

SSC Higher Math

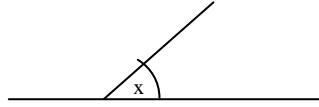
অধ্যয়ভিত্তিক কন্টেন্ট-২০২৩

অধ্যায়-৪: জ্যামিতিক অঙ্কন

প্রয়োজনীয় তথ্য:

- ত্রিভুজের ভূমি ও ভূমি সংলগ্ন কোণ দেওয়া থাকলে প্রথমে একটি সরলরেখা থেকে ভূমির সমান অংশ কেটে নিয়ে তার এক প্রান্তে প্রদত্ত কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে।
- ত্রিভুজের তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে দুইটি বাহুর যোগফল অবশ্যই তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে অন্যথায় ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।
- ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন সম্ভব।
- বৃত্তের ওপর একটি বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায় এবং স্পর্শক ঐ বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।
- স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।
- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে যেভাবেই স্পর্শ করুক, তা কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করবে এবং স্পর্শবিন্দু ও কেন্দ্রদ্বয় সমরেখ হবে।
- দুইটি বৃত্ত একটি সম্পূর্ণভাবে অপরটির অভ্যন্তরে থাকে তবে কোনো সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন সম্ভব নয়।
- একটি বৃত্তের ও সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।
- ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুগামী বৃত্ত পরিবৃত্ত।
- ত্রিভুজের অভ্যন্তরে অবস্থিত বাহুদ্বয়কে স্পর্শকারী বৃত্ত অন্তর্বৃত্ত।
- ত্রিভুজের একটি বাহু ও অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শকারী বৃত্ত বহির্বৃত্ত।
- একটি ত্রিভুজের কেবল একটি অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত কিন্তু বহির্বৃত্ত তিনটি অঙ্কন করা সম্ভব।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



$x = 60^\circ$ হলে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?

- ক) 30° খ) 60° ● 120° ঘ) 180°

ব্যাখ্যা : দুটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি 180° ।

$$\angle x = 60^\circ \text{ এর সম্পূরক কোণ হবে } (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$$

$$\therefore \text{ সম্পূরক কোণের অর্ধেক} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

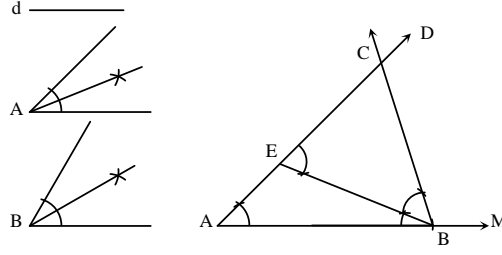
২. i. যেকোনো দৈর্ঘ্যের তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় না।
ii. শুধুমাত্র ব্যাসার্ধ জানা থাকলে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।
iii. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক আঁকা যায়।

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii ● i ও iii ঘ i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৩ কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle A$ ও $\angle B$ এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি AM এর A বিন্দুতে $\angle A$ এর সমান করে $\angle MAD$ আঁকি।

ধাপ ২ : AD রেখাংশ থেকে d এর সমান করে AE অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : এখন E বিন্দুতে $\angle DEB = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : EB রেখাংশ AM কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

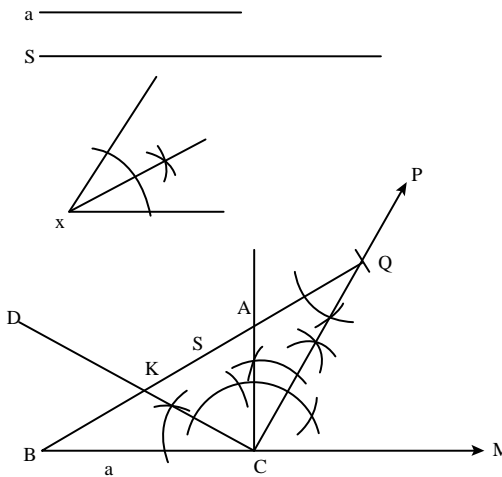
ধাপ ৫ : এখন B বিন্দুতে $\angle DEB$ এর সমান করে $\angle EBC$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৬ : BC রশ্মি AD রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C যোগ করি।

তাহলে, ABC ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৪ কোনো ত্রিভুজের ভূমি, ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a , ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle X$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle x$ এর সমান করে $\angle BCD$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : এখন, CD এর উপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে S এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি তা CP কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, Q যোগ করি।

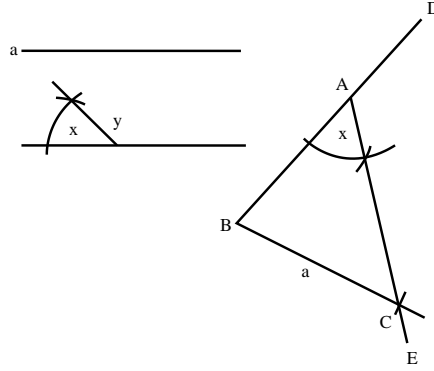
ধাপ ৬ : এখন CP রেখার C বিন্দুতে $\angle BQC$ এর সমান করে $\angle QCA$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৫ ৥ ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, শিরঃকোণ $\angle x$ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BD এর ওপর A যেকোনো একটি বিন্দু নিই।

ধাপ ২ : A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle BAE$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

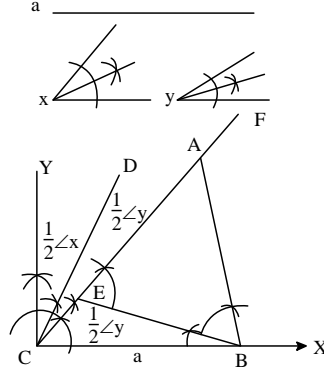
ধাপ ৪ : বৃত্তচাপটি AE কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, C যোগ করি।

তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৬ ৥ ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



কোনো ত্রিভুজের ভূমি a , শিরঃকোণ $\angle x$ এবং অপর কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle y$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি CX হতে ভূমি a এর সমান করে CB অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : C বিন্দুতে CB এর ওপর CY লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : C বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle x$ এর সমান করে $\angle YCD$ অঙ্কন করি এবং $\frac{1}{2} \angle y$ এর সমান করে $\angle DCF$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে এখন $\frac{1}{2} \angle y$ এর সমান করে $\angle CBE$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৫ : BE রেখা CF রেখাকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

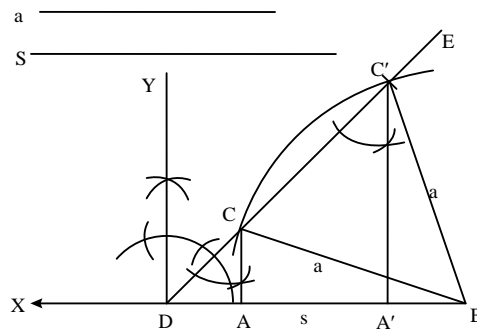
ধাপ ৬ : B বিন্দুতে এখন $\angle FEB$ এর সমান করে $\angle EBA$ কোণ অঙ্কন করি।

ধাপ ৭ : BA রেখা CF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC ত্রিভুজই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ৯ : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX হতে S এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই

ধাপ ২ : D বিন্দুতে BD এর উপর DY লম্ব আঁকি এবং $\angle BDY$ এর অর্ধেক করে $\angle BDE$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অতিভুজ a -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৪ : বৃত্তচাপটি DE রশ্মিকে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, C ও B, C' যোগ করি।

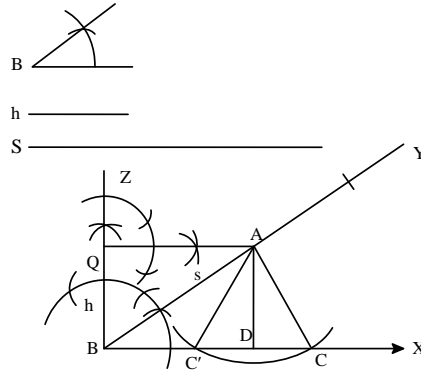
ধাপ ৬ : এখন, C ও C' বিন্দুতে $\angle CDB$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle DCA$ এবং $\angle DC'A'$ আঁকি।

ধাপ ৭ : CA ও C'A' রেখাংশদ্বয় DB রেখাংশকে যথাক্রমে A ও A' বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ ও $\triangle A'BC'$ -ই-নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৮ ॥ ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle B$, উচ্চতা h , এর অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX -এর B বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান করে $\angle XBY$ আঁকি।

ধাপ ২ : BY হতে S এর সমান করে BP অংশ কেটে নিই। B বিন্দুতে $BZ \perp BX$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BZ হতে উচ্চতা h এর সমান করে BQ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৪ : Q বিন্দুতে $QA \perp BZ$ আঁকি।

ধাপ ৫ : QA রেখা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

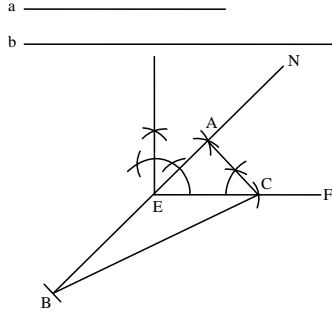
ধাপ ৬ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা BX রশ্মিকে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৭ : A, C এবং A, C' যোগ করি।

তাহলে, $\triangle ABC$ এবং $\triangle ABC'$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৯ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FEN = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ২ : এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EB = d$ হয়।

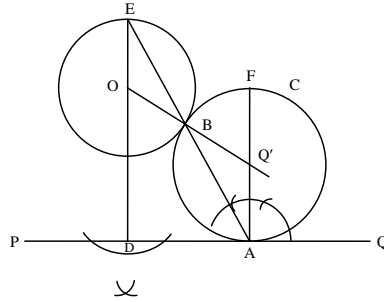
ধাপ ৩ : অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : পরিশেষে C বিন্দুতে EC-এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১০ এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।

সমাধান :



মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

- **অবস্থা ১ :** O বিন্দুতে PQ রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।
- **অবস্থা ২ :** DO রেখার এক প্রান্তে E বিন্দুতে $\angle FEN = 45^\circ$ আঁকি।
- **অবস্থা ৩ :** E, A বিন্দুতে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ৪ :** A বিন্দুতে AF লম্ব PQ রেখার উপর আঁকি।
- **অবস্থা ৫ :** O, B বিন্দুতে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ৬ :** Q'-এ $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ৭ :** Q'-এ $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ৮ :** Q'-এ $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ৯ :** Q'-এ $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- **অবস্থা ১০ :** Q'-এ $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA, EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : OC-কে বর্ধিত করায় তা সমদিক্কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

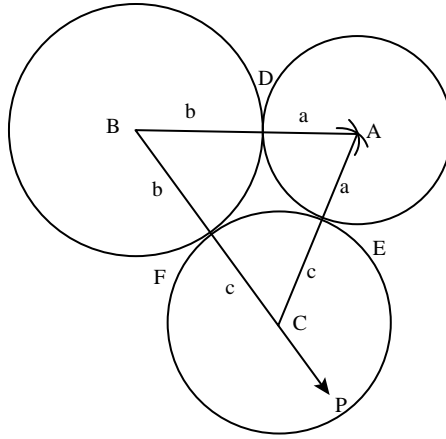
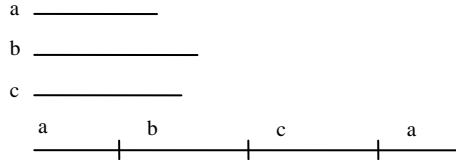
ধাপ ৫ : O' থেকে O'A \perp PQ আঁকি।

ধাপ ৬ : এখন, O' কে কেন্দ্র করে O'A বা O'C এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ১৩ ৥ ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

সমাধান :



মনে করি, a, b, c তিনটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। এই তিনটি রেখাংশকে ব্যাসার্ধ হিসেবে নিয়ে এমন তিনটি বৃত্ত আঁকতে হবে যারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BP হতে (b + c) এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : B কে কেন্দ্র করে (b + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৩ : আবার, C কে কেন্দ্র করে (c + a) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

ধাপ ৪ : চাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

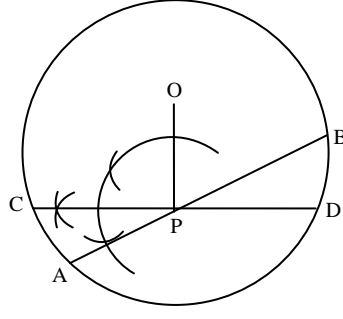
ধাপ ৫ : A, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে a, b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে তিনটি বৃত্ত আঁকি।

ধাপ ৬ : বৃত্তগুলো পরস্পরকে D, E ও F বিন্দুতে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে।

তাহলে উক্ত বৃত্ত তিনটিই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন ১৪ ৥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB জ্যা-এর P যেকোনো বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে। যেন $CP^2 = AP \cdot PB$ হয়।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা-এর উপর P যেকোনো একটি বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে অপর একটি জ্যা CD অঙ্কন করতে হবে যেন, $CP^2 = AP \cdot PB$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, P যোগ করি।

ধাপ ২ : P বিন্দুতে $OP \perp CP$ আঁকি।

ধাপ ৩ : লম্বটি বৃত্তকে C বিন্দুতে এবং CP এর বর্ধিতাংশ বৃত্তকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে CD-ই নির্ণেয় জ্যা।

প্রশ্ন ১৫ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে. মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে. মি.।

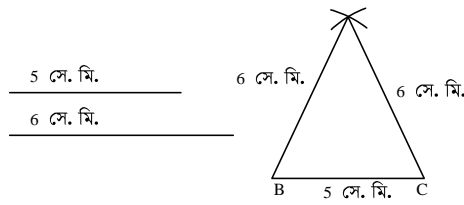
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা পূর্বে অঙ্কিত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু Q দিয়ে যায়।

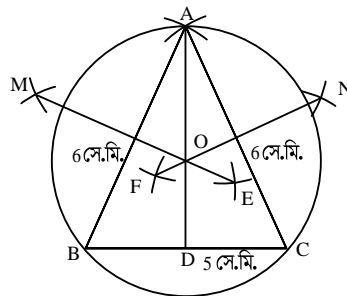
সমাধান :

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো :



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, যার ভূমি $BC = 5$ সে. মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = AC = 6$ সে. মি.।

খ.



