

SSC Math

অধ্যয়ভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১২: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ সরল সহসমীকরণ:

সরল সহসমীকরণ বলতে দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে বুঝায় যাদের যুগপৎ সমাধান চাওয়া হয়, এরূপ দুইটি সমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোটও বলে। প্রথমে আমরা $2x + y = 12$ সমীকরণটি বিবেচনা করি। এটি একটি দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ।

■ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা:

(ক) আগের আলোচিত $\left. \begin{matrix} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{matrix} \right\}$ সমীকরণ জোটটি বিবেচনা করি। এর অনন্য (একটি মাত্র) সমাধান আছে। এরূপ সমীকরণজোটকে সমঞ্জস

(Consistent) বলা হয়। সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ তুলনা করে (সহগের অনুপাত নিয়ে) পাই, $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1}$, সমীকরণজোটটির একটি

সমীকরণকে অন্যটির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় না। এজন্য এরূপ সমীকরণকে পরস্পর অনির্ভরশীল (Independent) সমীকরণজোট বলা হয়।

সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে অনুপাতগুলো সমান নয়।

(খ) এখন আমরা $\left. \begin{matrix} 2x - y = 6 \\ 4x - 2y = 12 \end{matrix} \right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{6}{12} \left(= \frac{1}{2} \right)$

অর্থাৎ, সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে অনুপাতগুলো সমান হয়।

(গ) এবারে আমরা $\left. \begin{matrix} 2x + y = 12 \\ 4x + 2y = 5 \end{matrix} \right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

এখানে সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{12}{5}$

অর্থাৎ, অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের ক্ষেত্রে চলকের সহগের অনুপাতগুলো ধ্রুবকের অনুপাতের সমান নয়।

সাধারণভাবে, $\left. \begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix} \right\}$ সমীকরণজোটটি নিয়ে নিচের ছকের মাধ্যমে দুইটি সরল সমীকরণের সমাধান যোগ্যতার শর্ত উল্লেখ করা হলো :

	সমীকরণজোট	সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস/অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
(i)	$\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
(ii)	$\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
(iii)	$\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

এখন, যদি কোনো সমীকরণজোটে উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ না থাকে, অর্থাৎ, $c_1 = c_2 = 0$ হয়, তবে ছকের

(i) অনুযায়ী $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট সর্বদা সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান থাকবে।

(ii) ও (iii) থেকে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট ঙ্গসমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে অসংখ্য সমাধান থাকবে।

■ সরল সহসমীকরণের সমাধান:

সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সহসমীকরণজোড়ের একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

এখানে সমাধানের চারটি পদ্ধতির উল্লেখ করা হলো : (১) প্রতিস্থাপন পদ্ধতি (২) অপনয়ন পদ্ধতি (৩) আড়গুণন পদ্ধতি ও (৪) লৈখিক পদ্ধতি।

১. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান : সুবিধামতো একটি সমীকরণ থেকে একটি চলকের মান অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করে প্রাপ্ত মান অপর সমীকরণে বসালে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ পাওয়া যায়। অতঃপর সমীকরণটি সমাধান করে চলকটির মান পাওয়া যায়। এই মান প্রদত্ত সমীকরণের যেকোনোটিতে বসানো যেতে পারে। তবে যেখানে একটি চলককে অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে সেখানে বসালে সমাধান সহজ হয়। এখান থেকে অপর চলকের মান পাওয়া যায়।
২. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান : সুবিধামতো একটি সমীকরণকে বা উভয় সমীকরণকে এরূপ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে যেন গুণনের পর উভয় সমীকরণের যেকোনো একটি চলকের সহগের পরমমান সমান হয়। এরপর প্রয়োজনমতো সমীকরণ দুইটিকে যোগ বা বিয়োগ করলে সহগ সমানকৃত চলকটি অপনীত বা অপসারিত হয়। তারপর সমীকরণটি সমাধান করলে বিদ্যমান চলকটির মান পাওয়া যায়। ঐ মান সুবিধামতো প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের যেকোনোটিতে বসালে অপর চলকটির মান পাওয়া যায়।
৩. আড়গুণন পদ্ধতি : বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণজোড়ের সমাধান নির্ণয়ের প্রণালিকে বজ্রগুণন পদ্ধতি বলা হয়। আড়গুণন পদ্ধতিকে বজ্রগুণন পদ্ধতিও বলে।

নিচের সমীকরণ দুইটি বিবেচনা করি

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান পদ্ধতি :

$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

x ও y এর এরূপ সম্পর্ক থেকে এদের মান নির্ণয়ের কৌশলকে আড়গুণন পদ্ধতি বলে। x ও y এর উল্লিখিত সম্পর্ক থেকে পাই,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \text{ বা } x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \text{ বা } y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান : } (x, y) = \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \right)$$

লক্ষ করি :

সমীকরণ	x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক	মনে রাখার চিত্র
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$	$\begin{array}{c ccc} & x & y & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \end{array}$

■ লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান :

দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে। এ জাতীয় সমীকরণের লেখচিত্রে অসংখ্য বিন্দু থাকে। এরূপ কয়েকটি বিন্দু স্থাপন করে এদের পরস্পর সংযুক্ত করলেই লেখচিত্র পাওয়া যায়। দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সমীকরণের লেখ একটি বিন্দুতে ছেদ করে। ঐ ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক দ্বারা উভয় সমীকরণ সিদ্ধ হবে। ছেদবিন্দুটির স্থানাঙ্কই হবে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান।

সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ১ [সি. বো. ১৭]

কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। আবার লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হর থেকে 3 বিয়োগ করলে তা 1 এর সমান হয়।

ক. ভগ্নাংশটিকে $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন করো। ২

খ. ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো। ৪

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট সমাধান করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y}$$

১ম শর্তমতে,

$$\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } 3x-3=y+2$$

$$\text{বা, } 3x-y=2+3$$

$$\therefore 3x-y=5 \dots\dots\dots (i)$$

২য় শর্তমতে,

$$\frac{x-2}{y-3} = 1$$

$$\text{বা, } x-2=y-3$$

$$\therefore x-y=-1 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore \text{সমীকরণ জোট } \left. \begin{array}{l} 3x-y=5 \\ x-y=-1 \end{array} \right\} \text{ (Ans.)}$$

