

SSC Math

অধ্যয়ভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১১: বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত

প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ অনুপাত:

একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

ব্যখ্যা : দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাতকে $p : q = \frac{p}{q}$ লেখা হয়। p ও q রাশি দুইটি সমজাতীয় ও একই এককে হতে হবে। অনুপাতে p কে পূর্ব রাশি এবং q কে উত্তর রাশি বলা হয়।

■ সমানুপাত :

যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি, $a : b = c : d$

ক্রমিক সমানুপাতী

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের বেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে।

■ অনুপাতের রূপান্তর:

এখানে অনুপাতের রাশিগুলো ধনাত্মক সংখ্যা।

(১) $a : b = c : d$ হলে, $b : a = d : c$ [ব্যস্তকরণ (*invertendo*)]

(২) $a : b = c : d$ হলে, $a : c = b : d$ [একান্তকরণ (*alternendo*)]

(৩) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ [যোজন (*componendo*)]

(৪) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ [বিয়োজন (*dividendo*)]

(৫) $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ [যোজন-বিয়োজন (*componendo-dividendo*)]

(৬) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, প্রত্যেকটি অনুপাত $= \frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

■ ধারাবাহিক অনুপাত :

দুইটি অনুপাত যদি $k : x$ এবং $x : g$ আকারের হয়, তাহলে তাদেরকে সাধারণত $k : x : g$ আকারে লেখা যায়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলা হয়। যেকোনো দুইটি বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা যায়। এখানে লবণীয় যে, দুইটি অনুপাতকে $k : x : g$ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি, দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হবে। যেমন : $2 : 3$ এবং $4 : 3$ অনুপাত দুইটি $k : x : g$ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশিটিকে দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান করতে হবে। অর্থাৎ ঐ দুইটি রাশিকে তাদের ল.সা.গু. এর সমান করতে হবে।

অতএব, $2 : 3$ এবং $4 : 3$ অনুপাত দুইটি $k : x : g$ আকারে হবে $8 : 12 : 9$ ।

■ সমানুপাতিক ভাগ :

কোনো রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ বলা হয়। S কে $a : b : c : d$ অনুসারে ভাগ করতে হলে, S কে মোট $(a + b + c + d)$ ভাগ করে যথাক্রমে a, b, c ও d ভাগ নিতে হয়।

অতএব

$$1ম অংশ = S \text{ এর } \frac{a}{a+b+c+d} = \frac{Sa}{a+b+c+d}$$

$$3য় অংশ = S \text{ এর } \frac{c}{a+b+c+d} = \frac{Sc}{a+b+c+d}$$

$$2য় অংশ = S \text{ এর } \frac{b}{a+b+c+d} = \frac{Sb}{a+b+c+d}$$

$$8র্থ অংশ = S \text{ এর } \frac{d}{a+b+c+d} = \frac{Sd}{a+b+c+d}$$

অনুশীলনী ১১.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ১ ৥ দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার এবং b মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান : ১ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

∴ ১ম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গমিটার
এবং ২য় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = b মিটার

∴ ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গমিটার

∴ ১ম ও ২য় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $\frac{a^2}{b^2} = a^2 : b^2$

∴ তাদের বেষত্রফলের অনুপাত = $a^2 : b^2$ (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ২ ৥ একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ = r মিটার

∴ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গমিটার

∴ বৃত্তের পরিসীমা = $2\pi r$ মিটার

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের এক বাহু = $\sqrt{\pi r^2}$ মিটার = $\sqrt{\pi} r$ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $4\sqrt{\pi} r$ মিটার

বৃত্তক্ষেত্রের ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত

$$= \frac{2\pi r}{4\sqrt{\pi} r} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\pi} : 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৩ ৥ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল. সা. গু. 180; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সংখ্যা দুইয় 3x ও 4x [অনুপাত অনুযায়ী]

∴ সংখ্যা দুয়ের ল. সা. গু. = 12x

প্রশ্নমতে, 12x = 180

$$\text{বা, } x = \frac{180}{12}$$

$$\therefore x = 15$$

∴ সংখ্যা দুয় যথাক্রমে (3 × 15) = 45

এবং (4 × 15) = 60

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 45 ও 60.

প্রশ্ন ১১ ৪ ৥ একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত 1 : 4, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান : মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = x

এবং উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = 4x

∴ মোট ছাত্র সংখ্যা = (4x + x) জন = 5x জন

∴ অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার $\frac{x}{5x}$ অংশ

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\% = \frac{x}{5x} \times 100\% = \left(\frac{1}{5} \times 100\right)\% = 20\%$$

∴ অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%. (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৫ ৥ একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে 28% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (100 - 28) বা 72 টাকা।

$$\begin{aligned} \text{বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য} &= 72 : 100 = \frac{72}{100} \\ &= \frac{18}{25} = 18 : 25 \end{aligned}$$

∴ বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত = 18 : 25. (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৬ ৥ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত 7 বছর পূর্বে ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান : মনে করি, 7 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল 5k বছর

এবং 7 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল 2k বছর

এখানে, k অনুপাতের সাধারণ গুণিতক

∴ বর্তমানে পিতার বয়স (5k + 7) বছর

এবং বর্তমানে পুত্রের বয়স (2k + 7) বছর

আবার, 5 বছর পরে পিতার বয়স (5k + 7 + 5) বছর

$$= (5k + 12) \text{ বছর}$$

এবং 5 বছর পরে পুত্রের বয়স (2k + 7 + 5) বছর

$$= (2k + 12) \text{ বছর}$$

প্রশ্নানুসারে, (5k + 7) + (2k + 7) = 70

$$\text{বা, } 5k + 7 + 2k + 7 = 70$$

$$\text{বা, } 7k + 14 = 70$$

$$\text{বা, } 7k = 70 - 14 = 56$$

$$\text{বা, } k = \frac{56}{7} = 8$$

$$\therefore k = 8$$

∴ 5 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত

$$= (5 \times 8 + 12) : (2 \times 8 + 12)$$

$$= (40 + 12) : (16 + 12)$$

$$= 52 : 28$$

$$= 13 : 7 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৭ ৥ যদি a : b = b : c হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$(i) \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (ii) a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$$

$$(iii) \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1 \quad (iv) a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$$

সমাধান : (i) দেওয়া আছে a : b = b : c,

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a}{c}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ac}{ac + c^2} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(ii) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$$

$$= \frac{a^2 b^2 c^2}{a^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{b^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{c^3}$$

$$= \frac{b^2 c^2}{a} + \frac{a^2 c^2}{b} + \frac{a^2 b^2}{c}$$

$$= \frac{ac \cdot c^2}{a} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2 \cdot ac}{c} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{ac^3}{a} + \frac{b^4}{b} + \frac{a^3 c}{c}$$

$$= c^3 + b^3 + a^3$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(iii) দেওয়া আছে $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$$

$$= \frac{b \cdot b^2 (a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{b^3 (a+b+c)^3}{\{b(a+c+b)\}^3} = \frac{b^3 (a+b+c)^3}{b^3 (a+b+c)^3}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(iv) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

$$1\text{ম পক্ষ} = a - 2b + c$$

$$2\text{য় পক্ষ} = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + ac}{a} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{a(a-2b+c)}{a} = a - 2b + c$$

$$3\text{য় পক্ষ} = \frac{(b-c)^2}{c} = \frac{b^2 - 2bc + c^2}{c}$$

$$= \frac{ac - 2bc + c^2}{c} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= \frac{c(a-2b+c)}{c} = a - 2b + c$$

$$\text{অর্থাৎ, } a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৮ সমাধান কর :

$$(i) \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3} \quad (ii) \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$(iii) \frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}, 2a > b > 0 \text{ এবং } x \neq 0.$$

$$(iv) \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5 \quad (v) \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}} = c$$

$$(vi) 81 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{সমাধান : (i) } \frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \sqrt{1-x} + 1 + \sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{1-x} - 1 - \sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2}{-2(\sqrt{1-x})} = \frac{4}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2 \quad [-1 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{1-x} = 1 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } (2\sqrt{1-x})^2 = (1)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 4(1-x) = 1$$

$$\text{বা, } 4 - 4x = 1$$

$$\text{বা, } -4x = 1 - 4$$

$$\text{বা, } -4x = -3$$

$$\therefore x = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{3}{4}$$

$$(ii) \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = b$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} + \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} - \sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{a+x}}{2\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} \right)^2 = \left(\frac{b+1}{b-1} \right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+2b+1}{b^2-2b+1}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2b+1+b^2-2b+1}{b^2+2b+1-b^2+2b-1}$$

[পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a}{2x} = \frac{2b^2+2}{4b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{2(b^2+1)}{4b}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{b^2 + 1}{2b}$$

$$\text{বা, } x(b^2 + 1) = 2ab$$

$$\therefore x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$$

$$\text{নির্ণয়ে সমাধান, } x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$$

$$(iii) \frac{a + x - \sqrt{a^2 - x^2}}{a + x + \sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{b}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{a + x - \sqrt{a^2 - x^2} + a + x + \sqrt{a^2 - x^2}}{a + x - \sqrt{a^2 - x^2} - a - x - \sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{b + x}{b - x}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a + 2x}{-2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{b + x}{b - x}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a + x)}{-2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{b + x}{b - x}$$

$$\text{বা, } \frac{a + x}{-\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{b + x}{b - x}$$

$$\text{বা, } \frac{(a + x)^2}{(-\sqrt{a^2 - x^2})^2} = \frac{(b + x)^2}{(b - x)^2} \quad \text{[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 2ax + x^2}{a^2 - x^2} = \frac{b^2 + 2bx + x^2}{b^2 - 2bx + x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 2ax + x^2 + a^2 - x^2}{a^2 + 2ax + x^2 - a^2 + x^2} = \frac{b^2 + 2bx + x^2 + b^2 - 2bx + x^2}{b^2 + 2bx + x^2 - b^2 + 2bx - x^2}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2a^2 + 2ax}{2ax + 2x^2} = \frac{2b^2 + 2x^2}{4bx}$$

$$\text{বা, } \frac{2(a^2 + ax)}{2(x^2 + ax)} = \frac{2(x^2 + b^2)}{2 \times 2bx}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + ax}{x^2 + ax} = \frac{x^2 + b^2}{2bx}$$

$$\text{বা, } (x^2 + b^2)(x^2 + ax) = 2bx(a^2 + ax) \quad \text{[আড়গুণন করে]}$$

$$\text{বা, } x(x^2 + b^2)(x + a) = 2abx(x + a)$$

$$\text{বা, } x^2 + b^2 = 2ab \quad \text{[উভয়পক্ষকে } x(x + a) \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 = 2ab - b^2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

$$\text{নির্ণয়ে সমাধান, } x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

$$(iv) \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} - \sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}} = \frac{5 + 1}{5 - 1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \text{[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } 9x - 54 = 4x - 4$$

[আড়গুণন করে]

$$\text{বা, } 9x - 4x = 54 - 4$$

$$\text{বা, } 5x = 50$$

$$\text{বা, } x = \frac{50}{5}$$

$$\therefore x = 10$$

নির্ণয়ে সমাধান, $x = 10$

$$(v) \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}} = c$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} + \sqrt{ax+b} - \sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b} - \sqrt{ax+b} + \sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{ax+b}}{2\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{ax-b}}\right)^2 = \left(\frac{c+1}{c-1}\right)^2 \quad \text{[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b}{ax-b} = \frac{c^2 + 2c + 1}{c^2 - 2c + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{ax+b+ax-b}{ax+b-ax+b} = \frac{c^2 + 2c + 1 + c^2 - 2c + 1}{c^2 + 2c + 1 - c^2 + 2c - 1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2ax}{2b} = \frac{2c^2 + 2}{4c}$$

$$\text{বা, } \frac{ax}{b} = \frac{2(c^2 + 1)}{2 \cdot 2c}$$

$$\text{বা, } \frac{ax}{b} = \frac{c^2 + 1}{2c}$$

$$\text{বা, } x = \frac{c^2 + 1}{2c} \times \frac{b}{a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{b(c^2 + 1)}{2ac}$$

$$\text{বা, } x = \frac{b}{2a} \left(\frac{c^2 + 1}{c}\right)$$

$$\therefore x = \frac{b}{2a} \left(c + \frac{1}{c}\right)$$

$$\text{নির্ণয়ে সমাধান, } x = \frac{b}{2a} \left(c + \frac{1}{c}\right)$$

$$(vi) 81 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } 81 = \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4} \quad \left[\frac{(1-x)^3}{(1+x)^3} \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে}\right]$$

$$\text{বা, } \left\{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2\right\}^2 = (9)^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = \pm 9$$

[উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]

$$\text{বা, } \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 9 \text{ অথবা, } -9$$

$$\text{বা, } \frac{1+x}{1-x} = \pm \sqrt{9} \text{ অথবা, } \pm \sqrt{-9}$$

কিন্তু, $\frac{1+x}{1-x} = \pm \sqrt{-9}$ সমীকরণটির কোনো বাস্তব সংখ্যায় সমাধান নেই।

$$\therefore \frac{1+x}{1-x} = \pm 3$$

$$\therefore \text{হয় } \frac{1+x}{1-x} = 3$$

$$\text{অথবা, } \frac{1+x}{1-x} = -3$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 1 + x &= 3 - 3x & \text{বা, } -3 + 3x &= 1 + x \\ \text{বা, } x + 3x &= 3 - 1 & \text{বা, } 3x - x &= 1 + 3 \\ \text{বা, } 4x &= 2 & \text{বা, } 2x &= 4 \\ \text{বা, } x &= \frac{2}{4} & \text{বা, } x &= \frac{4}{2} \\ \therefore x &= \frac{1}{2} & \therefore x &= 2 \end{aligned}$$

নির্ণয়ে সমাধান, $x = 2$ বা, $\frac{1}{2}$

প্রশ্ন ৯৯ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

$$(i) \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{c^2 + cd + d^2}{c^2 - cd + d^2} \quad (ii) \frac{ac + bd}{ac - bd} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\therefore \frac{a}{b} = k \quad \text{বা, } a = bk$$

$$\text{এবং } \frac{c}{d} = k \quad \text{বা, } c = dk$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{(bk)^2 + bk \cdot b + b^2}{(bk)^2 - bk \cdot b + b^2} \quad [\because a = bk] \\ &= \frac{b^2k^2 + b^2k + b^2}{b^2k^2 - b^2k + b^2} = \frac{b^2(k^2 + k + 1)}{b^2(k^2 - k + 1)} = \frac{k^2 + k + 1}{k^2 - k + 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= \frac{c^2 + cd + d^2}{c^2 - cd + d^2} = \frac{(dk)^2 + dk \cdot d + d^2}{(dk)^2 - dk \cdot d + d^2} \quad [\because c = dk] \\ &= \frac{d^2k^2 + d^2k + d^2}{d^2k^2 - d^2k + d^2} = \frac{d^2(k^2 + k + 1)}{d^2(k^2 - k + 1)} = \frac{k^2 + k + 1}{k^2 - k + 1} \end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{c^2 + cd + d^2}{c^2 - cd + d^2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$(ii) \text{ ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k \quad \text{এবং } \frac{c}{d} = k$$

$$\text{বা, } a = bk \quad \text{বা, } c = dk$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{ac + bd}{ac - bd} = \frac{bk \cdot dk + bd}{bk \cdot dk - bd} \quad [\because a = bk \text{ এবং } c = dk] \\ &= \frac{bdk^2 + bd}{bdk^2 - bd} = \frac{bd(k^2 + 1)}{bd(k^2 - 1)} \\ &= \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} = \frac{(dk)^2 + d^2}{(dk)^2 - d^2} \quad [\because c = dk] \\ &= \frac{d^2k^2 + d^2}{d^2k^2 - d^2} = \frac{d^2(k^2 + 1)}{d^2(k^2 - 1)} \\ &= \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} \end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{ac + bd}{ac - bd} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১০০ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

$$(i) \frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3} \quad (ii) (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

সমাধান : (i) ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

$$\therefore c = dk, \quad b = ck = dk \cdot k = dk^2$$

$$\text{এবং } a = bk = dk^2 \cdot k = dk^3$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{(dk^3)^3 + (dk^2)^3}{(dk^2)^3 + (dk)^3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{d^3k^9 + d^3k^6}{d^3k^6 + d^3k^3} = \frac{d^3k^6(k^3 + 1)}{d^3k^3(k^3 + 1)} = k^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3} = \frac{(dk^2)^3 + (dk)^3}{(dk)^3 + d^3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{d^3k^6 + d^3k^3}{d^3k^3 + d^3} = \frac{d^3k^3(k^3 + 1)}{d^3(k^3 + 1)} = k^3$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a^3 + b^3}{b^3 + c^3} = \frac{b^3 + c^3}{c^3 + d^3} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$(ii) \text{ ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore c = dk, b = ck = dk \cdot k = dk^2$$

$$\text{এবং } a = bk = dk^2 \cdot k = dk^3$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) \\ &= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\} \{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\} \quad [a, b \text{ ও } c \text{ এর মান বসিয়ে}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2) \\ &= d^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \times d^2(k^4 + k^2 + 1) \\ &= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (ab + bc + cd)^2$$

$$\begin{aligned} &= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)^2 = \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2 \\ &= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১১১ $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

$$\therefore \frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)} \quad [\text{উভয়পক্ষে } 2a \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$$

$$\text{আবার, } \frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} &= \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} \\ &= \frac{3b+a-3a-b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}\right)^3$

[উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1} = \frac{m+1 + m-1}{m+1 - m + 1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^3 + 6x}{6x^2 + 2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{2(x^3 + 3x)}{2(3x^2 + 1)} = m$

বা, $\frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = m$

বা, $x^3 + 3x = 3mx^2 + m$ [আড়গুণন করে]

$\therefore x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ৥ $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$ হলে,

দেখাও যে, $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} + \sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} - \sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1}{x^2+2x+1-x^2+2x-1} = \frac{2a+3b+2a-3b}{2a+3b-2a+3b}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^2+2}{4x} = \frac{4a}{6b}$

বা, $\frac{2(x^2+1)}{2 \times 2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $3bx^2 + 3b = 4ax$ [আড়গুণন করে]

$\therefore 3bx^2 - 4ax + 3b = 0$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{b^2+2bc+c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+2bc+c^2-b^2-c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2-b^2}{a^2+b^2}$

[বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2bc}{b^2+c^2} = \frac{2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2+c^2} = \frac{a}{a^2+b^2}$ [2b দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

বা, $ab^2 + ac^2 = a^2c + b^2c$ [আড়গুণন করে]

বা, $ab^2 - b^2c = a^2c - ac^2$

বা, $b^2(a-c) = ac(a-c)$

বা, $b^2 = ac$ [উভয়পক্ষকে (a-c) দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

অর্থাৎ, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$

সমাধান : মনে করি,

$\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$

$\therefore x = k(b+c), y = k(c+a)$ এবং $z = k(a+b)$

১ম পক্ষ = $\frac{a}{y+z-x}$

= $\frac{a}{k(c+a) + k(a+b) - k(b+c)}$ [মান বসিয়ে]

= $\frac{a}{k(c+a+a+b-b-c)} = \frac{a}{k.2a} = \frac{1}{2k}$

২য় পক্ষ = $\frac{b}{z+x-y}$

= $\frac{b}{k(a+b) + k(b+c) - k(c+a)}$ [মান বসিয়ে]

= $\frac{b}{k(a+b+b+c-c-a)} = \frac{b}{k.2b} = \frac{1}{2k}$

৩য় পক্ষ = $\frac{c}{x+y-z}$

= $\frac{c}{k(b+c) + k(c+a) - k(a+b)}$ [মান বসিয়ে]

= $\frac{c}{k(b+c+c+a-a-b)}$

$$= \frac{c}{k \cdot 2c} = \frac{1}{2k}$$

∴ ১ম পক্ষ = ২য় পক্ষ = ৩য় পক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৬ ॥ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

সমাধান : মনে করি,

$$\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$$

$$\therefore \frac{bz-cy}{a} = k$$

$$\text{বা, } bz-cy = ak \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \frac{cx-az}{b} = k$$

$$\text{বা, } cx-az = bk \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{ay-bx}{c} = k$$

$$\text{বা, } ay-bx = ck \quad \dots \dots \dots (iii)$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) কে যথাক্রমে x, y ও z দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$$bxz - cxy + cxy - ayz + ayz - bxz = akx + bky + ckz$$

$$\text{বা, } 0 = k(ax + by + cz)$$

$$\therefore k = 0$$

সমীকরণ (i)-এ k = 0 বসিয়ে পাই,

$$bz - cy = a \cdot 0$$

$$\text{বা, } bz - cy = 0$$

$$\text{বা, } bz = cy$$

$$\therefore \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \quad \dots \dots \dots (iv)$$

সমীকরণ (ii)-এ k = 0 বসিয়ে পাই,

$$cx - az = b \cdot 0$$

$$\text{বা, } cx - az = 0$$

$$\text{বা, } cx = az$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{z}{c} \quad \dots \dots \dots (v)$$

সমীকরণ (iv) ও (v) থেকে পাই,

$$\frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x}{a} \quad \text{অর্থাৎ, } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৭ ॥ $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$ হলে,

প্রমাণ কর যে, $a = b = c$.

