

SSC Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১৭: পরিসংখ্যান

প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ **উপাত্তের উপস্থাপন** : গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত। অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো অবিন্যস্তভাবে থাকে এবং অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে সরাসরি প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় না। প্রয়োজন হয় উপাত্তগুলোর বিন্যস্ত ও সারণিভুক্ত করা। আর উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো উপাত্তের উপস্থাপন।

■ **উপাত্তের সারণিভুক্তকরণ** : কোনো উপাত্তের সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার পরিসর নির্ধারণ করতে হয়। এরপর শ্রেণি ব্যবধান ও শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়।

উদাহরণ ১। কোনো এক শীত মৌসুমে শ্রীমঙ্গলের জানুয়ারি মাসের ৩১ দিনের সর্বনিম্ন তাপমাত্রা (সেলসিয়াস) নিচে দেওয়া হলো। সর্বনিম্ন তাপমাত্রার (সেলসিয়াস) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

১৪°, ১৪°, ১৪°, ১৩°, ১২°, ১৩°, ১০°, ১০°, ১১°, ১২°, ১১°, ১০°, ৯°, ৮°, ৯°, ১১°, ১০°, ১০°, ৮°, ৯°, ৭°, ৬°, ৬°, ৬°, ৬°, ৭°, ৮°, ৯°, ৯°, ৮°, ৭°।

সমাধান : এখানে তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্তের সবচেয়ে ছোট সংখ্যা ৬ এবং বড় সংখ্যা ১৪।

সুতরাং উপাত্তের পরিসর = $(১৪ - ৬) + ১ = ৯$ ।

এখন শ্রেণি ব্যবধান যদি ৩ নেওয়া হয় তবে শ্রেণি সংখ্যা হবে $\frac{৯}{৩}$ বা ৩।

শ্রেণি ব্যবধান ৩ নিয়ে তিন শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যাস করলে গণসংখ্যা (ঘটন সংখ্যাও বলা হয়) নিবেশন সারণি হবে নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা বা ঘটন সংখ্যা
৬° - ৮°		১১
৯° - ১১°		১৩
১২° - ১৪°		৭
মোট		৩১

■ **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা (Cumulative Frequency):**

উদাহরণ ১ এর শ্রেণি ব্যবধান ৩ ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়েছে। উল্লিখিত উপাত্তের শ্রেণি সংখ্যা ৩। প্রথম শ্রেণির সীমা হলো ৬°-৮°। এই শ্রেণির নিম্নসীমা ৬° এবং উচ্চসীমা ৮° সে। এই শ্রেণির গণসংখ্যা ১১।

দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩। এখন প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ১১ এর সাথে দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩ যোগ করে পাই ২৪। এই ২৪ হবে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। আর প্রথম শ্রেণি দিয়ে শুরু হওয়ায় এই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হবে ১১। আবার দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ২৪ এর সাথে তৃতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা যোগ করলে $২৪ + ৭ = ৩১$, যা তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। এইভাবে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। উপরের আলোচনার প্রেক্ষিতে উদাহরণ ১ এর তাপমাত্রার ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৬° - ৮°	১১	১১
৯° - ১১°	১৩	$(১১ + ১৩) = ২৪$
১২° - ১৪°	৭	$(২৪ + ৭) = ৩১$

■ **চলক** : আমরা জানি, সংখ্যাসূচক তথ্যসমূহ পরিসংখ্যানের উপাত্ত। উপাত্তে ব্যবহৃত সংখ্যাসমূহ হলো চলক। যেমন, উদাহরণ ১ এ তাপমাত্রা নির্দেশক সংখ্যাগুলো চলক। তদানুরূপ উদাহরণ ২ এ প্রাপ্ত নম্বরগুলো ব্যবহৃত উপাত্তের চলক।

■ **বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক** : পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকারের হয়। যেমন বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক। যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক, যেমন জনসংখ্যা নির্দেশক উপাত্তে পূর্ণসংখ্যা ব্যবহৃত হয়। তাই জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক। আর যেসকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সর্বাধিক উপাত্তে যেকোনো বাস্তব সংখ্যা ব্যবহার করা যায়। তাই এগুলোর জন্য ব্যবহৃত চলক হচ্ছে অবিচ্ছিন্ন চলক। অবিচ্ছিন্ন চলকের দুইটি মানের মধ্যবর্তী যেকোনো সংখ্যাও ঐ চলকের মান হতে পারে।

■ **উপাত্তের লেখচিত্র** : আমরা দেখেছি যে, অনুসন্ধানাধীন সংগৃহীত উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো গণসংখ্যা নিবেশন সারণিভুক্ত বা ক্রমযোজিত সারণিভুক্ত করা হলে এদের সম্বন্ধে সম্যক ধারণা করা ও সিদ্ধান্ত নেওয়া সহজ হয়। এই সারণিভুক্ত উপাত্তসমূহ যদি লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন

করা হয়, তবে তা বুঝার জন্য যেমন আরও সহজ হয় তেমনি চিত্তাকর্ষক হয়। এ জন্য পরিসংখ্যানের উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা ও লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন বহুল প্রচলিত এবং ব্যাপক ব্যবহৃত পদ্ধতি।

- **গণসংখ্যা বহুভুজ** : অবিচ্ছিন্ন উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীত গণসংখ্যা নির্দেশকে বিন্দুসমূহকে পর্যায়ক্রমে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাই হলো গণসংখ্যা বহুভুজ।
- **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা লেখচিত্র বা অজিত রেখা** : কোনো উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা x -অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা y -অক্ষ বরাবর স্থাপন করে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার লেখচিত্র বা অজিত রেখা পাওয়া যায়।
- **কেন্দ্রীয় প্রবণতা** : অনুসন্ধানাধীন অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। আবার অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। অর্থাৎ, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যা খুব বেশি হয়। বহুত উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাই হলো কেন্দ্রীয় প্রবণতা। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো : (১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক (৩) প্রচুরক।
- **গাণিতিক গড়** : উপাত্তসমূহের মানের সমষ্টিতে যদি তার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে উপাত্তসমূহের গড় মান পাওয়া যায়। তবে উপাত্তসমূহের সংখ্যা যদি খুব বেশি হয় তাহলে এ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা সময়সাপেক্ষ, বেশ কঠিন ও ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাত্তসমূহ শ্রেণি বিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবদ্ধ করে সর্ধক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা হয়।

■ শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তের গাণিতিক গড় (সর্ধক্ষিপ্ত পদ্ধতি)

শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সর্ধক্ষিপ্ত পদ্ধতি হলো সহজ।

সর্ধক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ধাপসমূহ—

১। শ্রেণিসমূহের মধ্যমান নির্ণয় করা

২। মধ্যমানসমূহ থেকে সুবিধাজনক কোনো মানকে আনুমানিক গড় (a) ধরা

৩। প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমান থেকে আনুমানিক গড় বিয়োগ করে তাকে শ্রেণি ব্যাপ্তি দ্বারা ভাগ করে ধাপ বিচ্যুতি $u = \frac{\text{মধ্যমান} - \text{আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$ নির্ণয় করা

৪। ধাপ বিচ্যুতিকে সর্ধশ্লিষ্ট শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা গুণ করা

৫। বিচ্যুতির গড় নির্ণয় করা এবং এর সাথে আনুমানিক গড় যোগ করে কাঙ্ক্ষিত গড় নির্ণয় করা।

- **সর্ধক্ষিপ্ত পদ্ধতি** : এ পদ্ধতিতে উপাত্তসমূহের গাণিতিক গড় নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো :

গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$ যেখান, \bar{x} = নির্ণেয় গড়, a = আনুমানিক গড়, f_i = i -তম শ্রেণির গণসংখ্যা, u_i , $f_i = i$ তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি, h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

■ গুরুত্বযুক্ত উপাত্তের গড় নির্ণয়

যদি n সংখ্যক উপাত্তের মান x_1, x_2, \dots, x_n হয় এবং এদের গুরুত্ব যদি w_1, w_2, \dots, w_n হয় তবে এদের গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় হবে

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

- **মধ্যক**: কোনো পরিসংখ্যানের উপাত্তগুলো মানের ক্রমানুসারে সাজালে যেসকল উপাত্ত সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মানই হবে উপাত্তগুলোর মধ্যক। যদি উপাত্তের সংখ্যা n হয় এবং n যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান। আর n যদি জোড় সংখ্যা হয়, তবে মধ্যক হবে $\frac{n}{2}$ তম ও $(\frac{n}{2} + 1)$ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের গড়।

■ শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়

যদি শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হয় n , তবে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের $\frac{n}{2}$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। আর $\frac{n}{2}$ তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত

সূত্র হলো মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$, যেখানে L হলো, যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণি ব্যাপ্তি।

- **প্রচুরক**: কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থাপিত হয়, সেই সংখ্যাই উপাত্তের প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে।

■ শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়: শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো,

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ যেখানে, L প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান, f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা—পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা, f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h = শ্রেণি ব্যাপ্তি।

সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ১ [ঢা. বো. ১৭]

