

SSC Math

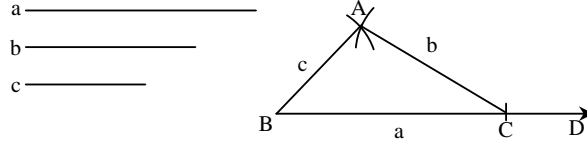
অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-৭: ব্যবহারিক জ্যামিতি

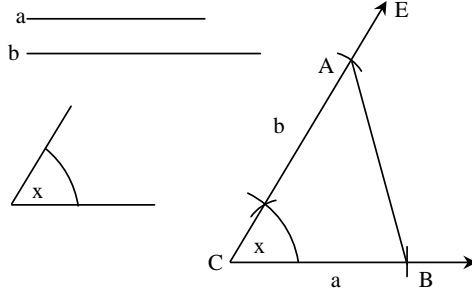
প্রয়োজনীয় তথ্য:

প্রত্যেক ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ রয়েছে। তবে কোনো ত্রিভুজের আকার ও আকৃতি নির্দিষ্ট করার জন্য সবগুলো বাহু ও কোণের প্রয়োজন হয় না। যেমন, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বলে এর যেকোনো দুইটি কোণের মান দেওয়া থাকলে তৃতীয় কোণটির মান বের করা যায়। সপ্তম শ্রেণিতে আমরা নিম্নবর্ণিত উপাত্ত থেকে ত্রিভুজ আঁকতে শিখেছি।

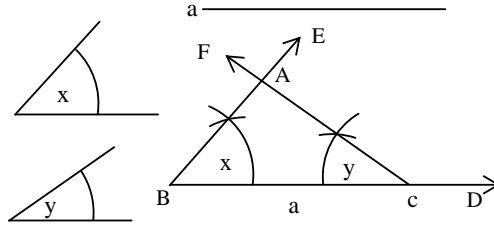
(১) তিনটি বাহু



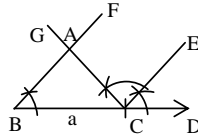
(২) দুইটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ



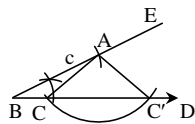
(৩) দুইটি কোণ ও তাদের সংলগ্ন বাহু



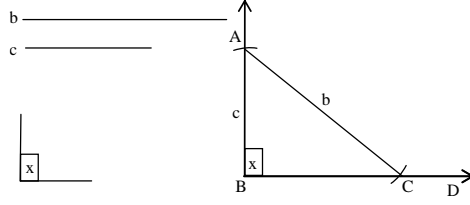
(৪) দুইটি কোণ ও একটি বিপরীত বাহু



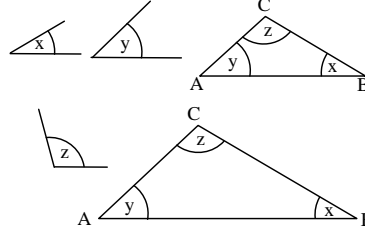
(৫) দুইটি বাহু ও তাদের একটি বিপরীত কোণ



(৬) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর একটি বাহু



লক্ষণীয় যে, উপরের প্রত্যেক ক্ষেত্রে ত্রিভুজের তিনটি অংশ নির্দিষ্ট করা হয়েছে। কিন্তু যেকোনো তিনটি অংশ নির্দিষ্ট করলেই ত্রিভুজটি নির্দিষ্ট হয় না। যেমন, ত্রিভুজের তিনটি কোণ দেওয়া থাকলে বিভিন্ন আকারের অসংখ্য ত্রিভুজ আঁকা যায় (যাদের সদৃশ ত্রিভুজ বলা যায়)।



অনেক সময় ত্রিভুজ আঁকার জন্য এমন তিনটি উপাত্ত দেওয়া থাকে, যাদের সাহায্যে বিভিন্ন অঙ্কনের মাধ্যমে ত্রিভুজটি নির্ধারণ করা যায়।

■ চতুর্ভুজ অঙ্কন

ত্রিভুজের তিনটি উপাত্ত দেওয়া থাকলে অনেক ক্ষেত্রেই ত্রিভুজটি নির্দিষ্টভাবে আঁকা সম্ভব। কিন্তু চতুর্ভুজের চারটি বাহু দেওয়া থাকলেই একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায় না। নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য পাঁচটি স্বতন্ত্র উপাত্ত প্রয়োজন হয়। নিম্নে বর্ণিত পাঁচটি উপাত্ত জানা থাকলে, নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায় :

- (১) চারটি বাহু ও একটি কোণ;
- (২) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ;
- (৩) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ;
- (৪) তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ;
- (৫) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

অঙ্কনের কৌশল লক্ষ করে দেখা যায়, কিছু ক্ষেত্রে সরাসরি চতুর্ভুজ আঁকা হয়। আবার কিছু ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কনের মাধ্যমে চতুর্ভুজ আঁকা হয়। যেহেতু কর্ণ চতুর্ভুজকে দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে, সেহেতু উপাত্ত হিসেবে একটি বা দুইটি কর্ণ প্রদত্ত হলে ত্রিভুজ অঙ্কনের মাধ্যমে চতুর্ভুজ আঁকা সম্ভব হয়।

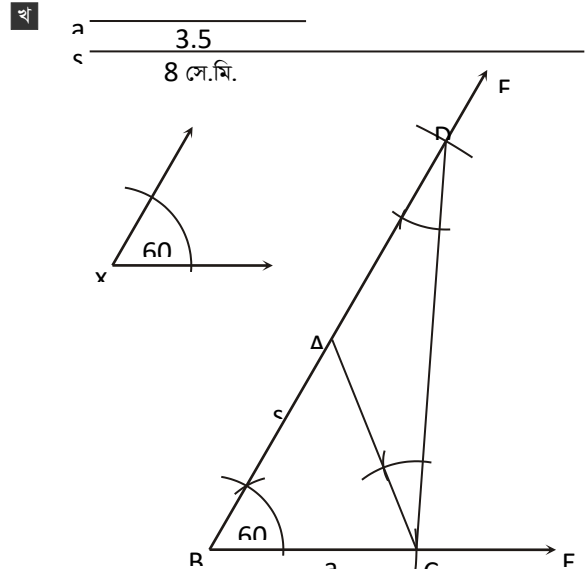
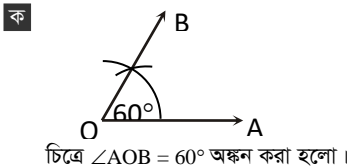
সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ১ [ঢা. বো. ১৭]

একটি ত্রিভুজের ভূমি 3.5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 60° ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 8 সে.মি.।

- ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 60° কোণ আঁক। ২
- খ. বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. ভূমিকে উচ্চতা ধরে বাকী তথ্যগুলো ব্যবহার করে একটি ত্রিভুজ আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 3.5$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 8$ সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।
অঙ্কনের বিবরণ: (১) যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a = 3.5$ সে. মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x = 60^\circ$ আঁকি।
 (২) BF থেকে $BD = s = 8$ সে. মি. কেটে নিই।

ABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি ত্রিভুজটির ভেতরে P বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে।

- ক. এমন একটি বর্গ অঙ্কন করো যার একটি বাহু BC. ২
 খ. প্রমাণ করো যে, $AB - BC < AC$. ৪
 গ. প্রমাণ করো যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x = \underline{\hspace{2cm}}$
 5 সে.মি.