খ (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$3x-y=5$$

$$\text{বা, } 3x-5=y$$

$$\therefore y=3x-5 \dots\dots\dots (iii)$$

(iii) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x-(3x-5)=-1$$

$$\text{বা, } x-3x+5=-1$$

$$\text{বা, } -2x=-1-5$$

$$\text{বা, } -2x=-6$$

$$\text{বা, } x = \frac{-6}{-2}$$

$$\therefore x=3$$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y=3 \times 3-5=9-5=4$$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{3}{4} \text{ (Ans.)}$$

গ প্রাপ্ত সমীকরণ জোট,

$$3x-y=5 \dots\dots\dots (i) \text{ [ক থেকে]}$$

$$x-y=-1 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$3x-y=5$$

$$\therefore y=3x-5 \dots\dots\dots (iii)$$

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$x-y=-1$$

$$\therefore y=x+1 \dots\dots\dots (iv)$$

(iii) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	3	5
y	-2	4	10

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, -2), (3, 4) ও (5, 10)

আবার, (iv) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	4	3
y	3	5	4

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 3), (4, 5) ও (3, 4)

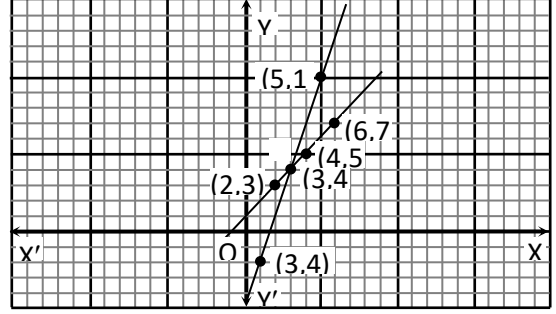
এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত (1, -2), (3, 4) ও (5, 10) বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (iv) হতে প্রাপ্ত (2, 3), (4, 5) ও (3, 4) বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

মনে করি সরলরেখা দুই পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

চিত্রে ছেদবিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (3, 4)

\therefore সমাধান: $(x, y) = (3, 4)$



প্রশ্ন ২ [য. বো. ১৭]

দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশি।

ক. $a : b = c : d$ হলে দেখাও যে, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$ ২

খ. উদ্দীপকের সংখ্যাটি নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণ যদি কোনো বর্গের বাহুর সমান হয় তবে বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a : b = c : d$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k \text{ এবং } \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore a = bk \quad \therefore c = dk$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{b^2k^2 + b^2}{b^2k^2 - b^2} = \frac{b^2(k^2 + 1)}{b^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} = \frac{d^2k^2 + d^2}{d^2k^2 - d^2} = \frac{d^2(k^2 + 1)}{d^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$$

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ মনে করি,

একক স্থানীয় অঙ্কটি = x

$$\therefore \text{দশক স্থানীয় অঙ্কটি} = 11 - x$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times (11 - x) + x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 10x + (11 - x) = 10 \times (11 - x) + x + 27$$

$$\text{বা, } 10x + 11 - x = 110 - 10x + x + 27$$

$$\text{বা, } 9x + 9x = 137 - 11$$

$$\text{বা, } 18x = 126$$

$$\text{বা, } x = \frac{126}{18} \quad \therefore x = 7$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times (11 - 7) + 7 = 10 \times 4 + 7 = 47 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' থেকে পাই, সংখ্যাটি = 47

প্রশ্নানুসারে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 7 মিটার এবং প্রস্থ = 4 মিটার

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} \\ = \sqrt{7^2 + 4^2} \text{ মিটার} = \sqrt{65} \text{ মিটার}$$

শর্তমতে,

$$\text{বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য} = \text{আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{65} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{2} (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}) = \sqrt{2} \times \sqrt{65} \text{ মিটার} \\ = 11.40 \text{ মিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩ [চ. বো. ১৬]

একটি সরল সমীকরণ জোট—

$$7x + 2y = 20$$

$$3x - 4y = -6$$

- ক. সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে জোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪
 গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $7x + 2y = 20$

$$3x - 4y = -6$$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত } \frac{7}{3}$$

$$y \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত } \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{7}{3} \neq -\frac{1}{2}$$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ $7x + 2y - 20 = 0$ (i)

$3x - 4y + 6 = 0$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2 \cdot 6 - (-4)} = \frac{y}{3 \cdot (-20) - 7 \cdot 6} = \frac{1}{7 \cdot (-4) - 3 \cdot 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{12 - 80} = \frac{y}{-60 - 42} = \frac{1}{-28 - 6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-68} = \frac{y}{-102} = \frac{1}{-34}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{68} = \frac{y}{102} = \frac{1}{34}$$

$$\therefore \frac{x}{68} = \frac{1}{34} \text{ এবং } \frac{y}{102} = \frac{1}{34}$$

$$\text{বা, } x = \frac{68}{34} \quad \text{বা, } y = \frac{102}{34}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 3$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় : $7x + 2y = 20$ (i)

$$3x - 4y = -6$$
 (ii)

সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$$2y = 20 - 7x$$

$$\therefore y = \frac{20 - 7x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	2	0	4
y	3	10	-4

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(2, 3)$, $(0, 10)$, $(4, -4)$

আবার, সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

$$4y = 3x + 6$$

$$\therefore y = \frac{3x + 6}{4}$$

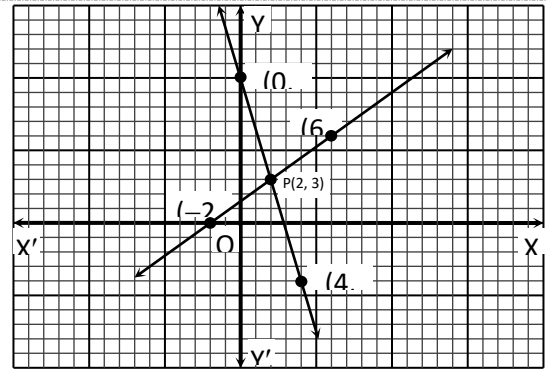
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	2	-2	6
y	3	0	6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(2, 3)$, $(-2, 0)$ ও $(6, 6)$.