কোনো স্কুলের দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণঃ-
50, 46, 55, 61, 72, 85, 60, 85, 36, 68, 48, 60, 58, 70, 65, 60, 50, 46,
70, 80, 65, 60, 45, 58, 55, 60, 35, 40, 70, 90, 76, 46, 65, 60, 56, 40,
50, 65, 68, 55

- ক. উপাত্তসমূহের পরিসর নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪
গ. উপাত্তসমূহের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 35 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 90
∴ পরিসর = (90 - 35) + 1 = 56 (উত্তর)

- খ. 'ক' থেকে পাই,
উপাত্তসমূহের পরিসর = 56

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{56}{10} = 5.6 \approx 6$$

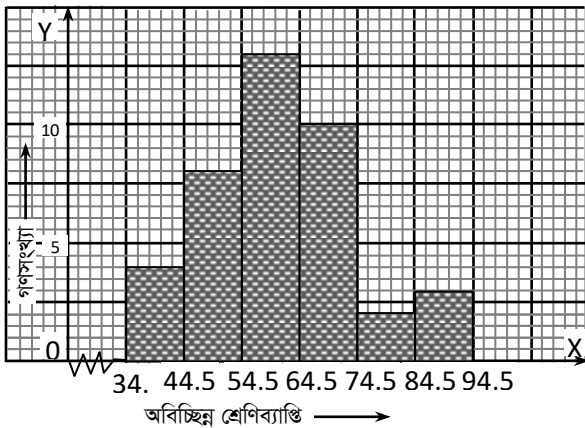
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালিচিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-44		4	4
45-54		8	12
55-64		13	25
65-74		10	35
75-84		2	37
85-94		3	40
		n = 40	

- গ. আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
35-44	34.5 - 44.5	4
45-54	44.5 - 54.5	8
55-64	54.5 - 64.5	13
65-74	64.5 - 74.5	10
75-84	74.5 - 84.5	2
85-94	84.5 - 94.5	3

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির দুই একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২ [ঢা. বো. ১৭]

একটি স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণঃ-

শ্রেণি ব্যাপ্তি	৩১-	৪১-	৫১-	৬১-	৭১-	৮১-৯০	৯১-
শিক্ষার্থী সংখ্যা	৪০	৫০	৬০	৭০	৮০	১৫	১০

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 30 আছে (71 - 80) শ্রেণিতে, অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (71 - 80)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা} = 71 \text{ (উত্তর)}$$

- খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	12	20
51-60	20	40
61-70	25	65
71-80	30	95
81-90	15	110
91-100	10	120
	n = 120	

$$\text{এখানে, } n = 120 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

অতএব, মধ্যক হলো 60-তম পদের মান। 60 তম পদের অবস্থান হবে (61 - 70) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (61 - 70)।

আমরা জানি,

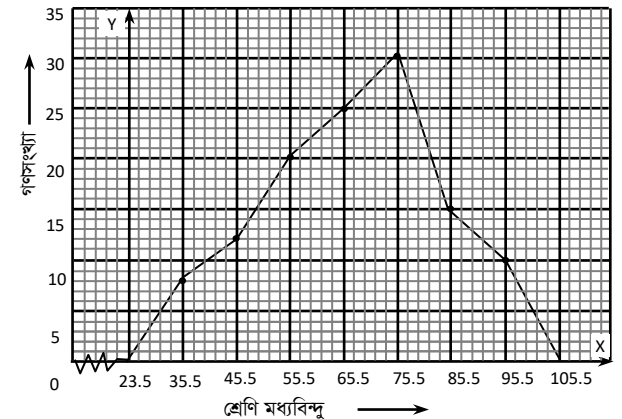
$$\begin{aligned} \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \right) \times \frac{h}{f_m} & \text{এখানে,} \\ &= 61 + (60 - 40) \times \frac{10}{25} & L = 61 \\ &= 61 + \frac{200}{25} = 61 + 8 = 69 & F_c = 40 \\ & & f_m = 25 \\ & & h = 10 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = 69 \text{ (উত্তর)}$$

- গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	8
41-50	45.5	12
51-60	55.5	20
61-70	65.5	25
71-80	75.5	30
81-90	85.5	15
91-100	95.5	10

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুইঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৩ [রা. বো. ১৭]

নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :-

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46

ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বুঝ? ২

খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **বিচ্ছিন্ন চলক:** যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যা হয় তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। উদাহরণ: জনসংখ্যা।

অবিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে তা অবিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: বয়স, উচ্চতা, ওজন।

খ. প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 68 এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 35

∴ পরিসর = (68 - 35) + 1 = 34

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{34}{5} = 6.8 \approx 7$

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
35 - 39		2
40 - 44		2
45 - 49		5
50 - 54		3
55 - 59		5
60 - 64		7
65 - 69		6
		n = 30

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 আছে (60 - 64) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি = (60 - 64)

আমরা জানি,

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ এখানে, L = 60

= $60 + \frac{2}{2+1} \times 5$ $f_1 = 7 - 5 = 2$

= $60 + \frac{10}{3}$ $f_2 = 7 - 6 = 1$

= $60 + 3.3333$ h = 5

= 63.33 (Ans.)

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
35 - 39	37	2	-3	-6
40 - 44	42	2	-2	-4
45 - 49	47	5	-1	-5
50 - 54	$52 \leftarrow a$	3	0	0
55 - 59	57	5	1	5
60 - 64	62	7	2	14
65 - 69	67	6	3	18
		n = 30		$\Sigma f_i u_i = 22$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 52 + \frac{22}{30} \times 5 = 55.67$ (Ans.)

প্রশ্ন ৪ [রা. বো. ১৭]

নিচে 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :-

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৪ প্রশ্নের সমাধান

ক. **কেন্দ্রীয় প্রবণতা :** অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই বলে কেন্দ্রীয় প্রবণতা। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো: ১. গাণিতিক গড়, ২. মধ্যক এবং ৩. প্রচুরক।

খ. **মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:**

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 - 49	4	4
50 - 54	12	16
55 - 59	10	26
60 - 64	20	46
65 - 69	8	54
70 - 74	6	60
	n = 60	

এখানে, n = 60 এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

∴ মধ্যক হলো 30 তম পদের মান এবং 30 তম পদের অবস্থান হলো (60 - 64) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (60 - 64)

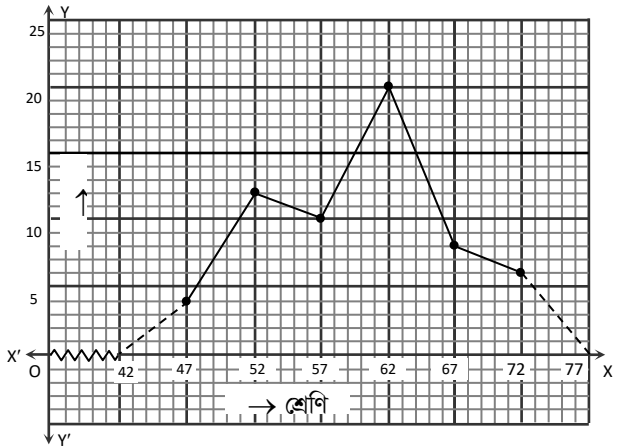
L = 60, $F_c = 26$, $f_m = 20$, h = 5

আমরা জানি, মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$
 = $60 + (30 - 26) \times \frac{5}{20} = 60 + \frac{20}{20} = 60 + 1$
 = 61 (Ans.)

গ. **গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:**

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
45 - 49	47	4
50 - 54	52	12
55 - 59	57	10
60 - 64	62	20
65 - 69	67	8
70 - 74	72	6

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৫ [দি. বো. ১৭]

নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হল-

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্ন সীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁক। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-35	3	3
36-41	10	13
42-47	18	31

48-53	25	56
54-59	8	64
60-65	6	70
	n = 70	

মোট গণসংখ্যা 70

∴ মধ্যক হবে $\frac{70}{2}$ বা 35 তম পদ।

35 তম পদ আছে 8র্থ শ্রেণিতে।

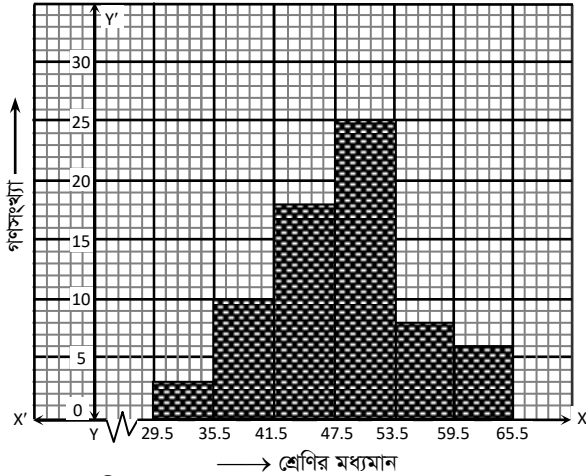
∴ মধ্যক শ্রেণি (48 – 53)

∴ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা 48 (Ans.)

