SSC Math

অধ্যায়ভিত্তিক কন্টেন্ট

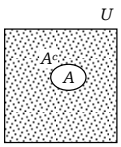
অধ্যায়-২: সেট ও ফাংশন

প্রয়োজনীয় তথ্য:

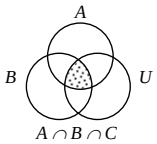
- **সেট :** বাস্তব বা চিন্তা জগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার বড় হাতের অক্ষর $A,B,C, \cdots\cdots X,Y,Z$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সেটের প্রত্যেক বস্তু বা সদস্যকে সেটের উপাদান *(element)* বলা হয়। যেমন : $B = \{a,b\}$ হলে, B সেটের উপাদান a এবং b.
- **সেট প্রকাশের পদ্ধতি :** সেটকে প্রধানত দুই পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়। যথা : (১) তালিকা পদ্ধতি এবং (২) সেট গঠন পদ্ধতি

  (১) **তালিকা পদ্ধতি :** এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী { } এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলোকে আলাদা করা হয়। যেমন : $A = \{a,b\}$, $B = \{2,4,6\}$, $C =$ { নিলয়, তিশা, শুভ্রা } ইত্যাদি।

  (২) **সেট গঠন পদ্ধতি :** এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ না করে উপাদান নির্ধারণের জন্য সাধারণ ধর্মের উল্লেখ থাকে। যেমন : $A = \{x : x$ স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা$\}$, $B = \{x : x$ নবম শ্রেণির প্রথম পাঁচজন শিক্ষার্থী $\}$ ইত্যাদি।
- **বিভিন্ন প্রকার সেট :**
- **সসীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে।
- **অসীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে।
- **ফাঁকা সেট :** যে সেটের কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। ফাঁকা সেটকে ϕ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ভেনচিত্র :** জন ভেন (১৮৩৪–১৮৮৩) চিত্রের সাহায্যে সেট প্রকাশ করার রীতি প্রবর্তন করেন। এতে বিবেচনাধীন সেটগুলোকে সমতলে অবস্থিত বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন আয়তাকার ক্ষেত্র, বৃত্তাকার ক্ষেত্র এবং ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ব্যবহার করা হয়। জন ভেনের নামানুসারে চিত্রগুলো ভেন চিত্র নামে পরিচিত।
- **উপসেট :** কোনো সেট থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, তাদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়।
- **প্রকৃত উপসেট :** B যদি A এর উপসেট হয় এবং A এর অন্তত একটি উপাদান B সেটে না থাকে তাহলে B কে A এর প্রকৃত উপসেট বলা হয় এবং $B \subset A$ লেখা হয়। যেমন : $A = \{3,4,5,6\}$ এবং $B = \{3,5\}$ দুইটি সেট।
- **সেটের সমতা :** দুইটি সেটের উপাদান একই হলে, সেট দুইটিকে সমান বলা হয়। যেমন : $A = \{3,5,7\}$ এবং $B = \{5,3,7\}$ দুইটি সমান সেট এবং $A = B$ চিহ্ন দ্বারা লেখা হয়।
- **সেটের অন্তর :** কোনো সেট থেকে অন্য একটি সেট বাদ দিলে যে সেট গঠিত হয় তাকে বাদ সেট বা সেটের অন্তর বলে।
- **সার্বিক সেট :** বাস্তব আলোচনায় সংশ্লিষ্ট সকল সেট একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট। যেমন : $A = \{x,y\}$ সেটটি $B = \{x,y,z\}$ এর একটি উপসেট। এখানে, B সেটকে A সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট বলে।
- **পূরক সেট :** U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট। A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $A^c = U \setminus A$.



- **সংযোগ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলা হয়।
- **ছেদ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। মনে করি, A ও B দুইটি সেট। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A *intersection* B। সেট গঠন পদ্ধতিতে $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B.\}$



- **নিশ্ছেদ সেট :** দুইটি সেটের মধ্যে যদি কোনো সাধারণ উপাদান না থাকে তবে সেট দুইটি পরস্পর নিশ্ছেদ সেট।
- **শক্তি সেট :** A সেটের শক্তি সেটকে $P(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ক্রমজোড় :** একজোড়া উপাদানের মধ্যে কোনটি প্রথম অবস্থানে আর কোনটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে, তা নির্দিষ্ট করে জোড়া আকারে প্রকাশকে ক্রমজোড় বলা হয়।
- **কার্তেসীয় গুণজ :** A ও B যেকোনো সেটের উপাদানগুলোর সকল ক্রমজোড়ের সেটকে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট বলে।
- **অন্বয় (Relation) :** যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R কে A সেট থেকে B সেটের একটি অন্বয় বা সম্পর্ক বলা হয়।
- **ফাংশন (Function) :** যদি দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোনো একটি মানের জন্য y এর একটিমাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।
- **ডোমেন (Domain) ও রেঞ্জ (Range) :** কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়। মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অন্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$। R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।
- **ফাংশনের লেখচিত্র (Graph) :** ফাংশনের চিত্ররূপকে লেখচিত্র বলা হয়। ফাংশনের ধারণা সুস্পষ্ট করার ক্ষেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব অপরিসীম। পরস্পর লম্বভাবে ছেদী সরলরেখা দুইটিকে অক্ষরেখা এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে মূলবিন্দু বলে।
- **উলম্ব অক্ষ (Perpendicular Axes) :** কোনো সমতলে পরস্পর লম্বভাবে ছেদী দুইটি সরলরেখা XOX′ এবং YOY′ আঁকা হলো। অনুভূমিক রেখা XOX′ কে x-অক্ষ, উলম্ব রেখা YOY′ কে y-অক্ষ এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু (Origin) বলা হয়।
- **স্থানাঙ্ক (Co-ordinates) :** দুইটি অক্ষের সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে অক্ষদ্বয়ের লম্ব দূরত্বের যথাযথ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ▶১ *[ঢা. বো. ১৭]*

$f(x) = x^2 + 4x + 3$

A = {x ∈ | : x বিজোড় সংখ্যা এবং x < 6}

B = {x ∈ | : x, 21 এর গুণনীয়ক} এবং

C = {x ∈ | : x, 7 এর গুণিতক এবং x < 35}.