মনে করি, কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $BC = x = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

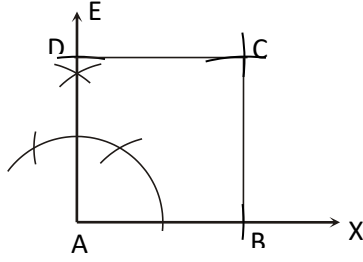
অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো রশ্মি AX হতে $AB = x$ নিই। AB এর উপর A বিন্দুতে AE লম্ব আঁকি।

(২) AE হতে $AD = x$ নিই। এখন B ও D কে কেন্দ্র করে x এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) মনেকরি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।



খ মনে করি $\triangle ABC$ এ $AB > AC$ প্রমাণ করতে হবে যে, $AB - BC < AC$

অঙ্কন: AB থেকে $AD = AC$ কেটে নিই। C, D যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) $\triangle ACD$ -এ $AD = AC \therefore \angle ACD = \angle ADC$

(২) আবার, $\triangle ACD$ -এ বহিঃস্থ

$\angle BDC > \text{অন্তঃস্থ } \angle ACD$ [ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের যে কোনটি অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\therefore \angle BDC > \angle ADC \dots \dots (i)$

(৩) আবার, $\triangle BDC$ -এ, বহিঃস্থ $\angle ADC > \text{অন্তঃস্থ } \angle BCD \dots \dots (ii)$

$\therefore \angle BDC > \angle BCD$

(৪) এখন, $\triangle BDC$ -এ $\angle BDC > \angle BCD$

$\therefore BD < BC$

\square কোনো ত্রিভুজের দুইটি কোণ অসমান হলে, বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $AB - AD < BC$

বা, $AB - AC < BC$ [$\therefore AD = AC$]

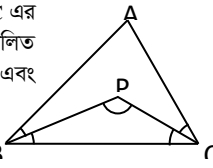
$\therefore AB - BC < AC$ (প্রমাণিত)

গ বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ত্রিভুজ ABC এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, BP এবং CP যথাক্রমে $\angle ABC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা



(১) $\triangle ABC$ -এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [\therefore ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\therefore \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A \dots \dots (i)$

(২) $\triangle BPC$ -এ

$\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180^\circ$

বা, $\angle BPC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ$ [\therefore BP এবং CP রেখা যথাক্রমে $\angle B$ ও $\angle C$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle BPC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ$ [(i) নং হতে]

বা, $\angle BPC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

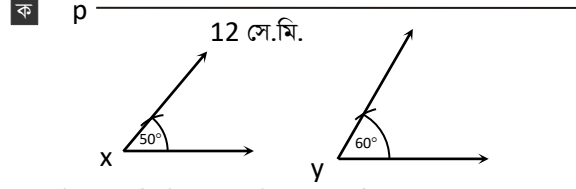
$\therefore \angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫ [বি. বো. ১৭]

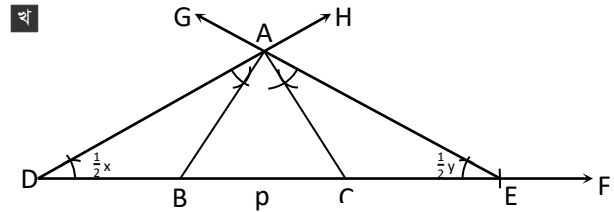
একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং পরিসীমা p দেওয়া আছে যেন $\angle x = 50^\circ$, $\angle y = 60^\circ$ এবং $p = 12$ সে. মি.।

- ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রগুলো আঁক। ২
 খ. ত্রিভুজটি আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪
 গ. এমন একটি রম্বস আঁক যার একটি কোণ $\angle x$ এবং পরিসীমা p. [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান



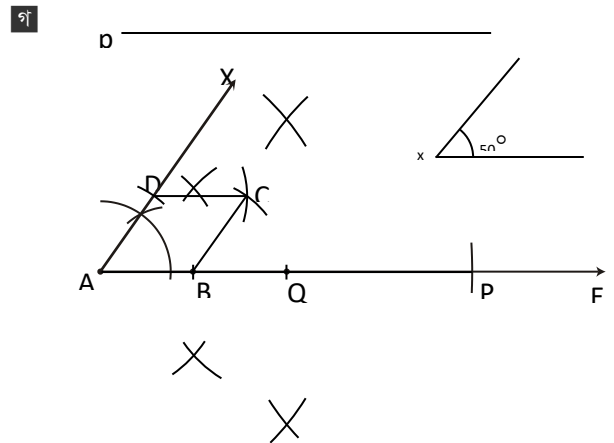
চিত্রে একটি ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50^\circ$ ও $\angle y = 60^\circ$ এবং পরিসীমা $p = 12$ সে. মি. আঁকা হয়েছে।



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle x = 50^\circ$, $\angle y = 60^\circ$ এবং পরিসীমা $p = 12$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যে কোনো রশ্মি DF থেকে $DE = p = 12$ সে.মি. কেটে নিই। DE রেখাংশের D ও E বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle x$ ও $\frac{1}{2} \angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle EDH$ ও $\angle DEG$ আঁকি।
 (২) DH ও EG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৩) এখন, A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।
 (৪) AB ও AC, DE কে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



মনে করি, একটি রম্বসের পরিসীমা $p = 12$ সে. মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 50^\circ$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো একটি রশ্মি AE থেকে পরিসীমা p এর সমান করে AP রেখাংশ কেটে নেই। AP কে Q বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) আবার AQ কে B বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। তাহলে $AB = \frac{1}{4} p$ ।

(৩) AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAX = \angle x = 50^\circ$ আঁকি। AX রশ্মি থেকে $AD = AB = \frac{1}{4} p$ অংশ কেটে নিই।

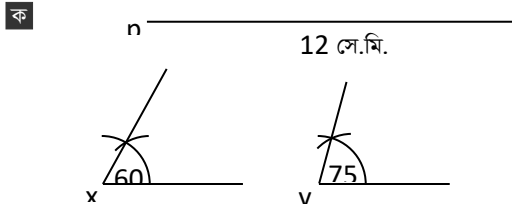
- (৪) B ও D কে কেন্দ্র করে $AB = \frac{1}{4}p$ ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৫) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ৬ [টা. বো. ১৬]

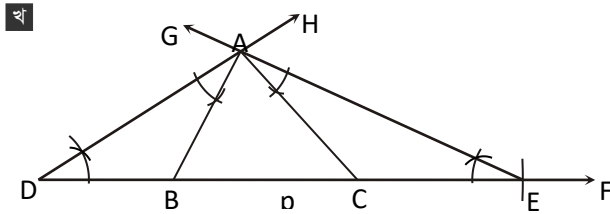
কোনো ত্রিভুজের পরিসীমা 12 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 75^\circ$ ।

- ক. তথ্যগুলোকে চিত্রে উপস্থাপন কর। ২
 খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪
 গ. উক্ত পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\angle y$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান