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত তিনটি বিন্দু $(2, 3)$, $(0, 10)$, $(4, -4)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলি পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(2, 3)$, $(-2, 0)$ ও $(6, 6)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলি পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ ।

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ৪ [কু. বো. ১৬]

$$3x - 4y = 0$$

$$2x - 3y = -1$$

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ)নং এ প্রাপ্ত মানের সমান। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\text{সমীকরণ জোট : } 3x - 4y = 0$$

$$2x - 3y = -1$$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত } \frac{3}{2}$$

$$y \text{ " " " } \frac{4}{3}$$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{3}{2} \neq \frac{4}{3}$$

∴ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ এখানে,

$$3x - 4y = 0$$
 (i)

$$2x - 3y = -1$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$3x - 4y = 0$$

$$\text{বা, } 3x = 4y$$

$$\text{বা, } x = \frac{4y}{3}$$
(iii)

(iii) নং হতে $x = \frac{4y}{3}$, (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2 \cdot \frac{4y}{3} - 3y = -1$$

$$\text{বা, } \frac{8y - 9y}{3} = -1$$

$$\text{বা, } \frac{-y}{3} = -1$$

$$\text{বা, } -y = -3$$

$$\therefore y = 3$$

(iii) নং এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{4 \times 3}{3} \therefore x = 4$$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 3)$

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট

$$3x - 4y = 0$$
 (i)

$$2x - 3y = -1$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই, $3x - 4y = 0$

$$\text{বা, } 4y = 3x$$

$$\therefore y = \frac{3x}{4}$$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	-4	4	8
y	-3	3	6

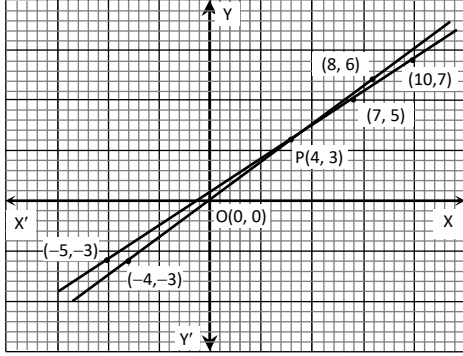
আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x - 3y = -1$

বা, $3y = 2x + 1$

$$\therefore y = \frac{2x+1}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-5	7	10
y	-3	5	7



এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর X -অক্ষ এবং YOY' বরাবর Y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত $(-4, -3)$, $(4, 3)$ ও $(8, 6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত $(-5, -3)$, $(7, 5)$ ও $(10, 7)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(4, 3)$ ।

\therefore সমাধানঃ $(x, y) = (4, 3)$

অতএব, 'খ' নং থেকে প্রাপ্ত সমাধান $(x, y) = (4, 3)$ এবং লেখ থেকে প্রাপ্ত সমাধান সমান। (দেখানো হলো)

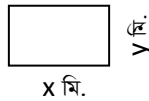
প্রশ্ন ৫। চা. বো. ১৫।

ইফতির একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং এর পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভিতরে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়।

- ক. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২
 খ. সমীকরণ জোটকে আড় গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪
 গ. রাস্তাটি বাঁধাতে ইফতির মোট কত টাকা খরচ হয়? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার
 বাগানের প্রস্থ y মিটার



- ১ম শর্তানুসারে, $2y = x + 10$ (i)
 ২য় শর্তানুসারে, $2(x + y) = 100$ (ii) (Ans.)

খ. 'ক' এর

- (i) নং হতে, $x - 2y + 10 = 0$ (iii)
 (ii) নং হতে, $x + y - 50 = 0$ (iv)
 (iii) ও (iv) নং এ আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-2)(-50) - (10)(1)} = \frac{y}{(10)(1) - (1)(-50)} = \frac{1}{(1)(1) - (-2)(1)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{100 - 10} = \frac{y}{10 + 50} = \frac{1}{1+2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{90} = \frac{y}{60} = \frac{1}{3}$$

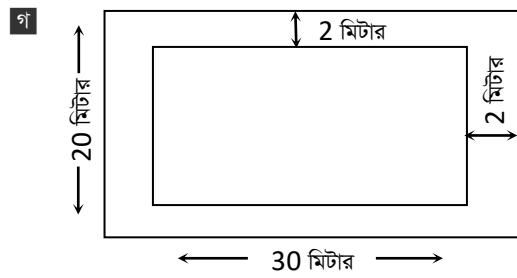
$$\text{বা, } \frac{x}{90} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore x = 30$$

$$\text{অথবা, } \frac{y}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = 20$$

\therefore বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার (Ans.)



রাস্তাবাদে শুধু বাগানের দৈর্ঘ্য = $(30 - 2 \times 2)$ মিটার = 26 মিটার
 রাস্তাবাদে শুধু বাগানের প্রস্থ = $(20 - 2 \times 2)$ মিটার = 16 মিটার
 রাস্তাবাদে শুধু বাগানের ক্ষেত্রফল = (26×16) বর্গমিটার = 416 বর্গমিটার
 রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (30×20) বর্গমিটার = 600 বর্গমিটার
 \therefore শুধু রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(600 - 416)$ বর্গমিটার = 184 বর্গমিটার
 প্রতি বর্গমিটার রাস্তা ইট দিয়ে বাঁধতে 120 টাকা খরচ হলে মোট খরচ
 $= (184 \times 120)$ টাকা
 $= 22,080$ টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ৬ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য একটি অপরটির দ্বিগুণ। বৃহত্তম বাহু ও অন্য অসমান্তরাল বাহুর মধ্যবর্তী পার্শ্বক 40m এবং এর পরিসীমা 130 যেখানে সমান্তরাল বাহু অসমান্তরাল বাহু অপেক্ষা বড় এবং অসমান্তরাল বাহুদ্বয় সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

- ক. x ও y এর সমীকরণ লিখ। ২
 খ. ট্রাপিজিয়ামের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
 গ. গ্রাফ অংকনের মাধ্যমে সমাধান করে ট্রাপিজিয়ামের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপক অনুযায়ী,
 ধরি, $AD = x$

$$\therefore BC = 2x$$

$$\text{এবং } AB = DC = y$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } BC - AB = 40$$

$$\text{এবং } AB + BC + CD + AD = 130$$

$$\text{তাহলে, } x + 2x + y + y = 130$$

$$\text{বা, } 3x + 2y = 130 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } 2x - y = 40 \dots \dots \dots (ii)$$

