

সকল বোর্ডের শীর্ষস্থানীয় স্কুলসমূহের
নির্বাচনি পরীক্ষার প্রশ্নপত্র

রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $F(x, y, z) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{8y^3} + \frac{1}{64z^3}$ এবং $g(x) = (x+1)(x^2+2)$.

ক. $P(x) = \frac{1}{\sqrt{1-7x}}$ ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. $F(x, y, z) = \frac{3}{8xyz}$ হলে দেখাও যে,
 $4yz + 2zx + xy = 0$ অথবা $x = 2y = 4z$. ৪

গ. $\frac{x^3}{g(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২ ▶ $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{(3x+1)^2} + \frac{1}{(3x+1)^3} + \dots$

ক. $x = 1$ হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $x = \frac{1}{3}$ হলে, ধারাটির সপ্তম পদ এবং প্রথম দশ পদের
সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক
সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶ $P = \left(x + \frac{3}{x}\right)^5$ এবং $Q = (1+ax)^6$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. Q এর মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র ব্যবহার করে P -এর বিস্তৃতি
নির্ণয় কর। ৪

গ. Q -এর বিস্তৃতিতে x^2 এবং x^4 এর সহগ সমান হলে, a এর
মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶ ΔDEF এ DL, EM এবং FN তিনটি মধ্যমা।

ক. কোনো ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. হলে নববিন্দু
বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE^2 + DF^2 = 2(DL^2 + LF^2)$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে,
 $3(DE^2 + EF^2 + DF^2) = 4(DL^2 + EM^2 + FN^2)$. ৪

৫ ▶ $P(8, 3), Q(3, 8), R(-2, 3)$ তিনটি বিন্দু এবং $PQRS$ একটি
সামান্তরিক।

ক. QR এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. PQR ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে,
এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ৪

গ. $PQRS$ সামান্তরিকের অপর শীর্ষবিন্দু S নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে
 D, E ও F .

ক. \overrightarrow{AB} কে \overrightarrow{BE} ও \overrightarrow{CF} এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$. ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,
 $DE \parallel BA$ ও $BA = 2DE$. ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $F(\theta) = 15 \sin^2 \theta + 2 \cos \theta$
এবং $A = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$.

ক. প্রমাণ কর যে, রেডিয়ান কোণ একটি ধ্রুব কোণ। ২

খ. $F(\theta) = 7$ হলে, $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর।
যখন $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$. ৪

গ. $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।
যখন $0 \leq \theta \leq 2\pi$. ৪

৮ ▶ i) তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো।

ii) ২২টি টিকেট ৩১ থেকে ৫২ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে।
একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলো।

ক. একটি ছক্সা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা অথবা ৩ দ্বারা
বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

খ. (i) এর আলোকে Probability tree অঙ্কন করে কমপক্ষে
দুইটি টেল (T) আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি জোড় অথবা ৭ এর গুণিতক
হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $A = xy^{p-1}$, $B = xy^{q-1}$, $C = xy^{r-1}$ এবং $y = \frac{4+x}{4-x}$ একটি

ফাংশন।

ক. প্রমাণ কর যে, $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$. ২

খ. দেখাও যে,

$$(q-r) \log_k A + (r-p) \log_k B + (p-q) \log_k C = 0. \quad 8$$

গ. $f(x) = \ln y$ হলে, $f(x)$ ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২ ▶ $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

এবং $p(y) = y^3 + y^2 + 4$.

ক. দেখাও যে, $F(x, y, z)$ একটি চক্র ক্রমিক রাশি। ২

খ. $P\left(-\frac{m}{2}\right) = P\left(-\frac{n}{2}\right)$ হলে দেখাও যে,

$$m^2 + mn + n^2 - 2m - 2n = 0 \text{ যেখানে } m \neq n. \quad 8$$

গ. $F(x, y, z)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং $F(x, y, z) = 0$ হলে দেখাও যে, $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$; যেখানে $x + y + z \neq 0$. ৪

৩ ▶ $A = \left(a - \frac{1}{x}\right)^7$ এবং $B = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^6$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

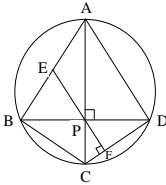
ক. $(1 + 3x^2)^4$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ২

খ. A এর বিস্তৃতিতে x^{-2} এর সহগ x^{-4} এর সহগের 135 গুণ হলে a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. B কে বিস্তৃতি করে উহার সাহায্যে $(2.995)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



চিত্রে $PD = 3$ সে.মি., $PF = 1$ সে.মি.।

ক. CD রেখাংশের উপর PD এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AE = BE$. ৪

গ. $\triangle ABD$ এর $AB = AD$ এবং ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে প্রমাণ কর যে $AB^2 = 2R \cdot AP$ ৪

৫ ▶ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r , উচ্চতা h এবং অর্ধশীর্ষ কোণ θ । কোণকটি 216 ঘন সে.মি. আয়তনের একটি ঘনক আকৃতির বাস্তবে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

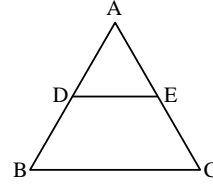
ক. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$$S = \frac{\pi r^2}{\sin \theta} = \frac{\pi h^2 \tan \theta}{\cos \theta} \text{ বর্গ একক।} \quad 8$$

গ. বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶



ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু D ও E .

ক. দেখাও যে, $-(-a) = a$. ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$BC \parallel DE \text{ এবং } DE = \frac{1}{2} BC. \quad 8$$

গ. $BCED$ চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু M ও N হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$MN \parallel DE \parallel BC \text{ এবং } MN = \frac{1}{2} (BC - DE). \quad 8$$

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $x = \cos \theta$, $y = \sin \theta$.

ক. $\frac{ax}{by} = 1$ হলে, $\frac{a \sin \theta + b \cos \theta}{a \sin \theta - b \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $ax - by = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a \sin \theta + b \cos \theta = c$. ৪

গ. $2xy + 1 = 2x + y$ এর সমাধান কর, যেখানে $0 \leq \theta \leq 2\pi$. ৪

৮ ▶ (i) একটি বুড়িতে 17টি লাল, 15টি সাদা ও 18টি কালো বল আছে।

(ii) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হল।

ক. দেখাও যে, কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে। ২

খ. প্রতিস্থাপন না করে পর পর 3টি বল তুলে নিলে সবগুলো বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে প্রতিক্ষেত্রে একই ঘটনা না পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

হলি ক্রস উচ্চ বালিকা বিদ্যালয়, ঢাকা

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

$$১ \triangleright f(x) = \frac{3x+5}{3x-1} \text{ এবং } g(x) = \ln \frac{4+x}{4-x}.$$

ক. $P(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. $3f^{-1}(x) = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $g(x)$ ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২ \triangleright (i) $a^x = b^y = c^z$, যেখানে $a \neq b \neq c$.

(ii) $x = a^{q+r}$, $y = a^{r+p}$, $z = a^{p+q}$.

ক. $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[5]{y}}$ হলে, দেখাও যে,

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{5}{3}} + \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{5}} = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{-2}{5}}. \quad ২$$

খ. (i) হতে $abc = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$$x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} = 3(xyz)^{-1}. \quad ৪$$

গ. (ii) হতে $\log_k x^{(q-r)} + \log_k y^{(r-p)} + \log_k z^{(p-q)}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ \triangleright (i) একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{3}{4}$ এবং অসীমতক সমষ্টি $\frac{3}{5}$ ।

(ii) $A = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{-4}{5}, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির n -তম আংশিক সমষ্টি $S_n = \frac{153}{256}$ হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. A এর বিস্তৃতিতে যদি x বর্জিত পদ এবং মধ্যপদ সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $3x^3 - 8 = 0$. ৪

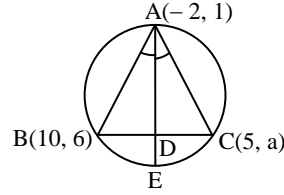
খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ \triangleright ΔDEF এর EF , FD ও DE বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A , B , C .

