4(4-1)$

গ) $4(4-2)(4-1)$ ঘ) $(4-3)(4-1)$

৩০. $0! =$ কত? (মধ্যম)

ক) 0 খ) $\frac{0}{2}$ ● 1 ঘ) 2

৩১. $(x + y)^n$ এর r তম পদ কোনটি? (সহজ)

● ${}^nC_{r-1} x^{n-r} y^r$ খ) ${}^nC_2 y^{r-1}$ গ) nC_n ঘ) ${}^nC_r y^r$

৩২. $(x^2 + \frac{k}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে $k = ?$ (কঠিন)

ক) 6 ● 2 গ) 3 ঘ) 9

৩৩. $(a + x)^n$, n জোড় হলে বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কয়টি? (সহজ)

ক) 0 ● 1 গ) 3 ঘ) 2

৩৪. $(x - \frac{1}{x})^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ কয়টি? (সহজ)

● 1 খ) 3 গ) 0 ঘ) 2

৩৫. $(3x - \frac{1}{2x})^{10}$ এর মধ্যপদ কততম? (সহজ)

ক) 5 খ) 10 গ) 8 ● 6

৩৬. $(2 + 3x)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ কত? (কঠিন)

ক 3420 ● 4320 গ 1250 ঘ 0.289

৩৭. i. $(1 - x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 10.

ii. $(3 + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ 720

iii. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতি $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৮. i. $n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3)$

ii. $n = r = 100$ হলে nC_r এর মান 1

iii. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৯. i. $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির r তম পদের সহগ ${}^nC_{r-1}$

ii. বিস্তৃতির সহগ নির্ণয়ের কৌশল প্রথম ব্যবহার করেন প্যাসকেল

iii. বিস্তৃতির ঘাত ও পদসংখ্যা সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪০. $(a + x)^n$

i. n এর মান জোড় হলে মধ্যপদ দুইটি

ii. n এর মান বিজোড় হলে মধ্যপদ দুইটি

iii. সাধারণ পদ ${}^nC_r a^{n-r} \cdot x^r$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪১. $(x - x^{-1})^{17}$

i. মধ্যপদ হবে 9 তম পদ

ii. মধ্যপদ হবে 9 ও 10 তম পদ

iii. মধ্যপদের মান $\frac{17!}{8!9!} x$ ও $\frac{-17!}{8!9!} x^{-1}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪২. i. $0! = 1$

ii. $1! = 1$

iii. $a^0 = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ – ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(x + y)^n$ এর বিস্তৃতির—

৪৩. সর্বশেষ পদে x এর ঘাত কত? (সহজ)

- ক y^n ঘ $n + 1$

৪৪. $n = 6$ হলে ২য় পদে y এর সহগ কত? (মধ্যম)

- ক ${}^6C_2x^2$ ঘ ${}^6C_3x^4$

৪৫. প্রথম পদে y এর ঘাত কত? (সহজ)

- ক 1 গ $n + 1$ ঘ 0

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ – ৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(1 + y)^8$ এর বিস্তৃতির

৪৬. y^5 এর সহগ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক 35 ঘ 70

৪৭. y, y^3, y^5 এর সহগগুলোর যোগফল কত? (মধ্যম)

- ক 231 গ 123 ঘ 120

৪৮. $y = 0.1$ হলে $(1 + y)^8$ এর মান কত? (কঠিন)

- ক 2.501 ঘ 2.96

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৯ – ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$$

৪৯. বিস্তৃতিতে কয়টি মধ্যপদ আছে? (সহজ)

- ক 1 গ 3 ঘ 5

৫০. কততম পদ মধ্যপদ হবে? (মধ্যম)

- ক 6 ঘ 0

৫১. মধ্যপদের মান কত? (কঠিন)

- ক ${}^8C_5\left(\frac{3}{2}\right)^5x^5$ ঘ ${}^8C_5\left(\frac{3}{2}\right)x^x$

৫২. ${}^nC_r =$ কত? (সহজ)

● $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ (খ) $\frac{n!}{n!(r!-r)}$ (গ) $\frac{r!}{r!(m!-r)}$ (ঘ) $\frac{1}{r!(1-n!)}$

৫৩. ${}^nC_{r+1} =$ নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) $\frac{n!}{r!(r+1)!}$ (খ) $\frac{n!}{n!(r+1)!}$
 (গ) $\frac{n!}{(r+1)!}$ ● $\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}$

৫৪. 8C_5 এর মান কত? (সহজ)

● $\frac{8!}{5!3!}$ (খ) $\frac{8!}{3!2!}$ (গ) $\frac{7!}{5!2!}$ (ঘ) $\frac{8!}{1!5!}$

৫৫. ${}^nC_5 = {}^nC_7$ হলে ${}^nC_{11}$ এর মান কোনটি? (কঠিন)

(ক) 10 ● 12 (গ) 14 (ঘ) 15

৫৬. nC_n এর মান কত? (সহজ)

(ক) 0 (খ) n ● 1 (ঘ) n+1

৫৭. ${}^nC_1 =$ কত? (সহজ)

● n (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) n+9

৫৮. ${}^nC_2 =$ কত? (সহজ)

(ক) $\frac{n-1}{2!}$ (খ) $\frac{n(n-1)}{2}$ ● $\frac{n(n-1)}{2!}$ (ঘ) $\frac{n}{1}$

৫৯. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$ এর বিস্তারে মধ্যপদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) ${}^{10}C_r$ (খ) ${}^{10}C_{51}$ ● ${}^{10}C_5$ (ঘ) ${}^{10}C_2$

৬০. $(1+x)(1-x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত? (মধ্যম)

(ক) 4 (খ) -8 (গ) 2 ● -4

৬১. $(b+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n একটি - (সহজ)

● ধনাত্মক (খ) ঋণাত্মক (গ) শূন্য (ঘ) নিরপেক্ষ

৬২. i. ${}^nC_0 = 1$. ${}^nC_n = 1$

ii. $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3, 2, 1$

iii. $(1+4x)^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদটি = ${}^nC_2(4x)^2$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৩. i. ${}^5C_0 = {}^5C_5$

ii. ${}^n C_1 = n$

iii. ${}^6 C_0 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৪. i. ${}^7 C_4 = 35$

ii. ${}^6 C_4 = 24$

iii. ${}^8 C_2 = 28$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii ● i ও iii (খ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৫. i. ${}^5 C_0 = 1$

ii. ${}^5 C_n = n$

iii. $0! = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৬. i. $(1 + 0.99)^5$

ii. $(1.99 \times 1)^5$

iii. $(2 - 0.1)^5$

কোনটি $(a + x)^n$ আকারের? (কঠিন)

- (ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৭. i. $\left(x^4 + \frac{1}{x^3}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{11} এর সহগ - 56

ii. $\left(x - \frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 168

iii. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^0 এর সহগ n

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৮. i. ${}^n C_x = {}^n C_y$ হলে $x + y = n$ হবে

ii. ${}^n C_x = {}^n C_y$ হলে $x = y$ হবে

iii. $(a + x)^n$ এ $(r + 1)$ তম পদ ${}^n C_r a^{n-r}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

কি i ও ii ● i ও iii গি ii ও iii ঘি i , ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৬৯ ও ৭০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r \text{ হলে,}$$

৬৯. ${}^{12} C_6 + {}^{12} C_3 = {}^{n+1} C_r$ এর মান কত? (কঠিন)

● 715 খি 1930 গি 1896 ঘি 1860

৭০. $n = 16, r = 13$ হলে ${}^n C_{r-1} =$ কত? (কঠিন)

কি 1967 খি 302 ● 1820 ঘি 709

নিচের তথ্যের আলোকে ৭১ – ৭৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ হলে—}$$

৭১. ${}^n C_1 =$ কত? (সহজ)

কি 0 খি 1 ● n ঘি n + 1

৭২. $n = 10, r = 5$ হলে ${}^n C_r$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি 0 ● 252 গি 100 ঘি 20

৭৩. $n = r = 0$ হলে ${}^n C_r$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি 2 খি 12 গি 3 ● 1

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির।

৭৪. n একটি— (সহজ)

● ধনাত্মক খি ঋণাত্মক গি ভগ্নাংশ ঘি পূর্ণ রাশি

৭৫. $y = .25$ ও $n = 2$ হলে $(1 + y)^n = ?$ (মধ্যম)

কি 1.30 খি 1.96 ● 1.56 ঘি 2.15

৭৬. $(1 + y)^8$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদের সহগ কোনটি?

কি ${}^8 C_{r+1}$ ● ${}^8 C_r$ গি ${}^8 C_{r-1}$ ঘি ${}^9 C_r$

৭৭. ${}^n C_2 =$ কত?

কি $\frac{x-1}{21}$ খি $\frac{x(x-1)(x-2)}{31}$ ● $\frac{n(n-1)}{1.2}$ ঘি $n(n-1)$

৭৮. ${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ হলে—

$n = r = 10$ হলে ${}^n C_r$ এর মান কত?

কি 0 খি 10 ● 1 ঘি 100

৭৯. $(2x + y)^5$ এর বিস্তৃতিতে কততম পদটি x মুক্ত পদ?

- ক ১ম খ ৩য় গ ৫ম ঘ ৬ষ্ঠ

৮০. $(1 + x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত?

- ক -5 ঘ 5 গ 8 ঘ 16

৮১. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে a^0 এর সহগ কত?

- ক 48620 খ 38620 গ 48640 ঘ 38640

৮২. $(2x + 3y)^5$ এর বিস্তৃতিতে প্রতি পদে x ও y এর ঘাতের যোগফল কত?

- ক 6 ঘ 5 গ 4 ঘ 10

৮৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর-

i. $n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

ii. ${}^n C_2 = \frac{n!}{r!(n - r)!}$

iii. ${}^n C_r = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i খ ii ও iii ঘ i ও ii গ i, ii ও iii

৮৪. i. ${}^5 C_0 = {}^5 C_5$

ii. $(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে n একটি ঋণাত্মক রাশি

iii. ${}^n C_r = \frac{|n|}{|r| |n - r|}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii খ ii ও iii ঘ i ও iii গ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৫ ও ৮৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\left(x + \frac{2}{x}\right)^n$ যেখানে n জোড় সংখ্যা।

৮৫. $(r + 1)$ তম পদ x বর্জিত হলে r এর মান কত?

- ক 0 ঘ $\frac{n}{2}$ গ n ঘ $2n$

৮৬. x বর্জিত পদটির মান কোনটি?

ক) ${}^n C_n 2^{\frac{n}{2}}$ খ) ${}^n C_{\frac{n}{2}} 2^n$ গ) ${}^n C_n 2^n$ ● ${}^n C_{\frac{n}{2}} 2^{\frac{n}{2}}$

নিচের তথ্যের আলোকে ৮৭ ও ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(5x - \frac{1}{5x}\right)^{16}$$

৮৭. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে কয়টি পদ পাওয়া যাবে?

ক) 8 খ) 15 গ) 16 ● 17

৮৮. বিস্তৃতির কত তম পদ চলকমুক্ত হবে?

ক) 1 খ) 8 ● 9 ঘ) 16

৮৯. $(1 + 5x)^{2n}$ যেখানে $n \in \mathbb{N}$ এর বিস্তৃতিতে—

i. সর্বদা জোড় সংখ্যক পদ পাওয়া যাবে

ii. সমমাত্রিক বহুপদী পাওয়া যাবে

iii. সর্বদা বিজোড় সংখ্যক পদ পাওয়া যাবে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ● iii গ) i ও ii ঘ) i, ii ও iii

৯০. $\left(n + \frac{1}{x^2}\right)$ এর বিস্তৃতিতে—

i. পদের সংখ্যা 7টি

ii. x বর্জিত পদের মান 15

iii. x^3 এর সহগ 6

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৯১ – ৯৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দ্বিপদী রাশি $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)$ এ n পূর্ণসংখ্যা।

৯১. রাশিটির বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা কত? (সহজ)

ক) $n - 1$ খ) n ● $n + 1$ ঘ) $\frac{n + 1}{2}$

৯২. $n = 6$ হলে বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদের মান কত? (মধ্যম)

ক) 6 ● 15 গ) 20 ঘ) 30

৯৩. $n = 6$ হলে রাশিটির বিস্তৃতিতে মধ্য পদের সংখ্যা সহগ কত? (কঠিন)

ক 1 খ 6 গ 15 ● 20

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৪-৯৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$(1 + y)^n + 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1 \cdot n} n^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} n^3 + \dots + y^n$$

৯৪. উক্ত বিস্তৃতিতে n একটি— (সহজ)

● ধনাত্মক রাশি খ ঋণাত্মক রাশি

গ অঋণাত্মক রাশি ঘ ভগ্নাংশ

৯৫. $n = 4$ হলে বিস্তৃতি হবে— (মধ্যম)

ক $1 + 4y + 6y^2 + 6y^3 + y^4$ ● $1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$

গ $1 + 6y + 4y^2 + 6y^3 + y^4$ ঘ $1 + 4y + 4y^2 + 6y^3 + y^4$

৯৬. উক্ত বিস্তৃতিতে $y = 0.25$ ও $n = 2$ হলে, $(1 + y)^n = ?$ (কঠিন)

ক 1.30 খ 1.95

গ 2.15 ● 1.56

সৃজনশীল প্রশ্ন:

১. ঢাকা বোর্ড ২০২০

$$A = \left(2x^2 + \frac{k}{x^2}\right)^6 \text{ এবং}$$

$$B = \frac{1}{1+4x} + \frac{1}{(1+4x)^2} + \frac{1}{(1+4x)^3} \dots \text{ একটি দ্বারা}$$

ক. $2\dot{1}$ কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. A এর বস্তুরিতে x^4 এর সহগ 8640 হলে K এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. B ধারাটিতে x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসমীতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

⇒ ১নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. $0.2\dot{1} = 0.212121 \dots$

$$= 0.21 + 0.0021 + 0.000021 + \dots$$

ইহা একটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 0.21$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.0021}{0.21} = 0.01$

$$\therefore 0.2\dot{1} = \frac{a}{1-r} = \frac{0.21}{1-0.01} = \frac{0.21}{0.99} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$\therefore 0.2\dot{1}$ এর মূলদীয় ভগ্নাংশ $\frac{7}{33}$.

খ. দেওয়া আছে, $A = \left(2x^2 + \frac{k}{x^2}\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$A = \left(2x^2 + \frac{k}{x^2}\right)^6$$

$$= (2x^2)^{6+6} + C_1(2x^2)^{6-1} \cdot \frac{k}{x^2} + C_2(2x^2)^{6-2} \left(\frac{k}{x^2}\right)^2 + \dots$$

$$= 64x^{12} + 6 \cdot 2^5 x^{10} \frac{k}{x^2} + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 2^4 \cdot x^8 \cdot \frac{k^2}{x^4} + \dots$$

$$= 64x^{12} + 192kx^8 + 240k^2x^4 + \dots$$

$$\therefore x^4 \text{ এর সহগ} = 240k^2$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } = 240k^2 = 8640$$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{8640}{240}$$

$$\text{বা, } k^2 = 36$$

$$\text{বা, } k^2 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore k = \pm 6$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } k = \pm 6$$

$$\text{গ. দেওয়া আছে, } B = \frac{1}{1+4x} + \frac{1}{(1+4x)^2} + \frac{1}{(1+4x)^3} + \dots$$

$$\text{অসীম গুণোত্তর ধারাটির, ১ম পদ, } a = \frac{1}{1+4x}$$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(1+4x)^2} \div \frac{1}{1+4x}$$

$$= \frac{1}{(1+4x)^2} \times (1+4x) = \frac{1}{1+4x}$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } \left| \frac{1}{1+4x} \right| < 1$$

$$\therefore -1 < \frac{1}{1+4x} < 1$$

$$\text{এখন, } -1 < \frac{1}{1+4x} \quad \text{অথবা, } \frac{1}{1+4x} < 1$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{1} > 1 + 4x \quad \text{বা, } 1 + 4x > 1$$

$$\text{বা, } -1 > 1 + 4x \quad \text{বা, } 4x > 1 - 1$$

$$\text{বা, } -1 - 1 > 4x \quad \text{বা, } 4x > 0$$

$$\text{বা, } -2 > 4x$$

$$\text{বা, } \frac{-2}{4} > x$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2} > x$$

$$\therefore x < -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{শর্ত: } x < -\frac{1}{2} \text{ অথবা } x > 0$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{\frac{1}{1+4x}}{1 - \frac{1}{1+4x}} = \frac{\frac{1}{1+4x}}{\frac{1+4x-1}{1+4x}}$$

$$= \frac{1}{1+4x} \times \frac{1+4x}{4x} = \frac{1}{4x}$$

$$\text{নির্ণেয় শর্ত : } x < -\frac{1}{2} \text{ অথবা } x > 0 \text{ এর অসীমতক সমষ্টি } \frac{1}{4x}$$

২. রাজশাহী বোর্ড ২০২০

$$R = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6 \text{ এবং}$$

$$S = (1 + 2m)^{-1} + (1 + 2m)^{-2} + (1 + 2m)^{-3} + \dots$$

ক. $(1 - b)^4$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ২

খ. R এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং মধ্যপদ সমান হলে প্রমাণ কর যে, $3x^3 - 8 = 0$ কর। 8

গ. m এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে S এর অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

⇒ ২নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore (1 - b)^4 &= 1 + 4(-b) + 6(-b)^2 + 4(-b)^3 + (-b)^4 \\ &= 1 - 4b + 6b^2 - 4b^3 + b^4 \end{aligned}$$

নির্ণয়ে বিস্তৃতি : $1 - 4b + 6b^2 - 4b^3 + b^4$.

খ. দেওয়া আছে, $R = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned} R &= \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6 \\ &= \binom{6}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^6 + \binom{6}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{x^2}\right)^1 + \binom{6}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \binom{6}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + \dots \\ &= \frac{x^6}{64} + 6 \cdot \frac{x^5}{2^5} \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^4}{2^4} \cdot \frac{1}{x^4} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{2^3} \cdot \frac{1}{x^6} + \dots \end{aligned}$$

$$= \frac{x^6}{64} + \frac{3}{16}x^3 + \frac{15}{16} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{x^3} + \dots$$

$$\therefore \text{বর্জিত পদ} = \frac{15}{16}$$

এখানে, $n = 6$ যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যপদটি} = \left(\frac{n}{2} + 1\right)\text{তম পদ}$$

$$= \left(\frac{6}{2} + 1\right) = (3 + 1) = 4\text{তম পদ}$$

$$R \text{ এর বিস্তৃতি হতে, } 4\text{তম পদ} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{15}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x^3} = \frac{15}{16} \times \frac{2}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x^3} = \frac{3}{8}$$

$$\text{বা, } 3x^3 = 8$$

$$\therefore 3x^3 - 8 = 0. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$S = (1 + 2m)^{-1} + (1 + 2m)^{-2} + (1 + 2m)^{-3} + \dots$$

$$= \frac{1}{1 + 2m} + \frac{1}{(1 + 2m)^2} + \frac{1}{(1 + 2m)^3} + \dots$$

$$\text{এখানে, } 1\text{ম পদ, } a = \frac{1}{1 + 2m}$$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(1+2m)^2} \div \frac{1}{1+2m}$

$$= \frac{1}{(1+2m)^2} \times (1+2m) = \frac{1}{1+2m}$$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

অর্থাৎ, $\left| \frac{1}{1+2m} \right| < 1$

$$\therefore -1 < \frac{1}{1+2m} < 1$$

এখন, $-1 < \frac{1}{1+2m}$ অথবা, $\frac{1}{1+2m} < 1$

বা, $\frac{-1}{1} > 1+2m$ বা, $1+2m > 1$

বা, $-1 > 1+2m$ বা, $2m > 1-1$

বা, $-1-1 > 2m$ বা, $2m > 0$

বা, $-2 > 2m$ ∴ $m > 0$

বা, $\frac{-2}{2} > m$

∴ $m < -1$

∴ শর্ত: $m < -1$ অথবা $m > 0$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{1}{1+2m} = \frac{1}{1+2m-1}$$

$$= \frac{1}{1+2m} \times \frac{1+2m}{2m} = \frac{1}{2m}$$

নির্ণেয় শর্ত : $m < -1$ অথবা $m > 0$ এর অসীমতক সমষ্টি $\frac{1}{2m}$.

