# SSC Math

## অধ্যায়ভিত্তিক কন্টেন্ট

## অধ্যায়-১: বাস্তব সংখ্যা

### প্রয়োজনীয় তথ্য:

- **স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number) :** 1, 2, 3, 4, ........ ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অখ- সংখ্যা বলে। 2, 3, 5, 7, ...... ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা এবং 4, 6, 8, 9, ......... ইত্যাদি যৌগিক সংখ্যা।

- **পূর্ণসংখ্যা (Integer) :** শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখ- সংখ্যাসমূহকে পূর্ণসংখ্যা বলা হয়।
অর্থাৎ ...... $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,$ ........ইত্যাদি পূর্ণসংখ্যা।

- **ভগ্নাংশ সংখ্যা (Fractional Number) :** p, q পরস্পর সহমৌলিক, $q \neq 0$ এবং $q \neq 1$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলে।
যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{3}$ ইত্যাদি ভগ্নাংশ সংখ্যা।

- $p < q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।
যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4},$ .......... ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4},$ .........ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

- **মূলদ সংখ্যা (Rational Number) :** p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।
যেমন : $\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5{\cdot}5, \frac{5}{3} = 1{\cdot}666\cdots$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।

- **অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number) :** যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।
যেমন : $\sqrt{2} = 1{\cdot}414213 \cdots, \sqrt{3} = 1{\cdot}732\cdots, \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{\cdot}58113$ ..... ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায় না।

- **দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা :** মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করা হলে একে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।
যেমন : $3 = 3{\cdot}0, \frac{5}{2} = 2{\cdot}5, \frac{10}{3} = 3{\cdot}3333$ ......, $\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ ..... ইত্যাদি দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা।

- **বাস্তব সংখ্যা (Real Number) :** সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়।

- **ধনাত্মক সংখ্যা (Positive Number) :** শূন্য অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়।
যেমন : $1, 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0{\cdot}415, 0{\cdot}\dot{6}\dot{2}, 4{\cdot}120345061,$ ...... ইত্যাদি ধনাত্মক সংখ্যা।

- **ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Number) :** শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।
যেমন : $-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0{\cdot}415, -0{\cdot}\dot{6}\dot{2}, -4{\cdot}120345061$ ইত্যাদি ঋণাত্মক সংখ্যা।

- **অঋণাত্মক সংখ্যা (Non-negative Number) :** শূন্যসহ সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে অঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।
যেমন : $0, 3, \frac{1}{2}, 0{\cdot}612, 1{\cdot}\dot{3}, 2{\cdot}120345$......... ইত্যাদি অঋণাত্মক সংখ্যা।

# সৃজনশীল প্রশ্নঃ

**প্রশ্ন ▶১** *[দি. বো. ১৬]*

n একটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলে, $n = 2x - 1$. যেখানে $x \in \mathbb{N}$.

ক. স্বাভাবিক সংখ্যা কী? ২

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা। ৪

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে ৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে। ৪

**১ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** 1, 2, 3, 4, ........ ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা বলে। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে $\mathbb{N}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
অর্থাৎ, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, .........\}$

**খ** মনে করি, $2x - 1$ একটি বিজোড় পূর্ণসংখ্যা, যেখানে $x \in \mathbb{N}$.
তাহলে $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x - 1)^2$
$= (2x)^2 - 2.2x.1 + (1)^2$
$= 4x^2 - 4x + 1$
$= 4x(x - 1) + 1 = 2.2x\ (x-1) + 1$
যেহেতু $x \in \mathbb{N}$ সুতরাং $2.2x(x - 1)$ একটি জোড় সংখ্যা।
$\therefore 2.2x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটি বিজোড়।
সুতরাং, $2x - 1$ ($x \in \mathbb{N}$) এর বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা। **(দেখানো হলো)**

**গ** এখানে $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x - 1)^2$
$= (2x)^2 - 2.2x.1 + (1)^2$
$= 4x^2 - 4x + 1$
$= 4x(x - 1) + 1$
এখানে, x এবং $(x - 1)$ দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং এদের যে কোন একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। এদের গুণফলও জোড়সংখ্যা হবে।
$\therefore x(x - 1)$, 2 দ্বারা বিভাজ্য।
$4x(x - 1)$, $4 \times 2 = 8$ দ্বারা বিভাজ্য।
সুতরাং $4x(x - 1) + 1$ কে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে।
$\therefore$ $(2x - 1)$ এর বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে। **(দেখানো হলো)**

