

SSC Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১০: দূরত্ব ও উচ্চতা

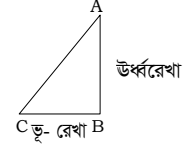
প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ ভূ-রেখা, উর্ধ্বরেখা এবং উল্লম্বতল :

ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা। একে উল্লম্ব রেখাও বলে।

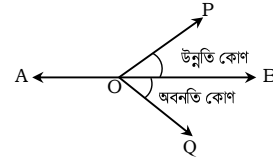
ভূমি তলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।

চিত্রে : CB রেখা হচ্ছে ভূ-রেখা, BA রেখা হচ্ছে উর্ধ্বরেখা এবং ABC তলটি ভূমির উপর লম্ব যা উল্লম্ব তল।



■ উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ :

ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POB$ । ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOA$ ।



সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ১ [ঢা. বো. ১৭]

একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

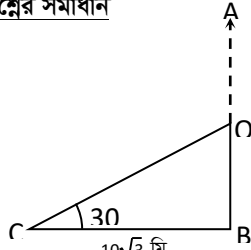
ক. $\tan 2C$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, একটি গাছ AB, O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশ সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গাছের গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মি. দূরে C বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ $\angle C = 30^\circ$



$$\therefore \tan 2C = \tan (2 \times 30^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

খ $\triangle BOC$ এ $\angle BCO = 30^\circ$

$$\text{এখন, } \frac{BO}{BC} = \tan \angle BCO = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } \frac{CO}{BC} = \sec \angle BCO = \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1+2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{9}{3} = 3 \end{aligned}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

$$\therefore \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ চিত্রানুসারে, $BC = 10\sqrt{3}$ এবং $\angle BCO = 30^\circ$

এখন, $\triangle BOC$ এ $\tan \angle BCO = \frac{BO}{BC}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } BO = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BO = 10 \text{ মিটার}$$

আবার, $\cos \angle BCO = \frac{BC}{OC}$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{OC} \text{ বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{OC}$$

$$\therefore OC = 20 \text{ মি.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য} &= AB = AO + BO \\ &= (OC + BO) \text{ মিটার} \\ &= (20 + 10) \text{ মিটার} \\ &= 30 \text{ মিটার (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২ [রা. বো. ১৭]

একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 20 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

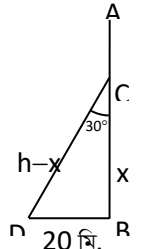
ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর। ২

খ. গাছটি কত মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল তা বের কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার, গাছটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে $BD = 20$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



খ এখানে, $\angle BCD = 30^\circ$ এবং $BD = 20$ মিটার
এখন, $\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{20}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$$

$$\text{বা, } x = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 34.64 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore গাছটি 34.64 মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল। (Ans.)

গ এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - 34.64)$ মিটার
এখন, $\triangle BCD$ এর মধ্যে

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{20}{h - 34.64}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{20}{h - 34.64}$$

$$\text{বা, } h - 34.64 = 40$$

$$\text{বা, } h = 40 + 34.64$$

$$\therefore h = 74.64$$

\therefore গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 74.64 মিটার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ৩ / দি. বো. ১৭/

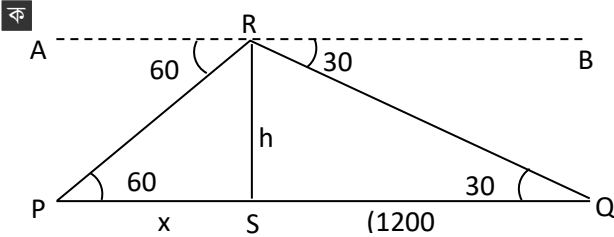
P ও Q দুইটি নির্দিষ্ট স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1200 মিটার। R বিন্দুতে অবস্থিত একটি বিমান হতে P ও Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

ক. $RS \perp PQ$ হলে $\angle RPS$ ও $\angle RQS$ এর মধ্যকার সম্পর্ক লিখ। ২

খ. বিমানটি ভূমি হতে কত উপরে রয়েছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. PR এবং QR এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান



মনে করি, R বিন্দুতে বিমানটির অবস্থান এবং P ও Q বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1200 মিটার। R থেকে P ও Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

সুতরাং, $\angle ARP = 60^\circ$ এবং $\angle BRQ = 30^\circ$

$RS \parallel PQ$ হলে $\angle RSP = \angle RSQ = 1$ সমকোণ

$AB \parallel PQ$ এবং PR তাদের ছেদক।

$\therefore \angle RPS =$ একান্তর $\angle ARP = 60^\circ$ (Ans.)