📖 ৩. যশোর বোর্ড ২০২০

$$A = \left(1 - \frac{x}{5}\right)^6, B = \left(1 + \frac{x}{5}\right)^7$$

ক. A কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে প্রথম চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. $(5-x)B$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $4.9 \times (1.02)^7$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AB কে দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে বিস্তৃত করে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

⇨ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ⇩

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

			1			
			1	1		
		1	2	1		
	1	3	3	1		
	1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

$$\therefore A = \left(1 - \frac{x}{5}\right)^6 = 1 + 6\left(-\frac{x}{5}\right) + 15\left(-\frac{x}{5}\right)^2 + 20\left(-\frac{x}{5}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 - \frac{6x}{5} + \frac{3x^2}{5} - \frac{4x^3}{25} + \dots$$

নির্ণেয় বিস্তৃতি : $1 - \frac{6x}{5} + \frac{3x^2}{5} - \frac{4x^3}{25}$ [চার পদ পর্যন্ত]

খ. দেওয়া আছে, $B = (1 + \frac{x}{5})^7$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned} (5-x)B &= (5-x)(1 + \frac{x}{5})^7 \\ &= (5-x) \left[\binom{7}{0} \left(\frac{x}{5}\right)^0 + \binom{7}{1} \left(\frac{x}{5}\right)^1 + \binom{7}{2} \left(\frac{x}{5}\right)^2 + \binom{7}{3} \left(\frac{x}{5}\right)^3 + \binom{7}{4} \left(\frac{x}{5}\right)^4 + \dots \right] \\ &= (5-x) \left[1 + \frac{7x}{1 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{25} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{125} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x^4}{625} + \dots \right] \\ &= (5-x) \left(1 + \frac{7x}{5} + \frac{21}{25}x^2 + \frac{7}{25}x^3 + \frac{7}{125}x^4 + \dots \right) \\ &= \left(5 + 7x + \frac{21}{5}x^2 + \frac{7}{5}x^3 + \frac{7}{25}x^4 + \dots \right) \\ &\quad + \left(-x - \frac{7}{5}x^2 - \frac{21}{25}x^3 - \frac{7}{25}x^4 + \dots \right) \\ &= 5 + 6x + \frac{14}{5}x^2 + \frac{14}{25}x^3 + 0 \cdot x^4 + \dots \end{aligned}$$

এখানে, $5 - x = 4.9$

বা, $x = 5 - 4.9$

বা, $x = 0.1$

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} (5 - 0.1) \times \left(1 + \frac{0.1}{5} \right)^7 &= 5 + 6 \times (0.1) + \frac{14}{5} \times (0.1)^2 \\ &\quad + \frac{14}{25} \times (0.1)^3 + 0 + (0.1)^4 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 4.9 \times (1.02)^7 &= 5 + 0.6 + 0.028 + 0.00056 + 0 + \dots \\ &= 5.62856 \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 5.62856.

গ. দেওয়া আছে, $A = (1 - \frac{x}{5})^6$ এবং $B = (1 + \frac{x}{5})^7$

$$\therefore AB = (1 - \frac{x}{5})^6 (1 + \frac{x}{5})^7$$

$$= (1 - \frac{x}{5})^6 (1 + \frac{x}{5})^6 (1 + \frac{x}{5})$$

$$= (1 + \frac{x}{5}) \left\{ (1 - \frac{x}{5}) (1 + \frac{x}{5}) \right\}^6$$

$$= (1 + \frac{x}{5}) \left\{ 1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2 \right\}^6$$

$$= (1 + \frac{x}{5}) \left(1 - \frac{x^2}{25} \right)^6 = (1 + \frac{x}{5})$$

$$\begin{aligned} &\left[\binom{6}{0} \left(-\frac{x^2}{25}\right)^0 + \binom{6}{1} \left(-\frac{x^2}{25}\right)^1 + \binom{6}{2} \left(-\frac{x^2}{25}\right)^2 + \binom{6}{3} \left(-\frac{x^2}{25}\right)^3 + \dots \right] \\ &= (1 + \frac{x}{5}) \left[1 + \frac{6}{1} \cdot \left(-\frac{x^2}{25}\right) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^4}{25^2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{-x^6}{25^3}\right) + \dots \right] \\ &= (1 + \frac{x}{5}) \left(1 - \frac{6}{25}x^2 + \frac{3}{125}x^4 - \frac{4}{3125}x^6 + \dots \right) \end{aligned}$$

$$\text{বা, } x^2 = (\pm 4)^2$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } x = \pm 4$$

গ. “খ” হতে প্রাপ্ত,

$$A = \left(k - \frac{x}{4}\right)^7$$

$$= k^7 - \frac{7}{4}xk^6 + \frac{21}{16}x^2k^5 - \frac{35}{64}x^3k^4 + \frac{35}{256}x^4k^3 - \dots$$

প্রশ্নমতে,

$$k^7 - \frac{7}{4}xk^6 + \frac{21}{16}x^2k^5 - \frac{35}{64}x^3k^4 + \frac{35}{256}x^4k^3 = p - 112x + qx^2 - rx^3$$

উভয়পক্ষ হতে x ধ্রুব পদ, x^2 ও x^3 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$-\frac{7}{4}k^6 = -112$$

$$\text{বা, } -7k^6 = -112 \times 4$$

$$\text{বা, } 7k^6 = 448$$

$$\text{বা, } k^6 = 64$$

$$\text{বা, } k^6 = (\pm 2)^6$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$$\text{এবং, } p = k^7$$

$$\text{বা, } p = (\pm 2)^7$$

$$\therefore p = 128, -128$$

$$\text{আবার, } q = \frac{21}{16}k^5$$

$$= \frac{21}{16}(\pm 2)^5 = \frac{21}{16} \times (\pm 32)$$

$$= 21 \times (\pm 2) = 42, -42$$

$$\text{এবং, } -r = -\frac{35}{64}k^4$$

$$\text{বা, } r = \frac{35}{64}(\pm 2)^4$$

$$\text{বা, } r = \frac{35}{64} \times 16$$

$$\therefore r = \frac{35}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } k = 2, p = 128, q = 42, r = \frac{35}{4}$$

$$\text{অথবা, } k = -2, p = -128, q = -42, r = \frac{35}{4}$$

৫. চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২০

$$A = \left(m - \frac{y}{3}\right)^7, B = (3 - y)(1 + ay)^8$$

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে $(1 + y)^4$ কে বিস্তৃত কর। ২

খ. A এর বিস্তৃতিতে y এর সহগ, y^3 এর সহগের সমান হলে m এর মান নির্ণয় কর।

গ. যদি $a = \frac{1}{2}$ হয়, তাহলে B রাশির y^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করে $2.9 \times (1.05)^8$ এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

⇒ নেং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$\begin{array}{cccccc}
& & & & & 1 \\
& & & & & 1 & 1 \\
& & & & 1 & 2 & 1 \\
& & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
& 1 & 4 & 6 & 4 & 1
\end{array}$$

$$\therefore (1 - y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$$

নির্ণেয় বিস্তৃতি : $1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$.

খ. দেওয়া আছে, $A = \left(m - \frac{y}{3}\right)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned}
A &= \left(m - \frac{y}{3}\right)^7 \\
&= m^7 + \binom{7}{1} m^{7-1} \left(-\frac{y}{3}\right)^1 + \binom{7}{2} m^{7-2} \left(-\frac{y}{3}\right)^2 + \binom{7}{3} m^{7-3} \left(-\frac{y}{3}\right)^3 + \dots \\
&= m^7 - \frac{7}{3} y m^6 + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} m^5 \cdot \frac{y^2}{9} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} m^4 \cdot \frac{y^3}{27} + \dots \\
&= m^7 - \frac{7}{3} m^6 y + \frac{7}{3} m^5 y^2 - \frac{35}{27} m^4 y^3 + \dots \dots \dots
\end{aligned}$$

$$\therefore y \text{ এর সহগ} = -\frac{7}{3} m^6$$

$$\text{এবং } y^3 \text{ এর সহগ} = -\frac{35}{27} m^4$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -\frac{7}{3} m^6 = -\frac{35}{27} m^4$$

$$\text{বা, } \frac{7}{3} m^2 = \frac{35}{27}$$

$$\text{বা, } m^2 = \frac{35}{27} \times \frac{3}{7}$$

$$\text{বা, } m^2 = \frac{5}{9}$$

$$\text{বা, } m = \pm \sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$\therefore m = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } m = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

গ. দেওয়া আছে, $B = (3 - y)(1 + ay)^8$

$$a = \frac{1}{2} \text{ হলে,}$$

$$B = (3 - y)\left(1 + \frac{1}{2}y\right)^8$$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned}
B &= (3 - y)\left(1 + \frac{1}{2}y\right)^8 \\
&= (3 - y) \left[\binom{8}{0} \left(\frac{y}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{y}{2}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{y}{2}\right)^3 + \dots \dots \right] \\
&= (3 - y) \left[1 + 8 \cdot \frac{y}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{y^2}{4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{y^3}{8} + \dots \right] \\
&= (3 - y) [1 + 4y + 7y^2 + 7y^3 + \dots \dots \dots] \\
&= (3 + 12y + 21y^2 + 21y^3 + \dots \dots) \\
&\quad + (-y - 4y^2 - 7y^3 - 7y^4 \dots \dots)
\end{aligned}$$

(i) নং এর উভয়পক্ষকে $(x - 1)(2x - 4)(3x - 9)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$$6x^3 \equiv (x - 1)(2x - 4)(3x - 9) + A(2x - 4)(3x - 9) + B(x - 1)(3x - 9) + C(x - 1)(2x - 4) \dots (২)$$

২নং $x = 1$ বসিয়ে পাই,

$$6 \cdot 1^3 = 0 + A(2 \cdot 1 - 4)(3 \cdot 1 - 9) + 0 + 0$$

$$\text{বা, } 6 = A(-2)(-6)$$

$$\text{বা, } 6 = 12A$$

$$\text{বা, } A = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

আবার, ২নং সমীকরণে $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$$6 \cdot 2^3 = 0 + 0 + B(2 - 1)(3 \cdot 2 - 9) + 0$$

$$\text{বা, } 6 \times 8 = B(-3)$$

$$\text{বা, } 48 = -3B$$

$$\text{বা, } B = \frac{48}{-3} = -16$$

আবার ২নং সমীকরণে $x = 3$ বসিয়ে পাই,

$$6 \cdot 3^3 = 0 + 0 + 0 + C(3 - 1)(2 \cdot 3 - 4)$$

$$\text{বা, } 6 \times 27 = C(2) \cdot (2)$$

$$\text{বা, } 162 = 4C$$

$$\text{বা, } C = \frac{162}{4} = \frac{81}{2}$$

১নং সমীকরণে A, B ও C এর মান বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{6x^3}{(x - 1)(2x - 4)(3x - 9)} &\equiv 1 + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{-16}{2x - 4} + \frac{\frac{81}{2}}{3x - 9} \\ &\equiv 1 + \frac{1}{2(x - 1)} - \frac{16}{2x - 4} + \frac{81}{2(3x - 9)} \end{aligned}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ

📖 ৭. বরিশাল বোর্ড ২০২০

(i) $(3 - x)(1 + px)^7$ (ii) $(2 + \frac{y}{4})^n$

ক. $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদটি x বর্জিত হলে r এর মান কত? ২

খ. (i) নং এর x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতির মান $3 + 41x + 238x^2 + qx^3$ হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ ৪র্থ পদের সহগের ৪গুন হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

⇒ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. $(x^2 + \frac{2}{x})^6$ এর বিস্তৃতিতে

$$(r + 1) \text{ তম পদ} = {}_6C_r (x^2)^{6-r} \left(\frac{2}{x}\right)^r$$

$$\begin{aligned} &= {}_6C_r x^{12-2r} \cdot 2^r \cdot x^{-r} \\ &= {}_6C_r x^{12-2r-r} \cdot 2^r = {}_6C_r \cdot x^{12-3r} \cdot 2^r \end{aligned}$$

$(r + 1)$ তম পদ x বর্জিত হলে,

$$12 - 3r = 0$$

$$\text{বা, } 3r = 12$$

$$\therefore r = 4$$

নির্ণেয় মান $r = 4$.

খ. (i) নং এর প্রদত্ত রাশি $= (3 - x)(1 + px)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$(3 - x)(1 + px)^7 = (3 - x)$$

$$\left[\binom{7}{0} (px)^0 + \binom{7}{1} (px)^1 + \binom{7}{2} (px)^2 + \binom{7}{3} (px)^3 + \dots \right]$$

$$= (3 - x) \left[1 + 7px + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} p^2 x^2 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^3 x^3 + \dots \right]$$

$$= (3 - x) [1 + 7px + 21p^2 x^2 + 35p^3 x^3 + \dots]$$

$$= (3 + 21px + 63p^2 x^2 + 105p^3 x^3)$$

$$+ (-x - 7px^3 - 21p^2 x^3 - 35p^3 x^4 - \dots)$$

$$= 3 + (21p - 1)x + (63p^2 - 7p)x^2 + (105p^3 - 21p^2)x^3 - \dots$$

প্রশ্নমতে,

$$3 + (21p - 1)x + (63p^2 - 7p)x^2 + (105p^3 - 21p^2)x^3 = 3 + 41x + 238x^2 + qx^3$$

এখন, x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$21p - 1 = 41$$

$$\text{বা, } 21p = 41 + 1$$

$$\text{বা, } p = \frac{42}{21}$$

$$\therefore p = 2$$

$$\text{এবং } 105p^3 - 21p^2 = q$$

$$\text{বা, } 105 \cdot 2^3 - 21 \cdot 2^2 = q$$

$$\text{বা, } 840 - 84 = q$$

$$\text{বা, } 756 = q$$

$$\therefore q = 756$$

নির্ণেয় মান : $p = 2$ এবং $q = 756$.

গ. (ii) নং এর প্রদত্ত রাশি = $(2 + \frac{y}{4})^n$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$= (2 + \frac{y}{4})^n$$

$$= 2^n + \binom{n}{1} 2^{n-1} (\frac{y}{4})^1 + \binom{n}{2} 2^{n-2} (\frac{y}{4})^2 + \binom{n}{3} 2^{n-3} (\frac{y}{4})^3 + \dots$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = \binom{n}{2} 2^{n-2} (\frac{y}{4})^2$$

$$= \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot 2^{n-2} \cdot \frac{1}{16} y^2$$

$$= \frac{n(n-1)}{32} \cdot 2^{n-2} \cdot y^2$$

$$\therefore \text{তৃতীয় পদের সহগ} = \frac{n(n-1)}{32} \cdot 2^{n-2}$$

$$\text{এবং চতুর্থ পদ} = \binom{n}{3} 2^{n-3} (\frac{y}{4})^3$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} 2^{n-3} \frac{y^3}{64}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{384} 2^{n-3} y^3$$

$$\therefore \text{চতুর্থ পদের সহগ} = \frac{n(n-1)(n-2)}{384} 2^{n-3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{n(n-1)}{32} \cdot 2^{n-2} = 4 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{384} 2^{n-3}$$

$$\text{বা, } \frac{2^{n-2}}{32} = \frac{2^{n-3}(n-2)}{96}$$

$$\text{বা, } 32 \cdot 2^{n-3}(n-2) = 96 \cdot 2^{n-2}$$

$$\text{বা, } \frac{2^{n-3}(n-2)}{2^{n-2}} = \frac{96}{32}$$

$$\text{বা, } (n-2) \cdot 2^{n-3-n+2} = 3$$

$$\text{বা, } (n-2)2^{-1} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{n-2}{2} = 3$$

$$\text{বা, } n-2 = 6$$

$$\therefore n = 8$$

নির্ণেয় মান: $n = 8$

৮. দিনাজপুর বোর্ড ২০২০

(i) কোনো গুণোত্তর ধারার n তম পদ,

$$U_n = (5 - 4x)^{-n}; n \in \mathbb{N}$$

$$(ii) B = \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{y^2}\right)^6$$

ক. $(1 - \frac{1}{3}x)^4$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে y মুক্তপদ ও মধ্যপদ সমান হলে, প্রমাণ কর যে, $3y^3 + 8 = 0$. 8

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

⇒ চ-নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore (1 - \frac{1}{3}x)^4 &= 1 + 4\left(-\frac{1}{3}x\right)^1 + 6\left(-\frac{1}{3}x\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{3}x\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}x\right)^4 \\ &= 1 - \frac{4}{3}x + 6 \cdot \frac{1}{9}x^2 - 4 \cdot \frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{81}x^4 \\ &= 1 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{27}x^3 + \frac{1}{81}x^4 \end{aligned}$$

নির্ণেয় বিস্তৃতি : $1 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{27}x^3 + \frac{1}{81}x^4$.

