

SSC Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১০: দূরত্ব ও উচ্চতা

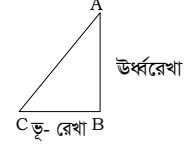
প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ ভূ-রেখা, উর্ধ্বরেখা এবং উল্লম্বতল :

ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা। উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের উপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা। একে উল্লম্ব রেখাও বলে।

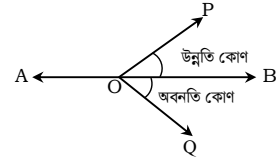
ভূমি তলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।

চিত্রে : CB রেখা হচ্ছে ভূ-রেখা, BA রেখা হচ্ছে উর্ধ্বরেখা এবং ABC তলটি ভূমির উপর লম্ব যা উল্লম্ব তল।



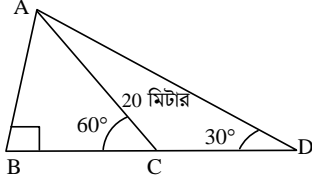
■ উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ :

ভূতলের উপরের কোনো বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ হচ্ছে $\angle POB$ । ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোনো বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। O বিন্দুতে Q বিন্দুর অবনতি কোণ হচ্ছে $\angle QOA$ ।



অনুশীলনার প্রশ্ন ও সমাধান

- প্রশ্ন ১১ ক. $\angle CAD$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।
 খ. AB ও BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 গ. A ও D এর দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

ক. চিত্র হতে পাই, $\angle ACB = 60^\circ$

$$\angle BCD = \text{সরলকোণ} = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$\triangle ACD$ হতে পাই, $\angle ACD + \angle ADC + \angle CAD = 180^\circ$

$$\text{বা, } 120^\circ + 30^\circ + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle CAD = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ$$

খ. $\triangle ABC$ এ, $\sin 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{20}$$

$$\text{বা, } 2AB = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{20\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = 10\sqrt{3} \text{ মিটার} = 17.320 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

আবার, $\tan 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AB}{BC} = \frac{10\sqrt{3}}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}BC = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 10 \text{ মিটার}$$

নির্ণয়ে AB 17.320 মিটার (প্রায়) এবং BC 10 মিটার।

গ. মনে করি, A ও D এর দূরত্ব x মিটার অর্থাৎ, AD = x মিটার

চিত্র হতে পাই,

$\triangle ABD$ এ, $\sin 30^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{x}$$

$$\therefore x = 20\sqrt{3} = 34.64 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore A ও D এর দূরত্ব 34.64 মিটার (প্রায়)।

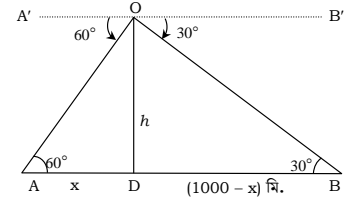
প্রশ্ন ১২ ১ দুইটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

ক. সর্থবিন্দু বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর।

খ. হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে কত উঁচুতে অবস্থিত?

গ. A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : ক.



মনে করি, O হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A' ও B' এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুইটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°

অতএব, $\angle A'OA = 60^\circ$ ও $\angle B'OB = 30^\circ$ । আবার, A'B' ও AB সমান্তরাল বলে $\angle A'OA = \angle OAB = 60^\circ$ ও $\angle B'OB = \angle OBA = 30^\circ$

এখানে, AB = 1000 মিটার

এখন, O থেকে AB এর উপর OD লম্ব টানি। সুতরাং OD হেলিকপ্টারের উচ্চতা।

খ. ধরি, AD = x মিটার, OP = h মিটার, অতএব, BD = (1000 - x) মিটার

এখন, $\triangle OAD$ থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{OD}{AD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } 1000 - x = \sqrt{3}h$$

সুতরাং $1000 - x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } 1000 - x = 3x$$

$$\text{বা, } 4x = 1000$$

$$\text{বা, } x = \frac{1000}{4}$$

$$\therefore x = 250$$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$$h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250 = 433.013 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণেয় উচ্চতা 433.013 মিটার (প্রায়)