গণিত পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ১৭ এর উদাহরণ ১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৭

শ্রেণি সীমা	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
30-35	29.5 – 35.5	3
36 - 41	35.5 – 41.5	10
42-47	41.5 – 47.5	18
48-53	47.5 – 53.5	25
54-59	53.5 – 59.5	8
60-65	59.5 – 65.5	6

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 29.5 থেকে শুরু হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৬ [দি. বো. ১৭]

কোনো বিদ্যালয়ের 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ :

75, 40, 52, 92, 87, 43, 65, 69, 73, 81, 95, 52, 66, 82, 89, 56, 47, 69, 57, 73, 84, 91, 77, 50, 62

ক. পরিসর কী? শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণি সংখ্যা কত? ২

খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। 8

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পরিসর : উপাত্ত সমূহের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন রাশির সাথে এক যোগ করে প্রাপ্ত মানকে বলে পরিসর।

এখানে, সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 95

সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 40

∴ পরিসর = (95 – 40) + 1 = 55 + 1 = 56

শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{56}{10} = 5.6 \approx 6$ টি (Ans.)

খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
40 – 49		3
50 – 59		5
60 – 69		5
70 – 79		4
80 – 89		5
90 – 99		3

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি u_i	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি ($f_i \times u_i$)
40 – 49	44.5	3	-2	-6
50 – 59	54.5	5	-1	-5
60 – 69	64.5 ← a	5	0	0
70 – 79	74.5	4	1	4
80 – 89	84.5	5	2	10
90 – 99	94.5	3	3	9
মোট		n = 25		$\sum f_i u_i = 12$

∴ গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$$= 64.5 + \frac{12}{25} \times 10$$

$$= 64.5 + 4.8$$

$$= 69.3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭ [কু. বো. ১৭]

কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিচে দেয়া হলো:

75, 63, 63, 86, 71, 66, 75, 65, 73, 80, 83, 74, 69, 79, 77, 69, 74, 85, 72, 78, 84, 69, 75, 88, 67.

ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। 8

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। 8

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 88 এবং সর্বনিম্ন = 63

∴ পরিসর = (88 – 63) + 1 = 25 + 1 = 26

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা হবে $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$ টি (Ans.)

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × বিচ্যুতি $f_i u_i$
62-66	64		4	-2	-8
67-71	69		5	-1	-5
72-76	74 ← a		7	0	0
77-81	79		4	1	4
82-86	84		4	2	8
87-91	89		3	3	9
			n = 25		$\sum f_i u_i = 2$

এখানে, অনুমিত শ্রেণির মধ্যমান, a = 74

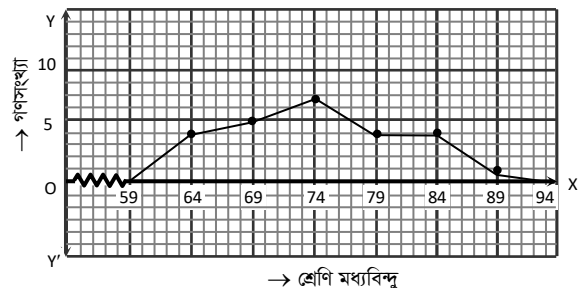
শ্রেণি ব্যবধান, h = 5 এবং মোট গণসংখ্যা n = 25

∴ গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$$= 74 + \frac{2}{25} \times 5$$

$$= 74.4 \text{ (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন : x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতিঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 59 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।



প্রশ্ন ৮ / ক্র. বো. ১৭/

নিচে ৭০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	৩০-৩৫	৩৬-৪১	৪২-৪৭	৪৮-৫৩	৫৪-৫৯	৬০-৬৫
গণসংখ্যা	৩	১০	১৮	২৫	৮	৬

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
 খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-35	3	3
36-41	10	13
42-47	18	31
48-53	25	56
54-59	8	64
60-65	6	70
	n = 70	

খ. 'ক' এর সারণি থেকে গণসংখ্যা সর্বোচ্চ 25 বার আছে (48-53) শ্রেণিতে সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (48 - 53)

সুতরাং $L = 48, f_1 = 25 - 18 = 7, f_2 = 25 - 8 = 17, h = 6$

আমরা জানি, প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h = 48 + \frac{7}{7 + 17} \times 6$
 $= 48 + \frac{42}{24} = 48 + 1.75$
 $= 49.75$ (প্রায়) (Ans.)

গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৭ উদাহরণ ১২ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯ / চ. বো. ১৭/

দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতের নাম্বার দেয়া হলো:

61, 99, 62, 65, 98, 95, 81, 85, 90, 70, 77, 80, 75, 66, 68, 69, 75, 77, 82, 85, 87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 78, 80, 83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78।

- ক. 5 শ্রেণির ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
 খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত নিয়মে গড় নির্ণয় করো। ৪
 গ. সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 99 এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 61

\therefore পরিসর = $(99 - 61) + 1 = 39$

\therefore শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{39}{5} = 7.8 \approx 8$

গণসংখ্যা সারণি:

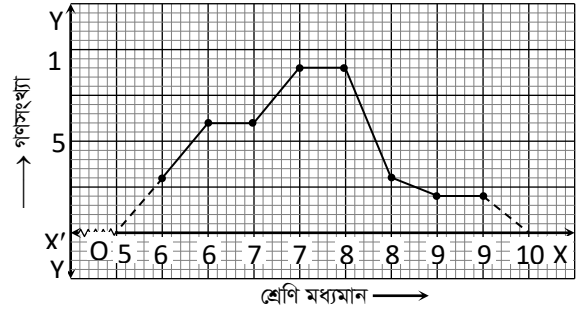
শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
61-65		3
66-70		6
71-75		6
76-80		9
81-85		9
86-90		3
91-95		2
96-100		2
		n = 40

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপবিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
61-65	63	3	-3	-9
66-70	68	6	-2	-12
71-75	73	6	-1	-6
76-80	$78 \leftarrow a$	9	0	0
81-85	83	9	1	9
86-90	88	3	2	6
91-95	93	2	3	6
96-100	98	2	4	8
		n = 40		$\sum f_i u_i = 2$

\therefore গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 78 + \frac{2}{40} \times 5 = 78.25$ (Ans.)

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে গণ সংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 58 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১০ / সি. বো. ১৭/

১০ম শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় করো। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। ৪
 গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সারণিতে সবচেয়ে বেশি সংখ্যক গণসংখ্যা আছে, (61 - 70) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হবে (61 - 70)

\therefore প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু = $\frac{61 + 70}{2}$
 $= 65.5$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি u_i	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
31-40	35.5	6	-3	-18
41-50	45.5	8	-2	-16
51-60	55.5	12	-1	-12
61-70	$65.5 \leftarrow a$	22	0	0
71-80	75.5	5	1	5
81-90	85.5	7	2	14
		60		-27

এখানে, আনুমানিক গড়, $a = 65.5$

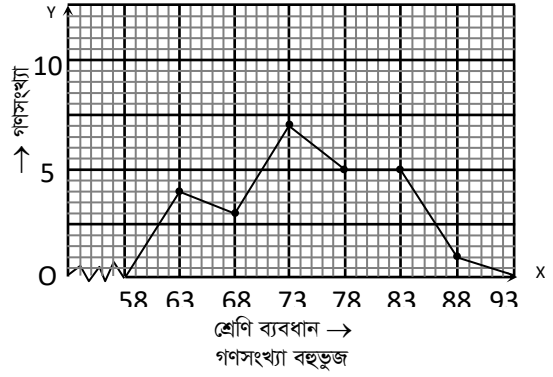
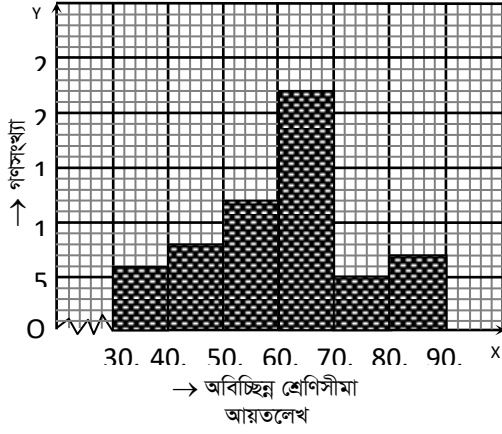
শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$

আমরা জানি, গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
 $= 65.5 + \frac{-27}{60} \times 10$
 $= 65.5 - 4.5$
 $= 61$ (Ans.)