ক. $f(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, A-এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A)-এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 + 4x + 3$

$\therefore f(-1) = (-1)^2 + 4.(-1) + 3$

$= 1 - 4 + 3 = 0$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, A = {x ∈ | : x বিজোড় সংখ্যা এবং x < 6}

= {1, 3, 5}

A সেটের উপসেট সমূহ : {1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1, 5}, {3, 5}, {1, 3, 5}, ∅

$\therefore$ P(A) = {{1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1, 5}, {3, 5}, {1, 3, 5}, ∅}

$\therefore$ A সেটের উপাদান সংখ্যা 3 এবং এর শক্তি সেট P(A) এর উপাদান সংখ্যা = $8 = 2^3$

সুতরাং A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, B = {x ∈ | : x, 21 এর গুণনীয়ক}

= {1, 3, 7, 21}

এবং C = {x ∈ | : x, 7 এর গুণিতক এবং x < 35}

= {7, 14, 21, 28}

এখন, $B \cap C = \{1, 3, 7, 21\} \cap \{7, 14, 21, 28\} = \{7, 21\}$

বামপক্ষ = $A \times (B \cap C) = \{1, 3, 5\} \times \{7, 21\}$

= {(1, 7), (1, 21), (3, 7), (3, 21), (5, 7), (5, 21)}

আবার, $A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{1, 3, 7, 21\}$

= {(1, 1), (1, 3), (1, 7), (1, 21), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (3, 21), (5, 1), (5, 3), (5, 7), (5, 21)}

$A \times C = \{1, 3, 5\} \times \{7, 14, 21, 28\}$

= {(1, 7), (1, 14), (1, 21), (1, 28), (3, 7), (3, 14), (3, 21), (3, 28), (5, 7), (5, 14), (5, 21), (5, 28)}

ডানপক্ষ = $(A \times B) \cap (A \times C)$

= {(1, 7), (1, 21), (3, 7), (3, 21), (5, 7), (5, 21)}

$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$. **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶২ *[দি. বো. ১৭]*

$g(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ এবং $h(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. g(0) এবং h(1) এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)+1}{g\left(\frac{1}{x}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $h(t^2) = h\left(\frac{1}{t^2}\right)$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$\therefore g(0) = \frac{3.0+1}{3.0-1} = \frac{0+1}{0-1} = \frac{1}{-1} = -1$ **(Ans.)**

এবং $h(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$

$\therefore h(1) = \frac{1^4+1^2+1}{1^2} = \frac{1+1+1}{1} = 3$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ২.২ এর উদাহরণ ২৪ এর অনুরূপ।

গ দেওয়া আছে, $h(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$

$\therefore h(t^2) = \frac{(t^2)^4+(t^2)^2+1}{(t^2)^2} = \frac{t^8+t^4+1}{t^4}$

এবং $h\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{\left(\frac{1}{t^2}\right)^4 + \left(\frac{1}{t^2}\right)^2 + 1}{\left(\frac{1}{t^2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{t^8} + \frac{1}{t^4} + 1}{\frac{1}{t^4}} = \frac{\frac{1 + t^4 + t^8}{t^8}}{\frac{1}{t^4}}$

$= \frac{1 + t^4 + t^8}{t^4}$ [লব ও হরকে t^4 দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{t^8 + t^4 + 1}{t^4}$

$\therefore h(t^2) = h\left(\frac{1}{t^2}\right)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩ *[চ. বো. ১৭]*

$P = \{x \in \mid : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 125\}$
$Q = \{a \in \mid : a^2 - 5a + 6 = 0\}$
$f(z) = \frac{4z - 1}{4z + 1}$

ক. P সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. $P \cup Q = (P \backslash Q) \cup (Q \backslash P) \cup (P \cap Q)$, প্রমাণ কর। ৪
গ. $\frac{f\left(\frac{1}{z^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{z^2}\right) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = \{x \varepsilon \mid : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 125\}$
$x = 3$ হলে $x^2 = 3^2 = 9 < 16$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 125$
$x = 4$ হলে $x^2 = 4^2 = 16 = 16$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 125$
$x = 5$ হলে $x^2 = 5^2 = 25 > 16$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 = 125$
$x = 6$ হলে $x^2 = 6^2 = 36 > 16$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 125$
$\therefore P = \{4, 5\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই, $P = \{4, 5\}$
দেওয়া আছে, $Q = \{a \varepsilon \mid : a^2 - 5a + 6 = 0\}$
$= \{a \varepsilon \mid : a^2 - 2a - 3a + 6 = 0\}$
$= \{a \varepsilon \mid : a(a - 2) - 3(a - 2) = 0\}$
$= \{a \varepsilon \mid : (a - 2)(a - 3) = 0\}$
$= \{a \varepsilon \mid : a = 2, 3\}$
$\therefore Q = \{2, 3\}$
এখন, $P \backslash Q = \{4, 5\} - \{2, 3\} = \{4, 5\}$
$Q \backslash P = \{2, 3\} - \{4, 5\} = \{2, 3\}$
$P \cap Q = \{4, 5\} \cap \{2, 3\} = \varnothing$
বামপক্ষ $= P \cup Q = \{4, 5\} \cup \{2, 3\} = \{2, 3, 4, 5\}$
ডানপক্ষ $= (P \backslash Q) \cup (Q \backslash P) \cup \{P \cap Q\}$
$= \{4, 5\} \cup \{2, 3\} \cup \varnothing = \{2, 3, 4, 5\}$
$\therefore P \cup Q = (P \backslash Q) \cup (Q \backslash P) \cup (P \cap Q)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $f(z) = \frac{4z - 1}{4z + 1}$

$\therefore f\left(\frac{1}{z^2}\right) = \frac{\frac{4}{z^2} - 1}{\frac{4}{z^2} + 1} = \frac{\frac{4 - z^2}{z^2}}{\frac{4 + z^2}{z^2}} = \frac{4 - z^2}{4 + z^2}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{f\left(\frac{1}{z^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{z^2}\right) - 1} = \frac{\frac{4 - z^2}{4 + z^2} + 1}{\frac{4 - z^2}{4 + z^2} - 1} = \frac{\frac{4 - z^2 + 4 + z^2}{4 + z^2}}{\frac{4 - z^2 - 4 - z^2}{4 + z^2}}$