খ. 'ক' হতে পাই, $3x + 2y = 130 \dots \dots \dots (iii)$

$$2x - y = 40 \dots \dots \dots (iv)$$

$$\text{এখন, } 2x - y = 40$$

$$\therefore 2x - 40 = y \dots \dots \dots (v)$$

$$y \text{ এর মান (iii) নং এ বসাই,}$$

$$3x + 2(2x - 40) = 130$$

$$3x + 4x - 80 = 130$$

$$\text{বা, } 7x = 130 + 80$$

$$\text{বা, } 7x = 210$$

$$\therefore x = 30$$

$$\text{তাহলে, } AD = 30 \text{ (Ans.)}$$

$$BC = 2 \times 30 = 60 \text{ (Ans.)}$$

x এর মান (v)-এ বসাই

$$2.30 - 40 = y$$

$$\text{বা, } y = 60 - 40$$

$$\therefore y = 20$$

$$\therefore AB = DC = 20 \text{ মি. (Ans.)}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $3x + 2y = 130 \dots \dots \dots (i)$

$$2x - y = 40 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } 2y = 130 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{130 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামত কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	10	30	50
y	50	20	-10

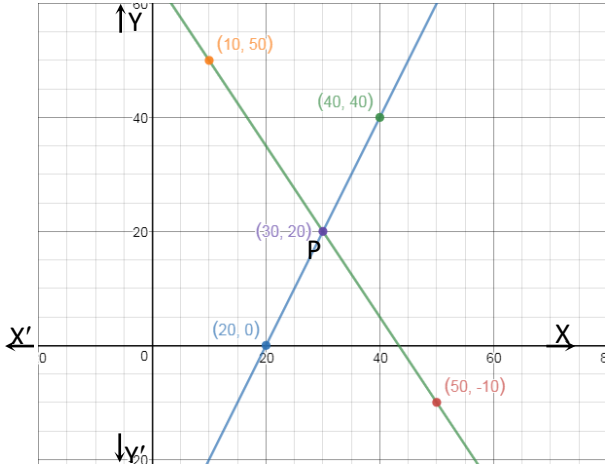
\therefore লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(10, 50)$, $(30, 20)$ ও $(50, -10)$

আবার, (ii) নং হতে পাই, $2x - 40 = y$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামত কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান নির্ণয় করি।

x	20	30	40
y	0	20	40

∴ সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দু তিনটি (20, 0), (30, 20) ও (40, 40)
 ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 5 একক ধরি।
 এবং Y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 5 একক ধরি।
 এখন ছক কাগজে (i) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি।
 ছক কাগজে (ii) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি।
 এরা পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।
 এবং P এর স্থানাঙ্ক (30, 20)
 ∴ x = 30, y = 20
 ∴ AD = 30, AB = CD = 20
 এবং BC = 2.30 = 60 (Ans.)



প্রশ্ন ▶ ৭ i. $bx + ay = a^2 + b^2$ ii. $12x + 5y = 70$
 $2ax - by = ab$ $7x - 12y = 11$

- ক. $\left. \begin{array}{l} x + 6y = 13 \\ 3x + 18y = 27 \end{array} \right\}$ সমীকরণ জোট সম্ভতিপূর্ণ কিনা যাচাই কর। ২
 খ. (i) থেকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় কর। ৪
 গ. বজ্রগুণন পদ্ধতি ব্যবহার করে (ii) এর সমীকরণজোটের সমাধান কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট, $x + 6y = 13$
 $3x + 18y = 27$

x এর সহগের অনুপাত = $\frac{1}{3}$

y এর সহগের অনুপাত = $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদের সহগের অনুপাত = $\frac{13}{27}$

যেহেতু $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ সেহেতু প্রদত্ত সমীকরণ জোট অসম্ভতিপূর্ণ।

খ (i) থেকে পাই, $bx + ay = a^2 + b^2 \dots \dots (i)$
 $2ax - by = ab \dots \dots (ii)$

(i) নং থেকে পাই,

$$ay = a^2 + b^2 - bx$$

$$\therefore y = \frac{a^2 + b^2 - bx}{a} \dots \dots (iii)$$

(iii) নং থেকে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2ax - b\left(\frac{a^2 + b^2 - bx}{a}\right) = ab$$

$$\text{বা, } \frac{2a^2x - ba^2 - b^3 + b^2x}{a} = ab$$

$$\text{বা, } x(2a^2 + b^2) - b(a^2 + b^2) = a^2b$$

$$\text{বা, } x(2a^2 + b^2) = a^2b + a^2b + b^3$$

$$\text{বা, } x = \frac{b(2a^2 + b^2)}{(2a^2 + b^2)}$$

$$\therefore x = b$$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{a^2 + b^2 - b \times b}{a} = \frac{a^2}{a}$$

$$\therefore y = a$$

$$\therefore (x, y) = (b, a) \text{ (Ans.)}$$

গ (ii) নং সমীকরণ জোট থেকে পাই, $12x + 5y = 70$

$$\therefore 12x + 5y - 70 = 0 \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } 7x - 12y = 11$$

$$\therefore 7x - 12y - 11 = 0 \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{5 \times (-11) - (-70) \times (-12)} = \frac{y}{7 \times (-70) - (-11) \times 12} = \frac{1}{12 \times (-12) - 7 \times 5}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-55 - 840} = \frac{y}{-490 + 132} = \frac{1}{-144 - 35}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-895} = \frac{y}{-358} = \frac{1}{-179}$$

$$\therefore \frac{x}{-895} = \frac{1}{-179} \quad \text{এবং } \frac{y}{-358} = \frac{1}{-179}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-895}{-179}$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore (x, y) = (5, 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৮ $x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$ একটি সমীকরণ জোট।

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোট সম্ভতিপূর্ণ কিনা ব্যাখ্যা কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণ জোটটিকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোট সমাধান করে 'খ' হতে প্রাপ্ত মানের সাথে সত্যতা যাচাই কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোটঃ $x + 2y = 7$

$$2x - 3y = 0$$

x এর সহগের অনুপাত = $\frac{1}{2}$

y " " " " = $\frac{2}{-3}$

এখানে, $\frac{1}{2} \neq -\frac{2}{3}$

∴ সমীকরণ জোটটি সম্ভতিপূর্ণ।

খ প্রদত্ত সমীকরণ জোট, $x + 2y = 7$

$$\therefore x + 2y - 7 = 0$$

$$\text{এবং } 2x - 3y = 0$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 0 \times 1} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore x = \frac{21}{7} = 3 \text{ এবং } y = \frac{14}{7} = 2$$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (3, 2)$

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$x + 2y = 7 \dots \dots (i)$$

$$2x - 3y = 0 \dots \dots (ii)$$

(i) নং হতে পাই,

$$x + 2y = 7$$

∴ $y = \frac{7-x}{2}$ এই সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি।

x	1	3	7
y	3	2	0

সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দুগুলো (1, 3), (3, 2) এবং (7, 0) ছক কাগজে স্থাপন করি এবং যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাই।