ABC ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২ : A, O যোগ করি। O-কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় : ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে BC এর উপর AD লম্ব আঁকি।

এখন, ΔABD -এ

$$AD^2 + BD^2 = AB^2 \text{ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]}$$

$$\text{বা, } AD^2 = AB^2 - BD^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= 6^2 - (2.5)^2$$

$$= 36 - 6.25 = 29.75$$

$$\therefore AD = 5.45$$

ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

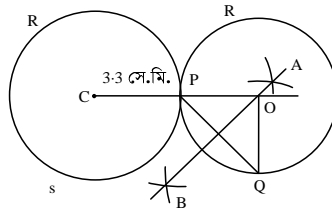
$$AB \cdot AC = 2R \cdot AD \quad [\text{ব্রহ্মগুণ্ডের উপপাদ্য অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } 2R \times 5.45 = 6 \times 6$$

$$\text{বা, } R = \frac{36}{10.9} = 3.3 \text{ সে. মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ } 3.3 \text{ সে. মি. (প্রায়)।}$$

গ.



‘খ’ থেকে প্রাপ্ত পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.3 সে. মি.। এখন r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র C, P ঐ বৃত্তের ওপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

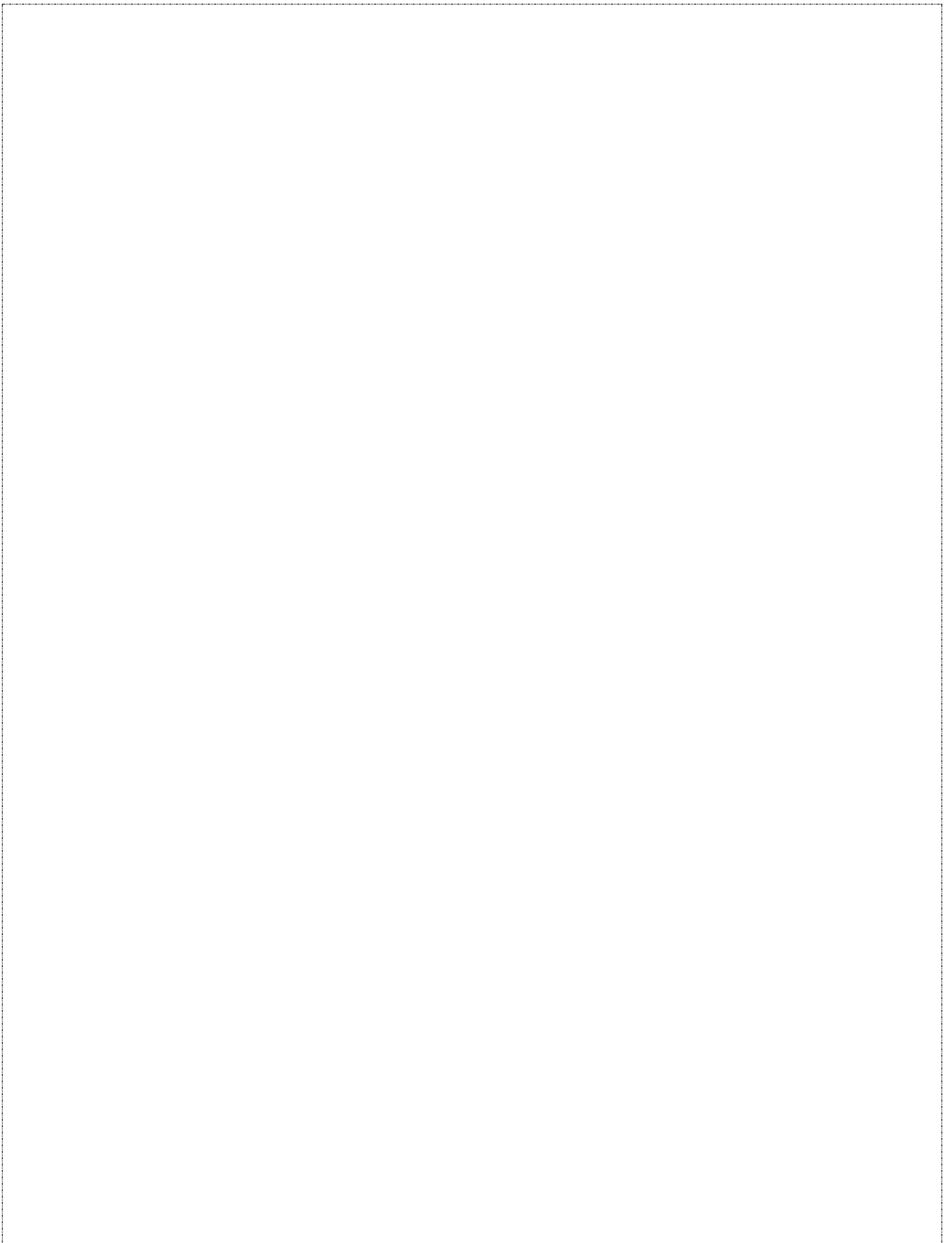
ধাপ ২ : PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩ : C,P যোগ করি এবং বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : বর্ধিত CP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত PQR-আঁকি।

তাহলে, PQR -ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

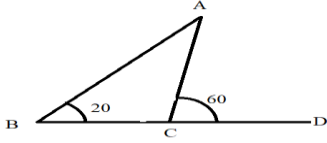


MCQ 2016 to 2020

১. 2.5 সে.মি., 3.5 সে.মি. এবং 4.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রেয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের পরিসীমা কত সে.মি.? **[রা. বো. ২০]**

- (ক) 10.5 (খ) 15
(গ) 21 (ঘ) 31.5

২.



চিত্রে, $\angle BAC$ এর মান কত?

- (ক) 20° (খ) 40°
(গ) 60° (ঘ) 80°

৩. 50° কোণের সম্পূরক কোণের দ্বিগুণ নিচের কোনটি? **[ব. বো. ২০]**

- (ক) 80° (খ) 100°
(গ) 130° (ঘ) 260°

৪. $\angle X = 20^\circ$ হলে, $\angle X$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেক কত? **[দ. বো. ২০]**

- (ক) 10° (খ) 35°
(গ) 80° (ঘ) 160°

৫. 3 সে. মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে. মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রেয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের পরিসীমা কত? **[ঘ. বো. ২০]**

- (ক) 60 সে.মি. (খ) 24 সে.মি.
(গ) 12 সে.মি. (ঘ) 6 সে.মি.

৬. $\angle Y = 70^\circ$ এর $\angle Y$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? **[কু. বো. ১৯]**

- (ক) 35° (খ) 55°
(গ) 80° (ঘ) 160°

৭. $\angle M = 50^\circ$ হলে $\angle M$ এর পূরক কোণের দ্বিগুণ কত? **[চ. বো. '১৯]**

- (ক) 40° (খ) 80°
(গ) 130° (ঘ) 260°

৮. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কতটি স্পর্শক আঁকা যায়? **[ব. বো. '২০]**

- (ক) 1 (খ) 2

(গ) 3

(ঘ) অসংখ্য

(খ)

৯. সে. মি., সে. মি., সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রে তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের—

- i. পরিসীমা 18 সে. মি.
ii. ক্ষেত্রফল 14.70 বর্গ সে. মি. (প্রায়)
iii. একটি কোণ সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

[সি. বো. '২০]

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

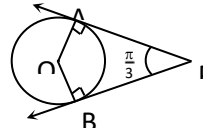
(ক)

১০. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কতটি স্পর্শক আঁকা যায়? **[ব. বো. ১৬]**

- K1 L2 M3 N অসংখ্য

(খ)

১১.



[দি. বো. ১৬]

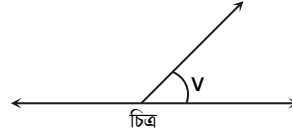
চিত্রে $\angle AOB$ এর মান কত?

- K $\frac{\pi}{4}$ L $\frac{\pi}{2}$ M $\frac{2\pi}{3}$ N $\frac{3\pi}{2}$

(গ)

১২.

[রা. বো. ১৬]



$y = 50^\circ$ হলে, $\angle y$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?

- K 130° L 120° M 25° N 65°

(ঘ)

১৩. 80° এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? **[দি. বো. ১৬]**

- K 100° L 90° M 50° N 25°

(গ)

১৪. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত রেডিয়ান? **[দি. বো. ১৬]**

- K $\frac{\pi}{2}$ L π M $\frac{3\pi}{3}$ N 2π

(খ)

১৫. একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে যদি ত্রিভুজটির—

- i. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকে
ii. ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া থাকে
iii. উচ্চতা, ভূমির উপর অঙ্কিত মধ্যমা এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

[দি. বো. ১৭]

Ki ও ii

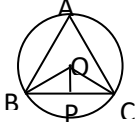
Li ও iii

Mii ও iii

Ni, ii ও iii

ঘ

১৬.



চিত্রে BC = 4 সে.মি. এবং OP লম্বের দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে

—

[ঢা. বো. ১৬]

i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ সে.মি.

ii. ΔOCP এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

iii. OP কে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তের পরিধি 2π সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

Ki ও ii

Li ও iii

Mii ও iii

Ni, ii ও iii

ঘ

১৭. i. যেকোনো দৈর্ঘ্যের তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় না

ii. শুধুমাত্র ব্যাস দেওয়া থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়

iii. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একাধিক স্পর্শক আঁকা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

[ঢা. বো. ১৬]

Ki ও ii

Li ও iii

Mii ও iii

Ni, ii ও iii

ক

১৮. শুধু একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে —

i. সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়।

ii. বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়।

iii. আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক?

[কু. বো. ১৫]

Ki ও ii

Li ও iii

Mii ও iii

Ni, ii ও iii

ক

নিচের তথ্যের আলোকে (১৯ ও ২০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A, B ও C কেন্দ্রবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে, যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

[কু. বো. ১৭]

১৯. ABC ত্রিভুজের পরিসীমা কত সে.মি.?

K15 L 30 M45 N77.

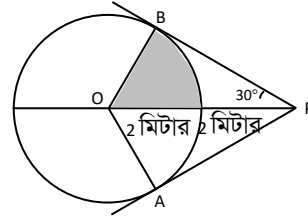
খ

২০. বৃত্ত তিনটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি কত বর্গ সে.মি.?

K $15\pi^2$ L 30π M 77π N $77\pi^2$

গ

নিচের তথ্য থেকে (২১ ও ২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২১. PB এর দৈর্ঘ্য কত মি.?

[ন. প্র. কু. বো.]

K $\sqrt{21}$ L $\sqrt{29}$ M 21 N $2\sqrt{3}$

ঘ

২২. গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.?

[ন. প্র. কু. বো.]

K $\frac{2\pi}{3}$ L π M $\frac{3\pi}{2}$ N 4π

ক

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $\angle x = 40^\circ$, $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত?



ক 75° ● 70° গ 65° ঘ 60°

২. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 20 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 8 মিটার বাগানের বেত্রফল কত?

ক 8 বর্গমিটার খ 10 বর্গমিটার ● 16 বর্গমিটার
ঘ 24 বর্গমিটার

৩. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য (সে.মি.) দেওয়া থাকলে কোন বেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়?