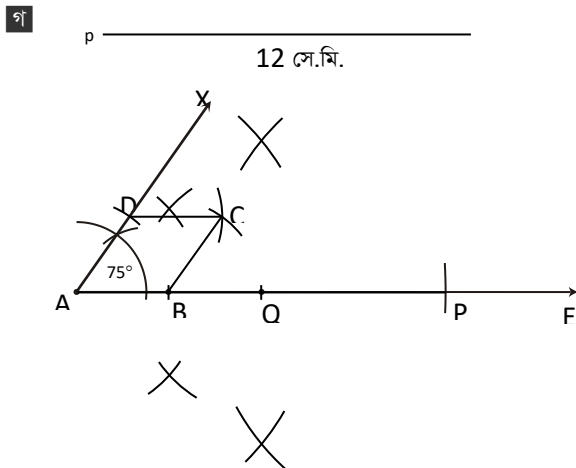
চিত্রে, ত্রিভুজের পরিসীমা $p = 12$ সেমি এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ, $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 75^\circ$



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 75^\circ$ এবং পরিসীমা $p = 12$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

- (১) যে কোনো রশ্মি DF থেকে $DE = p = 12$ সে. মি. কেটে নিই। DE রেখাংশের D ও E বিন্দুতে $\frac{1}{2}\angle x$ ও $\frac{1}{2}\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle EDH$ ও $\angle DEG$ আঁকি।
 (২) DH ও EG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৩) এখন, A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।
 (৪) AB ও AC, DE কে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
 তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



দেওয়া আছে, একটি রম্বসের পরিসীমা = প্রদত্ত ত্রিভুজের পরিসীমা = $p = 12$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle y = 75^\circ$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

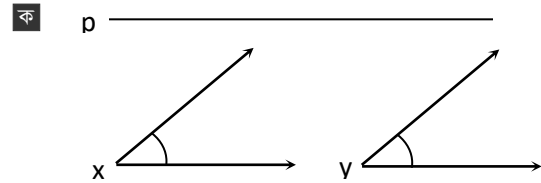
- (১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে পরিসীমা p এর সমান করে AP রেখাংশ কেটে নিই। AP কে Q বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।
 (২) আবার AQ কে B বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। তাহলে $AB = \frac{p}{4}$
 (৩) AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle BAX = \angle y$ আঁকি। AX রশ্মি থেকে $AD = AB = \frac{p}{4}$ অংশ কেটে নিই।
 (৪) B ও D কে কেন্দ্র করে $AB = \frac{p}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৫) B, C ও D, C যোগ করি।
 তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ৭ [দি. বো. ১৬]

ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$, পরিসীমা p দেওয়া আছে।

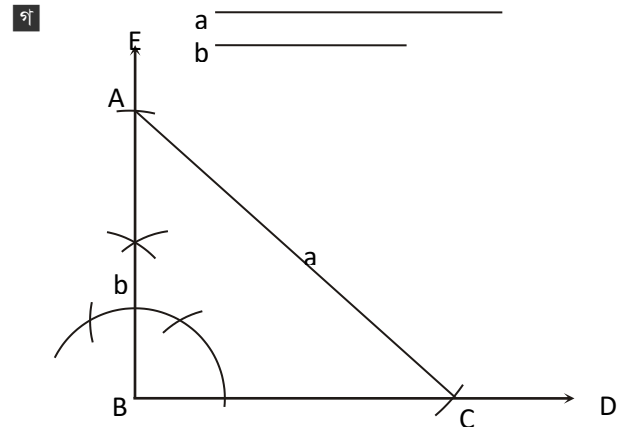
- ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
 খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪
 গ. 'খ' তে প্রাপ্ত ত্রিভুজের ভূমিকে অতিভুজ ও অপর যে কোনো একটি বাহুকে লম্ব ধরে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান



দেওয়া আছে, ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x$ ও $\angle y$ এবং ত্রিভুজের পরিসীমা p .

খ গণিত পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৭.১ এর সম্পদ্য-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৩।



'খ' থেকে পাই, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং মনে করি, এর লম্ব বাহুর দৈর্ঘ্য b । সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: (১) যে কোনো রশ্মি BD নেই। BD এর B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।

(২) BE থেকে $BA = b$ অংশ কেটে নেই। A কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উপর একটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) বৃত্তচাপটি BD কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

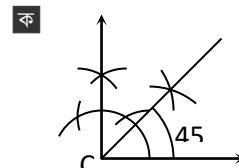
(৪) A, C যোগ করি। তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ৮ [কি. বো. ১৬]

দুইটি কর্ণ $a = 4$ cm এবং $b = 6.5$ cm, অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle C = 45^\circ$ ।

- ক. প্রদত্ত তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রদত্ত তথ্য নিয়ে একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর এবং বর্ণনা দাও। ৪
 গ. কোনো ত্রিভুজের ভূমি a , ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle C$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b দৈর্ঘ্যের সমান বিবেচনা করে ত্রিভুজটি আঁক এবং বর্ণনা দাও। ৪

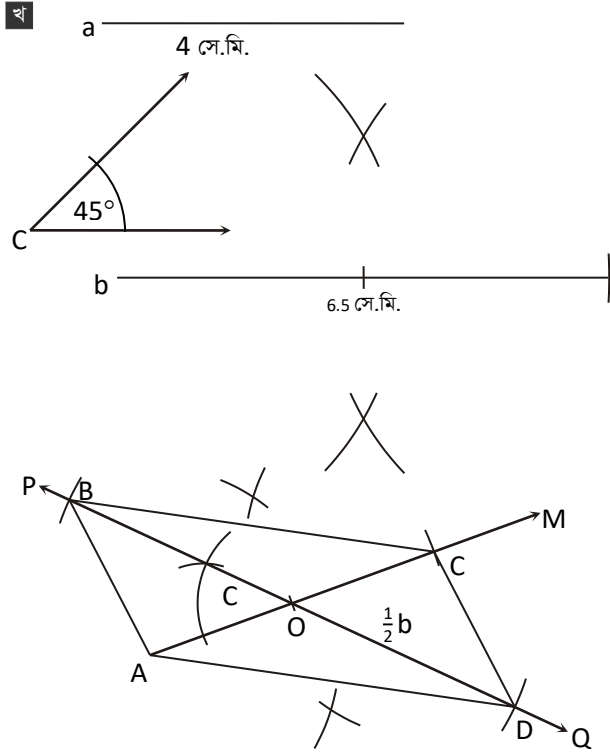
৮ নং প্রশ্নের সমাধান



a 4 সে.মি.

b 6.5 সে.মি.

