SSC Math

অধ্যায়ভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১২: দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

প্রয়োজনীয় তথ্য:

- **সরল সহসমীকরণ:**

সরল সহসমীকরণ বলতে দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণকে বুঝায় যাদের যুগপৎ সমাধান চাওয়া হয়, এরূ প দুইটি সমীকরণকে একত্রে সরল সমীকরণজোটও বলে। প্রথমে আমরা $2x + y = 12$ সমীকরণটি বিবেচনা করি। এটি একটি দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ।

- **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা:**

(ক) আগের আলোচিত $\left.\begin{matrix} 2x + y = 12 \\ x - y = 3 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণ জোটটি বিবেচনা করি। এর অনন্য (একটি মাত্র) সমাধান আছে। এরূ প সমীকরণজোটকে সমঞ্জস *(Consistent)* বলা হয়। সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ তুলনা করে (সহগের অনুপাত নিয়ে) পাই, $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1}$, সমীকরণজোটটির একটি সমীকরণকে অন্যটির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় না। এজন্য এরূ প সমীকরণকে পরস্পর অনির্ভরশীল *(Independent)* সমীকরণজোট বলা হয়। সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের ৰেত্রে অনুপাতগুলো সমান নয়।

(খ) এখন আমরা $\left.\begin{matrix} 2x - y = 6 \\ 4x - 2y = 12 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{6}{12}\left(= \frac{1}{2}\right)$

অর্থাৎ, সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল সমীকরণজোটের ৰেত্রে অনুপাতগুলো সমান হয়।

(গ) এবারে আমরা $\left.\begin{matrix} 2x + y = 12 \\ 4x + 2y = 5 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি বিবেচনা করি।

এখানে সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ এবং ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{12}{5}$

অর্থাৎ, অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সমীকরণজোটের ৰেত্রে চলকের সহগের অনুপাতগুলো ধ্রুবকের অনুপাতের সমান নয়।

সাধারণভাবে, $\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটটি নিয়ে নিচের ছকের মাধ্যমে দুইটি সরল সমীকরণের সমাধান যোগ্যতার শর্ত উলেৱখ করা হলো :

	সমীকরণজোট	সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস/অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
(i)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)
(ii)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
(iii)	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

এখন, যদি কোনো সমীকরণজোটে উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ না থাকে, অর্থাৎ, $c_1 = c_2 = 0$ হয়, তবে ছকের

(i) অনুযায়ী $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট সর্বদা সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সেৰেত্রে একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান থাকবে।

(ii) ও (iii) থেকে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হলে, সমীকরণজোট ৎংসমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সেৰেত্রে অসংখ্য সমাধান থাকবে।

■ সরল সহসমীকরণের সমাধান:

সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সহসমীকরণজোটের একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

এখানে সমাধানের চারটি পদ্ধতির উলেরখ করা হলো : (১) প্রতিস্থাপন পদ্ধতি (২) অপনয়ন পদ্ধতি (৩) আড়গুণন পদ্ধতি ও (৪) লৈখিক পদ্ধতি।

১. **প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান :** সুবিধামতো একটি সমীকরণ থেকে একটি চলকের মান অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করে প্রাপ্ত মান অপর সমীকরণে বসালে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ পাওয়া যায়। অতঃপর সমীকরণটি সমাধান করে চলকটির মান পাওয়া যায়। এই মান প্রদত্ত সমীকরণের যেকোনোটিতে বসানো যেতে পারে। তবে যেখানে একটি চলককে অপর চলকের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে সেখানে বসালে সমাধান সহজ হয়। এখান থেকে অপর চলকের মান পাওয়া যায়।

২. **অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান :** সুবিধামতো একটি সমীকরণকে বা উভয় সমীকরণকে এরূ প সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে যেন গুণনের পর উভয় সমীকরণের যেকোনো একটি চলকের সহগের পরমমান সমান হয়। এরপর প্রয়োজনমতো সমীকরণ দুইটিকে যোগ বা বিয়োগ করলে সহগ সমানকৃত চলকটি অপনীত বা অপসারিত হয়। তারপর সমীকরণটি সমাধান করলে বিদ্যমান চলকটির মান পাওয়া যায়। ঐ মান সুবিধামতো প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের যেকোনোটিতে বসালে অপর চলকটির মান পাওয়া যায়।

৩. **আড়গুণন পদ্ধতি :** বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণজোটের সমাধান নির্ণয়ের প্রণালিকে বজ্রগুণন পদ্ধতি বলা হয়। আড়গুণন পদ্ধতিকে বজ্রগুণন পদ্ধতিও বলে।

নিচের সমীকরণ দুইটি বিবেচনা করি

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ .... (1)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .... (2)

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান পদ্ধতি :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

x ও y এর এরূ প সম্পর্ক থেকে এদের মান নির্ণয়ের কৌশলকে আড়গুণন পদ্ধতি বলে। x ও y এর উলিরখিত সম্পর্ক থেকে পাই,

$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_2} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$, বা $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

আবার, $\frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$, বা $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$

লৰ করি :

সমীকরণ	x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক	মনে রাখার চিত্র
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$	x y 1 a_1 | b_1 c_1 a_1 b_1 a_2 | b_2 c_2 a_2 b_2

■ লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান :

দুই চলকবিশিষ্ট একটি সরল সমীকরণে বিদ্যমান চলক x ও y এর সম্পর্ককে চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। এই চিত্রকে ঐ সম্পর্কের লেখচিত্র বলে। এ জাতীয় সমীকরণের লেখচিত্রে অসংখ্য বিন্দু থাকে। এরূ প কয়েকটি বিন্দু স্থাপন করে এদের পরস্পর সংযুক্ত করলেই লেখচিত্র পাওয়া যায়। দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল সরল সমীকরণের লেখ একটি বিন্দুতে ছেদ করে। ঐ ছেদ বিন্দুর স্থানাংক দ্বারা উভয় সমীকরণ সিদ্ধ হবে। ছেদবিন্দুটির স্থানাংকই হবে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান।

অনুশীলনী ১২.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না যুক্তিসহ উলেরখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $\mathbf{x - y = 4}$

$\mathbf{x + y = 10}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোট : $\left.\begin{array}{r} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{1}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\mathbf{2x + y = 3}$

$\mathbf{4x + 2y = 6}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

ধ্রববক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\mathbf{x - y - 4 = 0}$

$\mathbf{3x - 3y - 10 = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট :

$\left.\begin{array}{l} x - y - 4 = 0 \text{ বা } x - y = 4 \\ 3x - 3y - 10 = 0 \text{ বা } 3x - 3y = 10 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-3}$ বা $\frac{1}{3}$

ধ্রববক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-4}{-10}$ বা $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{4}{10}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\mathbf{3x + 2y = 0}$

$\mathbf{6x + 4y = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 0 \\ 6x + 4y = 0 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\mathbf{3x + 2y = 0}$

$\mathbf{9x - 6y = 0}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 0 \\ 9x - 6y = 0 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{9}$ বা $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-6}$ বা $\frac{1}{-3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{9} \neq \frac{2}{-6}$

∴ সমীকরণজোটটি সর্বদা সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\mathbf{5x - 2y - 16 = 0}$

$\mathbf{3x - \frac{6}{5}y = 2}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r} 5x - 2y = 16 \\ 3x - \frac{6}{5}y = 2 \end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{5}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{-\frac{6}{5}}$ বা, $\left(\frac{-2}{1} \times \frac{5}{-6}\right)$ বা $\frac{5}{3}$

ধ্রববক পদদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{16}{2}$ বা $\frac{8}{1}$

আমরা পাই, $\frac{5}{3} = \frac{-2}{\frac{6}{-5}} \neq \frac{16}{2}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\mathbf{-\frac{1}{2}x + y = -1}$

$\mathbf{x - 2y = 2}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r}-\frac{1}{2}x + y = -1\\ x - 2y = 2\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$ বা $-\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{\frac{-1}{2}}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $-\frac{1}{2}x - y = 0$
$x - 2y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r}-\frac{1}{2}x - y = 0\\ x - 2y = 0\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-2}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-\frac{1}{2}}{1} \neq -\frac{-1}{-2}$ [$\because c_1 = c_2 = o$]

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $-\frac{1}{2}x + y = -1$
$x + y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{r}-\frac{1}{2}x + y = -1\\ x + y = 5\end{array}\right\}$

$\therefore$ x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।
সমীকরণজোটটির একটিমাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $ax - cy = 0$
$cx - ay = c^2 - a^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{array}{l}ax - cy = 0\\ cx - ay = c^2 - a^2\end{array}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{c}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-c}{-a}$ বা $\frac{c}{a}$

আমরা পাই, $\frac{a}{c} \neq \frac{-c}{-a}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