ক 3, 4, 5 খ 6, 8, 10
গ 5, 12, 13 ● 12, 15, 19

৪. একটি সামান্তরিক আঁকতে কমপবে কতটি তথ্যের প্রয়োজন?

● 3 খ 4
গ 5 ঘ 6

৫. তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে, যাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5, 6 ও 7 সে.মি.। বৃত্ত তিনটির কেন্দ্র দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা কত?

ক 9 সে.মি. খ 18 সে.মি. ● 36 সে.মি.
ঘ 54 সে.মি.

৬. 1 cm, 2 cm ও 3 cm বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায় কি?

ক অঙ্কন করা যায় খ জানা নেই
● অঙ্কন করা যাবে না ঘ ক ও গ

৭. বৃত্তের বেত্রে—

i. বৃত্ত এবং এর ছেদকের একটি মাত্র সাধারণ বিন্দু থাকে

ii. স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব

iii. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইয়ের অধিক স্পর্শক আঁকা অসম্ভব

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ● ii ও iii

গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮. শুধু একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে—

i. সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়

৯. 70° এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? (মধ্যম)

ক) 110° ● 55° গ) 20° ঘ) 10°

১০. PQR সমবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সম্পূরক কোণের দুই তৃতীয়াংশের মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ক) 60° ● 80° গ) 100°
ঘ) 130°

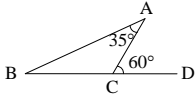
১১. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, নিচের কোন বেঞ্জে সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (সহজ)

ক) 3, 4, 6 খ) 5, 7, 9 ● 5, 12, 13
ঘ) 6, 8, 11

১২. কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 3 : 4 : 5 এবং পরিসীমা 240 সে.মি. হলে, বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ক) 30 সে.মি. খ) 60 সে.মি.
● 80 সে.মি. ঘ) 100 সে.মি.

১৩.



চিত্রে $\angle ABC$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) 15° ● 25° গ) 45° ঘ) 55°

১৪. সমকোণী ত্রিভুজের শিরঃকোণ 60° হলে অপর কোণ কত হবে? (মধ্যম)

ক) 90° খ) 60° ● 30° ঘ) 20°

১৫. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অনুপাত কোনটি হবে? (মধ্যম)

ক) 3 : 2 খ) 3 : 1 গ) 2 : 1 ● 1 : 1

১৬. 50° কোণের সম্পূরক কোণের এক-পঞ্চমাংশ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 26° খ) 30° গ) 35° ঘ) 36°

১৭. 45° কোণের পূরক কোণের দ্বিগুণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) 30° খ) 45° গ) 60° ● 90°

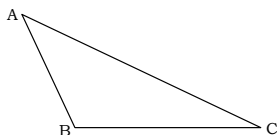
১৮. সরল কোণের এক-তৃতীয়াংশ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক) 45° ● 60° গ) 120° ঘ) 180°

১৯. কোনো ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ এর শীর্ষকোণের সমান হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকারের? (সহজ)

ক) সমবাহু ● সমদ্বিবাহু গ) বিষমবাহু ঘ) সমকোণী

২০.



ii. বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়

iii. আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

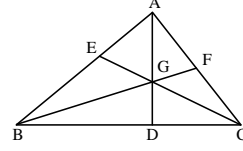
● i ও ii খ) ii ও iii

গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

চিত্রে $\triangle ABC$ কোন প্রকৃতির ত্রিভুজ? (সহজ)

● স্কালকোণী খ) সূক্ষকোণী গ) বিষমবাহু ঘ) সমদ্বিবাহু

২১.



ABC ত্রিভুজে CE, AD ও BF যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যমা হলে কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

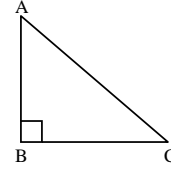
● $2EC = 3GC$ খ) $2AD = 2GC$

গ) $2BG = 2BA$ ঘ) $AD = CE$

২২. $\angle x = 55^\circ$ হলে $\angle x$ এর পূরক কোণের অর্ধেকের মান কত? (মধ্যম)

ক) 25° খ) 105° ● 125° ঘ) 145°

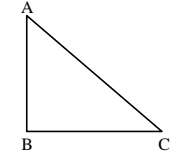
২৩.



ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $\angle BAC$ এর পূরক কোণের মান কত? (মধ্যম)

ক) 25° ● 45° গ) 90° ঘ) 145°

২৪.



ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\angle A$ খ) $\angle B$ গ) $\angle C$ ঘ) $\angle A + \angle B$

২৫. 65° কোণের সম্পূরক কোণের দ্বিগুণ কত? (মধ্যম)

ক) 115° খ) 125° গ) 130° ● 230°

ব্যাখ্যা : যেহেতু দুইটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি 180°

$\therefore 65^\circ$ কোণের সম্পূরক কোণ = $(180^\circ - 65^\circ) = 115^\circ$

\therefore দ্বিগুণ $(115^\circ \times 2) = 230^\circ$

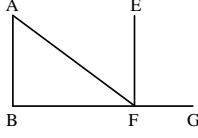
২৬. কোনো নির্দিষ্ট কোণ ও তার পূরক কোণের সমষ্টি কত ডিগ্রি? (সহজ)

● 90 খ) 130 গ) 180 ঘ) 360

২৭. কোনো ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণের সমষ্টি 135° হলে ত্রিভুজের একটি কোণের মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক) 30° ● 45° গ) 55° ঘ) 115°

২৮.



AB||EF হলে $\angle AFE$ এর মান কত? (সহজ)

- ক) 35° ● 55° গ) 85° ঘ) 105°

২৯. ত্রিভুজ ঝাঁকা সম্ভব হবে যদি দেওয়া থাকে—

- i. তিনটি বাহু
ii. তিনটি কোণ
iii. দুই বাহু ও এককোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩০. 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে—

- i. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস হবে 5 সে.মি.
ii. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে 2.88 সে.মি.
iii. ত্রিভুজটির শীর্ষকিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4.33 সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩১. একটি ত্রিভুজের ভূমি a ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি S দেওয়া আছে।

ত্রিভুজটি ঝাঁকতে হলে— (মধ্যম)

- i. ত্রিভুজের পরিসীমা = a + s হবে
ii. $a > s$ হবে
iii. $s > a$ হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩২. i. কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি ঝাঁকা সম্ভব

ii. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি ঝাঁকা যায়

iii. রম্বসের এক বাহু দেওয়া থাকলে রম্বস ঝাঁকা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৩. i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণের মান 45°

ii. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান

iii. বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৪. i. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা

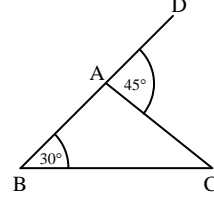
ii. সরলকোণের মান 180°

iii. 75° কোণের পূরক কোণের মান 25°

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৫.



চিত্রে—

i. $\angle ACB = 15^\circ$

ii. $\angle BAC = 135^\circ$

iii. $AB \neq AC$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৬. ত্রিভুজের ভূমি S ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি P দেওয়া আছে। এবেদ্রে—

i. $S = P$

ii. $P > S$

iii. ত্রিভুজটির পরিসীমা $S + P$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৭. শুধু একটি বাহু দেওয়া থাকলে ঝাঁকা যায়—

i. বর্গক্ষেত্র

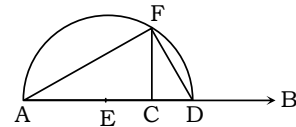
ii. সমবাহু ত্রিভুজ

iii. রম্বস

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৮.



চিত্রে সমকোণ হলো—

i. $\angle ACF$

ii. $\angle FCD$

iii. $\angle AFD$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৯ – ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 একক এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 14 একক। ত্রিভুজটির উচ্চতা h একক।

৩৯. h এর মান কত? (মধ্যম)

- কি 4 খি 6 গি 4 অথবা 6 ● 6 অথবা 8

৪০. ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

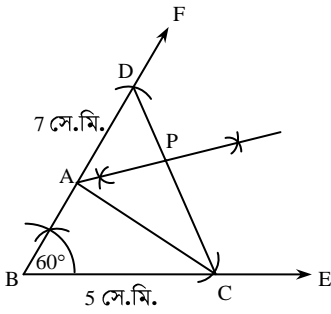
- 14 - h খি 14 - h² গি $\sqrt{14 - h}$ ঘি $\sqrt{14^2 - h^2}$

৪১. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

- কি 12 ● 24 গি 48 ঘি 96

ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ বর্গ একক

নিচের চিত্রের আলোকে ৪২ - ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



AP, CD এর লম্বদ্বিখন্ডক। BD = 7 সে.মি. এবং BC = 5 সে.মি.।

৪২. $\triangle APD$ ও $\triangle APC$ এর মধ্যে পরস্পর সম্পর্ক কী? (সহজ)

- কি $\triangle APD \leq \triangle APC$ ● $\triangle APD \cong \triangle APC$
গি $\triangle APD > \triangle APC$ ঘি $\triangle APC \geq \triangle APD$

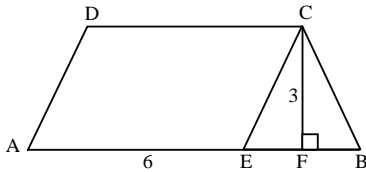
৪৩. AC এর মান কোনটি?

- কি 5 - AB খি 5 - AP ● 7 - AB
ঘি 7 - AP

৪৪. AB + AC = কত সে.মি.? (সহজ)

- কি 5 ● 7 গি 12 ঘি 14

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৫ - ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৫. AECD কোন ধরনের চতুর্ভুজ? (সহজ)

- কি আয়তক্ষেত্র খি বর্গ গি রম্বস ●

সামান্তরিক

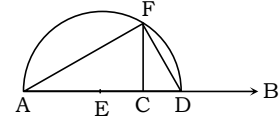
৪৬. ABCD বৃত্তস্থ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- AD = BC খি BC = AF গি CD = AB ঘি BE = BC

৪৭. ABCD চতুর্ভুজের বেষ্ট্রফল কত? (সহজ)

- কি 10 বর্গ একক খি 12 বর্গ একক
● 15 বর্গ একক ঘি 16 বর্গ একক

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৮ - ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৮. $\angle AFD =$ কত হবে? (সহজ)

- কি 45° ● 90° গি 95° ঘি 115°

৪৯. চিত্রে $\angle CFD$ এর সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- কি $\angle FAB$ খি $\angle AFC$ ● $\angle FAC$ ঘি $\angle FAD$

৫০. $\angle FAC + \angle AFC =$ কত হবে? (মধ্যম)

- 90° খি 100° গি 120° ঘি 180°

৫১. বৃত্তের পরিধির কোনো বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব? (সহজ)

- 1 খি 2 গি 4 ঘি অসংখ্য

৫২. স্থূলকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে এর পরিবেশ্র্দ কোথায় থাকবে? (সহজ)

- কি অতিভুজে ● বহির্ভাগে
গি অভ্যন্তরে ঘি বৃত্তের বাহুরে

৫৩. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে এর পরিবেশ্র্দ কোথায় থাকবে? (সহজ)

- কি অতিভুজে খি ভূমিতে ● অভ্যন্তরে ঘি বহির্ভাগে

৫৪. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তকে ঐ ত্রিভুজের কী বলে?

- কি বহিঃবৃত্ত খি অন্তবৃত্ত ● পরিবৃত্ত ঘি নববিন্দু বৃত্ত

৫৫. সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করলে তার কেন্দ্র কোথায় থাকবে?

- কি ভূমির উপর ● লম্বের উপর
গি অতিভুজের উপর ঘি অভ্যন্তরে

৫৬. বৃত্তের ব্যাস d হলে এর পরিধি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- কি $2\pi r$ ● πd গি $2\pi d$ ঘি $\frac{1}{2}\pi d$

৫৭. ত্রিভুজের পরিবেশ্র্দ, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের বেষ্ট্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

- কি 0 ● 1 গি 5 ঘি 10

৫৮. 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বহিঃস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্ব 6 সে.মি. হলে, ঐ বিন্দু হতে বৃত্তের ওপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

- কি 6.32 সে.মি. খি 5.91 সে.মি.
● 5.66 সে.মি. ঘি 4.47 সে.মি.