আবার, $\angle QRS = 90^\circ - \angle QRB$

$$= 90^\circ - 30^\circ$$

$$= 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি, $PS = x$ মিটার, উচ্চতা $RS = h$ মিটার।

\therefore এখানে, $PQ = 1200$ মিটার

$\therefore QS = PQ - PS = (1200 - x)$ মিটার

'ক' থেকে পাই, $\angle RPS = 60^\circ$ এবং $\angle RQS = 30^\circ$

এখন, সমকোণী $\triangle RPS$ - এ

$$\tan \angle RPS = \frac{RS}{PS}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3} x \text{(i)}$$

আবার, সমকোণী $\triangle RQS$ এ

$$\tan \angle RQS = \frac{RS}{QS}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1200 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1200 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} h = 1200 - x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \times \sqrt{3} x = 1200 - x \quad \text{[সমীকরণ (i) থেকে]}$$

$$\text{বা, } 3x = 1200 - x$$

$$\text{বা, } 3x + x = 1200$$

$$\text{বা, } 4x = 1200$$

$$\text{বা, } x = \frac{1200}{4}$$

$$\therefore x = 300 \text{ মিটার}$$

(i) নং থেকে পাই,

$$h = \sqrt{3} \times 300 = 519.62 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore বিমানটি ভূমি হতে 519.62 মিটার (প্রায়) উপরে রয়েছে। (Ans.)

গ এখন, $\triangle RPS$ - এ $\angle RPS = 60^\circ$ এবং

$$RS = h = 300\sqrt{3} \text{ ['খ' হতে]}$$

সমকোণী $\triangle RPS$ -এ

$$\sin \angle RPS = \frac{RS}{PR}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{300\sqrt{3}}{PR}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{300\sqrt{3}}{PR}$$

$$\text{বা, } PR = \frac{300\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore PR = 600 \text{ মিটার (Ans.)}$$

এবং $\triangle RQS$ -এ $\angle RQS = 30^\circ$

সমকোণী $\triangle RQS$ -এ

$$\sin \angle RQS = \frac{RS}{QR}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{300\sqrt{3}}{QR}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{300\sqrt{3}}{QR}$$

$$\text{বা, } QR = 300\sqrt{3} \times 2$$

$$\therefore QR = 600\sqrt{3} = 1039.23 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$\therefore PR = 600$ মিটার এবং $QR = 1039.23$ মিটার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ৪ / কু. বো. ১৭/

একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করল।

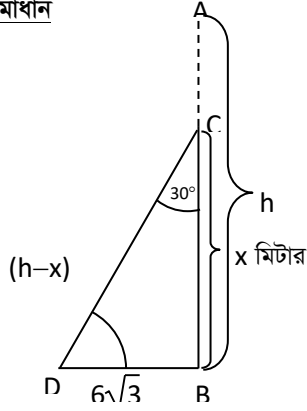
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার, $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $BD = 6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।



খ এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার।

$\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{x} \quad [\square \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\therefore x = 18$$

$$\text{আবার, } \sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{h - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{h - x} \quad [\square \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } h - x = 12\sqrt{3}$$

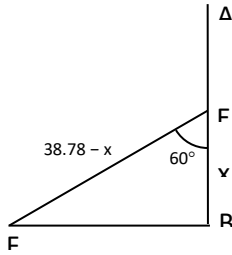
$$\text{বা, } h = 12\sqrt{3} + x$$

$$\text{বা, } h = 12\sqrt{3} + 18 \quad [x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore h = 38.78 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য } 38.78 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

গ 'খ' থেকে পাই, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 38.78$ মিটার (প্রায়) এখন, ধরি, খুঁটিটির x মিটার উচ্চতায় E বিন্দুতে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BEF = 60^\circ$ করে গোড়া থেকে BF মিটার দূরে ভূমিকে স্পর্শ করেছে।



এখন, $\triangle BEF$ -এ

$$\sin \angle BEF = \frac{BF}{EF}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{BF}{38.78 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{38.78 - x}$$

$$\text{বা, } BF = \frac{\sqrt{3}(38.78 - x)}{2} \dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle BEF$ -এ

$$\tan \angle BEF = \frac{BF}{BE}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{BF}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{BF}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = BF$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}(38.78 - x)}{2} \quad [(i) \text{ নং থেকে}]$$

$$\text{বা, } 2x = 38.78 - x \text{ বা, } 2x + x = 38.78$$

$$\text{বা, } 3x = 38.78 \text{ বা, } x = \frac{38.78}{3}$$

$$\therefore x = 12.9267$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$BF = \frac{\sqrt{3}(38.78 - 12.9267)}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 25.8533}{2} = 22.3896$$

\therefore খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে 22.39 মিটার (প্রায়) দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ / চ. বো. ১৭/

একটি গাছ বাড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, গাছটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 0° এবং ভূমির সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া হতে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

- ক. তথ্যের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ করো যে, $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$. ৪
গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, AB গাছটি D বিন্দুতে ভেঙ্গে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BDC = \theta$ এবং ভূমির সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ করে গোড়া হতে $BC = 15$ মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

খ চিত্রে, $\angle CBD = 90^\circ$ এবং $\angle BCD = 60^\circ$

$\triangle BCD$ এ, $\angle BDC + \angle BCD + \angle CBD = 180^\circ$

$$\text{বা, } \theta + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 180^\circ - 150^\circ \therefore \theta = 30^\circ$$

এখন, বামপক্ষ = $\sin 3\theta = \sin(3 \times 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta = 3\sin 30^\circ - 4(\sin 30^\circ)^3 \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} - \frac{4}{8} = \frac{12 - 4}{8} = \frac{8}{8} = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ $\triangle BCD$ এ