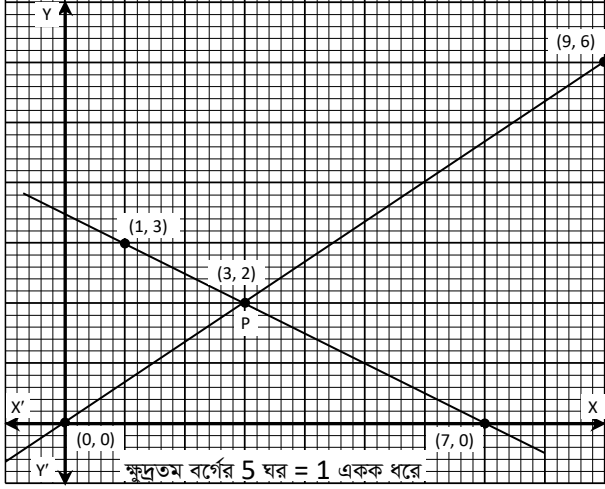
(ii) নং হতে পাই,

$$2x - 3y = 0$$

∴ $y = \frac{2}{3}x$ এই সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি।

x	0	3	9
y	0	2	6

সমীকরণটির লেখের উপর বিন্দুগুলো (0, 0), (3, 2) এবং (9, 6) ছক কাগজে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাই।



লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে যার স্থানাঙ্ক (3, 2)।

'খ' হতে প্রাপ্ত সমাধান ছিল $x = 3, y = 2$

∴ প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ৯ $3x - 4y = 0; 2x - 3y = -1$.

ক. সমীকরণ জোটটি সংগতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ) নং-এ প্রাপ্ত মানের সমান। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন-৪ নং এর সমাধান দৃষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০ একটি সরল সমীকরণ জোট $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8, \frac{5x}{4} - 3y = -3$.

[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা]

ক. দেখাও যে, উদ্দীপকের সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ। ২

খ. উদ্দীপকের সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

সমীকরণ জোট: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8$

বা, $\frac{3x + 2y}{6} = 8$

∴ $3x + 2y = 48 \dots \dots \dots$ (i)

এবং $\frac{5x}{4} - 3y = -3$

বা, $\frac{5x - 12y}{4} = -3$

∴ $5x - 12y = -12 \dots \dots \dots$ (ii)

এখন, x এর সহগের অনুপাত = $\frac{3}{5}$

এবং y এর সহগের অনুপাত = $\frac{2}{-12} = -\frac{1}{6}$

আমরা পাই, $\frac{3}{5} \neq -\frac{1}{6}$

∴ সমীকরণ জোটটি সংগতিপূর্ণ। (দেখানো হলো)

খ. 'ক' হতে পাই,

$3x + 2y = 48$

∴ $3x + 2y - 48 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

এবং $5x - 12y = -12$

∴ $5x - 12y + 12 = 0 \dots \dots \dots$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 12 - (-12)(-48)} = \frac{y}{5(-48) - 3 \times 12} = \frac{1}{3(-12) - 5 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{24 - 576} = \frac{y}{-240 - 36} = \frac{1}{-36 - 10}$

বা, $\frac{x}{-552} = \frac{y}{-276} = \frac{1}{-46}$

বা, $\frac{x}{552} = \frac{y}{276} = \frac{1}{46}$

∴ $x = \frac{552}{46} = 12$ এবং $y = \frac{276}{46} = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (12, 6). (Ans.)

গ. প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$3x + 2y = 48 \dots \dots \dots$ (i)

$5x - 12y = -12 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x + 2y = 48$

বা, $2y = 48 - 3x$

∴ $y = \frac{48 - 3x}{2}$

এখন সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরী করি:

x	6	16	20
y	15	0	-6

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

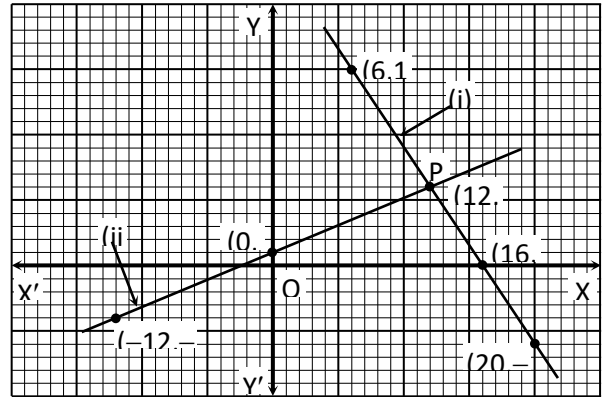
$5x - 12y = -12$

বা, $12y = 5x + 12$

∴ $y = \frac{5x + 12}{12}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরী করি:

x	0	-12	12
y	1	-4	6



এখন ছক কাগজের XOX' বরাবর X-অক্ষ এবং YOY' বরাবর Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত (6, 15), (16, 0) ও (20, -6) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত (0, 1), (-12, -4) ও (12, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (12, 6)।

∴ সমাধান: (x, y) = (12, 6)

অতএব, 'খ' নং থেকে প্রাপ্ত সমাধান (x, y) = (12, 6) এবং লেখ থেকে প্রাপ্ত সমাধান সমান। (সত্যতা যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ১১ কোন ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশের মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

- ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২
 খ. সমীকরণ জোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত? 8
 গ. সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। 8

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমীকরণ জোট: ১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2 \equiv \equiv \equiv$ (i)
 ২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1 \equiv \equiv \equiv$ (ii)

খ (i) নং সমীকরণ হতে পাই, $x + 7 = 2y$

$\therefore x - 2y + 7 = 0 \equiv \equiv \equiv$ (iii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $x = y - 2$

$\therefore x - y + 2 = 0 \equiv \equiv \equiv$ (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ জোটে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$\therefore \frac{x}{(-2)2 - 7(-1)} = \frac{y}{7.1 - 1.2} = \frac{1}{1(-1) - 1.(-2)}$

বা, $\frac{x}{-4 + 7} = \frac{y}{7 - 2} = \frac{1}{-1 + 2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

$\therefore \frac{x}{3} = \frac{1}{1} \quad \therefore \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

$\therefore x = 3 \quad \therefore y = 5$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 5)$

\therefore ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

Ans. $(3, 5), \frac{3}{5}$

গ 'খ' হতে পাই প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$x - 2y + 7 = 0 \equiv \equiv \equiv$ (iii)