অনুশীলনী ১২.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ – ৩) :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $7x - 3y = 31$
$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ ... ... (i)
$9x - 5y = 41$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$-3y = 31 - 7x$

$\therefore\quad y = \frac{31 - 7x}{-3}$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$9x - 5 \times \frac{31 - 7x}{-3} = 41$

বা, $9x + \frac{155 - 35x}{3} = 41$

বা, $27x + 155 - 35x = 123$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-8x = 123 - 155$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-8x = -32$

বা, $x = \frac{-32}{-8}$

$\therefore\quad x = 4$

x এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{31 - 7 \times 4}{-3} = \frac{31 - 28}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ... ... (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এর উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে ভগ্নাংশমুক্ত করি,

$3x + 2y = 6$ ... ... (iii)

$\therefore$ $2x + 3y = 6$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iii) থেকে পাই,

$2y = 6 - 3x$

$\therefore$ $y = \frac{6 - 3x}{2}$ ... ... (v)

সমীকরণ (iv)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$2x + 3 \times \frac{6 - 3x}{2} = 6$

বা, $4x + 18 - 9x = 12$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-5x = 12 - 18$

বা, $-5x = -6$

$\therefore$ $x = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$

x এর মান সমীকরণ (v)-এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{6 - 3 \times \frac{6}{5}}{2} = \frac{\frac{30 - 18}{5}}{2} = \frac{\frac{12}{5}}{2} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ... ... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ... ... (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$by = a^2 + b^2 - ax$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ ... ... (iii)

সমীকরণ (i)-এ y এর স্থলে $\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} + \frac{\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}}{b} = 2$$

বা, $\frac{x}{a} + \frac{a^2 + b^2 - ax}{b} \times \frac{1}{b} = 2$

বা, $b^2x + a^3 + ab^2 - a^2x = 2ab^2$ [ab^2 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $b^2x - a^2x = 2ab^2 - a^3 - ab^2$

বা, $x(b^2 - a^2) = ab^2 - a^3$

বা, $x = \frac{a(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$

$\therefore$ $x = a$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\therefore$ $y = \frac{a^2 + b^2 - a.a}{b} = \frac{a^2 + b^2 - a^2}{b} = \frac{b^2}{b} = b$

$\therefore$ সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪ – ৬) :

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ ... ... (i)

$9x - 5y = 41$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে যথাক্রমে 5 এবং 3 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$35x - 15y = 155$

$27x - 15y = 123$

(–) (+) (–)

$8x = 32$

বা, $x = \frac{32}{8}$

$\therefore$ $x = 4$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$7 \times 4 - 3y = 31$

বা, $28 - 3y = 31$

বা, $-3y = 31 - 28$

বা, $-3y = 3$

$\therefore$ $y = \frac{3}{-3} = -1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $7x - 8y = -9$

$5x - 4y = -3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $7x - 8y = -9$ .... (i)

$5x - 4y = -3$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 5 দ্বারা এবং (ii) কে 7 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$35x - 40y = -45$

$35x - 28y = -21$

(–) (+) (+)

$-12y = -24$

বা, $12y = 24$

বা, $y = \frac{24}{12}$

$\therefore$ $y = 2$

y এর মান সমীকরণ (i)–এ বসিয়ে পাই,

$7x - 8 \times 2 = -9$

বা, $7x = -9 + 16$

বা, $7x = 7$

বা, $x = \frac{7}{7}$

$\therefore$ $x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $ax + by = c$

$a^2x + b^2y = c^2$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$ax + by = c$ ... ... (i)

$a^2x + b^2y = c^2$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) কে a দ্বারা গুণ করি,

$a^2x + aby = ac$ ... ... (iii)

সমীকরণ (iii) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$$\begin{array}{l} a^2x + aby = ac \\ a^2x + -b^2y = c^2 \\ \underline{(-) \quad (-) \quad (-)} \\ aby - b^2y = ac - c^2 \end{array}$$

বা, $y(ab - b^2) = ac - c^2$

বা, $y = \frac{ac - c^2}{ab - b^2}$

$\therefore \quad y = \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = \frac{c(c - a)}{b(b - a)}$

সমীকরণ (i)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$ax + b \times \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = c$

বা, $ax + \frac{ac - c^2}{a - b} = c$

বা, $ax = c - \frac{ac - c^2}{a - b}$

বা, $ax = \frac{ac - bc - ac + c^2}{a - b}$

বা, $ax = \frac{c^2 - bc}{a - b}$

$\therefore \quad x = \frac{c(c - b)}{a(a - b)} = \frac{c(b - c)}{a(b - a)}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left\{\frac{c(b - c)}{a(b - a)}, \frac{c(c - a)}{b(b - a)}\right\}$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭–১৫) :

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $2x + 3y + 5 = 0$

$4x + 7y + 6 = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x + 3y + 5 = 0$ ... ... (i)

$4x + 7y + 6 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 6 - 7 \times 5} = \frac{y}{5 \times 4 - 2 \times 6} = \frac{1}{2 \times 7 - 4 \times 3}$$

বা, $\frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$

বা, $\frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

এখন, $\frac{x}{-17} = \frac{1}{2}$

বা, $x = -\frac{17}{2}$

এবং $\frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

বা, $y = \frac{8}{2}$

$\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4\right)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $3x - 5y + 9 = 0$

$5x - 3y - 1 = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - 5y + 9 = 0$ ... ... (i)

$5x - 3y - 1 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-5) \times (-1) - (-3) \times 9} = \frac{y}{5 \times 9 - 3 \times (-1)} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$$

বা, $\frac{x}{5 + 27} = \frac{y}{45 + 3} = \frac{1}{-9 + 25}$

বা, $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = 1$ [16 দ্বারা প্রত্যেকটি ভগ্নাংশকে গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{2} = 1$

$\therefore x = 2$

এবং $\frac{y}{3} = 1$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$x + 2y = 7$

বা, $x + 2y - 7 = 0$ ... ... (i)

$2x - 3y = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{-7 \times 2 - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-3 - 4} = \frac{1}{-7}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে – 7 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{3} = 1$

$\therefore x = 3$

এবং $\frac{y}{2} = 1$

$\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 2)$.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $4x + 3y = -12$

$2x = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $4x + 3y = -12$

$2x = 5$

বা, $4x + 3y + 12 = 0$ .... (i)

$2x + 0.y - 5 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times (-5) - 0 \times 12} = \frac{y}{12 \times 2 - 4 \times (-5)} = \frac{1}{4 \times 0 - 2 \times 3}$$

বা, $\frac{x}{-15 - 0} = \frac{y}{24 + 20} = \frac{1}{0 - 6}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$

$\therefore \quad x = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$ এবং $= \frac{44}{-6} = -\frac{22}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $-7x + 8y = 9$

$5x - 4y = -3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$-7x + 8y - 9 = 0$ ... ... (i)

$5x - 4y + 3 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{8\times 3-(-4)(-9)}=\frac{y}{5(-9)-(-7)\times 3}=\frac{1}{-7(-4)-5\times 8}$$

বা, $\frac{x}{24-36}=\frac{y}{-45+21}=\frac{1}{28-40}$

বা, $\frac{x}{-12}=\frac{y}{-24}=\frac{1}{-12}$

বা, $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে – 12 দিয়ে গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{1}=1$ $\therefore x=1$ | এবং $\frac{y}{2}=1$ $\therefore y=2$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - y - 7 = 0$ .... (i)

$2x + y - 3 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)(-3)-(-7)\times 1}=\frac{y}{(-7)\times 2-3\times(-3)}=\frac{1}{3\times 1-(-1)\times 2}$$

বা, $\frac{x}{3+7}=\frac{y}{-14+9}=\frac{1}{3+2}$

বা, $\frac{x}{10}=\frac{y}{-5}=\frac{1}{5}$

$\therefore \frac{x}{10}=\frac{1}{5}$ | এবং $\frac{y}{-5}=\frac{1}{5}$

বা, $x=\frac{10}{5}$ | বা, $y=\frac{-5}{5}$

$\therefore x=2$ | $\therefore y=-1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, -1)$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $ax + by = a^2 + b^2$

$2bx - ay = ab$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$ ... ... (i)

$2bx - ay - ab = 0$ ... . (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{b\times(-ab)-(-a)\times\{-(a^2+b^2)\}}=\frac{y}{-(a^2+b^2)\times 2b-a\times(-ab)}=\frac{1}{a\times(-a)-2b\times b}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2-a^3-ab^2}=\frac{y}{-2a^2b-2b^3+a^2b}=\frac{1}{-a^2-2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a^3-2ab^2}=\frac{y}{-a^2b-2b^3}=\frac{1}{-a^2-2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a(a^2+2b^2)}=\frac{y}{-b(a^2+2b^2)}=\frac{1}{-(a^2+2b^2)}$

এখন, $\frac{x}{-a(a^2+2b^2)}=\frac{1}{-(a^2+2b^2)}$ | এবং $\frac{y}{-b(a^2+2b^2)}=\frac{1}{-(a^2+2b^2)}$

$\therefore x=\frac{-a(a^2+2b^2)}{-(a^2+2b^2)}$ | $\therefore y=\frac{-b(a^2+2b^2)}{-(a^2+2b^2)}$

$=a$ | $=b$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$.