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{BD}{15}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{BD}{15}$$

$$\therefore BD = 15\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

আবার, $\triangle BCD$ এ $\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{15}{CD} \text{ বা, } \frac{1}{2} = \frac{15}{CD}$$

$$\therefore CD = 30 \text{ মিটার}$$

সুতরাং, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য = $AB = AD + BD$

$$= CD + BD \quad [\because AD = CD]$$

$$= 30 + 15\sqrt{3}$$

$$= 55.98 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬ / সি. বো. ১৭/

21 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে।

- ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪
গ. খুঁটিটি 7 মিটার উচ্চতায় ভাঙ্গলে ভূমির সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

খুঁটিটির উচ্চতা, $AB = 21$ মিটার

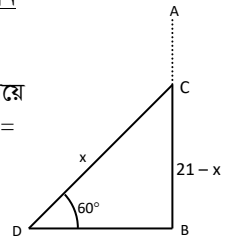
খুঁটিটির C বিন্দুতে x মিটার অংশ ভেঙ্গে গিয়ে

সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে $\angle BDC =$

60° উৎপন্ন করে।

এখানে, $AC = CD = x$ মিটার

$BC = (21 - x)$ মিটার



খ ABCD-এ

$$\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{21-x}{x} \text{ বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21-x}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 42 - 2x \text{ বা, } \sqrt{3}x + 2x = 42$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} + 2)x = 42 \text{ বা, } x = \frac{42}{\sqrt{3} + 2} = 11.254 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 11.254 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

গ খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = 21 মি.

” দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য BC = 7 মি.

∴ ” ভাঙ্গা ” ” AC = CD = (21 - 7) মি. = 14 মি.

এবং ধরি, $\angle CDB = \theta$

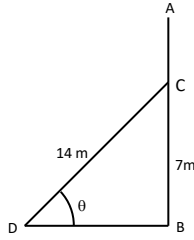
$$\text{এখন, } \triangle CBD \text{ থেকে } \sin \angle CDB = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{7}{14}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$



প্রশ্ন ৭ [চ. বো. ১৬]

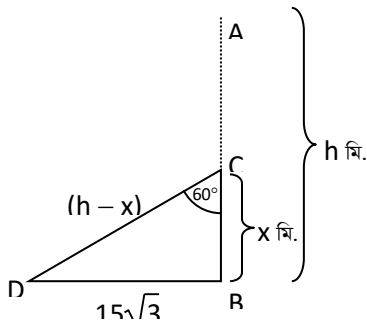
একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান



খ মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে BD = $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার

$$\triangle BCD \text{ থেকে পাই, } \tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 15\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 15 \text{ মিটার}$$

$$\text{আবার, } \sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{h-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{h-x}$$

$$\text{বা, } h-x = 30$$

$$\text{বা, } h = 30 + x$$

$$\text{বা, } h = 30 + 15 [x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore h = 45 \text{ মিটার}$$

∴ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 45 মিটার। (Ans.)

গ ‘খ’ হতে পাই, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = 45 মিটার

চিত্রে, $\angle BCD = 30^\circ$, ভাঙ্গা অংশ AC = CD.

দণ্ডায়মান অংশ BC = x মিটার হলে,

ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য AC = CD = (45 - x) মিটার

$$\triangle BCD \text{ -এ } \cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{x}{45-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{45-x}$$

$$\text{বা, } 2x = 45\sqrt{3} - \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } 2x + \sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$$

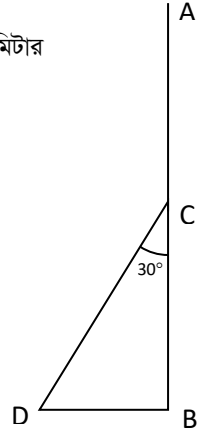
$$\text{বা, } (2 + \sqrt{3})x = 45\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{45\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 20.8846 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য} = (45 - 20.8846) \text{ মিটার}$$

$$= 24.1154 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$



প্রশ্ন ৮ [চ. বো. ১৬]

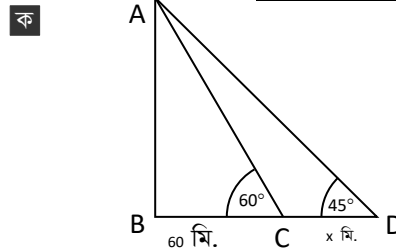
একটি দালানের পাদদেশ থেকে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ 60° । ঐ বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে ছাদের উন্নতি কোণ 45° হয়।

ক. উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর মান নির্ণয় কর এবং পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান



ধরি, AB দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি দালানের পাদদেশ থেকে 60 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60^\circ$ । ঐ বিন্দু অর্থাৎ, C বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে D বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45^\circ$ হয়।

BC = 60 মিটার এবং CD = x মিটার।

খ ‘ক’ থেকে পাই, BC = 60 মিটার

এবং $\angle ACB = 60^\circ$

$$\triangle ABC \text{ এ, } \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{AB}{60}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AB}{60}$$

$$\text{বা, } AB = 60\sqrt{3} = 103.92 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ দালানের উচ্চতা 103.92 মিটার (প্রায়) (Ans.)