খ. দেওয়া আছে, $B = \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{y^2}\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{y^2}\right)^6 \\ &= \left(\frac{y}{2}\right)^6 + 6c_1 \left(\frac{y}{2}\right)^{6-1} \left(-\frac{1}{y^2}\right)^1 + 6c_2 \left(\frac{y}{2}\right)^{6-2} \left(-\frac{1}{y^2}\right)^2 + 6c_3 \left(\frac{y}{2}\right)^{6-3} \left(-\frac{1}{y^2}\right)^3 + \dots \\ &= \frac{y^6}{2^6} - 6 \cdot \frac{y^5}{2^5} \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{y^4}{2^4} \cdot \frac{1}{y^4} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{y^3}{2^3} \cdot \frac{1}{y^6} + \dots \end{aligned}$$

$$= \frac{y^6}{64} - \frac{3}{13}y^3 + \frac{15}{16} - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{y^3} + \dots$$

$$\therefore B \text{ বিস্তৃতির } y \text{ এর মুক্ত পদ} = \frac{15}{16}$$

এখানে, $n = 6$ যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যপদটি} = \left(\frac{n}{2} + 1\right)\text{তম পদ}$$

$$= \left(\frac{6}{2} + 1\right) = (3 + 1) = 4\text{তম পদ}$$

$$B \text{ এর বিস্তৃতি হতে, } 4\text{তম পদ} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{y^3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{y^3} = \frac{15}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^3} = -\frac{15}{16} \times \frac{2}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^3} = -\frac{3}{8}$$

$$\text{বা, } 3Y^3 = -8$$

$$\therefore 3Y^3 + 8 = 0. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, ধারার n তম পদ,

$$U_n = (5 - 4x)^{-n}; n \in \mathbb{N}$$

$$n = 1\text{হলে, } 1\text{ম পদ, } U_1 = (5 - 4x)^{-1} = \frac{1}{5-4x}$$

$$n = 2\text{হলে, } 1\text{ম পদ, } U_2 = (5 - 4x)^{-2} = \frac{1}{(5-4x)^2}$$

$$n = 3\text{হলে, } 1\text{ম পদ, } U_3 = (5 - 4x)^{-3} = \frac{1}{(5-4x)^3}$$

$$\therefore \text{ধারাটি: } \frac{1}{5-4x} + \frac{1}{(5-4x)^2} + \frac{1}{(5-4x)^3} + \dots$$

$$\text{ধারাটির } 1\text{ম পদ, } a = \frac{1}{5-4x}$$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{(5-4x)^2} \div \frac{1}{5-4x}$$

$$= \frac{1}{(5-4x)^2} \times (5-4x) = \frac{1}{5-4x}$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } \left| \frac{1}{5-4x} \right| < 1$$

$$\therefore -1 < \frac{1}{5-4x} < 1$$

$$\text{এখন, } -1 < \frac{1}{5-4x} \quad \text{অথবা, } \frac{1}{5-4x} < 1$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{1} > 5-4x \quad \text{বা, } 5-4x > 1$$

$$\text{বা, } -1 > 5-4x \quad \text{বা, } -4x > 1-5$$

$$\text{বা, } -1-5 > -4x \quad \text{বা, } -4x > -4$$

$$\text{বা, } -6 > -4x \quad \therefore x < 1$$

$$\text{বা, } \frac{6}{4} < x$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} > x$$

$$\therefore x > \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{শর্ত: } x > \frac{3}{2} \text{ অথবা } x < 1$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{1}{5-4x} = \frac{1}{5-4x-1}$$

$$= \frac{1}{5-4x} \times \frac{5-4x}{4-4x} = \frac{1}{4-4x} = \frac{1}{4(1-x)}$$

নির্ণয় শর্ত : $x > \frac{3}{2}$ অথবা $x < 1$ এর অসীমতক সমষ্টি $\frac{1}{4(1-x)}$.

📖 ৯. ঢাকা বোর্ড ২০১৯

$$A = 1.\dot{1}0\dot{3}, B = (1-2x)^5 \text{ এবং } C = \left(3 - \frac{x^2}{4}\right)^7$$

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে B কে বিস্তৃতি কর। ২

খ. অসীম গুণোত্তর ধারার সূত্র প্রয়োগ করে A কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

গ. C কে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তৃত করে তার সাহায্যে $(2.99)^7$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

⇒ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ←

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$\begin{array}{cccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \end{array}$$

$$\therefore (1-2x)^5 = 1 + 5(-2x) + 10(-2x)^2 + 10(-2x)^3 + 5(-2x)^4 + 1(-2x)^5$$

$$= 1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = 1.\dot{1}0\dot{3}$$

$$= 1.103103103 \dots\dots\dots$$

$$= 1 + (0.103 + 0.000103 + 0.000000103 + \dots\dots\dots)$$

এখানে, বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a=0.103$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.000103}{0.103} = 0.001 < 1$

$$\therefore 1.\dot{1}0\dot{3} = 1 + \frac{a}{1-r} = 1 + \frac{0.103}{1-0.001} = 1 + \frac{0.103}{0.999} = 1 + \frac{103}{999} = \frac{999+103}{999} = \frac{1102}{999}$$

$$\therefore 1.\dot{1}0\dot{3} \text{ এর মূলদীয় ভগ্নাংশ } \frac{1102}{999}.$$

গ. দেওয়া আছে, $C = \left(3 - \frac{x^2}{4}\right)^7$

$$= 3^7 + \binom{7}{1} 3^6 \left(-\frac{x^2}{4}\right) + \binom{7}{2} 3^5 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^2$$

$$+ \binom{7}{3} 3^4 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \binom{7}{4} 3^3 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + \dots\dots\dots$$

$$= 2187 + 7.729 \left(-\frac{x^2}{4}\right) + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} \cdot 243 \cdot \frac{x^4}{16}$$

$$+ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 81 \left(-\frac{x^6}{64}\right) + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 27 \frac{x^8}{256} + \dots\dots\dots$$

$$= 2187 - \frac{5103}{4}x^2 + \frac{5103}{16}x^4 - \frac{2835}{64}x^6 + \frac{945}{256}x^8 - \dots\dots$$

$$\text{এখন, } 3 - \frac{x^2}{4} = 2.99$$

$$\therefore a = \pm 5$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } a = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{গ. দেওয়া আছে, } B = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^6$$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned} &= 3^6 + 6c_1 3^{6-1} \left(-\frac{1}{2}x\right) + 6c_2 3^{6-2} \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 \\ &\quad + 6c_3 3^{6-3} \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 + 6c_4 3^{6-4} \left(-\frac{1}{2}x\right)^4 + 6c_5 3^{6-5} \left(-\frac{1}{2}x\right)^5 + \\ &\quad \quad \quad \left(-\frac{1}{2}x\right)^6 \dots \dots \\ &= 729 + 6 \cdot 3^5 \left(-\frac{1}{2}x\right) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 3^4 \cdot \frac{1}{4} x^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 3^3 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \\ &\quad \quad \quad 3^2 \cdot \frac{1}{16} x^4 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot 3^1 \left(-\frac{1}{32} x^5\right) + \frac{1}{64} x^6 \\ &= 729 - 729x + \frac{1215}{4} x^2 - \frac{135}{2} x^3 + \frac{135}{16} x^4 - \frac{9}{16} x^5 + \frac{1}{64} x^6 \end{aligned}$$

$$\text{এখন, } \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^6 = (2.995)^6$$

$$3 - \frac{1}{2}x = 2.995$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}x = 3 - 2.995 = 0.005$$

$$\text{বা, } x = 0.01$$

এখন, $x = 0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left(3 - \frac{1}{2} \times 0.01\right)^6 = 729 - 729(0.01) + \frac{1215}{4}(0.01)^2 - \frac{135}{2}(0.01)^3 + \frac{135}{16}(0.01)^4 - \frac{9}{16}(0.01)^5 + \frac{1}{64}(0.01)^6 \text{ বা, } (2.995)^6 = 721.7403 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান)}$$

নির্ণেয় মান 721.7403 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান)

📖 ১১. যশোর বোর্ড ২০১৯

$$\text{যদি } p = (1 - 2x + x^2)^2, Q = \left(2y^2 - \frac{1}{2y}\right)^8 \text{ এবং } R = \left(y + \frac{k}{y}\right)^5$$

$$\text{ক. } P \text{ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. } Q \text{ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

$$\text{গ. } R \text{ এর বিস্তৃতিতে } k^4 \text{ এর সহগ 135 হলে } y \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

⇨ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ⇩

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } p = (1 - 2x + x^2)^2$$

$$= \{(1 - x)^2\}^2 = (1 - x)^4$$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore (1 - x)^4 &= 1 + 4(-x) + 6(-x)^2 + 4(-x)^3 + (-x)^4 \\ &= 1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4 \end{aligned}$$

নির্ণেয় বিস্তৃতি : $1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4$.

$$\text{খ. দেওয়া আছে, } Q = \left(2y^2 - \frac{1}{2y}\right)^8$$

এখানে, $n = 8$ যা জোড় সংখ্যা।

সুতরাং মধ্যপদটি = $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$ তম পদ
 = $4 + 1 = 5$ তম পদ

$$\begin{aligned} \therefore 5 \text{ বা } (4 + 1)\text{তম পদ} &= 8c_4(2y^2)^{8-4} \left(-\frac{1}{2y}\right)^4 \\ &= 8c_4(2y^2)^4 \left(-\frac{1}{2y}\right)^4 \\ &= 8c_4 16y^8 (-1)^4 \cdot \frac{1}{2^4} \cdot y^{-4} \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 16 \cdot \frac{1}{16} y^{8-4} = 70y^4 \end{aligned}$$

$\therefore Q$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ $70y^4$

গ. দেওয়া আছে, $R = \left(y + \frac{k}{y}\right)^5$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,

$$\begin{aligned} R &= \left(y + \frac{k}{y}\right)^5 = y^5 + 5c_1 y^{5-1} \cdot \frac{k}{y} + 5c_2 y^{5-2} \left(\frac{k}{y}\right)^2 + 5c_3 y^{5-3} \left(\frac{k}{y}\right)^3 + 5c_4 y^{5-4} \left(\frac{k}{y}\right)^4 + \dots \\ &= y^5 + 5y^4 \frac{k}{y} + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} y^3 \frac{k^2}{y^2} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^2 \frac{k^3}{y^3} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} y \frac{k^4}{y^4} + \dots \\ &= y^5 + 5y^3 k + 10y k^2 + 10 \frac{k^3}{y} + 5 \frac{k^4}{y^3} + \dots \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{5}{y^3} = 135$

বা, $135y^3 = 5$

বা, $y^3 = \frac{5}{135} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$

বা, $y = \frac{1}{3}$

নির্ণেয় মান : $\frac{1}{3}$

📖 ১২. সিলেট বোর্ড ২০১৯

$p = (1 - y - 2y^2)^6, Q = x^2 + 2 - 7\sqrt[3]{x} - 7\sqrt[3]{x^{-2}}, x > 0$

ক. $\sqrt[x]{p} = \sqrt[y]{q} = \sqrt[z]{r}$ এবং $pqr = 1$ হলে, দেখাও যে, $x + y + z = 0$ ২

খ. $Q = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $x^2 + 3 = \frac{48}{7x}$ ৪

গ. P কে y^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করে তা থেকে $(0.9 \times 1.05)^6$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

⇨ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ⇩

ক. দেওয়া আছে, $\sqrt[x]{p} = \sqrt[y]{q} = \sqrt[z]{r}$

ধরি, $\sqrt[x]{p} = \sqrt[y]{q} = \sqrt[z]{r} = k$

বা, $p^{\frac{1}{x}} = q^{\frac{1}{y}} = r^{\frac{1}{z}} = k$

তাহলে পাই, $p = k^x, q = k^y, r = k^z$

এখন, $pqr = 1$

বা, $k^x \cdot k^y \cdot k^z = 1$

বা, $k^{x+y+z} = k^0$

$\therefore x + y + z = 0$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $Q = x^2 + 2 - 7^{\frac{2}{3}} - 7^{-\frac{2}{3}}$, $Q = 0$ হলে,

$$x^2 + 2 - 7^{\frac{2}{3}} - 7^{-\frac{2}{3}} = 0$$

$$\text{বা, } x^2 = \left(7^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(7^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2 \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } x^2 = \left(7^{\frac{1}{3}} - 7^{-\frac{1}{3}}\right)^2$$

$$\text{বা, } x = 7^{\frac{1}{3}} - 7^{-\frac{1}{3}} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 = \left(7^{\frac{1}{3}} - 7^{-\frac{1}{3}}\right)^3 \text{ [ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 = \left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(7^{-\frac{1}{3}}\right)^3 - 3 \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{-\frac{1}{3}} \left(7^{\frac{1}{3}} - 7^{-\frac{1}{3}}\right)$$

$$\text{বা, } x^3 = 7 - 7^{-1} - 3 \cdot 7^0 \cdot x \text{ [}\because x = 7^{\frac{1}{3}} - 7^{-\frac{1}{3}}\text{]}$$

$$\text{বা, } x^3 = 7 - \frac{1}{7} - 3x$$

$$\text{বা, } x^3 + 3x = 7 - \frac{1}{7}$$

$$\text{বা, } x(x^2 + 3) = \frac{49-1}{7}$$

$$\therefore x^2 + 3 = \frac{48}{7x} \text{ (প্রমানিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, $p = (1 - y - 2y^2)^6$

$$= (1 - 2y + y - 2y^2)^6$$

$$= \{1(1 - 2y) + y(1 - 2y)\}^6$$

$$= \{(1 - 2y)(1 + y)\}^6$$

$$= (1 - 2y)^6(1 + y)^6$$

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে,

$$p = (1 - 2y)^6(1 + y)^6$$

$$= \left\{ \binom{6}{0}(-2y)^0 + \binom{6}{1}(-2y)^1 + \binom{6}{2}(-2y)^2 + \binom{6}{3}(-2y)^3 + \dots \right\} \left\{ \binom{6}{0}(y)^0 + \binom{6}{1}(y)^1 + \binom{6}{2}(y)^2 + \binom{6}{3}(y)^3 + \dots \right\}$$

$$= \{1 + 6 \cdot (-2y) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 4y^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 8y^3 + \dots\} \{1 + 6y + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot y^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot y^3 + \dots\}$$

$$= (1 - 12y + 60y^2 - 160y^3 + \dots)(1 + 6y + 15y^2 + 20y^3 + \dots)$$

$$= 1 + 6y + 15y^2 + 20y^3 - 12y - 72y^2 - 180y^3 + 60y^2 + 360y^3 - 160y^3 + \dots$$

$$= 1 - 6y + 3y^2 + 40y^3 + \dots$$

$$\text{এখন, } (1 + y)^6 = (1.05)^6$$

$$\text{বা, } 1 + y = 1.05$$

$$\text{বা, } y = 1.05 - 1$$

$$\therefore y = 0.05$$

এখন, $y = 0.05$ বসিয়ে পাই,

$$(1 - 2 \times 0.05)^6(1 + 0.05)^6$$

$$= 1 - 6 \times 0.05 + 3 \times (0.05)^2 + 40 \times (0.05)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } (0.9)^6(1.05)^6 = 0.7125 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান } 0.7125 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান)}$$

📖 ১৩. বরিশাল বোর্ড ২০১৯

$$f(x) = \frac{3-x}{3+x} \text{ এবং } p(x) = \left(2x^2 + \frac{1}{2x^2}\right)^7$$

ক. $x < \frac{x}{3} + 5$ এর সমাধান সেট নির্ণয় কর।

২

খ. $P(x)$ এর বিস্তৃতির ৩য় ও ৪র্থ পদের অনুপাত $\frac{4}{15}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

গ. $f^{-1}(x)$ ফাংশনটি এক-এক কিনা নির্ধারন কর।

8

⇒ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. দেওয়া আছে, $x < \frac{x}{3} + 5$

বা, $3x < x + 15$ [3 দ্বারা গুন করে]

বা, $3x - x < x + 15 - x$

বা, $2x < 15$

$$\therefore x < \frac{15}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{x: x \in \mathbb{R}, x < \frac{15}{2}\}$

খ. দেওয়া আছে, $p(x) = \left(2x^2 + \frac{1}{2x^2}\right)^7$

$$\begin{aligned}\therefore \left(2x^2 + \frac{1}{2x^2}\right)^7 &= (2x^2)^7 + \binom{7}{1}(2x^2)^6\left(\frac{1}{2x^2}\right) + \\ &\quad \binom{7}{2}(2x^2)^5\left(\frac{1}{2x^2}\right)^2 + \binom{7}{3}(2x^2)^4\left(\frac{1}{2x^2}\right)^3 + \dots \\ &= 128x^{14} + 7 \times 32x^{10} + 21 \times 8x^6 + 35 \times 2x^2 + \dots \\ &= 128x^{14} + 224x^{10} + 168x^6 + 70x^2 + \dots\end{aligned}$$

এখানে, ৩য় পদ = $168x^6$

এবং ৪র্থ পদ = $70x^2$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{168x^6}{70x^2} = \frac{4}{15}$$

$$\text{বা, } \frac{84x^4}{35} = \frac{4}{15}$$

$$\text{বা, } \frac{21x^4}{7} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } 63x^4 = 7$$

$$\text{বা, } x^4 = \frac{7}{63} = \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

নির্ণেয় মান $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

গ. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3-x}{3+x}$

$$\text{ধরি, } y = f(x) = \frac{3-x}{3+x}$$

$$\therefore x = f^{-1}(y)$$

$$\text{আবার, } y = \frac{3-x}{3+x}$$

$$\text{বা, } 3y + xy = 3 - x$$

$$\text{বা, } xy + x = 3 - 3y$$

$$\text{বা, } x(y + 1) = 3 - 3y$$

$$\text{বা, } x = \frac{3-3y}{y+1}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(y) = \frac{3-3y}{y+1}$$

$$\text{বা, } f^{-1}(x) = \frac{3-3x}{x+1}$$

এখন, ধরি, $a \in \text{ডোমে } f^{-1}(x)$ এবং $b \in f^{-1}(x)$

$f^{-1}(x)$ ফাংশনটি এক-এক হবে যদি কেবল যদি

$$f^{-1}(a) = f^{-1}(b) \text{ এর জন্য } a = b \text{ হয়।}$$

$$\text{এখন, } f^{-1}(a) = f^{-1}(b)$$

$$\text{বা, } \frac{3-3a}{a+1} = \frac{3-3b}{b+1}$$

$$\text{বা, } (b+1)(3-3a) = (a+1)(3-3b)$$

$$\text{বা, } 3b - 3ab + 3 - 3a = 3a - 3ab + 3 - 3b$$

$$\text{বা, } -3a - 3a = -3b - 3b$$

$$\text{বা, } -6a = -6b$$

$$\therefore a = b$$

$\therefore f^{-1}(x)$ ফাংশনটি এক-এক।

📖 ১৪. সকল বোর্ড ২০১৮

$$(i) \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots \text{একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।}$$

$$(ii) \left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 \text{ ও } \left(k - \frac{y}{3}\right)^7 \text{ দুইটি দ্বিপদী রাশি।}$$

ক. ১ম দ্বিপদী রাশিকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. যদি k^3 এর সহগ 560 হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকে প্রদত্ত অসীম ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে তবে তার মান নির্ণয় কর।

8

⇒ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. প্রদত্ত প্রথম দ্বিপদী রাশি $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$

$$= 2^6 + 6C_1 2^{6-1} \left(\frac{x}{4}\right)^1 + 6C_2 2^{6-2} \left(\frac{x}{4}\right)^2 + 6C_3 2^{6-3} \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$$

$$= 64 + 6 \times 32 \left(\frac{x}{4}\right) + 15 \times 16 \times \frac{x^2}{16} + 20 \times 8 \times \frac{x^3}{64} + \dots$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots$$

খ. উদ্দীপকে প্রদত্ত দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশি

$$\left(k - \frac{y}{3}\right)^7 = k^7 + 7C_1 k^{7-1} \left(-\frac{y}{3}\right)^1 + 7C_2 k^{7-2} \left(-\frac{y}{3}\right)^2 + 7C_3 k^{7-3} \left(-\frac{y}{3}\right)^3 + 7C_4 k^{7-4} \left(-\frac{y}{3}\right)^4$$

$$= k^7 - \frac{7}{3}yk^6 + \frac{7}{3}y^2k^5 - \frac{35}{27}y^3k^4 + \frac{35}{81}y^4k^3 - \dots$$

$$\therefore k^3 \text{ এর সহগ} = \frac{35}{81}y^4$$

$$\text{প্রশ্নমতে } \frac{35}{81}y^4 = 560$$

$$\text{বা, } y^4 = \frac{560 \times 81}{35}$$

$$\text{বা, } y^4 = 1296$$

$$\text{বা, } y = \pm 6$$

$\therefore y$ এর নির্ণেয় মান ± 6 .