$x - y + 2 = 0 \equiv \equiv \equiv$ (iv)

সমীকরণ (iii) নং থেকে পাই,

$-2y = -7 - x$

$\therefore y = \frac{7+x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	-3	3	5
y	2	5	6

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(-3, 2), (3, 5), (5, 6)$

আবার সমীকরণ (iv) নং থেকে পাই,

$-y = -2 - x$

$\therefore y = 2 + x$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

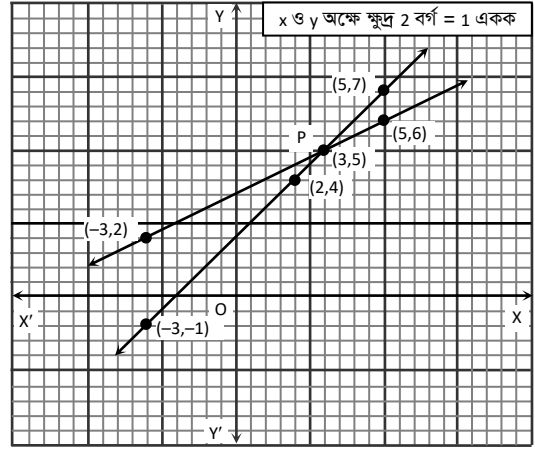
x	-3	2	5
y	-1	4	7

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে

$(-3, -1), (2, 4)$ ও $(5, 7)$

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x -অক্ষ এবং YOY' বরাবর y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাছুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(-3, 2), (3, 5), (5, 6)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (iv) নং প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(-3, -1), (2, 4)$ ও $(5, 7)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরল রেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 5)$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 5)$

খ এর প্রাপ্ত মান ও গ এর প্রাপ্ত মান সমান।

সুতরাং আড়গুণন পদ্ধতি ও লেখচিত্র পদ্ধতি উভয় পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান সমান।

প্রশ্ন ১২ আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার। ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যকার সম্পর্ক $6x - y = 104$ এবং $3x + 2y = 92$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা হল।

ক. সমীকরণ দুইটি সঙ্গতিপূর্ণ কিনা নির্ধারণ কর। ২

খ. ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। 8

গ. যদি আয়তাকার ঘরের মেঝের পরিসীমা অপর একটি বর্গাকার মেঝের পরিসীমার সমান হয়, তবে উক্ত বর্গাকার মেঝে কার্পেট দ্বারা মোড়াতে হলে প্রতি বর্গমিটারে 25.75 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে? 8

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $6x - y = 104$
 $3x + 2y = 92$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{6}{3}$ বা 2

y " " " $\frac{-1}{2}$

আমরা পাই, $2 \neq -\frac{1}{2}$

\therefore সমীকরণ দুইটি সঙ্গতিপূর্ণ।

খ ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y এর মধ্যকার সম্পর্ক দেওয়া আছে,

$6x - y = 104 \dots \dots \dots$ (i)

$3x + 2y = 92 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং হতে পাই,

$-y = 104 - 6x$

$\therefore y = 6x - 104 \dots \dots \dots$ (iii)

(iii) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$3x + 2(6x - 104) = 92$

বা, $3x + 12x - 208 = 92$

বা, $15x = 300$

$\therefore x = \frac{300}{15} = 20$

\therefore ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য 20 মিটার (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই,

ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, $x = 20$ মি.

$6x - y = 104$ হতে

$y = 6x - 104 = 6 \times 20 - 104 = 16$

\therefore ঘরের মেঝের প্রস্থ 16 মি.

ধরি, বর্গাকার মেঝের বাছুর দৈর্ঘ্য a মি.

প্রশ্নমতে, বর্গাকার মেঝের পরিসীমা = আয়তাকার মেঝের পরিসীমা

বা, $4a = 2(20 + 16)$

বা, $a = \frac{2 \times 36}{4}$

$\therefore a = 18$

\therefore বর্গাকার মেঝের ক্ষেত্রফল = $(18)^2$ বর্গ মি.
 = 324 বর্গ মি.

মেঝে কার্পেট দ্বারা মোড়াতে,

1 বর্গ মি. এ খরচ 25.75 টাকা

∴ 324 বর্গ মি. এ খরচ = 25.75 × 324 টাকা = 8343 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি সরল সমীকরণ জোট, $2x + y = 8$

$$3x - 2y = 5$$

ক. সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$2x + y = 8$$

$$3x - 2y = 5$$

এখানে, সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই,

$$\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{2}$$

সুতরাং সমীকরণ জোট সামঞ্জস্য এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.২ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.৩ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪ $3x + 2y = 10$, $2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতি পূর্ণ ও নির্ভরশীল কিনা? ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরল রেখাদ্বয় X -অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $3x + 2y = 10$

$$\text{এবং } 2x - 3y = -2$$

$$x \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এবং } y \text{ এর সহগদ্বয়ের অনুপাত} = \frac{2}{-3}$$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$$

সুতরাং, সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল। (Ans.)

খ $3x + 2y = 10$

$$\text{বা, } 3x + 2y - 10 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } 2x - 3y = -2$$

$$\text{বা, } 2x - 3y + 2 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়ে আড়গুণন প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2.2 - (-3)(-10)} = \frac{y}{(-10) \cdot 2 - 2.3} = \frac{1}{3(-3) - 2.2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4 - 30} = \frac{y}{-20 - 6} = \frac{1}{-9 - 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{26} = \frac{y}{26} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore \frac{x}{26} = \frac{1}{13} \quad \text{এবং } \frac{y}{26} = \frac{1}{13}$$

$$\text{বা, } x = \frac{26}{13} \quad \text{বা, } y = \frac{26}{13}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 2$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$ (Ans.)