গ. এখন, ΔAOD থেকে পাই,

$$\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA}$$

বা, $\sin 60^\circ = \frac{h}{OA}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{OA}$

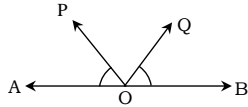
বা, $OA = \frac{h}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

বা, $OA = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times 250}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ [খ থেকে, $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250$, $\therefore x = 250$]

$\therefore OA = 500$ মিটার।

$\therefore A$ বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব 500 মিটার।

প্রশ্ন ১৩ নিচের চিত্রে O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ কোনটি?



ক. $\angle QOB$

● $\angle POA$

গ. $\angle QOA$

ঘ. $\angle POB$

প্রশ্ন ১৪ i ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা।

ii উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা।

iii ভূমিতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

● i, ii ও iii

পাশের চিত্র অনুযায়ী ৫ – ৬ প্রশ্ন দুইটির উত্তর দাও :

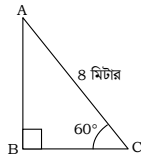
প্রশ্ন ৫ BC এর দৈর্ঘ্য হবে –

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার

● 4 মিটার

গ. $4\sqrt{2}$ মিটার

ঘ. $4\sqrt{3}$ মিটার



ব্যাখ্যা : ΔABC -এ $\cos 60^\circ = \frac{BC}{AC}$

বা, $BC = AC \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$

$\therefore BC = 4$ মিটার।

প্রশ্ন ৬ AB এর দৈর্ঘ্য হবে–

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার

খ. 4 মিটার

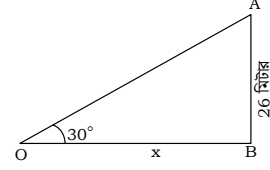
গ. $4\sqrt{2}$ মিটার

● $4\sqrt{3}$ মিটার

ব্যাখ্যা : ΔABC -এ $\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$

$\therefore AB = AC \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

প্রশ্ন ৭ একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলে, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A। মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব $BO = x$ মিটার

$\therefore \angle AOB = 30^\circ$ এবং $BA = 26$ মিটার।

এখন, ΔAOB থেকে পাই,

$$\tan \angle AOB = \frac{AB}{BO}$$

বা, $\tan 30^\circ = \frac{26}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$

বা, $x = 26\sqrt{3}$

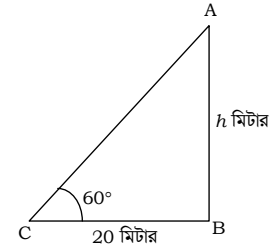
বা, $x = 26 \times 1.73205$

$\therefore x = 45.033$ মিটার (প্রায়)।

\therefore মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব 45.033 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৮ একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং গাছটির পাদদেশ থেকে C বিন্দুর দূরত্ব $BC = 20$ মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

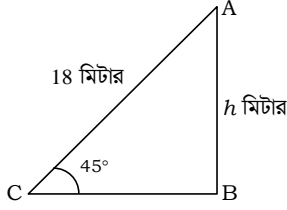
বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$ [$\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}$]

বা, $h = 20\sqrt{3} = 20 \times 1.7320508 = 34.641016 = 34.641$

নির্ণেয় গাছটির উচ্চতা 34.641 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৯ 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ছাদের স্পর্শ বিন্দু A এবং দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার। মই-এর দৈর্ঘ্য AC = 18 মিটার এবং ভূমির সাথে উৎপন্ন $\angle ACB = 45^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18} \quad [\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}h = 18$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{বা, } h = 9\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } h = 9 \times 1.4142135$$

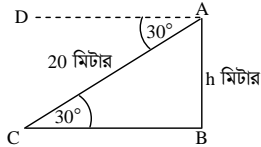
$$\text{বা, } h = 12.727922$$

$$\therefore h = 12.728 \text{ মিটার (প্রায়)।}$$

নির্ণেয় দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১০ ৥ একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ঘরটির উচ্চতা AB = h মিটার।