গ. এখানে, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2x+1}$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{2x+1}$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $-1 < |r| < 1$ হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } -1 < \left|\frac{1}{2x+1}\right| < 1$$

$$\text{এখন, } -1 < \frac{1}{2x+1} \quad \text{অথবা, } \frac{1}{2x+1} < 1$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{1} > 2x + 1 \quad \text{বা, } 2x + 1 > 1$$

$$\text{বা, } -1 > 2x + 1 \quad \text{বা, } 2x > 1 - 1$$

$$\text{বা, } -1 - 1 > 2x \quad \text{বা, } 2x > 0$$

$$\text{বা, } -2 > 2x \quad \therefore x > 0$$

$$\text{বা, } \frac{-2}{2} > x$$

$$\text{বা, } -\frac{2}{2} > x$$

$$\therefore x < -1$$

∴ ধারাটির অসমীতক সমষ্টি থাকবে যদি $x < -\frac{1}{2}$ অথবা $x > 0$ হয়।

$$\text{অসীমতক সমষ্টি, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2x+1}} = \frac{1}{\frac{1+2x-1}{1+2x}}$$

$$= \frac{1}{2x+1} \times \frac{1+2x}{2x} = \frac{1}{2x}$$

📖 ১৫. ঢাকা বোর্ড ২০১৭

$$A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 \quad \text{এবং} \quad B = \left(a + \frac{x}{3}\right)^7; \quad a \neq 0.$$

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে A কে প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর।

খ. B এর বিস্তৃতিতে a^2 এর সহগ 672 হলে x এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $(2-x)A$ -কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। 8

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক দেওয়া আছে, } A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে,

		1		1						
		1	2	1						
		1	3	3	1					
		1	4	6	4	1				
		1	5	10	10	5	1			
		1	6	15	20	15	6	1		
		1	7	21	35	35	21	7	1	
		1	8	28	56	70	56	28	8	1

$$\therefore A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + 8\left(\frac{x}{2}\right) + 28\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 56\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 + 4x + 28\left(\frac{x^2}{4}\right) + 56\left(\frac{x^3}{8}\right) + \dots$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{খ দেওয়া আছে, } B = \left(a + \frac{x}{3}\right)^7$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$B = \left(a + \frac{x}{3}\right)^7 = a^7 + {}^7C_1 a^6 \left(\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2 a^5 \left(\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3 a^4 \left(\frac{x}{3}\right)^3$$

$$+ {}^7C_4 a^3 \left(\frac{x}{3}\right)^4 + {}^7C_5 a^2 \left(\frac{x}{3}\right)^5 + \dots$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত বিস্তৃতিতে } a^2 \text{ এর সহগ} = {}^7C_5 \left(\frac{x}{3}\right)^5 = \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} \frac{x^5}{3^5}$$

$$= \frac{21}{243} x^5 = \frac{7}{81} x^5$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{7}{81} x^5 = 672$$

$$\text{বা, } x^5 = \frac{672 \times 81}{7}$$

বা, $x^5 = 7776$

বা, $x^5 = 6^5$

$\therefore x = 6$ (Ans.)

গ 'ক' থেকে পাই,

$$A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots$$

$$\therefore (2-x)A = (2-x)(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots)$$

$$\text{বা, } (2-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 2 + 8x + 14x^2 + 14x^3 - x - 4x^2 - 7x^3$$

$$- 7x^4 + \dots$$

$$\therefore (2-x)\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

শর্তমতে, $2 - x = 1.9$

বা, $2 - 1.9 = x$

$\therefore x = 0.1$

এখন, $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(2 - 0.1)\left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^8 = 2 + 7 \times (0.1) + 10 \times (0.1)^2$$

$$+ 7 \times (0.1)^3 + \dots$$

বা, $1.9 \times (1.05)^8 = 2 + 0.7 + 0.1 + 0.007 + \dots$

$\therefore 1.9 \times (1.05)^8 = 2.807$ (Ans.)

১৬. রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

$\left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ এবং $\left(x^2 + \frac{y}{x}\right)^6$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

২

খ. প্রথম দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে x -বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে x^3 -এর সহগ 540 হলে y -এর মান নির্ণয় কর।

৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিটি $\left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$

দ্বিপদী রাশিটির ঘাত 10, যা জোড় সংখ্যা।

\therefore মধ্যপদ হবে $\left(\frac{10}{2} + 1\right)$ বা, 6 তম পদ

\therefore প্রদত্ত রাশিটির দ্বিপদী বিস্তৃতির 6 বা, $(5 + 1)$ তম পদ

$$= {}^{10}C_5 (2x^2)^{10-5} \cdot \left(-\frac{1}{2x^3}\right)^5$$

$$= -252 \times 32 \times x^{10} \times \frac{1}{32x^{15}} = -\frac{252}{x^5} \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি, $(r + 1)$ তম পদ x বর্জিত।

$$\therefore (r + 1) \text{ তম পদ} = {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(-\frac{1}{2x^3}\right)^r$$

$$= {}^{10}C_r 2^{10-r} \cdot x^{20-2r} \cdot \frac{1}{2^r x^{3r}} \cdot (-1)^r$$

$$= {}^{10}C_r 2^{10-2r} \cdot x^{20-5r} (-1)^r$$

প্রশ্নমতে, $20 - 5r = 0$

বা, $5r = 20$

$\therefore r = 4$

$\therefore x$ বর্জিত পদ $= r + 1 = 4 + 1 = 5$ -তম পদ। (Ans.)

$\therefore x$ বর্জিত পদটির মান $= {}^{10}C_4 \times 2^{10-2 \cdot 4} (-1)^4$

$$= 210 \times 4 = 840 \text{ (Ans.)}$$

গ প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি $\left(x^2 + \frac{y}{x}\right)^6$

দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,

$$\left(x^2 + \frac{y}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + \binom{6}{1}(x^2)^{6-1}\left(\frac{y}{x}\right) + \binom{6}{2}(x^2)^{6-2}\left(\frac{y}{x}\right)^2$$

$$+ \binom{6}{3}(x^2)^{6-3}\left(\frac{y}{x}\right)^3 + \dots$$

$$= x^{12} + 6x^9y + 15x^6y^2 + 20x^3y^3 + \dots$$

এখানে, x^3 এর সহগ $= 20y^3$

প্রশ্নমতে, $20y^3 = 540$

$$= 1 - \frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{27}x^4 - \frac{4}{729}x^6 + \frac{x^8}{6561} + \frac{x}{3} - \frac{4}{27}x^3 + \frac{2}{81}x^5 + \dots$$

$$\therefore \left(1 + \frac{x}{3}\right) \left(1 - \frac{x^2}{9}\right)^4 = 1 + \frac{x}{3} - \frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{27}x^3 + \frac{2}{27}x^4 + \frac{2}{81}x^5 + \dots$$

$$\text{এখানে, } 1 + \frac{x}{3} = 1.01$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = 1.01 - 1 \therefore x = 0.03$$

এখন, উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.03$ বসিয়ে পাই,

$$\left(1 + \frac{0.03}{3}\right) \left\{1 - \frac{(0.03)^2}{9}\right\}^4 = 1 + \frac{0.03}{3} - \frac{4}{9}(0.03)^2 - \frac{4}{27}(0.03)^3 + \frac{2}{27}(0.03)^4 + \frac{2}{81}(0.03)^5 + \dots$$

$$\text{বা, } (1 + 0.01)(1 - 0.0001)^4 = 1 + 0.01 - 0.0004 - 0.000004 + 0.000000006 + \dots$$

$$\text{বা, } 1.01 \times (0.9999)^4 = 1.009596001$$

$$\therefore 1.01 \times (0.9999)^4 = 1.0096 \text{ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

১৮. দিনাজপুর বোর্ড ২০১৭

$$P = \left(x + \frac{3}{x}\right)^5 \text{ এবং } Q = (1 + ax)^6 \text{ দুইটি দ্বিপদী রাশি,}$$

যেখানে $a \neq 0$.

ক. Q এর মধ্যপদ নির্ণয় কর।

২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে P এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

৪

গ. Q এর বিস্তৃতিতে x^2 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর।

৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি, $Q = (1 + ax)^6$

দ্বিপদী রাশিটির ঘাত 6, যা জোড় সংখ্যা।

\therefore মধ্যপদ হবে $\left(\frac{6}{2} + 1\right)$ বা 4 তম পদের মান।

$$\therefore \text{প্রদত্ত বিস্তৃতির 4 বা } (3 + 1) \text{ তম পদ} = {}^6C_3 (1)^{6-3} (ax)^3 \\ = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 x^3 = 20a^3 x^3 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $P = \left(x + \frac{3}{x}\right)^5$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 1 & 4 & & 6 & & 4 & 1 & \\ & 1 & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & 1 & \\ & & & & & & & & & & 1 \end{array}$$

$$\therefore P = \left(x + \frac{3}{x}\right)^5 = x^5 + 5(x)^5 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^1 + 10(x)^5 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^2 + 10(x)^5 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^3 + 5(x)^5 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^4 + \left(\frac{3}{x}\right)^5$$

$$= x^5 + 5 \cdot x^4 \cdot \frac{3}{x} + 10 \cdot x^3 \cdot \frac{9}{x^2} + 10 \cdot x^2 \cdot \frac{27}{x^3} + 5x \cdot \frac{81}{x^4} + \frac{243}{x^5}$$

$$= x^5 + 15x^3 + 90x + \frac{270}{x} + \frac{405}{x^3} + \frac{243}{x^5} \text{ (Ans.)}$$

গ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,

$$Q = (1 + ax)^6$$

$$= 1 + \binom{6}{1} ax + \binom{6}{2} (ax)^2 + \binom{6}{3} (ax)^3 + \binom{6}{4} (ax)^4$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + 6a^5x^5 + a^6x^6$$

এখানে, x^2 এবং x^4 এর সহগ যথাক্রমে $15a^2$ এবং $15a^4$.

$$\text{প্রশ্নমতে, } 15a^2 = 15a^4$$

$$\text{বা, } 1 = a^2$$

$$\therefore a = \pm 1 \text{ (Ans.)}$$

১৯. দিনাজপুর বোর্ড ২০১৬

$$K = y^2 - y - 1, L = \frac{2m}{m-1}, M = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^n, \text{ যেখানে } n \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।} \quad \text{দি. বো. ১৬}$$

ক. $K = 0$ হলে সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর।

২

খ. M এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ $\frac{6}{8}$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $6\sqrt{L} + \frac{5}{\sqrt{L}} - 13 = 0$ হলে, m এর মান নির্ণয় কর।

৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $K = y^2 - y - 1$

$$\therefore K = 0 \text{ হলে, } y^2 - y - 1 = 0$$

$$+ \binom{6}{5} (ax)^5 + (ax)^6$$

$\therefore y^2 - y - 1 = 0$ সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপ
 $ay^2 + by + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
 $a = 1, b = -1$ এবং $c = -1$
 \therefore নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $M = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^n$, যেখানে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right)^n = 1 + \binom{n}{1} \left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{n}{2} \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{n}{3} \left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 - n \cdot \frac{x}{2} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \dots$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\text{বা, } n(n-1) = 6$$

$$\text{বা, } n^2 - n - 6 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 3n + 2n - 6 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-3) + 2(n-3) = 0$$

$$\therefore (n-3)(n+2) = 0$$

হয়, অথবা,

$$n-3=0 \quad n+2=0$$

$$\therefore n=3 \quad \therefore n=-2$$

যেহেতু n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা

$$\therefore n=3 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $L = \frac{2m}{m-1}$

$$\text{প্রদত্ত সমীকরণ, } 6\sqrt{L} + \frac{5}{\sqrt{L}} - 13 = 0$$

$$\text{বা, } 6\sqrt{\frac{2m}{m-1}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{2m}{m-1}}} - 13 = 0 \dots\dots (i)$$

$$\sqrt{\frac{2m}{m-1}} = a \text{ [ধরি]}$$

$$\text{বা, } 6a + \frac{5}{a} - 13 = 0$$

$$\text{বা, } 6a + \frac{5}{a} = 13$$

$$\text{বা, } 6a^2 + 5 = 13a$$

$$\text{বা, } 6a^2 - 13a + 5 = 0$$

$$\text{বা, } 6a^2 - 10a - 3a + 5 = 0$$

$$\text{বা, } 2a(3a-5) - 1(3a-5) = 0$$

$$\therefore (3a-5)(2a-1) = 0$$

$$\text{হয়, } 3a-5=0$$

$$\text{বা, } 3a=5$$

$$\text{বা, } a = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{2m}{m-1}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{2m}{m-1} = \frac{25}{9}$$

$$\text{বা, } 25m - 25 = 18m$$

$$\text{বা, } 25m - 18m = 25$$

$$\text{বা, } 7m = 25$$

$$\therefore m = \frac{25}{7}$$

$$\text{অথবা, } 2a-1=0$$

$$\text{বা, } 2a=1$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{2m}{m-1}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2m}{m-1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } 8m = m-1$$

$$\text{বা, } 7m = -1$$

$$\therefore m = -\frac{1}{7}$$

শুদ্ধি পরীক্ষা :

$$m = \frac{25}{7} \text{ হলে সমীকরণ (i) এর}$$

$$\text{বামপক্ষ} = 6\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{25}{7}}{\frac{25}{7} - 1}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{25}{7}}{\frac{25}{7} - 1}}} - 13$$

$$= 6\sqrt{\frac{50}{18}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{50}{18}}} - 13$$

$$= 6\sqrt{\frac{25}{9}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{25}{9}}} - 13$$

$$= \frac{6.5}{3} + \frac{5.3}{5} - 13 = 10 + 3 - 13$$

$$= 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ $m = \frac{25}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ।

আবার, $m = -\frac{1}{7}$ হলে, সমীকরণ (i) এর

$$\text{বামপক্ষ} = 6 \sqrt{\frac{2 \left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{2 \left(-\frac{1}{7}\right)}{-\frac{1}{7}-1}}} - 13$$

$$= 6 \sqrt{\frac{\frac{2}{7}}{\frac{-8}{7}}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{-2}{7}}} - 13$$

$$= 6 \sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{5}{\sqrt{\frac{1}{4}}} - 13 = 6 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 2 - 13$$

$$= 3 + 10 - 13$$

$$= 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ $m = -\frac{1}{7}$, প্রদত্ত সমীকরণটির একটি বীজ

∴ নির্ণেয় সমাধান: $m = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$

২০. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৬

$A = (1-x)(1+px)^6$ এবং $B = (3-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $p = -3$ হলে, $(1+px)^6$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ২

খ. $A = 1 + qx^2 + \dots$ হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে B কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $2.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে—

n = 0;							
n = 1;							
n = 2;							
n = 3;							
n = 4;							
n = 5;							
n = 6;							

$$\begin{aligned} \therefore (1+px)^6 &= (1-3x)^6 \quad [\because p = -3] \\ &= 1 + 6(-3x) + 15(-3x)^2 + 20(-3x)^3 \\ &\quad + 15(-3x)^4 + 6(-3x)^5 + 1(-3x)^6 \\ &= 1 - 18x + 135x^2 - 540x^3 + 1215x^4 - 1458x^5 + 729x^6 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = (1-x)(1+px)^6$$

$$= (1-x) \left[\binom{6}{0}(px)^0 + \binom{6}{1}(px)^1 + \binom{6}{2}(px)^2 + \binom{6}{3}(px)^3 + \dots \right]$$

$$= (1-x) \left[1 + \frac{6}{1}px + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2}p^2x^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3}p^3x^3 + \dots \right]$$

$$= (1-x)(1 + 6px + 15p^2x^2 + 20p^3x^3 + \dots)$$

$$= (1 + 6px + 15p^2x^2 + 20p^3x^3 + \dots) + (-x - 6px^2 - 15p^2x^3 - 20p^3x^4 - \dots)$$

$$\therefore A = 1 + (6p-1)x + (15p^2-6p)x^2 + (20p^3-15p^2)x^3 + \dots$$

প্রশ্নমতে, $A = 1 + qx^2 + \dots$

$$\therefore 1 + (6p-1)x + (15p^2-6p)x^2 + (20p^3-15p^2)x^3 + \dots$$

$$= 1 + 0 \cdot x + qx^2 + \dots$$

উভয়পাশের x, x^2 প্রবক পদের সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$6p - 1 = 0$$

$$\therefore p = \frac{1}{6} \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{এবং } q = 15p^2 - 6p = 15 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{6}$$

$$= 15 \cdot \frac{1}{36} - 1 = \frac{5}{12} - 1 = \frac{-7}{12} \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} B &= (3-x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 \\ &= (3-x) \left[\binom{8}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots \right] \\ &= (3-x) \left[1.1 + \frac{8x}{1 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 x^2}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8} + \dots \right] \\ &= (3-x)(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots) \\ &= (3 + 12x + 21x^2 + 21x^3 + \dots) + (-x - 4x^2 - 7x^3 - 7x^4 - \dots) \\ &= 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots \end{aligned}$$

∴ নির্ণয় বিস্তৃতি $(3-x) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 3 + 11x + 17x^2 + 14x^3 + \dots$

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(3 - 0.1) \left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^8 = 3 + 11 \times 0.1 + 17 \times (0.1)^2 + 14 \times (0.1)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } 2.9 \times (1.05)^8 = 3 + 1.1 + 17 \times 0.01 + 14 \times 0.001 + \dots$$

$$= 3 + 1.1 + 0.17 + 0.014 + \dots$$

$$= 4.284 \text{ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)}$$

$$\therefore 2.9 \times (1.05)^8 = 4.284 \text{ (Ans.)}$$

২১. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৫

$(1+p^2)^7$, $\left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. ১ম দ্বিপদীটির পদসংখ্যা এবং শেষপদ নির্ণয় কর। ২
খ. ১ম দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর। ৪
গ. দ্বিতীয় রাশির বিস্তৃতিতে y^3 -এর সহগ 160 হলে k -এর মান নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ আছে।
সুতরাং, $(1+p^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে $(7+1)$ বা, ৪টি পদ আছে। (Ans.)

$$\begin{aligned} (1+p^2)^7 \text{ দ্বিপদীটির শেষপদ} &= \binom{7}{7} (p^2)^7 \\ &= 1 \cdot p^{14} = p^{14} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ ১ম দ্বিপদীটিকে বিস্তৃতি করে,

$$\begin{aligned} (1+p^2)^7 &= \binom{7}{0} (p^2)^0 + \binom{7}{1} (p^2)^1 + \binom{7}{2} (p^2)^2 + \binom{7}{3} (p^2)^3 + \binom{7}{4} (p^2)^4 + \binom{7}{5} (p^2)^5 + \binom{7}{6} (p^2)^6 + \binom{7}{7} (p^2)^7 \\ &= 1.1 + \frac{7}{1} p^2 + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} p^4 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^6 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} p^8 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} p^{10} \end{aligned}$$

$$= 1 + 7p^2 + 21p^4 + 35p^6 + 35p^8 + 21p^{10} + 7p^{12} + p^{14} \text{ (Ans.)}$$

$$+ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} p^{12} + 1 \cdot p^{14}$$