**প্রশ্ন ▶২** **$\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।**

ক. কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর। ২

খ. $\sqrt{5}$ ও 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

**২ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** যেহেতু 5 পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়,
সেহেতু $\sqrt{5}$ সংখ্যাটি অমূলদ।
$4 = \frac{4}{1}$, যা মূলদ [$\frac{p}{q}$ আকারে লেখা যায়]
$\therefore$ 4 সংখ্যাটি মূলদ। **(Ans.)**

**খ** এখানে, $\sqrt{5} = 2.236067$ .........
মনে করি, $a = 2.4040040004$ .........
এবং $b = 2.5050050005$ .........
স্পষ্টত, a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় ও 4 অপেক্ষা ছোট।
অর্থাৎ $\sqrt{5} < a < 4$ এবং $\sqrt{5} < b < 4$
আবার a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা
[বিঃদ্রঃ এভাবে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা পাওয়া যাবে।] **(Ans.)**

**গ** আমরা জানি, $4 < 5 < 9$
$\therefore \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
বা, $2 < \sqrt{5} < 3$
সুতরাং $\sqrt{5}$ এর মান 2 অপেক্ষা বড় এবং 3 অপেক্ষা ছোট।
অতএব, $\sqrt{5}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।
$\therefore \sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।
যদি $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে
ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$
বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]
বা, $5q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]
স্পষ্টত, 5q পূর্ণ সংখ্যা। কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয় কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$.
$\therefore$ 5q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$.
$\therefore \sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যাই হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$.
সুতরাং, $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা নয়। $\therefore \sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

**প্রশ্ন ▶৩** $P = \sqrt{3}$, $Q = 4$ এবং $S = \sqrt{41}$ তিনটি বাস্তব সংখ্যা।

*[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ]*

ক. সহমৌলিক সংখ্যা কি? ২

খ. P ও Q এর মাঝে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, S একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

**৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** **সহমৌলিক সংখ্যাঃ** দুইটি সংখ্যার 1 ভিন্ন কোন সাধারণ গুণনীয়ক না থাকলে, এরূপ সংখ্যাযুগলকে সহমৌলিক সংখ্যা বলে।
উদাহরণঃ 4 ও 5 দুটি সহমৌলিক সংখ্যা।

**খ** মাধ্যমিক গণিত পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৪

**গ** দেওয়া আছে, $S = \sqrt{41}$
$\therefore 36 < 41 < 49$
বা, $\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$
বা, $6 < \sqrt{41} < 7$
সুতরাং, $\sqrt{41}$ এর মান 6 অপেক্ষা বড় এবং 7 অপেক্ষা ছোট।
অতএব, $\sqrt{41}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।
$\therefore \sqrt{41}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা
যদি $\sqrt{41}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে,
ধরি, $\sqrt{41} = \frac{p}{q}$ [যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]
বা, $41 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]
বা, $41q = \frac{p^2}{q}$
স্পষ্টত, 41q পূর্ণসংখ্যা। কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয় কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।
সুতরাং, 41q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না অর্থাৎ $41q \neq \frac{p^2}{q}$
$\therefore \sqrt{41}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোন সংখ্যাই হতে পারে না।

অর্থাৎ $\sqrt{41} \neq \frac{p}{q}$

সুতরাং $\sqrt{41}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{41}$ বা, S একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

**প্রশ্ন ▶৪** $1.2\dot{3}\dot{4}$ এবং $\sqrt{19}$ দুইটি বাস্তব সংখ্যা। আবার সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাও বাস্তব সংখ্যা।

ক. প্রথম সংখ্যাটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{19}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

গ. দেখাও যে, বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ থেকে 1 বিয়োগ করলে বিয়োগফল আট দ্বারা বিভাজ্য। ৪

**৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** $1.2\dot{3}\dot{4} = \frac{1234 - 12}{990} = \frac{1222}{990} = \frac{611}{495}$ **(Ans.)**

**খ** আমরা জানি, $16 < 19 < 25$

বা, $\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$

$\therefore 4 < \sqrt{19} < 5$

সুতরাং $\sqrt{19}$ এর মান 4 অপেক্ষা বড় এবং 5 অপেক্ষা ছোট।

অতএব, $\sqrt{19}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{19}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{19}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{19} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।

বা, $19 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

$\therefore 19q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, 19q পূর্ণ সংখ্যা। কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।

সুতরাং 19q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না,

অর্থাৎ $19q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{19}$ এর মান $\frac{p}{q}$ এর আকারের কোনো সংখ্যাই হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{19} \neq \frac{p}{q}$

সুতরাং $\sqrt{19}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{19}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