গ 'ক' থেকে পাই, BC = 60 মিটার

$$CD = x \text{ মিটার}$$

$$\angle ADB = 45^\circ \text{ এবং } \angle ACB = 60^\circ$$

$$\text{এবং 'খ' থেকে পাই, } AB = 60\sqrt{3}$$

এখন, $\triangle ABD$ -এ,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{AB}{BC + CD} \text{ ['ক' এর চিত্র থেকে]}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{60\sqrt{3}}{60 + x}$$

$$\text{বা, } 60 + x = 60\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 60\sqrt{3} - 60$$

$$\therefore x = 43.92 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

২য় অংশ:

এখন $\triangle ABD$ -এ

$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{60\sqrt{3}}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{3}}{AD}$$

$$\therefore AD = 60\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 146.97 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব 146.97 মিটার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ৯ [রা. বো. ১৫]

একটি টাওয়ারের পাদবিন্দু থেকে কিছু দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুতে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । ঐ বিন্দু থেকে টাওয়ারের দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° হয়।

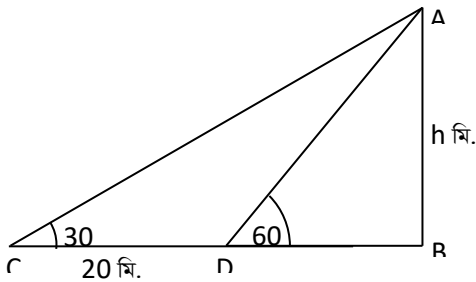
ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, AB একটি টাওয়ার যার শীর্ষবিন্দু A, পাদবিন্দু B ভূতলস্থ একটি বিন্দু C তে টাওয়ারটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° এবং টাওয়ারের দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ হয় 60° ।



খ এখানে, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$, $CD = 20$ মিটার

$$\therefore BC = BD + CD = BD + 20 \text{ মি.}$$

ধরি, টাওয়ারটির উচ্চতা AB = h মিটার

এখন, $\triangle ABD$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{BD}$$

$$\therefore h = BD \cdot \sqrt{3} \text{ (i)}$$

$$BD = \frac{h}{\sqrt{3}} \text{ (ii)}$$

আবার, $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{BD + 20}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BD + 20}$$

$$\text{বা, } BD + 20 = h\sqrt{3} \text{ [আড় গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{\sqrt{3}} + 20 = h\sqrt{3} \left[\square BD = \frac{h}{\sqrt{3}} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{h + 20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = h\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h + 20\sqrt{3} = 3h \text{ [পুনরায় আড়গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 2h = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{20\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } h = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore h = 17.32 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

∴ টাওয়ারটির উচ্চতা 17.32 মিটার (প্রায়) (Ans.)

গ এখানে, টাওয়ারটির শীর্ষবিন্দু A ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দু C এর মধ্যকার দূরত্ব AC.

'খ' হতে পাই, টাওয়ারের উচ্চতা AB = h = 17.32 মিটার (প্রায়)

এখন, $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{h}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{17.32}{AC} \left[\square h = 17.32 \right]$$

$$\text{বা, } AC = 17.32 \times 2$$

$$\therefore AC = 34.64$$

∴ দূরত্ব, AC = 34.64 মিটার (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ১০ [সি. বো. ১৫]

একটি বৈদ্যুতিক খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে খুঁটির গোড়া থেকে 24 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর। ২

খ. খুঁটিটি কত উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল তা বের কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, AB খুঁটির উচ্চতা।

C বিন্দুতে খুঁটিটি ভেঙ্গে গিয়ে

B থেকে 24 মি. দূরত্বে D বিন্দুতে

মাটি স্পর্শ করে।

সুতরাং BD = 24 মিটার।

ভাঙ্গা অংশ CD, BD এর সাথে

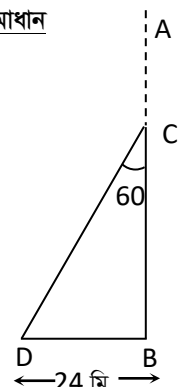
C বিন্দুতে 60° কোণ তৈরী করে।

অর্থাৎ $\angle BCD = 60^\circ$

খ 'ক' এর চিত্র হতে,

CBD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$$



$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{24}{BC}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{24}{\tan 60^\circ} = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

$$= 13.86 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

সুতরাং মাটি থেকে 13.86 মিটার উচ্চতায় ভেঙেছিল। (Ans.)