$= \frac{8}{4 + z^2} \times \frac{4 + z^2}{-2z^2} = -\frac{4}{z^2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪ *[সি. বো. ১৭]*

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 200\}$, $C = \{3, 5, 6\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$

ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C)$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 200\}$
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mid = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots\}$
$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 < 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 200$
$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 200$
$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 200$
$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 200$
$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $B = \{4, 5\}$

খ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$
এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$
এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y \in A$ নির্ণয় করি।

x	1	2	3
y	2	3	4

যেহেতু, $4 \notin A$, কাজেই $(3, 4) \notin R$,
$\therefore R = \{(1, 2), (2, 3)\}$ **(Ans.)**
$\therefore$ ডোম $R = \{1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{2, 3\}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$; $B = \{4, 5\}$ ['ক' হতে]; $C = \{3, 5, 6\}$
এখানে, $B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 5, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$
$\therefore A \backslash (B \cup C) = \{1, 2, 3\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2\}$
আবার, $A \backslash B = \{1, 2, 3\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3\}$
এবং $A \backslash C = \{1, 2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{1, 2\}$
$\therefore (A \backslash B) \cap (A \backslash C) = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\}$
$\therefore A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৫ *[য. বো. ১৭]*

সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mid, x^2 < 50\}$
$A = \{x \in \mid : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$
$B = \{4, 5\}$
$C = \{x \in \mid : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

ক. A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$. ৪
গ. $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mid : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$
8 থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5, 7
$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$ **(Ans.)**
এবং $C = \{x \in \mid : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$
$x = 2$ হলে $x^2 = 2^2 = 4 \cup 5$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 130$
$x = 3$ হলে $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$
$x = 4$ হলে $x^2 = 4^2 = 16 > 5$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 130$
$x = 5$ হলে $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$
$x = 6$ হলে $x^2 = 6^2 = 36 > 5$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 \square 130$
$\therefore C = \{3, 4, 5\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{3, 4, 5\}$
এবং $B = \{4, 5\}$ [দেওয়া আছে]
$A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$
$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$
$B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
বামপক্ষ $= (A \cup B) \cap C = \{2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\}$
$= \{3, 4, 5\}$
ডানপক্ষ $= (A \cap B) \cup (B \cup C) = \{5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
$\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in \mid, x^2 < 50\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
'খ' থেকে পাই, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5\}$
$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$
$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$
$\therefore B' - A' = \{1, 2, 3, 6, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3, 7\}$
$(B' - A')$ সেটের উপসেটসমূহ: $\{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{3, 7\}, \{2, 7\}, \{2, 3, 7\}, \varnothing$
$\therefore P(B' - A') = \{\{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{3, 7\}, \{2, 7\}, \{2, 3, 7\}, \varnothing\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬ *[রা. বো. ১৬]*

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$
$B = \{x \in \mid : 4 \leq x \leq 7\}$ এবং $C = A \cup B$

ক. A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ৪
গ. C সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$
এখন, $x = 3$ হলে $x^2 = 3^2 = 9 \cup 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 225$
$x = 4$ হলে $x^2 = 4^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 225$
$x = 5$ হলে $x^2 = 5^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 225$
$x = 6$ হলে $x^2 = 6^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 225$
$x = 7$ হলে $x^2 = 7^2 = 49 > 15$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 \square 225$
$\therefore A = \{4, 5, 6\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7},
B = {x ∈ | : 4 ≤ x ≤ 7} = {4, 5, 6, 7}
এবং 'ক' হতে, A = {4, 5, 6}
সুতরাং A ∩ B = {4, 5, 6} ∩ {4, 5, 6, 7} = {4, 5, 6}
এখন, (A ∩ B)′ = U – (A ∩ B) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} – {4, 5, 6}
= {1, 2, 3, 7}
এবং A′ = U – A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} – {4, 5, 6} = {1, 2, 3, 7}
B′= U – B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} – {4, 5, 6, 7} = {1, 2, 3}
এখন A′ ∪ B′ = {1, 2, 3, 7} ∪ {1, 2, 3} = {1, 2, 3, 7}
∴ (A ∩ B)′ = A′ ∪ B′ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, C = A ∪ B = {4, 5, 6} ∪ {4, 5, 6, 7} = {4, 5, 6, 7}
C সেটের সকল উপসেটগুলো হলো: ∅, {4}, {5}, {6}, {7}, {4, 5}, {4, 6}, {4, 7}, {5, 6}, {5, 7}, {6, 7}, {4, 5, 6}, {4, 5, 7}, {4, 6, 7}, {5, 6, 7}, {4, 5, 6, 7}
∴ P(C) = {∅, {4}, {5}, {6}, {7}, {4, 5}, {4, 6}, {4, 7}, {5, 6}, {5, 7}, {6, 7}, {4, 5, 6}, {4, 5, 7}, {4, 6, 7}, {5, 6, 7}, {4, 5, 6, 7}}
এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা = 4 = n (ধরি)
∴ P(C) সেটের উপাদান সংখ্যা = 16 = 2^4 = 2^n
∴ P(C) সেটের উপাদান সংখ্যা, 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৭ *[কু. বো. ১৬]*

A = {x ∈ | : x < 9 এবং x বিজোড় সংখ্যা}, B = {4, 5, 6} এবং R = {(x, y) ঃ x ∈ A, y ∈ B এবং y = x + 1}.