ক. যেকোনো \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ভেক্টরের জন্য প্রমাণ কর যে,
 $(\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w} = \underline{u} + (\underline{v} + \underline{w})$. ২

খ. \vec{DA} ভেক্টরকে \vec{DE} ও \vec{EB} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\vec{DA} + \vec{EB} + \vec{FC} = 0$. ৪

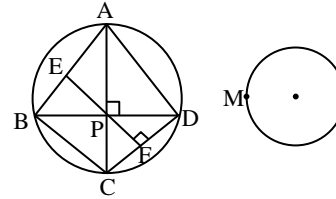
৫ \triangleright 

ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC. \quad ৪$$

গ. $AB = BC$ হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
(যেখানে $a > 0$). ৪

৬ \triangleright 

ক. চিত্রে, $PD = 3$ সে.মি., $PE = 1$ সে.মি. হলে, CD রেখাংশের উপর PD এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AE = BE$. ৪

গ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা প্রদত্ত বৃত্তকে D বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে M বিন্দুতে স্পর্শ করে। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ \triangleright $a = \sin \theta$, $b = \cos \theta$.

ক. 1.377 রেডিয়ানকে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a-b+1}{a+b-1} = \frac{b}{1-a}$. ৪

গ. $\sqrt{3} ab^{-1} + \sqrt{3} ba^{-1} = 4$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর।
(যেখানে $0 < \theta < 2\pi$). ৪

৮ \triangleright রিপা একটি মুদ্রা একসাথে একবার নিষ্ক্ষেপ করল। দিপা 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো থেকে একটি সংখ্যা নির্বাচন করল।

ক. একটি ছক্কা একবার নিষ্ক্ষেপ করলে মৌলিক অথবা জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

খ. রিপার নিষ্ক্ষিপ্ত মুদ্রায় কমপক্ষে একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা ও বড়জোড় একটি T পাওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

গ. দিপার ক্ষেত্রে সংখ্যাটি পৃথকভাবে 2, 3 এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা এবং একই সাথে 2, 3, 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, $g(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+pr)$.
- ক. $(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
- খ. দেখাও যে, $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক। ৪
- গ. $g(p, q, r) = pqr$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $(p+q+r)^9 = p^9 + q^9 + r^9$. ৪

২ ▶ $r^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}}$ এবং $y = f(x) = \frac{5+x}{5-x}$, $5 > 0$.

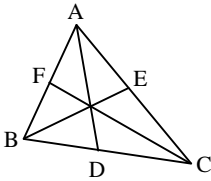
- ক. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
- খ. উদ্দীপক থেকে প্রমাণ কর যে, $3r^3 + 9r - 8 = 0$. ৪
- গ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶ $\left(2x^2 + \frac{k}{px^3}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. যদি $p = 2$, $n = 2$ হয়, তবে k^2 এর সহগ কত? ২
- খ. $p = 2$, $k = -1$ এবং $n = 10$ হলে, রাশিটির বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটি বের করে মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. যদি $p = 1$ এবং $n = 10$ হয় এবং রাশিটির বিস্তৃতিতে x^5 এবং x^{15} এর সহগ দুইটি পরস্পর সমান হলে, k এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



- ক. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি লিখ। ২
- খ. উদ্দীপকের চিত্রে BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F হলে প্রমাণ কর যে,
 $3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$. ৪
- গ. উদ্দীপকের চিত্রে $BE \perp AC$, $CF \perp AB$ এবং E ও F যোগ করা হলো, প্রমাণ কর যে,
 $\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2$. ৪

- ৫ ▶ ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে A (3, 2), B (2, -1) ও C (8, -3).
- ক. y-অক্ষ ও (7, 2) বিন্দু থেকে (a, 5) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D এর স্থানাঙ্ক এবং ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- গ. উদ্দীপকের কর্ণের সমীকরণ ও কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ একটি সরলরেখার ঢাল $\frac{-4}{3}$ এবং রেখাটি (3, 0) বিন্দুগামী।

- ক. P (3, 4) ও Q (-4, 2) বিন্দুর সংযোগ সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে— প্রমাণ কর। ২
- খ. উদ্দীপকের সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর। রেখাটি দ্বারা অক্ষদ্বয় থেকে ছেদকৃত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
- গ. রেখাটি ও মূলবিন্দু দ্বারা যে ক্ষেত্র তৈরি করে তার সমকোণ সংলগ্ন বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হয়, এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $\sin \theta = \frac{5}{13}$ এবং $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\tan x + \sec x = A$.

- ক. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। M ও N স্থান পৃথিবীর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে। MN কত কি.মি.? ২
- খ. উদ্দীপক থেকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} = \frac{3}{10}$. ৪
- গ. $A = \sqrt{3}$ হলে এর সমাধান কর। যখন $0 < x < 2\pi$. ৪

- ৮ ▶ একটি ঝুঁড়িতে 15টি রাজভোগ, 17টি ফজলি এবং 18টি আশ্রুপালী আম আছে। মনি তার হাত থেকে দুইটি ছক্কা এক সাথে ফেল দিয়ে, প্রতিস্থাপন না করে ঝুঁড়ি থেকে 4টি আম তুলে নিল।

- ক. সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে কেন? ২
- খ. মনির ফেলে দেওয়া ছক্কা দুইটির Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র হতে একই ফলাফল পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- গ. মনির তুলে নেওয়া সবগুলো আম ফজলি হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

শহিদ বীর উত্তম লে. আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{2x-1}$

ক. $g(x) = \sqrt{x-1}$ ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. f একটি এক-এক ফাংশন কিনা যাচাই কর। ৪

গ. f একটি অনটু ফাংশন কিনা নির্ধারণ কর। ৪

২ ▶ $A = \frac{x-1}{3x+2}, B = \frac{1}{y^q + y^{-r} + 1} + \frac{1}{y^r + y^{-p} + 1} + \frac{1}{y^p + y^{-q} + 1}$

ক. $3 + 7x - 5x^2 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়কের মাধ্যমে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. $\sqrt{A} + 2\sqrt{\frac{1}{A}} = 3$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p + q + r = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B = 1$ । ৪

৩ ▶ $A = (1+x)^7, B = (1-x)^8,$
 $C = (2t+1)^{-1} + (2t+1)^{-2} + (2t+1)^{-3} + \dots$ একটি অসীম ধারা।

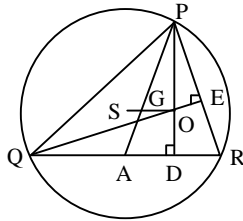
ক. দেখাও যে, $0! = 1$ । ২

খ. AB এর বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. C ধারাটিতে t এর ওপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶

চিত্রে $S, \Delta PQR$ এর পরিকেন্দ্র। A, QR এর মধ্যবিন্দু।

ক. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র একটি সরলরেখার ওপর অবস্থিত। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PA^2 + QA^2)$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔPQR এর ভরকেন্দ্র G । ৪

৫ ▶ (i) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $A(-5, 5), B(-15, -5), C(5, -5)$ এবং $E(15, 5)$ ।

(ii) $4x + 5y = 20$ সরলরেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. AB সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা বের কর। ২

খ. চতুর্ভুজটির যে অংশ 1 ম চতুর্ভুজে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔOPQ কে OQ বাহুর চারদিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ $ABCD$ চতুর্ভুজের AB, BC, CD ও DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R ও S ।

ক. 7 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দুগুলো $A(-6, 6), B(3, -6), C(6, 3), D(-3, 3)$ হলে $ABCD$ চতুর্ভুজটি সামান্তরিক কিনা যাচাই কর। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $f(A) = \cos A$ ।

ক. $30^\circ 15' 36''$ কে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $f(A) + f\left(\frac{\pi}{2} - A\right) = \sqrt{2}$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর; যেখানে $0 \leq A \leq \pi$ । ৪

গ. $f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + f(\theta) = \sqrt{2} f(\theta)$ হলে প্রমাণ কর যে,

$f(\theta) - f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sqrt{2} f\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ । ৪

৮ ▶ (i) রনি তার বন্ধুদের সাথে ক্রিকেট খেলা দেখতে মিরপুর স্টেডিয়ামে গিয়ে 31 হতে 52 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া টিকিটগুলো কিনল। টিকিটগুলো হতে রনি একটি টিকিট দৈবভাবে চয়ন করল।

(ii) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

ক. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে মৌলিক এবং বিজোড় সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

খ. (ii) নং এর আলোকে সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর। নমুনাক্ষেত্র এর সাহায্যে মুদ্রায় টেল এবং ছক্কায় জোড় সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. রনির নির্বাচিত টিকিটের নম্বর জোড় অথবা 9 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $f: \nabla - \{1\} \rightarrow \nabla - \{2\}$ এবং $g: \nabla - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \nabla -$

$\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ এবং $g(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ দ্বারা

সংজ্ঞায়িত।

ক. ফাংশন কাকে বলে? ২

খ. দেখাও যে, g ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক ফাংশন। ৪

গ. $3f^{-1}(x) = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ ▶ $\left(p - \frac{y}{3}\right)^7$ বিস্তৃতির p^3 এর সহগ 560.