গ 'ক' এর চিত্র হতে, CBD সমকোণী ত্রিভুজে

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{BD}{CD} \text{ বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BD}{CD} \text{ বা, } CD = \frac{2BD}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } CD = \frac{2 \times 24}{\sqrt{3}} \text{ বা, } CD = \frac{48\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3}$$

$$= 27.71 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{ সম্পূর্ণ খুঁটির উচ্চতা} = (BC + CA)$$

$$= (BC + CD)$$

$$= (13.86 + 27.71) \text{ মিটার}$$

$$= 41.57 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ [ব. বো. ১৫]

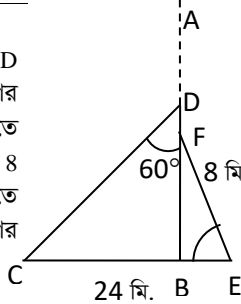
একটি সুপারি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 24 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। 8 মিটার লম্বা একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ করে গাছের দণ্ডায়মান অংশের সাথে ঠেস দেওয়া হলো।

- ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
- খ. সুপারি গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
- গ. মই সুপারি গাছের দণ্ডায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেওয়া আছে তার উপরের দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

চিত্রে, AB একটি সুপারি গাছ যা ঝড়ে D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া B হতে 24 মি. দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে। 8 মিটার লম্বা একটি মই ভূমির E বিন্দুতে 60° কোণ করে গাছের দণ্ডায়মান অংশের সাথে F বিন্দুতে ঠেস দেওয়া হলো।



খ 'ক' হতে পাই, চিত্রানুসারে,

$BC = 24$ মিটার ও $\angle BDC = 60^\circ$ এবং $AD = CD$
 সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = (AD + BD)$ মিটার
 $= (CD + BD)$ [$\because AD = CD$]

এখন, $\triangle BCD$ হতে পাই,

$$\tan \angle BDC = \frac{BC}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{24}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{24}{BD}$$

$$\text{বা, } BD = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } BD = \frac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BD = 8\sqrt{3}$$

$$\text{আবার, } \sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{24}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{CD}$$

$$\text{বা, } CD = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } CD = \frac{16\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore CD = 16\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য } AB = (BD + CD) \text{ মিটার}$$

$$= (8\sqrt{3} + 16\sqrt{3}) \text{ মিটার}$$

$$= 24\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$= 41.569 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

সুপারি গাছটির দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য $BD = 8\sqrt{3}$ মিটার

আবার, $\angle BEF = 60^\circ$ এবং $EF = 8$ মিটার

8 মিটার লম্বা মইটি দণ্ডায়মান অংশের F বিন্দুতে ঠেস দিয়ে লাগানো আছে।

\therefore ঠেস দেওয়া বিন্দুর উপরের দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য

$$FD = (BD - BF) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle BEF$ হতে পাই,

$$\sin \angle BEF = \frac{BF}{EF}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{BF}{8}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{8}$$

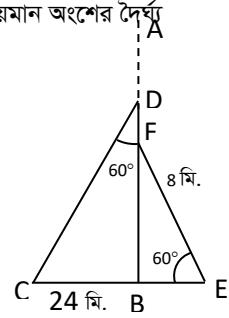
$$\text{বা, } BF = \frac{8\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore BF = 4\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$\therefore FD = (BD - BF) \text{ মিটার} = (8\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) \text{ মিটার}$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$= 6.928 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

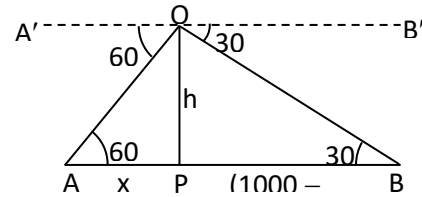


প্রশ্ন ১২ দুইটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের ওপরে কোনো বিন্দুতে অবস্থিত একটি হেলিকপ্টার থেকে ঐ কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° ।

- ক. উপরের তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
- খ. ভূমি থেকে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
- গ. A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O বিন্দুতে হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A ও B এক

কিলোমিটার দূরবর্তী দুটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°

সুতরাং, $\angle A'OA = 60^\circ$ এবং $\angle B'OB = 30^\circ$

এবং $AB = 1$ কিলোমিটার = 1000 মিটার

খ মনে করি, $AP = x$ মিটার, উচ্চতা, $OP = h$ মিটার

$$\therefore BP = AB - AP = (1000 - x) \text{ মিটার}$$

$A'O \parallel AP$ এবং OA ছেদক

$$\therefore \angle OAP = \text{একান্তর } \angle A'OA = 60^\circ$$

আবার, $B'O \parallel BP$ এবং OB ছেদক

$$\therefore \angle OBP = \text{একান্তর } \angle B'OB = 30^\circ$$

এখন, সমকোণী ΔOAP -এ $\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = \sqrt{3} x \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } 1000 - x = \sqrt{3} h$$

$$\text{বা, } 1000 - x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} x \text{ [(i) নং সমীকরণ থেকে]}$$

$$\text{বা, } 1000 - x = 3x$$

$$\text{বা, } 3x + x = 1000$$

$$\text{বা, } 4x = 1000$$

$$\therefore x = 250 \text{ মিটার}$$

$$\text{সুতরাং, } h = \sqrt{3} \times 250 = 250\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$= 433.013 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{উচ্চতা} = 433.013 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

গ এখন, ΔOAP -তে $\angle OAP = 60^\circ$ এবং $OP = 250\sqrt{3}$

$$\therefore A \text{ বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব } OA$$