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c} = \frac{c+a-b-c-a}{c+a}$$

[বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$$

$$\text{বা, } \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} \quad [\text{প্রত্যেক পক্ষকে } -1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} \quad [\text{ব্যস্তকরণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \quad [\because a+b+c \neq 0]$$

[প্রত্যেক পক্ষকে a + b + c দ্বারা ভাগ করে]

$$\therefore \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ হলে, } a = c \text{ এবং } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \text{ হলে, } a = b$$

অর্থাৎ, $a = b = c$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ॥ $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং

$x+y+z \neq 0$ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত = $\frac{1}{a+b+c}$

সমাধান : মনে করি, প্রদত্ত প্রত্যেকটি অনুপাতের মান = k

$$\therefore \frac{x}{xa+yb+zc} = k$$

$$\text{বা, } k(xa+yb+zc) = x \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{ya+zb+xc} = k$$

$$\text{বা, } k(ya+zb+xc) = y \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{এবং } \frac{z}{za+xb+yc} = k$$

$$\text{বা, } k(za+xb+yc) = z \quad \dots \dots \dots (iii)$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$k(xa+ya+za+yb+zb+xc+za+xb+yc) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k(xa+ya+za+xb+zb+xc+yc+zc) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k\{a(x+y+z)+b(x+y+z)+c(x+y+z)\} = x+y+z$$

$$\text{বা, } k(x+y+z)(a+b+c) = x+y+z$$

$$\text{বা, } k = \frac{(x+y+z)}{(x+y+z)(a+b+c)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$$

$$\therefore \text{প্রতিটি অনুপাতের মান} = \frac{1}{a+b+c} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১৯ ॥ যদি $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$

হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$.

সমাধান : মনে করি,

$$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s = k$$

$$\therefore (a+b+c)p = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{a+b+c}{k} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } q(b+c-a) = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{q} = \frac{b+c-a}{k} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } (c+a-b)r = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{r} = \frac{c+a-b}{k} \quad \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{এবং } s(a+b-c) = k$$

$$\text{বা, } \frac{1}{s} = \frac{a+b-c}{k} \quad \dots \dots \dots (iv)$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$$

$$= \frac{b+c-a}{k} + \frac{c+a-b}{k} + \frac{a+b-c}{k} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{b+c-a+c+a-b+a+b-c}{k}$$

$$= \frac{a+b+c}{k} = \frac{1}{p} = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২০ ৥ যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $lx = my = nz$

∴ $lx = my$ ∴ $my = nz$ ∴ $lx = nz$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{m}{l}$ বা, $\frac{y}{z} = \frac{n}{m}$ বা, $\frac{x}{z} = \frac{n}{l}$

বা, $\frac{y}{x} = \frac{l}{m}$ বা, $\frac{z}{y} = \frac{m}{n}$ বা, $\frac{z}{x} = \frac{l}{n}$

বামপক্ষ = $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$$= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{z} + \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \cdot \frac{z}{y}$$

$$= \frac{m}{l} \cdot \frac{n}{l} + \frac{l}{m} \cdot \frac{n}{m} + \frac{l}{n} \cdot \frac{m}{n} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2} = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২১ ৥ যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

এখানে, $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

বা, $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}\right)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{(\sqrt{a+q})^2}{(\sqrt{a-q})^2}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a+q}{a-q}$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$ [∵ $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ দেওয়া আছে]

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-a+q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{2a}{2q} = \frac{a}{q}$

বা, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ [একান্তরকরণ করে]

∴ $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ (দেখানো হলো)

অনুশীলনী ১১.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $a^2 = bc$ ● $b^2 = ac$ গ. $ab = bc$ ঘ. $a = b = c$

২. আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত 5 : 3; আরিফের বয়স 20 বছর হলে,

কত বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে?

ক. 5 বছর খ. 6 বছর ● 8 বছর ঘ. 10 বছর

ব্যাখ্যা : ধরি, আরিফের বয়স $5x$ এবং আকিবের বয়স $3x$

প্রশ্নমতে, $5x = 20$

$\therefore x = 4$

\therefore আকিবের বয়স = (3×4) বছর = 12 বছর

আবার, ধরি, y বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে

$\therefore \frac{20+y}{12+y} = \frac{7}{5}$

বা, $100 + 5y = 84 + 7y$

বা, $7y - 5y = 100 - 84$

বা, $2y = 16$

$\therefore y = 8$

\therefore 8 বছর পর বয়সের অনুপাত 7 : 5 হবে।

৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না।

ii. দুইটি ত্রিভুজ বেত্রের বেত্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

iii. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, এদের প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

উপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. ii ও iii ● i ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : ii সঠিক নয়; কারণ, দুইটি ত্রিভুজ বেত্রের বেত্রফলের অনুপাত তাদের ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান হবে। যদি তাদের উচ্চতা সমান হয়। কিন্তু এখানে উচ্চতার কথা বলা হয় নি।

ΔABC এর কোণগুলোর অনুপাত 2 : 3 : 5 এবং ABCD চতুর্ভুজের কোণ চারটির অনুপাত 3 : 4 : 5 : 6; তথ্যের ভিত্তিতে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৪. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে তার বেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

ক. ২ গুণ ● ৪ গুণ গ. ৮ গুণ ঘ. ৬ গুণ

ব্যাখ্যা : ধরি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x

\therefore বেত্রফল = x^2 বর্গ একক

দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে বাহুর দৈর্ঘ্য = $2x$

\therefore বেত্রফল = $(2x)^2$ বর্গ একক = $4x^2$ বর্গ একক

৫. $x : y = 7 : 5$, $y : z = 5 : 7$ হলে, $x : z =$ কত?

ক. 35 : 49

● 35 : 35

গ. 25 : 49

ঘ. 49 : 25

প্রশ্ন ১৬ ৥ একটি কাঠের পুল তৈরির প্রাক্কলিত ব্যয় 90,000 টাকা। কিন্তু খরচ বেশি হয়েছে 21,600 টাকা। খরচ শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, প্রাক্কলিত ব্যয় = 90,000 টাকা

খরচ বৃদ্ধি = 21600 টাকা

\therefore শতকরা খরচ বৃদ্ধি = $\left(\frac{\text{প্রাক্কলিত ব্যয়}}{\text{খরচ বৃদ্ধি}} \times 100 \right) \%$

= $\left(\frac{90000}{21600} \times 100 \right) \% = 24\%$

\therefore খরচ 24% বৃদ্ধি পেয়েছে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৭ ৥ ধানে চাল ও তুষের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে?

সমাধান : দেওয়া আছে, চাল : তুষ = 7 : 3

মনে করি, ধানে চালের পরিমাণ = $7x$

এবং তুষের পরিমাণ = $3x$

তাহলে, ধানের ওজন হবে $(7x + 3x)$ বা $10x$

ধানে চালের শতকরা পরিমাণ = $\left(\frac{\text{চালের পরিমাণ}}{\text{ধানের পরিমাণ}} \times 100 \right) \%$

= $\left(\frac{7x}{10x} \times 100 \right) \% = 70\%$

\therefore ধানে 70% চাল আছে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ৥ 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান :

1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন = 7 ডেসিগ্রাম

1 ঘন সে.মি. পানির ওজন = 1 গ্রাম = 10 ডেসিগ্রাম

এখন, $\frac{1 \text{ ঘন সে.মি. কাঠের ওজন}}{1 \text{ ঘন সে.মি. পানির ওজন}} = \frac{7}{10}$

\therefore কাঠের ওজন এবং সমআয়তনের পানির ওজনের শতকরা

= $\left(\frac{7}{10} \times 100 \right) \% = 70\%$

\therefore কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের 70% (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3, খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 হয়।

সমাধান : এখানে,

ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3

খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 = (1 × 3) : (2 × 3) = 3 : 6

গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 = (3 × 2) : (2 × 2) = 6 : 4

∴ ক এর অংশ : খ এর অংশ : গ এর অংশ : ঘ এর অংশ
= 2 : 3 : 6 : 4

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 2 + 3 + 6 + 4 = 15

∴ ক এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{2}{15}\right)$ টাকা = 40 টাকা

খ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{3}{15}\right)$ টাকা = 60 টাকা

গ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{6}{15}\right)$ টাকা = 120 টাকা

এবং ঘ এর অংশ = $\left(300 \text{ এর } \frac{4}{15}\right)$ টাকা = 80 টাকা

∴ ক 40 টাকা, খ 60 টাকা, গ 120 টাকা এবং ঘ 80 টাকা পায়। (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ৥ তিনজন জেলে 690 টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট মাছের সংখ্যা = 690 টি

তিনজনের অংশের অনুপাত = $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$

= $\left(\frac{2}{3} \times 30\right) : \left(\frac{4}{5} \times 30\right) : \left(\frac{5}{6} \times 30\right)$

[3, 5 ও 6 এর ল. সা. গু. 30 দিয়ে গুণ করে]

= 20 : 24 : 25

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 20 + 24 + 25 = 69

∴ 1ম জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{20}{69}\right)$ টি = 200 টি

২য় জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{24}{69}\right)$ টি = 240 টি

এবং ৩য় জেলের মাছের সংখ্যা = $\left(690 \text{ এর } \frac{25}{69}\right)$ টি = 250 টি

∴ তিনজন জেলে যথাক্রমে 200 টি, 240 টি এবং 250 টি মাছ পেল। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৥ একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 45 সে. মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 5 : 7 হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 45 সে. মি.

এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 3 : 5 : 7

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 3 + 5 + 7 = 15

∴ ত্রিভুজের প্রথম বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{3}{15}\right)$ সে. মি.

= 9 সে. মি.

ত্রিভুজের দ্বিতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{5}{15}\right)$ সে. মি.

= 15 সে. মি.

এবং ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(45 \text{ এর } \frac{7}{15}\right)$ সে. মি.

= 21 সে. মি.

নির্ণেয় ত্রিভুজের বাহুগুলোর পরিমাণ 9 সে. মি., 15 সে. মি. ও 21 সে. মি.।

প্রশ্ন ১২ ৥ 1011 টাকাকে $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$ অনুপাতে বিভক্ত কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট টাকার পরিমাণ 1011

এবং বন্টনের অনুপাত = $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{6}{7}$

= $\left(\frac{3}{4} \times 140\right) : \left(\frac{4}{5} \times 140\right) : \left(\frac{6}{7} \times 140\right)$

[হর 4, 5 ও 7 এর ল.সা.গু. 140 দ্বারা গুণ করে]

= 105 : 112 : 120

∴ অনুপাতের রাশিগুলোর সমষ্টি = 105 + 112 + 120 = 337

∴ প্রথম অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{105}{337}\right)$ টাকা = 315 টাকা

দ্বিতীয় অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{112}{337}\right)$ টাকা = 336 টাকা

তৃতীয় অংশ = $\left(1011 \text{ এর } \frac{120}{337}\right)$ টাকা = 360 টাকা

∴ বিভক্তকৃত টাকার পরিমাণ 315 টাকা, 336 টাকা, 360 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ ৥ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং তাদের গ. সা. গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, সংখ্যা দুইটির অনুপাত 5 : 7

মনে করি, সংখ্যা দুইটি 5x ও 7x, যেখানে, x অনুপাতের সাধারণ গুণিতক।

5x ও 7x এর গ. সা. গু. x

প্রশ্নানুসারে, x = 4

5x ও 7x এর ল. সা. গু. = 35x = 35 × 4 [∵ x = 4]

= 140

অতএব, সংখ্যা দুইটির ল. সা. গু. 140 (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ৥ ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী 171 রান করলো।

সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রানের অনুপাত 3 : 2 হলে কে কত রান করেছে?

সমাধান : সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান = 3 : 2

= (3 × 3) : (2 × 3)

= 9 : 6

মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 3 : 2

= (3 × 2) : (2 × 2)

= 6 : 4

∴ সাকিবের রান : মুশফিকুরের রান : মাশরাফীর রান = 9 : 6 : 4

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 9 + 6 + 4 = 19

∴ সাকিবের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{9}{19}\right)$ = $\left(171 \times \frac{9}{19}\right)$ রান = 81 রান

মুশফিকুরের রান $\left(171 \text{ এর } \frac{6}{19}\right)$ = $\left(171 \times \frac{6}{19}\right)$ রান = 54 রান

মাশরাফীর রান $\left(171 \text{ এর } \frac{4}{19}\right)$ = $\left(171 \times \frac{4}{19}\right)$ রান = 36 রান

∴ সাকিব 81 রান, মুশফিকুর 54 রান, মাশরাফী 36 রান করেছে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ৥ একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন করণিক এবং 3 জন পিওন

আছে। একজন পিওন 1 টাকা পেলে একজন করণিক পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন 150,000 টাকা হলে, কে কত বেতন পায়?

সমাধান : মনে করি, একজন পিওন পায় x টাকা (সমানুপাতিক x ধরে)

তাহলে, একজন করণিক পায় 2x টাকা

এবং একজন কর্মকর্তা পায় 4x টাকা।

প্রশ্নমতে, $(4x \times 2) + (2x \times 7) + (x \times 3) = 150000$

$$\text{বা, } 8x + 14x + 3x = 150000$$

$$\text{বা, } 25x = 150000$$

$$\text{বা, } x = \frac{150000}{25}$$

$$\therefore x = 6000$$

\therefore একজন পিওনের বেতন = 6000 টাকা

একজন করণিকের বেতন = (6000×2) টাকা = 12000 টাকা

এবং একজন কর্মকর্তার বেতন = (6000×4) টাকা = 24000 টাকা

\therefore প্রত্যেক কর্মকর্তা 24000 টাকা, করণিক 12000 টাকা এবং পিওন 6000 টাকা বেতন পায়। (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ৥ একটি সমিতির নেতা নির্বাচনে দুইজন প্রতিদ্বন্দীর মধ্যে ডোনাল্ড সাহেব 4 : 3 ভোটে জয়লাভ করলেন। যদি মোট সদস্য সংখ্যা 581 হয় এবং 91 জন সদস্য ভোট না দিয়ে থাকেন, তবে ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দী কত ভোটের ব্যবধানে পরাজিত হয়েছেন?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট সদস্য = 581 জন

91 জন সদস্য ভোট না দেওয়ায় ভোট দেওয়া সদস্য

$$(581 - 91) \text{ জন} = 490 \text{ জন}$$

ডোনাল্ড সাহেবের প্রাপ্ত ভোট : প্রতিদ্বন্দীর প্রাপ্ত ভোট = 4 : 3

$$\text{অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল} = 4 + 3 = 7$$

\therefore ডোনাল্ড সাহেব পেলেন $(490 \text{ এর } \frac{4}{7})$ ভোট = 280 ভোট

এবং প্রতিদ্বন্দী পেলেন $(490 \text{ এর } \frac{3}{7})$ ভোট = 210 ভোট

\therefore ডোনাল্ড সাহেবের প্রতিদ্বন্দী পরাজিত হলেন $(280 - 210)$ বা, 70 ভোটের ব্যবধানে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৭ ৥ যদি কোনো বর্গবেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান : মনে করি, বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক

\therefore বর্গবেত্রের বেত্রফল x^2 বর্গ একক.

20% বৃদ্ধিতে বর্গবেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + x \text{ এর } \frac{20}{100})$ একক

$$= \left(x + \frac{x}{5}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{6x}{5} \text{ একক}$$

\therefore 20% বৃদ্ধিতে বর্গবেত্রের বেত্রফল $\left(\frac{6x}{5}\right)^2$ বর্গ একক

$$= \frac{36x^2}{25} \text{ বর্গ একক}$$

বর্গবেত্রের বেত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{36x^2}{25} - x^2\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{36x^2 - 25x^2}{25}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{11x^2}{25} \text{ বর্গ একক}$$

\therefore শতকরা বেত্রফল বৃদ্ধি $\left(\frac{\text{মোট বৃদ্ধি}}{\text{পূর্বের বেত্রফল}} \times 100\right)\%$

$$= \left(\frac{11x^2}{x^2} \times 100\right)\% \\ = 44\%$$

\therefore বেত্রফল বৃদ্ধি পায় 44% (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ৥ একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তবেত্রের বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

সমাধান : মনে করি, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক

\therefore আয়তবেত্রটির বেত্রফল = xy বর্গ একক

10% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য = $(x + x \text{ এর } \frac{10}{100})$ একক

$$= \left(x + \frac{x}{10}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{11x}{10} \text{ একক}$$

এবং 10% হ্রাসে আয়তবেত্রের প্রস্থ = $(y - y \text{ এর } \frac{10}{100})$ একক

$$= \left(y - \frac{y}{10}\right) \text{ একক}$$

$$= \frac{9y}{10} \text{ একক}$$

\therefore 10% হ্রাস-বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রের বেত্রফল = $\frac{11x}{10} \times \frac{9y}{10}$ বর্গ একক

$$= \frac{99xy}{100} \text{ বর্গ একক}$$

সুতরাং বেত্রফল হ্রাস পায় $\left(xy - \frac{99xy}{100}\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{100xy - 99xy}{100}\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{xy}{100} \text{ বর্গ একক}$$

\therefore বেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\left(\frac{\text{মোট হ্রাস}}{\text{পূর্বের বেত্রফল}} \times 100\right)$ বর্গ একক

$$= \left(\frac{xy}{100} \times 100\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{xy}{100} \times \frac{1}{xy} \times 100 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 1 \text{ বর্গ একক}$$

অতএব, আয়তবেত্রের বেত্রফল 1% হ্রাস পাবে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4 : 7. ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে?

সমাধান : মনে করি, সেচ পাওয়ার পরে ফলনের পরিমাণ x কুইন্টাল

সেচ আসার আগের ফলন : সেচ আসার পরের ফলন = 4 : 7

প্রশ্নানুসারে, $304 : x = 4 : 7$

$$\text{বা, } \frac{304}{x} = \frac{4}{7}$$

$$\text{বা, } 4x = 7 \times 304$$

$$\text{বা, } x = \frac{7 \times 304}{4}$$

$$\therefore x = 532$$

\therefore সেচ পাওয়ার পরে ফলন হবে 532 কুইন্টাল। (Ans.)

প্রশ্ন ১২০ ১ ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

সমাধান : মনে করি, উৎপন্ন চালের পরিমাণ x কুইন্টাল

এবং উৎপন্ন সুজির পরিমাণ y কুইন্টাল

প্রশ্নানুসারে, ধান : চাল = 3 : 2

$$\text{বা, } 1 : x = 3 : 2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

\therefore চালের পরিমাণ $\frac{2}{3}$ কুইন্টাল

আবার, গম : সুজি = 4 : 3

$$\text{বা, } 1 : y = 4 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}$$

\therefore সুজির পরিমাণ $\frac{3}{4}$ কুইন্টাল।

উৎপন্ন চাল : উৎপন্ন সুজি = $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$$= \left(\frac{2}{3} \times 12 \right) : \left(\frac{3}{4} \times 12 \right)$$

[3, 4 এর ল.সা.গু. 12]

$$= 8 : 9$$

\therefore উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত 8 : 9। (Ans.)

প্রশ্ন ১২১ ১ একটি জমির বেত্রফল 432 বর্গমিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 4 এবং 2 : 5 হলে, অপর জমির বেত্রফল কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$1\text{ম জমির দৈর্ঘ্য} : 2\text{য় জমির দৈর্ঘ্য} = 3 : 4$$

$$\text{এবং } 1\text{ম জমির প্রস্থ} : 2\text{য় জমির প্রস্থ} = 2 : 5$$

$$\text{ধরি, } 1\text{ম জমির দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার}$$

$$2\text{য় জমির দৈর্ঘ্য} = 4x \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং } 1\text{ম জমির প্রস্থ} = 2y \text{ মিটার}$$

$$2\text{য় জমির প্রস্থ} = 5y \text{ মিটার}$$

$$1\text{ম জমির ক্ষেত্রফল} = (3x \times 2y) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 6xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$2\text{য় জমির ক্ষেত্রফল} = (4x \times 5y) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 20xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 6xy = 432$$

$$\text{বা, } xy = \frac{432}{6}$$

$$\therefore xy = 72$$

$$\therefore 2\text{য় জমির ক্ষেত্রফল} = 20xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$= (20 \times 72) \text{ ব.মি.} \quad [\because xy = 72]$$

$$= 1440 \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore অপর জমির ক্ষেত্রফল 1440 বর্গমিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ১২২ ১ জেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% হার সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি 2 বছর পর মুনাফা-আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর সিমি মুনাফা-আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ব্যাংক থেকে জেমি ঋণ করে x টাকা এবং সিমি ঋণ করে y টাকা

এখন, 10% মুনাফায় x টাকার 2 বছরের মুনাফা

$$= \left(x \times 2 \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{x}{5} \text{ টাকা}$$

\therefore 2 বছর পরে জেমি মুনাফা-আসলে পরিশোধ করে = $\left(x + \frac{x}{5} \right)$ টাকা

$$= \frac{5x + x}{5} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{6x}{5} \text{ টাকা}$$

আবার, 10% মুনাফায় y টাকার 3 বছরের মুনাফা

$$= \left(y \times 3 \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{3y}{10} \text{ টাকা}$$

\therefore 3 বছর পরে সিমি মুনাফা-আসলে পরিশোধ করে = $\left(y + \frac{3y}{10} \right)$ টাকা

$$= \frac{10y + 3y}{10} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{13y}{10} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{6x}{5} = \frac{13y}{10}$$

$$\text{বা, } 60x = 65y$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{65}{60}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{13}{12}$$

$$\therefore x : y = 13 : 12$$

নির্ণেয় ঋণের অনুপাত 13 : 12

প্রশ্ন ১২৩ ১ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5:12:13 এবং পরিসীমা 30 সে. মি.