ক. $p = 1$ হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২

খ. y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. রাশিটির বিস্তৃতিতে y^3 এর সহগ y^5 এর সহগের 15 গুণ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶ $f(x) = x^3 + 5x^2 + 6x + 8$ এবং $g(x) = \frac{2x}{(x+1)(x^2+1)^2}$ দুইটি

বীজগাণিতিক রাশি।

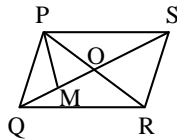
ক. $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান কত? ২

খ. $f(x)$ কে $x - p$ এবং $x - q$ দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে যেখানে $p \neq q$. তবে দেখাও যে,
 $p^2 + q^2 + pq + 5p + 5q + 6 = 0$. ৪

গ. $g(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



চিত্রে, PQRS একটি সামান্তরিক।

ক. অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PS^2 = 2(PO^2 + QO^2)$. ৪

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,
 $PO = RO$ এবং $QO = SO$. ৪

৫ ▶ P(7, 2), Q(-4, 2), R(-4, -3) এবং S(7, -3) বিন্দুগুলো একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. PQ বাহুর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি আয়তক্ষেত্র নাকি সামান্তরিক? যাচাই কর। ৪

গ. যদি উদ্দীপকে উল্লেখিত চতুর্ভুজটির সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F ও G হয়, তবে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, DEFG একটি সামান্তরিক। ৪

৬ ▶ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 5$ সে.মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর $d = 1$ সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪

গ. অতিভুজের সমান ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta = m$.

ক. $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $m = 2$ হলে, দেখাও যে,

$$\frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}.$$
 ৪

গ. $m = \sqrt{3}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর।

যেখানে $0 \leq \theta \leq 2\pi$. ৪

৮ ▶ একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. দেখাও যে, যে কোনো ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে? ২

খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনাক্ষেত্রটি লেখ। ৪

গ. P (জোড় সংখ্যা ও 2H) + P (মৌলিক সংখ্যা ও 2T) নির্ণয় কর। ৪

ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর
উচ্চতর গণিত • সৃজনশীল প্রশ্ন

বিষয় কোড : 126

পূর্ণমান-৫০

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $p(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^3 - 25x}$,
 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.
- ক. ডোম f নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $f^{-1}(m) = f(m)$. ৪
- গ. $p(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ $a = \sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ এবং $2x = 1 + \sqrt{2}$.
- ক. $p^{\sqrt{p}} = (p\sqrt{p})^p$ হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $2a^3 - 6a - 5 = 0$. ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$. ৪
- ৩ ▶ $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ একটি দ্বিপদী রাশি এবং $U_n = (2x - 1)^{-n}$.
- ক. অনন্ত গুণোত্তর ধারার সূত্রের সাহায্যে $0.0i3$ কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২
- খ. $n \in \mathbb{I}$ এর জন্য U_n ধারাটি নির্ণয় কর এবং x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে নির্ণয় কর। ৪
- গ. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ x^5 এর সহগের 15 গুণ হলে, k এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABEC এমন একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ যার $AB = AC$ এবং AE ও BC কর্ণদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে। $\triangle ABC$ এর পরিব্যাসার্ধ R।
- ক. চিত্রসহ এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি লিখ। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $AE \cdot BC = AB \cdot EC + BE \cdot AC$. ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R \cdot AD$. ৪

- ৫ ▶ $3x - 2y - 6 = 0$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।
- ক. রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদাংশ নির্ণয় কর। ২
- খ. রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- গ. O মূলবিন্দু হলে, ত্রিভুজটিকে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘোরালে যে ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় কর। ৪

- ৬ ▶ $\triangle ABC$ এর AB, AC ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F.
- ক. \vec{DF} কে \vec{AB} ও \vec{BC} ভেক্টরের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BF^2 + AF^2)$. ৪
- গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $\tan \theta = \frac{3}{4}$ এবং $\cot A = \frac{b}{a}$; $a \neq b$.
- ক. $\theta = \frac{\pi}{6}$ হলে, $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$ এর সত্যতা যাচাই কর। ২
- খ. $\frac{a \sin A - b \cos A}{c \sin A + d \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, $\frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta} = \frac{14}{5}$; যখন $\sin \theta$ ঋণাত্মক। ৪
- ৮ ▶ একটি ঘটনায় একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো। অপর একটি ঘটনায় একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।
- ক. প্রথম ঘটনায় Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। ২
- খ. দ্বিতীয় ঘটনায় Probability tree এর সাহায্যে নমুনাক্ষেত্র লিখ এবং
- (i) P(কমপক্ষে 2H) ও
- (ii) P(বড় জোড় 2T) নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $f(x) = \frac{2x+3}{4x-5}$, $x \neq \frac{5}{4}$ একটি ফাংশন এবং $p(a, b, c) = (a+b+c)(ab+bc+ca) - abc$ একটি বহুপদী।

ক. $F : \{1, 2, 3\} \rightarrow R$ ফাংশনটি $F(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে, দেখাও যে, F ফাংশনটি সার্বিক নয়। ২

খ. $f^{-1}(-2) = p \cdot f^{-1}(-3)$ হলে P এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p(a, b, c) = 0$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)^3$. ৪

২ ▶ (i) $x - \log_a(bc) = y - \log_b(ca) = z - \log_c(ab) = m$ এবং (ii) $p + q + r = n$.

ক. দেখাও যে, $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$. ২

খ. $m = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $xy + yz + zx = xyz$. ৪

গ. $n = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\frac{1}{k^p + k^{-q} + 1} + \frac{1}{k^q + k^{-r} + 1} + \frac{1}{k^r + k^{-p} + 1} = 1. \quad ৪$$

৩ ▶ (i) $1 + \frac{1}{2x+3} + \frac{1}{(2x+3)^2} + \frac{1}{(2x+3)^3} + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা এবং (ii) $A = (3-y)(1+my)^8$.

ক. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র ব্যবহার করে

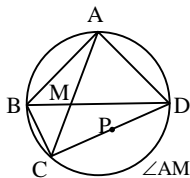
1.235 কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $m = \frac{1}{2}$ হয় তাহলে A রাশিকে y^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $2.9 \times (1.05)^8$ এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের অনুসন্ধান্ত দুটোকে চিত্রসহ কেবল সমীকরণের মাধ্যমে বিবৃত কর। ২

খ. $\angle BAC < \angle DAC$ বিবেচনা করে প্রমাণ কর যে,
 $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$. ৪

গ. CD এর মধ্যবিন্দু P হলে প্রমাণ কর যে,
 $AC^2 + AD^2 = 2(AP^2 + DP^2)$. ৪

৫ ▶ (i) $P(m, n)$, $Q(n, m)$, $R\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{n}\right)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

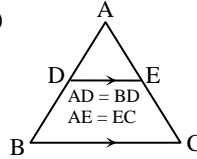
(ii) $A(1, 1)$, $B(4, 4)$, $C(2, 8)$, $D(-1, 5)$ বিন্দু চারটি একটি চতুর্ভুজ গঠন করে।

ক. দেখাও যে, $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল $\frac{1}{k}$ হলে, সরলরেখাটির y-অক্ষের ছেদক = k. ২

খ. $L(a, 0)$, $M(0, b)$, $N(1, 1)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে প্রমাণ কর যে, $a + b + m + n = ab$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABCD চতুর্ভুজটি কেবলই একটি সামান্তরিক, কিন্তু আয়ত নয়। ৪

৬ ▶ (i)



এবং (ii) $P(2, 3)$, $Q(-2, 2)$, $R(-4, -2)$, $S(-2, -6)$ এবং $T(4, -3)$ বিন্দু পাঁচটি একটি পঞ্চভুজ গঠন করেছে।

ক. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $M(x_1, y_1)$ ও $N(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\vec{DE} = \frac{1}{2} \vec{BC}$. ৪

গ. পঞ্চভুজটির যে অংশ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত, সেই অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ (i) $3 \cot \theta = 4$; $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

(ii) $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = m$, $0 \leq \alpha < 2\pi$.