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $y(3 + x) = x(6 + y)$

$3(3 + x) = 5(y - 1)$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$y(3 + x) = x(6 + y)$ ....(i)

$3(3 + x) = 5(y - 1)$ ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$y(3 + x) = x(6 + y)$

বা, $3y + xy = 6x + xy$

বা, $3y + xy - 6x - xy = 0$

বা, $-6x + 3y = 0$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$3(3 + x) = 5(y - 1)$

বা, $9 + 3x = 5y - 5$

বা, $3x - 5y + 9 + 5 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x - 5y + 14 = 0$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3\times 14-(-5)\times 0}=\frac{y}{3\times 0-(-6)\times 14}=\frac{1}{-6\times(-5)-3\times 3}$$

বা, $\frac{x}{42+0}=\frac{y}{0+84}=\frac{1}{30-9}$

বা, $\frac{x}{42}=\frac{y}{84}=\frac{1}{21}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে 21 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{2} = 1$	এবং $\frac{y}{4} = 1$
$\therefore x = 2$	$\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 4)$.

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

$5x - 11y + 35 = 0$

সমাধান : প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy - y + 3x - 3 + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 14 = xy - y + 3x + 2$

বা, $xy - xy - 3x - 3x + 7y + y - 14 - 2 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-6x + 8y - 16 = 0$

বা, $3x - 4y + 8 = 0$ ... ... (i) [উভয়পক্ষকে – 2 দ্বারা ভাগ করে]

এবং, $5x - 11y + 35 = 0$ ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-4 \times 35 - (-11) \times 8} = \frac{y}{5 \times 8 - 3 \times 35} = \frac{1}{3(-11) - 5 \times (-4)}$$

বা, $\frac{x}{-140 + 88} = \frac{y}{40 - 105} = \frac{1}{-33 + 20}$

বা, $\frac{x}{-52} = \frac{y}{-65} = \frac{1}{-13}$

বা, $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = 1$ [প্রতিটিকে – 13 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{4} = 1$	এখন, $\frac{y}{5} = 1$
$\therefore x = 4$	$\therefore y = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 5)$.

অনুশীলনী ১২.৩

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $3x + 4y = 14$

$4x - 3y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 4y = 14$...................... (i)

$4x - 3y = 2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$4y = 14 - 3x$

বা, $y = \frac{14 - 3x}{4}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	2
y	5	$\frac{7}{2}$	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 5), \left(0, \frac{7}{2}\right) (2, 2)$

আবার সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$-3y = 2 - 4x$

বা, $3y = 4x - 2$

$\therefore y = \frac{4x - 2}{3}$

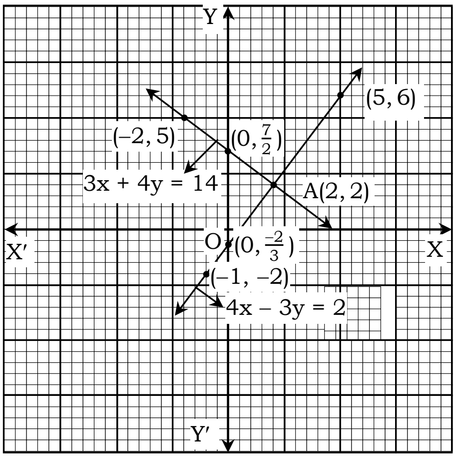
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	–1	0	5
y	–2	$\frac{-2}{3}$	6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, -2), \left(0, \frac{-2}{3}\right) (5, 6)$।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i)নং সমীকরণের $(-2, 5), \left(0, \frac{7}{2}\right)$ ও $(2, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। আবার, (ii) নং সমীকরণের $(-1, -2), \left(0, \frac{-2}{3}\right)$ ও $(5, 6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 2) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

$\therefore$ সমাধান : (x, y) = (2, 2)

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ 2x – y = 1

5x + y = 13

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x - y = 1$ .... (i)

$5x + y = 13$ .... (ii)

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $-y = 1 - 2x$

বা, $y = 2x - 1$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	–1	3	7

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, –1), (2, 3), (4, 7)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $y = 13 - 5x$

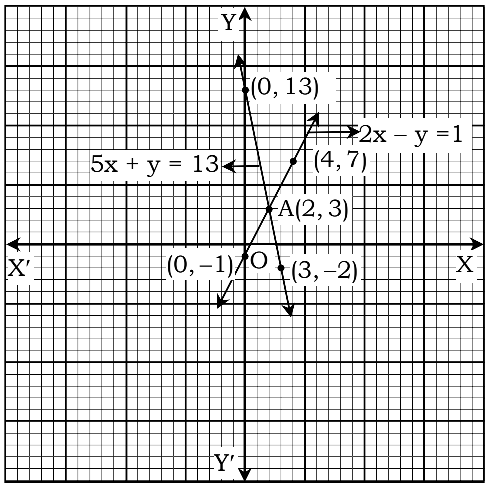
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	3
y	13	3	–2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 13), (2, 3), (3, –2)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অৰ ও y অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, (i) নং সমীকরণের (0, –1), (2,3) (4, 7) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি 2x – y = 3 সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (0, 13), (2, 3), (3, –2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেছে এটি 5x + y = 13 সমীকরণের লেখ। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 3) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

$\therefore$ সমাধান: (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ 2x + 5y = 1

x + 3y = 2

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x + 5y = 1$ .... (i)

$x + 3y = 2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$5y = 1 - 2x$

$\therefore y = \frac{1 - 2x}{5}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	3
y	1	$\frac{1}{5}$	–1

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, 1), $\left(0, \frac{1}{5}\right)$, (3, –1)।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$3y = 2 - x$

$\therefore y = \frac{2 - x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

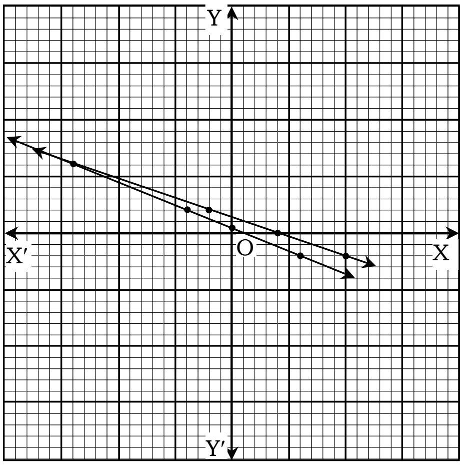
x	–1	2	5
y	1	0	–1

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–1, 1), (2, 0), (5, –1)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অৰ ও y অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i) নং সমীকরণের (–2, 1), $\left(0, \frac{1}{5}\right)$ ও (3, –1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই 2x + 5y = 1 সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (–1, 1), (2, 0) ও (5, –1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(–7, 3) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান : (x, y) = (–7, 3)

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ 3x – 2y = 2

5x – 3y = 5

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

3x – 2y = 2................. (i)

5x – 3y = 5................. (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

– 2y = 2 – 3x

বা, 2y = 3x – 2

$\therefore y = \frac{3x-2}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	4
y	– 4	–1	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–2,–4), (0, –1), (4, 5)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

– 3y = 5 – 5x

বা, 3y = 5x – 5

$\therefore y = \frac{5x-5}{3}$

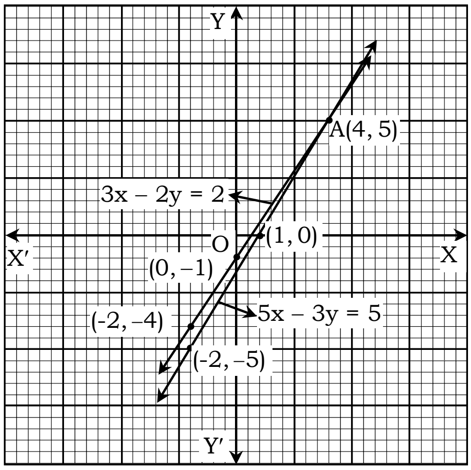
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	1	4
y	– 5	0	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 5),(1, 0), (4, 5)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y-অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (i) এর (– 2, – 4), (0, –1) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা 3x – 2y = 2 সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (ii) এর (–2, – 5), (1, 0) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা 5x – 3y = 5 সমীকরণের লেখ। প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 4 ও 5.