ক. A ∪ B নির্ণয় কর। ২
খ. P(B) নির্ণয় করে দেখাও যে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪
গ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x ∈ | : x < 9 এবং x বিজোড় সংখ্যা}
∴ A = {1, 3, 5, 7} এবং B = {4, 5, 6}
এখন, A ∪ B = {1, 3, 5, 7} ∪ {4, 5, 6}
= {1, 3, 4, 5, 6, 7} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, B = {4, 5, 6}
∴ P(B) = {{4}, {5}, {6}, {4, 5}, {4, 6}, {5, 6}, {4, 5, 6}, ∅}
B সেটের উপাদান সংখ্যা = 3 = n (ধরি)
সুতরাং P(B) সেটের উপাদান সংখ্যা = 8 = 2^3 = 2^n
অতএব, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ 'ক' থেকে পাই, A = {1, 3, 5, 7} এবং B = {4, 5, 6}
এখানে, R = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ B এবং y = x + 1}
এখন, প্রত্যেক x ∈ A এর জন্য y = x + 1 এর মান নির্ণয় করি:

x	1	3	5	7
y	2	4	6	8

যেহেতু 2 ∉ B এবং 8 ∉ B, কাজেই (1, 2) ∉ R এবং (7, 8) ∉ R.
∴ R = {(3, 4), (5, 6)}
∴ ডোম R = {3, 5} এবং রেঞ্জ R = {4, 6} **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ *[চ. বো. ১৬]*

A = {x : x ∈ | এবং $x^2 - 5x + 6 = 0$}
B = {x : x ∈ | এবং 2 < x < 6}, C = {2, 4, 6}

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, (A\B) ∪ (B\A) = (A ∪ B)\(A ∩ B). ৪
গ. P(B) নির্ণয় কর। B এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x : x ∈ | এবং $x^2 - 5x + 6 = 0$}
এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$
বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$
বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$
∴ x = 2, 3
∴ A = {2, 3} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, B = {x : x ∈ | এবং 2 < x < 6}
এখানে, | = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}
∴ B = {3, 4, 5}
'ক' থেকে পাই, A = {2, 3}
এখন, A\B = {2, 3} \ {3, 4, 5} = {2}
B\A = {3, 4, 5} \ {2, 3} = {4, 5}
A ∪ B = {2, 3} ∪ {3, 4, 5} = {2, 3, 4, 5}
A ∩ B = {2, 3} ∩ {3, 4, 5} = {3}
(A\B) ∪ (B\A) = {2} ∪ {4, 5} = {2, 4, 5}
এবং (A ∪ B) \ (A ∩ B) = {2, 3, 4, 5} \ {3} = {2, 4, 5}
∴ (A\B) ∪ (B\A) = (A ∪ B)\(A ∩ B). **(প্রমাণিত)**

গ 'খ' থেকে পাই, B = {3, 4, 5}
∴ P(B) = {{3, 4, 5}, {3, 4}, {3, 5}, {4, 5}, {3}, {4}, {5}, ∅}
এখানে B এর উপাদান সংখ্যা = 3 = n (ধরি)
এবং P(B) এর উপাদান সংখ্যা = 8 = 2^3 = 2^n
∴ P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ৯ *[য. বো. ১৬]*

U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, P = {x ∈ | : $x^3 > 25$ এবং $x^4 \le 625$} এবং $f(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2}$

ক. $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত? ২
খ. P′ নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $f(t^{-2}) = f(t^2)$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = 4.\frac{16 + 4 + 1}{16} = \frac{21}{4}$$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
এবং P = {x ∈ | : $x^3 > 25$ এবং $x^4 \le 625$}
স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4, ...
এখানে,
x = 1 হলে, $x^3 = 1^3 = 1 \not> 25$ এবং $x^4 = 1^4 = 1 < 625$
x = 2 হলে, $x^3 = 2^3 = 8 \not> 25$ এবং $x^4 = 2^4 = 16 < 625$
x = 3 হলে, $x^3 = 3^3 = 27 > 25$ এবং $x^4 = 3^4 = 81 < 625$
x = 4 হলে, $x^3 = 4^3 = 64 > 25$ এবং $x^4 = 4^4 = 256 < 625$
x = 5 হলে, $x^3 = 5^3 = 125 > 25$ এবং $x^4 = 5^4 = 625 = 625$
x = 6 হলে, $x^3 = 6^3 = 216 > 25$ এবং $x^4 = 6^4 = 1296 > 625$
∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 3, 4, 5
∴ P = {3, 4, 5}
∴ P′ = U – P = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} – {3, 4, 5}
= {1, 2, 6, 7} **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2} = \frac{1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} + \frac{t^4}{t^2} = \frac{1}{t^2} + 1 + t^2$
∴ $f(t^{-2}) = \frac{1}{(t^{-2})^2} + 1 + (t^{-2})^2 = \frac{1}{t^{-4}} + 1 + t^{-4} = t^4 + 1 + \frac{1}{t^4}$
এবং $f(t^2) = \frac{1}{(t^2)^2} + 1 + (t^2)^2 = \frac{1}{t^4} + 1 + t^4 = t^4 + 1 + \frac{1}{t^4}$
∴ $f(t^{-2}) = f(t^2)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১০ *[ঢা. বো. ১৫]*

U = {x : x ∈ ∧ এবং $x^2 < 10$}
A = {x : x, 12 এর প্রকৃত গুণনীয়ক}
B = {x ∈ | : $x^2 - 3x + 2 = 0$}
C = {0, 1, 2, 3}

ক. U কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. (A ∪ B)′ = A′ ∩ B′-এর সত্যতা যাচাই কর। ৪
গ. P(C) নির্ণয় করে দেখাও যে P(C)-এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, U = {x : x ∈ ∧ এবং $x^2 < 10$}
এখানে x সকল পূর্ণসংখ্যা সুতরাং
x = 0 হলে, $x^2 = 0 < 10$
x = ± 1 হলে $x^2 = 1 < 10$
x = ± 2 হলে $x^2 = 4 < 10$
x = ± 3 হলে $x^2 = 9 < 10$
x = ± 4 হলে $x^2 = 16 \not< 10$
সুতরাং U = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, A = {x : x, 12 এর প্রকৃত গুণনীয়ক}
12 এর প্রকৃত গুণনীয়কগুলো হলো = 1, 2, 3, 4, 6
সুতরাং A = {x : x, 12 এর প্রকৃত গুণনীয়ক}
= {1, 2, 3} [12 এর গুণনীয়কগুলোর মধ্যে যেগুলো U এর মধ্যে বিদ্যমান]
আবার, B = {x ∈ | : $x^2 - 3x + 2 = 0$}
এখন, $x^2 - 3x + 2 = 0$
বা, $x^2 - 2x - x + 2 = 0$