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণভেদে ত্রিভুজটি কী ধরনের তা লিখ।

খ. বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তবেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের বেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. উক্ত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে বেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 এবং পরিসীমা 30 সে.মি.।

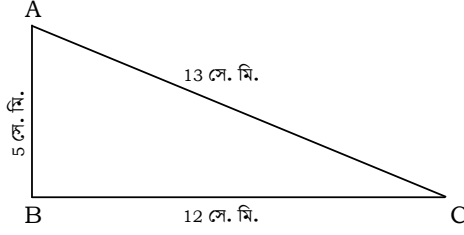
ধরি, ত্রিভুজের বাহুগুলো 5x, 12x ও 13x সে.মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } 5x + 12x + 13x = 30$$

$$\text{বা, } 30x = 30$$

$$\therefore x = 1$$

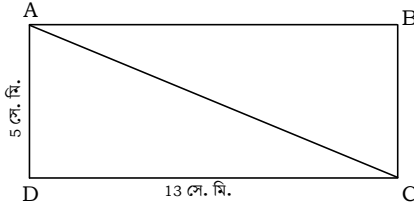
অতএব, ত্রিভুজের বাহুগুলো হলো 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.।



$$\text{চিত্র হতে, } AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2 \\ = 25 + 144 = 169 = (13)^2 = (AC)^2$$

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ত্রিভুজটি সমকোণী। অতএব, ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ABC = 90^\circ$

খ. বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. কে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. কে প্রস্থ ধরে নিচে আয়তবেত্রটি আঁকা হলো :



ABCD আয়তবেত্রের কর্ণ AC কোনো বর্গবেত্রের বাহু হলে ঐ বর্গবেত্রটির বেত্রফল হবে AC^2 বর্গ সে. মি.

এখন, $\triangle ADC$ এ $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore \text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, } AC^2 = AD^2 + CD^2 \\ = (5)^2 + (13)^2 \\ = 25 + 169 \\ = 194$$

অর্থাৎ, ঐ বর্গবেত্রটির বেত্রফল 194 বর্গ সে. মি. (Ans.)

গ. 10% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য

$$= \left(13 + 13 \text{ এর } \frac{10}{100}\right) \text{ সে. মি.} \\ = \left(13 + \frac{13}{10}\right) \text{ সে. মি.} \\ = \frac{143}{10} \text{ সে. মি.} \\ = 14.3 \text{ সে. মি.}$$

এবং 20% বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির প্রস্থ

$$= \left(5 + 5 \text{ এর } \frac{20}{100}\right) \text{ সে. মি.} \\ = (5 + 1) \text{ সে. মি.} \\ = 6 \text{ সে. মি.}$$

\therefore দৈর্ঘ্য-প্রস্থ বৃদ্ধিতে আয়তবেত্রটির বেত্রফল

$$= (14.3 \times 6) \text{ বর্গ সে. মি.} \\ = 85.8 \text{ বর্গ সে. মি.}$$

দৈর্ঘ্য 13 সে. মি. এবং প্রস্থ 5 সে. মি. বিশিষ্ট আয়তবেত্রটির বেত্রফল = (13×5) বর্গ সে. মি. = 65 বর্গ সে. মি.

\therefore বেত্রফল বৃদ্ধি পায় $(85.8 - 65)$ বর্গ সে.মি.
= 20.8 বর্গ সে.মি.

$$\therefore \text{বেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে } \left(\frac{\text{বেত্রফল বৃদ্ধি}}{\text{আদি বেত্রফল}} \times 100\right)\% \\ = \left(\frac{20.8}{65} \times 100\right)\% \\ = 32\%$$

অতএব, বেত্রফল 32% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন II ২৪ II একদিন কোনো ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিবাধীর্য় অনুপাত 1 : 4।

ক. অনুপস্থিত শিবাধীর্য়দেরকে মোট শিবাধীর্য় শতকরায় প্রকাশ কর।

খ. 10 জন শিবাধীর্য় বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিবাধীর্য় অনুপাত হতো 1 : 9। মোট শিবাধীর্য় সংখ্যা কত?

গ. মোট শিবাধীর্য় মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 20 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা x

এবং উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা $4x$ [এখানে, x ধনাত্মক আনুপাতিক ধ্রুবক]

$$\text{মোট ছাত্র সংখ্যা} = x + 4x = 5x$$

$$\therefore \text{অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্রসংখ্যার } \frac{x}{5x} \text{ ভাগ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\text{অনুপস্থিত ছাত্র}}{\text{মোট ছাত্র}} \times 100\%$$

$$= \frac{x}{5x} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$$

\therefore অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%

খ. 10 জন শিবাধীর্য় বেশি উপস্থিত হলে,

উপস্থিত শিবাধীর্য় সংখ্যা হয় $(4x + 10)$ জন

অনুপস্থিত শিবাধীর্য় সংখ্যা $(x - 10)$ জন

প্রশ্নানুসারে, $(x - 10) : (4x + 10) = 1 : 9$

$$\text{বা, } \frac{x - 10}{4x + 10} = \frac{1}{9}$$

$$\text{বা, } 9x - 90 = 4x + 10$$

$$\text{বা, } 9x - 4x = 90 + 10$$

$$\text{বা, } 5x = 100$$

$$\text{বা, } x = \frac{100}{5}$$

$$\therefore x = 20$$

\therefore মোট শিবাধীর্য় $5x = (5 \times 20)$ জন = 100 জন (Ans.)

গ. ধরি, ছাত্রী সংখ্যা = y জন

এবং ছাত্র সংখ্যা = $(2y - 20)$ জন

প্রশ্নানুসারে, $y + 2y - 20 = 100$

$$\text{বা, } 3y = 100 + 20$$

$$\text{বা, } 3y = 120$$

$$\text{বা, } y = \frac{120}{3}$$

$$\therefore y = 40$$

\therefore ছাত্রী সংখ্যা 40 জন।

\therefore ছাত্র সংখ্যা = $2y - 20 = (2 \times 40 - 20)$ জন = 60 জন

\therefore ছাত্র : ছাত্রী = 60 : 40

[20 দ্বারা ভাগ করে]

$$= 3 : 2$$

নির্ণেয় অনুপাত 3 : 2

সৃজনশীল প্রশ্ন:

১৬ক^২ ▶ a, b, c KìwgK mgvbycvwZK; $m^2 - \frac{2m}{x} + 1 =$

0 %es

A = $\frac{2 - \sqrt{1-y}}{2 + \sqrt{1-y}}$. [Kzwgíiv ^evWE-2019 ψ cÉk^২ bs 3]

ক. দেখাও যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a}{c}$. ২

খ. A = $\frac{5}{7}$ হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = m$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

∴ a : b = b : c

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

∴ b² = ac(i)

এখন, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{b^2 + 2bc + c^2}$
 $= \frac{a^2 + 2ab + ac}{ac + 2bc + c^2}$ [b² = ac বসিয়ে]
 $= \frac{a(a + 2b + c)}{c(a + 2b + c)}$
 $= \frac{a}{c}$

∴ $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a}{c}$ (দেখানো হলো)

১৬খ দেওয়া আছে, A = $\frac{2 - \sqrt{1-y}}{2 + \sqrt{1-y}}$

এখন, A = $\frac{5}{7}$ হলে,

$\frac{2 - \sqrt{1-y}}{2 + \sqrt{1-y}} = \frac{5}{7}$

বা, $\frac{2 - \sqrt{1-y} + 2 + \sqrt{1-y}}{2 - \sqrt{1-y} - 2 - \sqrt{1-y}} = \frac{5+7}{5-7}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{4}{-2\sqrt{1-y}} = \frac{12}{-2}$

বা, $\frac{4}{\sqrt{1-y}} = 12$

বা, $12\sqrt{1-y} = 4$

বা, $\sqrt{1-y} = \frac{4}{12}$

বা, $\sqrt{1-y} = \frac{1}{3}$

বা, $1-y = \frac{1}{9}$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $y = 1 - \frac{1}{9}$

বা, $y = \frac{9-1}{9}$

∴ $y = \frac{8}{9}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $m^2 - \frac{2m}{x} + 1 = 0$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{x}$

বা, $\frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{1+x}{1-x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$

∴ $m = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ (প্রমাণিত)

১৬গ ▶ $y = \frac{14mn}{m+n}$ এবং p : q = q : r. [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ ψ প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right) = p^6 + q^6 + r^6$. ৪

গ. $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n}$ এর মান নির্ণয় কর, m ≠ n. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, p : q = q : r

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

বা, $\frac{p^2}{q^2} = \frac{q^2}{r^2}$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\frac{p^2 + q^2}{q^2} = \frac{q^2 + r^2}{r^2}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2} = \frac{q^2}{r^2}$ [একালঙ্করণ করে]

বা, $\frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2} = \frac{pr}{r^2}$ [∵ $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$ ∴ pr = q²]

বা, $\frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2} = \frac{p}{r}$

∴ $\frac{p}{r} = \frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2}$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, p : q = q : r

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

বা, q² = pr

এখন, বামপক্ষ = $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right)$

= $\frac{p^4q^4r^4}{p^6} + \frac{p^4q^4r^4}{q^6} + \frac{p^4q^4r^4}{r^6}$

= $\frac{q^4r^4}{p^2} + \frac{p^4r^4}{q^2} + \frac{p^4q^4}{r^2}$

= $\frac{(pr)^2 \cdot r^4}{p^2} + \frac{(q^2)^4}{q^2} + \frac{p^4 \cdot (pr)^2}{r^2}$ [∵ $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$ ∴ pr = q²]

= r⁶ + q⁶ + p⁶

= p⁶ + q⁶ + r⁶ = ডানপক্ষ

∴ $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right) = p^6 + q^6 + r^6$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $y = \frac{14mn}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m} \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $y = \frac{14mn}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n} \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} &= \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n} \\ &= \frac{3m+n}{m-n} - \frac{m+3n}{m-n} \\ &= \frac{3m+n-m-3n}{m-n} \\ &= \frac{2m-2n}{m-n} \\ &= \frac{2(m-n)}{m-n} \\ &= 2 \quad [m \neq n] \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩ $A = \sqrt{3+2x}$, $B = \sqrt{3-2x}$ এবং p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী।

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ২]

ক. $\sqrt{a^{-1}b} \cdot \sqrt{b^{-1}c} \cdot \sqrt{c^{-1}a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{p+q}{q+r}\right)^2 = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ ৪

গ. $m = \frac{A+B}{A-B}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x = \frac{3m}{m^2+1}$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি, $\sqrt{a^{-1}b} \cdot \sqrt{b^{-1}c} \cdot \sqrt{c^{-1}a}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt{\frac{c}{b}} \cdot \sqrt{\frac{a}{c}} \\ &= \sqrt{\frac{b \cdot c \cdot a}{a \cdot b \cdot c}} \\ &= \sqrt{1} \\ &= 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ পার্ঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০৯

গ দেওয়া আছে, $A = \sqrt{3+2x}$, $B = \sqrt{3-2x}$

প্রশ্নমতে, $m = \frac{A+B}{A-B}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{A+B+A-B}{A+B-A+B}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{2A}{2B} = \frac{A}{B}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{3+2x}}{\sqrt{3-2x}}$ [মান বসিয়ে]

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{3+2x}{3-2x}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1} = \frac{3+2x}{3-2x}$

বা, $\frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1} = \frac{3+2x+3-2x}{3+2x-3-2x}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(m^2+1)}{2.2m} = \frac{6}{4x}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m} = \frac{3}{2x}$

বা, $\frac{m^2+1}{m} = \frac{3}{x}$

বা, $\frac{m^2+1}{3m} = \frac{1}{x}$

বা, $x = \frac{3m}{m^2+1}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ (i) $y^2 = xz$ (ii) p = 26 মিটার এবং q = 10 মিটার।

[যশোর বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৩]

ক. (i) হতে দেখাও যে, $\frac{xyz(x+y+z)^3}{(xy+yz+zx)^3} = 1$ ২

খ. $\frac{x^2+y^2}{y^2+z^2} = \frac{(x+y)^2}{(y+z)^2}$ হলে, উদ্দীপকের আলোকে (i) নং প্রতিষ্ঠিত কর। ৪

গ. যদি p ও q এর মানকে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিবেচনা করা হয়, তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 20% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে তা নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y^2 = xz$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{xyz(x+y+z)^3}{(xy+yz+zx)^3} \\ &= \frac{xz \cdot y(x+y+z)^3}{(xy+yz+zx)^3} \\ &= \frac{y^2 \cdot y(x+y+z)^3}{(xy+yz+y^2)^3} \quad [y^2 = xz] \\ &= \frac{y^3(x+y+z)^3}{y^3(x+y+z)^3} \\ &= 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore \frac{xyz(x+y+z)^3}{(xy+yz+zx)^3} = 1$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\frac{x^2+y^2}{y^2+z^2} = \frac{(x+y)^2}{(y+z)^2}$

বা, $\frac{(y+z)^2}{y^2+z^2} = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{y^2+z^2+2yz}{y^2+z^2} = \frac{x^2+y^2+2xy}{x^2+y^2}$

বা, $\frac{y^2+z^2+2yz-y^2-z^2}{y^2+z^2} = \frac{x^2+y^2+2xy-x^2-y^2}{x^2+y^2}$

[বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2yz}{y^2+z^2} = \frac{2xy}{x^2+y^2}$

বা, $\frac{z}{y^2+z^2} = \frac{x}{x^2+y^2}$

বা, $xy^2+xz^2 = x^2z+y^2z$

বা, $xz^2-x^2z = y^2z-xy^2$

বা, $xz(z-x) = y^2(z-x)$

বা, $xz = y^2$

বা, $y^2 = xz$ (প্রমাণিত)

গ এখানে, দৈর্ঘ্য p = 26 মিটার

প্রস্থ q = 10 মিটার

10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য = $\left(26 + 26 \times \frac{10}{100}\right)$ মি.
= 28.6 মি.

20% হ্রাসে প্রস্থ = $\left(10 - 10 \times \frac{20}{100}\right)$ মি. = 8 মি.

পূর্বের ক্ষেত্রফল = 26 × 10 বর্গ মি. = 260 বর্গ মি.

নতুন ক্ষেত্রফল = 28.6 × 8 বর্গ মি. = 228.8 বর্গ মি.

\therefore ক্ষেত্রফল হ্রাস = (260 - 228.8) বর্গ মি. = 31.2 বর্গ মি.

∴ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস = $\frac{31.2}{260} \times 100\% = 12\%$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ $3na^2 - 4ma + 3n = 0, \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

[বরিশাল বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং তাদের ল.সা.গু. 280। সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a = \frac{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} + (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} - (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}$ 8

গ. দেখাও যে, $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$. 8

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7

এবং ল.সা.গু = 280

মনে করি, সংখ্যা দুইটি 5x ও 7x

∴ সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু = 35x

এবং গ.সা.গু = x

শর্তানুসারে, 35x = 280

বা, $x = \frac{280}{35}$

বা, x = 8

∴ x = 8

∴ সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু 8 (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,

$3na^2 - 4ma + 3n = 0$

বা, $3na^2 + 3n = 4ma$

বা, $3n(a^2 + 1) = 2m \cdot 2a$

বা, $\frac{a^2 + 1}{2a} = \frac{2m}{3n}$

বা, $\frac{a^2 + 1 + 2a}{a^2 + 1 - 2a} = \frac{2m + 3n}{2m - 3n}$; [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} = \frac{2m+3n}{2m-3n}$

বা, $\sqrt{\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2}} = \sqrt{\frac{2m+3n}{2m-3n}}$

বা, $\frac{a+1}{a-1} = \frac{(2m+3n)^{\frac{1}{2}}}{(2m-3n)^{\frac{1}{2}}}$

বা, $\frac{a+1+a-1}{a+1-a+1} = \frac{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} + (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} - (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2} = \frac{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} + (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} - (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}$

∴ $a = \frac{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} + (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}{(2m+3n)^{\frac{1}{2}} - (2m-3n)^{\frac{1}{2}}}$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, p, q, r, s ক্রমিক সমানুপাতী।

∴ $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$

ধরি, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s} = k$

∴ r = sk

q = rk = sk.k = sk² [∵ r = sk]

p = qk = sk².k = sk³ [∵ q = sk²]

বামপক্ষ = $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2)$

= $\{(sk^3)^2 + (sk^2)^2 + (sk)^2\} \{(sk^2)^2 + (sk)^2 + s^2\}$
 = $\{s^2k^6 + s^2k^4 + s^2k^2\} \{s^2k^4 + s^2k^2 + s^2\}$
 = $s^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \times s^2(k^4 + k^2 + 1)$
 = $s^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ = $(pq + qr + rs)^2$

= $(sk^3 \times sk^2 + sk^2 \times sk + sk \times s)^2$

= $(s^2k^5 + s^2k^3 + s^2k)^2$

= $\{s^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$

= $s^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

∴ $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৬ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী এবং $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\log_{3\sqrt{2}} 324$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ 8

গ. দেখাও যে, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ 8

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\log_{3\sqrt{2}} 324 = \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^4$

= $4 \log_{3\sqrt{2}} 3\sqrt{2}$

= 4.1

[∵ $\log_a a = 1$]

= 4 (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

গ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭ একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. আয়তের বাহুর দৈর্ঘ্যের ও প্রস্থের দ্বিভাজিত অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. আয়তের দৈর্ঘ্য 10% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ 10% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? 8

গ. বর্গাকার ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে 3 মিটার অস্ফুট গাছ লাগালে কতটি গাছ প্রয়োজন হবে এবং প্রতিটি গাছ লাগাতে 23 টাকা হিসাবে গাছ লাগানো বাবদ খরচ কত হবে? 8

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের ও প্রস্থের দ্বিভাজিত অনুপাত

= $\sqrt{36} : \sqrt{25} = 6 : 5$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 36 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (36×25) বর্গমিটার = 900 বর্গমিটার

10% হ্রাসে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $36 - 36$ এর 10%

= $(36 - 36 \times \frac{10}{100})$ মিটার

= $(36 - 3.6)$ মিটার

= 32.4 মিটার

10% বৃদ্ধিতে আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = $25 + 25$ এর 10%

= $(25 + 25 \times \frac{10}{100})$ মিটার

= $(25 + 2.5)$ মিটার

= 27.5 মিটার

পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = (32.4×27.5) বর্গ মিটার = 891 বর্গ মিটার
 \therefore ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $(900 - 891)$ বর্গ মিটার = 9 বর্গ মিটার
 \therefore ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\frac{9}{900} \times 100\% = 1\%$ (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই,
 আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 900 বর্গ মিটার
 প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল
 = 900 বর্গমিটার
 বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার হলে
 $\therefore x^2 = 900$
 বা, $x = 30$ মিটার
 \therefore বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য 30 মিটার
 \therefore বর্গাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা = (4×30) মিটার
 = 120 মিটার
 গাছ প্রয়োজন হবে $\frac{120}{3}$ টি বা 40 টি (Ans.)
 গাছ লাগানো বাবদ খরচ হবে (40×23) টাকা = 920 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ৮ $\frac{6}{y} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ এবং $m : n = n : l$ [কুমিল-১ বোর্ড-২০১৭ ψ প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $y = \frac{6pq}{p+q}$ ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\frac{y+3p}{y-3p} + \frac{y+3q}{y-3q} = 2$, $p \neq q$. 8

গ. দেখাও যে, $m^2n^2l^2 \left(\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{l^3} \right) = m^3 + n^3 + l^3$. 8

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\frac{6}{y} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$\text{বা, } \frac{6}{y} = \frac{q+p}{pq}$$

$$\text{বা, } y(p+q) = 6pq$$

$$\therefore y = \frac{6pq}{p+q} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত, $y = \frac{6pq}{p+q}$

$$\text{বা, } \frac{y}{3p} = \frac{2q}{p+q}$$

$$\text{বা, } \frac{y+3p}{y-3p} = \frac{2q+p+q}{2q-p-q} = \frac{p+3q}{q-p} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে] ... (i)}$$

$$\text{আবার, } y = \frac{6pq}{p+q}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{3q} = \frac{2p}{p+q}$$

$$\text{বা, } \frac{y+3q}{y-3q} = \frac{2p+p+q}{2p-p-q} = \frac{3p+q}{p-q} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে] ... (ii)}$$