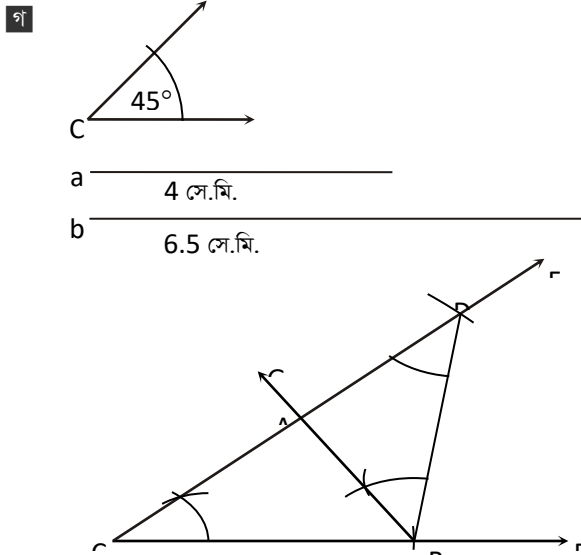
চিত্রে, দুইটি কর্ণ a = 4cm এবং b = 6.5 cm এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle C = 45^\circ$ আঁকা হয়েছে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 4 সে. মি. ও b = 6.5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle C = 45^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি AM থেকে AC = a = 4 সে.মি. কেটে নিই। AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।
- (২) O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle C = 45^\circ$ আঁকি।
- (৩) OP এর বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি।
- (৪) কর্ণ b কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। OP এবং OQ থেকে $\frac{1}{2}b$ এর সমান করে OB এবং OD অংশ কেটে নিই।
- (৫) এখন, A, B; B, C; C, D এবং D, A যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।



বিশেষ নির্বচন: কোন ত্রিভুজের ভূমি a = 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle C = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি b = 6.5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

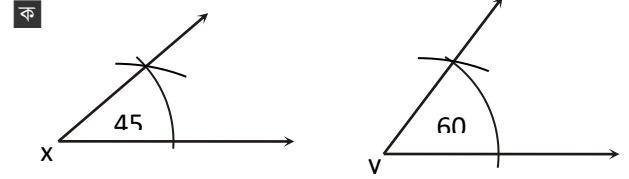
- (১) যে কোন রশ্মি CE থেকে ভূমি a এর সমান করে CB অংশ কাঁটি।
- (২) C বিন্দুতে $\angle BCF = \angle C$ আঁকি।
- (৩) CF থেকে b এর সমান করে CD অংশ কাঁটি। B, D যোগ করি।
- (৪) B বিন্দুতে BD রেখাংশের যে পাশে C বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান করে $\angle DBG$ আঁকি যা CD রেখাংশকে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ৯ চ. বো. ১৬/

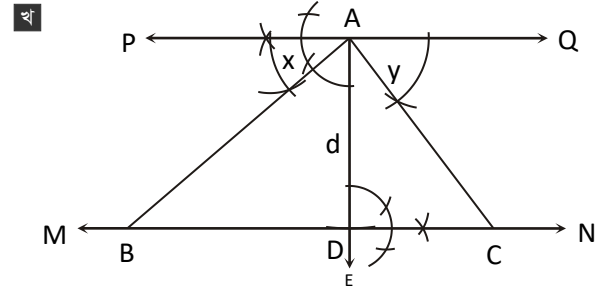
একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ 60° এবং 45° । শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.।

- ক. প্রদত্ত তথ্যগুলিকে চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২
- খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. ত্রিভুজটি যদি ABC হয় এবং এর ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যদি 60° এবং 45° হয় এবং এদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, দেখাও যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ । ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান



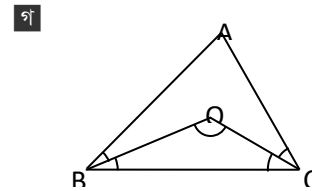
ক 3 সে.মি.
চিত্রে, ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 45^\circ$ এবং $\angle y = 60^\circ$ । ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য d = 3 সে.মি.।



'ক' থেকে পাই, ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে $\angle x = 45^\circ$ ও $\angle y = 60^\circ$ এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য d = 3 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে AD = d নিই। AD এর A ও D বিন্দুতে যথাক্রমে PAQ এবং MDN লম্ব আঁকি।
- (২) PQ রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = \angle PAB$ এবং $\angle y = \angle QAC$ আঁকি।
- (৩) মনেকরি, AB ও AC রেখাংশ MN রেখাকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ত্রিভুজ ABC এর ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle B = 45^\circ$ এবং $\angle C = 60^\circ$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, BO এবং CO যথাক্রমে $\angle ABC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) $\triangle ABC$ -এ

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad [\text{ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি } 180^\circ]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ \quad [\text{উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই}]$$

$$\therefore \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A \dots \dots \dots (i)$$

(২) $\triangle BOC$ -এ

$$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ \quad [\because BO \text{ এবং } CO \text{ রেখা যথাক্রমে}$$

$\angle B$ ও $\angle C$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

$$\text{বা, } \angle BOC + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ \quad [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১০ কু. বো. ১৫

একটি বর্গের পরিসীমা $P = 12$ সে.মি. এবং $\angle x = 50^\circ$; $\angle y = 70^\circ$.

ক. বর্গটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বর্গটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

গ. $\frac{P}{2}, \frac{P}{3}$ কোনো ট্র্যাপিজিয়ামের দুটি সমান্তরাল বাহু এবং $\frac{P}{2}$ বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ $\angle x, \angle y$ হলে ট্র্যাপিজিয়ামটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

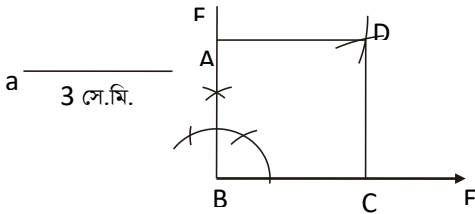
১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে পরিসীমা, $4a = 12$

$$\therefore a = 3 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বর্গটির ক্ষেত্রফল, } a^2 = 3^2 = 9 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, 'ক' থেকে প্রাপ্ত বর্গক্ষেত্রটির একটি বাহু $a = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোন রশ্মি BE নেই।

(২) BE এর B বিন্দুতে $BF \perp BE$ আঁকি।

(৩) BE ও BF থেকে যথাক্রমে $BC = BA = a$ কেটে নেই।

(৪) A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একই দিকে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যা D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে ABCDই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

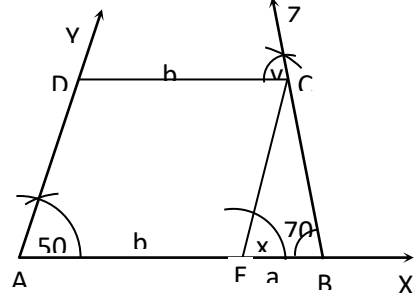
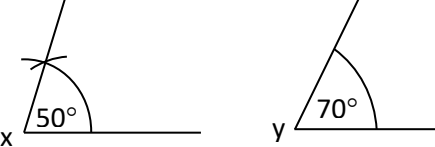
গ. $a = \frac{P}{2} = \frac{12}{2} = 6$ সে.মি. ও $b = \frac{P}{3} = \frac{12}{3} = 4$ সে.মি. কোনো ট্র্যাপিজিয়ামের

সমান্তরাল দুই বাহু এবং a সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 50^\circ$ ও $\angle y = 70^\circ$ দেওয়া আছে। ট্র্যাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

a _____

b 6cm

4cm



অঙ্কনের বিবরণ : (১) যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = a$ নিই।

(২) BA রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = 50^\circ$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y = 70^\circ$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

(৩) এবার AB রেখাংশ থেকে $AE = b$ কেটে নিই।

(৪) E বিন্দুতে

$EC \parallel AY$ আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) এবার $CD \parallel BA$ আঁকি। CD রেখাংশ AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCDই উদ্দিষ্ট ট্র্যাপিজিয়াম।

প্রশ্ন ১১ চ. বো. ১৫

শাহিন ও জাহিন কাঠি দিয়ে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ বানানোর চেষ্টা করছিল। তাদের কাছে 5 সে.মি. ও 8 সে.মি. মাপের দুটি কাঠি এবং 45° মাপের একটি প্লাস্টিকের কোণ আছে।

ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ছোট কাঠিকে ভূমি, বড় কাঠিকে অপর বাহুরয়ের সমষ্টি এবং প্রদত্ত কোণ ছোট কাঠি সংলগ্ন ধরে একটি ত্রিভুজ আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

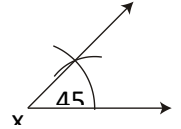
গ. কাঠি দুটিকে কোণের সামান্তরিকের কর্ণ এবং প্রদত্ত কোণটিকে তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ধরে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

a 5 সে.মি.

c 8 সে.মি.