ΔOPA থেকে পাই,

$$\frac{OP}{OA} = \sin \angle OAP$$

$$\text{বা, } \frac{OP}{OA} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } OA = \frac{OP}{\sin 60^\circ}$$

$$= \frac{250\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 500$$

$$\therefore OA = 500 \text{ মিটার (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 10 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

ক. উপরোক্ত বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙা অংশ যদি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে তবে দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০ এর উদাহরণ-৬ দৃষ্টব্য।

খ গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১০ এর উদাহরণ-৬ দৃষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

$$\text{গাছটির সম্পূর্ণ উচ্চতা} = 37.32 \text{ মি.}$$

গাছটির C বিন্দুতে x মি. অংশ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে $\angle BDC = 45^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore AC = CD = x \text{ মি.}$$

$$\therefore BC = (37.32 - x) \text{ মি.}$$

এখন, ΔBCD -এ

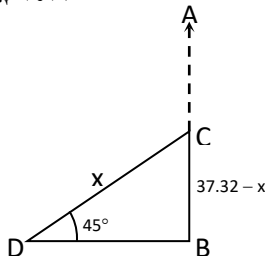
$$\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 45^\circ = \frac{37.32 - x}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{37.32 - x}{x}$$

$$\therefore x = 37.32\sqrt{2} - \sqrt{2}x$$

$$\text{বা, } x + \sqrt{2}x = 37.32\sqrt{2}$$



$$\text{বা, } x(1 + \sqrt{2}) = 37.32\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{37.32\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 21.8615$$

$$\therefore x = 21.8615 \text{ মি. (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 10 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

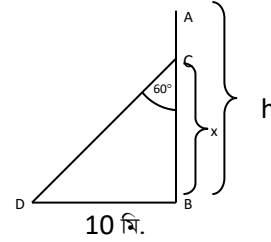
ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্র আঁক এবং ব্যাখ্যা কর। ২

খ. গাছটি কত উচ্চতায় ভেঙেছিল। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য কত? ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার গাছটি $BC = x$ মি.

উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে $BD = 10$ মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।

খ এখন, ΔBCD এ $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{10}{x}$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{\tan 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 5.77 \text{ মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{গাছটি } 5.77 \text{ মি. উঁচুতে ভেঙেছিল। (Ans.)}$$

গ আবার, ΔBCD এ

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } CD = \frac{10}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\therefore CD = 11.55 \text{ মি.}$$

এখন সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য, $h = AB$ মি.

$$= AC + CB$$

$$= CD + x$$

$$= 11.55 + 5.77$$

$$= 17.32 \text{ মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য} = 17.32 \text{ মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ দুইটি কিলোমিটার পোস্ট এর মধ্যবর্তী উপরে কোনো বিন্দু O তে একটি বেলুন উড়তেছে। O বিন্দুতে পোস্ট দুইটি A এবং B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

ক. চিত্রটি আঁক। ২

খ. ভূমি হতে বেলুনের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. OA এবং OB এর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল প্রশ্ন ১২(ক) এর সমাধান দৃষ্টব্য।

খ সৃজনশীল প্রশ্ন ১২(খ) এর সমাধান দৃষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

$$OP = h = 250\sqrt{3}$$

এখন, A বিন্দু হতে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OA

$$\therefore OAP\text{-এ}$$

$$\sin \angle OAP = \frac{OP}{OA} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{OP}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OP}{OA}$$

$$\therefore OA = \frac{2 \times OP}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 250\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 500 \text{ মিটার}$$

আবার, B বিন্দু হতে বেতুনের সরাসরি দূরত্ব = OB

$\therefore \triangle OBP$ এ,

$$\sin \angle OBP = \frac{OP}{OB}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{OP}{OB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OP}{OB}$$

$$\Rightarrow OB = 2 \times OP$$

$$= 2 \times 433.013$$

$$= 866.026 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন 16 দুটি কিলোমিটার পোস্ট এর মধ্যবর্তী কোন স্থানে অবস্থিত কোন মোবাইল ফোন টাওয়ার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec} \beta}{\sin \beta} - \frac{\cot \beta}{\tan \beta} = 1$ ২

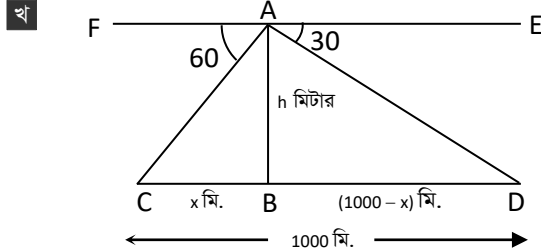
খ. টাওয়ারের উচ্চতা বের কর। ৪

গ. যদি টাওয়ারটি কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের একই পাশে অবস্থিত হয়, তাহলে টাওয়ারের পাদদেশ থেকে সবচেয়ে দূরবর্তী পোস্ট এর দূরত্ব বের কর। [কোণদ্বয় অপরিবর্তিত রেখে] ৪