গ $3x + 2y = 10 \dots\dots\dots (i)$

$$2x - 3y = -2 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে পাই, $3x = 10$ [□ x অক্ষে $y = 0$]

$$\therefore x = \frac{10}{3}$$

সুতরাং, (i) নং রেখাটি x -অক্ষকে $(\frac{10}{3}, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, (ii) নং এ $y = 0$ বসিয়ে পাই, $2x = -2$

$$\therefore x = -1$$

সুতরাং, (ii) নং রেখাটি x অক্ষকে $(-1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

'খ' হতে পাই, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $(2, 2)$ মনে করি, বিন্দুদ্বয় $A(-1, 0)$, B

$(\frac{10}{3}, 0)$ ও $C(2, 2)$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & \frac{10}{3} & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(0 + \frac{20}{3} + 0\right) - (0 + 0 - 2) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{20}{3} + 2 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{20 + 6}{3} \right) = \frac{26}{2 \times 3} \\ &= \frac{13}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ১৫ $P(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$ এবং একটি সরল সমীকরণ জোট :

$$5x - 2y = 4, 3y + 7x = 23.$$

ক. $P(\frac{1}{4})$ এবং $P(-3)$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(\frac{1}{y}) = P(1-y)$ ৪

গ. আড়গুণন পদ্ধতির সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$

$$\therefore P\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1}{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{64} - \frac{3}{16} + 1}{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1 - 12 + 64}{64}}{\frac{3}{16}} = \frac{53}{64} \times \frac{16}{3} = \frac{53}{12} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } P(-3) &= \frac{(-3)^3 - 3 \cdot (-3)^2 + 1}{-3\{1 - (-3)\}} \\ &= \frac{-27 - 27 + 1}{-3(4)} = \frac{-53}{-12} = \frac{53}{12} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ মাধ্যমিক গণিত পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-২.২ এর উদাহরণ-২৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৫

গ দেওয়া আছে,

$$5x - 2y = 4$$

$$3y + 7x = 23$$

সমীকরণ জোট হতে পাই,

$$5x - 2y - 4 = 0 \dots\dots (i)$$

$$7x + 3y - 23 = 0 \dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-2)(-23) - (-4) \cdot 3} = \frac{y}{(-4)7 - (-23)5} = \frac{1}{5.3 - (-2) \cdot 7}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{46 + 12} = \frac{y}{-28 + 115} = \frac{1}{15 + 14}$$

$$\therefore \frac{x}{58} = \frac{y}{87} = \frac{1}{29}$$

$$\therefore \frac{x}{58} = \frac{1}{29} \text{ এবং } \frac{y}{87} = \frac{1}{29}$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore y = 3$$

∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$ । (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৬ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা 4 বেশি, ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তার হর, লব অপেক্ষা 40 বেশি হবে

ক. এক চলকের মাধ্যমে ভগ্নাংশটিকে প্রকাশ কর। ২

খ. ভগ্নাংশটির মান কত? ৪

গ. ভগ্নাংশটির লব ও হরের সমান প্রস্থ ও দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা বের কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি,

$$\text{প্রকৃত ভগ্নাংশটির লব} = x$$

$$\therefore \text{প্রকৃত ভগ্নাংশটির হর} = x + 4$$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{x+4}$$

খ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{x+4}$

$$\text{এর বর্গ} = \left(\frac{x}{x+4}\right)^2 = \frac{x^2}{x^2 + 8x + 16}$$

∴ প্রশ্নমতে,

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 40$$

$$\text{বা, } 8x + 16 = 40$$

$$\text{বা, } 8x = 40 - 16$$

$$\text{বা, } 8x = 24$$

$$\text{বা, } x = \frac{24}{8} = 3$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{x+4} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7} \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত

$$\text{লব} = 3 = \text{প্রস্থ}$$

$$\text{হর} = 7 = \text{দৈর্ঘ্য}$$

এখন, ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = BD

∴ পীথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

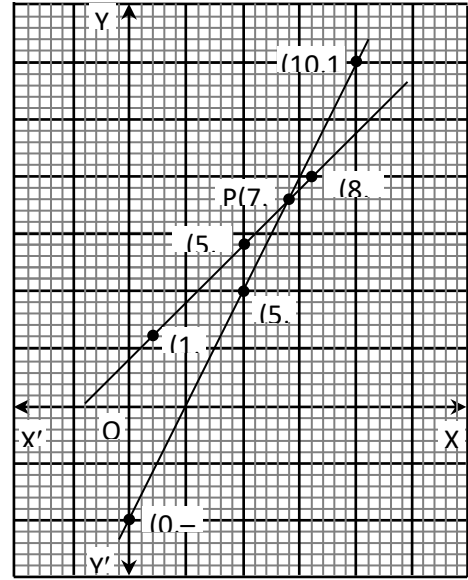
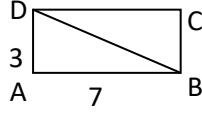
$$= \sqrt{7^2 + 3^2} = 7.62 \text{ একক}$$

এখন, BD = বর্গের বাহু = 7.62 একক

$$\therefore \text{বর্গের পরিসীমা} = 4 \times \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

$$= 4 \times 7.62$$

$$= 30.46 \text{ একক (প্রায়) (Ans.)}$$



মনে করি, সরল রেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (7, 9)

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (7, 9)$$

প্রশ্ন ১৭ $m = (p + q - r) \log \left(\frac{x^p}{y^q} \right) + (q + r - p) \log \left(\frac{x^q}{y^r} \right) + (r + p - q) \log \left(\frac{x^r}{y^p} \right)$

$\left(\frac{x^r}{y^p} \right)$ যেখানে $p \neq q \neq r$ এবং $\frac{2x - y - 5 = 0}{x - y + 2 = 0}$ একটি সমীকরণজোট।

ক. সমীকরণ ও অভেদ এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২

খ. $m = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $x = y$ ৪

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণজোটটির সমাধান কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৫.১ এর পৃষ্ঠা নং ৮৮ দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে,

$$(p + q - r) \log \left(\frac{x^p}{y^q} \right) + (q + r - p) \log \left(\frac{x^q}{y^r} \right) + (r + p - q) \log \left(\frac{x^r}{y^p} \right) = m$$

$$\text{বা, } \log \left(\frac{x^p}{y^q} \right)^{p+q-r} + \log \left(\frac{x^q}{y^r} \right)^{q+r-p} + \log \left(\frac{x^r}{y^p} \right)^{r+p-q} = 0 \quad [\because m = 0]$$

$$\text{বা, } \log \left(\frac{x^{p^2+pq-pr}}{y^{pq+q^2-qr}} \times \frac{x^{q^2+qr-pq}}{y^{qr+r^2-pr}} \times \frac{x^{r^2+pr-qr}}{y^{pr+p^2-pq}} \right) = \log 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^{p^2+pq-pr+q^2+qr-pq+r^2+pr-qr}}{y^{pq+q^2-qr+qr+r^2-pr+pr+p^2-pq}} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x^{p^2+q^2+r^2}}{y^{p^2+q^2+r^2}} = 1$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{y} \right)^{p^2+q^2+r^2} = 1$$

$$\therefore p \neq q \neq r \neq 0 \text{ সেহেতু } p^2 + q^2 + r^2 \neq 0$$

$$\therefore x = y \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ $2x - y - 5 = 0$ (1)

$$\therefore y = 2x - 5$$

x এর কয়েকটি মান বসিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও পাশের ছকটি তৈরি করি।

x	0	5	7	10
y	-5	5	9	15

আবার, $x - y + 2 = 0$ (2)

$$\therefore y = x + 2$$

অনুরূপভাবে x এর কয়েকটি মান বসিয়ে ছকটি তৈরি করি

x	1	5	7	8
y	3	7	9	10

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক কাগজে সমীকরণ (1) নং থেকে, প্রাপ্ত চারটি (0, -5), (5, 5), (7, 9) ও (10, 15) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (2) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দু চারটি (1, 3), (5, 7), (7, 9) ও (8, 10) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