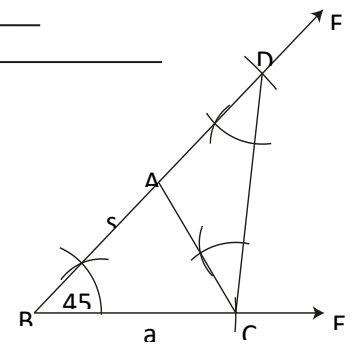
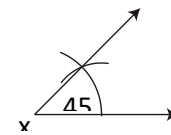


প্রদত্ত তথ্যানুযায়ী, 5 সে.মি. ও 8 সে.মি. মাপের দুটি কাঠি এবং 45° মাপের প্লাস্টিকের কোণ অঙ্কন করা হয়েছে।

খ

a 5 সে.মি.

c 8 সে.মি.



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ সে. মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 8$ সে. মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : (১) যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a = 5$ সে. মি. কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x = 45^\circ$ আঁকি।

(২) BF থেকে $BD = s = 8$ সে. মি. কেটে নিই।

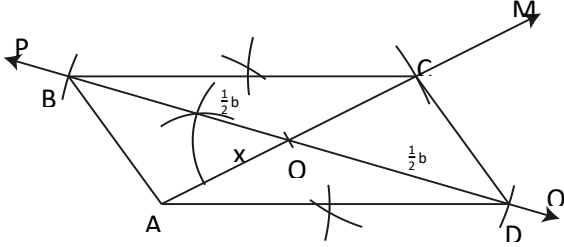
(৩) C, D যোগ করি। CD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু রয়েছে সে পাশে C বিন্দুতে $\angle BDC = \angle DCA$ আঁকি।

(৪) মনে করি, CA, BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



b



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 5$ সে. মি. ও $b = 8$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 45^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

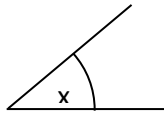
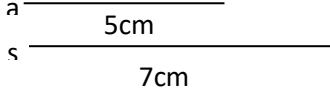
অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো রশ্মি AM থেকে $AC = a = 5$ সে.মি. কেটে নিই। AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(২) O বিন্দুতে $\angle AOP = \angle x = 45^\circ$ আঁকি।

(৩) OP রশ্মির বিপরীত রশ্মি OQ আঁকি। OP থেকে $\frac{1}{2}b$ এর সমান করে OB এবং OQ থেকে $\frac{1}{2}b$ এর সমান করে OD অংশ কেটে নিই।

(৪) এখন, A, B; B, C; C, D এবং D, A যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ১৩ [সি. বো. ১৫]



ক. বর্গ এবং রম্বসের মধ্যে দু'টি পার্থক্য লেখ। $\angle x = 2$

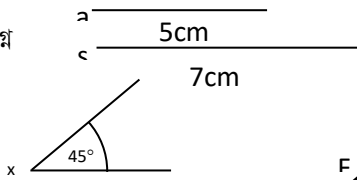
খ. উদ্দীপকের আলোকে এমন একটি ত্রিভুজ আঁক, যার ভূমি a , ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক]

গ. এমন একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক, যার অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক]

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

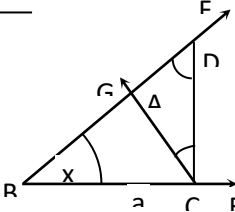
বর্গ	রম্বস
(i) বর্গের প্রতিবেক কোণ এক সমকোণ।	(i) রম্বসের কোনো কোণ এক সমকোণ নয়।
(ii) বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।	(ii) রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান নয়।

খ কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ cm, ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 7$ cm দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



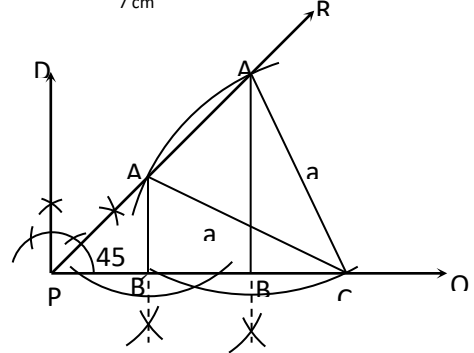
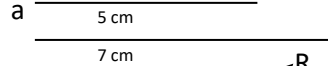
অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।



- (২) BF রশ্মি থেকে s এর সমান BD অংশ কাটি।
- (৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।
- (৪) CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

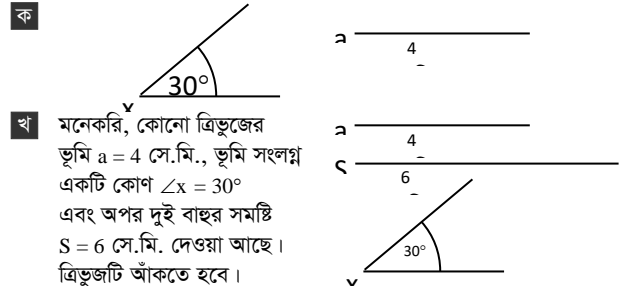
অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি PQ থেকে $PC = s$ কেটে নিই। PC রেখাংশের P বিন্দুতে $\angle CPR = 45^\circ$ আঁকি।
- (২) C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে PR-এর উপর একটি বৃত্তচাপ আঁকি।
- (৩) মনেকরি, বৃত্তচাপটি PR কে A ও A' বিন্দুতে ছেদ করে। A ও A' থেকে PC-এর উপর যথাক্রমে AB এবং A'B' লম্ব আঁকি।
- (৪) এখন A, C এবং A', C যোগ করি। তাহলে, $\triangle ABC$ অথবা $\triangle A'B'C$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৩ [য. বো. ১৫]

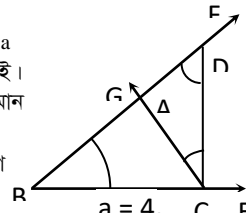
- একটি ত্রিভুজের ভূমি, $a = 4$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ, $x = 30^\circ$ ।
- ক. তথ্যগুলিকে চিহ্নিত চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
- খ. ত্রিভুজটির দুই বাহুর সমষ্টি $S = 6$ সে.মি. হলে, বর্ণনাসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪
- গ. ত্রিভুজের অপর বাহু দুইটির অন্তর $d = 2.5$ সে.মি. হলে, বর্ণনাসহ ত্রিভুজটি আঁক। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান



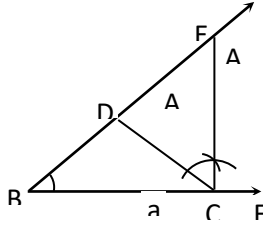
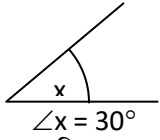
অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।
- (২) BF রশ্মি থেকে S এর সমান BD অংশ কাটি।
- (৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।
- (৪) CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