ক. অতি সংক্ষেপে প্রমাণ কর যে, রেডিয়ান কোণ একটি প্রুফ কোণ। ২

খ. $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $m = 2$ হলে α এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ ▶ দৈব পরীক্ষা-১ : একটি বাস্তবে 12টি সবুজ বল, 8টি সাদা বল এবং 15টি কালো বল থেকে পরপর দুইটি বল দৈবভাবে চয়ন করা হলো।

দৈব পরীক্ষা-২ : দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা একত্রে একবার নিষ্ক্ষেপ করা হলো।

ক. একটি ঘটনা A এর সম্ভাবনা $P(A)$ হলে প্রমাণ কর যে, $0 \leq P(A) \leq 1$. ২

খ. (a) বল দুইটি প্রতিস্থাপন করে চয়ন করা হলে উভয় বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(b) বল দুইটি প্রতিস্থাপন না করে চয়ন করা হলে উভয় বল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যা দুটোর সমষ্টি কমপক্ষে 4 হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

সেট- ক

মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর (রামানুজন)

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x - 6$ এবং $Q(x) = x(x^2 + 1)$
- ক. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz$ রাশিটি প্রতিসম কিনা তা যাচাই কর। ২
- খ. $P(x)$ বহুপদীকে $(x + m)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ -12 হলে, m -এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $\frac{P(x)}{Q(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

- ২ ▶ $f: \nabla - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \nabla - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$, $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ একটি এক-এক ও সার্বিক ফাংশন এবং $S = \{(x, y) : y = x^2\}$ একটি অস্বয়।

- ক. $F(t) = \sqrt{t-2}$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $f^{-1} = f$. ৪
- গ. S অস্বয়টির লেখচিত্র অঙ্কন করে দেখাও যে, অস্বয়টি একটি ফাংশন। ৪

- ৩ ▶ $A = (2 + x^2)^n$ এবং $B = \left(\sqrt[3]{a^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \right)^n$.
- ক. $4^y = 8^z$ হলে, $y : z$ নির্ণয় কর। ২
- খ. A -এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদের সহগ, ষষ্ঠ পদের সহগের অর্ধেক হলে, n -এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. যেখানে n ধনাত্মক বিজোড় সংখ্যা এবং $A = B$ হলে প্রমাণ কর যে, $ax^3 + 3ax + 1 = a^2$. ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ ΔABC -এর AB , BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P , Q ও R .
- ক. একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু D ও E দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র MN রেখার উপর অবস্থিত। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2AQ^2 + 2BQ^2$. ৪
- গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PBCR$ চতুর্ভুজটি একটি ট্র্যাপিজিয়াম। ৪

- ৫ ▶ $PQRS$ চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(1, 1)$, $Q(7, 1)$ ও $R(x, y)$ এবং $S(1, 7)$ ।

- ক. কোনো গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 36π বর্গ সে.মি. হলে, এর আয়তন নির্ণয় কর। ২
- খ. $PQRS$ চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল ΔPQS -এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে, $x = y$. ৪
- গ. ΔPQS -কে PS বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

- ৬ ▶ $ABCD$ চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 2)$, $(6, 3)$, $(9, 6)$ ও $(6, a)$ এবং $AB \parallel CD$.

- ক. $2x - 3y = 6$ সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, চতুর্ভুজটির AC কর্ণটি মূলবিন্দুগামী। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $ABCD$ চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $a = \sec \theta$, $b = \tan \theta$.

- ক. $\operatorname{cosec} A = -\frac{5}{3}$ হলে, $\cot A$ -এর মান নির্ণয় কর, যখন $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$. ২

- খ. $ax + by = z$ হলে দেখাও যে, $bx + ay = \sqrt{y^2 + z^2 - x^2}$. ৪

- গ. $a^2 + b^2 = 3$ হলে, θ -এর মান নির্ণয় কর, যখন $0 < \theta < 2\pi$. ৪

- ৮ ▶ 1 থেকে 24 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো লিখে 24টি লটারি টিকিট তৈরি করা হলো এবং একটি ছক্কা নিরপেক্ষভাবে গড়িয়ে দেওয়া হলো। সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হলো যে, কেবল জোড় সংখ্যায়ুক্ত লটারি টিকিট পুরস্কারপ্রাপ্ত হবে।

- ক. 180 জন শ্রমিকের মধ্যে 178 জন প্রশিক্ষিত হলে, যেকোনো একজন শ্রমিকের প্রশিক্ষণবিহীন হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

- খ. ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যাটি, লটারি টিকিটের সর্বোচ্চ সংখ্যাটির গুণনীয়ক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

- গ. দেখাও যে, নিরপেক্ষভাবে নির্বাচিত যেকোনো একটি টিকিটের পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা ও পুরস্কার না পাওয়ার সম্ভাবনা একটি সমসম্ভাব্য ঘটনা। ৪

কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা
উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৫০

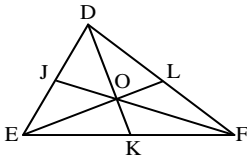
[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $P(x) = 18x^3 - 15x^2 - x + 2$
 $Q(a, b, c) = (a + b + c)(ab + bc + ca)$
 ক. $2x^3 + x^2 + px - 9$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $x + 3$ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $Q(a, b, c) = abc$ হলে দেখাও যে,
 $\frac{1}{(a+b+c)^5} = \frac{1}{a^5} + \frac{1}{b^5} + \frac{1}{c^5}$ ৪
 গ. $\frac{3x-2}{p(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ $A = (p + qx)^n$, $B = (r + sx)^6$ এবং $C = (s - rx)^2$.
 ক. $r = 2$ এবং $s = \frac{1}{3}$ হলে, B কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ২
 খ. $r = s = 1$ হলে BC এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
 গ. $p = 2$, $n = 7$ এবং $q = -\frac{1}{4}$ হলে A কে মানের উর্ধ্বক্রমে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(1.995)^7$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶ $f(x) = \ln \frac{5-x}{5+x}$, $p = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{-\frac{2}{3}}$ হলে,
 ক. $x^{\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $p = a^2 - 2$ হলে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$. ৪
 গ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

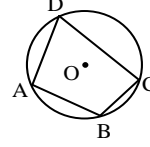
৪ ▶



ΔDEF -এ DK , EL এবং FJ মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

- ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., ৬ সে.মি. ও ৪ সে.মি. হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
 খ. ΔDEF হতে $DE^2 + DF^2 = 2(DK^2 + EK^2)$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠিত কর। ৪
 গ. দেখাও যে, ΔDEF এর বাহু তিনটির বর্গের সমষ্টি O বিন্দু হতে শীর্ষবিন্দু তিনটির দূরত্বের বর্গের সমষ্টির তিন গুণ। ৪