গ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} \left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6 &= (y^2)^6 + \binom{6}{1} (y^2)^5 \left(\frac{k}{y}\right) + \binom{6}{2} (y^2)^4 \left(\frac{k}{y}\right)^2 + \binom{6}{3} (y^2)^3 \left(\frac{k}{y}\right)^3 + \binom{6}{4} (y^2)^2 \left(\frac{k}{y}\right)^4 + \dots \\ &= y^{12} + \binom{6}{1} y^{10} \cdot \frac{k}{y} + \binom{6}{2} y^8 \cdot \frac{k^2}{y^2} + \binom{6}{3} y^6 \cdot \frac{k^3}{y^3} \end{aligned}$$

$$+ \binom{6}{4} y^4 \cdot \frac{k^4}{y^4} + \dots$$

$$= y^{12} + \binom{6}{1} ky^9 + \binom{6}{2} k^2 y^6 + \binom{6}{3} k^3 y^3 + \binom{6}{4} k^4 + \dots$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \binom{6}{3} k^3 = 160$$

$$\text{বা, } \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^3 = 160$$

$$\text{বা, } 20k^3 = 160$$

$$\text{বা, } k^3 = 8$$

$$\therefore k = 2 \text{ (Ans.)}$$

২২. চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৬

কোনো ধারার n তম পদ $U_n = (1+x)^{n-2}$ হলে –

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক পদের সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। উক্ত পদের বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান 540 হলে, x এর মান কত হবে? ৪

ক দেওয়া আছে,

$$n\text{-তম পদ, } U_n = (1+x)^{n-2}$$

$$n=1 \text{ হলে, প্রথম পদ, } U_1 = (1+x)^{1-2} = (1+x)^{-1} = \frac{1}{(1+x)}$$

$$n=2 \text{ হলে, দ্বিতীয় পদ, } U_2 = (1+x)^{2-2} = (1+x)^0 = 1$$

$$n=3 \text{ হলে, তৃতীয় পদ, } U_3 = (1+x)^{3-2} = (1+x)^1 = (1+x)$$

$$n=4 \text{ হলে, চতুর্থ পদ, } U_4 = (1+x)^{4-2} = (1+x)^2$$

$$\therefore \text{ ধারাটি হলো: } \frac{1}{(1+x)} + 1 + (1+x) + (1+x)^2 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{1+x}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{1+x} = (1+x)$$

এখন, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } |1+x| < 1$$

$$\text{বা, } -1 < 1+x < 1$$

$$\text{বা, } -1-1 < 1+x-1 < 1-1 \text{ [(-1) যোগ করে]}$$

$$\therefore -2 < x < 0$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় শর্তঃ } -2 < x < 0.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, } S_\infty &= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{1+x}}{1-(1+x)} \\ &= \frac{\frac{1}{1+x}}{1-1-x} = \frac{1}{1+x} \times \frac{1}{-x} \\ &= \frac{1}{-x(1+x)}, x \neq -1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ দেওয়া আছে,

$$n \text{ তম পদ, } U_n = (1+x)^{n-2}$$

$$\therefore \text{ অষ্টম (n=8) পদ, } U_8 = (1+x)^{8-2} = (1+x)^6 \text{ (Ans.)}$$

এখন, $(1+x)^6$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা হবে = 7টি।

যেহেতু পদসংখ্যা = 7, তাই মধ্যপদটি হবে 4 তম পদ

$\therefore (1+x)^6$ এর বিস্তৃতিতে 4 তম পদ বা $(3+1)$ তম পদ

$$= {}^6C_3 (1)^{6-3} (x)^3 = 20x^3$$

প্রশ্নানুসারে,

$$20x^3 = 540$$

$$\text{বা, } x^3 = \frac{540}{20}$$

$$\text{বা, } x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3 \text{ (Ans.)}$$

২৩. যশোর বোর্ড ২০১৬

$$A = (1-x)^8 \text{ এবং } B = (1+x)^7.$$

ক. B কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

২

খ. A কে চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(0.9)^8$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

8

গ. দেখাও যে, AB এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ 35.

8

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = (1+x)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1+x)^7 = 1^7 + \binom{7}{1} \cdot 1^6 x + \binom{7}{2} \cdot 1^5 x^2 + \binom{7}{3} \cdot 1^4 x^3 + \binom{7}{4} \cdot 1^3 x^4 + \dots$$

$$= 1 + 7x + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^4 + \dots$$

$$= 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$A = (1-x)^8$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$(1-x)^8 = 1^8 + \binom{8}{1} \cdot 1^7 (-x) + \binom{8}{2} \cdot 1^6 (-x)^2 + \binom{8}{3} \cdot 1^5 (-x)^3 + \dots$$

$$= 1 - 8x + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} (-x)^3 + \dots$$

$$= 1 - 8x + 28x^2 - 56x^3 + \dots \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্নমতে,

$$(1 - x)^8 = (0.9)^8$$

$$\text{বা, } 1 - x = 0.9$$

$$\text{বা, } 1 - 0.9 = x$$

$$\therefore x = 0.1$$

এখন $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(1 - 0.1)^8 = 1 - 8(0.1) + 28(0.1)^2 - 56(0.1)^3 + \dots$$

$$\therefore (0.9)^8 = 1 - 0.8 + 0.28 - 0.056 + \dots$$

$$= 0.424 \text{ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $A = (1 - x)^8$

$$B = (1 + x)^7$$

$$\therefore AB = (1 - x)^8(1 + x)^7$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১০

২৪. বরিশাল বোর্ড ২০১৬

$\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$ একটি ধারা এবং $\left(x - \frac{k}{x^2}\right)^8$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $x = 1$ হলে, ধারাটি নির্ণয় করে প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

খ. "x" এর উপর যে শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা নির্ণয় করে উক্ত শর্ত সাপেক্ষে ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. রাশিটির বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 252 হলে 'k' এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি, $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$

$x = 1$ হলে ধারাটি,

$$\frac{1}{3.1-1} + \frac{1}{(3.1-1)^2} + \frac{1}{(3.1-1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

খ অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(x - \frac{k}{x^2}\right)^8 = x^8 + \binom{8}{1}x^7 \cdot \left(\frac{-k}{x^2}\right) + \binom{8}{2}x^6 \cdot \left(\frac{-k}{x^2}\right)^2$$

$$+ \binom{8}{3}x^5 \cdot \left(\frac{-k}{x^2}\right)^3 + \dots$$

$$= x^8 - 8kx^5 + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} x^6 \cdot \frac{k^2}{x^4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^5 \cdot \frac{-k^3}{x^6} + \dots$$

$$= x^8 - 8kx^5 + 28x^2k^2 - \frac{56k^3}{x} + \dots$$

প্রশ্নমতে, $28k^2 = 252$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{252}{28}$$

$$\text{বা, } k^2 = 9$$

$$\therefore k = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান ১০.১

প্রশ্ন-১ ▶ $128 \left(\frac{1}{2} + x^2\right)^8$ এবং $128 \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^7$ দুইটি দ্বিপদী।

ক. দ্বিপদীদ্বয়কে $(1 + ax^2)^n$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে দ্বিপদীদ্বয়কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(1 + 2x^2)^7$ থেকে $(1 - 2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা ধনাত্মক। ৪

▶ ১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

$$= 4x^2(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$$

এখানে x এর যেকোনো মানের জন্য $4x^2$ এবং

$(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$ অঋণাত্মক সংখ্যা

$\therefore (1 + 2x^2)^7$ থেকে $(1 - 2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা ধনাত্মক।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১২ $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$

- ক. দ্বিপদী রাশি কী? ২
- খ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে প্রদত্ত রাশির x^3 , x^4 ও x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে ‘খ’ এ প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলা হয়।

$a + b$, $x - y$, $1 + x$, $1 - x^2$, $a^2 - b^2$ ইত্যাদি দ্বিপদী রাশি।

খ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে পাই,

$$\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8 = \binom{8}{0} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \binom{8}{4} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + \dots$$

$$= 1.1 + \frac{8}{1} \cdot \left(-\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^4}{16} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot$$

$$\left(-\frac{x^6}{64}\right) + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \left(\frac{x^8}{256}\right) + \dots$$

$$= 1 - 2x^2 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \dots$$

$\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে দেখা যাচ্ছে x^3 এর সহগযুক্ত পদ নেই।

অর্থাৎ x^3 এর সহগ 0, x^4 এর সহগ $\frac{7}{4}$ এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ ।

গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে :

$$\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8 = 1 + 8 \left(-\frac{x^2}{4}\right) + 28 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + 56 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^3$$

$$+ 70 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + 56 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^5 + 28 \left(-\frac{x^2}{4}\right)^6 + \dots$$

$$= 1 - \frac{8}{4}x^2 + \frac{28}{16}x^4 - \frac{56}{64}x^6 + \frac{70}{256}x^8 - \frac{56}{1024}x^{10} + \frac{28}{4096}x^{12}$$

$$= 1 - 2x^2 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \frac{35}{128}x^8 - \frac{7}{128}x^{10} + \frac{7}{1024}x^{12}$$

$\therefore x^3$ এর সহগ 0, x^4 এর সহগ $\frac{7}{4}$ এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ ।

‘খ’ হতে প্রাপ্ত,

x^3 এর সহগ 0, x^4 এর সহগ $\frac{7}{4}$ এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ ।

\therefore ‘খ’- এ প্রাপ্ত মান সঠিক।

$$= (2 - x)(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \frac{35}{8}x^4 + \dots)$$

$$= (2 + 8x + 14x^2 + 14x^3 + \frac{35}{4}x^4 + \dots)$$

$$- (x + 4x^2 + 7x^3 + 7x^4 + \frac{35}{8}x^5 + \dots)$$

$$= 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots$$

যা দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাওয়া বিস্তৃতির অনুরূপ।

∴ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতিটি যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন-৪ $(1 + 3x)^4$ একটি দ্বিপদী রাশি :

- ক. দ্বিপদী রাশি বলতে কী বোঝ? ২
- খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র প্রয়োগ করে প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিকে বিস্তৃত কর। ৪
- গ. উক্ত বিস্তৃতি রাশি থেকে $(1.3)^4$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. দুইটি পদের সমন্বয়ে গঠিত বীজগণিতীয় রাশিকে দ্বিপদী রাশি বলে।

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে $(1 + 3x)^4$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & 1 & & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & & & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \end{array}$$

$$\therefore (1 + 3x)^4$$

$$= 1 + 4(3x) + 6(3x)^2 + 4(3x)^3 + 1(3x)^4$$

$$= 1 + 12x + 54x^2 + 108x^3 + 81x^4 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত $(1 + 3x)^4 = 1 + 12x + 54x^2 + 108x^3 + 81x^4$.

এখন উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(1 + 3 \times 0.1)^4$$

$$= 1 + 12 \times (0.1) + 54(0.1)^2 + 108(0.1)^3 + 81(0.1)^4.$$

$$\text{বা, } (1 + 0.3)^4 = 1 + 1.2 + 0.54 + 0.108 + 0.0081.$$

$$\therefore (1.3)^4 = 2.8561. \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^6$

- ক. $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^3$ কে বিস্তৃত কর। ২
- খ. প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ৪
- গ. প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিকে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃতি করে x^3 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

◀ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^3$ এর বিস্তৃতি

$$= 1 + 3\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + 3\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \left(-\frac{x^2}{4}\right)^3$$
$$= 1 - \frac{3x^2}{4} + \frac{3x^4}{16} - \frac{x^6}{64} \text{ (Ans.)}$$

খ. $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^6$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ & & & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \\ & & & & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \end{array}$$

$\therefore \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^6$ এর বিস্তৃতি

$$= 1 + 6\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + 15\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + 20\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3$$

$$+ 15\left(-\frac{x^2}{4}\right)^4 + 6\left(-\frac{x^2}{4}\right)^5 + 1\left(-\frac{x^2}{4}\right)^6$$

$$= 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{16}x^4 - \frac{5}{16}x^6 + \frac{15}{256}x^8 - \frac{3}{512}x^{10} + \frac{1}{4096}x^{12} \text{ (Ans.)}$$

গ. $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^6$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত করে পাই,

$$\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^6 = \binom{6}{0}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{6}{1}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{6}{2}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{6}{3}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \dots$$
$$= 1 + 6\left(-\frac{x^2}{4}\right) + \frac{15}{16}x^4 - \dots$$
$$= 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{16}x^4 - \dots$$

উক্ত বিস্তৃতিতে, x^3 এর সহগ 0.

প্রশ্ন-৬ $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$(1 + y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \dots + y^n.$$

- ক. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি লেখ। ২
- খ. সূত্রটি থেকে $(1 + 3x)^5$ কে বিস্তৃত কর। ৪
- গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1 - 3x)^5$ কে বিস্তৃত কর এবং 'খ' ও 'গ' থেকে দেখাও যে উভয়ের বিস্তৃতি একই শুধু চিহ্ন আলাদা। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতি

$$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2$$

$$\text{এবং } (1-4x)^5 = 1 - 20x + 160x^2$$

$$\therefore (1+x)^5(1-4x)^5$$

$$= (1+5x+10x^2)(1-20x+160x^2)$$

$$= 1 - 20x + 160x^2 + 5x - 100x^2 + 10x^2$$

$$= 1 - 15x + 70x^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-৮ $(1+y)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $n = 6$ ও $n = 7$ এর জন্য দ্বিপদী সহগ নির্ণয় কর।

২

? খ. $n = 8$ ও $n = 9$ এর জন্য বিস্তৃতিসমূহ নির্ণয় কর। $y = 2x$ এবং $n = 6$ এর জন্য দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর।

৪

গ. 'খ' এর সাহায্যে $(2.982)^6$ এর মান নির্ণয় কর।

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ নিম্নরূপ :

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & 1 & & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & & & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & & \\ 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 & \end{array}$$

$\therefore n = 6$ হলে দ্বিপদী সহগ = 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1

এবং $n = 7$ হলে দ্বিপদী সহগ = 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে-

$$(1+y)^8 = 1 + 8y + 28y^2 + 56y^3 + 70y^4 + 56y^5 + 28y^6 + 8y^7 + y^8.$$

$$\text{এবং } (1+y)^9 = 1 + 9y + 36y^2 + 84y^3$$

$$+ 126y^4 + 126y^5 + 84y^6 + 36y^7 + 9y^8 + y^9.$$

$$y = 2x \text{ এবং } n = 6 \text{ হলে দ্বিপদীটি } (1+2x)^6$$

$$\therefore (1+2x)^6 = 1 + 6(2x) + 15(2x)^2 + 20(2x)^3$$

$$+ 15(2x)^4 + 6(2x)^5 + (2x)^6.$$

$$= 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6.$$

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$(1+2x)^6 = 1 + 12x + 60x^2 + 160x^3 + 240x^4 + 192x^5 + 64x^6$$

$$\text{এখন } (1+2x) = 2.982$$

$$\text{বা, } 2x = 2.982 - 1$$

$$\therefore x = \frac{1.982}{2} = 0.991$$

$$x = 0.991 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$\{1 + 2(0.991)\}^6$$

$$\text{এবং } (1 - 2x^2)^7 = 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10}$$

$$+ 448x^{12} + 128x^{14}$$

$$\therefore (1 + 2x^2)^7 - (1 - 2x^2)^7$$

$$= 1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10}$$

$$+ 448x^{12} + 128x^{14} - 1 + 14x^2 - 84x^4 + 280x^6 - 560x^8 + 672x^{10} - 448x^{12} + 128x^{14}$$

$$= 28x^2 + 560x^6 + 1344x^{10} + 256x^{14}$$

$$= 4x^2(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$$

x এর যেকোনো মানের জন্য $4x^2$ এবং $(7 + 140x^4 + 336x^8 + 64x^{12})$ ধনাত্মক সংখ্যা।

$\therefore (1 + 2x^2)^7$ থেকে $(1 - 2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা ধনাত্মক সংখ্যা। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১০ $(1 + ax)^6$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. উক্ত রাশিকে বিস্তৃতি কর। ২
- খ. $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। ৪
- গ. $(1-x)(1+ax)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করলে যদি $1 + bx^2$ পাওয়া যায় তবে a, b এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(1 + ax)^6$

$$= \binom{6}{0}(ax)^0 + \binom{6}{1}(ax)^1 + \binom{6}{2}(ax)^2 + \binom{6}{3}(ax)^3 + \binom{6}{4}(ax)^4 + \dots$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 + 20a^3x^3 + 15a^4x^4 + \dots$$

খ. 'ক' হতে আমরা পাই,

$$\therefore (1 + ax)^6 = 1 + 6ax + 15a^2x^2 + \dots$$

আবার, $(1 - x)(1 + ax)^6$

$$= (1 - x)(1 + 6ax + 15a^2x^2 + \dots)$$

$$= (1 + 6ax + 15a^2x^2 + \dots) - (x + 6ax^2 + 15a^2x^3 + \dots)$$

$$= 1 + (6a - 1)x + (15a^2 - 6a)x^2 - 15a^2x^3 + \dots$$

গ. 'খ' হতে পাই,

$$(1-x)(1+ax)^6$$

$$= 1 + (6a - 1)x + (15a^2 - 6a)x^2 - 15a^2x^3 + \dots$$

শর্তমতে,

$$1 + (6a - 1)x + (15a^2 - 6a)x^2 - 15a^2x^3 + \dots = 1 + bx^2$$

উভয়পক্ষ হতে x এবং x^2 এর সহগ তুলনা করে পাই,

$$6a - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 6a = 1, \therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\text{এবং } 15a^2 - 6a = b$$

$$\text{বা, } 15\left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{6} = b$$

$$\text{বা, } 15 \times \frac{1}{36} - 1 = b$$

$$\text{বা, } \frac{5}{12} - 1 = b$$

$$\text{বা, } \frac{5 - 12}{12} = b$$

$$\text{বা, } \frac{-7}{12} = b$$

$$\text{নির্ণেয় মান } a = \frac{1}{6} \text{ এবং } b = \frac{-7}{12}$$

প্রশ্ন-১১ ▶ দেওয়া আছে, $A = \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$, $B = (1 + ax)^6$ এবং $C = (1 - x)$ ।

ক. $a = 1$ হলে B এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, A এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ শূন্য

এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$ । ৪

গ. যদি $(C \times B)$ কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃতি করলে $(1 + bx^2)$ পাওয়া যায় তবে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $B = (1 + ax)^6$

$a = 1$ হলে, $B = (1 + x)^6$

$$= \binom{6}{0}x^0 + \binom{6}{1}x^1 + \binom{6}{2}x^2 + \binom{6}{3}x^3 + \binom{6}{4}x^4 + \binom{6}{5}x^5$$

$+ \binom{6}{6}x^6$ [দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে]

$$= 1.1 + 6x + \frac{6.5}{1.2}x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}x^3 + \frac{6.5.4.3}{4.3.2.1}x^4 + \frac{6.5.4.3.2}{5.4.3.2.1}x^5 + 1.x^6$$

$$= 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$A = \binom{8}{0}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{8}{3}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 + 8 \cdot \left(-\frac{x^2}{4}\right) + 28 \cdot \frac{x^4}{16} + 56 \cdot \frac{-x^6}{64} + \dots$$

$$\text{বা, } A = 1 - 2x^2 + \frac{7x^4}{4} - \frac{7}{8}x^6 + \dots$$

$$= 1 - 2x^2 + 0.x^3 + \frac{7}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \dots$$

আবার A এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 0 এবং x^6 এর সহগ $-\frac{7}{8}$

(দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $C = (1 - x)$

এবং $B = (1 + ax)^6$

$$\therefore C \times B = (1 - x)(1 + ax)^6$$

$$= (1 - x)(1 + 6ax + 15a^2x^2 + \dots)$$

$$= 1 + 6ax + 15a^2x^2 - x - 6ax^2 - 15a^2x^3 \dots$$

$$= 1 - x + 6ax + 15a^2x^2 - 6ax^2 - 15a^2x^3 \dots$$

প্রশ্নমতে, $1 - x + 6ax + 15a^2x^2 - 6ax^2 = 1 + bx^2$

$$\text{বা, } -x + 6ax + 15a^2x^2 - 6ax^2 = 1 + bx^2 - 1$$

$$\text{বা, } -x + 6ax + 15a^2x^2 - 6ax^2 = bx^2$$

$$\text{বা, } (-1 + 6a)x + (15a^2 - 6a)x^2 = bx^2 + 0.x$$

উভয়পক্ষ হতে x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$-1 + 6a = 0 \quad \text{এবং } 15a^2 - 6a = b$$

$$\text{বা, } 6a = 1 \quad \text{বা, } b = 15 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 - 6 \times \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{6} \quad = \frac{15}{36} - 1 = \frac{-21}{36} = \frac{-7}{12}$$

$$\text{নির্ণেয় মান } a = \frac{1}{6} \text{ এবং } b = \frac{-7}{12}$$

প্রশ্ন-১২ $a = 2 - x, b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

ক. b এর মধ্যপদ কত? ২

খ. ab কে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^4 পর্যন্ত
বিস্তৃত কর। ৪

গ. 'খ' নং হতে প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times$
 $(1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১২ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

এখানে, b এর ঘাত, $n = 8$

$$\begin{aligned} \therefore b \text{ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ} &= \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ} \\ &= \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ তম পদ} \\ &= (4 + 1) \text{ তম পদ} \\ &= 5 \text{ তম পদ} \end{aligned}$$

$\therefore 5$ বা $(4 + 1)$ তম পদ

$$\begin{aligned} {}^8C_4 \cdot 1^4 \left(\frac{1}{2}x\right)^{8-4} &= {}^8C_4 \left(\frac{1}{2}x\right)^4 \\ &= 70 \frac{1}{16} x^4 = \frac{35}{8} x^4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $a = 2 - x$

$$\text{এবং } b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$$

$$\therefore ab = (2 - x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$$

দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} &(2 - x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 \\ &= (2 - x) \left[\binom{8}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{8}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots \right] \\ &= (2 - x) \left[1 + \frac{8}{1} \cdot \frac{x}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x^4}{16} + \dots \right] \end{aligned}$$

$$= (2 - x)(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \frac{35}{8}x^4 + \dots)$$

$$= \left(2 + 8x + 14x^2 + 14x^3 + \frac{35}{4}x^4 + \dots\right) +$$

$$(-x - 4x^2 - 7x^3 - 7x^4 - \frac{35}{8}x^5 - \dots)$$

$$= 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots$$

$$\therefore (2 - x)\left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 = 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' এ প্রাপ্ত x^4 পর্যন্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(2 - 0.1)\left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 = 2 + 7(\cdot 1) + 10(\cdot 1)^2 + 7(\cdot 1)^3 + \frac{7}{4}(\cdot 1)^4$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2 + .7 + 10 \times (.01) + 7 \times (.001) + \frac{7}{4} \times (.0001)$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2 + .7 + 0.1 + 0.007 + 0.000025$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2.807025$$

$$\therefore 1.9 \times (1.05)^8 = 2.8070 \text{ (চার দশমিক পর্যন্ত) (Ans.)}$$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান ১০.২

প্রশ্ন-১ $\rightarrow (1 + p^2)^7, \left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6$ দু'টি দ্বিপদী রাশি।

ক. ১ম দ্বিপদীটির পদসংখ্যা এবং শেষপদ নির্ণয় কর। ২

? খ. ১ম দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর। ৪

গ. দ্বিতীয় রাশির বিস্তৃতিতে y^3 -এর সহগ 160 হলে

k-এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. আমরা জানি, $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(n + 1)$ সংখ্যক পদ আছে।

সুতরাং, $(1 + p^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে $(7 + 1)$ বা, ৪টি পদ আছে। (Ans.)

$$(1 + p^2)^7 \text{ দ্বিপদীটির শেষ পদ} = \binom{7}{7} (p^2)^7 \\ = 1 \cdot p^{14} = p^{14} \text{ (Ans.)}$$

খ. ১ম দ্বিপদীটিকে বিস্তৃতি করে,

$$(1 + p^2)^7 = \binom{7}{0} (p^2)^0 + \binom{7}{1} (p^2)^1 + \binom{7}{2} (p^2)^2$$

$$+ \binom{7}{3} (p^2)^3 + \binom{7}{4} (p^2)^4 + \binom{7}{5} (p^2)^5 \\ + \binom{7}{6} (p^2)^6 + \binom{7}{7} (p^2)^7$$

$$= 1.1 + \frac{7}{1} p^2 + \frac{7.6}{1.2} p^4 + \frac{7.6.5}{1.2.3} p^6 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} p^8$$

$$+ \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} p^{10} + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6} p^{12} + 1 \cdot p^{14}$$

$$= 1 + 7p^2 + 21p^4 + 35p^6 + 35p^8 + 21p^{10}$$

গ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6 = (y^2)^6 + \binom{6}{1} (y^2)^5 \left(\frac{k}{y}\right)$$

$$= y^{12} + \binom{6}{1} y^{10} \cdot \frac{k}{y} + \binom{6}{2} y^8 \cdot \frac{k^2}{y^2}$$

$$= y^{12} + \binom{6}{1} ky^9 + \binom{6}{2} k^2 y^6$$

$$+ \binom{6}{2} (y^2)^4 \left(\frac{k}{y}\right)^2 + \binom{6}{3} (y^2)^3 \left(\frac{k}{y}\right)^3$$

$$+ \binom{6}{4} (y^2)^2 \left(\frac{k}{y}\right)^4 + \dots$$

$$+ \binom{6}{3} y^6 \cdot \frac{k^3}{y^3} + \binom{6}{4} y^4 \cdot \frac{k^4}{y^4} + \dots$$

$$+ \binom{6}{3} k^3 y^3 + \binom{6}{4} k^4 + \dots$$

প্রশ্নানুসারে, $\binom{6}{3} k^3 = 160$

বা, $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^3 = 160$

বা, $20k^3 = 160$

বা, $k^3 = 8$

$\therefore k = 2$ (Ans.)

প্রশ্ন-২২ দুটি দ্বিপদী রাশি যথাক্রমে $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ এবং $B = (1 + ax)^7$ যেখানে $a \neq 0$

ক. $a = 1$ হলে B এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

২

খ. B এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 সহগ পরস্পর সমান হলে a নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, A এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান 1120।

৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$B = (1 + ax)^7 \therefore a = 1 \text{ হলে } B = (1 + x)^7$$

$$n = 0 \text{ হলে } 1$$

$$n = 1 \text{ " } 1 \quad 1$$

$$n = 2 \text{ " } 1 \quad 2 \quad 1$$

$$n = 3 \text{ " } 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$$

$$n = 4 \text{ " } 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$n = 5 \text{ " } 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

$$n = 6 \text{ " } 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$$

$$n = 7 \text{ " } 1 \quad 7 \quad 21 \quad 35 \quad 35 \quad 21 \quad 7 \quad 1$$

$$\text{সহগগুলোর সমষ্টি} = 1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128$$

খ. দেওয়া আছে,

$$B = (1 + ax)^7$$

ধরি, $(1 + ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে $r + 1$ তম পদে x^3 এবং x^4 আছে।

$$r + 1 \text{ তম পদ} = {}^7C_r(ax)^r = {}^7C_r a^r x^r$$

যেহেতু ইহাতে x^3 এবং x^4 আছে। সেহেতু $r = 3$ অথবা $r = 4$

$$x^3 \text{ এর সহগ} = {}^7C_3 a^3$$

$$x^4 \text{ এর সহগ} = {}^7C_4 a^4$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^7C_3 a^3 = {}^7C_4 a^4$$

$$\text{বা, } {}^7C_4 a^4 = {}^7C_3 a^3$$

$$\therefore a = 1$$

গ. দেওয়া আছে, $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$

যেহেতু $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা = $8 + 1$ বা 9 যা বিজোড় সংখ্যা। অতএব মধ্যপদ হবে একটি।

অর্থাৎ মধ্যপদ হবে $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$ বা 5-তম পদ।

$$\begin{aligned} \therefore 5 \text{ তম পদ বা, } (4 + 1) \text{তম পদ} &= {}^8C_4 x^{8-4} \left(\frac{2}{x}\right)^4 \\ &= {}^8C_4 x^4 \frac{2^4}{x^4} = {}^8C_4 2^4 \\ &= 1120 \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৩ $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$ এবং $\left(k - \frac{y}{4}\right)^5$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। 8

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 160 হলে, y এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\begin{aligned} \text{ক. } \left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 &= 2^6 + {}^6C_1 2^{6-1} \left(\frac{x}{4}\right)^1 + {}^6C_2 2^{6-2} \left(\frac{x}{4}\right)^2 + {}^6C_3 2^{6-3} \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots \\ &= 64 + 6 \cdot 2^5 \left(\frac{x}{4}\right)^1 + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 2^4 \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 2^3 \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots \\ &= 64 + 48x + 15x^2 + 2.5x^3 + \dots \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. এখন, $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = 1.9975 - 2$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = -0.0025$$

$$\therefore x = -0.01$$

$$\text{এখন } \left\{2 + \frac{(-0.01)}{4}\right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15(-0.01)^2 + 2.5(-0.01)^3 + \dots \text{ ['ক' হতে]}$$

$$\text{বা, } (1.9975)^6 = 64 - 0.48 + 0.0015 - 0.0000025 + \dots$$

$$= 64.0015 - 0.4800025 + \dots$$

$$= 63.5215 \text{ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)}$$

$$\text{গ. } \left(k - \frac{y}{4}\right)^5 = k^5 + {}^5C_1 k^4 \left(\frac{-y}{4}\right) + {}^5C_2 k^3 \left(\frac{-y}{4}\right)^2$$

$$= k^5 + 5k^4 \left(\frac{-y}{4}\right) + 10k^3 \frac{y^2}{16} + 10k^2 \left(\frac{-y^3}{64}\right)$$

$$+ {}^5C_3 k^2 \left(\frac{-y}{4}\right)^3 + {}^5C_4 k \left(\frac{-y}{4}\right)^4 + \dots$$

$$+ 5k \frac{y^4}{256} + \dots$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{10y^2}{16} = 160$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{160 \times 16}{10}$$

$$\text{বা, } y^2 = 16 \times 16$$

$$\therefore y = \pm 16 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$; $x \in \mathbb{N}$ একটি দ্বিপদী রাশি। এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 560।

ক. রাশিটির বিস্তৃতির সকল পদ লেখ। ২

খ. x এর মান নির্ণয় কর। 8

? গ. x এর মান বসালে $\left(1 + \frac{k}{x}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থপদের সহগের দ্বিগুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8

◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. দেওয়া আছে, $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$; $x \in \mathbb{N}$

$$\left(k - \frac{x}{3}\right)^7 = k^7 + \binom{7}{1} k^6 \left(-\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2} k^5 \left(-\frac{x}{3}\right)^2$$

$$= k^7 - \binom{7}{1} \frac{k^6 x}{3} + \binom{7}{2} \frac{k^5 x^2}{3^2} + \binom{7}{3} \frac{k^4 x^3}{3^3}$$

$$+ \binom{7}{3} k^4 \left(-\frac{x}{3}\right)^3 + \binom{7}{4} k^3 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \binom{7}{5} k^2 \left(-\frac{x}{3}\right)^5 + \binom{7}{6} k \left(-\frac{x}{3}\right)^6 + \binom{7}{7} \left(-\frac{x}{3}\right)^7$$

$$+ \binom{7}{4} \frac{k^3 x^4}{3^4} + \binom{7}{5} \frac{k^2 x^5}{3^5} + \binom{7}{6} \frac{k x^6}{3^6} - \frac{x^7}{3^7}$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$k^3 \text{ এর সহগ} = \binom{7}{4} \frac{x^4}{3^4}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \binom{7}{4} \frac{x^4}{3^4} = 560$$

$$\text{বা, } \frac{35}{81} x^4 = 560$$

$$\text{বা, } x^4 = 1296$$

$$\therefore x = 6 \quad [\because x \in \mathbb{N}] \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. } x = 6 \text{ বসালে } \left(1 + \frac{k}{x}\right)^n = \left(1 + \frac{k}{6}\right)^n$$

$$\left(1 + \frac{k}{6}\right)^n \text{ এর বিস্তৃতি ৩য় পদ} = {}^n C_2 \left(\frac{k}{6}\right)^2$$

$$\text{এবং চতুর্থ পদ } {}^n C_3 \left(\frac{k}{6}\right)^3$$

$$\text{শর্তমতে, } {}^n C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 = {}^n C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times 2$$

$$\text{বা, } \frac{n!}{2!(n-2)!} \frac{1}{6^2} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \frac{1}{6^3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2!(n-2)(n-3)!} = \frac{2}{3!(n-3)!} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2(n-2)} = \frac{2}{6 \times 6}$$

$$\text{বা, } 4(n-2) = 36$$

$$\text{বা, } n-2 = 9$$

$$\text{বা, } n = 11$$

$$\therefore n = 11 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন-৬} \rightarrow P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8 \dots\dots\dots(i)$$

$$Q = (a + bx) \dots\dots\dots(ii)$$

$$R = (b - ax)^8 \dots\dots\dots(iii)$$

- ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii) নং এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২
- খ. $a = b = 1$ হলে, QR এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে (i) নং কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উহার সাহায্যে $(1.995)^8$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii)নং এর বিস্তৃতি :

$$Q = (a + bx)^7$$

$$= \binom{7}{0} a^7 (bx)^0 + \binom{7}{1} a^6 (bx)^1 + \binom{7}{2} a^5 (bx)^2$$

$$+ \binom{7}{3} a^4 (bx)^3 + \binom{7}{4} a^3 (bx)^4 + \binom{7}{5} a^2 (bx)^5$$
$$+ \binom{7}{6} a^1 (bx)^6 + \binom{7}{7} a^0 (bx)^7$$

$$= a^7 + \binom{7}{1} a^6 bx + \binom{7}{2} a^5 b^2 x^2 + \binom{7}{3} a^4 b^3 x^3$$

$$+ \binom{7}{4}a^3b^4x^4 + \binom{7}{5}a^2b^5x^5 + \binom{7}{6}a^1b^6x^6 + b^7x^7$$

খ. দেওয়া আছে, $Q = (a + bx)^7$

$$\text{এবং } R = (b + ax)^8$$

এখন $a = b = 1$ হলে,

$$\therefore Q = (1 + x)^7$$

$$\text{এবং } R = (1 - x)^8$$

$$\text{এখন } QR = (1 - x)^7 (1 - x)^8$$

$$= (1 + x)^7 (1 - x)^7 (1 - x)$$

$$= (1 - x^2)^7 (1 - x)$$

$$= \left[1 + \binom{7}{1}(-x^2) + \binom{7}{2}(-x^2)^2 + \binom{7}{3}(-x^2)^3 + \binom{7}{4}(-x^2)^4 + \binom{7}{5}(-x^2)^5 + \binom{7}{6}(-x^2)^6 + \binom{7}{7}(-x^2)^7 \right] (1 - x)$$

$$= \left[1 - 7x^2 + \frac{7.6}{1.2}x^4 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-x^6) + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}x^8 + \dots \right] (1 - x)$$

$$= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots) (1 - x)$$

$$= 1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 - x + 7x^3 - 21x^5 + 35x^7 - 35x^9 + \dots$$

$\therefore QR$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ 35।

গ. দেওয়া আছে,

$$(i) \text{ নং থেকে, } P = \left(2 + \frac{x}{2} \right)^8$$

$$= \binom{8}{0}2^8\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}2^7\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}2^6\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}2^5\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= 256 + 512x + \frac{8.7.64x^2}{1.2.4} + \frac{8.7.6.32x^3}{1.2^2.3.4}$$

$$= 256 + 512x + 448x^2 + 224x^3 + \dots$$

মনে করি,

$$\left(2 + \frac{x}{2} \right)^8 = (1.995)^8$$

$$\text{বা, } 2 + \frac{x}{2} = 1.995$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = -0.005$$

$$\therefore x = -0.01$$

এখন, (i) নং এর বিস্তৃতিতে $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left[2 + \left(\frac{-0.01}{2} \right) \right]^8 = 256 + 512(-0.01) + 448(-0.01)^2 + 224(-0.01)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } (2 - 0.005)^8 = 256 - 5.12 + 0.0448 - 0.000224 + \dots$$

$$\text{বা, } (1.995)^8 = 250.924576$$

$$\approx 250.9246$$

অতএব নির্ণেয় মান 250.9246 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)

প্রশ্ন-৬ ▶ যদি (i) $\left(2x + \frac{a}{x^3} \right)^{10}$ (ii) $(a + 3x)^n$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. (ii) এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এর বিস্তৃতির x^{10} ও x^{-20} এর সহগ সমান হলে দেখাও

যে, $a=2$ 8

গ. (ii) এর বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদের মান

যথাক্রমে $P, \frac{21}{2} px$ ও $189 qx^2$ হলে p ও q

এর মান নির্ণয় কর। 8

◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতি $= (2x^2)^{10} + {}^{10}C_1(2x^2)^9\left(\frac{a}{x^3}\right) + {}^{10}C_2(2x^2)^8\left(\frac{a}{x^3}\right)^2 + {}^{10}C_3(2x^2)^7\left(\frac{a}{x^3}\right)^3 + \dots$

$= 2^{10}x^{20} + 10 \cdot 2^9 x^{18} \frac{a}{x^3} + \frac{10 \times 9}{2 \cdot 1} \cdot 2^8 x^{16} \frac{a^2}{x^6} + \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} 2^7 x^{14} \frac{a^3}{x^9} + \dots$

$= 1024x^{20} + 5120x^{15}a + 11520a^2x^{10} + 15360a^3x^5 + \dots$

$\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতির ১ম চারটি পদ হলো,

$1024x^{20}, 5120x^{15}a, 11520a^2x^{10}$ এবং $15360a^3x^5$

খ. 'ক' থেকে পাই, x^{10} এর সহগ $= 11520a^2$

ধরি, উক্ত বিস্তৃতির $(r + 1)$ তম পদে x^{-20} বিদ্যমান।

$\therefore T_{r+1} = {}^{10}C_r(2x^2)^{10-r}\left(\frac{a}{x^3}\right)^r = {}^{10}C_r 2^{10-r} \cdot x^{20-2r} \cdot a^r \cdot x^{-3r}$

$= {}^{10}C_r 2^{10-r} \cdot a^r \cdot x^{20-2r-3r}$

প্রশ্নানুযায়ী,

$20 - 2r - 3r = -20$

বা, $20 - 5r = -20$

বা, $20 + 20 = 5r$

বা, $40 = 5r$

$\therefore r = 8$

অতএব, $(r + 1)$ বা, $(8 + 1)$ বা, 9তম পদে x^{-20} আছে।

\therefore 9তম পদের সহগ $= {}^{10}C_8 2^{10-8} a^8$

$= {}^{10}C_{10-8} 2^2 a^8$

$= {}^{10}C_2 4a^8$

$= \frac{10 \times 9}{2} \times 4 \cdot a^8$

$= 180a^8$

যেহেতু x^{10} ও x^{-20} এর সহগ সমান

সেহেতু, $180a^8 = 11520a^2$

বা, $a^8 = \frac{11520a^2}{180}$

বা, $a^6 = 64 = 2^6$

$\therefore a = 2$ (দেখানো হলো)