গ. আয়তলেখ অঙ্কন :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
31-40	30.5 - 40.5	6
41-50	40.5 - 50.5	8
51-60	50.5 - 60.5	12
61-70	60.5 - 70.5	22
71-80	70.5 - 80.5	5
81-90	80.5 - 90.5	7

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে x-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলোকে ভাসা চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হয়েছে।



প্রশ্ন ১১ [সি. বো. ১৭]

- নিচে ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:
67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62,
82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83,
80, 81, 67, 74, 88
- ক. ৫ শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. গণসংখ্যা সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. গণসংখ্যা সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন মান = 61 এবং সর্বোচ্চ মান = 88

∴ পরিসর = (88 - 61) + 1 = 28

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{28}{5} = 5.6 \approx 6$

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৫টি

গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালিচিহ্ন	গণসংখ্যা
61 - 65		4
66 - 70		3
71 - 75		7
76 - 80		5
81 - 85		5
86 - 90		1

- খ 'ক' এর গণসংখ্যা সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 বার আছে (71 - 75) শ্রেণিতে।
সুতরাং, প্রচুরক (71-75) শ্রেণিতে আছে।
আমরা জানি,

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

∴ প্রচুরক = $71 + \frac{4}{4+2} \times 5$
= $71 + \frac{4}{6} \times 5$

= $71 + 3.33$
= 74.33

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 74.33।

এখানে,
L = 71
f₁ = 7 - 3 = 4
f₂ = 7 - 5 = 2
h = 5

- গ 'ক' এর গণসংখ্যা সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ নির্ণয়ের সারণি নিচে তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যমান	গণসংখ্যা
61 - 65	63	4
66 - 70	68	3
71 - 75	73	7
76 - 80	78	5
81 - 85	83	5
86 - 90	88	1

ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর শ্রেণির মধ্যমান এবং y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা বসিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি এক ঘরকে 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি 2 ঘরকে 1 একক ধরি। ভাস্মা চিহ্ন দ্বারা 58 এর পূর্বের মান গুলোকে বোঝানো হয়েছে।

প্রশ্ন ১২ [সি. বো. ১৭; য. বো. ১৭]

কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো:

ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? এর তিনটি পরিমাপকের নাম লিখ। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কেন্দ্রীয় প্রবণতা : অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই বলে কেন্দ্রীয় প্রবণতা। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো: ১. গাণিতিক গড়, ২. মধ্যক এবং ৩. প্রচুরক।

খ মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 - 49	4	4
50 - 54	8	12
55 - 59	10	22
60 - 64	20	42
65 - 69	12	54
70 - 74	6	60
n = 60		

মধ্যক নির্ণয়: এখানে, $n = 60$, $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ মধ্যক হবে ৩০ তম পদের মান। ৩০ তম পদের অবস্থান হলো (60 - 64) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি (60 - 64)

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h$
= $60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$
= $60 + \frac{40}{20}$
= 62 (Ans.)

L = 60
F_c = 22
f_m = 20
h = 5

প্রচুরক নির্ণয়:

এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক বার 20 আছে (60 - 64) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)

∴ প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
= $60 + \frac{10}{10 + 8} \times 5$
= $60 + \frac{50}{18}$
= 62.78 (Ans.)

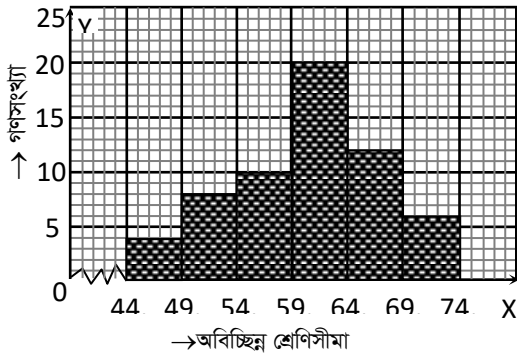
L = 60
f₁ = 20 - 10 = 10
f₂ = 20 - 12 = 8
h = 5

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45 - 49	44.5 - 49.5	4
50 - 54	49.5 - 54.5	8
55 - 59	54.5 - 59.5	10
60 - 64	59.5 - 64.5	20
65 - 69	64.5 - 69.5	12
70 - 74	69.5 - 74.5	6

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক

একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৪/ব. বো. ১৭

পদার্থবিজ্ঞানে ৭৬ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	2	5	13	12	11	18	5	4	4	2

- ক. সারণি থেকে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২
 খ. মধ্যক নির্ণয় করো। ৪
 গ. উপাঙ্গগুলোর অজিত রেখা আঁক। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. গণসংখ্যা সর্বাধিক বার 18 আছে (51 - 60) শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হলো (51 - 60)

∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{51+60}{2} = 55.5$ (উত্তর)

খ.

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1 - 10	2	2
11 - 20	5	7
21 - 30	13	20
31 - 40	12	32
41 - 50	11	43
51 - 60	18	61
61 - 70	5	66
71 - 80	4	70
81 - 90	4	74
91 - 100	2	76
	n = 76	

এখানে, n = 76

∴ $\frac{n}{2} = \frac{76}{2} = 38$

অতএব মধ্যক হলো 38তম পদের মান।

38 তম পদের অবস্থান (41 - 50) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (41 - 50)।

সুতরাং L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা = 41

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 32

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা = 11 এবং h = শ্রেণি ব্যবধান = 10

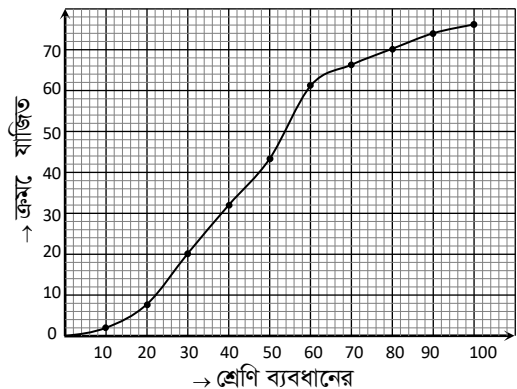
∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h = 41 + \left(\frac{38 - 32}{11}\right) \times 10$
 $= 41 + \left(6 \times \frac{10}{11}\right) = 41 + 5.45 = 46.45$ (Ans.)

গ.

অজিত রেখা অঙ্কনের প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1 - 10	2	2
11 - 20	5	7
21 - 30	13	20
31 - 40	12	32
41 - 50	11	43
51 - 60	18	61
61 - 70	5	66
71 - 80	4	70
81 - 90	4	74
91 - 100	2	76

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাঙ্গের অজিত রেখা আঁকা হলো।



প্রশ্ন ১৩/য. বো. ১৭

দশম শ্রেণির ৫০ জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হলো:

- 45, 50, 55, 52, 56, 58, 56, 60, 58, 60,
 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66,
 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55,
 57, 56, 63, 69, 62, 56, 67, 70, 69, 70,
 69, 68, 70, 60, 56, 58, 62, 63, 64, 67]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। ৪
 গ. উপাঙ্গের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাঙ্গে সর্বোচ্চ নম্বর = 70

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 45

∴ পরিসর = (70 - 45) + 1 = 26

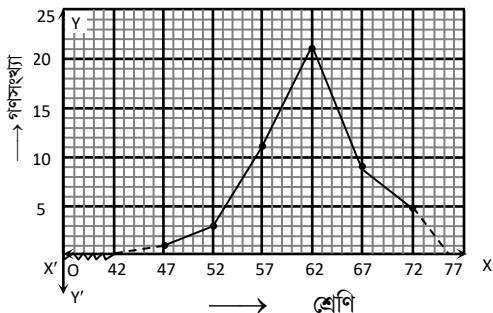
শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$ টি (উত্তর)

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x _i	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা f _i	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
45-49	47		1	-3	-3
50-54	52		3	-2	-6
55-59	57		11	-1	-11
60-64	62 ← a		21	0	0
65-69	67		9	1	9
70-74	72		5	2	10
			n = 50		∑f _i u _i = -1

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 62 + \frac{-1}{50} \times 5 = 62 - \frac{5}{50}$
 $= 62 - 0.1 = 61.9$ (উত্তর)

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিঘরকে শ্রেণিমধ্যবিন্দুর এক একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৫ [ব. বো. ১৭]

শ্রেণি	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

- ক. মধ্যক শ্রেণির নিসীমা নির্ণয় করো। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। ৪
 গ. সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46-50	5	5
51-55	10	15
56-60	20	35
61-65	15	50
66-70	10	60
n = 60		

এখানে $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান (56-60) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (56-60) অতএব, মধ্যক শ্রেণির নিসীমা 56

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি:

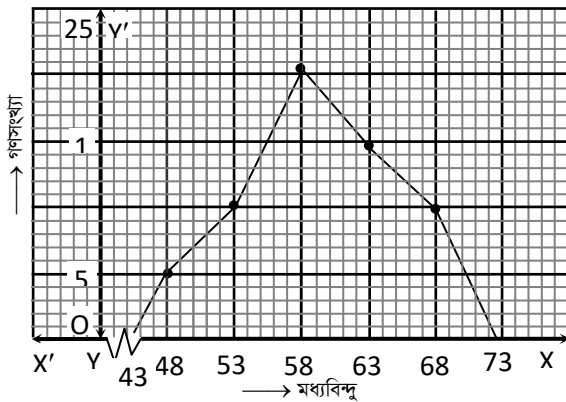
শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা, f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
46-50	48	5	-2	-10
51-55	53	10	-1	-10
56-60	58 ← a	20	0	0
61-65	63	15	1	15
66-70	68	10	2	20
মোট		$n = \sum f_i = 60$		$\sum f_i u_i = 15$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 58 + \frac{15 \times 5}{60} = 58 + 1.25 = 59.25 \text{ (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
46-50	48	5
51-55	53	10
56-60	58	20
61-65	63	15
66-70	68	10

এখন গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতিঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। মূলবিন্দু থেকে 43 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৬ [ঢা. বো. ১৬]

নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৫	৬	৮	১২	৫	৮	৬

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $n = ৫ + ৬ + ৮ + ১২ + ৫ + ৮ + ৬ = ৫০$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{৫০}{2} = ২৫ \text{ তম পদের মান হলো মধ্যক।}$$

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (৬১ - ৭০)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{৬১ + ৭০}{2} = \frac{১৩১}{2} = ৬৫.৫ \text{ (Ans.)}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