**গ** সৃজনশীল প্রশ্ন ১(গ) নং এর অনুরূপ।

**প্রশ্ন-০৬:** $\sqrt{11}$, 1.548 এবং $0.4\dot{9}\dot{3}$ বাস্তব সংখ্যা।

ক. $0.4\dot{9}\dot{3}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ২

খ. 1.548 এর বর্গমূল নির্ণয় করো। (পাঁচ দশকি স্থান পর্যন্ত) ৪

গ. দেখাও যে, $\sqrt{11}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

**৬ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 0.4\dot{9}\dot{3} = \frac{493 - 4}{990} = \frac{489}{990} = \frac{163}{330}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= \frac{163}{330}$ **(Ans.)**

**খ** 1.548 এর বর্গমূল $= \sqrt{1.548}$

```
এখানে,   | 1.548000..  | 1.244186
1        | ..
         | 1
22       | 54
         | 44
244      | 1080
         | 976
2484     | 10400
         | 9936
24881    | 46400
         | 24881
248828   | 2151900
         | 1990624
2488366  | 1612760
         | 0
         | 1493019
         | 6

           1197404
```

অতএব, 1.548 এর পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল = 1.24419 **(Ans.)**

**গ** আমরা জানি, $9 < 11 < 16$

$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$

বা, $3 < \sqrt{11} < 4$

সুতরাং, $\sqrt{11}$ এর মান 3 ও 4 এর মাঝে অবস্থিত।

অতএব, $\sqrt{11}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

সুতরাং $\sqrt{11}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{11}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে ধরি, $\sqrt{11} = \frac{p}{q}$

[যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

বা, $11 = \frac{p^2}{q^2}$; [বর্গ করে]

বা, $11q = \frac{p^2}{q}$; [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: 11q পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q সহমৌলিক এবং $q > 1$.

$\therefore$ 11q ও $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না।

অর্থাৎ $11q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{11}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{11} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{11}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(দেখানো হলো)**

**প্রশ্ন-০৭:** $\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং $n = 2x - 1$ যেখানে $x \in N$.

ক. 1. 2 কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. $\sqrt{5}$ এবং 4 এর মাঝে দুইটি অমূলদ সংখ্যা লিখ এবং দেখাও যে, $n^2$ কে 8 (আট) দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 থাকবে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

**৭ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** $1.\dot{2} = \frac{12 - 1}{9} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$ **(Ans.)**

**খ** **১ম অংশ:**

এখানে, $\sqrt{5} = 2.236067$ .........

মনে করি, a = 2.4040040004 .........

এবং b = 2.5050050005 .........

স্পষ্টত, a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় ও 4 অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $\sqrt{5} < a < 4$ এবং $\sqrt{5} < b < 4$

আবার a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় যেখানে উভয় সংখ্যাই অমূলদ।

[বি:দ্র: এভাবে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা পাওয়া যাবে।] **(Ans.)**

২য় অংশ:

এখানে $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x - 1)^2$

$$= (2x)^2 - 2.2x.1 + (1)^2$$
$$= 4x^2 - 4x + 1$$
$$= 4x(x - 1) + 1$$

এখানে, x এবং $(x - 1)$ দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং এদের যে কোন একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। এদের গুণফলও জোড়সংখ্যা হবে।

$\therefore x(x - 1)$, 2 দ্বারা বিভাজ্য।

$4x(x - 1)$, $4 \times 2 = 8$ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং $4x(x - 1) + 1$ কে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে।

$\therefore$ $(2x - 1)$; $x \in |$ এর বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে। **(দেখানো হলো)**

**গ** সৃজনশীল প্রশ্ন-২(গ) এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

**প্রশ্ন-০৮:** $P = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$.

ক. বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক ও মিশ্র পৌনঃপুনিক কাকে বলে? ২

খ. দেখাও যে, $(P^2 - 1)$ কে 4 দ্বারা ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ থাকে না। ৪

গ. অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে? দেখাও যে, $\sqrt{P}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, যেখানে $x = 20$। ৪

### ৮ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া অন্য কোনো অঙ্ক না থাকলে, একে বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক বলে এবং পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া এক বা একাধিক অঙ্ক থাকলে, একে মিশ্র পৌনঃপুনিক বলে। যেমন: $1.\dot{3}$ বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ এবং $4.235\dot{1}\dot{2}$ মিশ্র পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ।

**খ** দেওয়া আছে,

$P = 2x - 1$, যেখানে $x \in |$

$$P^2 = (2x - 1)^2$$
$$= 4x^2 - 4x + 1$$
$$P^2 - 1 = 4x^2 - 4x + 1 - 1$$
$$= 4x^2 - 4x$$
$$= 4(x^2 - x)$$