প্রশ্ন ১৮ $\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = 0 \\ 2x - 3y = -1 \end{array} \right\}$ একটি সমীকরণ জোট।

ক. সমীকরণ জোটটি পরস্পর নির্ভরশীল কিনা এবং এদের সমাধান এর সংখ্যা কত? ২

খ. আড় গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\text{সমীকরণ জোট : } 3x - 4y = 0$$

$$2x - 3y = -1$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y " " " $\frac{4}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq \frac{4}{3}$

∴ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান রয়েছে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.২ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০০

গ সৃজনশীল প্রশ্ন-৪(গ) নং এর সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৯ x এর সহিত y এর দ্বিগুণ যোগ করলে যোগফল 28 হয় এবং x থেকে y বিয়োগ করলে বিয়োগফল 4 হয়।

ক. উদ্দীপক দ্বারা সমীকরণ জোট তৈরি কর এবং সংগতিপূর্ণ কিনা যাচাই কর। ২

খ. 'ক' এর সমীকরণ জোট হতে আড় গুণন পদ্ধতি দ্বারা (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $a + b + 3 = x - y$ হয় তবে প্রমাণ কর $a^3 + b^3 - ab = (a - b)^2$ ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপক অনুসারে, সমীকরণ জোট,

$$x + 2y = 28$$

$$x - y = 4$$

x ও y এর সহগের অনুপাত তুলনা করে পাই,

$$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1}$$

∴ সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ।

খ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট,

$$x + 2y = 28$$

$$\therefore x + 2y - 28 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } x - y = 4$$

$$\therefore x - y - 4 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

∴ আড় গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{2 \times (-4) - (-1) \times (-28)} = \frac{y}{(-28) \times 1 - 1 \times (-4)} = \frac{1}{1 \times (-1) - 1 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-8 - 28} = \frac{y}{-28 + 4} = \frac{1}{-1 - 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-36} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-3}$$

$$\therefore \frac{x}{-36} = \frac{1}{-3} \quad \text{এবং} \quad \frac{y}{-24} = \frac{1}{-3}$$

$$\therefore x = 12 \quad \therefore y = 8$$

$$\therefore (x, y) = (12, 8) \text{ (Ans.)}$$

গ 'ক' হতে পাই, $x - y = 4$

শর্তমতে, $a + b + 3 = x - y$

$$\text{বা, } a + b + 3 = 4$$

$$\text{বা, } a + b = 4 - 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^3 + b^3 - ab = (a + b)^3 - 3ab(a + b) - ab$$

$$= 1 - 3ab \cdot 1 - ab = 1 - 4ab$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= 1^2 - 4ab = 1 - 4ab$$

$$\therefore a^3 + b^3 - ab = (a - b)^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২০ দেওয়া আছে, $3x + 2y = 12$

$$2x + 3y = 13$$

ক. ইহা কী সামঞ্জস্যপূর্ণ এবং এর কয়টি সমাধান আছে? ২

খ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান কর। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতির মাধ্যমে (x, y) নির্ণয় কর এবং 'খ' এর সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$3x + 2y = 12$$

$$2x + 3y = 13$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{2}$ এবং y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{2}{3}$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$$

∴ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ/সামঞ্জস্যপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং সমীকরণজোটটির একটি মাত্র সমাধান আছে। (Ans.)

খ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$3x + 2y = 12 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$2x + 3y = 13 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{সমীকরণ (i) হতে পাই, } 3x + 2y = 12$$

$$\therefore y = \frac{12 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামত কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

x	2	4	6
y	3	0	-3

∴ সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু $(2, 3)$, $(4, 0)$ ও $(6, -3)$ ।

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$2x + 3y = 13$$

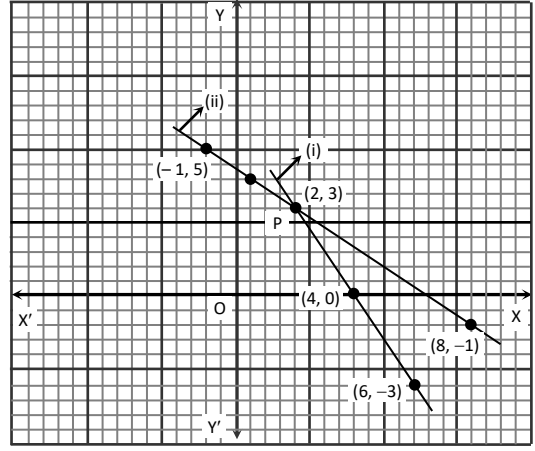
$$\text{বা, } 3y = 13 - 2x$$

$$\therefore y = \frac{13 - 2x}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামত কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	-1	2	8
y	5	3	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু $(-1, 5)$, $(2, 3)$ ও $(8, -1)$ ।



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ এবং মূলবিন্দু O । ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাছুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, ছক কাগজে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত $(2, 3)$, $(4, 0)$ ও $(6, -3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরপর সংযুক্ত করি।

লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত $(-1, 5)$, $(8, -1)$ ও $(2, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্রে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$ ।

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$ (Ans.)

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $3x + 2y = 12 \dots \dots \dots \text{(i)}$

$$2x + 3y = 13 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং কে 3 দ্বারা এবং (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$9x + 6y = 36 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$4x + 6y = 26 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

(iii) নং থেকে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,

$$5x = 10$$

∴ $x = 2$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

এখন, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$3 \times 2 + 2y = 12$$

$$\text{বা, } 6 + 2y = 12$$

$$\text{বা, } 2y = 12 - 6$$

$$\text{বা, } 2y = 6$$

∴ $y = 3$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$ যা 'খ' তে প্রাপ্ত সমাধান।

সুতরাং, 'খ' এর সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।