৫৯. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত P বিন্দুতে পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে, $\angle APB =$ কত? (মধ্যম)

- কি 0° খি 90° ● 180° ঘি 300°

৬০. একটি সরলরেখা কোনো বৃত্তকে স্পর্শ করলে তা ঐ বৃত্তকে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে? (সহজ)

- 1 খি 2 গি 3 ঘি 4

৬১. ২ সে.মি., ৩ সে.মি., ও ৪ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্তের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার পরিসীমা কত সে.মি.? (মধ্যম)

- ক) ৯ ● ১৮ গ) ২৭ ঘ) ৩৬

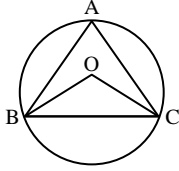
৬২. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? (সহজ)

- ২ খ) ৩ গ) ৪ ঘ) ৫

৬৩. ২৫ বর্গ সে.মি. বেত্রফলবিশিষ্ট বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের বেত্রফল কত? (মধ্যম)

- ক) 5.2π বর্গ একক খ) 10.5π বর্গ একক
● 12.5π বর্গ একক ঘ) 18.5π বর্গ একক

৬৪.



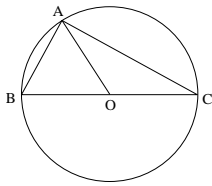
চিত্রে $\angle A = 60^\circ$ এবং O বৃত্তের কেন্দ্র। $\angle BOC$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) 30° খ) 60° গ) 90° ● 120°

৬৫. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করে। বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ ৪ ও ৬ একক হলে কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? (মধ্যম)

- ২ খ) ৪ গ) ৬ ঘ) ৮

৬৬. নিচের বৃত্তটিতে—



i. $OA = AB$

ii. $OA = \frac{1}{2}BC$

iii. $\angle AOC = 2\angle ABC$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

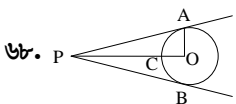
- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৭. বৃত্তের—

- i. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী
ii. শুধু কেন্দ্র জানা থাকলে বৃত্ত আঁকা যায়
iii. বৃহত্তম জ্যা বৃত্তের ব্যাস

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



৬৮.

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক PA ও PB হলে—

i. $PA = PB$

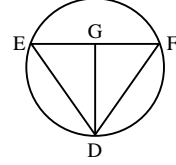
ii. $\angle PAO = 90^\circ$

iii. $OA = AC$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬৯.



চিত্রে—

i. $\angle DGE = 2\angle DFE$

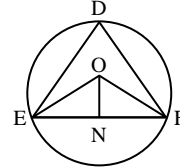
ii. $GD = \frac{1}{2}EF$

iii. $GD = FD$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭০.



চিত্রে $EF = 4$ সে.মি. ও ON লম্বের দৈর্ঘ্য ১ সে.মি. হলে—

i. ΔOFN এর ক্ষেত্রফল ১ বর্গ সে.মি.

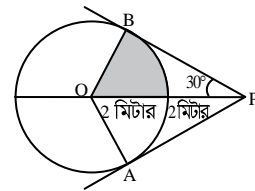
ii. ON কে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তের পরিধি 2π সে.মি.

iii. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে ৭১ ও ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৭১. PB এর দৈর্ঘ্য কত? (সহজ)

- ক) $\sqrt{21}$ মি. খ) $\sqrt{29}$ মি. গ) ২১ মি.
● $2\sqrt{3}$ মি.

৭২. গাঢ় চিহ্নিত অংশের বেত্রফল কত? (মধ্যম)

- $\frac{2\pi}{3}$ বর্গ মি. খ) π বর্গ মি. গ) $\frac{3\pi}{2}$ বর্গ মি.
ঘ) 4π বর্গ মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

1, 2 ও 3 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে যাদের কেন্দ্র যথাক্রমে, p, q ও r।

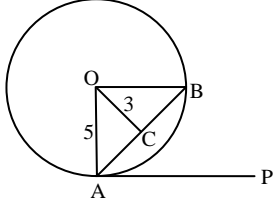
৭৩. pq এর দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

- কি 1 একক খি 2 একক ● 3 একক ঘি 4 একক

৭৪. Δpqr এর পরিসীমা কত একক? (মধ্যম)

- কি 6 ● 12 গি 16 ঘি 24

নিচের চিত্রে আলোকে ৭৫ – ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং কেন্দ্র থেকে AB জ্যা এর লম্ব দূরত্ব 3 সে.মি.।

৭৫. বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব কত সে.মি.? (সহজ)

- কি 3 খি 4 ● 5 ঘি 8

৭৬. AB জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

- কি 3 খি 4 গি 5 ● 8

৭৭. ΔAOB এর বেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

- কি 6 খি 10 ● 12 ঘি 24

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮৩. ত্রিভুজের ভূমি, শিরকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকলে কয়টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়?

- কি 2 ● 1 গি 4 ঘি 5

৮৪. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 6 : 8 : 10 হলে, এর বৃহত্তর কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রি?

- কি 60 ● 90 গি 120 ঘি 180

৮৫. কোনো বর্গের অন্তর্লিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 সে.মি. হলে, বর্গটির একবাহুর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.?

- কি 5 ● $10\sqrt{2}$ গি 20 ঘি 25

৮৬. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের নাম কী?

- পরিবৃত্ত খি অন্তঃবৃত্ত গি বহিঃবৃত্ত ঘি নববিন্দুবৃত্ত

৮৭. 3 সে.মি., 1 সে.মি. এবং 6 সে.মি. রেখা দ্বারা অঙ্কিত ত্রিভুজের বেত্রফল কত?

- কি 9 ব. সে. মি. খি 10 ব. সে. মি.

- ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয় ঘি অসীম

৮৮. সমকোণী ত্রিভুজের শিরকোণ 30° হলে অপর কোণ কত ডিগ্রি হবে?

- কি 30 খি 40 ● 60 ঘি 70

3, 4 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রগুলো যোগ করলে যে ত্রিভুজ পাওয়া যায় তার পরিসীমা 24 সে.মি.।

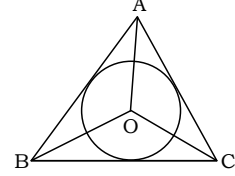
৭৮. r = কত সে.মি.? (মধ্যম)

- কি 3 ● 5 গি 7 ঘি 25

৭৯. r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের বেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

- কি 7π খি 14π ● 25π ঘি 49π

নিচের চিত্রের আলোকে ৮০ – ৮২নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC -এর অভ্যন্তরে অবস্থিত।

৮০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC -এর— (সহজ)

- কি পরিবৃত্ত খি বহিঃবৃত্ত ● অন্তঃবৃত্ত
ঘি উপবৃত্ত

৮১. O, ΔABC এর— (মধ্যম)

- ভরকেন্দ্র খি উপবৃত্ত গি লম্ববিন্দু ঘি উপকেন্দ্র

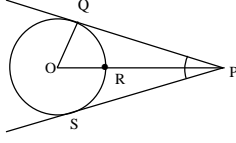
৮২. নিচের কোনটি সঠিক? (কাঠিন্য)

- কি $OA + OB + OC > AB + BC + AC$
খি $OA + OC < BC$
● $OA + OB + OC < AB + AC + BC$
ঘি $\angle A + \angle B = \angle C + \angle O$

৮৯. কোন ত্রিভুজের—

- i. পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ
ii. ভূমি, ভূমি সংলগ্ন কোণ ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব
iii. ভরকেন্দ্র যেকোনো মধ্যমাকে 1 : 2 অনুপাতে বিভক্ত করে
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

৯০.



0 কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের স্পর্শক PQ ও PS হলে-

i. $\angle OQP = 90^\circ$

ii. $OQ = OR$

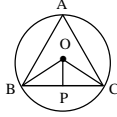
iii. $PQ = PS$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii

ও iii

৯১.



চিত্রে, $BC = 4$ সে.মি. ও OP লম্বের দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে-

i. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\sqrt{5}$ সে.মি.

ii. ΔOCP এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

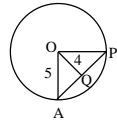
iii. OP কে ব্যাসার্ধ ধরে অঙ্কিত বৃত্তের পরিধি 2π সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ● i, ii

ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে ৯২ - ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 একক এবং কেন্দ্র থেকে AP জ্যা এর লম্ব দূরত্ব 4 একক।

৯২. বৃত্তের কেন্দ্র থেকে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

- 5 খ) 4 গ) 9 ঘ) 1

ব্যাখ্যা : কেন্দ্র থেকে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব = বৃত্তের

ব্যাসার্ধ = 5 একক।

৯৩. AP জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত একক?

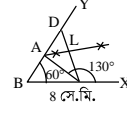
(মধ্যম)

- ক) 5 খ) 4 ● 6 ঘ) 1

৯৪. ΔOAP -ত্রিভুজের বেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

- 6 খ) 12 গ) 24 ঘ) 10

নিচের চিত্রের আলোকে ৯৫ - ৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $BD = 7$ সে.মি. $BC = 4$ সে.মি. AL, CD এর লম্বসম্বন্ধিত

৯৫. $AB + AC$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক) 4 সে.মি. খ) 3 সে.মি.
● 7 সে.মি. ঘ) 2 সে.মি.

৯৬. ΔABC এর শিরঃকোণ কত?

(সহজ)

- ক) 30° খ) 50° গ) 60° ● 70°

৯৭. ΔABC এর পরিসীমা কত?

(মধ্যম)

- 11 সে.মি. খ) $(7 + 4 + AC)$

সে.মি.

- গ) $(AB + BC + 7)$ সে.মি.

- ঘ) 7 সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে ৯৮ - ১০০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

1, 2 ও 3 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। যাদের কেন্দ্র যথাক্রমে a, b, c।

৯৮. ab এর দৈর্ঘ্য কত ?

(মধ্যম)

- ক) 4 একক ● 3 একক
গ) 2 একক ঘ) 1 একক

৯৯. বৃত্তত্রয়ের মোট বেত্রফল কত বর্গ একক?

(কঠিন)

- ক) 6π খ) 10π গ) 12π ● 14π

১০০. Δabc এর পরিসীমা কত একক?

(কঠিন)

- ক) 6 ● 12 গ) 24 ঘ) 18

সৃজনশীল প্রশ্ন:

১. রাজশাহী বোর্ড ২০২০

$\triangle LMN$ এর উচ্চতা h , ভূমির উপর মধ্যমা LP এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle LMN = 60^\circ$.

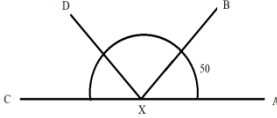
ক. $\angle X = 50^\circ$ হলে $\angle X$ এর সম্পূরক কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত কর। (অঙ্কন আবশ্যিক) ২

খ. LMN ত্রিভুজটি আঁক। (আঁকার চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $LM^2 + LN^2 = 2(LP^2 + PM^2)$. ৪

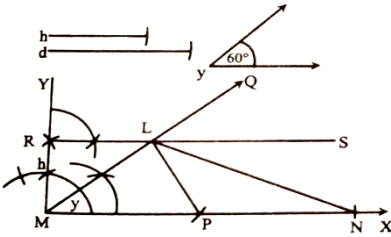
⇒ ১নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. এখানে, $\angle AXB = 50^\circ$

$\angle AXB$ এর সম্পূরক কোণ $\angle BXC$ কে XD রেখাংশ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত করা হয়েছে।



খ. মনে করি, LMN ত্রিভুজের উচ্চতা h , ভূমির ওপর মধ্যমা $d = LP$ এবং ভূমি সংলগ্ন একটি $\angle y = \angle LMN = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি MX এর M বিন্দুতে $\angle Y$ এর সমান $\angle XMQ$ অঙ্কন করি।

ধাপ ২: M বিন্দুতে MX রেখার ওপর MY লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৩: MY রশ্মি থেকে ত্রিভুজের উচ্চতা h সমান MR অংশ কেটে নিই।

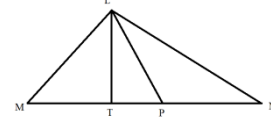
ধাপ ৪: R বিন্দুতে MX এর সমান্তরাল করে RS রেখা অঙ্কন করি যা MQ কে L বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫: L বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। ঐ বৃত্তচাপ MX রশ্মিকে বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬: MX থেকে $MP = PN$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৭: L, P যোগ করি। তাহলে, LMN -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ. এখানে, $\triangle LMN$ এর উচ্চতা $h = LT$, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle LMN = 60^\circ$ এবং ভূমির উপর LP মধ্যমা MN বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



প্রমাণ :

$\triangle LMP$ এ $\angle LPM$ সূক্ষ্মকোণ এবং PM রেখার উপর LP রেখার লম্ব অভিক্ষেপ TP । সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি অনুসারে পাই,

$$LM^2 = LP^2 + PM^2 - 2PM \cdot TP \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle LNP$ এ $\angle LPN$ স্থূলকোণ এবং NP রেখার বর্ধিতাংশের উপর LP রেখার লম্ব অভিক্ষেপ TP ।