৫ ▶



- ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধিটি লিখ। ২
 খ. এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন কর যা O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে B বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং এর বহিঃস্থ কোন বিন্দু E দিয়ে যায়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪
 গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, AB , BC , CD এবং DA বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে যোগ করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়। ৪
- ৬ ▶ $A(3, -2)$, $B(8, 3)$, $C(3, 8)$ এবং $D(-2, 3)$ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।
 ক. A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
 খ. দেখাও যে, $ABCD$ চতুর্ভুজটি একটি বর্গ। ৪
 গ. $ABCD$ চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $\cos \theta + \sin \theta = x$, $\cos \theta - \sin \theta = y$ এবং $5 \cot \theta = 12$.
 ক. $x = 1$ হলে, দেখাও যে, $\sin \theta - \cos \theta = \pm 1$. ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{y+1}{x-1} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$. ৪
 গ. তৃতীয় সমীকরণ হতে $\sin \theta$ ঋণাত্মক হলে প্রমাণ কর যে,
 $\frac{\cos \theta - \sin(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta} = \frac{51}{26}$. ৪
- ৮ ▶ একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো। অন্যদিকে জামান ৩০ থেকে ৫০ পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করল।
 ক. দৈব পরীক্ষা কী? ২
 খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত প্রথম সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে প্রতিক্ষেত্রের একই ঘটনা না পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
 গ. দেখাও যে, সংখ্যাটি জোড় অথবা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা পার্থক্য $\frac{8}{21}$. ৪

ইম্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ (i) $1 + \frac{1}{1+3x} + \frac{1}{(1+3x)^2} + \frac{1}{(1+3x)^3} + \dots$
(ii) $8 + 88 + 888 + \dots$
ক. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \dots$ অসীম গুণোত্তর ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর। ২
খ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

- ২ ▶ $A = (1-x)(1+px)^6$ এবং $B = (3-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

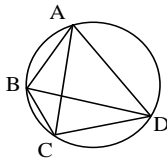
- ক. $P = -3$ হলে, $(1+px)^6$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃত কর। ২
খ. $A = 1 + qx^2 + \dots$ হলে, p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে B কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $2.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

- ৩ ▶ $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$; যেখানে, $x \neq 2$.

- ক. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২
খ. ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক কি-না তা নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $4f^{-1}(x) = x$. ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶

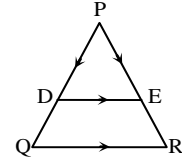


ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত এবং AC, BD উহার দুইটি কর্ণ।

- ক. টমেলির উপপাদ্য বিবৃত কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,
 $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$. ৪
গ. যদি ΔABC এর মধ্যমা D বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $BA^2 + BC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$. ৪

- ৫ ▶ $A(3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(6, -1)$ এবং $D(k, 3)$ বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।
ক. AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
খ. $P(x, y)$ বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী হলে, দেখাও যে,
 $14x + 4y - 5 = 0$. ৪
গ. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণ হলে, k এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶



ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.

- ক. $(\vec{PD} + \vec{DE})$ কে \vec{PR} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel QR$ এবং $DE = \frac{1}{2}QR$. ৪
গ. DERQ ট্র্যাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও G হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $FG \parallel DE \parallel QR$ এবং $FG = \frac{1}{2}(QR - DE)$. ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $A = \sec \theta + \tan \theta$ এবং $B = \cos\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$.

- ক. B এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. যদি $A = x$ হয়, তবে দেখাও যে, $\sin \theta = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. ৪
গ. θ এর সম্ভাব্য মানগুলো নির্ণয় কর যখন $A = \sqrt{3}$ এবং $0 < \theta < 2\pi$. ৪

- ৮ ▶ 20টি টিকেট 11 থেকে শুরু করে 30 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।

- ক. দেখাও যে, কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে। ২
খ. নির্বাচিত টিকেটের নম্বর 2 এর গুণিতক এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি মৌলিক অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, নম্বরটি বিজোড় অথবা 4 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা চেয়ে কম। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $P(x) = \frac{2x^4}{x^4 - 16}$ এবং $\frac{p}{x^2 - yz} = \frac{q}{y^2 - zx} = \frac{r}{z^2 - xy} \neq 0$.

ক. $F(x) = \frac{1}{2 - 3x}$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২

খ. ২য় উদ্দীপকের সাহায্যে দেখাও যে,
 $(p + q + r)(x + y + z) = px + qy + rz$. ৪

গ. $P(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

২ ▶ (i) $(2 + \frac{y}{4})^n$

(ii) $3(4 - 10x)^{-1} + 9(4 - 10x)^{-2} + 27(4 - 10x)^{-3} + \dots$

ক. গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে তা নির্ণয় পূর্বক সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (i)নং এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ ৪র্থ পদের সহগের ৪ গুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶ $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$, $c = xy^{r-1}$, $d = \sqrt[3]{1+y} + \sqrt[3]{1-y}$

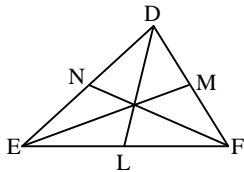
ক. যেকোনো সান্ত সেট A ও B এর জন্য প্রমাণ কর যে,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. ২

খ. $d = \sqrt[3]{2}$ হলে, সমীকরণটি শুদ্ধ পরীক্ষাসহ সমাধান কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,
 $(q - r) \log_k a + (r - p) \log_k b + (p - q) \log_k c = 0$. ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



চিত্রে, DL, EM এবং FN তিনটি মধ্যমা।

ক. ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র কাকে বলে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE^2 + DF^2 = 2(DL^2 + LF^2)$. ৪

গ. দেখাও যে,
 $3(DE^2 + EF^2 + DF^2) = 4(DL^2 + EM^2 + FN^2)$. ৪

৫ ▶ P(3, 4), Q(-4, 2), R(6, -1) এবং S(k, 3) একটি চতুর্ভুজের চারটি বিন্দু। এবং বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

ক. Q ও R বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. PQRS চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল PQR ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণ হলে k এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. 'খ' থেকে k এর মান ব্যবহার করে উদ্দীপকের বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাসমূহ একটি সামান্তরিক উৎপন্ন করে, ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর। ৪

৬ ▶ (i) $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে ঝাঁটে যায়।

(ii) ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত যার AC ও BD দুইটি কর্ণ।

ক. ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত আঁক যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। ২

খ. ১ম উদ্দীপক থেকে বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,
AC · BD = AB · CD + BC · AD. ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $A = \sin \theta$, $B = \cos \theta$ এবং $C = 15 \cos^2 \theta + 2 \sin \theta$.

ক. সকাল ৯ : ৩০ টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. $C = 7$ এবং $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ হলে, $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{2}{B^2} + \frac{A^2}{B^2} = 3$ এবং $0 < \theta < 2\pi$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ ▶ (i) ২২টি টিকেট ৩১ হতে ৫২ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে।

(ii) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

ক. $32\frac{1}{4}$ " কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলে, নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি জোড় অথবা ৭ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র হতে মুদ্রায় টেল ও ছক্কা জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

ডাঃ খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত • সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $f : R \rightarrow R$ একটি ফাংশন; যা $f(x) = \frac{3x-5}{3(x+1)}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত

এবং $P(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2(2x+1)}$.

ক. $f(x) = \sqrt{2-x}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর। ২খ. $f(x)$ একটি এক-এক ফাংশন কিনা যাচাই কর। ৪গ. $P(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪২ ▶ $\frac{\log(3+2z)}{\log z + \log 2} = 2$

এবং $2^y + 8^y = 68$.

ক. $x^2 + 6x + k = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে, k এর মান নির্ণয় কর। ২খ. প্রমাণ কর যে, $z = \frac{1+\sqrt{13}}{4}$. ৪গ. y এর মান নির্ণয় কর। ৪৩ ▶ $A = (1+2x)^7$, $B = (1-2x)^6$

এবং $P = \left(y + \frac{k}{y}\right)^5$.