ঘরটির ছাদস্থ A বিন্দু থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব AC = 20 মিটার এবং অবনতি $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 30^\circ$ [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{20} \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } 2h = 20$$

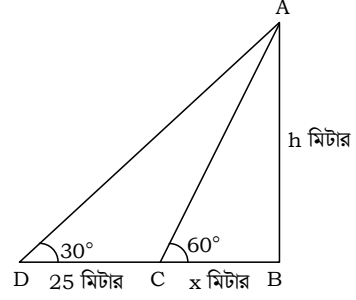
$$\text{বা, } h = \frac{20}{2}$$

$$\therefore h = 10$$

নির্ণেয় ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ১১ ৥ ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60° । ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ । C স্থান থেকে CD = 25 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ হয়।

ধরি, BC = x মিটার

$$\therefore BD = BC + CD = (x + 25) \text{ মিটার}$$

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}x \quad \dots \dots \dots (i)$$

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 25$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x = x + 25$$

[(i) নং ব্যবহার করে]

$$\text{বা, } 3x = x + 25$$

$$\text{বা, } 3x - x = 25$$

$$\text{বা, } 2x = 25$$

$$\therefore x = \frac{25}{2} = 12.5$$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$h = \sqrt{3} \times 12.5$$

$$\text{বা, } h = 1.73205 \times 12.5$$

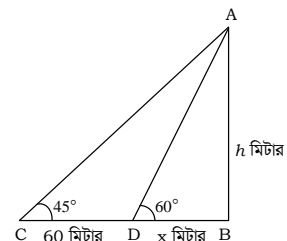
$$\text{বা, } h = 21.650625$$

$$\therefore h = 21.651 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় স্তম্ভটির উচ্চতা 21.651 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১২ ৥ কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, মিনারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষ A এর উন্নতি $\angle ACB = 45^\circ$ এবং C থেকে মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে D -তে উন্নতি $\angle ADB = 60^\circ$ । তাহলে $CD = 60$ মিটার।

ধরি, $DB = x$ মিটার

এখন, $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{x + 60} \quad [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } h = x + 60$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = x + 60 \quad [\because \sqrt{3}x = h]$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} - 1)x = 60$$

$$\text{বা, } x = \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\text{বা, } h = \sqrt{3} \cdot \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60(3 + \sqrt{3})}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{60(3 + 1.7320508)}{3 - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60 \times 4.7320508}{2}$$

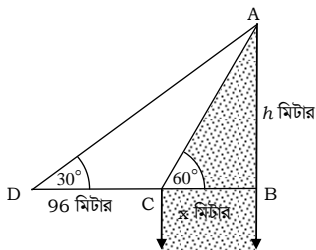
$$= 30 \times 4.7320508$$

$$= 141.96152 = 141.962$$

নির্ণেয় মিনারটির উচ্চতা 141.962 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৩ ৥ একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, সোজাসুজি ঠিক অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° । ঐ স্থান থেকে 96 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং নদীর বিস্তার $BC = x$ মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ এবং D বিন্দুতে উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ যখন, $CD = 96$ মিটার।

$$\therefore BD = (BC + CD) = (x + 96) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 96}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 96} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 96$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 96 \quad [\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 96$$

$$\text{বা, } \frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 96$$

$$\text{বা, } 2h = 96\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{96\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 48 \times \sqrt{3}$$

$$\therefore h = 83.138 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

এখন, h এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

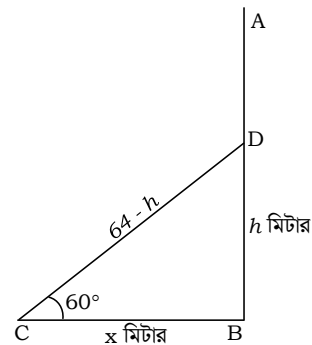
$$x = \frac{48 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 48$$