16 নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned} \text{ক. বামপক্ষ} &= \frac{\operatorname{cosec} \beta}{\sin \beta} - \frac{\cot \beta}{\tan \beta} \\ &= \operatorname{cosec} \beta \cdot \frac{1}{\sin \beta} - \cot \beta \cdot \frac{1}{\tan \beta} \\ &= \operatorname{cosec} \beta \cdot \operatorname{cosec} \beta - \cot \beta \cdot \cot \beta \\ &= \operatorname{cosec}^2 \beta - \cot^2 \beta \\ &= 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec} \beta}{\sin \beta} - \frac{\cot \beta}{\tan \beta} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা, $AB = h$ মিটার এবং A বিন্দুতে কিলোমিটার পোস্ট C ও D এর অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle CAF = 60^\circ$ এবং $\angle DAE = 30^\circ$

$$\therefore CD = 1 \text{ কি.মি.} = 1000 \text{ মিটার}$$

ধরি, $BC = x$ মি.

$$\therefore BD = CD - BC = (1000 - x) \text{ মি.}$$

$$\text{এখানে, } \angle CAF = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\text{এবং } \angle DAE = \angle ADB = 30^\circ$$

$\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots \dots (i)$$

আবার, $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 1000 - x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 1000 - \frac{h}{\sqrt{3}} \quad [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1000$$

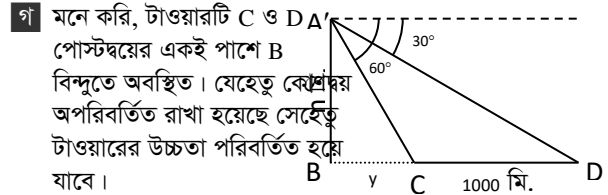
$$\text{বা, } \frac{3h + h}{\sqrt{3}} = 1000$$

$$\text{বা, } 4h = 1000\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{1000\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{বা, } h = 250\sqrt{3} = 433.0127$$

$$\therefore \text{টাওয়ারের উচ্চতা } 433.013 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$



গ. মনে করি, টাওয়ারটি C ও D A

পোস্টদ্বয়ের একই পাশে B

বিন্দুতে অবস্থিত। যেহেতু কোণদ্বয়

অপরিবর্তিত রাখা হয়েছে সেহেতু

টাওয়ারের উচ্চতা পরিবর্তিত হয়ে

যাবে।

এখন, $\triangle ABC$ হতে

$$\tan \angle ACB = \frac{A'B}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{n}{y}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{n}{y}$$

$$\therefore n = \sqrt{3}y \dots \dots (i)$$

আবার, $\triangle ABD$ হতে,

$$\tan \angle ADB = \frac{A'B}{BC + CD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{n}{y + 1000}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}y}{y + 1000} \quad [(i) \text{ হতে}]$$

$$\text{বা, } 3y = y + 1000$$

$$\text{বা, } 2y = 1000$$

$$\therefore y = 500$$

$$\therefore \text{টাওয়ারের পাদদেশ হতে সবচেয়ে দূরবর্তী পোস্টের দূরত্ব} = (500 + 1000) \text{ মি.} = 1500 \text{ মি. (Ans.)}$$

প্রশ্ন 19 একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 24 মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে। 8 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভাঙ্গা গাছের দণ্ডায়মান অংশের সাথে হেলে আছে।

ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. মই গাছটির দণ্ডায়মান অংশের যে বিন্দুতে ঠেস দেওয়া আছে, তার উপরের দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

19 নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন 11 এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন 18 একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 15 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

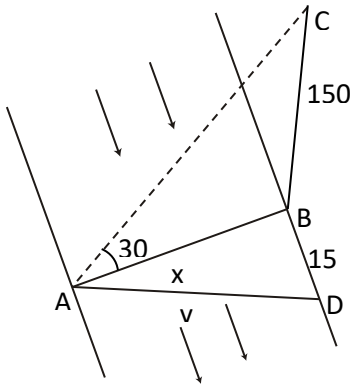
ক. উপরের বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর। ৪

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে অবতরণের স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, নদীর বিস্তার $AB = x$ মিটার, A বিন্দুতে $BC = 150$ মিটার গাছে শীর্ষের উন্নতি $\angle CAB = 30^\circ$ এবং অপর তীরে নৌকার অবস্থান D বিন্দুতে হলে $AD = y$ মিটার এবং $BD = 15$ মিটার।

খ

ΔABC থেকে পাই,

$$\tan \angle CAB = \frac{BC}{AB}$$

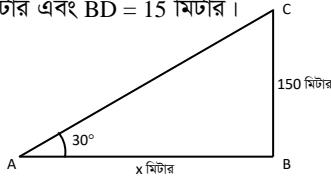
$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } x = 150\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 259.808 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore নদীর বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়) (Ans.)



গ

ΔABD থেকে পাই, পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে,

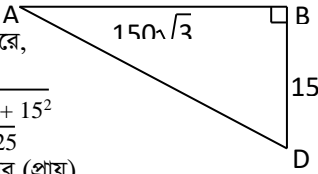
$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$\therefore AD = \sqrt{(150\sqrt{3})^2 + 15^2}$$

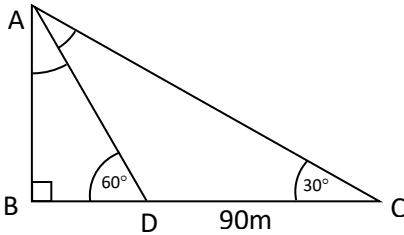
$$= \sqrt{67500 + 225}$$

$$= 260.240 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore লোকটির যাত্রা স্থান থেকে অবতরণের স্থানের দূরত্ব 260.240 মিটার। (প্রায়) (Ans.)