স্থূলকোণের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি হতে পাই,

$$LN^2 = LP^2 + NP^2 + 2NP \cdot TP \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} LM^2 + LN^2 &= LP^2 + PM^2 - 2PM \cdot TP + LP^2 \\ &\quad + NP^2 + 2NP \cdot TP \\ &= 2LP^2 + PM^2 + NP^2 - 2PM \cdot TP + 2NP \cdot TP \\ &= 2LP^2 + PM^2 + PM^2 - 2PM \cdot TP + 2MP \cdot TP \\ &\quad [\because PM = NP] \end{aligned}$$

$$= 2LP^2 + 2PM^2$$

$$= 2(LP^2 + PM^2)$$

$$\therefore LM^2 + LN^2 = 2(LP^2 + PM^2). \text{ (প্রমাণিত)}$$

২. কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OA = 3$ সে.মি. এবং উক্ত বৃত্তে অন্তর্লিখিত $ABCD$ চতুর্ভুজের AC ও BD দুইটি কর্ণ।

ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটির ব্যাসের সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের আয়তন নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$. ৪

গ. একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার অতিভুজ উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তের ব্যাসের সমান এবং অপর দুই বাহুর অন্তর বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

⇒ ২নং প্রশ্নের সমাধান ⇐

ক. দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OA = 3$ সে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তটির ব্যাস} = (2 \times 3) \text{ সে.মি.} = 6 \text{ সে.মি.}$$

প্রশ্নানুসারে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

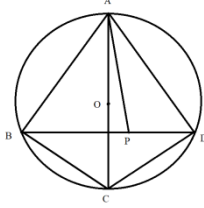
$$\therefore \text{গোলকটির আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times 6^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4 \times 3.1416 \times 216}{3} \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 904.78 \text{ ঘন সে.মি.}$$

খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত $ABCD$ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও CD এবং BC ও AD । AC ও BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$



অঙ্কন : $\angle BAC$ কে $\angle DAC$ থেকে ছোট ধরে নিয়ে A বিন্দুতে AD রেখার সাথে $\angle BAC$ এর সমান করে $\angle DAP$ আঁকি যেন AP রেখা BD কর্ণকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে, $\angle BAC = \angle DAP$

বা, $\angle BAC + \angle CAP = \angle DAP + \angle CAP$

[উভয়পক্ষে $\angle CAP$ যোগ করে]

বা, $\angle BAP = \angle CAD$

এখন, $\triangle ABP$ ও $\triangle ACD$ এর মধ্যে

$\angle BAP = \angle CAD$ এবং $\angle ABD = \angle ACD$

[একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle APB =$ অবশিষ্ট $\angle ADC$

$\therefore \triangle ABP$ ও $\triangle ACD$ সদৃশকোণী

$$\therefore \frac{BP}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore AC \cdot BP = AB \cdot CD \dots \dots \dots (i)$$

আবার, $\triangle ABC$ ও $\triangle APD$ এর মধ্যে

$\angle BAC = \angle PAD$ (অঙ্কন অনুসারে)

$\angle ADP = \angle ACB$ [একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ সমান বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle ABC =$ অবশিষ্ট $\angle APD$

$\therefore \triangle ABC$ ও $\triangle APD$ সদৃশকোণী

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{PD}{BC}$$

$$\therefore AC \cdot PD = BC \cdot AD \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$AC \cdot BP + AC \cdot PD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$$

$$\text{বা, } AC(BP + PD) = AB \cdot CD + BC \cdot AD$$

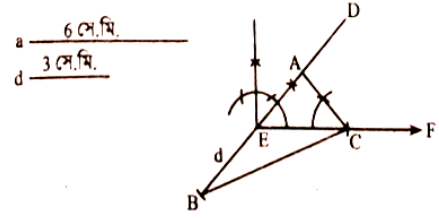
$$\text{বা, } AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD \quad [\because BP + PD = BD]$$

$$\therefore AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OA = 3$ সে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাস} = (2 \times 3) \text{ সে.মি.} = 6 \text{ সে.মি.}$$

\therefore সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 6 সে.মি. ও অপর দুই বাহুর অন্তর 3 সে.মি.



মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 6$ সে.মি. এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১. যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FED = 45$ আঁকি।

ধাপ ২. DE কে B পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EB = d$ হয়।

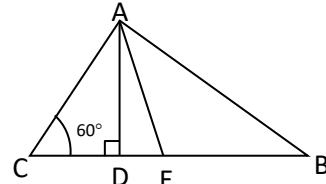
ধাপ ৩. B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তা EF কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪. B, C যোগ করি।

ধাপ ৫. C বিন্দুতে $\angle ECA = \angle CED$ আঁকি যেন CA রেখা ED কে A বিন্দুতে ছেদ করে

তাহলে ABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৩. ঢাকা বোর্ড ২০১৭



$\triangle ABC$ এর BC এর মধ্যবিন্দু E , $AD = 4$ সে.মি. এবং $BC = 6$ সে.মি.।

ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 + AB^2 = 2(AE^2 + CE^2)$.

৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ অংকন কর, যার ভূমি BC ও শিরঃকোণ $\angle C$ এর সমান এবং অপর দুই বাহুর অন্তর ২ সে.মি.। (অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\triangle ADC$ এ $\angle ADC = 1$ সমকোণ = 90°

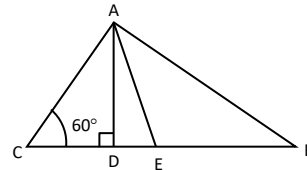
$\angle ACD = 60^\circ$ এবং $AD = 4$ সে.মি.

$$\therefore \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{4}{AC} \text{ বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{AC} \text{ বা, } AC = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore AC = 4.62 \text{ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

খ



বিশেষ নির্বচন : $\triangle ABC$ এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং

$AD \perp BC$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 + AB^2 = 2(AE^2 + CE^2)$

প্রমাণ : $\triangle ABE$ এ $\angle AEB$ স্থূলকোণ।

স্থূলকোণের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি অনুসারে,

$$AB^2 = AE^2 + BE^2 + 2BE \cdot DE \dots \dots \dots (i)$$

আবার, $\triangle ACE$ এ $\angle AEC$ সূক্ষ্মকোণ।

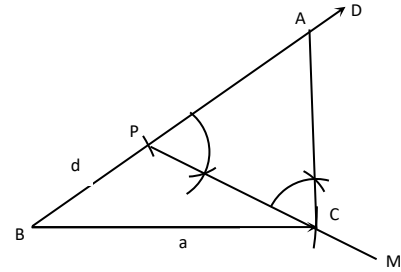
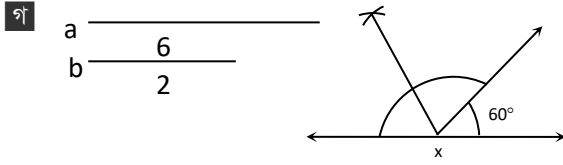
সূক্ষ্মকোণের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তৃতি অনুসারে,

$$AC^2 = AE^2 + CE^2 - 2CE \cdot DE \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,
 $AB^2 + AC^2 = AE^2 + BE^2 + 2BE \cdot DE + AE^2 + CE^2 - 2CE \cdot DE$

[∵ E, BC এর মধ্যবিন্দু সুতরাং $BE = CE$]

∴ $AC^2 + AB^2 = 2(AE^2 + CE^2)$ (প্রমাণিত)



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = BC = 6$ সে.মি.,
 শিরঃকোণ, $\angle x = \angle C = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে.মি. দেওয়া
 আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

- (১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে $BP = d = 2$ সে.মি. নিই।
- (২) P বিন্দুতে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান $\angle DPM$ অঙ্কন করি।
- (৩) B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তচাপ PM সরলরেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C যোগ করি।
- (৪) C বিন্দুতে $\angle DPC = \angle PCA$ আঁকি যেন CA রেখাংশ BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৪. রাজশাহী বোর্ড ২০১৭

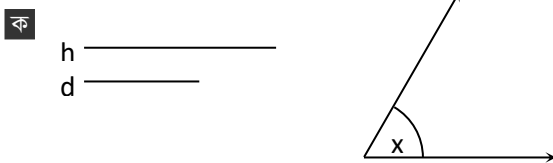
ABC ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$ ।

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

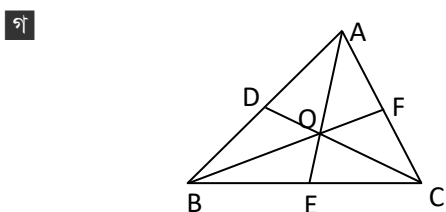
গ. $\triangle ABC$ এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AE, BF ও CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(AO^2 + BO^2 + CO^2)$ । ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান



চিত্রে ABC ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি $\angle x$ আঁকা হলো।

খ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৪ এর সম্পাদ্য-৪ দ্রষ্টব্য।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি $\triangle ABC$ এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AE, BF ও CD পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(AO^2 + BO^2 + CO^2)$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর AE, BF ও CD তিনটি মধ্যমা।

∴ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্য অনুসারে

$$AB^2 + CA^2 = 2(AE^2 + BE^2) \dots\dots\dots(i)$$

$$AB^2 + BC^2 = 2(BF^2 + CF^2) \dots\dots\dots(ii)$$

$$\text{এবং } BC^2 + CA^2 = 2(CD^2 + BD^2) \dots\dots\dots(iii)$$

এখন, সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$2AB^2 + 2BC^2 + 2CA^2 = 2AE^2 + 2BE^2 + 2BF^2 + 2CF^2 + 2CD^2 + 2BD^2$$

$$\text{বা, } 2(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 2(AE^2 + BF^2 + CD^2) + 2(BE^2 + CF^2 + BD^2)$$

$$\text{বা, } 4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AE^2 + BF^2 + CD^2) + 4(BE^2$$

$$+ CF^2 + BD^2) \quad [\text{উভয় পক্ষকে ২ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AE^2 + BF^2 + CD^2) + (2BE)^2$$

$$+ (2CF)^2 + (2BD)^2$$

$$\text{বা, } 4(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AE^2 + BF^2 + CD^2) + BC^2 + CA^2 + AB^2$$

[E, F, D যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর মধ্য বিন্দু বলে,

$$2BE = BC, 2CF = CA, 2BD = AB]$$

$$\text{বা, } 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AE^2 + BF^2 + CD^2)$$

$$\therefore 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4AE^2 + 4BF^2 + 4CD^2 \dots\dots(iv)$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমাগুলো সমপাত বিন্দুতে ২ : ১ অনুপাতে বিভক্ত হয়।

$$\therefore \frac{AO}{OE} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{OE}{AO} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{OE + AO}{AO} = \frac{1 + 2}{2} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{AE}{AO} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } 2AE = 3AO$$

$$\therefore 4AE^2 = 9AO^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{অনুরূপে, } 4BF^2 = 9BO^2 \text{ এবং } 4CD^2 = 9CO^2$$

সুতরাং (iv) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9AO^2 + 9BO^2 + 9CO^2$$

$$\text{বা, } 3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 9(AO^2 + BO^2 + CO^2)$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(AO^2 + BO^2 + CO^2) \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৫. দিনাজপুর বোর্ড ২০১৫

$\triangle ABC$ -এর AD একটি মধ্যমা এবং অপর একটি ত্রিভুজ PQR এর উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x.

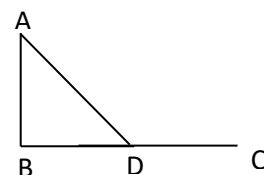
ক. লম্ব অভিক্ষেপ চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ । ৪

গ. PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

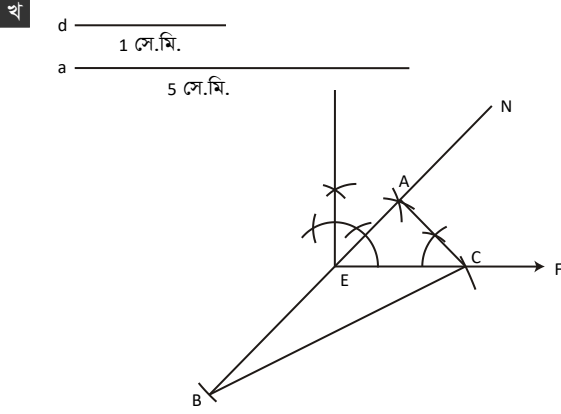
ক. লম্ব অভিক্ষেপ: কোনো নির্দিষ্ট রেখার উপর কোনো বিন্দু হতে অংকিত লম্বের পাদবিন্দুকে ঐ বিন্দুর লম্ব অভিক্ষেপ বলে।



চিত্রে, BC রেখার উপর AD রেখার লম্ব অভিক্ষেপ BD.

∴ লম্ব = 4 সে.মি.

এবং ভূমি = 4 - 1 = 3 সে.মি. (Ans.)