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 48 মিটার।

নির্ণেয় টাওয়ারের উচ্চতা 83.138 মিটার (প্রায়) এবং নদীর বিস্তার 48 মিটার।

প্রশ্ন ১৪ ৥ 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° উৎপন্ন করে। খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য, $AB = 64$ মিটার।

খুঁটিটি D বিন্দুতে ভেঙে বিচ্ছিন্ন না হয়ে C বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করেছে। ধরি, $BD = h$ মিটার এবং $CB = x$ মিটার।

তাহলে, $CD = (64 - h)$ মিটার

এখন, $\triangle BCD$ এ

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{64-h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{64-h} \quad [\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\text{বা, } 2h = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$

$$\text{বা, } 2h + \sqrt{3}h = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(2 + \sqrt{3}) = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{64(2\sqrt{3} - 3)}{4 - 3}$$

$$= 64(2\sqrt{3} - 3)$$

$$\therefore h = 29.702 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore CD = (64 - h) \text{ মিটার}$$

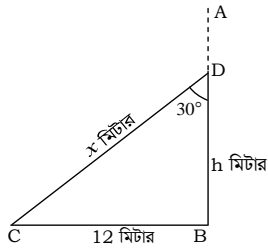
$$= (64 - 29.702) \text{ মিটার}$$

$$= 34.298 \text{ মিটার।}$$

নির্ণেয় খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 34.298 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৫ একটি গাছ বাড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছটি AB যা বাড়ে D বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমি B থেকে 12 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে এবং $\angle BDC = 30^\circ$

ধরি, $BD = h$ মিটার এবং $AD = CD = x$ মিটার।

তাহলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য, $AB = BD + DA$

$$= BD + DC$$

$$= (h + x) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle BDC$ এ $\tan 30^\circ = \frac{BC}{BD}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{h} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } h = 12\sqrt{3}$$

$$= 12 \times 1.7320508$$

$$= 20.785 \text{ মিটার}$$

আবার, $\triangle BDC$ -এ

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{12}{x} \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } x = 24 \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, } AB = AD + BD$$

$$= (x + h) \text{ মিটার}$$

$$= (24 + 20.785) \text{ মিটার}$$

$$= 44.785 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৬ একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লব্ধ করে যাত্রা শুরব করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

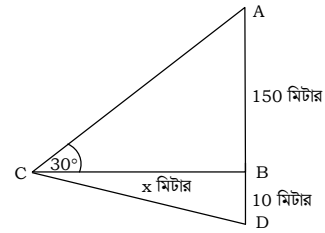
ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে অবতরণের স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. উপরিউক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো :



খ. মনে করি, নদীর বিস্তার $BC = x$ মিটার। নদীর এক তীরের বিন্দু B তে একটি গাছ $AB = 150$ মিটার এবং অপর তীরের C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ $\angle BCA = 30^\circ$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ BCA থেকে পাই,

$$\tan \angle BCA = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } x = 150\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 150 \times 1.732050808$$

$$\text{বা, } x = 259.8076$$

$$\therefore x = 259.808 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়)।

গ. মনে করি, লোকটি C বিন্দু হতে যাত্রা শুরব করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে গাছ থেকে 10 মিটার দূরে D বিন্দুতে পৌঁছল।

তাহলে, যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব CD মিটার এবং $BD = 10$ মিটার

এখন, $\triangle BCD$ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$$CD^2 = BD^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } CD^2 = (10)^2 + (150\sqrt{3})^2 \quad [\because BC = 150\sqrt{3} \text{ মি.}]$$

$$\text{বা, } CD^2 = 100 + 67500$$

$$\text{বা, } CD^2 = 67600$$

$$\text{বা, } CD = \sqrt{67600}$$

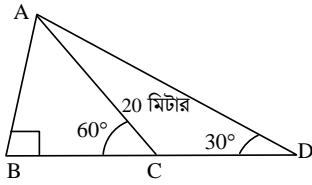
$$\therefore CD = 260 \text{ মিটার}$$

\therefore লোকটির অবতরণের স্থানের দূরত্ব 260 মিটার।

সৃজনশীল প্রশ্ন:

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

- প্রশ্ন ১১ ক. $\angle CAD$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।
 খ. AB ও BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 গ. A ও D এর দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

ক. চিত্র হতে পাই, $\angle ACB = 60^\circ$

$$\angle BCD = \text{সরলকোণ} = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$\triangle ACD$ হতে পাই, $\angle ACD + \angle ADC + \angle CAD = 180^\circ$

$$\text{বা, } 120^\circ + 30^\circ + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle CAD = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ$$

খ. $\triangle ABC$ এ, $\sin 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{20}$$

$$\text{বা, } 2AB = 20\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{20\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = 10\sqrt{3} \text{ মিটার} = 17.320 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

আবার, $\tan 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{AB}{BC} = \frac{10\sqrt{3}}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}BC = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BC = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 10 \text{ মিটার}$$

নির্ণেয় AB 17.320 মিটার (প্রায়) এবং BC 10 মিটার।

গ. মনে করি, A ও D এর দূরত্ব x মিটার অর্থাৎ, $AD = x$ মিটার

চিত্র হতে পাই,

$\triangle ABD$ এ, $\sin 30^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{AB}{AD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{x}$$

$$\therefore x = 20\sqrt{3} = 34.64 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore A$ ও D এর দূরত্ব 34.64 মিটার (প্রায়)।

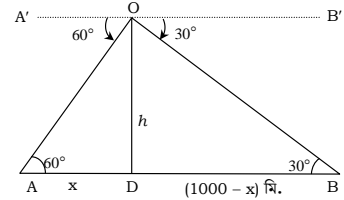
প্রশ্ন ১২ ১ দুইটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30° ।

ক. সর্থবিন্দু বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর।

খ. হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে কত উঁচুতে অবস্থিত?

গ. A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : ক.



মনে করি, O হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A' ও B' এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুইটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°

অতএব, $\angle A'OA = 60^\circ$ ও $\angle B'OB = 30^\circ$ । আবার, $A'B'$ ও AB সমান্তরাল বলে $\angle A'OA = \angle OAB = 60^\circ$ ও $\angle B'OB = \angle OBA = 30^\circ$

এখানে, $AB = 1000$ মিটার

এখন, O থেকে AB এর উপর OD লম্ব টানি। সুতরাং OD হেলিকপ্টারের উচ্চতা।

খ. ধরি, $AD = x$ মিটার, $OP = h$ মিটার, অতএব, $BD = (1000 - x)$ মিটার

এখন, $\triangle OAD$ থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{OD}{AD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$$

$$\text{বা, } 1000 - x = \sqrt{3}h$$

$$\text{সুতরাং } 1000 - x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x \quad [(i) \text{ নং থেকে মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 1000 - x = 3x$$

$$\text{বা, } 4x = 1000$$

$$\text{বা, } x = \frac{1000}{4}$$

$$\therefore x = 250$$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$$h = \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250 = 433.013 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

নির্ণয় উচ্চতা 433.013 মিটার (প্রায়)

গ. এখন, ΔAOD থেকে পাই,

$$\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{OA}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{OA}$$

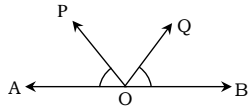
$$\text{বা, } OA = \frac{h}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{বা, } OA = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times 250}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad [\text{খ থেকে, } \sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 250, \therefore x = 250]$$

$$\therefore OA = 500 \text{ মিটার।}$$

\therefore A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব 500 মিটার।

প্রশ্ন ১৩ নিচের চিত্রে O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোণ কোনটি?