(i) + (ii) হতে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{y+3p}{y-3p} + \frac{y+3q}{y-3q} &= \frac{3q+p}{q-p} + \frac{3p+q}{p-q} \\ &= \frac{3q+p}{q-p} - \frac{3p+q}{q-p} \\ &= \frac{3q+p-3p-q}{q-p} \\ &= \frac{2q-2p}{q-p} \\ &= \frac{2(q-p)}{(q-p)} = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{y+3p}{y-3p} + \frac{y+3q}{y-3q} = 2 \text{ যেখানে, } p \neq q \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $m \div n = n \div l$

$$\text{বা, } \frac{m}{n} = \frac{n}{l}$$

$$\therefore n^2 = ml$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= m^2n^2l^2 \left(\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{l^3} \right) \\ &= \frac{m^2n^2l^2}{m^3} + \frac{m^2n^2l^2}{n^3} + \frac{m^2n^2l^2}{l^3} \\ &= \frac{n^2l^2}{m} + \frac{m^2l^2}{n} + \frac{m^2n^2}{l} \\ &= \frac{n^2l^2}{m} + \frac{(ml)^2}{n} + \frac{m^2n^2}{l} \\ &= \frac{ml \cdot l^2}{m} + \frac{(n^2)^2}{n} + \frac{m^2 \cdot ml}{l} \text{ [} n^2 = ml \text{ বসিয়ে]} \\ &= l^3 + \frac{n^4}{n} + m^3 \\ &= l^3 + n^3 + m^3 \\ &= m^3 + n^3 + l^3 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore m^2n^2l^2 \left(\frac{1}{m^3} + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{l^3} \right) = m^3 + n^3 + l^3 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৯ $10x^{-1}$ এবং $a^{-1} + b^{-1}$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ ψ প্রশ্ন নং ২]

ক. যদি রাশিদ্বয় পরস্পর সমান হয় তাহলে x এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{x+5a}{x-5a} + \frac{x+5b}{x-5b} = 2$. 8

গ. প্রমাণ করো যে, ২য় রাশিটি $2x^{-1}$ এর সমান হবে, যখন $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$. 8

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শর্তমতে, $10x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

$$\text{বা, } 10 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{10}{x} = \frac{b+a}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{a+b}{10ab}$$

$$\therefore x = \frac{10ab}{a+b} \text{ (Ans.)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১ (গ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

গ দেওয়া আছে,

$$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{(x+a)(x-b) + (x+b)(x-a)}{(x-a)(x-b)} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - bx + ax - ab + x^2 - ax + bx - ab}{x^2 - ax - bx + ab} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{2x^2 - 2ab}{x^2 - ax - bx + ab} = 2$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 2ab = 2x^2 - 2ax - 2bx + 2ab$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 2x^2 + 2bx + 2ax = 2ab + 2ab$$

$$\text{বা, } 2x(b+a) = 4ab$$

$$\text{বা, } x(b+a) = 2ab$$

$$\text{বা, } \frac{b+a}{ab} = \frac{2}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{2}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{x}$$

$$\therefore a^{-1} + b^{-1} = 2x^{-1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত ৫ : ৪ : ১২ এবং পরিসীমা ৭৫ সে.মি.।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৬ ৭/প্রশ্ন নং ৩]

- ক. ত্রিভুজের বাহু তিনটির মান নির্ণয় কর। ২
 খ. ত্রিভুজের বড় এবং ছোট বাহুকে যথাক্রমে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তের কর্ণের সমান দৈর্ঘ্য নিয়ে অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
 গ. উক্ত আয়তের দৈর্ঘ্যকে ১০% বৃদ্ধি এবং প্রস্থকে ২০% হ্রাস করলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ত্রিভুজের তিনটি বাহুর অনুপাত ৫ : ৪ : ১২ এবং পরিসীমা ৭৫ সে.মি.

ধরি, ত্রিভুজের বাহু তিনটি ৫x সে.মি., ৪x সে.মি. ও ১২x সে.মি.

প্রশ্নমতে, $5x + 4x + 12x = 75$

বা, $25x = 75$

বা, $x = \frac{75}{25}$

∴ $x = 3$

সুতরাং ত্রিভুজের বাহু তিনটির পরিমাণ

৫x সে.মি. = (৫ × ৩) সে.মি. = ১৫ সে.মি.

৪x সে.মি. = (৪ × ৩) সে.মি. = ১২ সে.মি.

১২x সে.মি. = (১২ × ৩) সে.মি. = ৩৬ সে.মি. (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই,

ত্রিভুজের বড় বাহুর দৈর্ঘ্য ৩৬ সে.মি. এবং ছোট বাহুর দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি.

প্রশ্নানুসারে,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ সে.মি. এবং প্রস্থ ১৫ সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$ একক
 $= \sqrt{(36)^2 + (15)^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{1521}$ সে.মি.
 $= 39$ সে.মি.

∴ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য
 $= 39$ সে.মি.

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)^২ বর্গ একক
 $= (39)^2$ বর্গ সে.মি.
 $= 1521$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৩৬ সে.মি. এবং প্রস্থ = ১৫ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক
 $= (36 \times 15)$ বর্গ সে.মি.
 $= 540$ বর্গ সে.মি.

এখন, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধির পর

বৃদ্ধিকৃত দৈর্ঘ্য = (৩৬ + ৩৬ এর ১০%) সে.মি.

$= \left(36 + 36 \times \frac{10}{100}\right)$ সে.মি.

$= 36 + 3.6$ সে.মি.

$= 39.6$ সে.মি.

এবং প্রস্থ ২০% হ্রাসের পর

হ্রাসকৃত প্রস্থ = (১৫ - ১৫ এর ২০%) সে.মি.

$= \left(15 - 15 \times \frac{20}{100}\right)$ সে.মি.

$= (15 - 3)$ সে.মি.

$= 12$ সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = (৩৯.৬ × ১২) বর্গ সে.মি.

= ৪৭৫.২ বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = (৫৪০ - ৪৭৫.২) বর্গ সে.মি.
 $= 64.8$ বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় = $\left(\frac{64.8}{540} \times 100\right)$ বর্গ সে.মি.
 $= 12$ বর্গ সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল ১২% হ্রাস পায়। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১১ $a \div b = b \div c$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ ৭/প্রশ্ন নং ৩]

ক দেখাও যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$. ২

খ প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$. ৪

গ দেখাও যে, $a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$. ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

খ দেওয়া আছে, $a \div b = b \div c$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

∴ $b^2 = ac$

বামপক্ষ = $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right)$
 $= \frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$
 $= \frac{b^2c^2}{a} + \frac{a^2c^2}{b} + \frac{a^2b^2}{c}$
 $= \frac{b^2c^2}{a} + \frac{(ac)^2}{b} + \frac{a^2b^2}{c}$
 $= \frac{ac.c^2}{a} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2.ac}{c}$ [$b^2 = ac$ বসিয়ে]
 $= c^3 + \frac{b^4}{b} + a^3$
 $= c^3 + b^3 + a^3$
 $= a^3 + b^3 + c^3 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$a \div b = b \div c$ অর্থাৎ, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$

∴ $b = ck$

$a = bk = ck.k = ck^2$

প্রথম রাশি = $a - 2b + c$

$= ck^2 - 2ck + c$

$= c(k^2 - 2k + 1)$

$= c\{(k)^2 - 2 \times k \times 1 + (1)^2\}$

$= c(k-1)^2$

দ্বিতীয় রাশি = $\frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(ck^2 - ck)^2}{ck^2}$

$= \frac{\{ck(k-1)\}^2}{ck^2} = \frac{c^2k^2(k-1)^2}{ck^2} = c(k-1)^2$

তৃতীয় রাশি = $\frac{(b-c)^2}{c}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(ck - c)^2}{c} \\
&= \frac{\{c(k-1)\}^2}{c} \\
&= \frac{c^2(k-1)^2}{c} \\
&= c(k-1)^2 \\
\therefore a - 2b + c &= \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c} \text{ (দেখানো হলো)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী। [সিলেট বোর্ড-২০১৬ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. দেখাও যে, $\left(\frac{p+q}{q+r}\right)^2 = \frac{p}{r}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2q^2r^2\left(\frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{r^3}\right) = p^3 + q^3 + r^3$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{p^2+q^2}{q^2+r^2} = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$ সম্পর্কটি উদ্দীপকের শর্তকে সমর্থন করে। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $\frac{p^2+q^2}{q^2+r^2} = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$

বা, $\frac{(q+r)^2}{q^2+r^2} = \frac{(p+q)^2}{p^2+q^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{q^2+2qr+r^2}{q^2+r^2} = \frac{p^2+2pq+q^2}{p^2+q^2}$

বা, $\frac{q^2+2qr+r^2-q^2-r^2}{q^2+r^2} = \frac{p^2+2pq+q^2-p^2-q^2}{p^2+q^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2qr}{q^2+r^2} = \frac{2pq}{p^2+q^2}$

বা, $\frac{r}{q^2+r^2} = \frac{p}{p^2+q^2}$ [উভয়পক্ষকে 2q দ্বারা ভাগ করে]

বা, $p(q^2+r^2) = r(p^2+q^2)$

বা, $pq^2+pr^2 = rp^2+rq^2$

বা, $pq^2-rq^2 = rp^2-pr^2$

বা, $q^2(p-r) = pr(p-r)$

বা, $q^2 = pr$ [(p-r) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $pr = q^2$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$

বা, $p : q = q : r$

$\therefore p, q, r$ ক্রমিক সমানুপাতী।

\therefore প্রদত্ত সম্পর্কটি উদ্দীপকের শর্তকে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ $y^3 - 3my^2 + 3y - m = 0$

$A = x^{2n} + (a^{2n-1} \times x^{2n-1}) + a^{2n}$

$B = x^{2n-1} + (a^{2n-2} \times x^{2n-2}) + a^{2n-1}$

সমস্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{2x-y}{x-2y} = \frac{a}{b}$ হলে x এবং y এর অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $y = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ ৪

গ. $\frac{A}{B}$ নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{2x-y}{x-2y} = \frac{a}{b}$

বা, $ax - 2ay = 2bx - by$

বা, $ax - 2bx = 2ay - by$

বা, $x(a-2b) = y(2a-b)$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{2a-b}{a-2b}$

$\therefore x : y = (2a-b) : (a-2b)$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $y^3 - 3my^2 + 3y - m = 0$

বা, $y^3 + 3y = m + 3my^2$

বা, $y^3 + 3y = m(1 + 3y^2)$

বা, $\frac{y^3+3y}{1+3y^2} = m$

বা, $\frac{y^3+3y+3y^2+1}{y^3+3y-3y^2-1} = \frac{m+1}{m-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(y+1)^3}{(y-1)^3} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{y+1}{y-1} = \sqrt[3]{\frac{m+1}{m-1}}$ [ঘনমূল করে]

বা, $\frac{y+1+y-1}{y+1-y+1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2y}{2} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$

$\therefore y = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ (দেখানো হলো)

গ. ধরি, $P = a^{2n-2}$

$Q = x^{2n-2}$

বা, $P^2 = a^{2n-2 \cdot 2}$

বা, $Q^2 = x^{2n-2 \cdot 2}$

বা, $P^2 = a^{2n-2+1}$

বা, $Q^2 = x^{2n-2+1}$

বা, $P^2 = a^{2n-1}$

বা, $Q^2 = x^{2n-1}$

বা, $P^4 = a^{2n-1 \cdot 2}$

বা, $Q^4 = x^{2n-1 \cdot 2}$

বা, $P^4 = a^{2n-1+1}$

বা, $Q^4 = x^{2n-1+1}$

$\therefore P^4 = a^{2n}$

$\therefore Q^4 = x^{2n}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{A}{B} = \frac{x^{2n} + (a^{2n-1} \times x^{2n-1}) + a^{2n}}{x^{2n-1} + (a^{2n-2} \times x^{2n-2}) + a^{2n-1}}$

$= \frac{Q^4 + P^2Q^2 + P^4}{Q^2 + PQ + P^2}$

$= \frac{(P^2)^2 + 2P^2Q^2 + (Q^2)^2 - P^2Q^2}{P^2 + PQ + Q^2}$

$= \frac{(P^2 + Q^2)^2 - (PQ)^2}{P^2 + PQ + Q^2}$

$= \frac{(P^2 + PQ + Q^2)(P^2 - PQ + Q^2)}{P^2 + PQ + Q^2}$

$= P^2 - PQ + Q^2$

$= a^{2n-1} - (a^{2n-2} \times x^{2n-2}) + x^{2n-1}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ $A = \frac{3\sqrt[3]{27}}{16}$, $B = \frac{7}{\sqrt[3]{64}}$, $P = 2^{n+1}$

$Q = 4.2^{n-1}$, $R = 4.2^{2n-1}$ এবং $a^{-1} + b^{-1} = 2x^{-1}$

সমস্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $A \times B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর : $\frac{P^2 - Q}{R}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $A \times B = \frac{3\sqrt[3]{27}}{16} \times \frac{7}{\sqrt[3]{64}}$
 $= \frac{3\sqrt[3]{3^3}}{16} \times \frac{7}{\sqrt[3]{4^3}}$
 $= \frac{3.3}{16} \times \frac{7}{4}$
 $= \frac{63}{64}$ (Ans.)

খ. প্রদত্ত রাশি $= \frac{P^2 - Q}{R}$
 $= \frac{P^2}{R} - \frac{Q}{R}$
 $= \frac{(2^{n+1})^2}{4.2^{2n-1}} - \frac{4.2^{n-1}}{4.2^{2n-1}}$
 $= \frac{2^{2n+2}}{2^2 \cdot 2^{2n-1}} - \frac{2^{n-1}}{2^{2n-1}}$
 $= 2^{2n+2-2-2n+1} - 2^{n-1-2n+1}$
 $= 2 - 2^{-n}$ (Ans.)

গ. শর্তমতে, $a^{-1} + b^{-1} = 2x^{-1}$
 বা, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \cdot \frac{1}{x}$
 বা, $\frac{b+a}{ab} = \frac{2}{x}$
 বা, $\frac{a+b}{ab} = \frac{2}{x}$
 $\therefore x = \frac{2ab}{a+b}$ (i)
 (i) নং থেকে পাই,
 $\frac{x}{a} = \frac{2b}{a+b}$
 বা, $\frac{x+a}{x-a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
 $\therefore \frac{x+a}{x-a} = \frac{a+3b}{b-a}$ (ii)
 আবার (i) নং থেকে পাই,
 $\frac{x}{b} = \frac{2a}{a+b}$
 বা, $\frac{x+b}{x-b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
 $\therefore \frac{x+b}{x-b} = \frac{3a+b}{a-b}$ (iii)
 (ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,
 $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{-(b-a)}$
 $= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$
 $= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$
 $= \frac{2b-2a}{b-a}$
 $= \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$
 $\therefore \frac{x+a}{x-a} + \frac{x+b}{x-b} = 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ $t = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ এবং $x = \frac{10pq}{p+q}$

[কুমিল-১ ক্যাডেট কলেজ, কুমিল-১ // প্রশ্ন নং ২]

- ক. a, b, c ত্রমিক সমানুপাতী হলে,
 প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ ২
 খ. $\frac{x+5p}{x-5p} + \frac{x+5q}{x-5q}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $t^3 - 3mt^2 + 3t - m = 0$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(গ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১৪

গ. দেওয়া আছে, $t = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{t+1}{t-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{t+1}{t-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{t+1}{t-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\left(\frac{t+1}{t-1} \right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}} \right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\frac{t^3 + 3t^2 + 3t + 1}{t^3 - 3t^2 + 3t - 1} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{t^3 + 3t^2 + 3t + 1 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1}{t^3 + 3t^2 + 3t + 1 - t^3 + 3t^2 - 3t + 1} = \frac{m+1 + m-1}{m+1 - m+1}$
 [পুনরায় যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2t^3 + 6t}{2 + 6t^2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{2(t^3 + 3t)}{2(1 + 3t^2)} = m$

বা, $t^3 + 3t = m + 3mt^2$ [আড় গুণন করে]

$\therefore t^3 - 3mt^2 + 3t - m = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ $x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$ এবং $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$

সম্মিত অধ্যায় ৩ ও ১১

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ২]

- ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 4a \right)x - 8$ ২
 খ. $\frac{x^6 - 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $f(x) = q$ হলে প্রমাণ কর যে, $q^2 - 2qx + 1 = 0$ ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 4a \right)x - 8$
 $= x^2 - \frac{2x}{a} + 4ax - 8$
 $= x \left(x - \frac{2}{a} \right) + 4a \left(x - \frac{2}{a} \right)$
 $= \left(x - \frac{2}{a} \right) (x + 4a)$ (Ans.)

ক দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$
 বা, $x^2 - 1 = \sqrt{3}x$
 বা, $\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x}$
 $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{x^6 - 1}{x^3}$
 $= \frac{x^6}{x^3} - \frac{1}{x^3}$
 $= x^3 - \frac{1}{x^3}$
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= (\sqrt{3})^3 + 3\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 $= 6\sqrt{3}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $f(x) = q$
 বা, $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = q$
 বা, $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} = \frac{q+1}{q-1}$ [যোজন-বিয়োজন]
 বা, $\frac{2\sqrt{x+1}}{2\sqrt{x-1}} = \frac{q+1}{q-1}$
 বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{(q+1)^2}{(q-1)^2}$ [বর্গ করে পাই]
 বা, $\frac{x+1+x-1}{x+1-x+1} = \frac{(q+1)^2 + (q-1)^2}{(q+1)^2 - (q-1)^2}$ [যোজন-বিয়োজন]
 বা, $\frac{2x}{2} = \frac{2(q^2+1^2)}{4q}$
 বা, $x = \frac{q^2+1}{2q}$
 বা, $q^2+1 = 2qx$
 $\therefore q^2 - 2qx + 1 = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ এবং $q = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$
 [বিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, বিনাইদহ // প্রশ্ন নং ২]
 ক. $p = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ ৪
 গ. $\frac{p^2 + 3pq + q^2}{p^2 - 3pq + q^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
 প্রশ্নমতে, $p = 2$
 বা, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = 2$
 বা, $2\sqrt{1+x} - 2\sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$
 বা, $\sqrt{1+x} = 3\sqrt{1-x}$
 বা, $1+x = 9(1-x)$ [বর্গ করে পাই]
 বা, $10x = 8$

$\therefore x = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১১

গ $p+q = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$
 $= \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})^2 + (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$
 $= \frac{2\{(\sqrt{1+x})^2 + (\sqrt{1-x})^2\}}{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2}$
 $= \frac{2(1+x+1-x)}{1+x-(1-x)} = \frac{4}{2x} = \frac{2}{x}$
 এবং $pq = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \times \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = 1$
 প্রদত্ত রাশি = $\frac{p^2 + 3pq + q^2}{p^2 - 3pq + q^2}$
 $= \frac{p^2 + 2pq + q^2 + pq}{p^2 + 2pq + q^2 - 5pq}$
 $= \frac{(p+q)^2 + 1}{(p+q)^2 - 5}$
 $= \frac{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 1}{\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 5}$
 $= \frac{4+x^2}{x^2}$
 $= \frac{4-5x^2}{x^2}$
 $= \frac{4+x^2}{4-5x^2}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ (i) $m = x(p^{-1} + q^{-1})$ এবং (ii) $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

সম্বন্ধিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log_{2\sqrt{3}} 144$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $m = 6$ হলে (i) হতে দেখাও যে, $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2$; $p \neq q$. ৪

গ. (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $c = a$ অথবা, $a + b + c + d = 0$. ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $144 = 12^2 = \{(2\sqrt{3})^2\}^2 = (2\sqrt{3})^4$
 $\therefore \log_{2\sqrt{3}} 144 = \log_{2\sqrt{3}} (2\sqrt{3})^4 = 4 \log_{2\sqrt{3}} 2\sqrt{3} = 4 \cdot 1 = 4$ (Ans.)

খ শর্তমতে, $m = 6$

বা, $x(p^{-1} + q^{-1}) = 6$

বা, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{6}{x}$

বা, $\frac{q+p}{pq} = \frac{6}{x}$

$\therefore x = \frac{6pq}{p+q}$

অতঃপর সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

প্রশ্ন ১৯ $A = 3^x + 3^{1-x}$, $B = \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a}$

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $x = \log_{2\sqrt{5}} 8000$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $A = 4$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $B = \frac{a^2+b^2}{ab}$ হলে, সমাধান সেট নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $8000 = 64 \times 125 = 4^3 \times 5^3$
 $= 2^6 \times (\sqrt{5})^6$
 $= (2\sqrt{5})^6$
 $\therefore \log_{2\sqrt{5}} 8000 = \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^6$
 $= 6 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5}$
 $= 6 \times 1$ [$\log_a a = 1$]
 $= 6$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $A = 3^x + 3^{1-x}$

এখন $A = 4$ হলে,

$3^x + 3^{1-x} = 4$

বা, $3^x + \frac{3}{3^x} = 4$

বা, $p + \frac{3}{p} = 4$ [$3^x = p$ ধরে]

বা, $\frac{p^2+3}{p} = 4$

বা, $p^2+3 = 4p$

বা, $p^2-4p+3 = 0$

বা, $p^2-3p-p+3 = 0$

বা, $p(p-3) - 1(p-3) = 0$

বা, $(p-3)(p-1) = 0$

$\therefore p-3 = 0$

বা, $p = 3$

বা, $3^x = 3^1$

$\therefore x = 1$

$\therefore x = 0, 1$ (Ans.)