ক. $n = 2$ হলে, $\frac{(n-2)!}{n!}$ এর মান নির্ণয় কর। ২খ. P এর বিস্তৃতিতে k^4 এর সহগ 135 হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪গ. AB এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶ ΔPQR এর QR , RP ও PQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D , E ও F ; $PM \perp QR$ ও $QN \perp PR$.ক. $PD = 6$ সে.মি. হলে, ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র থেকে P বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ২খ. দেখাও যে, $QR.RM = PR.RN$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ৪

$$3(PQ^2 + QR^2 + PR^2) = 4(PD^2 + QE^2 + RF^2).$$

৫ ▶ ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোরউপর লম্ব AD , BE ও CF রেখাত্রয় O বিন্দুতে ছেদ করে।ক. ΔABC এর পরিকেন্দ্র থেকে BC বাহুর দূরত্ব 4 সে.মি.হলে, OA এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে,

$$\Delta ABC : \Delta AEF = AB^2 : AE^2.$$
 ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

$$AO.OB = BO.OE = CO.OF.$$
 ৪

৬ ▶ 2 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা $A(1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটিরেখা $C(4, 0)$ বিন্দু দিয়ে যায়। AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দুযথাক্রমে P ও Q ।ক. AC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$PQ \parallel BC \text{ এবং } PQ = \frac{1}{2} BC.$$
 ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $x = \sin \theta$, $y = \cos \theta$.ক. $2\theta = 11\pi$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে,

$$\frac{x}{1+y} + \frac{1+y}{x} = 2 \operatorname{cosec} \theta.$$
 ৪

গ. $4(x+y^2) = 5$ এবং $0 \leq \theta \leq 2\pi$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪৮ ▶ একটি বুড়িতে ৫টি সবুজ বল, x সংখ্যক কালো বল এবং $2x$

সংখ্যক লাল বল আছে। দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলো।

ক. দেখাও যে, সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে। ২

খ. $x = 4$ হলে, বলটি সবুজ বা লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা, লাল হওয়ার সম্ভাবনার

তিনগুণ হলে, বুড়িতে মোট বলের সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + C$,
 $g(x) = x^2 - 4x - 7$
 এবং $h(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$ হলো x চলকের তিনটি
 বহুপদী।
- ক. $h(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
- খ. $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $3x + 2$ হলে C -এর মান নির্ণয়
 কর। ৪
- গ. $\frac{g(x)}{h(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ $P = \log_a bc$, $q = \log_b ca$, $r = \log_c ab$
 এবং $f(x) = \ln \frac{5+x}{5-x}$; যখন $-5 < x < 5$.
- ক. দেখাও যে, $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a = 8$. ২
- খ. দেখাও যে, $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{q+1} + \frac{1}{r+1} = 1$. ৪
- গ. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶ $A = \left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ এবং $B = \left(x^2 + \frac{y}{x}\right)^6$ দুইটি দ্বিপদী
 রাশি।
- ক. A -এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ২
- খ. A -এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয়
 কর। ৪
- গ. B -এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 540 হলে y -এর মান
 নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় হতে বিপরীত বাহুগুলোর
 উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় AD , BE , CF পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ
 করেছে।
- ক. $AC = 5$ cm, $CD = 3$ cm হলে, AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয়
 কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $AO \cdot OD = BO \cdot OE = CO \cdot OF$. ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $BC \cdot CD = AC \cdot CE$. ৪

- ৫ ▶ $A(3, 3)$, $B(-3, 3)$, $C(-3, -3)$ ও $D(3, -3)$ একই সমতলে
 অবস্থিত চারটি বিন্দু।
- ক. AC রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $ABCD$ একটি সামান্তরিক। ৪
- গ. AB , BC , CD ও DA এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P , Q , R , S
 হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি
 সামান্তরিক। ৪
- ৬ ▶ $y = 3x + 4$, x অক্ষকে P বিন্দুতে এবং $3x + y = 0$, y অক্ষকে Q
 বিন্দুতে ছেদ করে এবং সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ
 করে।
- ক. সরলরেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল নির্ণয় কর। ২
- খ. R বিন্দুগামী এবং 4 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ
 নির্ণয় কর। ৪
- গ. ΔPQR -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $\sec \theta = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।
- ক. $\tan 5\theta = \cot 10\theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে,
 $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = x$. ৪
- গ. $\frac{2x}{1+x^2} + \frac{x^2-1}{x^2+1} = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৮ ▶ 40 থেকে 60 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া টিকেটগুলো ভালোভাবে
 মিশিয়ে একটি দৈবভাবে নেওয়া হলো।
- ক. নমুনাক্ষেত্র এবং নমুনাবিন্দু বলতে কী বোঝ? ২
- খ. সংখ্যাটি মৌলিক নয় এবং 6 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার
 সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- গ. সংখ্যাটি বিজোড় অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা
 নির্ণয় কর। ৪

জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

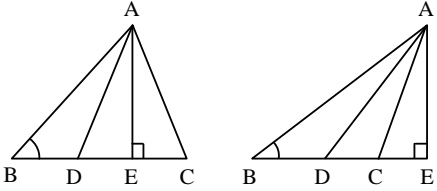
পূর্ণমান-৫০

দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

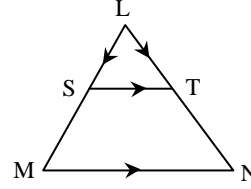
ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $E = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0; a, b \in \mathbb{R}\}$
 $F = \{3, 4\}$ এবং $G = \{4, 5, 6\}$.
 ক. E এর উপাদানগুলো নির্ণয় কর। ২
 খ. দেখাও যে, $E \times (F \cup G) = (E \times F) \cup (E \times G)$. ৪
 গ. $\frac{x+2}{x^2-7x+12}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ $(1+6x)^{-1} + (1+6x)^{-2} + (1+6x)^{-3} + \dots$
 ক. $x=1$ হলে প্রাণ্ড ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
 খ. $x=\frac{1}{3}$ হলে ধারাটির ১ম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
 গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসমীতক সমষ্টি থাকবে? সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶ $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।
 ক. দ্বিপদী উপপাদ্যটি লিখ। ২
 খ. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের অর্ধেক হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $(1.01)^5$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ 
- ক. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি বিবৃতি কর। ২
 খ. চিত্র হতে প্রমাণ কর যে,
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ । ৪
 গ. যদি $\triangle ABC$ এর BC, CA এবং AB বাহু যথাক্রমে a, b, c এবং BC, CA এবং AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা যথাক্রমে d, e, f হয়, তবে দেখাও যে,
 $3(a^2 + b^2 + c^2) = 4(d^2 + e^2 + f^2)$ । ৪

৫ ▶



- চিত্রে $\triangle LMN$ এর LM ও LN বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T।
 ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি বর্ণনা কর। ২
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে,
 $ST \parallel MN$ এবং $ST = \frac{1}{2}MN$. ৪
 গ. যদি SMNT চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F ও G হয়, তবে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, DEFG একটি সামান্তরিক। ৪
- ৬ ▶ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক আকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 10 মিটার ও ভূমির ব্যাস 40 মিটার।
 ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর। ২
 খ. তাঁবুর আয়তন ও তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে তা নির্ণয় কর। ৪
 গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 100 টাকা হলে, ক্যানভাস বাবদ কত টাকা খরচ হবে? ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $P = \frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1}$ ও $Q = 10 \sin^2 \theta + 6 \cos^2 \theta$ ।
 ক. $\sin A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; যেখানে $0 < A < \frac{3\pi}{2}$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $Q=7$ হলে, $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর; যখন $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$. ৪
 গ. দেখাও যে, $P = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ । ৪
- ৮ ▶ একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।
 ক. যদি ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করা হয়, তবে মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? ২
 খ. উদ্দীপক হতে Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনাফ্রেটটি লেখ। ৪
 গ. নিম্নোক্ত ক্ষেত্রে সম্ভাবনা নির্ণয় কর : ৪
 (i) ছক্কায় জোড় সংখ্যা এবং মুদ্রায় হেড।
 (ii) ছক্কায় 3 এর গুণিতক এবং মুদ্রায় টেল।

দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $A = \left(2 + \frac{x}{3}\right)^n$ এবং $B = (1-x)(1+ax)^5$.
- ক. $(1-2y+y^2)^7$ বিস্তৃতির পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
- খ. A এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদের সহগ ৬ষ্ঠ পদের সহগের 5 গুণ হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $B = 1 + bx^2 + cx^3 + \dots$ হলে, a, b ও c এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ ▶ i. $m = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt[3]{x+y} - \sqrt[3]{x-y} \right\}$ এবং $x^2 - y^2 = z^3$.

ii. $n = \log(3+5x) - 2 \log x$.