ক. $\angle QOB$

খ. $\angle POA$

গ. $\angle QOA$

ঘ. $\angle POB$

প্রশ্ন ১৪ i ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা।

ii উর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা।

iii ভূমিতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও উর্ধ্বরেখা

একটি তল নির্দিষ্ট করে। এ তলকে উল্লম্ব তল বলে।

ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

পাশের চিত্র অনুযায়ী ৫ - ৬ প্রশ্ন দুইটির উত্তর দাও :

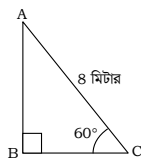
প্রশ্ন ৫ BC এর দৈর্ঘ্য হবে -

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার

খ. 4 মিটার

গ. $4\sqrt{2}$ মিটার

ঘ. $4\sqrt{3}$ মিটার



$$\text{ব্যাখ্যা : } \Delta ABC - \text{এ } \cos 60^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } BC = AC \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$\therefore BC = 4 \text{ মিটার।}$$

প্রশ্ন ৬ AB এর দৈর্ঘ্য হবে-

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ মিটার

খ. 4 মিটার

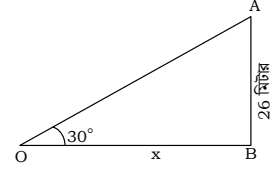
গ. $4\sqrt{2}$ মিটার

ঘ. $4\sqrt{3}$ মিটার

$$\text{ব্যাখ্যা : } \Delta ABC - \text{এ } \sin 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore AB = AC \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

প্রশ্ন ৭ একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলে, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।



সমাধান :

মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A।

মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব $BO = x$ মিটার

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ \text{ এবং } BA = 26 \text{ মিটার।}$$

এখন, ΔAOB থেকে পাই,

$$\tan \angle AOB = \frac{AB}{BO}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{26}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$$

$$\text{বা, } x = 26\sqrt{3}$$

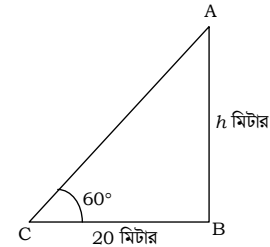
$$\text{বা, } x = 26 \times 1.73205$$

$$\therefore x = 45.033 \text{ মিটার (প্রায়)।}$$

$$\therefore \text{মিনারটি থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব } 45.033 \text{ মিটার (প্রায়)।}$$

প্রশ্ন ৮ একটি গাছের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং গাছটির পাদদেশ থেকে C বিন্দুর

দূরত্ব $BC = 20$ মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

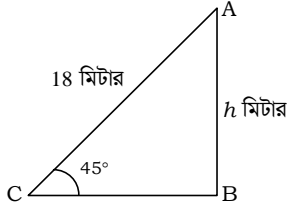
$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{20} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } h = 20\sqrt{3} = 20 \times 1.7320508 = 34.641016 = 34.641$$

নির্ণয় গাছটির উচ্চতা 34.641 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৯ ১৮ মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ছাদের স্পর্শ বিন্দু A এবং দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার। মই-এর দৈর্ঘ্য AC = 18 মিটার এবং ভূমির সাথে উৎপন্ন $\angle ACB = 45^\circ$

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18} \quad [\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}h = 18$$

$$\text{বা, } h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{বা, } h = 9\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } h = 9 \times 1.4142135$$

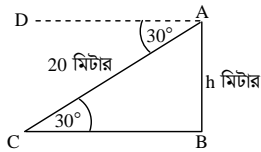
$$\text{বা, } h = 12.727922$$

$$\therefore h = 12.728 \text{ মিটার (প্রায়)।}$$

নির্ণেয় দেওয়ালটির উচ্চতা 12.728 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১০ একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ঘরটির উচ্চতা AB = h মিটার।

ঘরটির ছাদস্থ A বিন্দু থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব AC = 20 মিটার এবং অবনতি $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 30^\circ$ [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔABC থেকে পাই, $\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{h}{20} \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } 2h = 20$$

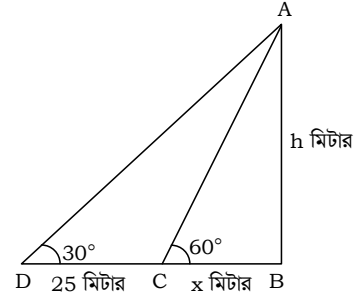
$$\text{বা, } h = \frac{20}{2}$$

$$\therefore h = 10$$

নির্ণেয় ঘরটির উচ্চতা 10 মিটার।

প্রশ্ন ১১ ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60°। ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মিটার এবং শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ । C স্থান থেকে CD = 25 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ হয়।