নতুবা, $p-1 = 0$

বা, $p = 1$

বা, $3^x = 3^0$

$\therefore x = 0$

গ দেওয়া আছে, $B = \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a}$

এবং $B = \frac{a^2+b^2}{ab}$

সুতরাং $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

বা, $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

বা, $\frac{x-a}{x-b} - \frac{a}{b} + \frac{x-b}{x-a} - \frac{b}{a} = 0$

বা, $\frac{a(x-a) - b(x-b)}{a(x-b)} + \frac{b(x-b) - a(x-a)}{b(x-a)} = 0$

বা, $\frac{ax - a^2 - bx + b^2}{a(x-b)} + \frac{bx - b^2 - ax + a^2}{b(x-a)} = 0$

বা, $\frac{ax - bx - a^2 + b^2}{a(x-b)} - \frac{ax - bx - a^2 + b^2}{b(x-a)} = 0$

বা, $(ax - bx - a^2 + b^2) \left\{ \frac{1}{a(x-b)} - \frac{1}{b(x-a)} \right\} = 0$

$\therefore \{x(a-b) - (a+b)(a-b)\} \left\{ \frac{1}{a(x-b)} - \frac{1}{b(x-a)} \right\} = 0$

হয়, $x(a-b) - (a+b)(a-b) = 0$

বা, $x(a-b) = (a+b)(a-b)$

$\therefore x = a + b$

অথবা, $\frac{1}{a(x-b)} - \frac{1}{b(x-a)} = 0$

বা, $a(x-b) = b(x-a)$

বা, $ax - ab = bx - ab$

বা, $ax - bx = 0$

বা, $x(a-b) = 0$

$\therefore x = 0$

\therefore নির্ণেয় সমাধান সেট, $x = \{0, a + b\}$

প্রশ্ন ২০ $4x^{-1} + a^{-1} + b^{-1}$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি এবং $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

একটি সমীকরণ।

[ভিকারনিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $4x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ হলে, $x = ?$ ২

খ. উদ্ভীপকের সমীকরণটির সাহায্যে দেখাও যে, $\frac{p-1}{p+1} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$ ৪

গ. $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ হলে প্রমাণ কর যে, $c = a$ অথবা $a+b+c+d = 0$ ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$4x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

বা, $\frac{4}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{4}{x} = \frac{a+b}{ab}$

$\therefore x = \frac{4ab}{a+b}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

বা, $p^2 + 1 = \frac{2p}{x}$

বা, $\frac{p^2+1}{2p} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{p^2+1+2p}{p^2+1-2p} = \frac{1+x}{1-x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(p+1)^2}{(p-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore \frac{p-1}{p+1} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$ (দেখানো হলো)

গ পার্থিবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

প্রশ্ন ২১ $y = \frac{10mn}{m+n}$ এবং $p : q = q : r$ হলে-

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2q^2r^2 \left(\frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{r^3} \right) = p^3 + q^3 + r^3$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{y+5m}{y-5m} + \frac{y+5n}{y-5n} = 2$ যেখানে $m \neq n$ ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(গ)নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

প্রশ্ন ২২ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতি এবং $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{10}{x}$.

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]
[অধ্যায় ৪ ও ১১ এর সমন্বয়ে]

- ক. $\log_4 \sqrt{3} 2304$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ । ৪
গ. $\frac{x+5p}{x-5p} + \frac{x+5q}{x-5q}$ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $p \neq q$ । ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_4 \sqrt{3} 2304 = \log_4 \sqrt{3} (48)^2$
 $= \log_4 \sqrt{3} (4\sqrt{3})^4$
 $= 4 \log_4 \sqrt{3} 4\sqrt{3}$
 $= 4 \times 1$ [$\because \log_a a = 1$]
 $= 4$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

গ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{10}{x}$
 বা, $\frac{p+q}{pq} = \frac{10}{x}$
 বা, $x = \frac{10pq}{p+q}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(গ) দ্রষ্টব্য।
পৃষ্ঠা-২১৪

প্রশ্ন ২৩ $A = \log \sqrt{27} + \log \sqrt{8} - \frac{1}{2} \log 125$ এবং $\frac{\sqrt{3+2x} + \sqrt{3-2x}}{\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x}} = p$

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]
◀সম্বন্ধিত অধ্যায় ৪ ও ১১

- ক. $\sqrt{x^{-1}} \cdot y \cdot \sqrt{y^{-1}} \cdot z \cdot \sqrt{z^{-1}} \cdot x$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $A \div (\log 6 - \log 5)$ নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $x = \frac{3p}{p^2 + 1}$ ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sqrt{x^{-1}} \cdot y \cdot \sqrt{y^{-1}} \cdot z \cdot \sqrt{z^{-1}} \cdot x$
 $= \sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{\frac{x}{z}}$
 $= \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{z}}$
 $= 1$

খ $A = \log \sqrt{27} + \log \sqrt{8} - \frac{1}{2} \log 125$
 $= \log (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log (2^3)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \log 5^3$
 $= \log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} \log 5^3$
 $= \frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 2 - \frac{3}{2} \log 5$
 $= \frac{3}{2} (\log 3 + \log 2 - \log 5)$
 $= \frac{3}{2} \{ \log (3 \times 2) - \log 5 \}$
 $= \frac{3}{2} (\log 6 - \log 5)$

$\therefore \frac{A}{\log 6 - \log 5} = \frac{\frac{3}{2} (\log 6 - \log 5)}{\log 6 - \log 5}$
 $= \frac{3}{2}$ (Ans.)

গ $\frac{\sqrt{3+2x} + \sqrt{3-2x}}{\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x}} = p$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{3+2x} + \sqrt{3-2x} + \sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x}}{\sqrt{3+2x} + \sqrt{3-2x} - \sqrt{3+2x} + \sqrt{3-2x}} = \frac{p+1}{p-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
 $\Rightarrow \frac{2\sqrt{3+2x}}{2\sqrt{3-2x}} = \frac{p+1}{p-1}$
 $\Rightarrow \frac{3+2x}{3-2x} = \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2}$
 $\Rightarrow \frac{3+2x-3+2x}{3+2x+3-2x} = \frac{(p+1)^2 - (p-1)^2}{(p+1)^2 + (p-1)^2}$ [বিয়োজন-যোজন করে]
 $\Rightarrow \frac{4x}{6} = \frac{p^2 + 2p + 1 - p^2 + 2p - 1}{p^2 + 2p + 1 + p^2 - 2p + 1}$
 $\Rightarrow \frac{2}{3} x = \frac{4p}{2(p^2 + 1)}$
 $\Rightarrow \frac{2}{3} x = \frac{2p}{p^2 + 1}$
 $\therefore x = \frac{3p}{p^2 + 1}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৪ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. দেখাও যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ । ৪
গ. $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q}$ এর মান নির্ণয় কর, $p \neq q$ । ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪
খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪
গ সৃজনশীল চ(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৫ a, b, c, d রাশি তিনটি ক্রমিক সমাপুপাতী ও $x = \frac{8qs}{q+s}$, $q \neq s$ হলে,

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. অনুপাত ও সমানুপাত বলতে কি বুঝায়? ২
খ. প্রমাণ কর: $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + d^2 + c^2) = (ab + bc + cd)^2$ । ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+4s}{x-4s} + \frac{x+4q}{x-4q} = 2$ । ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর অনুপাত ও সমানুপাত অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০৫
খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪
গ দেওয়া আছে, $x = \frac{8qs}{q+s}$
 বা, $\frac{x}{4q} = \frac{2s}{q+s}$
 বা, $\frac{x+4q}{x-4q} = \frac{2s+q+s}{2s-q-s}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
 বা, $\frac{x+4q}{x-4q} = \frac{3s+q}{s-q} = \frac{-3s-q}{q-s} \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $\frac{x}{4s} = \frac{2q}{q+s}$

বা, $\frac{x+4s}{x-4s} = \frac{2q+q+s}{2q-q-s}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+4s}{x-4s} = \frac{3q+s}{q-s}$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$\frac{x+4q}{x-4q} + \frac{x+4s}{x-4s} = \frac{-3s-q}{q-s} + \frac{3q+s}{q-s} = \frac{-3s-q+3q+s}{q-s}$$

$$= \frac{2q-2s}{q-s} = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২৬ $A = \frac{1+px}{1-px}$ এবং $B = \frac{1+qx}{1-qx}$

[হিনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{p^3+q^3}{p-q+r} = p(p+q)$ হলে, প্রমাণ কর যে, p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. $A = \sqrt{B}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $0 < q < 2p$ । ৪

গ. $p = \frac{1}{m}, q = \frac{1}{n}$ এবং $A+B = -2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $2x^{-1} = m^{-1} + n^{-1}$ । ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

খ দেওয়া আছে, $A = \sqrt{B}$

বা, $\frac{1+px}{1-px} = \sqrt{\frac{1+qx}{1-qx}}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১০।

[a এর স্থলে p এবং b এর স্থলে q বসবে।]

গ দেওয়া আছে, $p = \frac{1}{m}, q = \frac{1}{n}$ এবং $A+B = -2$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1+\frac{x}{m}}{1-\frac{x}{m}} + \frac{1+\frac{x}{n}}{1-\frac{x}{n}} = -2$

বা, $\frac{\frac{x+m}{m-x} + \frac{n+x}{n-x}}{\frac{m-x}{m-x} + \frac{n-x}{n-x}} = -2$

বা, $\frac{m+x}{m-x} + \frac{n+x}{n-x} + 2 = 0$

বা, $\frac{m+x}{m-x} + 1 + \frac{n+x}{n-x} + 1 = 0$

বা, $\frac{m+x+m-x}{m-x} + \frac{n+x+n-x}{n-x} = 0$

বা, $\frac{2m}{m-x} + \frac{2n}{n-x} = 0$

বা, $\frac{2m}{m-x} = -\frac{2n}{n-x}$

বা, $\frac{m}{m-x} = \frac{n}{x-n}$

বা, $\frac{m-x}{m} = \frac{x-n}{n}$

বা, $1 - \frac{x}{m} = \frac{x}{n} - 1$

বা, $1+1 = \frac{x}{m} + \frac{x}{n}$

বা, $2 = x \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)$

বা, $\frac{2}{x} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

$\therefore 2x^{-1} = m^{-1} + n^{-1}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৭ $A = \sqrt{3+2x}, B = \sqrt{3-2x}, p:q = q:r$ হয়।

[অগ্রদ্বী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 18 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:4:5। বাহুগুলোর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{p^2+q^2}{q^2+r^2} = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী। ৪

গ. $m = \frac{A+B}{A-B}$ হলে প্রমাণ কর যে, $x = \frac{3m}{m^2+1}$ । ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3x, 4x ও 5x দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা = 18 সে.মি.

প্রশ্নমতে, $3x + 4x + 5x = 18$

বা, $12x = 18$

$\therefore x = 1.5$ সে.মি.

$\therefore 3x = 3 \times 1.5 = 4.5, 4x = 4 \times 1.5 = 6, 5x = 5 \times 1.5 = 7.5$

\therefore বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4.5 সে.মি., 6 সে.মি. এবং 7.5 সে.মি.

(Ans.)

খ সূজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৮ $(a+b)^2 (b^2+c^2) = (b+c)^2 (a^2+b^2)$ এবং $P = \frac{4m}{m^2+1}$

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ২]

ক. $x:y = 5:6$ হলে $3x:5y =$ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী? ৪

গ. দেখাও যে, $m = \frac{\sqrt{2+p} + \sqrt{2-p}}{\sqrt{2+p} - \sqrt{2-p}}$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$x:y = 5:6$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{5}{6}$

বা, $6x = 5y$

বা, $2.3x = 5y$

বা, $\frac{3x}{5y} = \frac{1}{2}$

$\therefore 3x:5y = 1:2$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$(a+b)^2 (b^2+c^2) = (b+c)^2 (a^2+b^2)$

বা, $\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+c^2+2bc}{b^2+c^2} = \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+c^2+2bc-b^2-c^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+b^2+2ab-a^2-b^2}{a^2+b^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2bc}{b^2+c^2} = \frac{2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2+c^2} = \frac{a}{a^2+b^2}$ [উভয় পক্ষকে 2b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $ab^2+ac^2 = a^2c+b^2c$

বা, $ac^2-a^2c = b^2c-ab^2$

বা, $ac(c-a) = b^2(c-a)$

বা, $ac = b^2$ [উভয়পক্ষকে (c-a) দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{বা, } a \div b = b \div c$$

∴ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$$p = \frac{4m}{m^2 + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{p}{2} = \frac{2m}{m^2 + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{2}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{2 + p}{2 - p} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{2+p}{2-p}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 = \frac{2+p}{2-p}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1}{m-1} = \sqrt{\frac{2+p}{2-p}}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{2+p}}{\sqrt{2-p}}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{2+p} + \sqrt{2-p}}{\sqrt{2+p} - \sqrt{2-p}} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{2+p} + \sqrt{2-p}}{\sqrt{2+p} - \sqrt{2-p}}$$

$$\therefore m = \frac{\sqrt{2+p} + \sqrt{2-p}}{\sqrt{2+p} - \sqrt{2-p}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২৯ (i) $p^2 - \frac{2p}{x} + 1$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ii) একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 5 : 8 : 12 এবং পরিসীমা 50 সে.মি। [বিন্দুসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. ত্রিভুজটির বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে 10% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? ৪

গ. (i) নং উদ্দীপকের মান শূন্য হলে, প্রমাণ কর যে, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 5 : 8 : 12 এবং পরিসীমা 50 সে.মি.

ধরি, ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে $5x$, $8x$ ও $12x$ সে.মি.।

$$\text{প্রশ্নমতে, } 5x + 8x + 12x = 50$$

$$\text{বা, } 25x = 50$$

$$\therefore x = 2 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে } (5 \times 2) = 10 \text{ সে.মি.}, (8 \times 2) = 16 \text{ সে.মি. ও } (12 \times 2) = 24 \text{ সে.মি.}$$

খ প্রশ্নমতে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 24 সে.মি. ও 10 সে.মি.।

$$\therefore \text{ ক্ষেত্রফল} = 24 \times 10 = 240 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$10\% \text{ বৃদ্ধির ফলে নতুন দৈর্ঘ্য} = (24 + 24 \text{ এর } 10\%) \\ = 24 + 2.4 = 26.4$$

$$\text{এবং } 10\% \text{ বৃদ্ধির ফলে নতুন প্রস্থ} = (10 + 10 \text{ এর } 10\%) \\ = 10 + 1 = 11 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অর্থাৎ, নতুন ক্ষেত্রফল} = 26.4 \times 11 = 290.4 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি} = \frac{290.4 - 240}{240} \times 100 = 21\% \text{ (Ans.)}$$

গ সূজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩০ $\frac{x+3a}{x-3a}$ এবং $\frac{x+3b}{x-3b}$ দুটি বীজগাণিতিক রাশি।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $b^2 = ac$ ২

খ. $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} \left(\frac{a+b}{ab}\right)$ হলে দেখাও যে, প্রদত্ত রাশিগুলোর যোগফল 2 হবে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(\log_a \sqrt{27} + \log_a 8 - \log_a \sqrt{1000}) \div \log_a \frac{6}{5} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১২

খ দেওয়া আছে, $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} \left(\frac{a+b}{ab}\right)$

$$\text{বা, } \frac{6}{x} = \frac{b+a}{ab}$$

$$\text{বা, } 6ab = x(a+b) \text{ [আড় গুণন করে]}$$

$$\text{বা, } x(a+b) = 6ab$$

$$\therefore x = \frac{6ab}{a+b} \dots (i)$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } x = \frac{6ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3a} = \frac{2b}{a+b} \text{ [3a দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\therefore \frac{x+3a}{x-3a} = \frac{a+3b}{b-a} \dots \dots (ii)$$

আবার, (i) নং হতে পাই,

$$x = \frac{6ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3b} = \frac{2a}{a+b} \text{ [3b দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\therefore \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots (iii)$$

এখন, (ii) ও (iii) যোগ করে,

$$\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} \\ = \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} \\ = \frac{a+3b-3a-b}{b-a} \\ = \frac{2(b-a)}{b-a} \\ = 2 \text{ [} a \neq b \text{]}$$

$$\therefore \frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$$

∴ প্রদত্ত রাশিগুলোর যোগফল 2. (দেখানো হলো)

গ $(\log_a \sqrt{27} + \log_a 8 - \log_a \sqrt{1000}) \div \log_a \frac{6}{5}$

$$= \frac{\log_a \sqrt{27} + \log_a 8 - \log_a \sqrt{1000}}{\log_a \left(\frac{6}{5}\right)}$$

$$= \frac{\log_a \sqrt{27} + \log_a 8 - \log_a \sqrt{1000}}{\log_a 1.2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\log_a(3^3)^2 + \log_a 2^3 - \log_a(10^3)^2}{\log_a \frac{12}{10}} \\
&= \frac{\log_a 3^6 + \log_a 2^3 - \log_a 10^6}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log_a 3 + 3 \log_a 2 - \frac{3}{2} \log_a 10}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log_a 3 + \frac{3}{2} \times 2 \log_a 2 - \frac{3}{2} \log_a 10}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{\frac{3}{2} \log_a 3 + \frac{3}{2} \log_a 2^2 - \frac{3}{2} \log_a 10}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{\frac{3}{2} \{ \log_a (3 \times 2^2) - \log_a 10 \}}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{\frac{3}{2} (\log_a 12 - \log_a 10)}{\log_a 12 - \log_a 10} \\
&= \frac{3}{2} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \\
\therefore (\log_a \sqrt{27} + \log_a 8 - \log_a \sqrt{1000}) \div \log_a \frac{6}{5} &= \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \text{ (প্রমাণিত)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩১ $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ এবং $x = \frac{\sqrt{m+1} + \sqrt{m-1}}{\sqrt{m+1} - \sqrt{m-1}}$ দুইটি বীজগাণিতিক

- রাশি। [মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ ৷ প্রশ্ন নং ২]
- ক. 4, x, 16 ক্রমিক সমানুপাতিক হলে, x এর মান কত? ২
- খ. দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক। 8
- গ. প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ 8

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 4, x, 16 ক্রমিক সমানুপাতিক হলে,

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$$

বা, $x^2 = 64$

$\therefore x = \pm 8$ (Ans.)

খ সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩২ p, q, r, s ক্রমিক সমানুপাতী এবং $a^2 - \frac{2a}{y} + 1 = k$ হলে,

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $2 \log_{2\sqrt{5}} \sqrt{400}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$ । 8
- গ. দেখাও যে, $a^{-1} = \frac{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}$; যখন $k = 0$ । 8

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $400 = 20^2$

$$\begin{aligned}
&= (4 \times 5)^2 \\
&= \{(2\sqrt{5})^2\}^2 \\
&= (2\sqrt{5})^4 \\
\text{এখন, } 2 \log_{2\sqrt{5}} \sqrt{400}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \log_{2\sqrt{5}} \sqrt{(2\sqrt{5})^4} \\
&= 2 \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^2 \\
&= 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} \\
&= 4 \times 1 = 4 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

খ সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, $a = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩৩ $y = \frac{14mn}{m+n}$; $p : q = q : r$ ।

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ । ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6} \right) = p^6 + q^6 + r^6$ । 8
- গ. $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n}$ এর মান নির্ণয় কর, [যেখানে $m - n \neq 0$] 8

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৪ $\frac{6}{x} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \dots$ (i) এবং $a : b = b : c \dots$ (ii)

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(ab + bc + ca)^3 = abc(a + b + c)^3$ ২
- খ. (i) নং থেকে দেখাও যে, $\frac{x+3m}{x-3m} + \frac{x+3n}{x-3n} = 2$ 8
- গ. (ii) নং শর্তে দেখাও যে, $a^3b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ 8

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক SSC গণিত মেইড ইজি দেওয়া আছে,

$$a : b = b : c$$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore b^2 = ac$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= (ab + bc + ca)^3 \\
&= (ab + bc + b^2)^3 \\
&= \{b(a + c + b)\}^3 \\
&= b^3 (a + b + c)^3 \\
&= b^2 \cdot b (a + b + c)^3 \\
&= ac \cdot b (a + b + c)^3 \\
&= abc (a + b + c)^3 \\
&= \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

$\therefore (ab + bc + ca)^3 = abc(a + b + c)^3$ (দেখানো হলো)

খ সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৫ (i) $P^2 - \frac{2P}{x} + 1 = 0$ (ii) $\frac{6}{m} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\log_2(\sqrt[7]{7} \cdot \sqrt{7}) + \log_4 2$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{m+3a}{m-3a} + \frac{m+3b}{m-3b} = 2$ [উদ্দীপক (ii) হতে] 8

গ. দেখাও যে, $P = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ [উদ্দীপক (i) হতে]

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\log_7(\sqrt[7]{7} \cdot \sqrt[7]{7}) + \log_4 2$
 $= \log_7 7^{\frac{1}{7} + \frac{1}{7}} + \log_4 2$
 $= \log_7 7^{\frac{2}{7}} + \frac{1}{2} \times 1$
 $= \frac{2}{7} + \frac{1}{2}$
 $= \frac{2+7}{14}$
 $= \frac{9}{14}$
 $= \frac{8}{7}$ (Ans.)