গ) ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 30^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

a $\frac{4 \text{ সে.মি.}}{}$
d $\frac{2.5 \text{ সে.মি.}}{}$



অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBE$ আঁকি।
- (২) BE রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কেটে নিই।
- (৩) C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

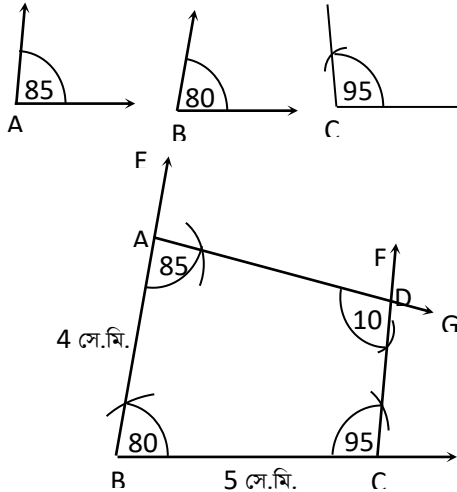
প্রশ্ন ১৪ ABCD চতুর্ভুজের AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি., $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ এবং $\angle C = 95^\circ$ ।

- ক. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২
- খ. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)। ৪
- গ. একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার পরিসীমা প্রদত্ত চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (\text{সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল} \times \text{সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব})$

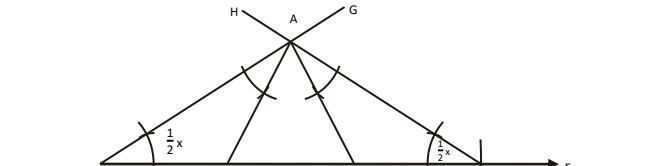
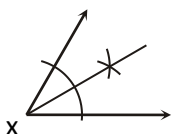
খ $\frac{a}{4 \text{ সে.মি.}}$
 $\frac{h}{5 \text{ সে.মি.}}$



মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AB = 4 সে.মি. = a, BC = 5 সে.মি. = b, $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ এবং $\angle C = 95^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

- অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো রশ্মি BX থেকে $BC = b$ কেটে নেই। এখন B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle CBE = 80^\circ$ এবং $\angle BCF = 95^\circ$ আঁকি। (২) BE রশ্মি থেকে $BA = a$ কেটে নেই এবং A বিন্দুতে $\angle BAG = 85^\circ$ আঁকি। মনে করি, AG ও CF রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। (৩) সুতরাং AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি. এবং $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 95^\circ$ । তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ $\frac{p}{}$



মনে করি, চতুর্ভুজটির পরিসীমা p সুতরাং সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা p। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

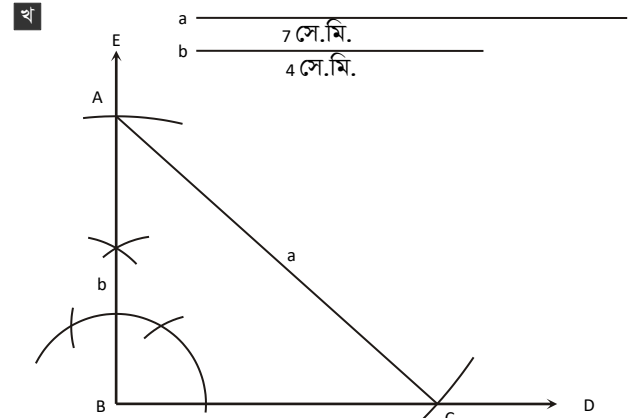
- অঙ্কনের বিবরণ: (১) DF রশ্মি থেকে $DE = p$ কেটে নিই। $\angle x = 60^\circ$ আঁকি। (২) $\angle x$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। D ও E বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle x$ এর সমান করে $\angle EDG$ এবং $\angle DEH$ আঁকি। (৩) মনে করি, DG ও EH পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE = \angle DAB = \frac{1}{2} \angle x$ এবং $\angle AED = \angle EAC = \frac{1}{2} \angle x$ আঁকি। (৪) মনে করি, AB ও AC, DE কে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৫ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 7 cm এবং অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 cm.

- ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
- খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৪
- গ. একটি বর্গ অঙ্কন কর যার পরিসীমা ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

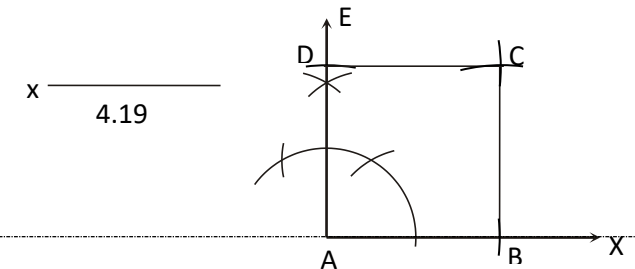
ক সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে আমরা জানি, অতিভুজ^২ = এক বাহুর দৈর্ঘ্য^২ + অপর বাহুর দৈর্ঘ্য^২
বা, $7^2 = 4^2 + \text{অপর বাহুর দৈর্ঘ্য}^2$
বা, $49 - 16 = \text{অপর বাহুর দৈর্ঘ্য}^2$
 \therefore অপর বাহু = $\sqrt{33}$ (Ans.)



দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 7 সে. মি. ও b = 4 সে. মি.। সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

- অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো একটি রশ্মি BD নিই। BD এর B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি। (২) BE থেকে $BA = b = 4$ সে. মি. কেটে নিই। A কে কেন্দ্র করে $a = 7$ সে. মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। (৩) মনে করি, বৃত্তচাপটি BD কে C বিন্দুতে ছেদ করে। (৪) A, C যোগ করি। তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজ।

গ খ-এ অঙ্কিত $\triangle ABC$ এর পরিসীমা = $AB + BC + CA = (7 + 4 + \sqrt{33})$ সে.মি. = 16.75 সে.মি. এখন এমন একটি বর্গ আঁকতে হবে যার পরিসীমা $\triangle ABC$ এর পরিসীমার সমান।



∴ বর্গের পরিসীমা = 16.75 সে.মি.।

বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে

$$4a = 16.75 \text{ বা, } a = \frac{16.75}{4}$$

∴ a = 4.19 সে.মি.