বা, $x(x-2)-1(x-2)=0$
বা, $(x-2)(x-1)=0$
হয় $x-2=0$ অথবা $x-1=0$
$\therefore x=2$ $\therefore x=1$
যেহেতু $x \in$ | সুতরাং $B=\{1,2\}$
এখন, $A \cup B=\{1,2,3\} \cup \{1,2\}=\{1,2,3\}$
$A'=U-A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}-\{1,2,3\}=\{-3,-2,-1,0\}$
$B'=U-B=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}-\{1,2\}=\{-3,-2,-1,0,3\}$
বামপক্ষ $=(A \cup B)'=U-(A \cup B)=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}-\{1,2,3\}$
$=\{-3,-2,-1,0\}$
ডানপক্ষ $=A' \cap B'=\{-3,-2,-1,0\} \cap \{-3,-2,-1,0,3\}$
$=\{-3,-2,-1,0\}$
$(A \cup B)'=A' \cap B'$ **(সত্যতা যাচাই হলো)**

গ $C=\{0,1,2,3\}$
$P(C)=\{\{0\},\{1\},\{2\},\{3\},\{0,1\},\{0,2\},\{0,3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{0,1,2\},\{1,2,3\},\{0,2,3\},\{0,1,3\},\{0,1,2,3\},\varnothing\}$
এখানে P(C) এর উপাদান সংখ্যা 16
এখানে C সেটের উপাদান সংখ্যা $=4$
$\therefore$ P(C) এর উপাদান সংখ্যা $=16=2^4$
$\therefore$ C সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১১ *[রা. বো. ১৫]*

$A=\{x : x \in$ | এবং $x^2-8x+15=0\}$
$B=\{1,3\}$, $C=\{2,3\}$, $D=\{a,b,c\}$
ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cap C)=(A \times B) \cap (A \times C)$. ৪
গ. P(D) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, P(D) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A=\{x : x \in$ | এবং $x^2-8x+15=0\}$
এখন, $x^2-8x+15=0$
বা, $x^2-5x-3x+15=0$
বা, $x(x-5)-3(x-5)=0$
$\therefore (x-5)(x-3)=0$
হয়, $x-5=0$ অথবা, $x-3=0$
$\therefore x=5$ $\therefore x=3$
$\therefore A=\{3,5\}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই, $A=\{3,5\}$
দেওয়া আছে, $B=\{1,3\}$, $C=\{2,3\}$
এখন, $B \cap C=\{1,3\} \cap \{2,3\}=\{3\}$
$\therefore A \times (B \cap C)=\{3,5\} \times \{3\}=\{(3,3),(5,3)\}$
আবার, $A \times B=\{3,5\} \times \{1,3\}=\{(3,1),(3,3),(5,1),(5,3)\}$
$A \times C=\{3,5\} \times \{2,3\}=\{(3,2),(3,3),(5,2),(5,3)\}$
$\therefore (A \times B) \cap (A \times C)=\{(3,1),(3,3),(5,1),(5,3)\}$
$\cap \{(3,2),(3,3),(5,2),(5,3)\}$
$=\{(3,3),(5,3)\}$
$\therefore A \times (B \cap C)=(A \times B) \cap (A \times C)$ **(প্রমাণিত)**

গ দেওয়া আছে, $D=\{a,b,c\}$
$\therefore P(D)=\{\{a,b,c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}$
সুতরাং, এখানে P(D) এর উপাদান সংখ্যা $=8=2^3$
যেখানে D সেটের উপাদান সংখ্যা 3
$\therefore$ P(D) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১২ *[দি. বো. ১৫]*

$A=\{x : x \in$ | এবং $x^2-5x+6=0\}$
$B=\{1,4\}$, $C=\{a,4\}$
ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ২
খ. $P(B \cup C)$ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪
গ. দেখাও যে, $A \times (B \cap C)=(A \times B) \cap (A \times C)$. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A=\{x : x \in$ | এবং $x^2-5x+6=0\}$
এখন, $x^2-5x+6=0$
বা, $x^2-2x-3x+6=0$
বা, $x(x-2)-3(x-2)=0$
$\therefore (x-2)(x-3)=0$
হয়, $x-2=0$ অথবা, $x-3=0$
$\therefore x=2$ $\therefore x=3$
$\therefore A=\{2,3\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B=\{1,4\}$, $C=\{a,4\}$
এখন, $B \cup C=\{1,4\} \cup \{a,4\}=\{a,1,4\}$
$\therefore P(B \cup C)=\{\{a,1,4\},\{a,1\},\{a,4\},\{1,4\},\{a\},\{1\},\{4\},\varnothing\}$
এখানে, $B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা $=3=n$ (ধরি)
এবং $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা $=8=2^3=2^n$
$\therefore P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

গ এখানে, $B=\{1,4\}$, $C=\{a,4\}$
'ক' হতে পাই, $A=\{2,3\}$
এখন, $B \cap C=\{1,4\} \cap \{a,4\}=\{4\}$
$\therefore A \times (B \cap C)=\{2,3\} \times \{4\}=\{(2,4),(3,4)\}$
আবার, $A \times B=\{2,3\} \times \{1,4\}=\{(2,1),(2,4),(3,1),(3,4)\}$
$A \times C=\{2,3\} \times \{a,4\}=\{(2,a),(2,4),(3,a),(3,4)\}$
$\therefore (A \times B) \cap (A \times C)$
$=\{(2,1),(2,4),(3,1),(3,4)\} \cap \{(2,a),(2,4),(3,a),(3,4)\}$
$=\{(2,4),(3,4)\}$
$\therefore A \times (B \cap C)=(A \times B) \cap (A \times C)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ *[কু. বো. ১৫]*