ধরি, BC = x মিটার

$$\therefore BD = BC + CD = (x + 25) \text{ মিটার}$$

এখন, ΔABC থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{3}x \quad \dots \dots \dots (i)$$

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 25$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x = x + 25 \quad [(i) \text{ নং ব্যবহার করে}]$$

$$\text{বা, } 3x = x + 25$$

$$\text{বা, } 3x - x = 25$$

$$\text{বা, } 2x = 25$$

$$\therefore x = \frac{25}{2} = 12.5$$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$h = \sqrt{3} \times 12.5$$

$$\text{বা, } h = 1.73205 \times 12.5$$

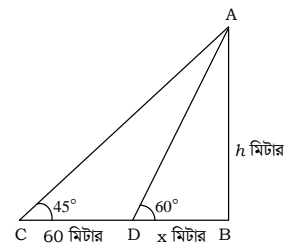
$$\text{বা, } h = 21.650625$$

$$\therefore h = 21.651 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় স্তম্ভটির উচ্চতা 21.651 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১২ কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, মিনারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষ A এর উন্নতি $\angle ACB = 45^\circ$ এবং C থেকে মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে D -তে উন্নতি $\angle ADB = 60^\circ$ । তাহলে $CD = 60$ মিটার।

ধরি, $DB = x$ মিটার

এখন, $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore h = \sqrt{3}x \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{h}{x + 60} \quad [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } h = x + 60$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = x + 60 \quad [\because \sqrt{3}x = h]$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} - 1)x = 60$$

$$\text{বা, } x = \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\text{বা, } h = \sqrt{3} \cdot \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60(3 + \sqrt{3})}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{60(3 + 1.7320508)}{3 - 1}$$

$$\text{বা, } h = \frac{60 \times 4.7320508}{2}$$

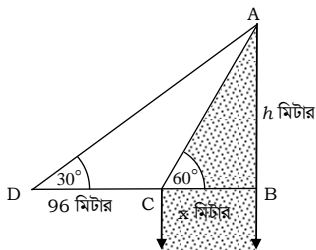
$$= 30 \times 4.7320508$$

$$= 141.96152 = 141.962$$

নির্ণেয় মিনারটির উচ্চতা 141.962 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৩ ৥ একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, সোজাসুজি ঠিক অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60° । ঐ স্থান থেকে 96 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা $AB = h$ মিটার এবং নদীর বিস্তার $BC = x$ মিটার। C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60^\circ$ এবং D বিন্দুতে উন্নতি $\angle ADB = 30^\circ$ যখন, $CD = 96$ মিটার।

$$\therefore BD = (BC + CD) = (x + 96) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{h}{x + 96}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 96} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = x + 96$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 96 \quad [\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 96$$

$$\text{বা, } \frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 96$$

$$\text{বা, } 2h = 96\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{96\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 48 \times \sqrt{3}$$

$$\therefore h = 83.138 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

এখন, h এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

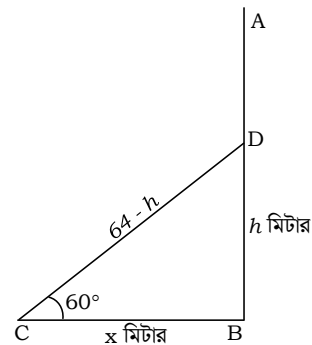
$$x = \frac{48 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 48$$

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 48 মিটার।

নির্ণেয় টাওয়ারের উচ্চতা 83.138 মিটার (প্রায়) এবং নদীর বিস্তার 48 মিটার।

প্রশ্ন ১৪ ৥ 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° উৎপন্ন করে। খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য, $AB = 64$ মিটার।