খ. সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

গ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৬ p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{x}$

◀সম্বন্ধিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. দেখাও যে, $p^2q^2r^2(p^{-3} + q^{-3} + r^{-3}) = p^3 + q^3 + r^3$ ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$, $a \neq b$ ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $400 = 20 \times 20$
 $= (2\sqrt{5})^2 \times (2\sqrt{5})^2$
 $= (2\sqrt{5})^4$
 $\therefore \log_{2\sqrt{5}} 400 = \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4$
 $= 4 \times \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5}$
 $= 4 \times 1 = 4$ (Ans.)

খ. সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{x}$

বা, $\frac{a+b}{ab} = \frac{4}{x}$

বা, $x(a+b) = 4ab$

বা, $x = \frac{4ab}{a+b} \dots \dots \dots$ (i)

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{a+3b}{b-a} \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং হতে পাই, $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots \dots \dots$ (iii)

(ii) নং এবং (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{-(b-a)}$
 $= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$
 $= \frac{a+3b-(3a+b)}{b-a}$
 $= \frac{a+3b-3a-b}{b-a}$
 $= \frac{2b-2a}{b-a}$
 $= \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2$ [$a \neq b$]

$\therefore \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩৭ p, q, r তিনটি ক্রমিক সমানুপাতী রাশি।

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $5x : 3y = 2 : 3$ হলে, $3x : 5y$ এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2q^2r^2 \left(\frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{r^3} \right) = p^3 + q^3 + r^3$ ৪

গ. $\frac{p^2+q^2}{q^2+r^2} = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$ হলে, দেখাও যে, উদ্দীপকের শর্তকে সমর্থন করে। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$5x : 3y = 2 : 3$

বা, $\frac{5x}{3y} = \frac{2}{3}$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$

বা, $\frac{3}{5} \cdot \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$

বা, $\frac{3x}{5y} = \frac{6}{25}$

$\therefore 3x : 5y = 6 : 25$ (Ans.)

খ. সৃজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৮ $x = \frac{14ab}{a+b}$ এবং $p : q = q : r$.

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর // প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6} \right) = p^6 + q^6 + r^6$. ৪

গ. $\frac{x+7a}{x-7a} + \frac{x+7b}{x-7b}$ এর মান নির্ণয় কর। [$a \neq b$] ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$y \rightarrow x, m \rightarrow a, n \rightarrow b$

প্রশ্ন ৩৯ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী এবং $m^3 - 3m^2x + 3m - x = 0$

[পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর // প্রশ্ন নং ১]

ক. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ ২

খ. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, উদ্দীপকের প্রথম শর্তটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. দেখাও যে, $m = \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}}$ ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সূজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, $m^3 - 3xm^2 + 3m - x = 0$

বা, $m^3 + 3m = x + 3xm^2$

বা, $m^3 + 3m = x(1 + 3m^2)$

বা, $\frac{m^3 + 3m}{1 + 3m^2} = x$

বা, $\frac{m^3 + 3m + 3m^2 + 1}{m^3 + 3m - 3m^2 - 1} = \frac{x + 1}{x - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(m+1)^3}{(m-1)^3} = \frac{x+1}{x-1}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$ [ঘনমূল করে]

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}}$

$\therefore m = \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৪০ a : b = b : c এবং $y = \frac{6pq}{p+q}$

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a}{c}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ 8

গ. দেখাও যে, $\frac{y+3p}{y-3p} + \frac{y+3q}{y-3q} = 2, p \neq q.$ 8

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সূজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ৮(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪১ a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ গণিত মেইড ইজি

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ 8

গ. উদ্দীপকের আলোকে x এর মান p এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। 8

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$ (দেখানো হলো)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

গ সূজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

বি.দ্র.: m এর স্থলে x এবং x এর স্থলে p বসবে।

প্রশ্ন ৪২ p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী এবং $M = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

সম্বিত অধ্যায় ৫ ও ১১

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{x}{p} + \frac{p}{x} = \frac{x}{q} + \frac{q}{x}$ সমীকরণটির সমাধান কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4\left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6}\right) = p^6 + q^6 + r^6.$ 8

গ. $8x^{-1} = M$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = 2; a \neq b.$ 8

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x}{p} + \frac{p}{x} = \frac{x}{q} + \frac{q}{x}$

বা, $\frac{x}{p} - \frac{x}{q} = \frac{q}{x} - \frac{p}{x}$

বা, $\frac{qx - px}{pq} = \frac{q - p}{x}$

বা, $\frac{x(q-p)}{pq} = \frac{q-p}{x}$

বা, $x^2(q-p) = pq(q-p)$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2 = pq$

$\therefore x = \sqrt{pq}$ [বর্গমূল করে]

\therefore নির্ণয় সমাধান: $x = \sqrt{pq}$

খ সূজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, $M = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ এবং $8x^{-1} = M$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{a+b}{ab}$

বা, $\frac{x}{8} = \frac{ab}{a+b}$

$\therefore x = \frac{8ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{4a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} = \frac{3b+a}{b-a} \dots \dots (i)$

আবার, $\frac{x}{4b} = \frac{2a}{a+b}$
SSC গণিত মেইড ইজি

বা, $\frac{x}{4b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+4b}{x-4b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots \dots (ii)$

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে,

$\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{2b-2a}{b-a}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{2(b-a)}{(b-a)}$

$\therefore \frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন 8৩ $m = \frac{1 - px}{1 + px}$ এবং $n = \frac{1 + qx}{1 - qx}$ যেখানে $p \neq q$

আবার, $\frac{16}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, যেখানে $a \neq b$

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল-১] প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{(x-y)^2}{x} = \frac{(y-z)^2}{z}$

খ. $m\sqrt{n} = 1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

গ. $\frac{x+8a}{x-8a} + \frac{x+8b}{x-8b}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ বা, $y^2 = zx$

এখন, $\frac{(x-y)^2}{x} = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x} = \frac{x^2 - 2xy + zx}{x} = \frac{x(x-2y+z)}{x}$

$\therefore \frac{(x-y)^2}{x} = x - 2y + z$

$= \frac{z(x-2y+z)}{z}$

$= \frac{zx - 2yz + z^2}{z} = \frac{y^2 - 2yz + z^2}{z}$ [মান বসিয়ে]

$\therefore \frac{(x-y)^2}{x} = \frac{(y-z)^2}{z}$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $m\sqrt{n} = 1$

বা, $\frac{1-px}{1+px} \sqrt{\frac{1+qx}{1-qx}} = 1$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১০

গ. দেওয়া আছে, $\frac{16}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{16}{x} = \frac{a+b}{ab}$

বা, $\frac{x}{16} = \frac{ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{8a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+8a}{x-8a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+8a}{x-8a} = \frac{3b+a}{b-a} \dots \dots (i)$

আবার, $\frac{x}{16} = \frac{ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{8b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+8b}{x-8b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$

বা, $\frac{x+8b}{x-8b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$\frac{x+8a}{x-8a} + \frac{x+8b}{x-8b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= -\frac{3b+a}{a-b} + \frac{3a+b}{a-b}$

$= \frac{-3b-a+3a+b}{a-b}$

$= \frac{2a-2b}{a-b}$

$= \frac{2(a-b)}{a-b}$

$= 2$ (Ans.)

প্রশ্ন 8৪ $y = \frac{14mn}{m+n}$ এবং $p : q = q : r$

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল-১] প্রশ্ন নং ৩]

ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^4q^4r^4 \left(\frac{1}{p^6} + \frac{1}{q^6} + \frac{1}{r^6} \right) = p^6 + q^6 + r^6$ ৪

গ. $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n}$ এর মান নির্ণয় কর, $m \neq n$. ৪

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন 8৫ p, q, r ও s ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $x = \frac{10mn}{m+n}$

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম] প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$ ৪

গ. $\frac{x+5m}{x-5m} + \frac{x+5n}{x-5n}$ এর মান নির্ণয় কর যেখানে, $m \neq n$ ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

প্রশ্ন 8৬ a, b, c ও d চারটি ক্রমিক সমানুপাতী রাশি।

[ডাঃ খালস্জীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম] প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{a+b+c}{b+c+d}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(b-c)^2 + (c-a)^2 + (b-d)^2 = (a-d)^2$ ৪

গ. যদি d ও c কে যথাক্রমে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিবেচনা করা হয় তবে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 20% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$, [k একটি সমানুপাতিক প্রবন্ধক]

$\therefore \frac{c}{d} = k$

বা, $c = dk$

$\frac{b}{c} = k$

বা, $b = ck = dk \cdot k = dk^2$

এবং $\frac{a}{b} = k$

বা, $a = bk = dk^2 \cdot k = dk^3$

এখন, $\frac{a+b+c}{b+c+d} = \frac{dk^3 + dk^2 + dk}{dk^2 + dk + d}$

$= \frac{dk(k^2 + k + 1)}{d(k^2 + k + 1)}$

$= k$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k = \frac{a+b+c}{b+c+d}$

\therefore প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{a+b+c}{b+c+d}$ (দেখানো হলো)

খ. এখানে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

$\therefore ad = bc$

এবং $ac = b^2, bd = c^2$

বামপক্ষ $= (b-c)^2 + (c-a)^2 + (b-d)^2$

$= b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ac + a^2 + b^2 - 2bd + d^2$

$= a^2 + 2b^2 + 2c^2 + d^2 - 2bc - 2ac - 2bd$

$= a^2 + 2b^2 + 2c^2 + d^2 - 2ad - 2b^2 - 2c^2$ [bc, ac ও bd এর মান বসিয়ে]

$= a^2 - 2ad + d^2$

$$= (a-d)^2$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (b-c)^2 + (c-a)^2 + (b-d)^2 = (a-d)^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = d
প্রস্থ = c

\therefore ক্ষেত্রফল = dc বর্গ একক

এখন, আয়তক্ষেত্রের পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য = d + d এর 10%

$$= d + d \times \frac{10}{100}$$

$$= \frac{11d}{10}$$

এবং পরিবর্তিত প্রস্থ = c - c এর 20%

$$= c - c \times \frac{20}{100}$$

$$= c - \frac{c}{5} = \frac{4c}{5}$$

$$\therefore \text{পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল} = \frac{11d}{10} \times \frac{4c}{5}$$

$$= \frac{22dc}{25}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়} = dc - \frac{22dc}{25}$$

$$= \frac{25dc - 22dc}{25}$$

$$= \frac{3}{25} dc$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায়} = \frac{\frac{3}{25} dc}{dc} \times 100$$

$$= \frac{3 \times 100}{25}$$

$$= 12\% \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8৭ (i) $y^3 - 3py^2 + 3y - p = 0$

$$(ii) \frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$$

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক x, y, z ত্রিমিক সমানুপাতী হলে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{x+y}{y+z}\right)^2 = \frac{x}{z}$ ২

খ (i) থেকে দেখাও যে, $y = \frac{\sqrt[3]{p+1} + \sqrt[3]{p-1}}{\sqrt[3]{p+1} - \sqrt[3]{p-1}}$ ৪

গ (ii) নং থেকে প্রমাণ কর যে, $ax^{-1} = by^{-1} = cz^{-1}$. ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান SSC গণিত মেইড ইজি

ক সৃজনশীল ১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৩৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} = k$

$$\therefore bz - cy = ak \dots \dots (i)$$

$$\therefore cx - az = bk \dots \dots (ii)$$

$$\therefore ay - bx = ck \dots \dots (iii)$$

এখন (i) নং, (ii) নং এবং (iii) নং সমীকরণকে যথাক্রমে a, b এবং c দ্বারা গুণ করে পাই,

$$abz - acy = a^2k$$

$$bcx - abz = b^2k$$

$$acy - cbx = c^2k$$

$$0 = k(a^2 + b^2 + c^2) \text{ [যোগ করে]}$$

$$\therefore k = 0 \quad [\because a, b, c \text{ ধ্রুবক হওয়ায় } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0]$$

$$\text{তাহলে, } \frac{bz - cy}{a} = 0$$

$$\text{বা, } bz - cy = 0$$

$$\text{বা, } bz = cy$$

$$\therefore \frac{z}{c} = \frac{y}{b} \dots \dots (iv)$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

$$\therefore ax^{-1} = by^{-1} = cz^{-1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{আবার, } \frac{cx - az}{b} = 0$$

$$\text{বা, } cx - az = 0$$

$$\text{বা, } cx = az$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{z}{c} \dots \dots (v)$$

প্রশ্ন 8৮ $m = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ এবং $n = \frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2}$

[সেন্ট প-সিডিস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক p, q ও r ত্রিমিক সমানুপাতী হলে, প্রমাণ কর যে, $n = \frac{p}{r}$ । ২

খ $m = \frac{6}{x}$ হলে, সমানুপাতের ধর্ম ব্যবহার করে, প্রমাণ কর যে,

$$\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 2, \text{ যেখানে } p \neq q। \quad 8$$

গ $n = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, p, q ও r ত্রিমিক সমানুপাতী। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

p, q, r ত্রিমিক সমানুপাতী অর্থাৎ

$$q^2 = pr \dots \dots (i)$$

এখন বামপক্ষ = n

$$= \frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2}$$

$$= \frac{p^2 + pr}{pr + r^2} = \frac{p(p+r)}{r(p+r)} = \frac{p}{r} = \text{ডানপক্ষ}।$$

$$\therefore n = \frac{p}{r} \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন 8৯ (i) $A = \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (ii) $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ৫ ও ১১

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক $\log_x 324 = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ (i) নং এর সাহায্যে সমাধান কর: $A = \frac{1}{x+a+b}$ ৪

গ (ii) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$. ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\log_x 324 = 4$

$$\text{বা, } x^4 = 324$$

$$\text{বা, } x^4 = 18^2$$

$$\text{বা, } x^4 = \{(3\sqrt{2})^2\}^2$$

$$\text{বা, } x^4 = (3\sqrt{2})^4$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $A = \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$$\text{আবার, } A = \frac{1}{x+a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b} - \frac{1}{x}$$

বা, $\frac{b+a}{ab} = \frac{x-(a+b+x)}{x(a+b+x)}$
 বা, $\frac{(a+b)}{ab} = \frac{-(a+b)}{ax+bx+x^2}$
 বা, $\frac{1}{ab} = \frac{-1}{ax+bx+x^2}$
 বা, $-ab = ax+bx+x^2$ [আড়গুণন করে]
 বা, $x^2+ax+bx+ab=0$
 বা, $x(x+a)+b(x+a)=0$
 $\therefore (x+a)(x+b)=0$
 হয়, $x+a=0$ অথবা, $x+b=0$
 $\therefore x=-a$ $\therefore x=-b$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান সেট: $\{-a, -b\}$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

প্রশ্ন ৫০ $\frac{6}{x} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ এবং $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ২]

- ক. x এর মান p ও q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. দেখাও যে, $c=a$ অথবা $a+b+c+d=0$ । ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল চ(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল চ(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

প্রশ্ন ৫১ $a = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$ এবং $x^3 - 3px^2 + 3x - p = 0$

সমন্বিত অধ্যায় ৩, ৪ ও ১১

[বু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\log_x \frac{1}{16} = -2$ হলে x এর মান কত? ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $a^5 + \frac{1}{a^5} = 178\sqrt{3}$ ৪
 গ. দেখাও যে, $x = \frac{(p+1)^{\frac{1}{3}} + (p-1)^{\frac{1}{3}}}{(p+1)^{\frac{1}{3}} - (p-1)^{\frac{1}{3}}}$ ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_x \frac{1}{16} = -2$

বা, $x^{-2} = \frac{1}{16}$

বা, $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{16}$

বা, $x^2 = 16$

$\therefore x = 4$ [$x > 0$]

খ দেওয়া আছে, $a = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

$= \sqrt{3+2\sqrt{3 \times 2}+2}$

$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

বা, $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2\sqrt{3})^2$ [বর্গ করে]

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 12$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 12$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 12 - 2$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 10$ (i)

আবার, $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = (2\sqrt{3})^3$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = 24\sqrt{3}$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} + 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

বা, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3}$ (ii)

(i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 180\sqrt{3}$

বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + a + \frac{1}{a} = 180\sqrt{3}$

বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} + 2\sqrt{3} = 180\sqrt{3}$

বা, $a^5 + \frac{1}{a^5} = 180\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 178\sqrt{3}$ (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল ৩৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫২ দেওয়া আছে (i) $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

(ii) কোন আয়তের দৈর্ঘ্য a একক, প্রস্থ b একক।

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ // প্রশ্ন নং ২]

ক. p, q, r সমানুপাতিক হলে দেখাও যে, $\frac{p}{r} = \frac{p^2+q^2}{q^2+r^2}$ ২

খ. দেখাও যে, $x = \frac{(m+1)^{\frac{1}{3}} + (m-1)^{\frac{1}{3}}}{(m+1)^{\frac{1}{3}} - (m-1)^{\frac{1}{3}}}$ ৪

গ. $a, 18\%$ বৃদ্ধি পেলে b স্থির থাকলে আয়তের শতকরা কী পরিবর্তন হবে? ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২১৪

খ সৃজনশীল ৩৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে,

কোনো আয়তের দৈর্ঘ্য a একক এবং প্রস্থ b একক

\therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ab

$a, 18\%$ বৃদ্ধি পেলে পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য = $a+a$ এর 18%

$= a + a \times \frac{18}{100}$

$= a + .18a$

$$= 1.18a$$

∴ পরিবর্তিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1.18 ab

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় (1.18 ab - ab) = 0.18 ab

∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে = $\frac{0.18ab}{ab} \times 100\%$

$$= 18\% \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৩ $m = 3bc^2 - 4ac + 3b$ এবং $n = \frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q}$

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল // প্রশ্ন নং ২]

ক. $x \div y = 6 \div 5$ হলে $5x \div 6y =$ কত? ২

খ. $m = 0$ হলে দেখাও যে, $\frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} = c$ । ৪

গ. $n = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x \div y = 6 \div 5$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$

বা, $5x = 6y$

বা, $\frac{5x}{6y} = 1$

∴ $5x \div 6y = 1 \div 1 \text{ (Ans.)}$

খ দেওয়া আছে, $m = 0$

বা, $3bc^2 - 4ac + 3b = 0$

বা, $3b(c^2 + 1) = 4ac$

বা, $\frac{c^2 + 1}{2c} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{c^2 + 1 + 2c}{c^2 + 1 - 2c} = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(c+1)^2}{(c-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\left(\frac{c+1}{c-1}\right)^2 = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{c+1}{c-1} = \sqrt{\frac{2a+3b}{2a-3b}}$

বা, $\frac{c+1}{c-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{c+1+c-1}{c+1-c+1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2c}{2} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$

∴ $c = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $n = 2$

বা, $\frac{x+3p}{x-3p} + \frac{x+3q}{x-3q} = 1 + 1$

বা, $\frac{x+3p}{x-3p} - 1 = 1 - \frac{x+3q}{x-3q}$

বা, $\frac{x+3p-x+3p}{x-3p} = \frac{x-3q-x-3q}{x-3q}$

বা, $\frac{6p}{x-3p} = \frac{-6q}{x-3q}$

বা, $\frac{p}{x-3p} = \frac{-q}{x-3q}$

বা, $\frac{x-3p}{p} = \frac{x-3q}{-q}$

বা, $\frac{x}{p} - 3 = -\frac{x}{q} + 3$

বা, $\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = 6$

বা, $x\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) = 6$

বা, $x \times \frac{p+q}{pq} = 6$

∴ $x = \frac{6pq}{p+q} \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ৫৪ i) $\frac{a}{x} + \frac{a}{y} = 10$ এবং ii) $x = 3 + 2\sqrt{2}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ২, ৩ ও ১১

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল // প্রশ্ন নং ২]

ক. $f(x+3) = \frac{4x+1}{4x-1}$ হলে, $f(2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{a+5x}{a-5x} + \frac{a+5y}{a-5y} = 2$ ৪

গ. $\frac{x^6-1}{x^3} \div \left\{ (\sqrt{x})^3 - \frac{1}{(\sqrt{x})^3} \right\}$ নির্ণয় কর। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$f(x+3) = \frac{4x+1}{4x-1}$

ধরি, $x+3 = y$

∴ $x = y - 3$

∴ $f(y) = \frac{4(y-3)+1}{4(y-3)-1}$

$= \frac{4y-12+1}{4y-12-1} = \frac{4y-11}{4y-13}$

∴ $f(2) = \frac{4 \cdot 2 - 11}{4 \cdot 2 - 13} = \frac{8-11}{8-13} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5} \text{ (Ans.)}$

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়- ১১.১ এর উদাহরণ ১১(গ) অনুরূপ। পৃষ্ঠা-২১৪

গ দেওয়া আছে, $x = 3 + 2\sqrt{2}$

বা, $x = 2 + 2\sqrt{2} + 1$

বা, $x = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + 1^2$

বা, $x = (\sqrt{2} + 1)^2$

∴ $\sqrt{x} = \sqrt{2} + 1$ [বর্গমূল করে]

∴ $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

$= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$

$= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1}$

$= \sqrt{2}-1$

∴ $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = (\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}-1)$

$= \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1$

$= 2$

এখন, $(\sqrt{x})^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 + 3 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$= 2^3 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \times \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} \\
&= \frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} \\
&= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} \\
&= 3-2\sqrt{2} \\
\therefore x - \frac{1}{x} &= 3+2\sqrt{2} - 3+2\sqrt{2} \\
&= 4\sqrt{2} \\
\therefore \frac{x^6-1}{x^3} &= x^3 - \frac{1}{x^3} \\
&= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) \\
&= (4\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 4\sqrt{2} \\
&= 128\sqrt{2} + 12\sqrt{2} \\
&= 140\sqrt{2} \\
\therefore \frac{x^6-1}{x^3} &\div \left(\sqrt{x}^3 - \frac{1}{\sqrt{x}^3}\right) \\
&= 140\sqrt{2} \div 14 \\
&= 10\sqrt{2} \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৫ $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ এবং $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে,

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর] μ প্রশ্ন নং ২।
ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 4 এবং এদের ল.সা.গু. 180। সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ 8

গ. দেখাও যে, a, b, c ত্রিমিক সমানুপাতী। 8

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বরি, সংখ্যা দুইটি $5x$ এবং $4x$
 \therefore এদের ল.সা.গু. = $20x$
প্রশ্নমতে, $20x = 180$
 $\therefore x = 9$
 \therefore সংখ্যা দুইটি হবে (5×9) বা 45 এবং (4×9) বা, 36 (Ans.)