∴ সমাধান (x, y) = (4, 5)

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2$

2x + 3y = 13

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2$ .... (i)

2x + 3y = 13 ....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3}=2-\frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3}=\frac{4-x}{2}$

বা, 2y = 12 – 3x

বা, $y=\frac{12-3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	6	3	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 6) (2, 3), (4, 0)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

বা, 3y = 13 – 2x

বা, $y=\frac{13-2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

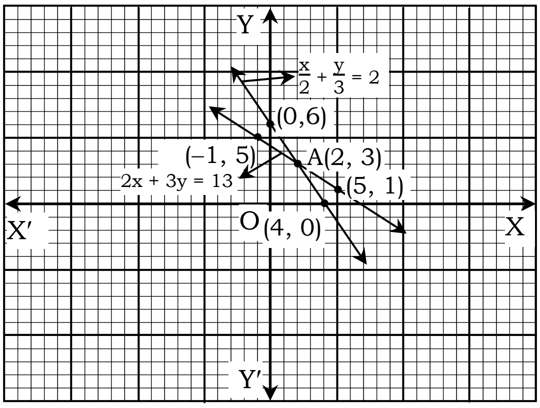
x	– 1	2	5
y	5	3	1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–1, 5) (2, 3) (5, 1)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y-অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (1) এর (0, 6), (2, 3) ও (4, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলখো পাওয়া

গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর (–1, 5), (2, 3) ও (5, 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $2x + 3y = 13$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 2 কোটি 3।

∴ সমাধান (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $3x + y = 6$

$5x + 3y = 12$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$3x + y = 6$ .... (i)

$5x + 3y = 12$ ....(ii)

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

$y = 6 - 3x$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	1	4
y	6	3	– 6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 6), (1, 3), (4, – 6)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$3y = 12 - 5x$

বা, $y = \frac{12 - 5x}{3}$

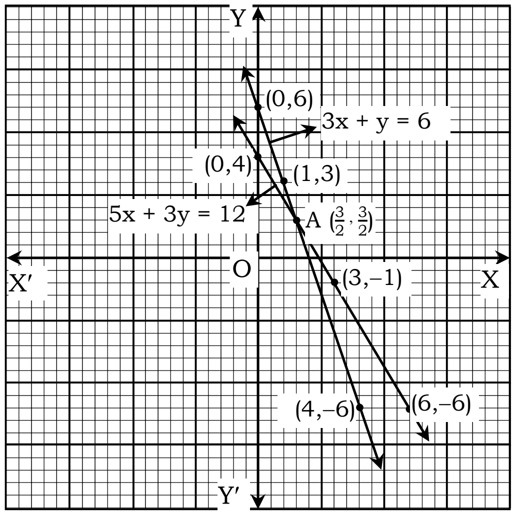
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	6
y	4	– 1	– 6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 4), (3, –1), (6, – 6)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) এর (0, 6), (1, 3) ও (4, – 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + y = 6$ সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর (0, 4), (3, –1) ও (6, – 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $5x + 3y = 12$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ $\frac{3}{2}$ বা, 1.5 ও কোটি $\frac{3}{2}$ বা, 1.5

∴ সমাধান (x, y) = $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ বা, (1·5, 1·5)

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $3x + 2y = 4$

$3x - 4y = 1$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 2y = 4$ .... (i)

$3x - 4y = 1$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$2y = 4 - 3x$

$\therefore y = \frac{4 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	2
y	5	2	– 1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, 5), (0, 2), (2, –1)।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$-4y = 1 - 3x$

বা, $4y = 3x - 1$

$\therefore y = \frac{3x - 1}{4}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

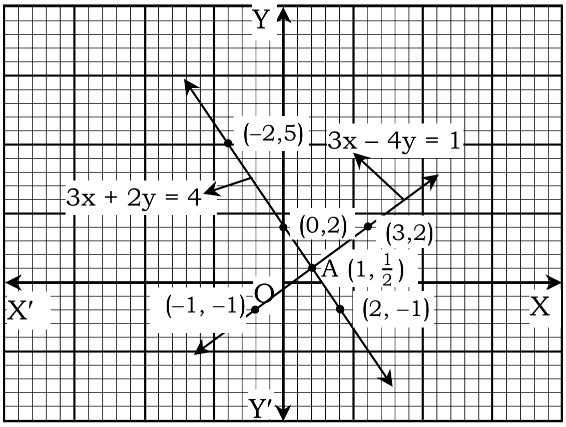
x	–1	1	3
y	–1	$\frac{1}{2}$	2

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (–1, –1), $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, (3, 2)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর (–2, 5), (0, 2) ও (2, – 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে, একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + 2y = 4$ সমীকরণের লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর $(-1, -1)$, $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ ও $(3, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x - 4y = 1$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 1 ও কোটি $\frac{1}{2}$।

∴ সমাধান $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$x + \frac{y}{6} = 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ .... (i)

$x + \frac{y}{6} = 3$ .... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3} = 3 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{6 - x}{2}$

বা, $2y = 18 - 3x$

∴ $y = \frac{18 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	6
y	9	6	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 9) (2, 6), (6, 0)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $\frac{y}{6} = 3 - x$

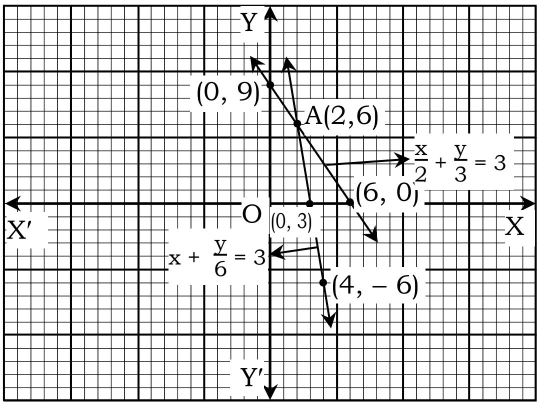
∴ $y = 18 - 6x$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	2	3	4
y	6	0	–6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 6) (3, 0), (4, – 6)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y-অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন সমীকরণ (1) এর (0, 9), (2, 6) ও (6, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (2) এর (2, 6), (3, 0) ও (4, – 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $x + \frac{y}{6} = 3$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ 2 কোটি 6।

∴ সমাধান (x, y) = (2, 6)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $3x + 2 = x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $3x + 2 = x - 2$

ধরি, $y = 3x + 2$ .... (i)

এবং $y = x - 2$ .... (ii)

(1)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	0	1
y	– 4	2	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 4), (0, 2), (1, 5)।

আবার (2) নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 2	1	3
y	– 4	–1	1

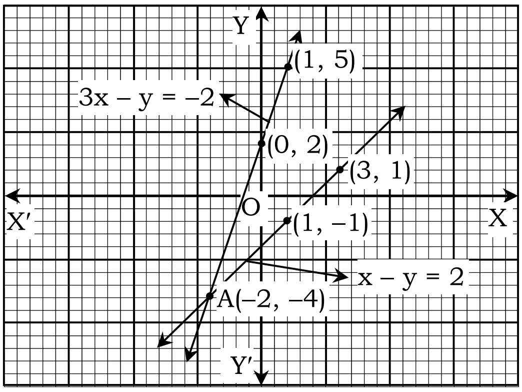
∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 2, – 4), (1, –1), (3, 1)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y- অৰ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর লেখের (–2, – 4), (0, 2) ও (1, 5) এর প্রতিরূ পী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x + 2$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর লেখের (– 2, – 4), (1, –1) ও (3, 1) এর প্রতিরূ পী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = x - 2$ সমীকরণটি লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ, A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ = –2.

∴ সমাধান : x = –2

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ 3x – 7 = 3 – 2x

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, 3x – 7 = 3 – 2x

ধরি, y = 3x – 7 .... (i)

এবং y = 3 – 2x .... (ii)

সমীকরণ(i)–এ x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	5
y	– 7	2	8

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, –7), (3, 2), (5, 8)

আবার, (2)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূ প মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	3	–1	–5

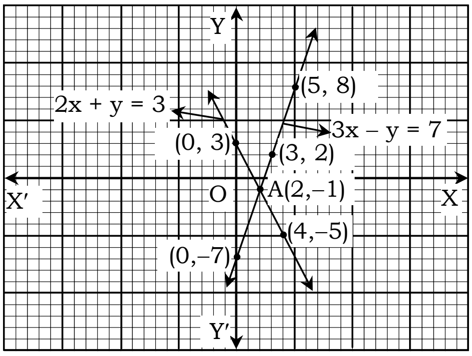
∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 3), (2, –1), (4, – 5)।

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y অৰ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অৰে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

সমীকরণ (1) লেখের (0, –7), (3, 2) ও (5, 8) এর প্রতিরূ পী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উত্তর দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই y = 3x – 7 সমীকরণটির লেখ।

সমীকরণ (2) লেখের (0, 3), (2, – 1) ও (4, –5) এর প্রতিরূ পী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। এটিই y = 3 – 2x সমীকরণটির লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যে, A বিন্দুর ভুজ = 2.