$U=\{x : x \in$ | এবং $x \le 7\}$
$A=\{x : x \in$ |, $x^2>8$ এবং $x^3<220\}$
$B=\{x : x \in$ |, x জোড় সংখ্যা এবং $x<8\}$
$C=\{x : x \in$ | ও x, 6 এর গুণনীয়ক$\}$
ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. $P(A' \cap B')$ নির্ণয় কর। ৪
গ. $D=B-C$ হলে $(B \cup C) \times D$ নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A=\{x : x \in$ |, $x^2>8$ এবং $x^3<220\}$
এখানে, x স্বাভাবিক সংখ্যা অর্থাৎ | $=\{1,2,3,.....\}$
এখন, $x=1$ হলে, $x^2=1 \cup 8$ এবং $x^3=1<220$
$x=2$ হলে, $x^2=4 \cup 8$ এবং $x^3=8<220$
$x=3$ হলে, $x^2=9>8$ এবং $x^3=27<220$
$x=4$ হলে, $x^2=16>8$ এবং $x^3=64<220$
$x=5$ হলে, $x^2=25>8$ এবং $x^3=125<220$
$x=6$ হলে, $x^2=36>8$ এবং $x^3=216<220$
$x=7$ হলে, $x^2=49>8$ এবং $x^3=343 \varepsilon 220$
$\therefore A=\{3,4,5,6\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$B=\{x : x \in$ |, x জোড় সংখ্যা এবং $x<8\}$
$\therefore B=\{2,4,6\}$
এবং $U=\{x : x \in$ | এবং $x \le 7\}$
$=\{1,2,3,4,5,6,7\}$
$A'=U-A=\{1,2,3,4,5,6,7\}-\{3,4,5,6\}$
$=\{1,2,7\}$
$B'=U-B$
$=\{1,2,3,4,5,6,7\}-\{2,4,6\}$
$=\{1,3,5,7\}$
$\therefore A' \cap B'=\{1,2,7\} \cap \{1,3,5,7\}=\{1,7\}$
$\therefore P(A' \cap B')=\{\{1\},\{7\},\{1,7\},\varnothing\}$ **(Ans.)**

গ $C=\{x : x \in$ | ও x, 6 এর গুণনীয়ক$\}$
6 এর গুণনীয়ক যা স্বাভাবিক সংখ্যা $=1,2,3,6$
$\therefore C=\{1,2,3,6\}$
$D=B-C$
$=\{2,4,6\}-\{1,2,3,6\}$ ['খ' হতে]
$=\{4\}$
এখন, $B \cup C=\{2,4,6\} \cup \{1,2,3,6\}=\{1,2,3,4,6\}$
$(B \cup C) \times D=\{1,2,3,4,6\} \times \{4\}$
$=\{(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(6,4)\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ *[চ. বো. ১৫]*

$P=\{x : x \in$ | এবং $x^2-7x+6=0\}$
$Q=\{x : x \in$ | এবং $1 \le x<5\}$
$R=\{2,4,6\}$ হলে —
ক. P সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(P \backslash Q) \cup (Q \backslash P)=(P \cup Q) \backslash (P \cap Q)$. ৪
গ. দেখাও যে, $P \times (Q \cup R)=(P \times Q) \cup (P \times R)$. ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P=\{x : x \in$ | এবং $x^2-7x+6=0\}$
এখন, $x^2-7x+6=0$
বা, $x^2-6x-x+6=0$
বা, $x(x-6)-1(x-6)=0$
$\therefore (x-6)(x-1)=0$
হয়, $x-6=0$ অথবা, $x-1=0$

∴ x = 6 ∴ x = 1
∴ P = {1, 6} **(Ans.)**

খ এখানে, Q = {x : x ∈ | এবং 1 ≤ x < 5}
আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, | = {1, 2, 3, 4, 5, ...}
∴ Q = {1, 2, 3, 4}
∴ 'ক' হতে পাই, P = {1, 6}
এখন, P\Q = {1, 6} \ {1, 2, 3, 4} = {6}
Q \ P = {1, 2, 3, 4} \ {1, 6} = {2, 3, 4}
∴ (P \ Q) ∪ (Q \ P) = {6} ∪ {2, 3, 4} = {2, 3, 4, 6}
আবার, P ∪ Q = {1, 6} ∪ {1, 2, 3, 4} = {1, 2, 3, 4, 6}
P ∩ Q = {1, 6} ∩ {1, 2, 3, 4} = {1}
∴ (P ∪ Q) \ (P ∩ Q) = {1, 2, 3, 4, 6} \ {1} = {2, 3, 4, 6}
∴ (P \ Q) ∪ (Q \ P) = (P ∪ Q) \ (P ∩ Q) **(প্রমাণিত)**

গ এখন, R = {2, 4, 6}
'ক' হতে পাই, P = {1, 6}
'খ' হতে পাই, Q = {1, 2, 3, 4}
এখন, Q ∪ R = {1, 2, 3, 4} ∪ {2, 4, 6} = {1, 2, 3, 4, 6}
∴ P × (Q ∪ R) = {1, 6} × {1, 2, 3, 4, 6}
= {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 6)}
আবার, P × Q = {1, 6} × {1, 2, 3, 4}
= {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)}
P × R = {1, 6} × {2, 4, 6}
= {(1, 2), (1, 4), (1, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)}
∴ (P × Q) ∪ (P × R) = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)} ∪ {(1, 2), (1, 4), (1, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)}
= {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 6)}
∴ P × (Q ∪ R) = (P × Q) ∪ (P × R) **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ *[সি. বো. ১৫]*

U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
A = {x : x ∈ | এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0$}
B = {x : x ∈ |, $x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225$}
C = {x ∈ | : $4 < x \le 7$}

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(B \cup C)' = B' \cap C'$. ৪
গ. $A \times (B \cup C)$ এবং $A \times (B \cap C)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, A = {x : x ∈ | এবং $x^2 - (a + b)x + ab = 0$}
এখন, $x^2 - (a + b)x + ab = 0$
বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$
বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$
বা, $(x - a)(x - b) = 0$
হয় $x - a = 0$ অথবা $x - b = 0$
∴ x = a ∴ x = b
∴ A = {a, b}

খ দেওয়া আছে, B = {x : x ∈ |, $x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225$}
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, | = {1, 2, 3.....}
x = 1 হলে $x^2 = 1 \not> 15$ এবং $x^3 = 1 < 225$
x = 2 হলে $x^2 = 4 \not> 15$ এবং $x^3 = 8 < 225$
x = 3 হলে $x^2 = 9 \not> 15$ এবং $x^3 = 27 < 225$
x = 4 হলে $x^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 64 < 225$
x = 5 হলে $x^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 125 < 225$
x = 6 হলে $x^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 216 < 225$
x = 7 হলে $x^2 = 49 > 15$ এবং $x^3 = 343 \not< 225$
∴ B = {4, 5, 6}
এবং C = {x ∈ | ; $4 < x \le 7$} = {5, 6, 7}
এখন B ∪ C = {4, 5, 6} ∪ {5, 6, 7} = {4, 5, 6, 7}
B′ = U − B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {4, 5, 6} = {1, 2, 3, 7}
C′ = U − C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {5, 6, 7} = {1, 2, 3, 4}
বামপক্ষ = (B ∪ C)′ = U − (B ∪ C)
= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {4, 5, 6, 7} = {1, 2, 3}
ডানপক্ষ = B′ ∩ C′ = {1, 2, 3, 7} ∩ {1, 2, 3, 4} = {1, 2, 3}
∴ (B ∪ C)′ = B′ ∩ C′ **(প্রমাণিত)**