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 5$ সে.মি. ও অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 1$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

ধাপ ১: যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে $\angle FEN = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ২: এবার NE কে EB পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $EB = d$ হয়।

ধাপ ৩: অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪: পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৪ এর সম্পাদ্য-৬ দ্রষ্টব্য। [বি. দ্র. $r = 2.5$ সে.মি. নিতে হবে]

৯. অতিরিক্ত প্রশ্ন

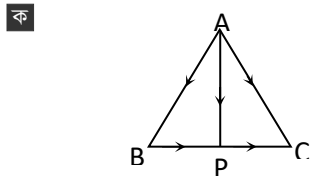
$\triangle ABC$ -এ, O লম্ববিন্দু, S পরিকেন্দ্র, G ভরকেন্দ্র এবং AP মধ্যমা।

ক. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AP}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, S, G এবং O বিন্দুত্রয় সমরেখ। ৪

গ. এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা তোমার অঙ্কিত ABC ত্রিভুজের AP মধ্যমার সমান ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তকে নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান



ভেক্টর যোগের ত্রিভুজবিধি অনুসারে,

$\triangle APC$ থেকে, $\vec{AP} + \vec{PC} = \vec{AC}$

বা, $\frac{1}{2}\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AP}$ [P, BC এর মধ্যবিন্দু]

∴ $\vec{BC} = 2(\vec{AC} - \vec{AP})$

আবার, $\triangle ABC$ থেকে, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

বা, $\vec{AB} + 2(\vec{AC} - \vec{AP}) = \vec{AC}$

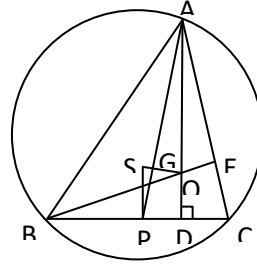
বা, $\vec{AB} + 2\vec{AC} - \vec{AC} = 2\vec{AP}$

∴ $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AP}$ (প্রমাণিত)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.২ এর উপপাদ্য-৩.১০ দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৪ এর সম্পাদ্য-৭ দ্রষ্টব্য।

১০. অতিরিক্ত প্রশ্ন



চিত্রে $BC = 4$ সে.মি. S পরিকেন্দ্র, O লম্ববিন্দু এবং AP মধ্যমা।

ক. BP এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AG : GP = 2:1$ ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণসহ এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা উদ্দীপকের বৃত্তটিকে C বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রানুসারে $\triangle ABC$ এর AP মধ্যমা। অতএব P বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু। দেওয়া আছে, $BC = 4$

বা, $\frac{BC}{2} = 2$

∴ $BP = 2$ সে.মি. (Ans.)

খ উচ্চতর গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৩.২ এর উপপাদ্য-৩.১০ দ্রষ্টব্য।

গ উচ্চতর গণিত পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৪ এর সম্পাদ্য-৭ দ্রষ্টব্য।

১১. অতিরিক্ত প্রশ্ন

ABC ত্রিভুজের উচ্চতা $h = 3.5$ cm, ভূমির উপর মধ্যমা $d = 5$ cm এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle X = 50^\circ$ ।

ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

গ. $\triangle ABC$ এর মধ্যমাত্রয় AE, BF এবং CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(AO^2 + BO^2 + CO^2)$ ৪

১২. অতিরিক্ত প্রশ্ন

একটি ত্রিভুজের ভূমি 6 সে.মি., শিরঃকোণ 45° এবং অপর দুই বাহুর অন্তর 2 সে.মি.।

ক. সম্পূরক কোণ কাকে বলে? 60° কোণের পূরক কোণ কত? ২

খ. বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমরেখ। ৪

১৩. অতিরিক্ত প্রশ্ন

3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় PR ও QS.

ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR \cdot QS = PQ \cdot RS + QR \cdot PS$. ৪

গ. এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে হবে, যার ভূমি বৃত্তের ব্যাসের সমান অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান এবং শিরঃকোণ 30° । (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

১৪. অতিরিক্ত প্রশ্ন

এক সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 5$ সে.মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর $d = 1$ সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত? ২

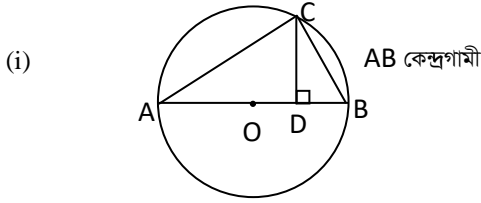
- খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। 8
 গ. অতিভূজের সমান ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8

১৫. অতিরিক্ত প্রশ্ন

ABC ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$ ।

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। 2
 খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। 8
 গ. ΔABC এর মধ্যমাত্রয় AE, BF ও CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(AO^2 + BO^2 + CO^2)$ 8

১৬. অতিরিক্ত প্রশ্ন



- (ii) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভূজ 10 সে.মি. এবং অপর দুই বাহুর অন্তর 2 সে.মি. জানা আছে।
 ক. একটি ত্রিভুজ এঁকে তার লম্ববিন্দু এবং ভরকেন্দ্র চিহ্নিত কর। 2
 খ. সমকোণী ত্রিভুজটি আঁক এবং তার পরিসীমা সেন্টিমিটার এককে নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রমাণ কর যে, $CD^2 = AD \cdot BD$ 8

১৭. অতিরিক্ত প্রশ্ন

ত্রিভুজের ভূমি	শিরঃকোণ এবং অপর	দুই বাহুর অন্তর	
		কোণদ্বয়ের সমষ্টি	(i) (ii)

- ক. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র কাকে বলে? 2
 খ. (i) দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8
 গ. (ii) দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8

১৮. অতিরিক্ত প্রশ্ন

একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.। ভূমি সংলগ্ন কোণ 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 8 সে.মি.।

- ক. ভূমি সংলগ্ন কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেক কত? 2
 খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8
 গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং রেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8

১৯. অতিরিক্ত প্রশ্ন

3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে ABCD অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD।

- ক. বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 2
 খ. প্রমাণ কর যে, $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ । 8

- গ. এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর, যার ভূমি বৃত্তের ব্যাসের সমান, অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান এবং শিরঃকোণ 30° (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)। 8

২০. অতিরিক্ত প্রশ্ন

- ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে।
 ক. ভূমি 5 সে.মি. নিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁক। 2
 খ. তথ্য অনুযায়ী বর্ণনাসহ ত্রিভুজটি আঁক। 8
 গ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা ভূমি 6 সে.মি. এর কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং 4 সে.মি. বহিঃস্থ কোন বিন্দু দিয়ে যায়। বর্ণনা আবশ্যিক। 8

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ΔABC -এর $\angle B = 45^\circ$ দেওয়া আছে।

- ক. কোণটি আঁক। 2
 খ. $BC = 4.6$ সে.মি. এবং $AB + CA = 8.2$ সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। 8
 গ. $BC = 4.5$ সে.মি. এবং $AB - AC = 2.5$ সে.মি. হলে ত্রিভুজটি আঁক। 8

১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।
 খ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ২নং দেখ।
 গ. জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ১৫৯ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজ ৪নং দেখ।

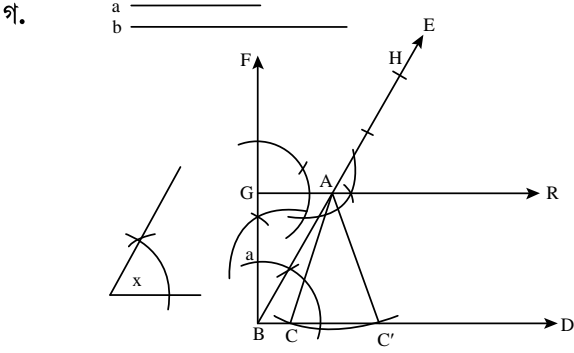
প্রশ্ন-২ একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.। [কাজ : পৃষ্ঠা-৮৭]

- ক. ত্রিভুজের বাহু তিনটি অঙ্কন কর। 2
 খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। 8
 গ. ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করে ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। 8

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

তাহলে ΔABC নির্ণেয় ত্রিভুজ।



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$, উচ্চতা a এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি b দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

ধাপ ২ : BD এর B বিন্দুতে $BF \perp BD$ আঁকি। BF হতে $BG = a$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : G বিন্দু দিয়ে BD এর সমান্তরাল করে GR আঁকি। GR রেখা BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে। এখন BE হতে $BH = b$ অংশ কাটি।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD কে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : A, C ও A, C' যোগ করি।

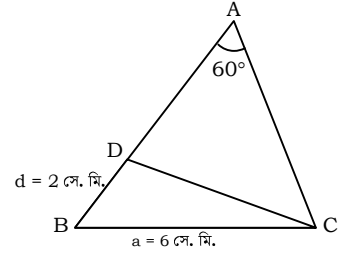
তাহলে ABC ও ABC' ত্রিভুজদ্বয় নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-৪ ΔABC -এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি.।

- ক. ত্রিভুজটি ঐকে উপরিউক্ত তথ্যগুলো চিহ্নিত কর। ২
- খ. পদ্ধতি অনুসারে ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. ত্রিভুজটির একটি পরিবৃত্ত আঁক। ৪

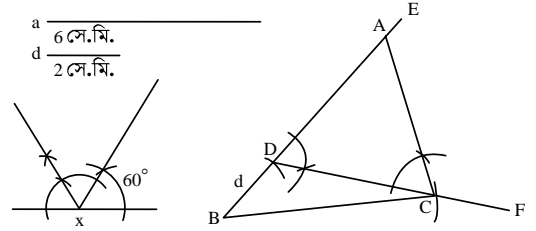
◀ ৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক.



ΔABC -এর চিত্র আঁকি এবং প্রদত্ত অংশ $BC = a$, $BD = d$ এবং $\angle BAC = 60^\circ$ চিহ্নিত করি।

খ.



ΔABC -এর ভূমি $a = 6$ সে. মি., শিরঃকোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = d$ কেটে নিই।

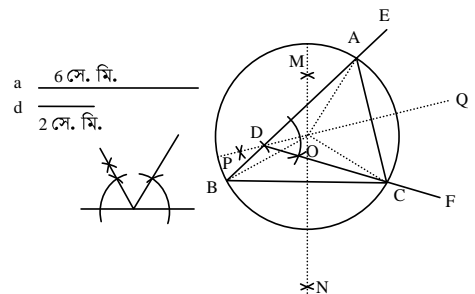
ধাপ ২ : BE রশ্মির D বিন্দুতে $\angle EDF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle x)$ আঁকি।

ধাপ ৩ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তা DF রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : C বিন্দুতে $\angle EDC = \angle DCA$ আঁকি। CA, DE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তাহলে ΔABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ. '(খ)' চিত্রে প্রদত্ত ΔABC এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : BC এর সমদ্বিখন্ডক MN এবং AC এর লম্বদ্বিখন্ডক PQ আঁকি। এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

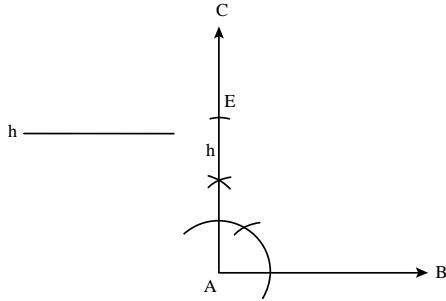
ধাপ ২ : O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OC-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এরূপে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন-৫ ▶ ত্রিভুজের উচ্চতা, ভূমির উপর মধ্যমা এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া আছে।

- ক. সমকোণ ঐকে উচ্চতা নির্ণয় কর। ২
- খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪
- গ. অঙ্কনের বিবরণ দাও এবং যৌক্তিকতা আলোচনা কর। ৪

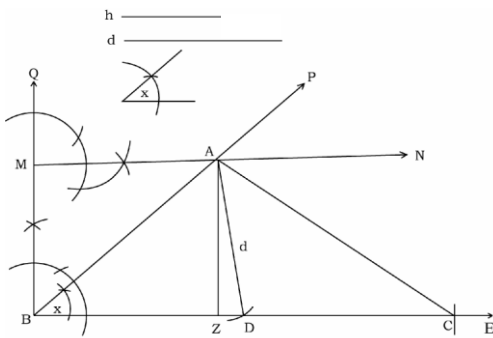
▶▶ ৫ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



চিত্রে, $\angle CAB = 90^\circ =$ এক সমকোণ। h এর সমান করে AE রেখা-ই প্রদত্ত উচ্চতা।

খ.