প্রশ্ন ১৯ চিত্রে, $CD = 90\text{m}$, $\angle ADB = 60^\circ$ এবং $\angle ACB = 30^\circ$ ।



ক. $\angle CAD$ এর পরিমাপ ডিগ্রিতে নির্ণয় কর।

২

খ. BC-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

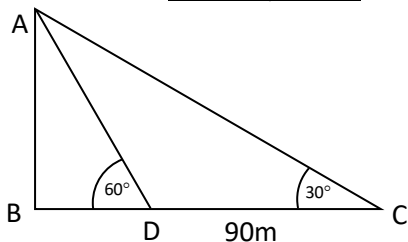
৪

গ. ΔACD এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রানুসারে, $\angle ACD = 30^\circ$

এবং $\angle ADB = 60^\circ$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CAD &= 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) \\ &= 180^\circ - 150^\circ \\ &= 30^\circ \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ

'ক' এর চিত্র হতে,

মনে করি, $AB = h$ মিটার এবং উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60^\circ$ । D বিন্দু থেকে $CD = 90$ মিটার দূরে গেলে উন্নতি কোণ হয় $\angle ACB = 30^\circ$ ।

ধরি, $BD = x$ মিটার

$$\therefore BC = BD + CD = (x + 90) \text{ মিটার}$$

ΔABD থেকে পাই,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (i)$$

ΔABC থেকে পাই,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 90}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 90}$$

$$\text{বা, } h\sqrt{3} = x + 90$$

$$\text{বা, } h\sqrt{3} = \frac{h}{\sqrt{3}} + 90 \text{ [x এর মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } h\sqrt{3} - \frac{h}{\sqrt{3}} = 90$$

$$\text{বা, } \frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 90$$

$$\text{বা, } 2h = 90\sqrt{3}$$

$$\therefore h = 45\sqrt{3}$$

(i) নং এ h এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{45\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 45 \text{ মিটার}$$

$$\text{এখন, } BC = x + 90$$

$$= 45 + 90$$

$$= 135 \text{ মিটার (Ans.)}$$

গ

'খ' হতে পাই,

$$AB = h = 45\sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং } BC = 135 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এ, } \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{45\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{45\sqrt{3}}{AC}$$

$$\therefore AC = 90\sqrt{3}$$

$$\Delta ABD \text{ এ, } \sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{45\sqrt{3}}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45\sqrt{3}}{AD}$$

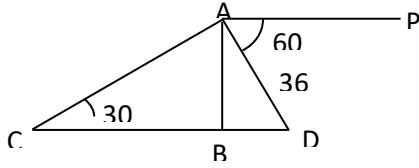
$$\therefore AD = 90 \text{ মিটার}$$

ΔACD এর পরিসীমা = $(AC + CD + AD)$ একক

$$= (90\sqrt{3} + 90 + 90) \text{ মিটার}$$

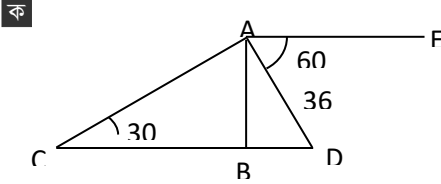
$$= 335.88 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ পাশের চিত্র অনুসারে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।



- ক. চিত্রটি বর্ণনা কর। ২
 খ. AB এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
 গ. C হতে D এর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান



চিত্রে D এর অবনতি কোণ $\angle DAE = 60^\circ$
 যেহেতু $AE \parallel BD$, AD এদের ছেদক
 $\therefore \angle ADB = \angle DAE = 60^\circ$
 এবং $\angle ACB = 30^\circ$

- খ চিত্রে $AD = 36$ মি.
 এবং $\angle ADB = 60^\circ$ ['ক' হতে পাই]

$\triangle ABD$ -এ,

$$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{AB}{36}$$

$$\text{বা, } AB = 36 \times \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } AB = 36 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = 18\sqrt{3} = 31.177 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

$\triangle ACB$ এবং $AB = 18\sqrt{3}$ মি. এবং $\angle ACB = 30^\circ$

$$\triangle ABC \text{ এ } \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{18\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{AC}$$

$$\therefore AC = 36\sqrt{3}$$

$$= 62.35 \text{ মি. (প্রায়)}$$

- গ $\triangle ABC$ এ $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ$$

আবার, $\triangle ABD$ এ $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CAB + \angle BAD = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ACD$ সমকোণী ত্রিভুজ

\therefore পীথাগোরাসের উপপাদ্য হতে,

$$CD^2 = AD^2 + AC^2$$

$$= (36)^2 + (36\sqrt{3})^2$$

$$= 5184$$

$$= (72)^2$$

$$\therefore CD = 72 \text{ মিটার (Ans.)}$$