গ. 'খ' থেকে পাই, $a = 2$

\therefore (ii) রাশিটি হলো $(2 + 3x)^n$

$$\therefore (2 + 3x)^n \text{ এর বিস্তৃতি} = 2^n + n \cdot 2^{n-1} \cdot 3x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} (3x)^2 + \dots$$

$$= 2^n + 2^{n-1} \cdot 3nx + \frac{9n(n-1)}{2} 2^{n-2} \cdot x^2 + \dots$$

$$\text{শর্তানুযায়ী, } p = 2^n \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\frac{21}{2} px = 2^{n-1} \cdot x^2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } 189qx^2 = \frac{9(n-1)n}{2} \cdot 2^{n-2} x^2 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{(i) নং হতে পাই, } \frac{3 \cdot 7px}{2} = 3nx \cdot 2^{n-1}$$

$$\text{বা, } \frac{7p}{2} = n \cdot 2^{n-1}$$

$$\text{বা, } 7p = n \cdot 2^{n-1} \cdot 2$$

$$\text{বা, } 7p = n \cdot 2^n$$

$$\text{বা, } 7p = n \cdot 2^n$$

$$\text{বা, } 7 \cdot 2^n = n \cdot 2^n \quad [1 \text{ হতে পাই}]$$

$$\text{বা, } \frac{7 \cdot 2^n}{2^n} = n$$

$$\therefore n = 7$$

$$\text{(i) নং হতে পাই, } p = 2^7 = 128$$

$$\text{(ii) নং হতে পাই, } 189qx^2 = \frac{9n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} \cdot x^2$$

$$\text{বা, } q = \frac{9 \cdot 7(7-1) \cdot 2^{7-2}}{2 \times 189}$$

$$\text{বা, } q = \frac{9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2^5}{2 \times 189}$$

$$\text{বা, } q = \frac{378 \cdot 2^5}{378}$$

$$\text{বা, } q = 2^5 = 32$$

$$\therefore q = 32$$

অতএব p ও q এর নির্ণেয় মান যথাক্রমে 128 ও 32।

প্রশ্ন-৭ $(p + 2x)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- | | | |
|----|---|---|
| ক. | রাশিটির x^{n-3} এর সহগ কত? | ২ |
| খ. | $(p + 2x)^5$ কে বিস্তৃতি কর। | ৪ |
| গ. | উক্ত বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে P এর মান কত? | ৪ |

◀ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. $(p + 2x)^n$ এর বিস্তৃতিতে r তম পদ ${}^n C_{r-1} P^{n-r} (2x)^{r-1}$

$$\begin{aligned} \therefore n-2 \text{ তম পদ} &= {}^n C_{n-3} P^{n-(n-2)} (2x)^{n-3} \\ &= {}^n C_{n-3} P^{n-n+2} 2^{n-3} x^{n-3} \\ &= {}^n C_{n-3} P^2 2^{n-3} x^{n-3} \end{aligned}$$

$\therefore x^{n-3}$ এর সহগ ${}^nC_{n-3} P^2 2^{n-3}$

খ. $(p + 2x)^5 = p^5 + {}^5C_1 P^4(2x) + {}^5C_2 P^3(2x)^2$

$+ {}^5C_3 P^2(2x)^3 + {}^5C_4 P(2x)^4 + {}^5C_5 P^0(2x)^5$

$= P^5 + 10p^4x + 40p^3x^2 + 80p^2x^3 + 80px^4 + 32x^5.$

গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত x^3 এর সহগ = $80p^2$

শর্তমতে $80p^2 = 320$

বা, $p^2 = \frac{320}{80}$

বা, $p^2 = 4$

$\therefore p = 2$ (Ans.)

প্রশ্ন-৮ $(b + 2x)^5$ একটি দ্বিপদী রাশি।

? ক. $(b + 2x)^5$ কে দ্বিপদীর সাহায্যে বিস্তৃত কর। ২

খ. বিস্তৃতির প্রথম তিন পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. x^3 এর সহগ 320 হলে b এর মান কত? ৪

▶ ৮ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. $(b + 2x)^5$
 $= b^5 + 5c_1 b^4 2x + 5c_2 b^3 (2x)^2 + 5c_3 b^2 (2x)^3$

$+ 5c_4 b (2x)^4 + 5c_5 (2x)^5.$

খ. $(b + 2x)^5$
 $= b^5 + 5c_1 b^4 (2x) + 5c_2 b^3 (2x)^2 + 5c_3 b^2 (2x)^3 + \dots$
 $= b^5 + 5b^4 \cdot 2x + \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot b^3 \cdot 4x^2 + \frac{5!}{3! \cdot 2!} b^2 \cdot 8x^3 + \dots$
 $= b^5 + 10xb^4 + 40x^2b^3 + 80x^3b^2 + \dots$

গ. 'খ' হতে পাই,
 x^3 এর সহগ = $80b^2$.

প্রশ্নমতে, $80b^2 = 320$

বা, $b^2 = 4$

$\therefore b = 2$ (Ans.)

প্রশ্ন-৯ $\left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^n$

ক. $n = 4$ হলে দ্বিপদীটির তৃতীয় পদ কত? ২

? খ. $\left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^5$ কে প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪

গ. দেখাও যে ধারাটির x বর্জিত পদ নেই। ৪

▶ ৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. আমরা জানি, $(a + x)^n$ এর r তম পদ = ${}^nC_{r-1} a^{n-r} x^{r-1}$.

$\therefore \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^4$ এর তৃতীয় পদ

$$= {}^4C_2(2x^2)^{4-3}\left(\frac{1}{2x}\right)^2$$

$$= {}^4C_2 2x^2 \cdot \frac{1}{4x^2}$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. } \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^5$$

$$= (2x^2)^5 + {}^5C_1(2x^2)^{5-1}\left(\frac{1}{2x}\right) + {}^5C_2(2x^2)^{5-2}\left(\frac{1}{2x}\right)^2$$

$$+ {}^5C_3(2x^2)^{5-3}\left(\frac{1}{2x}\right)^3 + \dots$$

$$= 32x^{10} + 5(2x^2)^4 \cdot \frac{1}{2x} + \frac{80x^6}{4x^2} + \frac{40x^4}{8x^3} + \dots$$

$$= 32x^{10} + 40x^7 + 20x^4 + 5x + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি,

দ্বিপদীটির $(r + 1)$ তম পদ = x বর্জিত

$$\begin{aligned} \therefore (r + 1)\text{তম পদ} &= {}^5C_r(2x^2)^{5-r}\left(\frac{1}{2x}\right)^r \\ &= {}^5C_r 2^{5-r} \cdot x^{10-2r} \cdot x^{-r} \cdot 2^{-r} \\ &= {}^5C_r 2^{5-2r} x^{10-3r} \end{aligned}$$

শর্তমতে, $10 - 3r = 0$

$$\text{বা, } 3r = 10$$

$$\therefore r = \frac{10}{3}$$

$$\therefore x \text{ বর্জিত পদ} = \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3} \text{ যা অসম্ভব।}$$

\therefore বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ নেই। (দেখানো হলো)

$$\text{প্রশ্ন-১০} \rightarrow \left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$$

- | | |
|--|---|
| ক. রাশিতে কয়টি মধ্যপদ থাকবে এবং কেন? | ২ |
| খ. রাশিটির মধ্যপদ ও তার মান নির্ণয় কর। | ৪ |
| গ. রাশিটি থেকে $(r + 1)$ তম পদ নির্ণয় কর। | ৪ |

◀ ১০ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. উক্ত রাশিতে একটি মধ্যপদ থাকবে। এখানে ঘাত বা সূচক $n = 8$ একটি জোড় সংখ্যা হওয়ায় এর একটি মধ্যপদ থাকবে।

খ. এখানে, $n = 8$ জোড় সংখ্যা

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যপদটি} &= \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{তম পদ} \\ &= \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{তম পদ} \\ &= (4 + 1) \text{তম পদ} \\ &= 5 \text{তম পদ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 5\text{তম পদ} &= {}^8C_4(3x^2)^{8-4}\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 \\ &= {}^8C_481x^8(-1)^4 2^{-4} \cdot x^{-4} \\ &= \frac{2835}{8}x^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গ. } (r+1)\text{তম পদ} &= {}^8C_r(3x^2)^{8-r}\left(-\frac{1}{2x}\right)^r \\ &= {}^8C_r 3^{8-r} \cdot x^{16-2r}(-1)^r \cdot 2^{-r} \cdot x^{-r} \\ &= (-1)^r \cdot {}^8C_r 3^{8-r} \cdot x^{16-3r} \cdot 2^{-r}.\end{aligned}$$

প্রশ্ন-১১ $(1+x)^7$.

- ক. রাশিটির বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২
- খ. $(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতি লেখ। ৪
- গ. $(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^3 ও x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned}(1+x)^7 &= {}^7C_0x^0 + {}^7C_1x^1 + {}^7C_2x^2 + {}^7C_3x^3 + {}^7C_4x^4 \\ &= 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. $(1+x)^7(1-x)^8 = (1-x)^7(1-x)(1+x)^7$

$$\begin{aligned}&= (1-x)(1-x^2)^7 = (1-x)\{1+(-x^2)\}^7 \\ &= (1-x) [1 + {}^7C_1(-x^2) + {}^7C_2(-x^2)^2 + {}^7C_3(-x^2)^3 + {}^7C_4(-x^2)^4 + \dots] \\ &= (1-x) (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots) \\ &= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots) \\ &\quad - (x - 7x^3 + 21x^5 - 35x^7 + 35x^9) \\ &= 1 - x - 7x^2 + 7x^3 + 21x^4 - 21x^5 - 35x^6 \\ &\quad + 35x^7 + 35x^8 - 35x^9 \dots \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. “খ” হতে পাই

$$(1-x)^8(1+x)^7 = 1 - x - 7x^2 + 7x^3 + 21x^4$$

$$- 21x^5 - 35x^6 + 35x^7 + 35x^8 - 35x^9 \dots$$

$\therefore x^3$ এর সহগ = 7 এবং

x^7 এর সহগ = 35. (Ans.)

প্রশ্ন-১২ $\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6$

- ক. সাধারণ পদের মান কত? ২
- খ. x বর্জিত পদ ও তার মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 ও 22তম পদ দুটি সমান হলে x এর মান কত? ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক. } \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)^6 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$$

$$\begin{aligned} \text{এর সাধারণ পদ } (r+1) &= {}^{12}C_r x^{12-r} \frac{(-1)^r}{x^r} \\ &= (-1)^r \cdot {}^{12}C_r x^{12-2r}. \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. মনে করি, $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত

$$\text{'ক' থেকে } (r+1) \text{ তম পদ} = (-1)^r \cdot {}^{12}C_r x^{12-2r}$$

শর্তমতে, $12 - 2r = 0$

$$\text{বা, } 2r = 12$$

$$\therefore r = 6$$

$\therefore (6+1) = 7$ তম পদটি x বর্জিত, এর মান

$$= (-1)^6 \cdot {}^{12}C_6$$

$$= 924 \text{ (Ans.)}$$

গ. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে,

$$21 \text{ তম পদ} = {}^{44}C_{20} x^{20} \dots\dots\dots(i)$$

$$22 \text{ তম পদ} = {}^{44}C_{21} x^{21} \dots\dots\dots(ii)$$

শর্তমতে, ${}^{44}C_{20} x^{20} = {}^{44}C_{21} x^{21}$

$$\text{বা, } \frac{44!}{20! 24!} = \frac{44!}{21! 23!} x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{24} = \frac{x}{21}$$

$$\text{বা, } x = \frac{21}{24}$$

$$\therefore x = \frac{7}{8} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৩ $P = (1+x)\left(1 + \frac{1}{x}\right)^8 \dots\dots\dots(i)$

$$Q = \left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10} \dots\dots\dots(ii)$$

ক. (i) কে x^{-3} পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

? খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $11 \times (1.1)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) এর বিস্তৃতি থেকে x^0 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\begin{aligned} \text{ক. } (1+x)\left(1 + \frac{1}{x}\right)^8 &= (1+x) \left[{}^8C_0 \left(\frac{1}{x}\right)^0 + {}^8C_1 \left(\frac{1}{x}\right)^1 + {}^8C_2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^8C_3 \left(\frac{1}{x}\right)^3 + {}^8C_4 \left(\frac{1}{x}\right)^4 + \dots \right] \\ &= (1+x) \left(1 + 8 \cdot \frac{1}{x} + 28 \cdot \frac{1}{x^2} + 56 \cdot \frac{1}{x^3} + 70 \cdot \frac{1}{x^4} + \dots \right) \\ &= \left(1 + \frac{8}{x} + \frac{28}{x^2} + \frac{56}{x^3} + \dots \right) + \left(x + 8 + \frac{28}{x} + \frac{56}{x^2} + \frac{70}{x^3} + \dots \right) \\ &= \left(9 + x + \frac{36}{x} + \frac{84}{x^2} + \frac{126}{x^3} + \dots \right) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. 'ক' হতে পাই, $\left(9 + x + \frac{36}{x} + \frac{84}{x^2} + \frac{126}{x^3} + \dots\right)$

এখন $x = 10$ বসিয়ে পাই,

$$(1 + 10) \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^8 = 9 + 10 + \frac{36}{10} + \frac{84}{(10)^2} + \frac{1026}{(10)^3} + \dots$$

$$\text{বা, } 11 \times (1 + .1)^8 = 19 + 3.6 + .84 + 1.026 +$$

$$\text{বা, } 11 \times (1.1)^8 = 24.466 \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি, $(r + 1)$ তম পদে x^0 এর সহগ বিদ্যমান।

$$\therefore (r + 1) \text{ তম পদ} = {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(-\frac{1}{2x^3}\right)^r$$

$$= {}^{10}C_r \left(-\frac{1}{2}\right)^r \cdot 2^{10-r} \cdot x^{20-5r}$$

শর্তমতে, $20 - 5r = 0$

$$\text{বা, } r = \frac{20}{5}$$

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore x^0 \text{ এর সহগ } {}^{10}C_4 \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^{10-4} = {}^{10}C_4 \cdot \frac{1}{2^4} \cdot 2^6$$

$$= 4 \times 210$$

$$= 840 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৪ $A = (2x + 3y)^5 \dots\dots\dots(i)$

$$B = (1 + x)(a - bx)^{12} \dots\dots\dots(ii)$$

$$C = (2x - 3y)^5 \dots\dots\dots(iii)$$

ক. A এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ 0 হলে $\frac{a}{b}$ এর মান

নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে যদি $x = \frac{3}{2}$ এবং $y = \frac{2}{3}$ হয় তাহলে

(iii) বিস্তৃতিটির বিজোড় পদগুলোর যোগফল,

জোড় পদগুলোর যোগফল অপেক্ষা বেশি। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(2x + 3y)^5$

$$= (2x)^5 + {}^5C_1(2x)^4 \cdot 3y + {}^5C_2(2x)^3(3y)^2$$

$$+ {}^5C_3(2x)^2(3y)^3 + {}^5C_4(2x)(3y)^4 + (3y)^5.$$

$$= 32x^5 + 240x^4y + 720x^3y^2 + 1080x^2y^3 + 810xy^4 + 243y^5 \text{ (Ans.)}$$

খ. $(1 + x)(a - bx)^{12}$

$$= (1 + x)\{a^{12} + {}^{12}C_1a^{11}(-bx) + {}^{12}C_2a^{10}(-bx)^2$$

$$+ {}^{12}C_3a^9(-bx)^3 + {}^{12}C_4a^8(-bx)^4 + {}^{12}C_5a^7(-bx)^5$$

$$+ {}^{12}C_6a^6(-bx)^6 + {}^{12}C_7a^5(-bx)^7 + {}^{12}C_8a^4(-bx)^8 + \dots\}$$

$$= \{a^{12} + {}^{12}C_1 a^{11}(-bx) + {}^{12}C_2 a^{10}(-bx)^2 + {}^{12}C_3 a^9(-bx)^3$$

$$+ {}^{12}C_4 a^8(-bx)^4 + {}^{12}C_5 a^7(-bx)^5 + {}^{12}C_6 a^6(-bx)^6 + {}^{12}C_7 a^5(-bx)^7$$

$$+ {}^{12}C_8 a^4(-bx)^8 + \dots\}$$

$$= \{a^{12}x + {}^{12}C_1 a^{11}(-bx^2) + {}^{12}C_2 a^{10} + b^2x^3 - {}^{12}C_3 a^9 b^3 x^4$$

$$+ {}^{12}C_4 a^8 b^4 x^5 - {}^{12}C_5 a^7 b^5 x^5 + {}^{12}C_6 a^6 b^6 x^7 - {}^{12}C_7 a^5 b^7 x^8 + \dots\}$$

$$x^8 \text{ এর সহগ} = {}^{12}C_8 a^4 b^8 - {}^{12}C_7 a^5 b^7.$$

$$\text{শর্তমতে, } {}^{12}C_8 a^4 b^8 - {}^{12}C_7 a^5 b^7 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{{}^{12}C_8}{{}^{12}C_7} = \frac{a^5 b^7}{a^4 b^8}$$

$$\text{বা, } \frac{5}{8} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{5}{8} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. } (2x - 3y)^5$$

মনে করি

$$\text{বিজোড় পদগুলোর যোগফল} = s_1 \text{ এবং}$$

$$\text{জোড় পদগুলোর যোগফল} = s_2$$

$$(2x - 3y)^5 = s_1 - s_2$$

$$\text{বা, } s_1 - s_2 = \left(2 \cdot \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{2}{3}\right)^5 \left[\because x = \frac{3}{2}, y = \frac{2}{3} \right]$$

$$= (3 - 2)^5 = 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৫ ▶ দুটি দ্বিপদী রাশি যথাক্রমে $M = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ এবং

$N = (1 + ax)^2$ যেখানে $a \neq 0$.