ত্রিভুজের উচ্চতা h, ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ x এর সাহায্যে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

গ. অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle EBP$ অঙ্কন করি।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BE রেখার উপর BQ লম্ব অঙ্কন করি, BQ থেকে ত্রিভুজ এর উচ্চতা h এর সমান BM অংশ কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BE এর সমান্তরাল করে MN রেখা অঙ্কন করি যা BP কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি। ঐ বৃত্তচাপ BE কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : BE থেকে $BD = DC$ অংশ কেটে নিই। A,C যোগ করি।

তাহলে, ABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : A, D যোগ করি এবং A থেকে BC এর উপর AZ লম্ব অঙ্কন করি।

এখানে, MN ও BE সমান্তরাল এবং MB ও AZ উভয়েই BE এর উপর লম্ব।

$\therefore MB = AZ = h$ উচ্চতা

$BD = DC$

$\therefore D$ বিন্দুই BC এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore AD = d =$ ভূমির উপর মধ্যমা;

অর্থাৎ BC ভূমি,

আবার, $\angle ABC = \angle x =$ ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ।

$\therefore ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-৬ ▶ কোনো ত্রিভুজের ভূমি, $a = 5$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন কোণ

$\angle x = 60^\circ$ এবং উচ্চতা, $h = 3.5$ সে.মি.

ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলো চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন কর। ২

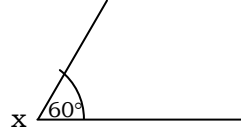
খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. যে ত্রিভুজের ২টি কোণ $\angle x = 60^\circ$ ও $\angle y = 90^\circ$ এবং তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর $d = h - 2$ এর সমান তা অঙ্কন কর ও যৌক্তিকতা তুলে

◀ ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

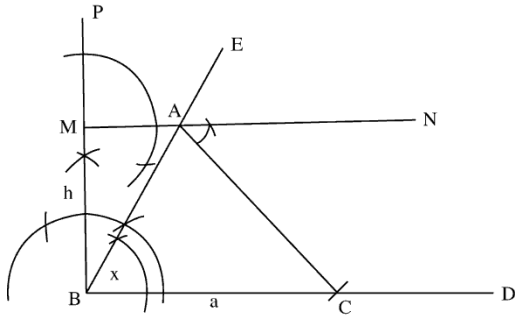
ক.

$$\begin{aligned} a &= 5 \text{ সে. মি.} \\ h &= 3.5 \text{ সে. মি.} \end{aligned}$$



দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির ভূমি, $a = 5$ সে. মি. এবং উচ্চতা, $h = 3.5$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ । এ তথ্যগুলো উপরিউক্ত চিত্রে উপস্থাপন করা হলো।

খ. প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যে একটি ত্রিভুজ আঁকা হলো।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ BD হতে $BC = a = 5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : B বিন্দুতে BC বাহুর উপর BP লম্ব আঁকি। BP হতে $BM = h = 3.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : M বিন্দুতে BC বাহুর সমান্তরাল MN রেখাংশ আঁকি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে $\angle CBE = \angle x = 60^\circ$ আঁকি। BE বাহু MN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

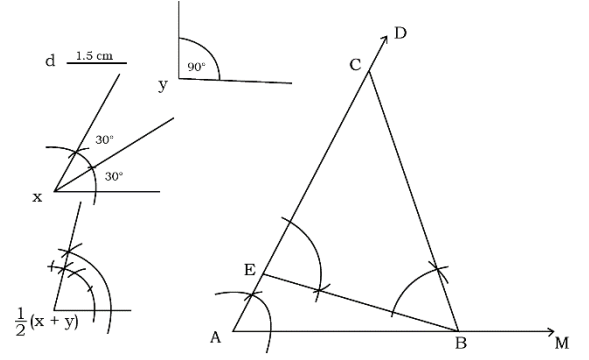
ধাপ ৫ : A, C যোগ করি। তাহলে ΔABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔABC এর উচ্চতা $BM = h$ [$\because BM \perp BC$]

ভূমি $BC = a$, ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle CBA = \angle x$

$\therefore \Delta ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



দেওয়া আছে কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 90^\circ$ এবং বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর, $d = h - 2 = (3.5 - 2)$ সে.মি. = 1.5 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রেখাংশ AM এর A বিন্দুতে $\angle BAC = \angle x = 60^\circ$ আঁকি।

ধাপ ২ : AD হতে $AE = d = 1.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : এখন E বিন্দুতে $\angle DEB = \frac{1}{2}(\angle x + \angle y) = 75^\circ$ অঙ্কন করি। EB রেখাংশ AM কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B বিন্দুতে $\angle DEB$ এর সমান করে $\angle EBC$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৫ : BC রেখা AD রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : $\angle CEB = \angle CBE = \frac{1}{2}(\angle x + \angle y)$

$\therefore CE = CB$

$\therefore AC = CE + AE = CB + AE$

$\therefore AC - CB = d$ [$AE = d$]

$\angle EBA = \angle CEB - \angle CAB = \frac{1}{2}(\angle x + \angle y) - \angle x = \frac{1}{2}(\angle y - \angle x)$

$\angle CBA = \angle CBE + \angle EBA$

$= \frac{1}{2}(\angle x + \angle y) + \frac{1}{2}(\angle y - \angle x) = \angle y$

ΔABC এর $\angle x = \angle CAB$, $\angle y = \angle CBA$ এবং $EC = BC$ বলে বাহুদ্বয়ের অন্তর, $AE = d$

$\therefore \Delta ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৭ ΔABC ত্রিভুজের ভূমি $BC = 5$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 45^\circ$, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি 10 সে.মি.।

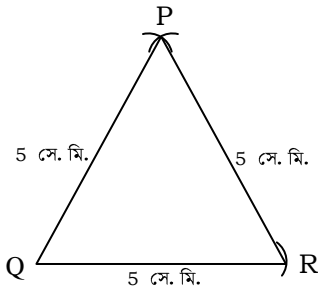
- ক. ABC ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর এবং উক্ত পরিসীমা বিশিষ্ট একটি PQR সমবাহু ত্রিভুজ এঁকে দেখাও। ২
- খ. ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪
- গ. ABC ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

◀ ৭ নং প্রশ্নের সমাধান ▶

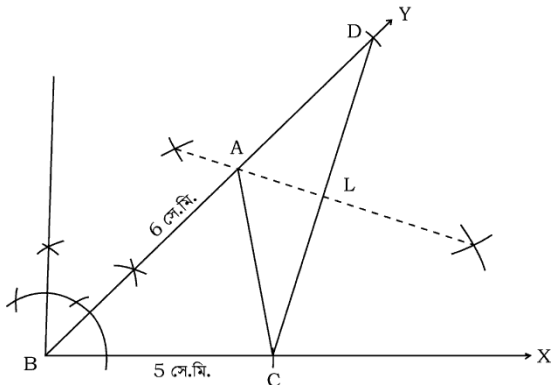
ক. ABC ত্রিভুজের পরিসীমা $(5 + 10)$ সে. মি. = 15 সে.মি.।

$\therefore ABC$ ত্রিভুজের পরিসীমাকে PQR সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ধরলে PQR সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু হবে $\frac{15}{3}$ সে.মি. বা 5 সে.মি.।

$\therefore PQR$ ত্রিভুজটি নিম্নরূপ :



খ.



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার ভূমি $BC = 5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle B = 45^\circ$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $AB + AC = 10$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BX থেকে $BC = 5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : $\angle XBY = 45^\circ$ আঁকি। BY থেকে $BD = 10$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৩ : C, D যোগ করি।

ধাপ ৪ : CD রেখার লম্বদ্বিখন্ডক আঁকি। যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

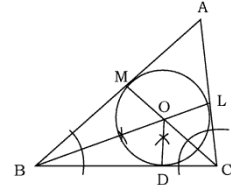
ধাপ ৫ : A, C যোগ করি। তাহলে ABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

[Note : AL, CD পরস্পর লম্বদ্বিখন্ডক]

$\therefore AD = AC$

তাহলে, $BA + AD = AB + AC = 10$ সে. মি.

গ.



‘খ’ হতে প্রাপ্ত ABC ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

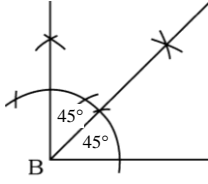
ধাপ ১ : $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে, BL ও CM আঁকি। মনে করি তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ২ : O থেকে BC বাহুর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা BC -কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

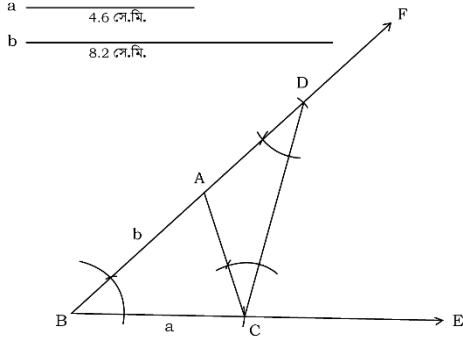
ধাপ ৩ : O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

তাহলে অঙ্কিত বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তঃবৃত্ত।

ক.



খ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি $BC = a = 4.6$ সে. মি. $\angle B = 45^\circ$ এবং $AB + CA = b = 8.2$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a = 4.6$ সে. মি. কেটে নিই।

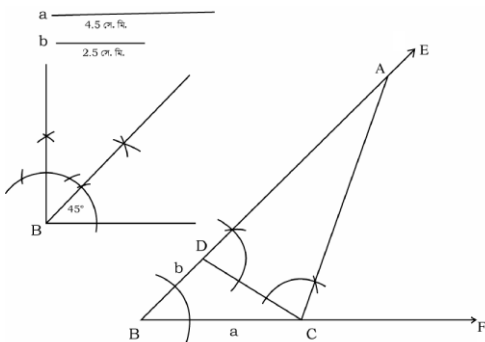
ধাপ ২ : BC -এর B বিন্দুতে $\angle CBF = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BF থেকে $BD = b = 8.2$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle ACD = \angle BDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি $BC = a = 4.5$ সে. মি., ভূমি সলংগু $\angle B = 45^\circ$ এবং $AB - AC = b = 2.5$ সে. মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BF থেকে $BC = a = 4.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : BC -এর B বিন্দুতে $\angle CBE = 45^\circ$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BE থেকে $BD = b = 2.5$ সে. মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C, D যোগ করি। CD রশ্মির C বিন্দুতে $\angle DCA = \angle EDC$ আঁকি।

ধাপ ৫ : CA, DE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

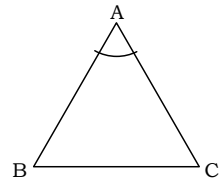
তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-১০ \triangleright ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ $\angle x$, ভূমি a ও শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর d ।

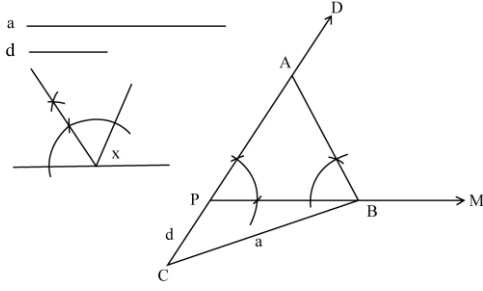
- ক. চিত্রসহ শিরঃকোণের সংজ্ঞা দাও। ২
- খ. উদ্দীপকে প্রদত্ত ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪
- গ. ABC ত্রিভুজের ভূমি $BC = 6$ সে. মি., ভূমি সলংগু একটি কোণ $\angle B = \angle x$ এবং $AB + AC = 9$ সে. মি. হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

\blacktriangleleft ১০ নং প্রশ্নের সমাধান \blacktriangleright

ক. শিরঃকোণ : কোনো ত্রিভুজের শীর্ষকোণকে শিরঃকোণ বলা হয়। পাশের $\triangle ABC$ এর শীর্ষকোণ $\angle A$, ফলে $\triangle ABC$ এর শিরঃকোণ হবে $\angle A$ । তবে অবস্থান অনুযায়ী $\angle B$ ও $\angle C$ ও শিরঃকোণ হতে পারে।



খ.