∴ সমাধান : x = 2

অনুশীলনী ১২.৪

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচের কোন শর্তে ax + by + c = 0 ও px + qy + r = 0 সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

● $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ (খ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$ (গ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ (ঘ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ x + y = 4, x – y = 2 হলে, (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ক. (2, 4) খ. (4, 2) ● (3, 1) ঘ. (1, 3)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ x + y = 6 ও 2x = 4 হলে, y এর মান কত?

ক. 2 ● 4 গ. 6 ঘ. 8

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ নিচের কোনটির জন্য পাশের ছকটি সঠিক?

x	0	2	4
y	–4	0	4

ক. y = x – 4 খ. y = 8 – x

গ. y = 4 – 2x ● y = 2x – 4

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ 2x – y = 8 এবং x – 2y = 4 হলে, x + y = কত?

ক. 0 ● 4 গ. 8 ঘ. 12

ব্যাখ্যা : 2x – y = 8

2x – 4y = 8

(–) (+) (–)

3y = 0

∴ y = 0

এখন, 2x – 0 = 8

বা, 2x = 8 ∴ x = 4

∴ x + y = 4 + 0 = 4.

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ নিচের তথ্যগুলো লৰ কর :

i. 2x – y = 0 ও x – 2y = 0 সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল।

ii. x – 2y + 3 = 0 সমীকরণের লেখচিত্র (–3, 0) বিন্দুগামী।

iii. 3x + 4y = 1 সমীকরণের লেখচিত্র একটি সরলরেখা।

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেৰা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক. 10 খ. 8 ● 6 ঘ. 4

ব্যাখ্যা : ধরি প্রস্থ = x মি. ∴ দৈর্ঘ্য : (x + 2) মি.

প্রশ্নমতে,

$2(x + x + 2) = 20$

বা, $2(2x + 2) = 20$

বা, $4x + 4 = 20$

বা, $4x = 20 - 4 = 16$

$\therefore x = 4$

∴ দৈর্ঘ্য = (4 + 2) মি. = 6 মি.

(২) ঘরটির মেঝের ৰেত্রফল কত বর্গমিটার?

● 24 খ. 32 গ. 48 ঘ. 80

ব্যাখ্যা : ৰেত্রফল = (6×4) বর্গ মি. = 24 বর্গ মি.

(৩) ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে?

ক. 72000 খ. 43200 গ. 28800 ● 21600

ব্যাখ্যা : প্রতি বর্গমিটার 900 টাকা হিসেবে মোজাইক করতে মোট খরচ

= (900×24) টাকা

= 21600 টাকা।

সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (৮ –১৭) :

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$...........(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$5x + 5 = 4y + 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $5x - 4y = 4 - 5$

$\therefore 5x - 4y = -1$ ....(iii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$2x - 10 = y - 5$ [আড়গুণন করে]

বা, $2x - y = -5 + 10$

বা, $2x - y = 5$

বা, $2x = y + 5$

$\therefore x = \frac{y+5}{2}$ ....(iv)

x এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$5\left(\frac{y+5}{2}\right) - 4y = -1$$

বা, $\frac{5y + 25 - 8y}{2} = -1$

বা, $25 - 3y = -2$

বা, $-3y = -2 - 25$

বা, $-3y = -27$

$\therefore y = 9$ [–3 দ্বারা ভাগ করে]

y এর মান সমীকরণ (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{9+5}{2}$$

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 7$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে 7 বিয়োগ এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$ ....(ii)

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$y + 2 = 2x - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = 2x - 2 - 2$

$\therefore y = 2x - 4$ ... ... (iii)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$3x - 21 = y - 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x - 21 = 2x - 4 - 2$ [$\because y = 2x - 4$]

বা, $3x - 2x = 21 - 6$

$\therefore x = 15$

(iii) নং সমীকরণে x–এর মান বসিয়ে পাই,

$\therefore y = 2 \times 15 - 4$

$= 30 - 4$

$= 26$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y} = \frac{15}{26}$.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেৰা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমস্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y.

∴ সংখ্যাটি = $10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি $10x + y$

১ম শর্তানুসারে, $x = 3y + 1$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $10x + y = 8(x + y)$...........(2)

সমীকরণে (2) এ $x = 3y + 1$ বসিয়ে পাই,

$$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1 + y)$$

বা, $30y + 10 + y = 24y + 8 + 8y$

বা, $31y + 10 = 32y + 8$

বা, $31y - 32y = 8 - 10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-y = -2$

$\therefore y = 2$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

y এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই, $x = 3 \times 2 + 1$

$= 6 + 1$

$= 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 2 + 7$

$= 20 + 7$

$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y.

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি $= 10x + y$

প্রথম শর্তানুসারে,

$x - y = 4$; যখন $x > y$ ... ... (i)

$y - x = 4$; যখন $x < y$ ... ... (ii)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$10y + x + 10x + y = 110$ ... ... (iii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$x = 4 + y$ ... ... (iv) [যখন $x > y$]

$y = 4 + x$ ... ... (v) [যখন $y > x$]

সমীকরণ (iii) এ x–এর স্থলে $4 + y$ বসাই,

$10y + 4 + y + 10(4 + y) + y = 110$

বা, $10y + 4 + y + 40 + 10y + y = 110$

বা, $22y = 110 - 40 - 4$

বা, $22y = 66$

বা, $y = \frac{66}{22}$

$\therefore y = 3$

সমীকরণ (iv) এ y এর মান বসাই;

$x = 4 + 3 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7 = 30 + 7 = 37$

আবার সমীকরণ (iii) এর y এর স্থলে $4 + x$ বসাই,

$10(4 + x) + x + 10x + 4 + x = 110$

বা, $40 + 10x + x + 10x + 4 + x = 110$

বা, $22x + 44 = 110$

বা, $22x = 110 - 44$

বা, $22x = 66$

$\therefore x = 3$ [উভয়পক্ষকে 22 দিয়ে ভাগ করে]

x এর মান সমীকরণ (v) এ বসাই,

$y = 4 + 3 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 7 + 3 = 70 + 3 = 73$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 73 বা 37.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি x বছর

এবং মাতার বর্তমান বয়স 4x বছর

5 বছর পর মাতার বয়স হবে $= (4x + 5)$ বছর

এবং 5 বছর পর দুই কন্যার বয়স হবে $= (x + 2 \times 5)$ বছর

$= (x + 10)$ বছর

প্রশ্নানুসারে, $4x + 5 = 2(x + 10)$

বা, $4x + 5 = 2x + 20$

বা, $4x - 2x = 20 - 5$

বা, $2x = 15$

বা, $x = \frac{15}{2}$

$\therefore x = 7\frac{1}{2}$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স $= \left(4 \times 7\frac{1}{2}\right)$ বছর $= \left(4 \times \frac{15}{2}\right)$ বছর $= 30$ বছর

অতএব, মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হতো। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হতো। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ আয়তটির ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

১ম শর্তানুসারে, $xy - (x - 5)(y + 3) = 9$ ... ... (i)

২য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 2) - xy = 67$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$xy - (xy - 5y + 3x - 15) = 9$

বা, $xy - xy + 5y - 3x + 15 = 9$

বা, $5y - 3x = 9 - 15$

বা, $5y - 3x = -6$

বা, $5y = 3x - 6$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore y = \frac{3x - 6}{5}$ ... ... (iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$xy + 3y + 2x + 6 - xy = 67$

বা, $3y + 2x = 67 - 6 = 61$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iv) এ y এর স্থলে $\frac{3x - 6}{5}$ বসাই,

$3 \times \frac{3x - 6}{5} + 2x = 61$

বা, $9x - 18 + 10x = 305$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা গুণ করে]

বা, $19x = 305 + 18$

বা, $19x = 323$

বা, $x = \frac{323}{19}$

$\therefore x = 17$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসাই,

$y = \frac{3 \times 17 - 6}{5} = \frac{51 - 6}{5} = \frac{45}{5} = 9$

ৰেত্রটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি.। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় x কি.মি.

এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় y কি.মি.

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 15$ … … … … … (i)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 5$ … … … … … (ii)

[যেহেতু স্রোতের অনুকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ + স্রোতের বেগ এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ – স্রোতের বেগ]

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$x = 15 - y$ … … … … … (iii)

সমীকরণ (ii) এ x এর স্থলে 15 – y বসাই,

$15 - y - y = 5$

বা, $-2y = 5 - 15$

বা, $-2y = -10$

বা, $y = \frac{-10}{-2}$

$\therefore$ $y = 5$

সমীকরণ (iii)–এ y এর মান বসাই,

$x = 15 - 5$

$= 10$

নির্ণেয় স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 5 কি.মি. এবং নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতনবৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, চাকরি শুরুর বেতন x টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ y টাকা।

4 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = 4y টাকা

এবং 8 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = 8y টাকা

১ম শর্তানুসারে $x + 4y = 4500$ ....(i)

২য় শর্তানুসারে $x + 8y = 5000$ ....(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$x + 8y - x - 4y = 5000 - 4500$

বা, $4y = 500$

বা, $y = \frac{500}{4}$

$\therefore$ $y = 125$

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$x + 4 \times 125 = 4500$

বা, $x + 500 = 4500$

বা, $x = 4500 - 500$

$\therefore$ $x = 4000$

সুতরাং চাকরি শুরুর বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতনবৃদ্ধি 125 টাকা।

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি সরল সমীকরণজোট $x + y = 10$

$3x - 2y = 0$

ক. দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে?