সুতরাং বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4.19 সে.মি.।

মনে করি, কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য x = 4.19 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো রশ্মি AX হতে AB = x নিই। AB এর উপর A বিন্দুতে AE লম্ব আঁকি।

(২) AE হতে AD = x নিই। এখন B ও D কে কেন্দ্র করে x এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠BAD এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) মনেকরি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

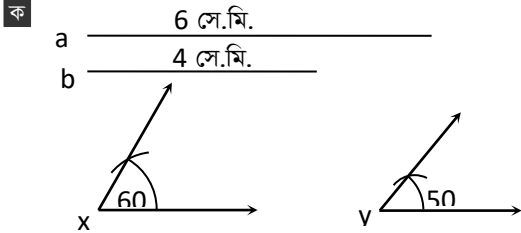
প্রশ্ন ১৬ একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে AB = 4 cm এবং CD = 6 cm। বৃহত্তর বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ ∠x = 60° এবং ∠y = 50°।

ক. উপরের তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

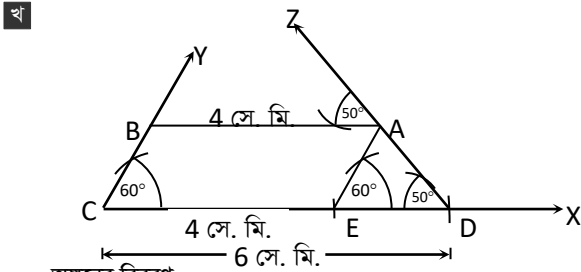
খ. ট্রাপিজিয়ামটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

গ. ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল বের কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

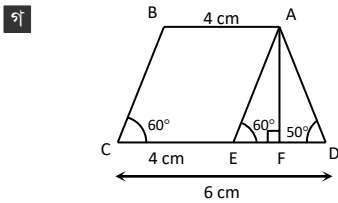


দেওয়া আছে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় CD = a = 6 সে. মি. এবং AB = b = 4 সে. মি. যেখানে a > b এবং বৃহত্তর বাহু a = 6 সে. মি. সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠x = 60° ও ∠y = 50°.



অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যে কোনো রশ্মি AX থেকে CD = a = 6 সে. মি. নেই।
- (২) CD রেখাংশের C বিন্দুতে ∠x = 60° এর সমান ∠DCY এবং D বিন্দুতে ∠y = 50° এর সমান ∠CDZ আঁকি।
- (৩) আবার CD রেখাংশ থেকে CE = b = 4 সে. মি. কেটে নেই।
- (৪) E বিন্দুতে EA ∥ CY আঁকি যা DZ রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৫) আবার CD ∥ BA আঁকি যা CY রশ্মিকে B বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।



ধরি, AF = h = ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

এখানে, AB = CE = 4 cm

$$\therefore ED = CD - CE = 6 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

ধরি, EF = m

FD = n

এখন, ΔAEF এবং ΔAFD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AF}{EF}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{m}$$

$$\therefore m = \frac{h}{\tan 60^\circ} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } \tan 50^\circ = \frac{AF}{FD}$$

$$\text{বা, } \tan 50^\circ = \frac{h}{n}$$

$$\therefore n = \frac{h}{\tan 50^\circ} \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) + (ii) \text{ হতে, } m + n = \frac{h}{\tan 60^\circ} + \frac{h}{\tan 50^\circ}$$

$$\text{বা, } 2 = h \left(\frac{1}{\tan 60^\circ} + \frac{1}{\tan 50^\circ} \right)$$

$$\text{বা, } 2 = h \left(\frac{\tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\tan 60^\circ \cdot \tan 50^\circ} \right)$$

$$\text{বা, } h = 2 \times \frac{\tan 60^\circ \cdot \tan 50^\circ}{\tan 50^\circ + \tan 60^\circ}$$

$$\therefore h = 1.412 \text{ cm}$$

দেওয়া আছে, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য, CD = a = 6 cm

$$\text{এবং } AB = b = 4 \text{ cm}$$

$$\text{এবং } AF = h = 1.412 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (a + b) \times h$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} (6 + 4) \times 1.412 \right\} \text{ cm}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 1.412 \right) \text{ cm}^2$$

$$= (5 \times 1.412) \text{ cm}^2$$

$$= 7.06 \text{ cm}^2$$

প্রশ্ন ১৭ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 4 সে.মি.। এই তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

ক. ত্রিভুজের অপর বাহুটির দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. ত্রিভুজটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.।

সমকোণী ত্রিভুজটিতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

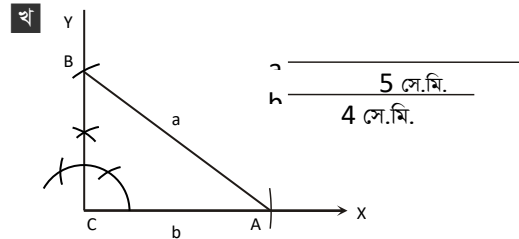
$$5^2 = 4^2 + x^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 25 - 16$$

$$\text{বা, } x^2 = 9$$

$$\text{বা, } x = \sqrt{9} \therefore x = 3 \text{ সে.মি.}$$

∴ অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.।



মনে করি, কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য a = 5 সে.মি. এবং এক বাহুর দৈর্ঘ্য b = 4 সে.মি.। সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো একটি রশ্মি CX হতে CA = b = 4 সে.মি. কেটে নিই।

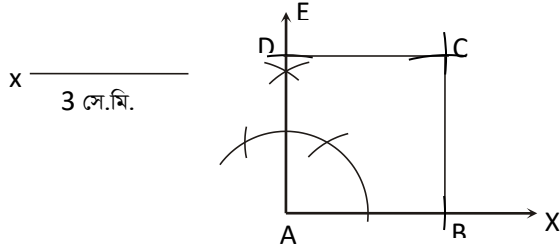
(২) CA এর C বিন্দুতে CY লম্ব আঁকি।

(৩) A কে কেন্দ্র করে অতিভুজ a = 5 সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা CY কে B বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, B যোগ করি।

অতএব ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ খ-এ অঙ্কিত $\triangle ABC$ এর পরিসীমা = $AB + BC + CA$
 = $(5 + 3 + 4)$ সে.মি.
 = 12 সে.মি.



এখন এমন একটি বর্গ আঁকতে হবে যার পরিসীমা $\triangle ABC$ এর পরিসীমার সমান।

\therefore বর্গের পরিসীমা = 12 সে.মি.।

বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে $4a = 12$

$$\text{বা, } a = \frac{12}{4}$$

$$\therefore a = 3 \text{ সে.মি.}$$

সুতরাং বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি.।

মনে করি, কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $x = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো রশ্মি AX হতে $AB = x$ নিই। AB এর উপর A বিন্দুতে AE লম্ব আঁকি।

(২) AE হতে $AD = x$ নিই। এখন B ও D কে কেন্দ্র করে x এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) মনেকরি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) B, C ও D, C যোগ করি।

তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রশ্ন ১৮ ত্রিভুজ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।

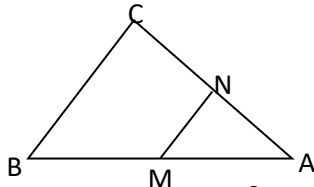
ক. তথ্য অনুসারে চিত্র অঙ্কন করে BC ও MN এর মধ্যে সম্পর্ক উল্লেখ কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $CA + CB > 2CM$ 8

গ. $AB + AC + BC = 8$ এবং $\angle B = 60^\circ, \angle C = 45^\circ$ হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। 8

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

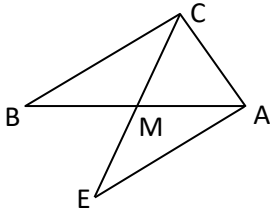
ক



$\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।

এখানে, $MN = \frac{1}{2} BC$ এবং $MN \parallel BC$

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle CBA$ -এর BA বাহুর মধ্যবিন্দু

M, C, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $CB + CA > 2CM$ ।

অঙ্কন: CM কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $ME = CM$ হয়। E, A যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) $\triangle CBM$ এবং $\triangle EAM$ -এ