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের শিরঃকোণ $\angle A = \angle x$ এবং শিরঃকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের অন্তর $AC - AB = d$ । ABC ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি CD থেকে $CP = d$ অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : P বিন্দুতে $\angle x$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান $\angle DPM$ অঙ্কন করি।

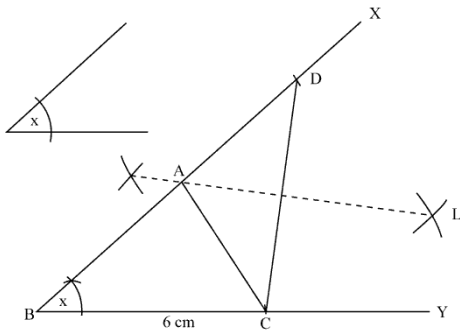
ধাপ ৩ : C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তচাপ PM সরলরেখাকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : B ও C যোগ করি।

ধাপ ৫ : B বিন্দুতে $\angle DPB = \angle PBA$ অঙ্কন করি যেন BA রেখাংশ CD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABC-উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, ABC ত্রিভুজের ভূমি $BC = 6$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$, অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $AB + AC = 9$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BY থেকে $BC = 6$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ২ : $\angle XBY = \angle x$ আঁকি।

ধাপ ৩ : BX রশ্মি থেকে $BD = 9$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ ৪ : C,D যোগ করি।

ধাপ ৫ : CD রেখার লম্বদ্বিখন্ডক AL আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A, C যোগ করি। তাহলে ABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন-১১ ▶ একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র C, P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু।



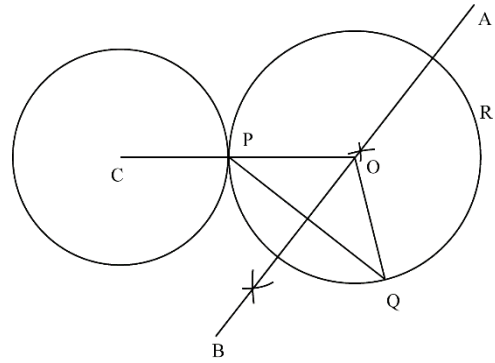
ক. এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণ এবং প্রমাণ দাও। ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে। ৪

▶▶ ১১ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী PQR-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

খ. অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি এবং PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক AB আঁকি।

ধাপ ২ : C, P যোগ করি এবং বর্ধিত করি। বর্ধিত CP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

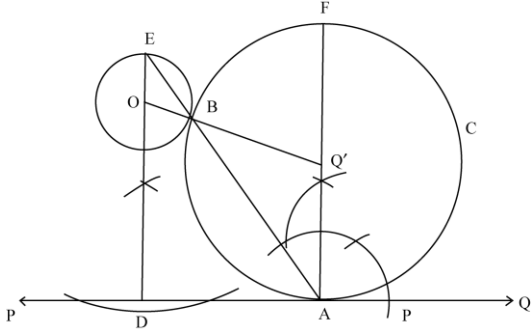
ধাপ ৩ : O কে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ : O, Q যোগ করি। AB রেখাংশ বা OB রেখাংশ PQ -এর লম্বদ্বিখন্ডক।

$\therefore OP = OQ$

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা Q বিন্দু দিয়ে যাবে। আবার P বিন্দুটি দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং P বিন্দু উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত অর্থাৎ P বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় মিলিত হয়েছে। সুতরাং বৃত্তদ্বয় P বিন্দুতে স্পর্শ করে। সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

গ.



মনে করি, O একটি নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র, এবং নির্দিষ্ট রেখা PQ এর উপরস্থ A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে যা A বিন্দুতে PQ রেখাকে ও প্রদত্ত বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O হতে PQ রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।

ধাপ ২ : DO কে বর্ধিত করায় তা বৃত্তের পরিধির সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

ধাপ ৩ : E, A যোগ করি। EA প্রদত্ত বৃত্তকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : A বিন্দুতে $AF \perp PQ$ আঁকি।

ধাপ ৫ : O, B যোগ করে বর্ধিত করি যেন তা AF কে Q' বিন্দুতে ছেদ করে। Q'-ই উদ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

ধাপ ৬ : Q' কে কেন্দ্র করে Q'A বা Q'B এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC বৃত্ত আঁকি। তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রশ্ন-১২ C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P ও Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, $CP = 2$ সে. মি.

ক. প্রদত্ত তথ্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রে উপস্থাপন কর। ২

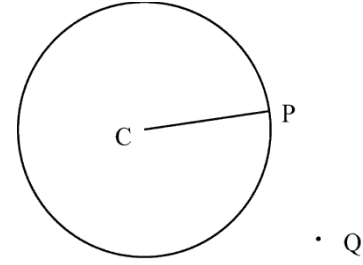
খ. এমন একটি বৃত্ত আঁক যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে

স্পর্শ করে ও Q বিন্দু দিয়ে যায়। (অঙ্কনের বিবরণ ও চিহ্ন ও প্রমাণ আবশ্যিক) ৪

গ. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 6$ সে. মি. ও অপর দুইটি বাহুর অন্তর C কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

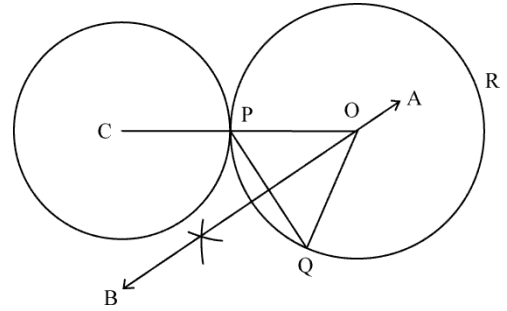
ক.



দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু। C,P যোগ করা হলো। এখানে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $CP = 2$ সে.মি.।

প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে উপরিউক্ত চিত্রটি আঁকা হলো।

খ.



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ-এর লম্বদ্বিখন্ডক AB রেখা আঁকি, যা CP এর বর্ধিতাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৩ : O, Q যোগ করি।

ধাপ ৪ : O কে কেন্দ্র করে OP বা OQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

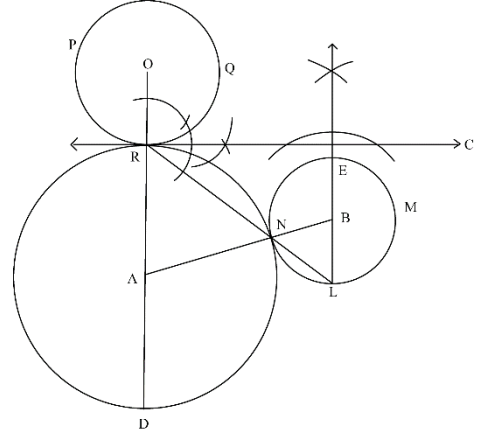
প্রমাণ : O, Q যোগ করি। AB রেখাংশ PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক।

$\therefore OP = OQ$

অতএব বৃত্তদ্বয় Q বিন্দুতে পরস্পর স্পর্শ করে।

∴ QFA-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

গ.



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে R একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্তে N একটি বিন্দু। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে, যা O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে R বিন্দুতে এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : O, R যোগ করি। OR কে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।

ধাপ ২ : R বিন্দুতে PQR বৃত্তে RC স্পর্শক আঁকি।

ধাপ ৩ : B হতে RC রেখার উপর BE লম্ব অঙ্কন করি। BE এর বর্ধিতাংশ বৃত্তকে L বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : L, R যোগ করি। LR রেখা LMN বৃত্তকে N বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, N যোগ করি। BN এর বর্ধিতাংশ RD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৬ : A কে কেন্দ্র করে AN বা AR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত-ই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের R বিন্দুতে RC স্পর্শক বলে $RC \perp OR$.

আবার, $RA \perp RC$. কিন্তু AR নির্ণেয় বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে RC একটি স্পর্শক হবে। ফলে A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি R বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে। অঙ্কনানুসারে, $AB = BN + AN$.

কিন্তু BN ও AN যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ। কাজেই নির্ণেয় বৃত্তটি B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে N বিন্দুতে স্পর্শ করে।

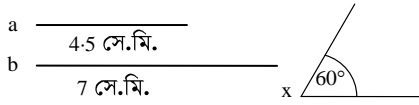
∴ A কেন্দ্রবিশিষ্ট DNR বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রশ্ন-১৪ ▶ একটি ত্রিভুজের ভূমি 4.5 সে.মি., শিরঃকোণ 60° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7 সে.মি।

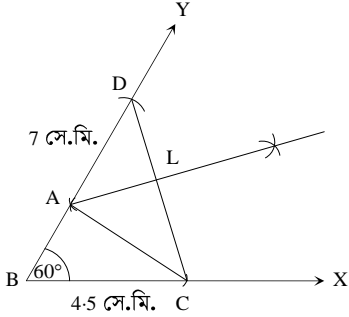
- ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২
- খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি যথাক্রমে উপরিউক্ত ত্রিভুজের ভূমি ও অপর দুই বাহুর সমষ্টির সমান এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর শিরঃকোণের সমান হলে ত্রিভুজটি আঁক। ৪

▶▶ ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



খ.



দেওয়া আছে, ভূমি $BC = 4.5$ সে.মি. অপর দুই বাহুর সমষ্টি

$AB + AC = 7$ সে.মি. এবং $\angle ABC = 60^\circ$ । ΔABC অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ-১ : যেকোন রাশি BX থেকে $BC = 4.5$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-২ : $\angle XBY = 60^\circ$ কোণ আঁকি।

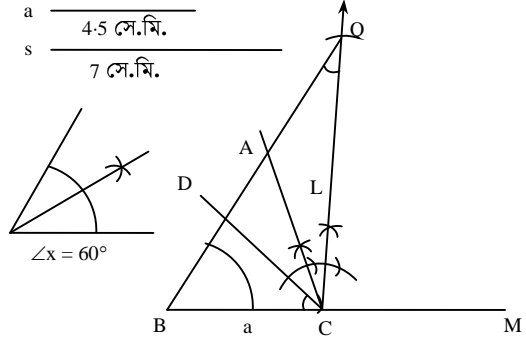
ধাপ-৩ : BY রশ্মি থেকে $BD = 7$ সে.মি. কেটে নিই।

ধাপ-৪ : C, D যোগ করি।

ধাপ-৫ : CD রেখার লম্বদ্বিভক আঁকি যা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ-৬ : A, C যোগ করি, তাহলে ABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ.



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a , ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের অন্তর $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি BM হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ধাপ ২ : এখন, C বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ এর সমান করে $\angle BCD$ অঙ্কন করি।

ধাপ ৩ : CD রেখার ওপর C বিন্দুতে CP লম্ব অঙ্কন করি।

ধাপ ৪ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে s এর সমান বাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি যা CP রশ্মিকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : B, Q যোগ করি।

$$= 64$$

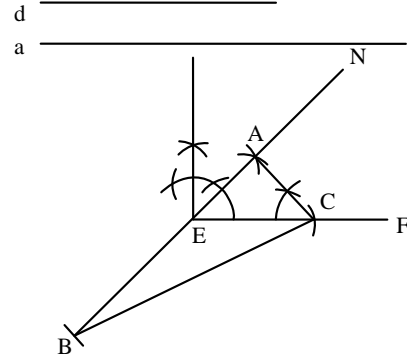
ধাপ ৬ : এখন, CQ রশ্মির C বিন্দুতে $\angle BQC$ এর সমান করে $\angle QCA$ অঙ্কন করি।

\therefore লম্ব = $\sqrt{64} = 8$ সে.মি. [ধনাত্মক মান নিয়ে, কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না। (Ans.)

ধাপ ৭ : CA রেখা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

খ. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

তাহলে $\triangle ABC$ ই নির্ণয় ত্রিভুজ।



প্রশ্ন-১৫ i. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ii. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P এবং বহিঃস্থ একটি বিন্দু Q.

ক. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 10 সে.মি., ভূমি 6 সে.মি. হলে লম্ব নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের শর্তের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক।] ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের আলোকে এমন একটি বৃত্ত আঁক যা Q বিন্দু দিয়ে যায় এবং P বিন্দুতে প্রদত্ত বৃত্তকে স্পর্শ করে। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক।] ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = 10 সে.মি.

লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে আমরা জানি,

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$$(\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2$$

$$\text{বা, } (\text{লম্ব})^2 = 10^2 - 6^2$$

$$= 100 - 36$$

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a ও অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : যেকোনো রশ্মি EF এর E বিন্দুতে

$$\angle FEN = 45^\circ \text{ আঁকি।}$$

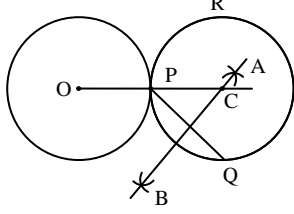
ধাপ ২ : এবার NE কে EB পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EB = d$ হয়।

ধাপ ৩ : অতঃপর B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা EF-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৪ : পরিশেষে, C বিন্দুতে EC এর সাথে $\angle ECA = \angle CEN$ আঁকি যেন CA রেখা EN কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ হবে।

গ. নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O , P ঐ বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Q ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। এরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা ঐ বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং Q বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ :

ধাপ ১ : P, Q যোগ করি।

ধাপ ২ : PQ এর লম্বদ্বিখন্ডক AB আঁকি।

ধাপ ৩ : O, P যোগ করে বর্ধিত করি।

ধাপ ৪ : বর্ধিত OP রেখাংশ AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ধাপ ৫ : C কে কেন্দ্র করে CP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত PQR -ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।