খ সূজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৬ (i) $m^3 - 3m^2n + 3m - n = 0$ (ii) $p = 30$ এবং $Q = 20$

[বালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বালকাঠি] μ প্রশ্ন নং ৩।
ক. $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 398? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m = \frac{(n+1)^{\frac{1}{3}} + (n-1)^{\frac{1}{3}}}{(n+1)^{\frac{1}{3}} - (n-1)^{\frac{1}{3}}}$ 8

গ. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য P% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ Q% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? 8

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অঙ্ক, $d = (8 - 5) = (11 - 8) = 3$
প্রথম পদ, $a = 5$

\therefore ধারাটি সমাঙ্ক ধারা।

ধরি, ধারাটির n তম পদ = 398

$\therefore a + (n-1)d = 398$

বা, $5 + (n-1)3 = 398$

বা, $n - 1 = \frac{398 - 5}{3}$

বা, $n - 1 = 131$

$\therefore n = 132$

\therefore ধারাটির 132 তম পদ = 398 (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $m^3 - 3nm^2 + 3m - n = 0$

বা, $m^3 + 3m = n + 3nm^2$

বা, $m^3 + 3m = n(1 + 3m^2)$

বা, $\frac{m^3 + 3m}{1 + 3m^2} = n$

বা, $\frac{m^3 + 3m + 3m^2 + 1}{m^3 + 3m - 3m^2 - 1} = \frac{n+1}{n-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(m+1)^3}{(m-1)^3} = \frac{n+1}{n-1}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \sqrt[3]{\frac{n+1}{n-1}}$ [ঘনমূল করে]

বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n-1}}{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n-1}}{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}$

$\therefore m = \frac{\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n-1}}{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}$

$\therefore m = \frac{(n+1)^{\frac{1}{3}} + (n-1)^{\frac{1}{3}}}{(n+1)^{\frac{1}{3}} - (n-1)^{\frac{1}{3}}}$ (প্রমাণিত)

গ ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x

এবং প্রস্থ = y

\therefore ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক

দেওয়া আছে, $P = 30$, $Q = 20$

P% বা 30% বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য = $\left(x + \frac{30x}{100}\right)$ একক

$= \frac{130x}{100}$

$= \frac{13x}{10}$ একক

Q% বা, 20% হ্রাসে পরিবর্তিত প্রস্থ = $\left(y - \frac{20y}{100}\right)$ একক

$= \frac{80y}{100}$ একক

$= \frac{8y}{10}$ একক

\therefore পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = $\frac{13x}{10} \times \frac{8y}{10}$

$= \frac{104xy}{100}$

\therefore ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\frac{\frac{104xy}{100} - xy}{xy} \times 100\%$

$= \frac{xy(104 - 100)}{xy \times 100} \times 100\%$

$= 4\%$ (Ans.)

প্রশ্ন ৫৭ a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী এবং $y = \frac{14pq}{p+q}$

[রায়ের বাজার উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ ৪
- গ. $\frac{y+7p}{y-7p} + \frac{y+7q}{y-7q}$ এর মান নির্ণয় কর; $p \neq q$ ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন-২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

[m ও n এর স্থলে যথাক্রমে p ও q ধরতে হবে]

প্রশ্ন ৫৮ $m^2 - \frac{2m}{x} + 1 = 0$ এবং একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a মিটার ও প্রস্থ b মিটার। [রাজেশ্বরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, গাজীপুর ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২
- খ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = m^{-1}$ ৪
- গ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

খ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর $\frac{1}{m} = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$

$\therefore m^{-1} = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ (প্রমাণিত)

গ. ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x একক এবং প্রস্থ = y একক

\therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গএকক

দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি পেলে নতুন দৈর্ঘ্য = $(x + \frac{15}{100}x)$
= 1.15x একক

প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে নতুন প্রস্থ = $(y - \frac{10}{100}y)$
= 0.9y একক

\therefore নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1.15x × 0.9y
= 1.035xy বর্গএকক

\therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পায় = $\frac{1.035xy - xy}{xy} \times 100\%$
= $\frac{0.035xy}{xy} \times 100\%$
= 0.035 × 100%
= 3.5% (Ans.)

প্রশ্ন ৫৯ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{10}{x}$; $P^2 + 1 = \frac{2P}{x}$ এবং $M = x - a$, $N = x - b$, $R = x - 3a - 3b$ যেখানে x চলক এবং a, b ∈ R

◀সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১১

[রাজবাড়ী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রাজবাড়ী ৷ প্রশ্ন নং ১]

ক. দেখাও যে, $x = \frac{10pq}{p+q}$ ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = P$ ৪

গ. $\frac{M}{b} + \frac{N}{a} + \frac{R}{a+b} = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $x = a + b$ ৪

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{10}{x}$

বা, $\frac{q+p}{pq} = \frac{10}{x}$

$\therefore x = \frac{10pq}{p+q}$ (দেখানো হলো)

খ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $M = x - a$, $N = x - b$, $R = x - 3a - 3b$

এবং $\frac{M}{b} + \frac{N}{a} + \frac{R}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

বা, $(\frac{x-a}{b} - 1) + (\frac{x-b}{a} - 1) + (\frac{x-3a-3b}{a+b} + 2) = 0$

বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-3a-3b+2a+2b}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-a-b}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা, $(x-a-b)(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}) = 0$

বা, $x - a - b = 0$

$[x \in \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \neq 0]$

$\therefore x = a + b$ (সমাধান)

প্রশ্ন ৬০ $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ এবং $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

[কিশোরগঞ্জ সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, কিশোরগঞ্জ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a \div b = b \div c$ হলে দেখাও যে, $(\frac{a+b}{b+c})^2 = \frac{a}{c}$ ২

খ. দেখাও যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ৪৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬১ (i) $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ (ii) $x^3 - 3px^2 + 3x - p = 0$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[মসজিদ মিশন একাডেমী (স্কুল এন্ড কলেজ), রাজশাহী ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $y = \log_{\sqrt{5}} 8000$ হলে, y এর মান কত? ২

খ. (i) এর সাহায্যে দেখাও যে, $\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} = 2$ ৪

গ. (ii) এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $x = \frac{\sqrt[3]{p+1} + \sqrt[3]{p-1}}{\sqrt[3]{p+1} - \sqrt[3]{p-1}}$ ৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

৬. $8x^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{b+a}{ab}$

বা, $x = \frac{8ab}{a+b} \dots \dots \dots (i)$

অতঃপর, সৃজনশীল ২৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ৫৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬২ $\frac{x+y-z}{x+y} = \frac{y+z-x}{y+z} = \frac{z+x-y}{z+x}$

এবং $x^3 - 3ax^2 + 3x - a = 0$

[শিবগঞ্জ সরকারি মডেল হাই স্কুল, টাঙ্গাইনবাবগঞ্জ // প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$ হলে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. $x \neq y \neq z$ হলে দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা -1 8

গ. দেখাও যে, $x = \frac{\sqrt[3]{a+1} + \sqrt[3]{a-1}}{\sqrt[3]{a+1} - \sqrt[3]{a-1}}$ 8

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ ৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

খ. দেওয়া আছে,

$\frac{x+y-z}{x+y} = \frac{y+z-x}{y+z} = \frac{z+x-y}{z+x}$ এবং $x \neq y \neq z$

বা, $\frac{x+y-z-x-y}{x+y} = \frac{y+z-x-y-z}{y+z} = \frac{z+x-y-z-x}{z+x}$

[বিয়োজন করে]

বা, $\frac{-z}{x+y} = \frac{-x}{y+z} = \frac{-y}{z+x}$

বা, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা- ২১৩

গ. সৃজনশীল ৫৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৩ $A = \frac{1}{x+a+b}$, $B = \frac{1}{x} + \frac{a+b}{ab}$ এবং $C = 8y^{-1} - (a^{-1} + b^{-1})$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৪, ৫ ও ১১

[নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইনবাবগঞ্জ // প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{1}{\sqrt{12}} \times \sqrt[3]{54}$ এর সরলমান নির্ণয় কর। ২

খ. $A = B$ এর সমাধান সেট নির্ণয় কর। 8

গ. $\frac{y+4a}{y-4a} + \frac{y+4b}{y-4b} = 2$ হলে দেখাও যে, $C = 0$ 8

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{1}{\sqrt{12}} \times \sqrt[3]{54}$

$= (12)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.১ এর উদাহরণ ৪(ক) দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা-৭৯

খ. $A = B$ হলে, $\frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{x} + \frac{a+b}{ab}$

বা, $\frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{x} + \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab}$

বা, $\frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b} - \frac{1}{x}$

বা, $\frac{b+a}{ab} = \frac{x-(a+b+x)}{x(a+b+x)}$

বা, $\frac{(a+b)}{ab} = \frac{-(a+b)}{ax+bx+x^2}$

বা, $\frac{1}{ab} = \frac{-1}{ax+bx+x^2}$

বা, $-ab = ax+bx+x^2$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2 + ax + bx + ab = 0$

বা, $x(x+a) + b(x+a) = 0$

$\therefore (x+a)(x+b) = 0$

হয়, $x+a=0$ অথবা, $x+b=0$

$\therefore x=-a$ $\therefore x=-b$

\therefore নির্ণেয় সমাধান সেট: $\{-a, -b\}$

গ. দেওয়া আছে,

$\frac{y+4a}{y-4a} + \frac{y+4b}{y-4b} = 2$

বা, $\frac{(y+4a)(y-4b) + (y+4b)(y-4a)}{(y-4a)(y-4b)} = 2$

বা, $\frac{y^2 + 4ay - 4by - 16ab + y^2 + 4by - 4ay - 16ab}{y^2 - 4ay - 4by + 16ab} = 2$

বা, $\frac{2y^2 - 32ab}{y^2 - 4ay - 4by + 16ab} = 2$

বা, $2y^2 - 32ab = 2y^2 - 8ay - 8by + 32ab$

বা, $8ay + 8by = 64ab$

বা, $y(a+b) = 8ab$

বা, $y = \frac{8ab}{a+b}$

দেওয়া আছে, $C = 8y^{-1} - (a^{-1} + b^{-1})$

এখন, y এর মান C তে বসিয়ে পাই,

$C = 8 \left(\frac{8ab}{a+b} \right)^{-1} - (a^{-1} + b^{-1})$

$= 8 \left(\frac{a+b}{8ab} \right) - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$

$= \frac{a+b}{ab} - \frac{a+b}{ab} = 0$

$\therefore C = 0$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬৪ $\frac{\sqrt{a+1} + \sqrt{1-1}}{\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1}} = m$, $p = \frac{x^2 + y^2}{y^2 + z^2}$

[পাঁচবিবি এন. এম. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জয়পুরহাট // প্রশ্ন নং ২]

ক. $a = 2$ হলে, m এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $m^2 - 2am + 1 = 0$ 8

গ. $p = \frac{(x+y)^2}{(y+z)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, x, y, z ক্রমিক সমানুপাতী। 8

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $a = 2$

$\therefore m = \frac{\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1}} = m$

$= \frac{\sqrt{2+1} + \sqrt{2-1}}{\sqrt{2+1} - \sqrt{2-1}}$

$= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \\
&= \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{3-1} \\
&= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)^2 \\
&= \frac{1}{2}(3+1+2\sqrt{3}) \\
&= \frac{1}{2}(4+2\sqrt{3}) \\
&= \frac{1}{2} \times 2(2+\sqrt{3}) \\
&= 2+\sqrt{3} \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

☛ দেওয়া আছে,

$$\frac{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}-\sqrt{a-1}}=m$$

বা, $\frac{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}-\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}-\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}}=\frac{m+1}{m-1}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{2\sqrt{a+1}}{2\sqrt{a-1}}=\frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}=\frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{a+1}{a-1}=\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{a+1}{a-1}=\frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1}$

বা, $\frac{a+1+a-1}{a+1-a+1}=\frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{2a}{2}=\frac{2(m^2+1)}{2 \cdot 2m}$

বা, $a=\frac{m^2+1}{2m}$

বা, $m^2+1=2am$

$\therefore m^2-2am+1=0$ (দেখানো হলো)

☛ সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৬৫ $\frac{10}{x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ এবং $m^2-\frac{2m}{y}+1=0$

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, বগুড়া // প্রশ্ন নং ২]

ক. x এর মান a ও b মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x+5a}{x-5a}+\frac{x+5b}{x-5b}=2$ ৪

গ. দেখাও যে, $m=\frac{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}}$ ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

☛ সৃজনশীল ৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

☛ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

☛ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৬ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী এবং $p=\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

[পুলিশ লাইনস্ উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর // প্রশ্ন নং ২]

ক. 5.4 : 3.6 কে a : 1 এবং 1 : b আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে উদ্দীপকের প্রথম শর্তটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $p^2-\frac{2p}{x}+1=0$

66 bs cEGk'i mgvavb

☛ 5.4 : 3.6

$$=\frac{5.4}{3.6}:\frac{3.6}{3.6}$$

$$=\frac{3}{2}:1 \text{ যা } a:1 \text{ আকারের অনুপাত}$$

আবার, 5.4 : 3.6

$$=\frac{5.4}{5.4}:\frac{3.6}{5.4}$$

$$=1:\frac{2}{3} \text{ যা } 1:b \text{ আকারের অনুপাত}$$

☛ দেওয়া আছে,

$$\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$$

বা, $\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2}=\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ [একান্তরকরণ করে]

বা, $\frac{b^2+c^2+2bc}{b^2+c^2}=\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{b^2+c^2+2bc-b^2-c^2}{b^2+c^2}=\frac{a^2+b^2+2ab-a^2-b^2}{a^2+b^2}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2bc}{b^2+c^2}=\frac{2ab}{a^2+b^2}$

বা, $\frac{c}{b^2+c^2}=\frac{a}{a^2+b^2}$ [উভয় পক্ষকে 2b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $ab^2+ac^2=a^2c+b^2c$

বা, $ac^2-a^2c=b^2c-ab^2$

বা, $ac(c-a)=b^2(c-a)$

বা, $ac=b^2$ [উভয়পক্ষকে (c-a) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$

বা, a : b = b : c

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

☛ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১১

প্রশ্ন ▶ ৬৭ $f(p)=1+2p$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১১

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, লালমনিরহাট // প্রশ্ন নং ২]

ক. দ্বিভাজিত ও দ্বিগানুপাত অনুপাত কাকে বলে? ব্যাখ্যা কর। ২

খ. $2m^3x+6mx-9m^2-3=0$ হলে, দেখাও যে,

$$m=\frac{\sqrt[3]{3+2x}+\sqrt[3]{3-2x}}{\sqrt[3]{3+2x}-\sqrt[3]{3-2x}}$$
 ৪

গ. $81\left\{\frac{f(p)}{f(-p)}\right\}^3=16\left\{\frac{f(-p)}{f(p)}\right\}$ এর সমাধান কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

☛ দ্বিভাজিত অনুপাত: কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গমূলের অনুপাতকে দ্বিভাজিত অনুপাত বলে। যেমন: $\sqrt{a}:\sqrt{b}$ হলো a : b এর দ্বিভাজিত অনুপাত।

☛ দ্বিগানুপাত: কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গের অনুপাতকে তার দ্বিগানুপাত বলে। যেমন: a : b এর দ্বিগানুপাত $a^2 : b^2$ ।

☛ $2m^3x+6mx-9m^2-3=0$

বা, $2m^3x+6mx=9m^2+3$

বা, $2x(m^3+3m)=3(3m^2+1)$

বা, $\frac{m^3 + 3m}{3m^2 + 1} = \frac{3}{2x}$
 বা, $\frac{m^3 + 3m + 3m^2 + 1}{m^3 + 3m - 3m^2 - 1} = \frac{3 + 2x}{3 - 2x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
 বা, $\frac{(m+1)^3}{(m-1)^3} = \frac{3+2x}{3-2x}$
 বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt[3]{3+2x}}{\sqrt[3]{3-2x}}$ [∴ ঘনমূল করে]
 বা, $\frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt[3]{3+2x} + \sqrt[3]{3-2x}}{\sqrt[3]{3+2x} - \sqrt[3]{3-2x}}$
 বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt[3]{3+2x} + \sqrt[3]{3-2x}}{\sqrt[3]{3+2x} - \sqrt[3]{3-2x}}$
 ∴ $m = \frac{\sqrt[3]{3+2x} + \sqrt[3]{3-2x}}{\sqrt[3]{3+2x} - \sqrt[3]{3-2x}}$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $81 \left\{ \frac{f(p)}{f(-p)} \right\}^3 = 16 \left\{ \frac{f(-p)}{f(p)} \right\}$

বা, $81 \left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^3 = 16 \left(\frac{1-2p}{1+2p} \right)$

বা, $\left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^3 \cdot \left(\frac{1+2p}{1-2p} \right) = \frac{16}{81}$

বা, $\left\{ \left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^2 \right\}^2 = \left(\frac{4}{9} \right)^2$

বা, $\left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^2 = \pm \frac{4}{9}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^2 = \frac{4}{9} \left[\square \left(\frac{1+2p}{1-2p} \right)^2 \neq -9 \right]$

∴ $\frac{1+2p}{1-2p} = \pm \frac{2}{3}$ [পুনরায় বর্গমূল]

হয়, $\frac{1+2p}{1-2p} = \frac{2}{3}$ অথবা, $\frac{1+2p}{1-2p} = \frac{-2}{3}$

বা, $3 + 6p = 2 - 4p$ বা, $3 + 6p = -2 + 4p$

বা, $10p = -1$ বা, $2p = -5$

∴ $p = \frac{-1}{10}$ ∴ $p = \frac{-5}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \left\{ \frac{-1}{10}, \frac{-5}{2} \right\}$

প্রশ্ন ৬৮ P = $\frac{x+5a}{x-5a} + \frac{x+5b}{x-5b}$ এবং Q = $\log_{10} 3\sqrt{3} + \log_{10} 8 - \log_{10} 10\sqrt{10}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[পঞ্চগড় বি. পি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, পঞ্চগড় ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. দেখাও যে, $\frac{x^a}{x^b} \times \frac{x^b}{x^c} \times \frac{x^c}{x^a} = 1$ ২

খ. P = 2 হলে প্রমাণ কর যে, $x = \frac{10ab}{a+b}$ ৪

গ. $\frac{Q}{\log 1.2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক L.H.S = $\frac{x^a}{x^b} \times \frac{x^b}{x^c} \times \frac{x^c}{x^a}$
 $= x^{a-b} \times x^{b-c} \times x^{c-a}$
 $= x^{a-b+b-c+c-a}$
 $= x^0$
 $= 1$