$BM = AM$ [$\because M, BA$ এর মধ্যবিন্দু দেওয়া আছে]

$CM = ME$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CMB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EMA$ [বিকল্প কোণ সমান]

$\therefore \triangle CBM \cong \triangle EAM$ [\because দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

সুতরাং $CB = AE$ (i)

(২) এখন, $\triangle CEA$ -এ,

$CA + AE > CE$

[\because ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি

তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $CA + CB > CM + ME$

[\because (i) নং থেকে $CB = AE$]

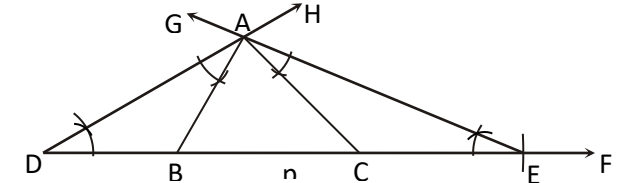
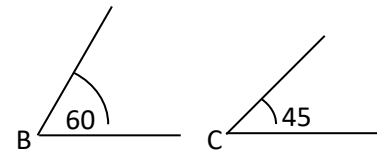
বা, $CB + CA > CM + CM$

[\because অঙ্কনানুসারে, $ME = CM$]

$\therefore CB + CA > 2CM$. (প্রমাণিত)

গ

p 8 সে.মি.



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle B = 60^\circ, \angle C = 45^\circ$ এবং পরিসীমা $p = 8$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যে কোনো রশ্মি DF থেকে $DE = 8$ সে.মি. কেটে নিই। DE রেখাংশের D ও E

বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle B$ ও $\frac{1}{2} \angle C$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle EDH$ ও $\angle DEG$ আঁকি।

(২) DH ও EG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন, A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।

(৪) AB ও AC, DE কে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৯

a 4 সে.মি.

s 7 সে.মি.

d 3 সে.মি.

ক. 5 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 5 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. ভূমি a , ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s দেওয়া আছে।

ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8

গ. ভূমি a , ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ x এবং অপর দুইটি বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে,

ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) 8

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেহেতু ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান তাই ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

ধরি, $a = 5$ সে.মি. এবং $b = 8$ সে.মি.

আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{8}{4} \sqrt{4(5)^2 - (8)^2}$$

$$= 2 \sqrt{4 \times 25 - 64}$$

$$= 2 \sqrt{100 - 64}$$

$$= 2 \sqrt{36}$$

$$= 2 \times 6$$

$$= 12 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

খ

মনেকরি, কোনো ত্রিভুজের

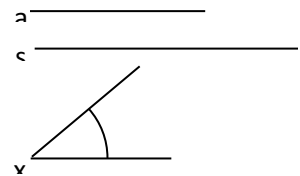
ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন

একটি কোণ $\angle x$

এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি

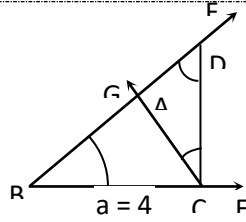
$s = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে।

ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

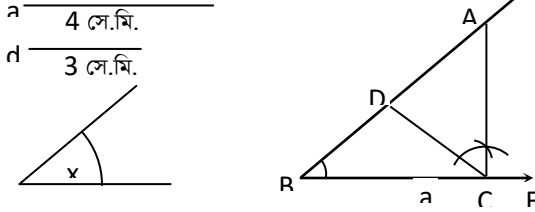


অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।
- (২) BF রশ্মি থেকে S এর সমান BD অংশ কাটি।
- (৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান $\angle DCG$ আঁকি।
- (৪) CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



- গ** ত্রিভুজের ভূমি a = 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d = 3 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

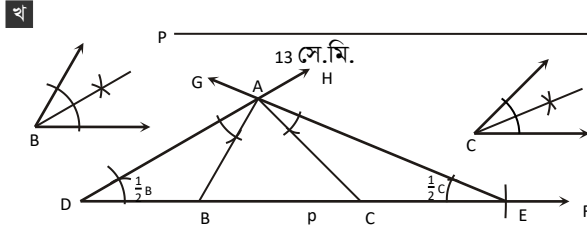
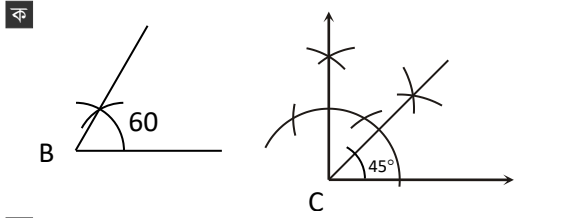


অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBE$ আঁকি।
- (২) BE রশ্মি থেকে d এর সমান BD অংশ কেটে নিই।
- (৩) C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

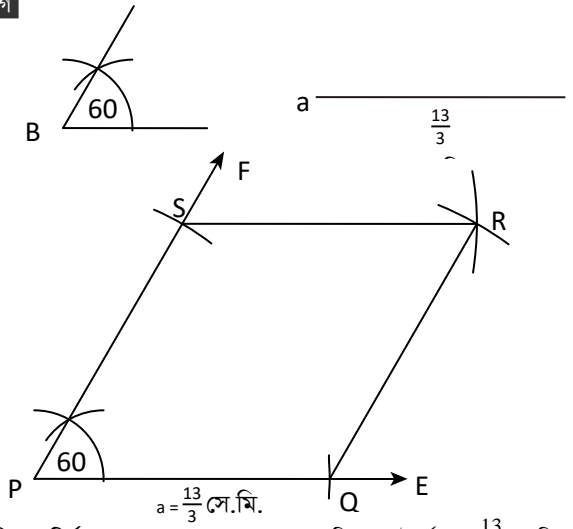
- প্রশ্ন ২০** ABC ত্রিভুজের $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ এবং পরিসীমা P = 13 সে.মি.।
 ক. স্কেল ও কম্পাস দিয়ে $\angle B$ ও $\angle C$ আঁক। ২
 খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক।] ৪
 গ. একটি রম্বস আঁক যার বাহুর দৈর্ঘ্য $\frac{P}{3}$ এর সমান এবং একটি কোণ $\angle B$ এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক।] ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান



- দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ এবং পরিসীমা P = 13 সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।
অঙ্কনের বিবরণ: (১) যেকোনো রশ্মি DF থেকে DE = P = 13 সে. মি. কেটে নিই। DE রেখাংশের D ও E বিন্দুতে $\frac{1}{2} \angle B$ ও $\frac{1}{2} \angle C$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle EDH$ ও $\angle DEG$ আঁকি।
 (২) মনে করি, DH ও EG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৩) এখন, A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।
 (৪) মনে করি, AB ও AC, DE কে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{13}{3}$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle B = 60^\circ$ । রম্বসটি আঁকতে হবে।

- অঙ্কনের বিবরণ:** (১) যে কোন রশ্মি AE থেকে $PQ = a = \frac{13}{3}$ সে.মি. কেটে নিই। P বিন্দুতে $\angle QPF = 60^\circ$ আঁকি।
 (২) PF রশ্মি থেকে $PS = a = \frac{13}{3}$ সে.মি. কেটে নিই।
 (৩) Q ও S কে কেন্দ্র করে $a = \frac{13}{3}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle QPS$ কোণের অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।
 (৪) এখন, Q, R এবং S, R যোগ করি। তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।