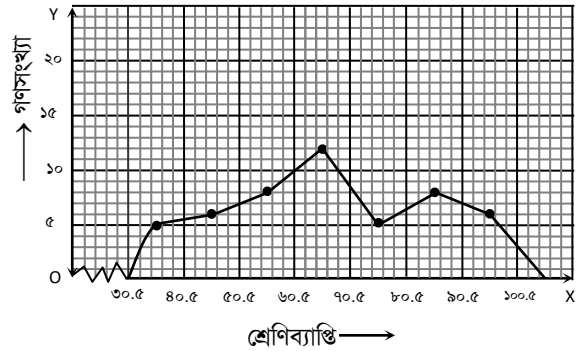
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
৩১-৪০	৩৫.৫	৫	-৩	-১৫
৪১-৫০	৪৫.৫	৬	-২	-১২
৫১-৬০	৫৫.৫	৮	-১	-৮
৬১-৭০	৬৫.৫ ← a	১২	০	০
৭১-৮০	৭৫.৫	৫	১	৫
৮১-৯০	৮৫.৫	৮	২	১৬
৯১-১০০	৯৫.৫	৬	৩	১৮
		$n = ৫০$		$\sum f_i u_i = 8$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড় } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = ৬৫.৫ + \frac{৮ \times ১০}{৫০} = ৬৫.৫ + ০.৮ = ৬৬.৩ \text{ (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
৩১-৪০	৩৫.৫	৫
৪১-৫০	৪৫.৫	৬
৫১-৬০	৫৫.৫	৮
৬১-৭০	৬৫.৫	১২
৭১-৮০	৭৫.৫	৫
৮১-৯০	৮৫.৫	৮
৯১-১০০	৯৫.৫	৬

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে ২ একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে ১ একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। এখানে ভাঙা চিহ্ন দ্বারা মূলবিন্দু থেকে ৩০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো বোঝানো হয়েছে।



প্রশ্ন ১৭ [রা. বো. ১৬]

কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 25 জন ছাত্রের গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ : 65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45

- ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. উক্ত সারণী থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 45 এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 85

$$\therefore \text{পরিসর} = (85 - 45) + 1 = 41$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 5 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{41}{5} = 8.2 \approx 9 \text{ টি (Ans.)}$$

খ প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য ট্যালি চিহ্ন সংবলিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
45-49		4
50-54		1
55-59		4
60-64	/	5
65-69	/	5
70-74		4
75-79		0
80-84		1
85-89		1

প্রাপ্ত সারণিতে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা আছে (60 - 64) ও (65-69) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি হলো (60 - 64) ও (65 - 69)

(60 - 64) এর ক্ষেত্রে,
 $L = 60$
 $f_1 = 5 - 4 = 1$
 $f_2 = 5 - 5 = 0$
 $h = 5$

এবং (65 - 69) এর ক্ষেত্রে
 $L = 65$
 $f_1 = 5 - 5 = 0$
 $f_2 = 5 - 4 = 1$

আমরা জানি,

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{1}{1+0} \times 5$$

$$= 60 + 5 = 65$$

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 65 + \frac{0}{0+1} \times 5$$

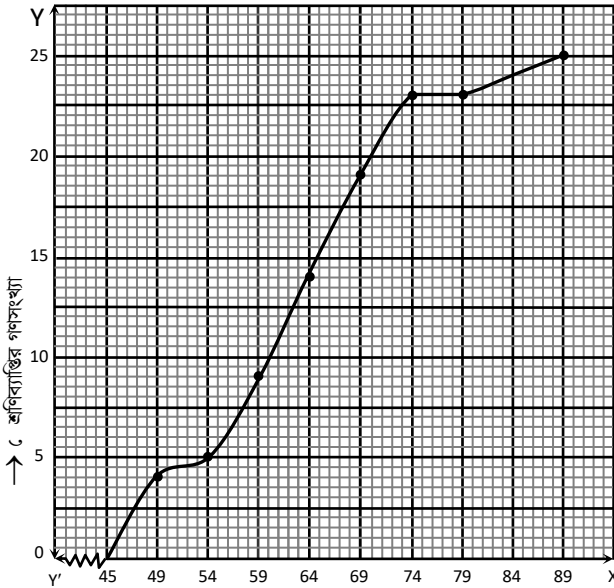
$$= 65$$

∴ প্রচুরক = 65 (Ans.)

গ অজিভরেখা অঙ্কনের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	4	4
50-54	1	5
55-59	4	9
60-64	5	14
65-69	5	19
70-74	4	23
75-79	0	23
80-84	1	24
85-89	1	25

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম প্রতি এক ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিভরেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 45 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা

প্রশ্ন ১৮ [দি. বো. ১৬]

কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির 49 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) হলো:

45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 60, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 61, 63, 64

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
- খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. সারণি ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শিক্ষার্থীদের সর্বোচ্চ ওজন = 70 কিলোগ্রাম

" সর্বনিম্ন " = 45 "

$$\therefore \text{পরিসর} = (70 - 45) + 1$$

$$= 26$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{26}{5} = 5.2$$

অতএব, শ্রেণিসংখ্যা হবে ৬টি।

শিক্ষার্থীদের ওজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
45-49		1
50-54		3
55-59	/	11
60-64	/ / /	22
65-69	/	7
70-74		5
মোট		49

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
45-49	47	1	-3	-3
50-54	52	3	-2	-6
55-59	57	11	-1	-11
60-64	62 ← a	22	0	0
65-69	67	7	1	7
70-74	72	5	2	10
গড়		n = 49		$\sum f_i u_i = -3$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 62 + \frac{(-3)}{49} \times 5 = 62 - 0.3061$$

= 61.69 কিলোগ্রাম. (প্রায়) (Ans.)

গ শিক্ষার্থীদের ওজনের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	1	1
50-54	3	4
55-59	11	15
60-64	22	37
65-69	7	44
70-74	5	49
মোট	n = 49	

এখানে, মোট গণসংখ্যা n = 49 এবং $\frac{n+1}{2} = \frac{49+1}{2} = 25$

মধ্যক হলো 25তম পদের মান।

অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (60 - 64)

আমরা জানি,

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 60 + \left(\frac{49}{2} - 15 \right) \times \frac{5}{22}$$

$$= 60 + 9.5 \times \frac{5}{22}$$

$$= 60 + 2.1591 = 62.159$$

এখানে, L = 60
n = 49
 $F_c = 15$
 $f_m = 22$
h = 5

∴ নির্ণেয় মধ্যক = 62.159 (প্রায়)

প্রশ্ন ১৯ [কু. বো. ১৬]

নিচে 50 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

- ক. উক্ত সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. উদ্দীপকের আলোকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিচের সারণিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করে দেখানো হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	7	12
45-54	4	16
55-64	11	27
65-74	9	36
75-84	10	46
85-94	4	50

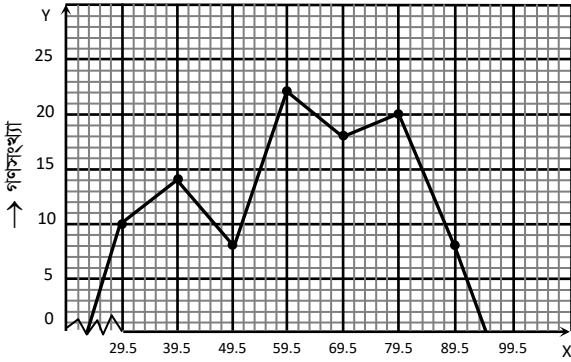
খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
25-34	29.5	5	-3	-15
35-44	39.5	7	-2	-14
45-54	49.5	4	-1	-4
55-64	59.5 ← a	11	0	0
65-74	69.5	9	1	9
75-84	79.5	10	2	20
85-94	89.5	4	3	12
মোট		$\sum f_i = 50$		$\sum f_i u_i = 8$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h \\ &= 59.5 + \frac{8}{50} \times 10 \quad [h = \text{শ্রেণিব্যাপ্তি} = 10] \\ &= 59.5 + 1.6 \\ &= 61.1 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ: 'খ' এ প্রাপ্ত সারণি থেকে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বাছুর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

প্রশ্ন ২০ [চ. বো. ১৬]

কোনো বিদ্যালয়ের ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি হলোঃ

ওজন কি. গ্রাম	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০	৭১-৭৫
শিক্ষার্থী সংখ্যা	৫	১০	২০	১৫	১০

- ক. যোজিত গণসংখ্যা সারণি নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে আয়তলেখ আঁক। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি হতে যোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর :

ওজন (কিলোগ্রাম)	গণসংখ্যা	যোজিত গণসংখ্যা
৫১-৫৫	৫	৫
৫৬-৬০	১০	(৫ + ১০) = ১৫
৬১-৬৫	২০	(৫ + ১০ + ২০) = ৩৫
৬৬-৭০	১৫	(৫ + ১০ + ২০ + ১৫) = ৫০
৭১-৭৫	১০	(৫ + ১০ + ২০ + ১৫ + ১০) = ৬০