গ 'ক' হতে A = {a, b}
'খ' হতে, B ∪ C = {4, 5, 6, 7}
আবার, B ∩ C = {4, 5, 6} ∩ {5, 6, 7} = {5, 6}
এখন, A × (B ∪ C) = {a, b} × {4, 5, 6, 7}
= {(a, 4), (a, 5), (a, 6), (a, 7), (b, 4), (b, 5), (b, 6), (b, 7)} **(Ans.)**
আবার, A × (B ∩ C) = {a, b} × {5, 6}
= {(a, 5), (a, 6), (b, 5), (b, 6)} **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ *[য. বো. ১৫]*

A = {x ∈ | : $x^2 - 5x + 6 = 0$},
B = {3, 4}, C = {2, 4}.

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$. ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x ∈ | : $x^2 - 5x + 6 = 0$}
এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$
বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$
বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$
∴ $(x - 3)(x - 2) = 0$
হয়, $x - 3 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$
∴ x = 3 ∴ x = 2
∴ A = {2, 3} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, B = {3, 4}, C = {2, 4}
∴ B ∩ C = {3, 4} ∩ {2, 4} = {4}
∴ P(B ∩ C) = {{4}, ∅}
আবার, P(B) = {{3}, {4}, {3, 4}, ∅}
P(C) = {{2}, {4}, {2, 4}, ∅}
∴ P(B) ∩ P(C) = {{4}, ∅}
∴ P(B ∩ C) = P(B) ∩ P(C) **(দেখানো হলো)**

গ B ∪ C = {3, 4} ∪ {2, 4} = {2, 3, 4}
∴ A × (B ∪ C) = {2, 3} × {2, 3, 4}
= {(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)}
আবার, A × B = {2, 3} × {3, 4} = {(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)}
A × C = {2, 3} × {2, 4} = {(2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)}
∴ (A × B) ∪ (A × C) = {(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)} ∪ {(2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)}
= {(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)}
∴ A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C) **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ *[ব. বো. ১৫]*

U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
A = {x ∈ | : x মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 7$}
B = {x ∈ | : x জোড় সংখ্যা এবং $x < 7$}

ক. B কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$. ৪
গ. যদি A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে y = x + 1 সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে তবে অন্বয়টি নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, B = {x ∈ | : x জোড় সংখ্যা এবং x < 7}
আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট, | = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}
∴ B = {2, 4, 6} **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
A = {x ∈ | : x মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 7$}
স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট, | = {1, 2, 3, 4, 5, ...}
∴ A = {2, 3, 5, 7}
'ক' হতে পাই, B = {2, 4, 6}
এখন, A ∪ B = {2, 3, 5, 7} ∪ {2, 4, 6} = {2, 3, 4, 5, 6, 7}
∴ (A ∪ B)′ = U − (A ∪ B)
= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {2, 3, 4, 5, 6, 7} = {1}
আবার, A′ = U − A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {2, 3, 5, 7} = {1, 4, 6}
B′ = U − B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {2, 4, 6} = {1, 3, 5, 7}
∴ A′ ∩ B′ = {1, 4, 6} ∩ {1, 3, 5, 7} = {1}
∴ (A ∪ B)′ = A′ ∩ B′ **(দেখানো হলো)**

গ 'খ' হতে পাই, A = {2, 3, 5, 7}
'ক' হতে পাই, B = {2, 4, 6}
ধরি, অন্বয়টি R = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ B এবং y = x + 1}
এখানে, A × B = {2, 3, 5, 7} × {2, 4, 6}
= {(2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (7, 2), (7, 4), (7, 6)}
∴ নির্ণেয় অন্বয়টি R = {(3, 4), (5, 6)}

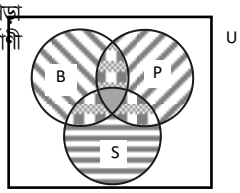
প্রশ্ন ▶ ১৮ ঢাকা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকায় পাঠ্যাভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% ছাত্র বিচিত্রা, 50% ছাত্র সন্ধানী, 50% ছাত্র পূর্বাণী, 30% ছাত্র বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্র বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্র সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্র তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

ক. বিবরণসহ উপাত্তগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর। ২
খ. শতকরা কত জন ছাত্র উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনটিই পড়ে না ? ৪

গ. শতকরা কত জন ছাত্র উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সকল ছাত্রের সেট U, বিচিত্রা পড়া ছাত্রের সেট B, সন্ধানী পড়া ছাত্রের সেট S, পূর্বাণী পড়া ছাত্রের সেট P.



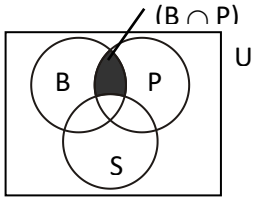
$\therefore$ n(U) =100%, n(B) = 60%,
n(S) = 50%, n(P) = 50%,
n (B $\cap$ S) = 30%,
n (B $\cap$ P) = 30%, n (P $\cap$ S) = 20%,
n (P $\cap$ B $\cap$ S) = 10%

খ তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন ছাত্রের সেট
(B $\cup$ P $\cup$ S) [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]

$\therefore$ তিনটির কোনটিই পড়ে না এমন ছাত্রের সংখ্যা
n(U) – n (B $\cup$ P $\cup$ S) [ভেনচিত্রের সাদা অংশ]
এখন, n (B $\cup$ P $\cup$ S) = n (B) + n (P) + n (S) – n (B $\cap$ P)
– n (B $\cap$ S) – n (P $\cap$ S) + n (B $\cap$ P $\cap$ S)
= 60% + 50% + 50% – 30% – 30% – 20% + 10% = 90%
$\therefore$ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রের সংখ্যা = n (U) – n (B $\cup$ P $\cup$ S)
= 100% – 90% = 10%