খ. সমীকরণজোটটি সমধান করে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x–অৰের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ৰেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. প্রদত্ত সমীকরণজোট $x + y = 10$

$3x - 2y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2}$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস। **(দেখানো হলো)**

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{0}$

আবার, যেহেতু, $\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{10}{0}$ $\left[\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}\right]$

সুতরাং যোগ্যতার শর্তানুযায়ী সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

অতএব, এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

খ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $x + y = 10$ .... (i)

$3x - 2y = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) এর সাথে যোগ করে পাই,

$2x + 2y = 20$

$3x - 2y = 0$

(+) করে, $5x = 20$

বা, $x = \frac{20}{5}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই, $4 + y = 10$

বা, $y = 10 - 4$

$\therefore y = 6$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 6)$

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $x + y = 10$ .... (i)

$3x - 2y = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $y = 10 - x$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

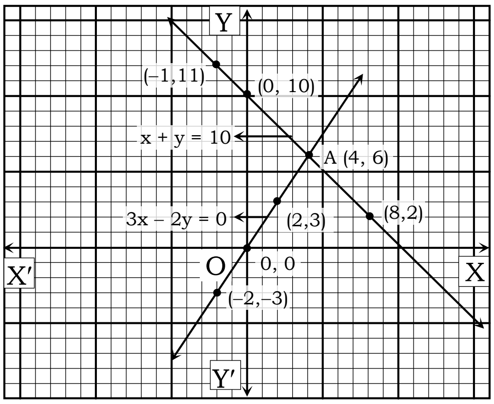
x	–1	0	4	8
y	11	10	6	2

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2y = 3x$

$\therefore y = \frac{3}{2}x$

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	–2	0	2	4
y	–3	0	3	6



মনে করি, X O X′ ও Y O Y′ যথাক্রমে x-অৰ ও y-অৰ

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–1, 11) (0, 10), (4, 6), (8. 2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। আবার, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–2, –3), (0, 0), (2, 3), (4, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে এগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় সরলরেখাদ্বয় x অৰের সাথে ΔAOB গঠন করেছে। যার ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

$\therefore \Delta AOB$ এর ৰেত্রফল = $\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 6\right)$ বর্গ একক

= 30 বর্গ একক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ৷৷ ১৭ ৷৷ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন কর।

খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

গ. সমীকরণজোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2$ .... (i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1$ .... (ii)

নির্ণেয় সমীকরণজোট, $\frac{x+7}{y} = 2$

$\frac{x}{y-2} = 1$

খ. সমীকরণ (i) হতে পাই,

x + 7 = 2y [আড়গুণন করে]

বা, x – 2y + 7 = 0 .... (iii)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

x = y – 2

বা, x – y + 2 = 0 ....(iv)

সমীকরণ (ii) ও (iv) হতে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-2)\times2-(-1)\times7} = \frac{y}{1\times7-1\times2} = \frac{1}{1\times(-1)-1\times(-2)}$$

বা, $\frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

$\therefore \frac{x}{3} = 1$ আবার, $\frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

বা, x = 3 বা, y = 5

$\therefore$ x = 3 $\therefore$ y = 5

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (3, 5)

এবং ভগ্নাংশটি = $\frac{3}{5}$

গ. সমীকরণ (iii) হতে পাই, –2y = – x – 7

বা, 2y = x + 7 [–1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore y = \frac{x+7}{2}$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

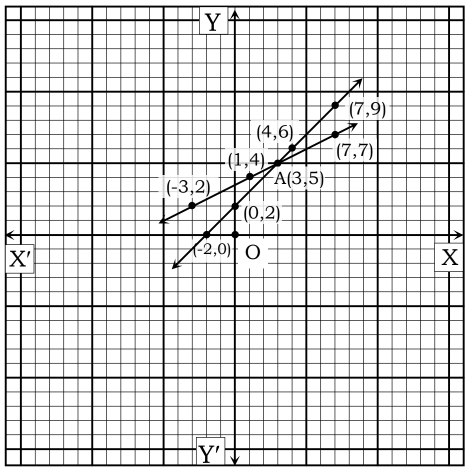
x	– 3	1	3	7
y	2	4	5	7

আবার, সমীকরণ (iv) হতে পাই, – y = – x – 2

বা, y = x + 2

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	– 2	0	4	7
y	0	2	6	9



মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অৰ ও y-অৰ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (3) থেকে পাই (–3, 2), (1, 4), (3, 5) ও (7, 7) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই সমীকরণ (3) এর লেখ। আবার, সমীকরণ (4) থেকে প্রাপ্ত লেখের (–2, 0), (0, 2), (4, 6) ও (7, 9) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি সমীকরণ (4) এর লেখ।

(3) ও (4) সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5) (খ) নং এর প্রাপ্ত মানের সাথে (গ) নং এর মানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ▶১ কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। আবার লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হর থেকে 3 বিয়োগ করলে তা 1 এর সমান হয়। *[সিলেট বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. ভগ্নাংশটিকে $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন করো। ২

খ. ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো। ৪

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট সমাধান করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে,

$\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 3 = y + 2$

বা, $3x - y = 2 + 3$

$\therefore 3x - y = 5$ .... (i)

২য় শর্তমতে,

$\frac{x-2}{y-3} = 1$

বা, $x - 2 = y - 3$

$\therefore x - y = -1$ .... (ii)

$\therefore$ সমীকরণ জোট: $\left.\begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}\right\}$ **(Ans.)**

খ (i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$3x - y = 5$

বা, $3x - 5 = y$

$\therefore y = 3x - 5$ .... (iii)

(iii) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x - (3x - 5) = -1$

বা, $x - 3x + 5 = -1$

বা, $-2x = -1 - 5$

বা, $-2x = -6$

বা, $x = \frac{-6}{-2}$

$\therefore x = 3$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = 3 \times 3 - 5 = 9 - 5 = 4$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{4}$ **(Ans.)**

গ 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট,

$3x - y = 5$ .... (i)

$x - y = -1$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y = 3x - 5$ .... (iii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y = x + 1$ .... (iv)

(iii) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	1	3	5
y	−2	4	10

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, −2), (3, 4) ও (5, 10)

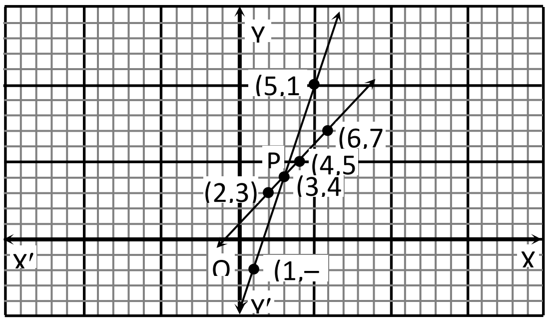
আবার, (iv) নং সমীকরণের জন্য লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	2	4	3
y	3	5	4

লেখের তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 3), (4, 5) ও (3, 4)

এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত (1, −2), (3, 4) ও (5, 10) বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (iv) হতে প্রাপ্ত (2, 3), (4, 5) ও (3, 4) বিন্দু তিনটি স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে, লেখটি হবে সরলরেখা।



মনে করি সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

চিত্রে ছেদবিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (3, 4)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 4)$

প্রশ্ন ▶২ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11. অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশি।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১২

[যশোর বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a : b = c : d$ হলে দেখাও যে, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$. ২

খ. উদ্দীপকের সংখ্যাটি নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণ যদি কোনো বর্গের বাহুর সমান হয় তবে বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a : b = c : d$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore \frac{a}{b} = k$ এবং $\frac{c}{d} = k$

$\therefore a = bk \quad \therefore c = dk$

বামপক্ষ $= \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{b^2k^2 + b^2}{b^2k^2 - b^2} = \frac{b^2(k^2 + 1)}{b^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$

ডানপক্ষ $= \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2} = \frac{d^2k^2 + d^2}{d^2k^2 - d^2} = \frac{d^2(k^2 + 1)}{d^2(k^2 - 1)} = \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}$

$\therefore \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2 - d^2}$ **(দেখানো হলো)**

খ মনে করি,

একক স্থানীয় অঙ্কটি $= x$

$\therefore$ দশক স্থানীয় অঙ্কটি $= 11 - x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times (11 - x) + x$