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

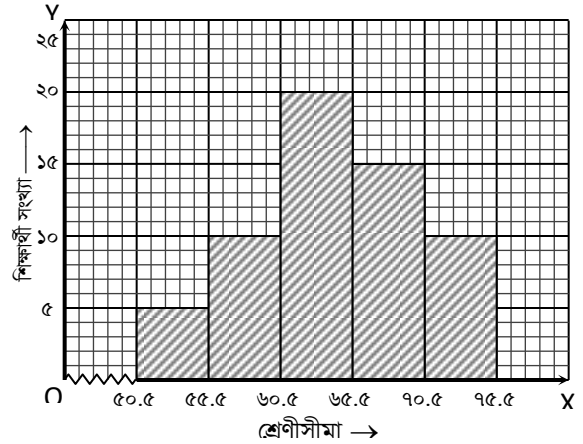
ওজন (কিলোগ্রাম)	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
৫১-৫৫	৫৩	৫	-২	-১০
৫৬-৬০	৫৮	১০	-১	-১০
৬১-৬৫	৬৩	২০	০	০
৬৬-৭০	৬৮	১৫	১	১৫
৭১-৭৫	৭৩	১০	২	২০
মোট		$n = ৬০$		$\sum f_i u_i = ১৫$

$$\begin{aligned} \text{গড়} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = ৬৩ + \frac{১৫}{৬০} \times ৫ = ৬৩ + \frac{১}{৪} \times ৫ \\ &= ৬৩ + ১.২৫ = ৬৪.২৫ \\ \text{গড়} &= ৬৪.২৫ \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ নির্ণয়ের সারণিঃ

ওজন কি.গ্রাম	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	শিক্ষার্থী সংখ্যা
৫১-৫৫	৫০.৫-৫৫.৫	৫
৫৬-৬০	৫৫.৫-৬০.৫	১০
৬১-৬৫	৬০.৫-৬৫.৫	২০
৬৬-৭০	৬৫.৫-৭০.৫	১৫
৭১-৭৫	৭০.৫-৭৫.৫	১০

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে একক ধরে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং y-অক্ষ বরাবর শিক্ষার্থী সংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা ৫০.৫ থেকে আরম্ভ করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৫০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্রঃ কোনো বিদ্যালয়ের ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের আয়তলেখ।

প্রশ্ন ২১ [সি. বো. ১৬]

নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলোঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৪	১০	১৫	১২	৬	৩

- ক. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি? প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি অনুযায়ী আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক ১৫ আছে (৬১ - ৭০) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (৬১ - ৭০) (Ans.)

$$\text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দুর} = \frac{৬১ + ৭০}{২} = ৬৫.৫ \quad (\text{Ans.})$$

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিরূপ।
যেখানে শ্রেণি ব্যবধান $h = 10$ ।

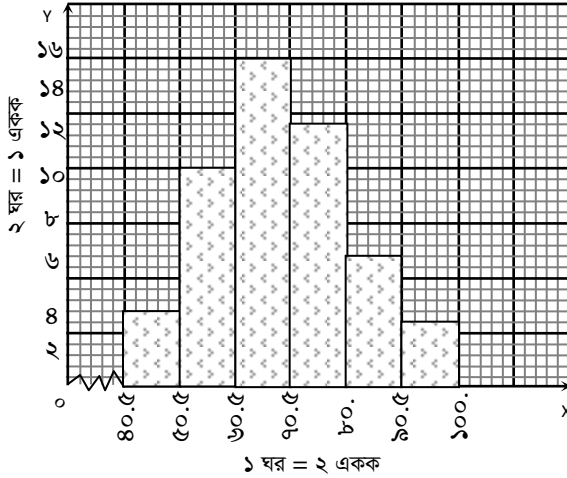
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
৪১-৫০	৪৫.৫	৪	-২	-৮
৫১-৬০	৫৫.৫	১০	-১	-১০
৬১-৭০	৬৫.৫ ← a	১৫	০	০
৭১-৮০	৭৫.৫	১২	১	১২
৮১-৯০	৮৫.৫	৬	২	১২
৯১-১০০	৯৫.৫	৩	৩	৯
		$n = ৫০$		$\sum f_i u_i = ১৫$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
 $= ৬৫.৫ + \frac{১৫}{৫০} \times ১০$
 $= ৬৫.৫ + ৩ = ৬৮.৫$ (Ans.)

গ) আয়তলেখ অঙ্কনের প্রয়োজনীয় সারণি নিরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৪১-৫০	৪০.৫-৫০.৫	৪
৫১-৬০	৫০.৫-৬০.৫	১০
৬১-৭০	৬০.৫-৭০.৫	১৫
৭১-৮০	৭০.৫-৮০.৫	১২
৮১-৯০	৮০.৫-৯০.৫	৬
৯১-১০০	৯০.৫-১০০.৫	৩

ছক কাগজের প্রতি এক ঘরকে দুই একক ধরে x অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং প্রতি দুই ঘরকে এক একক ধরে y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর মূলবিন্দু থেকে থেকে ৪০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২২ [য. বো. ১৬]

কোনো বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	২৫-৩৪	৩৫-৪৪	৪৫-৫৪	৫৫-৬৪	৬৫-৭৪	৭৫-৮৪	৮৫-৯৪
গণসংখ্যা	৫	১০	১৫	২০	৩০	১৬	৪

- ক. প্রদত্ত সারণির মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
২৫-৩৪	৫	৫
৩৫-৪৪	১০	১৫
৪৫-৫৪	১৫	৩০
৫৫-৬৪	২০	৫০

৬৫-৭৪	৩০	৮০
৭৫-৮৪	১৬	৯৬
৮৫-৯৪	৪	১০০
		$n = ১০০$

এখানে, $n = ১০০$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{১০০}{2}$ বা, ৫০

অতএব, মধ্যক হলো ৫০-তম পদের মান। ৫০তম পদের অবস্থান হবে (৫৫ - ৬৪) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো, (৫৫ - ৬৪)।

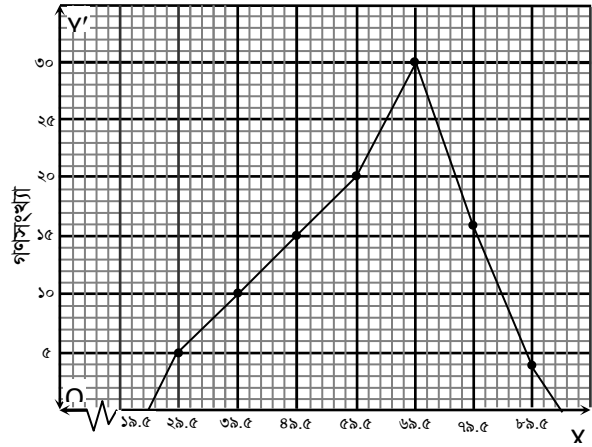
∴ মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{৫৫ + ৬৪}{2} = \frac{১১৯}{2} = ৫৯.৫$ । (উত্তর)

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপ।
যেখানে শ্রেণি ব্যবধান $h = 10$ ।

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
২৫-৩৪	২৯.৫	৫	-৪	-২০
৩৫-৪৪	৩৯.৫	১০	-৩	-৩০
৪৫-৫৪	৪৯.৫	১৫	-২	-৩০
৫৫-৬৪	৫৯.৫	২০	-১	-২০
৬৫-৭৪	a → ৬৯.৫	৩০	০	০
৭৫-৮৪	৭৯.৫	১৬	১	১৬
৮৫-৯৪	৮৯.৫	৪	২	৮
মোট		$n = ১০০$		$\sum f_i u_i = -৭৬$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
 $= ৬৯.৫ + \frac{-৭৬}{১০০} \times ১০$
 $= ৬৯.৫ - ৭.৬$
 $= ৬১.৯$ (উত্তর)

গ) 'খ' তে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ২ একক ধরে X-অক্ষ বরাবর শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং প্রতি ঘরকে একক ধরে Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ২৪.৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণি মধ্যবিন্দু →

প্রশ্ন ২৩ [য. বো. ১৬]

নিচে ১০ম শ্রেণির ৫০জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণী দেওয়া হলঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১০	১২	৫	৭	২

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	6	6
41-50	8	14
51-60	10	24
61-70	12	36
71-80	5	41
81-90	7	48
91-100	2	50
	মোট = 50	

খ. গড় নির্ণয়ের সারণি:

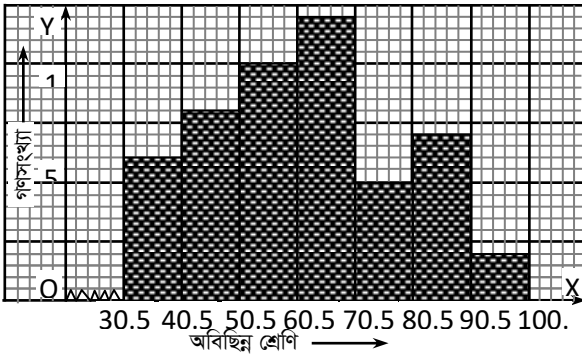
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	6	-3	-18
41-50	45.5	8	-2	-16
51-60	55.5	10	-1	-10
61-70	65.5 ← a	12	0	0
71-80	75.5	5	1	5
81-90	85.5	7	2	14
91-100	95.5	2	3	6
		$\Sigma f_i = n = 50$		$\Sigma f_i u_i = -19$

∴ নির্ণয়ের গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$
 $= 65.5 - 3.8 = 61.7$ (Ans.)