- ক. $a = 1$ হলে, N এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
- খ. N এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগ পরস্পর সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, M এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান 1120. ৪

▶▶ ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$N = (1 + ax)^7$$

$$a = 1 \text{ হলে, } N = (1 + x)^7$$

$$(1 + x)^7 \text{ এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর সমষ্টি} = (1 + 1)^7 \\ = 2^7 = 128 \text{ (Ans.)}$$

খ. $N = (1 + ax)^7$

$$(1 + ax)^7 \text{ এর বিস্তৃতিতে} = 1^7 + {}^7C_1 \cdot 1^6 ax + {}^7C_2 \cdot 1^5 (ax)^2$$

$$+ {}^7C_3 \cdot 1^4 (ax)^3 + {}^7C_4 \cdot 1^5 (ax)^4 + \dots$$

$$= 1 + 7ax + 21a^2x^2 + 35a^3x^3 + 35a^4x^4 + \dots$$

$$\text{এখানে, } x^3 \text{ এর সহগ} = 35a^3$$

$$\text{এবং } x^4 \text{ এর সহগ} = 35a^4$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 35a^4 = 35a^3$$

$$\therefore a = 1$$

$$\text{নির্ণেয় মান } a = 1$$

গ. $M = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$

এখানে, M এর বিস্তৃতিতে $n = 8$ জোড় সংখ্যা

$$\therefore \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ তম বা } (4 + 1) \text{ তম পদ মধ্যপদ,}$$

$$\therefore (4 + 1) \text{ তম পদ} = {}^8C_4 \cdot (x)^{8-4} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^4$$

$$= {}^8C_4 \cdot x^4 \cdot \frac{2^4}{x^4}$$

$$= 2^4 \cdot {}^8C_4$$

$$= 16 \times 70$$

$$= 1120 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার লেখ। ২
- খ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর

সহগদয় সমান হলে, a এর ধনাত্মক মান নির্ণয়

কর।

8

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} y + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2$

$+ \binom{n}{3} x^{n-3} y^3 + \dots + y^n.$

খ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10} = (2x^2)^{10} + \binom{10}{1} (2x^2)^{10-1} \left(\frac{a}{x^3}\right)^1$

$+ \binom{10}{2} (2x^2)^{10-2} \left(\frac{a}{x^3}\right)^2 + \binom{10}{3} (2x^2)^{10-3} \left(\frac{a}{x^3}\right)^3 + \binom{10}{4} (2x^2)^{10-4}$

$\left(\frac{a}{x^3}\right)^4 + \binom{10}{5} (2x^2)^{10-5} \left(\frac{a}{x^3}\right)^5 + \binom{10}{6} (2x^2)^{10-6} \left(\frac{a}{x^3}\right)^6$

$\binom{10}{7} (2x^2)^{10-7} \left(\frac{a}{x^3}\right)^7 + \binom{10}{8} (2x^2)^{10-8} \left(\frac{a}{x^3}\right)^8$

$+ \binom{10}{9} (2x^2)^{10-9} \left(\frac{a}{x^3}\right)^9 + \binom{10}{10} (2x^2)^{10-10} \left(\frac{a}{x^3}\right)^{10}$

$= 1024x^{20} + 10 \cdot 512 \cdot x^{18} \cdot \frac{a}{x^3} + 45 \cdot 256 \cdot x^{16} \cdot \frac{a^2}{x^6}$

$+ 120 \cdot 128 \cdot x^{14} \cdot \frac{a^3}{x^9} + 210 \cdot 64 \cdot x^{12} \cdot \frac{a^4}{x^{12}}$

$+ 252 \cdot 32 \cdot x^{10} \cdot \frac{a^5}{x^{15}} + 210 \cdot 16 \cdot x^{18} \cdot \frac{a^6}{x^{18}} + 120 \cdot 8 \cdot x^6 \cdot \frac{a^7}{x^{21}}$

$+ 45 \cdot 4 \cdot x^4 \cdot \frac{a^8}{x^{24}} + 10 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot \frac{a^9}{x^{27}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}$

$= 1024x^{20} + 5120ax^{15} + 11520a^2x^{10}$

$+ 15360a^3x^5 + 13440a^4 + 8064\frac{a^5}{x^5} + 3360\frac{a^6}{x^{10}}$

$+ 960\frac{a^7}{x^{15}} + 180\frac{a^8}{x^{20}} + 20\frac{a^9}{x^{25}} + \frac{a^{10}}{x^{30}}. \text{ (Ans.)}$

গ. $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা, $(r + 1)$ তম পদ $= {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(\frac{a}{x^3}\right)^r = {}^{10}C_r 2^{10-r} a^r x^{20-5r}$

যদি $(r + 1)$ তম পদে x^5 থাকে, তবে $20 - 5r = 5$, অর্থাৎ $r = 3$

আবার, যদি $(r + 1)$ তম পদে x^{15} থাকে, তবে $20 - 5r = 15$, অর্থাৎ $r = 1$ সুতরাং x^5 এবং x^{15} এর সহগদয় পরস্পর সমান হলে,

${}^{10}C_3 \cdot 2^{10-3} \cdot a^3 = {}^{10}C_1 \cdot 2^{10-1} \cdot a$

বা, $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} \cdot 2^7 \cdot a^3 = 10 \cdot 2^9 a$

বা, $a^2 = \frac{1}{3}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে] (Ans.)

প্রশ্ন-১৭ $A = \left(2x^2 + \frac{1}{2x}\right)^8$

ক. দেখাও যে, ${}^8C_5 = {}^8C_3$ ২

? খ. A এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

গ. Ax^2 এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ বিদ্যমান কিনা তা গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ = 8C_5

$$= \frac{8!}{5!(8-5)!} \left[\because {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \right]$$

$$= \frac{8!}{5!3!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 56$$

বামপক্ষ = 8C_3

$$= \frac{8!}{3!(8-3)!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 56$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, ${}^8C_5 = {}^8C_3$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে,

$$A = \left(2x^2 - \frac{1}{2x} \right)^8$$

এখানে, n = 8 [জোড় সংখ্যা]

\therefore A এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ হবে = $\left(\frac{n}{2} + 1 \right)$ তমপদ

$$= \left(\frac{8}{2} + 1 \right) \text{ তমপদ}$$

$$= (4 + 1) \text{ তমপদ}$$

$$= 5 \text{ তমপদ}$$

\therefore A বিস্তৃতির 5 তমপদ = $\binom{8}{4} (2x^2)^{8-4} \left(\frac{-1}{2x} \right)^4$

$$= \frac{8!}{4!(8-4)!} (2x^2)^4 \left(\frac{-1}{2x} \right)^4$$

$$= \frac{8!}{4!4!} \cdot 16 \times x^8 \cdot \frac{1}{16 \cdot x^4}$$

$$= \frac{8!}{4!4!} \cdot x^{8-4}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \cdot x^4$$

$$= \frac{1680}{24} \cdot x^4 = 70x^4 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{গ. } A &= \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8 = {}^8C_0(2x^2)^8 + {}^8C_1(2x^2)^7\left(-\frac{1}{2x}\right)^1 + {}^8C_2(2x^2)^6\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^8C_3(2x^2)^5\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + {}^8C_4(2x^2)^4\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 \\ &+ {}^8C_5(2x^2)^3\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + {}^8C_6(2x^2)^2\left(-\frac{1}{2x}\right)^6 + \dots \\ &= \frac{8!}{0!(8-0)!} \times 2^8 \cdot x^{16} - \frac{8!}{1!(8-1)!} \times 2^7 \cdot x^{14} \times \frac{1}{2x} + \frac{8!}{2!(8-2)!} \times 2^6 \times x^{12} \times \frac{1}{4x^2} - \frac{8!}{3!(8-3)!} \times 2^5 \times x^{10} \times \\ &\frac{1}{8 \times x^3} + \frac{8!}{4!(8-4)!} 2^4 \times x^8 \times \frac{1}{2^4 \times x^4} - \frac{8!}{5!(8-5)!} \times 8 \times x^6 \times \frac{1}{2^5 \times x^5} + \frac{8!}{6!(8-6)!} \times 4 \times x^4 \times \frac{1}{2^6 \times x^6} + \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\text{এখন, } Ax^2 = \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8 x^2$$

$$= 256x^{18} - 512x^{15} + 448x^{12} - 224x^9 + 70x^6 - 14x^3 + \frac{7}{4} \dots$$

$\therefore Ax^2$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ বিদ্যমান।

\therefore বর্জিত পদটি হল 7 তম পদ। (Ans.)

প্রশ্ন-১৮ $\rightarrow P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^8$

$$Q = \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$$

ক. একটি ধারার n তম পদ $= 2^{n-1}$ ধারাটি লেখ
এবং দেখাও যে, এর অসীমতক সমষ্টি নেই। ২

? খ. P এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে b ,
 $512x$ এবং cx^2 হলে a , b ও c এর মান নির্ণয়
কর। ৪

গ. Q এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান $\blacktriangleleft \blacktriangleright$

ক. দেওয়া আছে,

$$\text{ধারার } n \text{ তম পদ} = 2^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 1 \text{ম পদ} = 2^{1-1} = 2^0 = 1$$

$$2 \text{য় পদ} = 2^{2-1} = 2^1 = 2$$

$$3 \text{য় পদ} = 2^{3-1} = 2^2 = 4$$

নির্ণেয় ধারাটি, $1 + 2 + 4 + \dots$ (Ans.)

$$\text{এখানে, সাধারণ অনুপাত } r = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore |r| = |2| = 2 > 1$$

\therefore ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নেই। (দেখানো হলো)

খ. এখানে, $P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^8$

\therefore দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$P = \left(a + \frac{x}{2}\right)^8 = a^8 + \binom{8}{1} a^7 \left(\frac{x}{2}\right) + \binom{8}{2} a^6 \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots$$

$$= a^8 + 8a^7 \cdot \frac{x}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} a^6 \cdot \frac{x^2}{4} + \dots$$

$$= a^8 + 4a^7x + 7a^6x^2 + \dots$$

কিন্তু P এর বিস্তৃতির ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে b, 512x এবং cx²।

$$b + 512x + cx^2 \dots = a^8 + 4a^7x + 7a^6x^2 + \dots \text{(i)}$$

(i) নং এর উভয়পক্ষ হতে x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$b = a^8 \text{ (ii)}$$

$$512 = 4a^7 \quad \text{আবার, } c = 7a^6$$

$$\text{বা, } a^7 = \frac{512}{4} = 7 \cdot 2^6 \text{ [a এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } a^7 = 128 = 448$$

$$\text{বা, } a^7 = 2^7$$

$$\therefore a = 2$$

a এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই, b = 2⁸ = 256

\therefore a, b ও c এর মান যথাক্রমে 2, 256 ও 448 (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,

$$Q = \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^8$$

এখানে, n = 8 জোড়সংখ্যা। সুতরাং Q এর বিস্তৃতির মধ্যপদ হবে $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$ বা (4 + 1) তম পদ।

$$\begin{aligned} \therefore Q \text{ এর বিস্তৃতির মধ্যপদ} &= {}^8C_4 (2x^2)^{x-4} \left(-\frac{1}{2x}\right)^4 \\ &= 70 \cdot 2^4 \cdot x^8 \frac{1}{2^4 \cdot x^4} \\ &= 70x^4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৯ ▶ (a + 2x)⁵ একটি দ্বিপদী।

ক. a = 1 হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

? খ. প্রদত্ত দ্বিপদী বিস্তৃতিতে x³ এর সহগ 320 হলে a মান কত হবে? 8

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত a এর ঋণাত্মক মান বসিয়ে দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। 8

▶▶ ১৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ :

n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1

এখন, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে দ্বিপদীর বিস্তৃতি নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} \therefore (a + 2x)^5 &= (1 + 2x)^5 \text{ [}\therefore a = 1\text{]} \\ &= 1 + .1.2x + 10.1(2x)^2 + 10.1(2x)^3 + 5.1(2x)^4 + (2x)^5 \end{aligned}$$

$$= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5 \text{ (Ans.)}$$

খ. মনে করি,

প্রদত্ত দ্বিপদীর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদে x^3 বর্তমান।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } (r + 1) \text{ তম পদ} &= {}^5C_r a^{5-r} (2x)^r \\ &= {}^5C_r a^{5-r} 2^r x^r \end{aligned}$$

$$\therefore r = 3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^5C_3 a^{5-3} 2^3 = 320$$

$$\text{বা, } 10 \cdot 8a^2 = 320$$

$$\text{বা, } 80a^2 = 320$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{320}{80}$$

$$\text{বা, } a^2 = 4$$

$$\therefore a = \pm 2 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $a = -2$ [‘খ’ হতে পাই]

$$\therefore \text{ প্রদত্ত দ্বিপদীটি হয় } = (-2 + 2x)^5$$

প্রদত্ত দ্বিপদীটির বিস্তৃতিতে মোট পদ সংখ্যা = $(5 + 1)$ টি = 6টি

\therefore 3, 4 নং পদ দুটি মধ্যপদ।

$$\begin{aligned} \therefore \text{ 3তম পদ} &= {}^5C_2 (-2)^{5-2} (2x)^2 \\ &= 10(-2)^3 \cdot 4x^2 \\ &= -320x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং 4 তম পদ} &= {}^5C_3 (-2)^{5-3} (2x)^3 \\ &= 10(-2)^2 \cdot 8x^3 \\ &= 10 \cdot 4 \cdot 8x^3 \\ &= 320x^3 \end{aligned}$$

$\therefore (-2 + 2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদদ্বয় $-320x^2, 320x^3$ (Ans.)

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-২৮ $\rightarrow A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$ এবং $B = \left(a - \frac{x}{3}\right)^7, a \neq 0.$

ক. A এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে a^3 এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $(2 - x)A$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (1.05)^8$ মান নির্ণয় কর। 8

\rightarrow ২৮ নং প্রশ্নের সমাধান \leftarrow

ক. দেওয়া আছে, $A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 = 1 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right) + \binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$$

$$= 1 + 8 \cdot \frac{x}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{x^3}{8} + \dots$$

$$= 1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots \text{(Ans.)}$$

খ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(a - \frac{x}{3}\right)^7 = a^7 + {}^7C_1 a^6 \left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2 a^5 \left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3 a^4 \left(-\frac{x}{3}\right)^3 + {}^7C_4 a^3 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \dots [a \neq 0]$$

$$\text{এখানে, বিস্তৃতিটির } a^3 \text{ এর সহগ } {}^7C_4 \left(-\frac{x}{3}\right)^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x^4}{3^4} = \frac{35}{81} x^4$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{35}{81} x^4 = 560$$

$$\text{বা, } x^4 = 560 \times \frac{81}{35}$$

$$\text{বা, } x^4 = 1296$$

$$\text{বা, } x^4 = (\pm 6)^4$$

$$\therefore x = \pm 6 \text{ (Ans.)}$$

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $(2-x)$ A কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করতে হবে। অর্থাৎ $(2-x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করতে হবে।

$$\left[\text{'ক' হতে পাই } A = \left(1 + \frac{x}{2}\right)^8 \right]$$

[অনুশীলনী ১০.১ এর উদাহরণ ৭ নং দেখা]

প্রশ্ন-২৯ $(1-3x)^5$, $\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$ এবং $\left(x^2 + \frac{K}{x}\right)^6$ তিনটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে বিস্তৃত কর। ২

খ. দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির x^3 ও x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. তৃতীয় রাশির বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে K এর মান কত হবে? ৪

▶ ২৯ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ ২ নং দেখ।

খ. অনুশীলনী-১০.১ এর উদাহরণ ৪ নং দেখ।

গ. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + {}^6C_1 (x^2)^5 \left(\frac{k}{x}\right) + {}^6C_2 (x^2)^4 \left(\frac{k}{x}\right)^2$$

$$+ {}^6C_3 \cdot (x^2)^3 \cdot \left(\frac{k}{x}\right)^3 + \dots$$

$$= x^{12} + {}^6C_1 x^{10} \cdot \frac{k}{x} + {}^6C_2 x^8 \cdot \frac{k^2}{x^2} + {}^6C_3 x^6 \cdot \frac{k^3}{x^3} + \dots$$

এখানে, বিস্তৃতিটির x^3 এর সহগ,

$${}^6C_3 k^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot k^3 = 20k^3$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 20k^3 = 160$$

$$\text{বা, } k^3 = \frac{160}{20}$$

$$\text{বা, } k^3 = 8$$

$$\text{বা, } k^3 = 2^3$$

$$\therefore k = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩০ ▶ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি নিম্নরূপে:

(i) $1 + x$ (ii) $1 - x$ (iii) $2x + 1$

ক. (i) নং রাশির বর্গকে হর এবং (iii) নং রাশিকে লব ধরে গঠিত ভগ্নাংশকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. সূচকের মৌলিক সূত্রটি লেখ। (i) নং রাশিকে 4 এর সূচক এবং (ii) নং রাশিকে 4 এর সূচক ধরে গঠিত রাশিদ্বয়ের সমষ্টি 10 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(p + 1)$ তম পদ কত? (i) নং এবং (ii) নং রাশির গুণফলের সূচক n হলে, এর বিস্তৃতির চতুর্থ পদের সহগের সংখ্যাসূচক মান, তৃতীয় পদের সহগের দ্বিগুণ হয়। n এর মান নির্ণয় কর। 8

▶ ৩০নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. (i) রাশির বর্গকে হর ও (iii) নং রাশিকে লব ধরে গঠিত ভগ্নাংশ

$$= \frac{2x + 1}{(1 + x)^2}$$

$$\text{ধরি, } \frac{2x + 1}{(1 + x)^2} = \frac{A}{1 + x} + \frac{B}{(1 + x)^2} \dots\dots\dots(i)$$

(i) নং এর উভয়পক্ষে $(1 + x)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই-

$$2x + 1 = A(1 + x) + B \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং এ $x = -1$ বসিয়ে পাই-

$$2(-1) + 1 = A(1 - 1) + B$$

$$\text{বা, } -2 + 1 = B$$

$$\therefore B = -1$$

(ii) নং-এ x এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$2x + 1 = A + Ax + B = Ax + (A + B)$$

$$\therefore A = 2$$

$$\frac{2x + 1}{(1 + x)^2} \text{ এর আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ} = \frac{2}{1 + x} - \frac{1}{(1 + x)^2} \text{ (Ans.)}$$

খ. সূচকের মৌলিক সূত্র : $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$(i) \text{ নং রাশিকে } 4 \text{ সূচক ধরি} = 4^{1+x}$$

$$(ii) \text{ নং রাশিকে } 4 \text{ এর সূচক ধরি} = 4^{1-x}$$

প্রশ্নমতে,

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$$

$$\text{বা, } 4 \cdot 4^x + \frac{4}{4^x} = 10 \quad \left[\because a^{m+n} = a^m a^n, a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} \right]$$

$$\text{বা, } 4 \cdot 4^x \cdot 4^x + 4 = 10 \cdot 4^x$$

$$\text{বা, } 4(4^x)^2 - 10 \cdot 4^x + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 10a + 4 = 0 \text{ [} 4^x = a \text{ ধরে]}$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 8a - 2a + 4 = 0$$

$$\text{বা, } 4a(a - 2) - 2(a - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (a - 2)(4a - 2) = 0$$

$$\text{হয় } a - 2 = 0 \text{ অথবা, } 4a - 2 = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ বা, } 4a = 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$a = 2 \text{ হলে, } 4^x = 2$$

$$\text{বা, } (4)^x = 4^2 \text{ [} \because \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 2 \text{]}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } a = \frac{1}{2} \text{ হলে, } 4^x = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 4^x = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\text{বা, } 4^x = 4^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

গ. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(p + 1)$ তম পদ = ${}^n C_p x^{n-p} \cdot y^p$. (Ans.)

(i) নং এবং (ii) নং রাশির গুণফলের সূচক n হলে,

$$\text{রাশিটি} = \{(1 + x)(1 - x)\}^n = (1 - x^2)^n$$

$$\text{এখানে, } (1 - x^2)^n = {}^n C_0 1^{n-0} \cdot (-x^2)^0 + {}^n C_1 1^{n-1} \cdot (-x^2)^1 + {}^n C_2 1^{n-2} \cdot (-x^2)^2 + {}^n C_3 1^{n-3} \cdot (-x^2)^3 + \dots$$

$$\text{এখানে, তৃতীয় পদের সহগের সংখ্যাসূচক মান} = {}^n C_2 (-1)^2 = {}^n C_2$$

$$\text{চতুর্থ পদের সহগ} = {}^n C_3 (-1)^3 = - {}^n C_3$$

$$\text{শর্তমতে, } 2 \cdot {}^n C_2 = {}^n C_3$$

$$\text{বা, } 2 \cdot \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\text{বা, } 2 = \frac{n-2}{3}$$

$$\therefore n = 8 \text{ (Ans.)}$$