ক. $a^2 + b^2 = 11ab$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\log\left(\frac{a-b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b). \quad ২$$

খ. $n=0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2x-5 = \sqrt{37}$. ৪

গ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $4m^3 + 3mz - y = 0$. ৪

৩ ▶ $f(x) = \frac{3x-5}{4x-3}$.

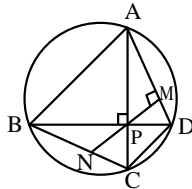
ক. $f(x) = x$ হলে, সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর। ২

খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় কর। ৪

গ. $f^{-1}(x) = x \cdot f^{-1}(1)$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ নিচের চিত্রের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



ক. একটি ত্রিভুজের নববিন্দু বৃত্তের পরিধি 20 সে.মি. হলে, ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BN = CN$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PM^2 = AM \cdot DM$. ৪

৫ ▶ (i) $y = 3x + 4$ এবং

(ii) $y = -3x + 4$ হলো দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।

ক. (4, 5) এবং (2, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. i নং রেখাটি x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করলে AB এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সরলরেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী এবং 4 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

৬ ▶ P(4, 4), Q(5, -3), R(-4, -6) এবং S(-5, 3) বিন্দুগুলো একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. R বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. PR এবং QS কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪

গ. PQRS চতুর্ভুজের যে অংশ প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $a \cos^2 x + b \sin^2 x = c$; $a > c > b > 0$

এবং $\sin \theta = \frac{5}{13}$.

ক. $\sin A + \sin^2 A = 1$ হলে, দেখাও যে, $\cos^2 A + \cos^4 A = 1$. ২

খ. প্রমাণ কর যে,

$$\tan x = \pm \sqrt{\frac{c-a}{b-c}}. \quad ৪$$

গ. $\cos \theta$ ঋণাত্মক হলে, দেখাও যে,

$$\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)} = \frac{3}{10}. \quad ৪$$

৮ ▶ তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

ক. দেখাও যে, সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে। ২

খ. তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনাক্ষেত্র লেখ। ৪

গ. (ii) কেবলমাত্র '2H' ও (ii) কমপক্ষে একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল

বিষয় কোড : 126

সময়—২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান—৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

১ ▶ $f(x) = \sqrt{x-4}$, $f(x) = x^{16} - 1$,

$$G(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}$$

ক. সার্বিক ফাংশন বলতে কী বোঝ? ২

খ. $f^{-1}(x)$ ফাংশন কি-না তা লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,

$$G(x) + \frac{16}{f(x)} = \frac{1}{x-1}$$
 ৪

২ ▶ $f(x) = 3^{2x+2}$ এবং $g(x) = 27^{x+1}$

ক. $y^y \sqrt{y} = (y\sqrt{y})^y$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ২খ. $f(x) + g(x) - 36 = 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪গ. $q(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ হলে, $q(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে লেখচিত্র থেকে ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৩ ▶ $A = \left(2 + \frac{x}{3}\right)^n$ এবং $B = (1-x)(1+ax)^5$

ক. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \frac{1}{4}, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২খ. A এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদের সহগ, ৬ষ্ঠ পদের সহগের ৫ গুণের সমান হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪গ. $B = 1 + bx^2 + cx^3 + \dots$ হলে, a, b, c এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶ ΔABC এর AD একটি মধ্যমা এবং অপর একটি ত্রিভুজ PQR এর উচ্চতা h , ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x ।

ক. লম্ব অভিক্ষেপ চিত্রসহ – ব্যাখ্যা কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে,

$$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$$
 ৪

গ. PQR ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

[অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

৫ ▶ A, B, C এবং D চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(t^2, 2t)$, $(t, 3t)$, $(t, -2t)$ এবং $(2, 5)$ ।ক. $y = -x - 7$ রেখাটি x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর। ২খ. AD রেখার ঢাল $\frac{1}{7}$ হলে t -এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪গ. $t = -1$ হলে, $ABCD$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪৬ ▶ 16 সে.মি., 12 সে.মি. এবং R সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট তিনটি কঠিন (solid) ধাতব গোলককে গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি কঠিন গোলককে পরিণত করা যায় যা একটি ঘনক আকৃতি বাক্সে ঠিকমতো এঁটে যায়।

ক. প্রথমোক্ত গোলকটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের প্রেক্ষিতে R এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের উল্লেখিত বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭ ▶ $\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - m = 0$, $M = \tan \theta$, $N = \sec \theta$, $P = \sin \theta$

ক. বিকাল 4 : 30 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২

খ. $m = 2$ হলে দেখাও যে, $\frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ ৪গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1-M-N}{N-M-1} = \sqrt{\frac{1+p}{1-p}}$ ৪

৮ ▶ (i) পূর্বাশা 30 থেকে 50 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করল।

(ii) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একত্রে নিষ্ক্ষেপ করা হলো।

ক. কোন দৈব পরীক্ষার একটি ঘটনা A এবং ঐ ঘটনার সম্ভাবনা $P(A)$ হলে প্রমাণ কর যে, $0 \leq P(A) \leq 1$ ২খ. দেখাও যে, সংখ্যাটি জোড় অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য $\frac{8}{21}$ । ৪

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত ছক্কা-মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ পরীক্ষার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনাক্ষেত্র লিখ। ৪

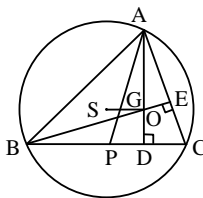
[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $f: x \rightarrow \frac{2x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$ এবং $p(x) = x^3 - 25x$.
- ক. $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ রাশিটি চক্রক্রমিক বা প্রতিসম কি-না যাচাই কর। ২
- খ. $f^{-1}(x) = 3x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $\frac{x^2}{p(x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ (i) $Y = \frac{\log_k(x+5)}{\log_k x}$
- (ii) $P = \frac{2x}{x-1}$
- ক. দেখাও যে, $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$ একটি অনন্ত সেট। ২
- খ. $Y = 2$ হলে দেখাও যে, $x = \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ । ৪
- গ. $6\sqrt{P} + \frac{5}{\sqrt{P}} = 13$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶ $(5x-4)^{-1} + (5x-4)^{-2} + (5x-4)^{-3} + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা এবং $\left(p - \frac{x}{2}\right)^6 = r - 96x + sx^2 + \dots$ একটি সমীকরণ।
- ক. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে ১ম চারটি পদ নির্ণয় কর। ২
- খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত অনন্ত গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. p, r, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪ ▶



- চিত্রে ΔABC এর পরিকেন্দ্র S এবং P , BC এর মধ্যবিন্দু।
- ক. $(-4, 5)$ ও $(-6, -9)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AP^2 + BP^2)$ ৪
- গ. দেখাও যে, G , ΔABC এর ভরকেন্দ্র। ৪

- ৫ ▶ $A(4, -7), B(6, 4), C(-4, 4)$ ও $D(6, -7)$ বিন্দু চারটি একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।
- ক. $y = -x - 7$ রেখাটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $ABCD$ চতুর্ভুজটি একটি ট্র্যাপিজিয়াম। ৪
- গ. $ABCD$ চতুর্ভুজের যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

- ৬ ▶ (i) $PQRS$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় PR ও QS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।
- (ii) একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক আকারের তাঁবুর উচ্চতা ৭ মিটার এবং তাঁবুটির ব্যাস ৩৬ মিটার।
- ক. একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{48}$ মি. হলে এর আয়তন নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য ১৩৬.৫০ টাকা হলে, ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে নির্ণয় কর। ৪
- গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ সামান্তরিকটির কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $A = x \cos \theta - y \sin \theta$ এবং $B = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$
- ক. $44^\circ 33' 22''$ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২
- খ. $A = z$ হলে, প্রমাণ কর যে,
 $x \sin \theta + y \cos \theta = \pm \sqrt{x^2 + y^2 - z^2}$. ৪
- গ. $B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $0 < \theta \leq 2\pi$ হলে, θ এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