খুঁটিটি D বিন্দুতে ভেঙে বিচ্ছিন্ন না হয়ে C বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BCD = 60^\circ$ কোণ উৎপন্ন করেছে। ধরি, $BD = h$ মিটার এবং $CB = x$ মিটার।

তাহলে, $CD = (64 - h)$ মিটার

এখন, $\triangle BCD$ এ

$$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{64-h}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{64-h} \quad [\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\text{বা, } 2h = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$

$$\text{বা, } 2h + \sqrt{3}h = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h(2 + \sqrt{3}) = 64\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$\text{বা, } h = \frac{64\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{64(2\sqrt{3} - 3)}{4 - 3}$$

$$= 64(2\sqrt{3} - 3)$$

$$\therefore h = 29.702 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore CD = (64 - h) \text{ মিটার}$$

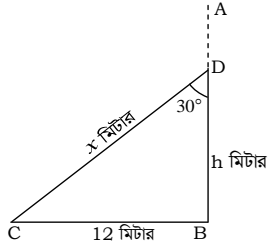
$$= (64 - 29.702) \text{ মিটার}$$

$$= 34.298 \text{ মিটার।}$$

নির্ণেয় খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 34.298 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৫ একটি গাছ বাড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছটি AB যা বাড়ে D বিন্দুতে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমি B থেকে 12 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে এবং $\angle BDC = 30^\circ$

ধরি, $BD = h$ মিটার এবং $AD = CD = x$ মিটার।

তাহলে সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য, $AB = BD + DA$

$$= BD + DC$$

$$= (h + x) \text{ মিটার}$$

এখন, $\triangle BDC$ এ $\tan 30^\circ = \frac{BC}{BD}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{h} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } h = 12\sqrt{3}$$

$$= 12 \times 1.7320508$$

$$= 20.785 \text{ মিটার}$$

আবার, $\triangle BDC$ -এ

$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{12}{x} \quad [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$$\text{বা, } x = 24 \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, } AB = AD + BD$$

$$= (x + h) \text{ মিটার}$$

$$= (24 + 20.785) \text{ মিটার}$$

$$= 44.785 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ১৬ একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লব্ধ করে যাত্রা শুরব করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

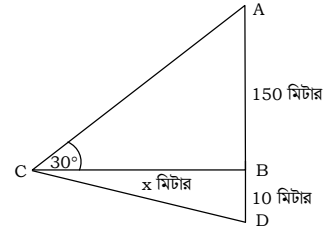
ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ. নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

গ. লোকটির যাত্রা স্থান থেকে অবতরণের স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. উপরিউক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো :



খ. মনে করি, নদীর বিস্তার $BC = x$ মিটার। নদীর এক তীরের বিন্দু B তে একটি গাছ $AB = 150$ মিটার এবং অপর তীরের C বিন্দুতে গাছটির শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ $\angle BCA = 30^\circ$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ BCA থেকে পাই,

$$\tan \angle BCA = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{x} \quad [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } x = 150\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 150 \times 1.732050808$$

$$\text{বা, } x = 259.8076$$

$$\therefore x = 259.808 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

অর্থাৎ, নদীর বিস্তার 259.808 মিটার (প্রায়)।

গ. মনে করি, লোকটি C বিন্দু হতে যাত্রা শুরব করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে গাছ থেকে 10 মিটার দূরে D বিন্দুতে পৌঁছল।

তাহলে, যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব CD মিটার এবং $BD = 10$ মিটার

এখন, $\triangle BCD$ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$$CD^2 = BD^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } CD^2 = (10)^2 + (150\sqrt{3})^2 \quad [\because BC = 150\sqrt{3} \text{ মি.}]$$

$$\text{বা, } CD^2 = 100 + 67500$$

$$\text{বা, } CD^2 = 67600$$

$$\text{বা, } CD = \sqrt{67600}$$

$$\therefore CD = 260 \text{ মিটার}$$

\therefore লোকটির অবতরণের স্থানের দূরত্ব 260 মিটার।