যা 4 দ্বারা বিভাজ্য।

$\therefore$ $(P^2 - 1)$ কে 4 দ্বারা ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ থাকে না।

**(দেখানো হলো)**

**গ** **অমূলদ সংখ্যা:** যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলে।

যেমন: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$ ইত্যাদি।

$x = 20$ হলে,

$p = 2.20 - 1 = 39$

$\therefore \sqrt{p} = \sqrt{39}$

আমরা জানি,

$36 < 39 < 49$

$\therefore \sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$

বা, $6 < \sqrt{39} < 7$

সুতরাং $\sqrt{39}$ এর মান 6 অপেক্ষা বড় কিন্তু 7 অপেক্ষা ছোট। অতএব $\sqrt{39}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{39}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{39}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি $\sqrt{39} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

বা, $39 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

বা, $39q = \frac{p^2}{q}$ [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: 39q পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$.

সুতরাং 39q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না। অর্থাৎ $39q \neq \frac{p^2}{q}$

$\sqrt{39}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যাই হতে পারে না।

অর্থাৎ $\sqrt{39} \neq \frac{p}{q}$

সুতরাং $\sqrt{39}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{39}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(দেখানো হলো)**

**প্রশ্ন-০৯:** $A = \{x \in | : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$.

$b = 5.4\dot{3}\dot{2}$, $c = 3.76\dot{4}2\dot{3}$ এবং $d = \sqrt{8}$.

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $b - c$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. d সংখ্যাটি মূলদ না অমূলদ তার গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

### ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** $A = \{x \in | : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$

এখন, $x = 3$ হলে $x^2 = 3^2 = 9 < 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 225$; শর্ত মানে না

$x = 4$ হলে $x^2 = 4^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 225$; শর্ত মানে

$x = 5$ হলে $x^2 = 5^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 225$; শর্ত মানে

$x = 6$ হলে $x^2 = 6^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 225$; শর্ত মানে

$x = 7$ হলে $x^2 = 7^2 = 49 > 15$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 > 225$; শর্ত মানে না

$\therefore$ $A = \{4, 5, 6\}$ **(Ans.)**

**খ** $b = 5.4\dot{3}\dot{2} = 5.43\dot{2}32323\dot{3}$

$$\begin{array}{r} b = 5.43\dot{2}32323\dot{3} \\ \underline{c = 3.76\dot{4}23 = (-)\ 3.76\dot{4}23423\dot{3}} \\ 1.66808900 \\ \underline{-1} \end{array}$$

$\therefore b - c = 1.66\dot{8}0889\dot{9}$

**গ** আমরা জানি, $4 < 8 < 9$

$\therefore \sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$

বা, $2 < \sqrt{8} < 3$

সুতরাং $\sqrt{8}$ এর মান 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{8}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{8}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{8}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{8} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।

বা, $8 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে ]

বা, $8q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টতঃ $8q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ $p$ ও $q$ স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।

সুতরাং $8q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $8q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{8}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যাই হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{8} \neq \frac{p}{q}$

সুতরাং $\sqrt{8}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{8}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

**প্রশ্ন-১০:** তিনটি বাস্তব সংখ্যা নিম্নরূপঃ

(i) 2.21 (ii) $\sqrt{3}$ (iii) $2x - 1 (x \in \mathbb{N})$

ক. কোনটি মূলদ এবং কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, (ii) নং অমূলদ সংখ্যা। ৪

গ. দেখাও যে, (iii) নং এর বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে। ৪

**১০ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক 2.21 একটি মূলদ সংখ্যা কারণ $2.21 = \frac{221}{100}$ যা একটি ভগ্নাংশ সংখ্যা।

পূর্ণবর্গ নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা। তাই $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

খ আমরা জানি, $1 < 3 < 4$

$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা, $1 < \sqrt{3} < 2$

সুতরাং, $\sqrt{3}$ এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেক্ষা ছোট।

অতএব, $\sqrt{3}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

এখন, $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$; যেখানে $p$ ও $q$ স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$.