- ৮ ▶ (i) একটি ছক্কা এবং দুটি মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ করা হলো।
- (ii) একজন লোকের রাজশাহী হতে ঢাকায় ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$ এবং ঢাকা হতে কুমিল্লা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ ।
- ক. একটি বুড়িতে ৪টি লাল, ১০টি সাদা ও ৭টি কালো মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলে মার্বেলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত? ২
- খ. (i) এর Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। ৪
- গ. (ii)নং হতে Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর
উচ্চতর গণিত সৃজনশীল প্রশ্ন

বিষয় কোড : 126

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $P(a) = \frac{3a}{(a+1)(a^2+1)^2}$
 $Q = \frac{1}{4+b} + \frac{2b}{16+b^2} + \frac{5b^3}{256+b^4} + \frac{8b^7}{65536-b^8}$
 ক. $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{x-3}{3}$ হলে, $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর। ২
 খ. Q কে সরলীকরণ কর। ৪
 গ. P কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- ২ ▶ (a) $x^2 - xy = 14, y^2 + xy = 60$.
 (b) ১টি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $\frac{1}{2}$ এবং অসীমতক সমষ্টি $\frac{1}{3}$ ।
 ক. $x^2 + y^2 = 11xy$ হলে, দেখাও যে,
 $\log\left(\frac{x-y}{3}\right) = \frac{1}{2} \log xy$. ২
 খ. উদ্দীপক (a) এর সমাধান নির্ণয় কর। ৪
 গ. উদ্দীপক (b) ধারাটির ১ম কতটি পদের সমষ্টি $\frac{85}{256}$? ৪
- ৩ ▶ $A(y) = \left(\frac{b}{y^2} + 2y^2\right)^n$
 ক. $f(x) = \sqrt{2x+3}$ ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর। ২
 খ. $b = 1, n = 8$ হলে, $A(y)$ এর বিস্তৃতিতে y বর্জিত পদের মান কত? ৪
 গ. $b = 1, n = 6$ এর জন্য $(1-y)A(y)$ এর বিস্তৃতি হতে $0.5 \times (4.5)^6$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ (i) সমদ্বিবাহু ΔMNO এর শীর্ষবিন্দু M হতে ভূমি NO এর উপর অঙ্কিত লম্ব MA।
 (ii) এরূপ একটি বৃত্ত PRM যা PQ এর নির্দিষ্ট বিন্দু P এবং PQ রেখার বহিঃস্থ বিন্দু R।
 ক. ΔABC এর AD, BE ও CF এর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি. হলে,
 $AB^2 + BC^2 + CA^2 = ?$ ২
 খ. উদ্দীপক (i) এর আলোকে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R হলে $MN^2 = 2R \cdot AM$. ৪
 গ. উদ্দীপক (ii) এর আলোকে PRM বৃত্ত আঁক যা PQ কে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং R বিন্দু দিয়ে যায়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

- ৫ ▶ ΔMNQ এ MN ও MQ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B।
 ক. ভেক্টর ও অবস্থান ভেক্টরের সংজ্ঞা লিখ। ২
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,
 $NQ \parallel AB$ এবং $AB = \frac{1}{2}NQ$. ৪
 গ. NQBA ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু C ও D হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DC \parallel AB \parallel NQ$ এবং
 $DC = \frac{1}{2}(NQ - AB)$. ৪
- ৬ ▶ $C(1, 2)$ বিন্দুগামী $2y - 3x + 6 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে A এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।
 ক. উদ্দীপকের রেখাটির ঢাল নির্ণয় কর। ২
 খ. ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
 গ. ΔOAB কে OB বাহুর চতুর্দিকে একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $A = \frac{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - 1}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + 1}$ এবং $B = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$
 ক. $55^\circ 55' 55''$ কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 - B^2 = 0$. ৪
 গ. $B = (\sqrt{3})^{-1}$ এবং $0^\circ < \theta \leq 2\pi$ যা হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৮ ▶ একটি ছক্কা ও দুইটি ভিন্ন মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।
 ক. দেখাও যে, কোন ঘটনা ঘটা ও না ঘটায় সম্ভাবনার সমষ্টি 1। ২
 খ. উদ্দীপকের সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ। ৪
 গ. (i) $P(\text{জোড় সংখ্যা ও } 2H) + P(\text{মৌলিক সংখ্যা ও } 2T)$ নির্ণয় কর।
 (ii) ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা এবং মুদ্রায় TT পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

ক বিভাগ : বীজগণিত

- ১ ▶ $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ এবং $g(x) = 3^x$.
- ক. ডোমেন f নির্ণয় কর। ২
- খ. $g^{-1}(x)$ এবং রেঞ্জ g নির্ণয় কর। ৪
- গ. $f(x)$ ফাংশন এক-এক এবং সার্বিক কি-না যাচাই কর। ৪
- ২ ▶ $A = \left(x - \frac{1}{x}\right)^6$, $B = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^7$, $C = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^8$
- ক. A এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদের মান নির্ণয় কর। ২
- খ. B এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪
- গ. C কে চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত করে উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(0.99)^8$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
- ৩ ▶ x, y, z এর একটি বহুপদী $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- এবং $P(x) = \frac{1}{1+x^3}$.
- ক. $x^4 + 5x^3 + 7x^2 - b$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $x + 2$ হলে b এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $P(x)$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- গ. যদি $x = 2(b + c - a)$, $y = 2(c + a - b)$, $z = 2(a + b - c)$ হয়, তবে দেখাও যে, $F(a, b, c) : F(x, y, z) = 1 : 32$. ৪

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

- ৪ ▶ ΔABC এর পরিকেন্দ্র O , লম্ববিন্দু S এবং AP মধ্যমা। S, O সংযোগকারী রেখা AP কে G বিন্দুতে ছেদ করেছে।
- ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্র আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর, G বিন্দু ΔABC এর ভরকেন্দ্র। ৪
- গ. ABC এর $\angle C$ সমকোণ এবং $CQ \perp AB$ হলে, প্রমাণ কর যে, $CQ^2 = AQ \cdot BQ$. ৪

- ৫ ▶ (i) $P(0, -1)$, $Q(-2, 3)$, $R(6, 7)$, $S(x, y)$ একটি আয়তের চারটি শীর্ষবিন্দু।
- (ii) $2x + by + 5 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং $ax + 5y + 1 = 0$ রেখাটি y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয় পরস্পরকে $(2, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে।
- ক. $x + y = 6$ রেখাটি x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? ২
- খ. $S(x, y)$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ৪
- গ. a, b এর মান এবং AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
- ৬ ▶ ΔABC এর AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা এবং $BCEF$ চতুর্ভুজ বিবেচনা করে এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R, S ।
- ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি চিত্রসহ লিখ। ২
- খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,
- $$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = 0.$$
- ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক। ৪

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

- ৭ ▶ $\sin^2 A - \cos^2 A = \sin A$, $\cot \theta = \frac{3}{4}$ এবং $\cos \theta$ ঋণাত্মক।
- ক. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ হলে, α এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\frac{\cot(-\theta) + \operatorname{cosec} \theta}{\cos \theta + \sin(-\theta)}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $0 < A < 2\pi$ ব্যবধিতে A এর মান নির্ণয় কর। ৪
- ৮ ▶ (i) একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।
- (ii) একটি ঝুড়িতে 12টি সাদা বল ও 6টি কালো বল আছে।
- ক. দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে দুইটিই 6 আসার সম্ভাবনা কত? ২
- খ. Probability tree অঙ্কন করে ছক্কায় জোড় সংখ্যা ও মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- গ. ঝুড়ি থেকে দৈবভাবে দুইটি বল তোলা হলে দুইটি বলই সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর যখন 1ম তোল বলটি 2য় বলটি তোলার আগে (i) নং প্রতিস্থাপিত হয় (ii) নং প্রতিস্থাপিত হয় না। ৪