গ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
31-40	30.5-40.5	6
41-50	40.5-50.5	8
51-60	50.5-60.5	10
61-70	60.5-70.5	12
71-80	70.5-80.5	5
81-90	80.5-90.5	7
91-100	90.5-100.5	2

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে দুই একক ধরে X অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমা এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করে আয়তলেখ আঁকা হল। 30.5 এর পূর্বের ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২৪ [ঢা. বো. ১৫]

দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

- ক. উক্ত সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. উক্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উক্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	35.5	6	6
41-50	45.5	8	14
51-60	55.5	10	24
61-70	65.5	12	36
71-80	75.5	5	41
81-90	85.5	7	48
91-100	95.5	2	50

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়

$h =$ শ্রেণি ব্যাপ্তি $= 10$

শ্রেণি	গণসংখ্যা (f_i)	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
31-40	6	35.5	-3	-18
41-50	8	45.5	-2	-16
51-60	10	55.5	-1	-10
61-70	12	65.5(a)	0	0
71-80	5	75.5	1	5
81-90	7	85.5	2	14
91-100	2	95.5	3	6
	$\Sigma f_i = 50 = n$			$\Sigma f_i u_i = -19$

∴ নির্ণয়ের গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10$
 $= 65.5 - 3.8 = 61.7$ (Ans.)

গ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত,

$n = 50 \therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

মধ্যক হলো 25 তম পদের মান। 25তম পদের অবস্থান হবে (61 - 70) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (61 - 70)।

সুতরাং $L = 61, F_c = 24, f_m = 12, h = 10$

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 61 + (25 - 24) \times \frac{10}{12}$
 $= 61 + 0.83 = 61.83$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ [রা. বো. ১৫]

কোনো বিদ্যালয়ের ৯ম শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষায় 40 জন শিক্ষার্থীর গণিতে নম্বর নিম্নরূপ :

নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	4	10	18	23	13	9	3

- ক. চলকের পরিচয়সহ মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

যেখানে, $L =$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা

$n =$ মোট গণসংখ্যা

$F_c =$ মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

$h =$ শ্রেণি ব্যাপ্তি

এবং $f_m =$ মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	4	-3	-12
41-50	45.5	10	-2	-20
51-60	55.5	18	-1	-18
61-70	$a \rightarrow 65.5$	23	0	0
71-80	75.5	13	1	13
81-90	85.5	9	2	18
91-100	95.5	3	3	9
মোট		$n = 80$		$\Sigma f_i u_i = -10$

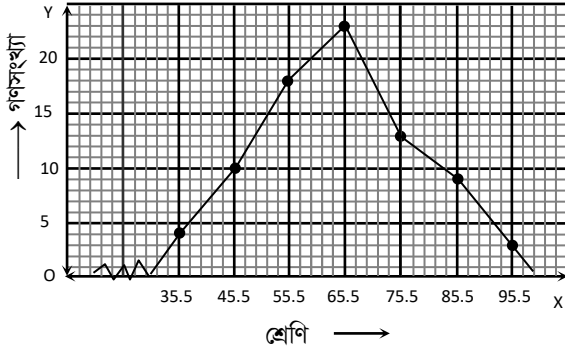
∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-10}{80} \times 10 = 64.25$ (Ans.)

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	4
41-50	45.5	10
51-60	55.5	18
61-70	65.5	23
71-80	75.5	13
81-90	85.5	9
91-100	95.5	3

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন

করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X-অক্ষ ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২৬ [দি. বো. ১৫]

গণিত বিষয়ের একটি বহুনির্বাচনী প্রশ্নের সমাধানে 20 জন ছাত্রের প্রত্যেকের যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিরূপণ:

45, 40, 25, 20, 16, 50, 55, 35, 40, 60, 58, 52, 32, 18, 22, 25, 53, 51, 30, 44.

- ক. 5 শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
খ. উক্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তগুলোর অজিত রেখা আঁক ও মতামত দাও। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন সময় = 16 সেকেন্ড এবং সর্বোচ্চ সময় = 60 সেকেন্ড

$$\therefore \text{পরিসর} = (60 - 16) + 1 = 45$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা} = \frac{45}{5} = 9$$

\therefore \text{শ্রেণি সংখ্যা হবে 9টি}

\therefore \text{গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:}

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
16 - 20		3
21 - 25		3
26 - 30		1
31 - 35		2
36 - 40		2
41 - 45		2
46 - 50		1
51 - 55		4
56 - 60		2
মোট		20

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
16 - 20	18	3	-4	-12
21 - 25	23	3	-3	-9
26 - 30	28	1	-2	-2
31 - 35	33	2	-1	-2
36 - 40	a → 38	2	0	0
41 - 45	43	2	1	2
46 - 50	48	1	2	2
51 - 55	53	4	3	12
56 - 60	58	2	4	8
		n = 20		$\sum f_i u_i = -1$

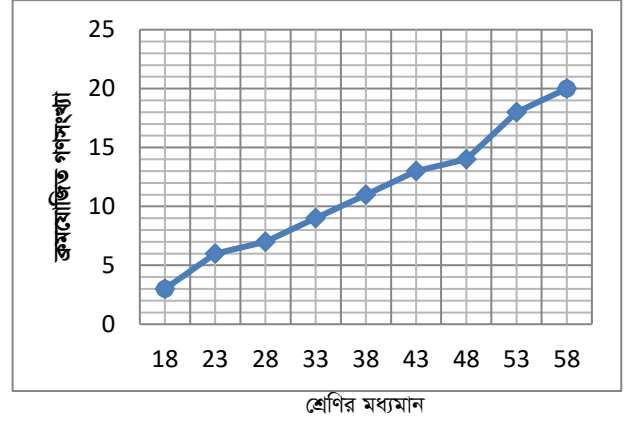
$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 38 + \frac{-1}{20} \times 5 = 37.75 \text{ (উত্তর)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16 - 20	3	3
21 - 25	3	6
26 - 30	1	7
31 - 35	2	9
36 - 40	2	11
41 - 45	2	13
46 - 50	1	14
51 - 55	4	18

56 - 60	2	20
---------	---	----

অজিত রেখা অঙ্কন: x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো।



প্রশ্ন ২৭ [কু. বো. ১৫]

১০ম শ্রেণির ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি হলো —

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫০-৫৪	৫৫-৫৯	৬০-৬৪	৬৫-৬৯	৭০-৭৯
গণসংখ্যা	৭	১২	১৮	২৪	৯

- ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ ও বিবৃত কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে অজিত রেখা আঁক। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times d$$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নসীমা

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা-পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা-পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

d = শ্রেণিব্যাপ্তি

খ সরাসরি পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়:

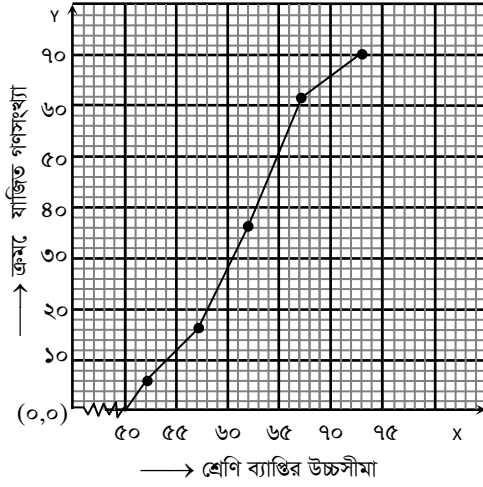
শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	$f_i x_i$
৫০-৫৪	৭	৫২	৩৬৪
৫৫-৫৯	১২	৫৭	৬৮৪
৬০-৬৪	১৮	৬২	১১১৬
৬৫-৬৯	২৪	৬৭	১৬০৮
৭০-৭৪	৯	৭২	৬৪৮
মোট	$\sum f_i = ৭০$		$\sum f_i x_i = ৪৪২০$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড় } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{৪৪২০}{৭০} = ৬৩.১৪ \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫০-৫৪	৭	৭
৫৫-৫৯	১২	১৯
৬০-৬৪	১৮	৩৭
৬৫-৬৯	২৪	৬১
৭০-৭৪	৯	৭০

x অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার এক একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিত রেখা আঁকা হলো।



$$= 99 + 8 \times \frac{6}{10}$$

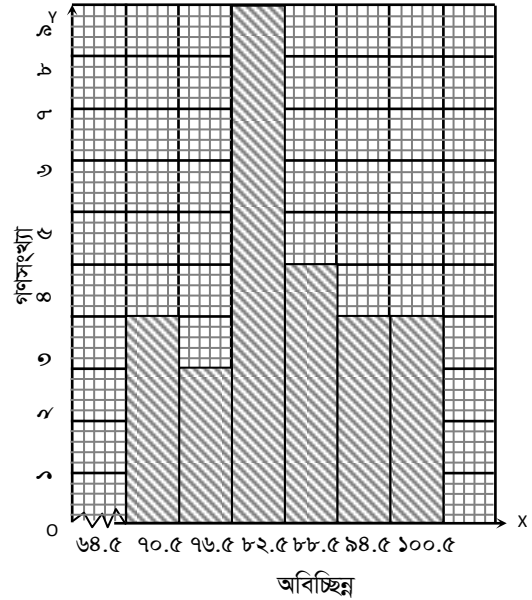
$$= 99 + \frac{48}{5}$$

$$= 81.8 \text{ (উত্তর)}$$

গ। আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিসীমা	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৬৫-৭০	৬৪.৫-৭০.৫	৪
৭১-৭৬	৭০.৫-৭৬.৫	৩
৭৭-৮২	৭৬.৫-৮২.৫	১০
৮৩-৮৮	৮২.৫-৮৮.৫	৫
৮৯-৯৪	৮৮.৫-৯৪.৫	৪
৯৫-১০০	৯৪.৫-১০০.৫	৪