= R.H.S
 ∴ $\frac{x^a}{x^b} \times \frac{x^b}{x^c} \times \frac{x^c}{x^a} = 1$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $P = \frac{x+5a}{x-5a} + \frac{x+5b}{x-5b}$

∴ $\frac{x+5a}{x-5a} + \frac{x+5b}{x-5b} = 2$

বা, $\frac{(x+5a)(x-5b) + (x+5b)(x-5a)}{(x-5a)(x-5b)} = 2$

বা, $\frac{x^2 + 5ax - 5bx - 25ab + x^2 + 5bx - 5ax - 25ab}{x^2 - 5ax - 5bx + 25ab} = 2$

বা, $\frac{2x^2 - 50ab}{x^2 - 5ax - 5bx + 25ab} = 2$

বা, $2x^2 - 50ab = 2x^2 - 10ax - 10bx + 50ab$

বা, $10ax + 10bx = 100ab$

বা, $x(a+b) = 10ab$

বা, $x = \frac{10ab}{a+b}$ (প্রমাণিত)

গ বামপক্ষ = $\frac{Q}{\log 1.2} = \frac{\log_{10} 3\sqrt{3} + \log_{10} 8 - \log_{10} 10\sqrt{10}}{\log_{10} 1.2}$
 $= \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log 1.2}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ৬৯ (i) $X = \sqrt[pq]{x^p \div x^q} \times \sqrt[qr]{x^q \div x^r} \times \sqrt[pr]{x^r \div x^p}$

(ii) a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ডস স্কুল এন্ড কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $(2^{-1} + 3^{-1})^{-1}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং হতে দেখাও যে, $X = 1$ ৪

গ. (ii) নং হতে দেখাও যে, $a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ ৪

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(2^{-1} + 3^{-1})^{-1}$

$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^{-1}$

$= \left(\frac{3+2}{6} \right)^{-1}$

$= \left(\frac{5}{6} \right)^{-1}$

$= \frac{6}{5}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$X = \sqrt[pq]{x^p \div x^q} \times \sqrt[qr]{x^q \div x^r} \times \sqrt[pr]{x^r \div x^p}$

$= \sqrt[pq]{x^{p-q}} \times \sqrt[qr]{x^{q-r}} \times \sqrt[pr]{x^{r-p}}$

$= x^{\frac{p-q}{pq}} \cdot x^{\frac{q-r}{qr}} \cdot x^{\frac{r-p}{pr}}$

$= x^{\frac{p-q}{pq} + \frac{q-r}{qr} + \frac{r-p}{pr}}$

$= x^{\frac{pr-qr+pq-pr+rq-pr}{pqr}}$

$= x^{\frac{0}{pqr}}$

$= x^0$

$= 1$ (দেখানো হলো)

গ সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭০ m = $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$, n = $\frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ এবং q = $\sqrt{2-r^2}$

[চট্টগ্রাম সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $m = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}$ হলে প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. $m = n$ হলে দেখাও যে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ । ৪

গ. $p = \frac{2-q}{2+q}$ হলে দেখাও যে, $r^2(p^2 + 1) + 2(p^2 + 1) = 12p - 2pr^2$ ৪

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$m = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}$$

বা, $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}$

বা, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2}$

বা, $\frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - a^2 + b^2} = \frac{b^2 + c^2 + b^2 - c^2}{b^2 + c^2 - b^2 + c^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a^2}{2b^2} = \frac{2b^2}{2c^2}$

বা, $(b^2)^2 = (ac)^2$

বা, $b^2 = ac$

সুতরাং a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী (প্রমাণিত)

খ. সূজনশীল ৬৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $q = \sqrt{2-r^2}$

এখন, $p = \frac{2-q}{2+q}$

বা, $p = \frac{2 - \sqrt{2-r^2}}{2 + \sqrt{2-r^2}}$

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{2 - \sqrt{2-r^2} + 2 + \sqrt{2-r^2}}{2 - \sqrt{2-r^2} - 2 - \sqrt{2-r^2}}$

বা, $\frac{p+1}{p-1} = \frac{2.2}{-2.\sqrt{2-r^2}}$

বা $\left(\frac{p+1}{p-1}\right)^2 = \left(\frac{2}{-\sqrt{2-r^2}}\right)^2$

বা, $\frac{p^2 + 2p + 1}{p^2 - 2p + 1} = \frac{4}{2-r^2}$

বা, $\frac{p^2 + 2p + 1 + p^2 - 2p + 1}{p^2 + 2p + 1 - p^2 + 2p - 1} = \frac{4 + 2 - r^2}{4 - 2 + r^2}$

বা, $\frac{2(p^2 + 1)}{2.2p} = \frac{6 - r^2}{2 + r^2}$

বা, $\frac{p^2 + 1}{2p} = \frac{6 - r^2}{2 + r^2}$

বা, $2(p^2 + 1) + r^2(p^2 + 1) = 12p - 2pr^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৭১ a = x^p, b = x^q, c = x^r যেখানে, x > 0 এবং p, q, r > 0

◀সম্বিত অধ্যায় ৪ ও ১১

[শাহজালাল জামেয়া ইসলামিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. 2025 এর লগ 4 হলে ভিত্তি কত? ২

খ. $R = \sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{b}{c}} \times \sqrt{\frac{c}{a}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. a ও b একক দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 30% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 40% হ্রাস করলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে তা নির্ণয় কর। ৪

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. 2025 এর লগ এর মান 4

ধরি, ভিত্তি = x

∴ log_x2025 = 4

বা, x⁴ = 2025

বা, x⁴ = (3√5)⁴

বা, x = 3√5

∴ ভিত্তি = 3√5 (Ans.)

2025 = 81 × 25

= 3 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5

= (3√5)⁴

খ.

দেওয়া আছে, $R = \sqrt{\frac{pq}{b}} \times \sqrt{\frac{qr}{c}} \times \sqrt{\frac{rp}{a}}$

এবং a = x^p, b = x^q, c = x^r

∴ $R = \sqrt{\frac{pq}{x^q}} \times \sqrt{\frac{qr}{x^r}} \times \sqrt{\frac{rp}{x^p}}$

= x ^{$\frac{p-q}{2}$} . x ^{$\frac{q-r}{2}$} . x ^{$\frac{r-p}{2}$}

= x ^{$\frac{p-q}{2} + \frac{q-r}{2} + \frac{r-p}{2}$}

= x ^{$\frac{p-r+q+p-q-r+p-r+q-p}{2}$}

= x⁰

= 1 (Ans.)

গ.

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = a একক, প্রস্থ = b একক

∴ ক্ষেত্রফল = ab বর্গ একক

30% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য = a + a এর 30% = a + $\frac{30a}{100}$

= $\frac{130a}{100}$ একক

= $\frac{13a}{10}$ একক

40% হ্রাসে প্রস্থ = b - b এর 40%

= b - $\frac{40b}{100}$

= $\frac{100b - 40b}{100} = \frac{6b}{10}$

∴ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ও প্রস্থ হ্রাসের পর ক্ষেত্রফল = $\frac{13a}{10} \times \frac{6b}{10} = \frac{78ab}{100}$

ক্ষেত্রফল হ্রাসের শতকরা পরিমাণ = $\frac{ab - \frac{78ab}{100}}{ab} \times 100$

= $\frac{100ab - 78ab}{100}$

= $\frac{22ab}{100ab} \times 100$

= 22% (Ans.)

প্রশ্ন ৭২

y = $\frac{4ab}{a+b}$ এবং a : b = b : c

[বর্ডার গার্ড পাবলিক হাই স্কুল, শ্রীমঙ্গল, মৌলভীবাজার ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. ক, খ ও গ এক জাতীয় রাশি এবং ক : খ = 3 : 4, খ : গ = 6 : 7 হলে, ক : খ : গ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, a²b²c² $\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ ৪

গ. $\frac{y+2a}{y-2a} + \frac{y+2b}{y-2b}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

দেওয়া আছে, ক : খ = 3 : 4 = 18 : 24 [6 দ্বারা গুণ]

এবং খ : গ = 6 : 7 = 24 : 28 [4 দ্বারা গুণ]

∴ ক : খ : গ = 18 : 24 : 28 (Ans.)

খ.

সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ.

দেওয়া আছে, y = $\frac{4ab}{a+b}$ (i)

বা, $\frac{y}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{y+2a}{y-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+2a}{y-2a} = \frac{a+3b}{b-a} \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং হতে পাই, $\frac{y}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{y+2b}{y-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{y+2b}{y-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots \dots \dots$ (iii)

(ii) নং এবং (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{y+2a}{y-2a} + \frac{y+2b}{y-2b} &= \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} \\ &= \frac{a+3b}{b-a} + \frac{3a+b}{-(b-a)} \\ &= \frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} \\ &= \frac{a+3b-(3a+b)}{b-a} \\ &= \frac{a+3b-3a-b}{b-a} \\ &= \frac{2b-2a}{b-a} \\ &= \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2 \end{aligned}$$

$\therefore \frac{y+2a}{y-2a} + \frac{y+2b}{y-2b} = 2$ (Ans.)

প্রশ্ন ৭৩ $P = \frac{a+b}{b+c}$, $Q = \frac{c+d}{d+a}$, $R = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

[মৌলভীবাজার সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মৌলভীবাজার ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a \text{ : } b = b \text{ : } c$ হয় তবে দেখাও যে, $R = \frac{a}{c}$

খ. $P^2 = R$ হলে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। 8

গ. $P = Q$ হলে প্রমাণ কর যে, $c = a$ অথবা $a+b+c+d=0$. 8

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ৪৮(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে, $P = \frac{a+b}{b+c}$ এবং $R = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

$\therefore P^2 = R$ হলে,

$$\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$$

অতঃপর, সূজনশীল ৬৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

প্রশ্ন ৭৪ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী এবং $\frac{6}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

[বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. $a \text{ : } b = c \text{ : } d$ হলে দেখাও যে, $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ 8

গ. সমানুপাতের ধর্ম ব্যবহার করে দেখাও যে, $\frac{x+3a}{x-3a} + \frac{x+3b}{x-3b} = 2$
যেখানে $a \neq b$. 8

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ৪১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনী-১১.১

১. অনুপাত বলতে আমরা বুঝি-

- ক আলোচনা L সমালোচনা
গ তুলনা N তুলনামূলক আলোচনা

২. অনুপাত ব্যবহৃত হয়-

- ক ভিন্ন এককের দুটি রাশির মধ্যে L একই এককের দুটি রাশির মধ্যে
গ ভিন্ন এককের তিনটি রাশির মধ্যে
ঘ একই এককের চারটি রাশির মধ্যে

৩. $A : B$ অথবা $\frac{A}{B}$ ভাগ প্রক্রিয়া নির্দেশ করে-

- ক A ও B রাশি হলে খ A ও B সংখ্যা হলে
গ A ও B ভগ্নাংশ হলে ঘ A ও B অমূলদ সংখ্যা হলে

৪. অনুপাতের রাশি দুটিকে বলে-

- ক পূর্ব ও পশ্চিম রাশি খ পশ্চিম ও দক্ষিণ রাশি
গ পূর্ব ও উত্তর রাশি ঘ উত্তর ও দক্ষিণ রাশি

৫. সমানুপাত বলে-

- ক ১ম ও ২য় রাশির অনুপাত, ৩য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাতের সমান হলে

খ ১ম ও ৩য় রাশির অনুপাত , ২য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাতের সমান হলে
 গ ৩য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাত , ২য় ও ১ম রাশির অনুপাতের সমান হলে
 ঘ ৪র্থ ও ১ম রাশির অনুপাত , ৩য় ও ২য় রাশির অনুপাতের সমান হলে

৬. কোনো অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির-।

ক ঘনকে খ বর্গকে
 গ বর্গমূলকে ঘ ভাগফলকে

৭. $a : b = c : d$ হলে, কোনটি ব্যস্ত অনুপাতের উদাহরণ?

ক $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ খ $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
 গ $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$ ঘ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

৮. $a : b = c : d$ হলে, কোনটি একান্তর করণের উদাহরণ?

ক $\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$ L $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
 গ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ N $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

৯. শতকরা একটি অনুপাত যার উত্তর রাশি-।

ক 0 L 1
 গ 100 N 10

১০. $60 : 100 =$ কত?

ক 2 : 5 L 3 : 5
 গ 2 : 3 N 1 : 5

১১. ৩ : ২ এর দ্বিগুণানুপাত কোনটি?

ক 2 : 3 L 4 : 9
 গ 9 : 4 N $\sqrt{3} : \sqrt{2}$

১২. ১৬ : ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত কোনটি?

ক 4 : 3 L 3 : 4
 গ 9 : 16 N 256 : 81

১৩. a,b,c,d ক্রমিক সমানুপাতিক হলে কোনটি সত্য?

ক $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ L $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
 গ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ N $\frac{b}{a} = \frac{b}{d}$

১৪. $X; y = 5 : 6$ হলে, $3x : 5y =$ কত?

ক 10 : 25 খ 15 : 30
 গ 15 : 35 ঘ 20 : 45

১৫. 3.5 : 4.9 কে 1 : x আকারে প্রকাশ কর।

ক 3 : 4 খ 1 : 1.4
 গ 1 : 3 ঘ 2 : 1

১৬. 2 : 3, 9 : 10 এর ধারাবাহিক অনুপাত কত?

ক 2 : 3 : 10 খ 6 : 9 : 10
 গ 2 : 3 : 9 ঘ 3 : 9 : 10

১৭. $a : b = 4 : 7$ এবং $b : c = 5$ হলে $a : b : c =$ কত?

ক 4 : 7 : 6 খ 20 : 35 : 24
 গ 20 : 35 : 42 ঘ 24 : 35 : 30

২৬. ধারাবাহিক অনুপাত বলে-।

ক এক বা একাধিক অনুপাতকে দুই বা ততোধিক অনুপাতকে

খ দুই বা ততোধিক অনুপাতকে একটি তিন বা ততোধিক রাশির অনুপাতকে

গ তিন বা ততোধিক অনুপাতকে চার বা ততোধিক অনুপাতকে

ঘ দুই বা দুটির বেশি অনুপাতকে একটি রাশির অনুপাতে প্রকাশ করলে

২৭. কোনো রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে বলে-।

ক আনুপাতিক ভাগ খ সমানুপাতিক ভাগ

গ দ্বিগুণানুপাত ঘ সমানুপাত

২৮. 48 : 72 অনুপাতটি কোনটির সমান?

ক 3 : 2 খ 1 : 2

গ 2 : 3 ঘ 4 : 5

২৯. 4 : 6 : 8 অনুপাত কোনটির সমতুল্য?

ক 1 : 2 : 4 খ 2 : 3 : 4

গ 1 : 3 : 4 ঘ 2 : 3 : 4

৩০. $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$ কত?

ক 16 : 15 খ 8 : 12

গ 15 : 16 ঘ 6 : 7

৩১. ক : খ = 3 : 2 এবং খ : গ = 4 : 3 হলে, ক : খ : গ = কত?

ক 6 : 4 : 3 খ 3 : 2 : 3

গ 6 : 9 : 3 ঘ 2 : 4 : 6

৩২. ক এর আয় 1000 টাকা, খ এর আয় 1500 টাকা এবং গ এর আয় 1125 টাকা হলে, ক : খ : গ = কত?

ক 8 : 10 : 13 খ 4 : 6 : 9

গ 8 : 9 : 12 ঘ 8 : 12 : 9

৩৩. ক : খ = 3 : 4 এবং খ : গ = 5 : 6 হলে, ক : খ : গ = কত?

ক 20 : 24 : 25 খ 15 : 18 : 22

গ 15 : 20 : 24 ঘ 15 : 12 : 10

৩৪. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9}$ অনুপাতটি কোনটির সমতুল্য?

ক 6 : 2 : 9

খ 9 : 6 : 2

গ 9 : 4 : 3

ঘ 9 : 12 : 15

৩৫. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}$ এর অনুপাত কোনটি?

ক 20 : 24 : 25

খ 22 : 24 : 27

গ 20 : 22 : 25

ঘ 18 : 20 : 24

৩৬. a : b = 3 : 4 এবং b : c = 8 : 9 হলে a : c = কত?

ক 3 : 2

খ 1 : 2

গ 2 : 3

ঘ 4 : 5

৩৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে, কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর।

ক 90°, 30°, 60° খ 45°, 60°, 75°

গ 80°, 10°, 90° ঘ 50°, 60°, 70°

৩৮. কাগজের ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 5 : 6 এতে শতকরা কত লাভ হবে?

ক 30%

খ 20%

গ 25%

ঘ 15%

৩৯. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 4 : 5 হলে, এতে শতকরা কত লাভ?

ক 10%

খ 15%

গ 20%

ঘ 25%

৪০. একটি কলমের ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = 3 : 2 হলে, এতে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

ক 15% লাভ

খ 15% ক্ষতি

গ 20% ক্ষতি

ঘ 20% লাভ

৪১. ধানে চাল ও তুষের অনুপাত 7 : 3 হলে, এতে শতকরা কি পরিমাণ চাল আছে?

ক 20%

খ ৫০%

গ 60%

ঘ 70%

৪২. 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সম আয়তন পানির ওজনের শতকরা কত?

ক 60%

খ 70%

গ 80%

ঘ 90%

৪৩. একটি কাঠের পুল তৈরির প্রাক্কলিত ব্যয় 90,000 টাকা। কিন্তু খরচ বেশি হয়েছে 21,600 টাকা। খরচ শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

ক 24%
গ 36%

খ 12%
ঘ 48%

৪৪. একটি মাঠের ক্ষেত্রফল 1176 বর্গমিটার। ঐ মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 4 : 3 এবং 3 : 2 হলে, অপর মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ক 176
গ 392

খ 294
ঘ 588

৪৫. কাগজের পূর্বমূল্য : বর্তমান মূল্য = 2 : 3। পূর্বের তুলনায় মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে?

ক 50%
M 30%

খ 25%
ঘ 75%

৪৬. একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4 : 7 ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 30.4 কুইন্টাল ধান ফলত, সেচ পাওয়ার পর তার ফলন কত কুইন্টাল হবে?

ক 52.3
গ 53.2

খ 51.2
ঘ 53.5

৪৭. যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 10% হ্রাস পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস পাবে?

ক 5%
গ 19%

খ 9%
ঘ 21%

৪৮. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 6 এবং তাদের গ. সা. গু. 4 হলে ল.সা. গু. কত?

ক 60
গ 90

খ 120
ঘ 150

৪৯. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7 : 8 এবং গ.সা.গু 4 হলে, ল.সা. গু. কত?

ক 124
গ 324

খ 224
ঘ 424

৫০. ক : খ = 2 : 3 খ : গ = 1 : 2 এবং গ : ঘ = 3 : 2 হলে, ক : খ : গ : ঘ = কত?

ক 2 : 3 : 6 : 4
গ 2 : 3 : 4 : 5

খ 1 : 3 : 4 : 5
ঘ 2 : 3 : 5 : 6

৫১. 5 : 18, 7 : 11, 9 : 14 এবং 11 : 15 এর মিশ্র অনুপাত কোনটি?

ক 2 : 7
খ 3 : 5

গ 1 : 12

ঘ 7 : 12

৫২. 3, 9 ও 5 এর চতুর্থ সমাণুপাতিক কত?

ক 8
গ 10

খ 9
ঘ 12

৫৩. 10000 টাকাকে 1 : 2 : 3 : 4 অনুপাতে বিভক্ত করা হল। প্রথম অংশের পরিমাণ কত?

ক 1000 টাকা
গ 2000 টাকা

খ 3000 টাকা
ঘ 4000 টাকা

৫৪. ৫০ লিটার মিশ্রণে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ : ২। ঐ মিশ্রণে সিরাপ ও পানির পরিমাণ কত?

ক 20.30 লিটার
গ ৩০.২০ লিটার

খ 25.30 লিটার
ঘ 15.35 লিটার

৫৫. ক ও খ নির্দিষ্ট পথ যথাক্রমে ৩ ও ৪ মিনিটে অতিক্রম করে। তাদের গতিবেগের অনুপাত কত?

ক 3:4
গ 4:3

খ 2:3
ঘ 3:5

৫৬. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ৩। পুত্রের বয়স ১২ বছর হলে, পিতার বয়স কত?

ক 21 বছর
গ 26 বছর

খ 24 বছর
ঘ 28 বছর

৫৭. তিনজন জেলে ৬৯০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের

অনুপাত $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে,

- ১ম জেলে পায় ২০০টি
- ২য় জেলে পায় ২৪০ টি
- ৩য় জেলে পায় ৩০০ টি

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i,ii
গ i,iii

খ ii, iii
ঘ i,ii,iii

৫৮. ক্রিকেট খেলায় বুলবুল, নান্নু ও আকরাম তারা তিনজন মিলে মোট ১৭১ রান করল। বুলবুল ও নান্নু এবং নান্নু ও আকরামের রানের অনুপাত ৩ : ২ হলে,

- বুলবুলের রান সংখ্যা ৮১
- নান্নুর রান সংখ্যা ১০০
- আকরামের রান সংখ্যা ৩৬