বা, $3 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

বা, $3q = \frac{p^2}{q}$ [উভয় পক্ষকে $q$ দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $3q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, [কারণ $p$ ও $q$ স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

$\therefore 3q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $3q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ $\sqrt{3} \neq \frac{p}{q}$।

সুতরাং, $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

গ সৃজনশীল প্রশ্ন ১(গ) নং দ্রষ্টব্য।

**প্রশ্ন-১১:** $n = 2x - 1$ যেখানে $x \in \mathbb{N}$.

ক. $8.0\dot{4}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশ প্রকাশ করো। ২

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে। ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $\sqrt{n}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, যেখানে $x = 7$ ৪

**১১ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক $8.0\dot{4} = \frac{804 - 80}{90} = \frac{724}{90} = \frac{362}{45}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১(গ) নং দ্রষ্টব্য।

গ $x = 7$ হলে, $n = 2.7 - 1 = 13$

$\therefore \sqrt{n} = \sqrt{13}$

$3^2 = 9, (\sqrt{13})^2 = 13, 4^2 = 16$

$\therefore \sqrt{13}$, 3 অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

অতএব $\sqrt{13}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{13}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি $\sqrt{13}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{13} = \frac{p}{q}$; যেখানে $p$ ও $q$ পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $q > 1$.

বা, $13 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

বা, $13q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে $q$ দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টতঃ $13q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$, পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ $p$ ও $q$ স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$.

$\therefore 13q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $13q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{13}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{13} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{n}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

**প্রশ্ন-১২:** $\sqrt{37}$ এবং 6 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. সংখ্যাদ্বয়ের কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ উল্লেখ কর। ২

খ. সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে দুইটি মূলদ ও দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. মূলদ সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় কর এবং বর্গমূলের চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় কর। ৪

**১২ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক এখানে, $\sqrt{37}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

কারণ, $\sqrt{37}$ অসীম, অনাবৃত দশমিক সংখ্যা।

এবং 6 একটি মূলদ সংখ্যা।

কারণ 6 পূর্ণসংখ্যা।

খ এখানে,

$\sqrt{37} = 6.0827 \ldots \ldots \ldots$

এখন, 6 ও 6.0827 ... ... ... এর মধ্যে দুটি মূলদ সংখ্যা নির্ণয়ঃ

ধরি, $a = 6.001$

$b = 6.005$

এখানে, স্পষ্টতঃ $6 < 6.001 < \sqrt{37}$

$6 < 6.005 < \sqrt{37}$

$\therefore$ 6.001 এবং 6.005 দুটি মূলদ সংখ্যা। **(Ans.)**

6 ও 6.0827 ... ... ... এর মধ্যে দুটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয়ঃ

ধরি, $x = 6.01010010001 \ldots \ldots \ldots$

$y = 6.01030030003 \ldots \ldots \ldots$

এখানে, $x$ ও $y$ দুটি বাস্তব সংখ্যা কিন্তু ভগ্নাংশ আকারে অর্থাৎ, $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

আবার,

$6 < x < \sqrt{37}$

$6 < y < \sqrt{37}$

$\therefore$ 6.01010010001 ... ... ও 6.01030030003 ... ... দুটি অমূলদ সংখ্যা। **(Ans.)**

**গ** মূলদ সংখ্যা 6

6 এর বর্গমূল নির্ণয়:

```
        6 | 2.44948 ... ...
        4 |
  44  |  200
      |  176
  484 |  2400
      |  1936
 4889 |  46400
      |  44001
48984 |  239900
      |  195936
489888|  4396400
      |  3919104
      |   477296
```

$\therefore$ নির্ণেয় বর্গমূল = 2.44948 ... ... ... **(Ans.)**

$\therefore$ বর্গমূলের চার দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মান 2.4495 **(Ans.)**

**প্রশ্ন-১৩:** $\sqrt{3}$ এবং $\sqrt{5}$ দুটি অমূলদ সংখ্যা।

ক. অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

গ. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

**১৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** যে সংখ্যাকে $\dfrac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$। সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা। যেমন : $\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

**খ** সৃজনশীল প্রশ্ন ২(গ) নং দ্রষ্টব্য।

**গ** প্রদত্ত রাশি,

$\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\,(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$= \dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$

$= \dfrac{(\sqrt{3})^2 - 2.\sqrt{3}\,.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{3-2}$

$= 3 - 2\sqrt{6} + 2$

$= 5 - 2\sqrt{6}$

এখন, 6 এর বর্গমূল বের করি।

```
   2 | 6 | 2.44948
     | 4 |
  44 | 200
     | 176
 484 | 2400
     | 1936
4889 | 46400
     | 44001
48984| 239900
     | 195936
489888| 439640
      | 0
      | 391910
      | 4
      | 477296
```

$\therefore$ 6 এর বর্গমূল 2.44948........

$\therefore$ নির্ণেয় চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 2.4495.

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$

$= 5 - 2 \times 2.44948$

[$\sqrt{6}$ এর পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত মান নিয়ে]

$= 0.10104$

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান 0.1010 **(Ans.)**