আয়তলেখ অঙ্কন : ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার এক একক এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু হতে ৬৪.৫ পর্যন্ত আছে বোঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২৮ [চ. বো. ১৫]

নিচে ৩০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

৭০ ৬৮ ৯৫ ৬৫ ৭৮ ৮২ ৮৬ ৮১ ৮৫ ৯০
৯৭ ৮৬ ৭৮ ৭১ ৭৭ ৯২ ৯০ ৮৩ ৬৯ ৮৭
৮০ ৮২ ৯৫ ৯৭ ৭৫ ৭৭ ৭৯ ৮০ ৯১ ৭৩

- ক. শ্রেণি ব্যবধান ৬ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
খ. প্রাপ্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক। এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = ৬৫ এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = ৯৭

$$\therefore \text{পরিসর} = (৯৭ - ৬৫) + ১ = ৩৩$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান } ৬ \text{ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{৩৩}{৬} = ৫.৫$$

\therefore \text{শ্রেণি সংখ্যা হবে } ৬ \text{ টি}

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৬৫-৭০		৪
৭১-৭৬		৩
৭৭-৮২		১০
৮৩-৮৮		৫
৮৯-৯৪		৪
৯৫-১০০		৪
মোট		৩০

খ। মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৬৫-৭০	৪	৪
৭১-৭৬	৩	৭
৭৭-৮২	১০	১৭
৮৩-৮৮	৫	২২
৮৯-৯৪	৪	২৬
৯৫-১০০	৪	৩০
মোট	n = ৩০	

সারণি হতে পাই,
মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L = ৭৭
মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, F_c = ৭
মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, f_m = ১০
শ্রেণি ব্যবধান, h = ৬
আমরা জানি,

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= ৭৭ + \left(\frac{৩০}{2} - ৭\right) \times \frac{৬}{১০}$$

এখানে,
মোট গণসংখ্যা n = ৩০

$$\text{এবং } \frac{n}{2} = \frac{৩০}{2} = ১৫$$

যেহেতু ১৫তম পদ (৭৭ - ৮২)
শ্রেণিতে অবস্থিত। সুতরাং মধ্যক
শ্রেণি হলো (৭৭ - ৮২)

প্রশ্ন ২৯ [সি. বো. ১৫]

কোনো স্কুলের দশম শ্রেণির প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় ৭০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হল নিম্নরূপ :

নম্বর	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০	৭১-৭৫	৭৬-৮০	৮১-৮৫
গণসংখ্যা	৫	১০	২০	১৫	১০	৭	৩

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক। কেন্দ্রীয় প্রবণতা: উপাত্ত সমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো হলো-

(১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক (৩) প্রচুরক।

খ। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়: h = শ্রেণি ব্যাপ্তি = ৫

শ্রেণি	গণসংখ্যা f _i	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x _i)	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি f _i u _i
৫১-৫৫	৫	৫৩	-৩	-১৫
৫৬-৬০	১০	৫৮	-২	-২০
৬১-৬৫	২০	৬৩	-১	-২০
৬৬-৭০	১৫	৬৮(a)	০	০
৭১-৭৫	১০	৭৩	১	১০

৭৬-৮০	৭	৭৮	২	১৪
৮১-৮৫	৩	৮৩	৩	৯

$$\sum f_i = 90 = n$$

$$\sum f_i u_i = -22$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 68 + \frac{-22}{90} \times 5$$

$$= 66.83 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ

শ্রেণি বিন্যাস	শ্রেণির মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫১-৫৫	৫৩	৫	৫
৫৬-৬০	৫৮	১০	১৫
৬১-৬৫	৬৩	২০	৩৫
৬৬-৭০	৬৮	১৫	৫০
৭১-৭৫	৭৩	১০	৬০
৭৬-৮০	৭৮	৭	৬৭
৮১-৮৫	৮৩	৩	৭০

$$n = 90 \therefore \frac{n}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

\therefore মধ্যক হলো ৩৫তম পদের মান এবং ৩৫ তম পদের অবস্থান (৬১-৬৫) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১-৬৫) সুতরাং $L = 61$, $f_c = 15$, $f_m = 20$, $h = 5$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - f_c\right) \times \frac{h}{f_m} = 61 + \left(\frac{90}{2} - 15\right) \times \frac{5}{20}$$

$$= 61 + (45 - 15) \times \frac{5}{20} = 61 + 20 \times \frac{5}{20}$$

$$= 61 + 5 = 66 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩০ [য. বো. ১৫]

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো —

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
গণসংখ্যা	6	10	12	15	8	5	4

- ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ আয়তলেখ আঁক। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11-20	6	6
21-30	10	16
31-40	12	28
41-50	15	43
51-60	8	51
61-70	5	56
71-80	4	60
	$n = 60$	

$$\text{এখন, } n = 60 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

অতএব মধ্যক হলো 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (41 - 50) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (41 - 50)। (Ans.)

খ

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
11-20	15.5	6	-3	-18
21-30	25.5	10	-2	-20
31-40	35.5	12	-1	-12
41-50	45.5	15	0	0
51-60	55.5	8	1	8
61-70	65.5	5	2	10
71-80	75.5	4	3	12
		$n = 60$		$\sum f_i u_i = -20$

$$\text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 45.5 + \frac{-20}{60} \times 10$$

$$= 45.5 - 3.33$$

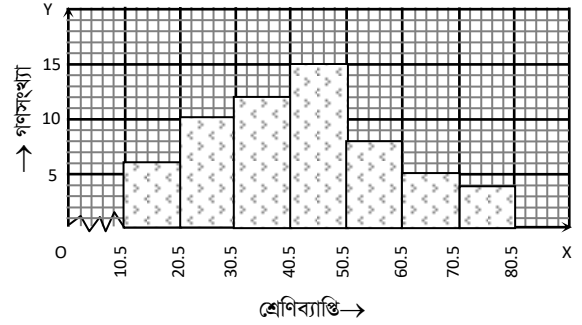
$$= 42.17 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ

প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করা হলে প্রদত্ত সারণি হবে:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
11-20	10.5-20.5	6
21-30	20.5-30.5	10
31-40	30.5-40.5	12
41-50	40.5-50.5	15
51-60	50.5-60.5	8
61-70	60.5-70.5	5
71-80	70.5-80.5	4

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং এক একক ধরে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 10.5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 10.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৩১ [ব. বো. ১৫]

কোনো বিদ্যালয়ে ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ:

৮৭	৩১	৫৭	৪৩	৪৭	৫৭	৬৬	১০০	৬০	৬৮
৩১	৭০	৭২	৭৩	৫৮	৫০	৬২	৪৬	৬২	৬৫
৫৩	৩৫	৬৩	৮৯	৩৮	৫৮	৪৫	৬২	৩৯	৪৭
৬৪	৪৮	৫১	৪০	৮৫	৪৮	৬৫	৬৭	৬২	৫২
৫২	৫৫	৮১	৮০	৮২	৭২	৭৫	৮৯	৯০	৯৫

- ক. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
 খ. গণসংখ্যা নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা নিবেশনটির বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = ৩১

এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = ১০০

$$\therefore \text{পরিসর} = (100 - 31) + 1$$

$$= 90$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{90}{10} \text{ বা } 9 \text{ টি}$$

\therefore প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৩১-৪০		৬
৪১-৫০		৮
৫১-৬০		১০
৬১-৭০		১২
৭১-৮০		৫
৮১-৯০		৭
৯১-১০০		২
মোট		৫০

খ

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩১-৪০	৬	৬
৪১-৫০	৮	১৪
৫১-৬০	১০	২৪
৬১-৭০	১২	৩৬
৭১-৮০	৫	৪১
৮১-৯০	৭	৪৮
৯১-১০০	২	৫০
মোট	$n = 50$	

সারণি হতে পাই,
 মধ্যক শ্রেণির নিকসীমা $L = 61$
 মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির
 ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, $F_c = 28$
 মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, $f_m = 12$
 শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$
 আমরা জানি,

এখানে,
 মোট গণসংখ্যা $n = 50$
 এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$
 যেহেতু ২৫তম পদ (৬১ - ৭০)
 শ্রেণিতে অবস্থিত। সুতরাং মধ্যক
 শ্রেণি হলো (৬১ - ৭০)

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + \left(\frac{50}{2} - 28\right) \times \frac{10}{12} = 61 + \frac{10}{12} = 61.83 \text{ (উত্তর)}$$

গ গণসংখ্যা নিবেশনটির বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
৩১-৪০	৩৫.৫	৬
৪১-৫০	৪৫.৫	৮
৫১-৬০	৫৫.৫	১০
৬১-৭০	৬৫.৫	১২
৭১-৮০	৭৫.৫	৫
৮১-৯০	৮৫.৫	৭
৯১-১০০	৯৫.৫	২
মোট		৫০

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ২৫.৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X অক্ষে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