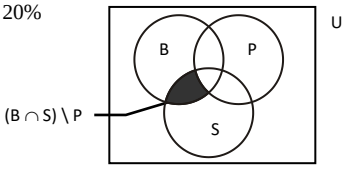
Ans. 10%

গ শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রের সংখ্যা
= n [(B $\cap$ P) \ (B $\cap$ P $\cap$ S)]
= n (B $\cap$ P) – n (B $\cap$ P $\cap$ S) [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
= 30% – 10% = 20%



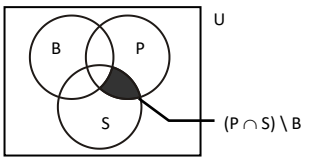
বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়া ছাত্রদের সেট

শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রের সংখ্যা
= n [(B $\cap$ S)\(B $\cap$ P $\cap$ S)]
= n (B $\cap$ S) – n (B $\cap$ P $\cap$ S) [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
= 30% – 10%
= 20%



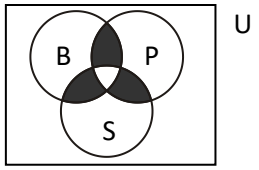
বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়া ছাত্রদের সেট

শুধু পূর্বানী ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রের সংখ্যা
= n {(P $\cap$ S)\ (B $\cap$ P $\cap$ S))}
= n (P $\cap$ S) – n (P $\cap$ B $\cap$ S) [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]
= 20% – 10%
= 10%



পূর্বাণী ও সন্ধানী পড়া ছাত্রদের সেট

$\therefore$ কেবল দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রের সংখ্যা
20% + 20% + 10% = 50% [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]



কেবল দুইটি পত্রিকা পড়া ছাত্রের সেট

Ans. 50%

প্রশ্ন ▶ ১৯ A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {1, 4, 5, 8, 9, 10}

ক. A – B এবং A $\cap$ B নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $y^2 = x$ যেখানে $x \in B$, $y \in A$ হলে অন্বয় বর্ণনা কর। ৪

গ. P(A $\cap$ B) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, P(A $\cap$ B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {1, 4, 5, 8, 9, 10}
A – B = {1, 2, 3, 4, 5} – {1, 4, 5, 8, 9, 10}
= {2, 3} **(Ans.)**
A $\cap$ B = {1, 2, 3, 4, 5} $\cap$ {1, 4, 5, 8, 9, 10}
= {1, 4, 5} **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, অন্বয়, R = {(x, y) : $x \in B$ এবং $y \in A$ এবং $y^2 = x$ বা, $y = \sqrt{x}$ }
কারণ, A এর সকল সদস্য ধনাত্মক। প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য y এর $y = \sqrt{x}$ মান নির্ণয় করি।

x	1	4	5	8	9	10
y	1	2	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$

$\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{10} \notin$ A কাজেই $(5, \sqrt{5}), (8, 2\sqrt{2}), (10, \sqrt{10}) \notin$ R
$\therefore$ R = {(1, 1), (4, 2), (9, 3)}

গ A $\cap$ B = {1, 2, 3, 4, 5} $\cap$ {1, 4, 5, 8, 9, 10}
= {1, 4, 5}
P(A $\cap$ B) = {{1, 4, 5}, {1, 4}, {1, 5}, {4, 5}, {1}, {4}, {5}, $\varnothing$}
A $\cap$ B এর উপাদান সংখ্যা n = 3
P(A $\cap$ B) এর উপাদান সংখ্যা = $8 = 2^3 = 2^n$
$\therefore$ P(A $\cap$ B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২০ যদি U = {x : $x \in \wedge$ এবং $-1 \le x \le 6$}, A = {x $\in$ | : $x^2 + 5x - 6$}, B = {2, 4, 6} এবং C = {2, 3, 5, 6}

ক. A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ ৪

গ. প্রমাণ কর, A × (B $\cup$ C) = (A × B) $\cup$ (A × C) ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {x $\in$ | : $x^2 + 5x - 6 = 0$}
এখন, $x^2 + 5x - 6 = 0$
বা, $x^2 + 6x - x - 6 = 0$
বা, $x(x + 6) - 1(x + 6) = 0$
বা, $(x + 6)(x - 1) = 0$
হয়, $x + 6 = 0$ অথবা, $x - 1 = 0$
$\therefore x = -6$ $\therefore x = 1$
যেহেতু $x \in$ |
$\therefore$ A = {1} **(Ans.)**

খ U = {x : $x \in \wedge$ এবং $-1 \le x \le 6$}
$\therefore$ U = {– 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}
এখন, A = {1} ['ক' হতে]
B = {2, 4, 6}
$\therefore$ A $\cup$ B = {1} $\cup$ {2, 4, 6} = {1, 2, 4, 6}
আবার, A^c = U – A
= {–1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} – {1}
= {– 1, 0, 2, 3, 4, 5, 6}
B^c = U – B
= {– 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} – {2, 4, 6}
= {– 1, 0, 1, 3, 5}
বামপক্ষ = $(A \cup B)^c$ = U – (A $\cup$ B)
= {– 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} – {1, 2, 4, 6}
= {– 1, 0, 3, 5}
ডানপক্ষ = $A^c \cap B^c$
= {– 1, 0, 2, 3, 4, 5, 6} $\cap$ {– 1, 0, 1, 3, 5}
= {– 1, 0, 3, 5}
$\therefore (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ **(দেখানো হলো)**

গ বামপক্ষ = A × (B $\cup$ C)
= {1} × ({2, 4, 6} $\cup$ {2, 3, 5, 6})
= {1} × {2, 3, 4, 5, 6}
= {(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)}
ডানপক্ষ = (A × B) $\cup$ (A × C)
= ({1} × {2, 4, 6}) $\cup$ ({1} × {2, 3, 5, 6})
= {(1, 2), (1, 4), (1, 6)} $\cup$ {(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 6)}
= {(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)}
$\therefore$ A × (B $\cup$ C) = (A × B) $\cup$ (A × C). **(প্রমাণিত)**