প্রশ্নমতে, $10x + (11 - x) = 10 \times (11 - x) + x + 27$

বা, $10x + 11 - x = 110 - 10x + x + 27$

বা, $9x + 9x = 137 - 11$

বা, $18x = 126$

বা, $x = \frac{126}{18}$ $\therefore x = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times (11 - 7) + 7 = 10 \times 4 + 7 = 47$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, সংখ্যাটি $= 47$

প্রশ্নানুসারে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 7$ মিটার

এবং প্রস্থ $= 4$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$ একক

$= \sqrt{7^2 + 4^2}$ মিটার

$= \sqrt{65}$ মিটার

শর্তমতে,

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{65}$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)

$= \sqrt{2} \times \sqrt{65}$ মিটার

$= 11.402$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩ একটি সরল সমীকরণ জোট– *[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ ।। প্রশ্ন নং ২]*

$7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$

ক. সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে জোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{7}{3} \neq -\frac{1}{2}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

খ $7x + 2y - 20 = 0$ .... (i)

$3x - 4y + 6 = 0$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2 . 6 - (-4) . (-20)} = \frac{y}{3 . (-20) - 7 . 6} = \frac{1}{7 . (-4) - 3 . 2}$$

বা, $\frac{x}{12 - 80} = \frac{y}{-60 - 42} = \frac{1}{-28 - 6}$

বা, $\frac{x}{-68} = \frac{y}{-102} = \frac{1}{-34}$

বা, $\frac{x}{68} = \frac{y}{102} = \frac{1}{34}$

$\therefore \frac{x}{68} = \frac{1}{34}$ এবং $\frac{y}{102} = \frac{1}{34}$

বা, $x = \frac{68}{34}$ বা, $y = \frac{102}{34}$

$\therefore x = 2$ $\therefore y = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় : $7x + 2y = 20$ .... (i)

$3x - 4y = -6$ .... (ii)

সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$2y = 20 - 7x$

$\therefore y = \frac{20 - 7x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	2	0	4
y	3	10	–4

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(2, 3), (0, 10), (4, -4)$

আবার, সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

$4y = 3x + 6$

$\therefore y = \frac{3x + 6}{4}$

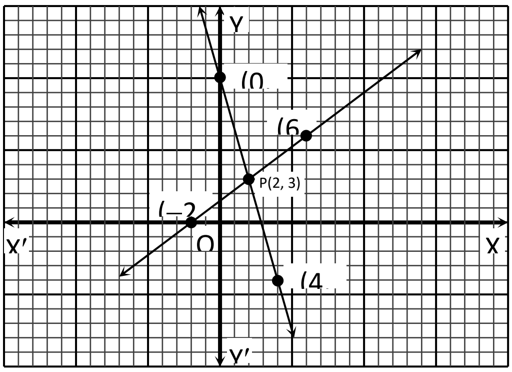
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি:

x	2	–2	6
y	3	0	6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে $(2, 3), (-2, 0)$ ও $(6, 6)$.

এখন, ছক কাগজের XOX' বরাবর x-অক্ষ এবং YOY' বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং থেকে প্রাপ্ত তিনটি বিন্দু $(2, 3), (0, 10), (4, -4)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলি পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি $(2, 3), (-2, 0)$ ও $(6, 6)$ স্থাপন করি ও বিন্দুগুলি পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।



মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(2, 3)$।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ▶৪ $3x - 4y = 0$ *[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬ ।। প্রশ্ন নং ৩]*

$2x - 3y = -1$

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ)নং এ প্রাপ্ত মানের সমান। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

সমীকরণ জোট : $3x - 4y = 0$

$2x - 3y = -1$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y " " " $\frac{4}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq \frac{4}{3}$

$\therefore$ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ এখানে,

$3x - 4y = 0$ .... (i)

$2x - 3y = -1$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x - 4y = 0$

বা, $3x = 4y$

বা, $x = \frac{4y}{3}$ ....(iii)

(iii) নং হতে $x = \frac{4y}{3}$, (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2.\frac{4y}{3} - 3y = -1$

বা, $\frac{8y - 9y}{3} = -1$

বা, $\frac{-y}{3} = -1$

বা, $-y = -3$

$\therefore y = 3$

(iii) নং এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{4 \times 3}{3}$ $\therefore$ $x = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 3)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট

$3x - 4y = 0$ .... (i)

$2x - 3y = -1$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই, $3x - 4y = 0$

বা, $4y = 3x$

$\therefore y = \frac{3x}{4}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	–4	4	8
y	–3	3	6

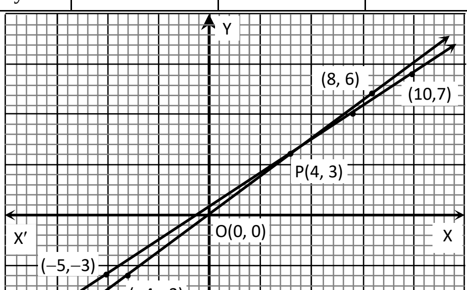
আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x - 3y = -1$

বা, $3y = 2x + 1$

$\therefore y = \frac{2x + 1}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	–5	4	10
y	–3	3	7



এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত (–4, –3), (4, 3) ও (8, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত (–5, –3), (4, 3) ও (10, 7) বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 3)।

$\therefore$ সমাধান : $(x, y) = (4, 3)$

অতএব, 'খ' নং থেকে প্রাপ্ত সমাধান $(x, y) = (4, 3)$ এবং লেখ থেকে প্রাপ্ত সমাধান সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৫ (i) একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 12 মি. বেশি। বাগানের পরিসীমা 162 মি.।

(ii) $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$

(iii) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = P$ এবং $x + y = Q$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১২

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. (ii) হতে প্রমাণ কর যে, $xyz = 1$. ২

খ. (iii) এ $P = \frac{5}{2}$ এবং $Q = 10$ হলে (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) হতে লেখচিত্রের সাহায্যে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$a^x = b, b^y = c, c^z = a$

এখন, $c^z = a$

বা, $(b^y)^z = a$ $[\because b^y = c]$

বা, $b^{yz} = a$

বা, $(a^x)^{yz} = a$ $[\because a^x = b]$

বা, $a^{xyz} = a^1$

$\therefore xyz = 1$; $[a^x = a^y$ হলে $x = y$ যখন $a > 0, a \neq 1]$ **(প্রমাণিত)**

খ প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = P = \frac{5}{2}$ ....(i)

$x + y = Q = 10$ .... (ii)

(i) নং হতে পাই, $\frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{\sqrt{y}\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{x + y}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{10}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$

বা, $\sqrt{xy} = 4$

বা, $xy = 16$

$\therefore y = \frac{16}{x}$ ....(iii)

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x + \frac{16}{x} = 10$

বা, $\frac{x^2 + 16}{x} = 10$

বা, $x^2 + 16 = 10x$

বা, $x^2 - 10x + 16 = 0$

বা, $x^2 - 8x - 2x + 16 = 0$

বা, $(x - 8)(x - 2) = 0$

$\therefore x = 2, 8$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন $x = 2$ তখন $y = \frac{16}{2} = 8$

যখন $x = 8$ তখন $y = \frac{16}{8} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $(x, y) = (2, 8), (8, 2)$ **(Ans.)**

গ ধরি, বাগানের দৈর্ঘ্য x মি. এবং প্রস্থ y মি.।

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মি.

১ম শর্তমতে, $2y = x + 12$ .... (i)

২য় শর্তমতে, $2(x + y) = 162$ ....(ii)

(i) নং হতে পাই, $2y = x + 12$

$\therefore y = \frac{x + 12}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	30	40	50
y	21	26	31

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু

(30, 21), (40, 26), (50, 31)

(ii) নং হতে পাই,

$x + y = 81$

$\therefore y = 81 - x$

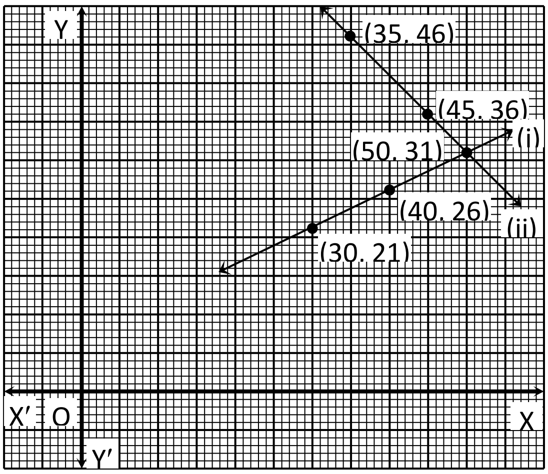
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	35	45	50
y	46	36	31

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু

(35, 46), (45, 36), (50, 31)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত (30, 21), (40, 26), (50, 31) বিন্দুগুলো স্থাপন করে এদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত (35, 46), (45, 36), (50, 31) বিন্দুগুলো স্থাপন করে এদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।



লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর (50, 31) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ বাগানটির দৈর্ঘ্য 50 মি. এবং প্রস্থ 31 মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬ (i) $\left.\begin{array}{l} 7x + 2y = 20 \\ 3x - 4y = 6 \end{array}\right\}$ এবং

(ii) $p = 2, q = 3, r = 5$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১২

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} \div \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$ এর মান কত? ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে (i)নং সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

গ. (ii) নং ব্যবহার করে $\log r + p^4 \log \frac{p^4}{qr} + p^2q \log \frac{r^2}{p^3q} + (p + r) \log \frac{q^4}{p^4r}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-৪ এর সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $7x + 2y - 20 = 0$ ... ... (i)

$3x - 4y - 6 = 0$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2(-6) - (-4).(-20)} = \frac{y}{(-20).3 - 7(-6)} = \frac{1}{7(-4) - 2.3}$$

বা, $\frac{x}{-12 - 80} = \frac{y}{-60 + 42} = \frac{1}{-28 - 6}$

বা, $\frac{x}{-92} = \frac{y}{-18} = \frac{1}{-34}$

বা, $x = \frac{-92}{-34} = \frac{46}{17}$

এবং $y = \frac{-18}{-34} = \frac{9}{17}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{46}{17}, \frac{9}{17}\right)$

গ দেওয়া আছে, $p = 2, q = 3, r = 5$

প্রদত্ত রাশি $= \log r + p^4 \log \frac{p^4}{qr} + p^2q \log \frac{r^2}{p^3q} + (p + r) \log \frac{q^4}{p^4r}$

$= \log 5 + 2^4 \log \frac{2^4}{3.5} + 2^2 .3 \log \frac{5^2}{2^3.3} + (2 + 5) \log \frac{3^4}{2^4 . 5}$

$= \log 5 + 16 \log \frac{2^4}{3.5} + 12 \log \frac{5^2}{2^3.3} + 7 \log \frac{3^4}{2^4.5}$

$= \log 5 + \log \left(\frac{2^4}{3.5}\right)^{16} + \log \left(\frac{5^2}{2^3.3}\right)^{12} + \log \left(\frac{3^4}{2^4.5}\right)^7$

$= \log \left(5 \times \frac{2^{64}}{3^{16}.5^{16}} \times \frac{5^{24}}{2^{36}.3^{12}} \times \frac{3^{28}}{2^{28}.5^7}\right)$

$= \log \left(\frac{2^{64}.3^{28}.5^{25}}{2^{64}.3^{28}.5^{23}}\right)$

$= \log 5^2$

$= 2 \log 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৭ দৃশ্যকল্প-১: দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4, সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110।

দৃশ্যকল্প-২: একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক ও প্রস্থ b একক।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১২

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমাধান কর : $\frac{x - 2}{x - 1} = 2 - \frac{1}{x - 1}$ ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. দৈর্ঘ্যকে 10% বৃদ্ধি ও প্রস্থকে 20% হ্রাস করলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে তা দৃশ্যকল্প-২ এর সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$

বা, $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2$

বা, $\frac{x-2+1}{x-1} = 2$

বা, $\frac{x-1}{x-1} = 2$

বা, $1 = 2$

কিন্তু এটি সম্ভব নয়।

সুতরাং, প্রদত্ত সমীকরণের কোনো সমাধান নেই।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেটঃ $S = \varnothing$

খ ধরি, একক স্থানীয় অঙ্কটি $= x$

এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি $= y$

যেহেতু কোন অঙ্কটি বড় আমাদের জানা নেই। সুতরাং

১ম শর্তমতে, $x - y = \pm 4$ ... ... (i)

প্রদত্ত সংখ্যাটি $= 10y + x$.

২য় শর্তমতে, $10x + y + 10y + x = 110$

বা, $11x + 11y = 110$

বা, $11(x + y) = 110$

$\therefore x + y = 10$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii)নং যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 10 \pm 4$

বা, $2x = 10 \pm 4$

বা, $x = \frac{10 \pm 4}{2}$

বা, $x = 5 \pm 2$.

$\therefore x = 7$ বা 3.

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 7$ হলে, $y = 10 - x = 10 - 7 = 3$

$x = 3$ হলে, $y = 10 - 3 = 7$

$x = 7, y = 3$ হলে, সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7 = 30 + 7 = 37$

$x = 3, y = 7$ হলে, সংখ্যাটি $= 10 \times 7 + 3 = 70 + 3 = 73$

Ans. 37 বা 73

গ দেওয়া আছে,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= a$ একক

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= b$ একক

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= ab$ বর্গ একক

$\therefore$ 10% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য $= a + \frac{a}{100} \times 10$

$= \frac{11a}{10}$ একক

$\therefore$ 20% প্রস্থ হ্রাসে পরিবর্তিত প্রস্থ $= \left(b - \frac{20b}{100}\right)$ একক

$= \left(b - \frac{b}{5}\right)$ একক

$= \frac{4b}{5}$ একক

$\therefore$ পরিবর্তিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{11a}{10} \times \frac{4b}{5}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{44ab}{50}$ বর্গ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= \left(ab - \frac{44ab}{50}\right)$ বর্গ একক

$= \frac{50\,ab - 44ab}{50}$ বর্গ একক

$= \frac{6}{50}ab$ বর্গ একক

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা হ্রাস পায় $= \frac{\frac{6}{50}ab}{ab} \times 100\%$

$= \frac{6}{50} \times 100$

$= 12\%$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮ একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 3 মিটার বাড়ালে ও 3 মিটার কমালে ক্ষেত্রফল 18 বর্গমিটার কমে যায়। আবার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 3 মিটার করে বাড়ালে ক্ষেত্রফল 60 বর্গমিটার বেড়ে যায়।

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর ⁄⁄ প্রশ্ন নং ২]

ক. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x, y ধরে প্রদত্ত তথ্য অনুসারে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোট দুইটির সমাধান কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

১ম শর্তমতে, $(x + 3)(y - 3) = xy - 18$

২য় শর্তমতে, $(x + 3)(y + 3) = xy + 60$

খ 'ক' হতে পাই,

$(x + 3)(y - 3) = xy - 18$ ... ... (i)

$(x + 3)(y + 3) = xy + 60$ ... ... (ii)

(i) নং হতে পাই,

$(x + 3)(y - 3) = xy - 18$

বা, $xy + 3y - 3x - 9 = xy - 18$

বা, $3y - 3x - 9 + 18 = 0$

বা, $-3(x - y - 3) = 0$

$\therefore x - y - 3 = 0$ ... ... (iii)

(ii) নং হতে পাই, $(x + 3)(y + 3) = xy + 60$

বা, $xy + 3y + 3x + 9 = xy + 60$

বা, $3x + 3y + 9 - 60 = 0$

বা, $3x + 3y - 51 = 0$

বা, $3(x + y - 17) = 0$

$\therefore x + y - 17 = 0$ ... ... (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণে আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)\times(-17) - 1\times(-3)} = \frac{y}{(-3)\times 1 - (-17)\times 1} = \frac{1}{1\times 1 - 1\times(-1)}$$

বা, $\frac{x}{17 + 3} = \frac{y}{-3 + 17} = \frac{1}{1 + 1}$

বা, $\frac{x}{20} = \frac{y}{14} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{x}{20} = \frac{1}{2}$ এবং $\frac{y}{14} = \frac{1}{2}$

বা, $x = \frac{20}{2}$ বা, $y = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 10$ $\therefore y = 7$

$\therefore$ আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = 10 মিটার এবং প্রস্থ = 7 মিটার। **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $x - y - 3 = 0$ … … … (i)

এবং $x + y - 17 = 0$ … … … (ii)

সমীকরণ (i) নং হতে পাই, $y = x - 3$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান বসিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি :

x	5	8	10	15
y	2	5	7	12

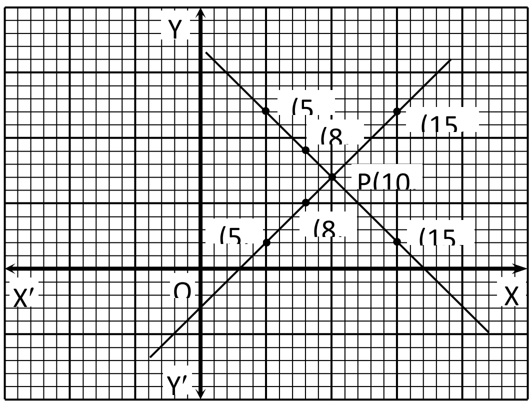
$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু (5, 2), (8, 5), (10, 7) ও (15, 12)

আবার, সমীকরণ (ii) নং হতে পাই, $y = 17 - x$

সমীকরণটিতে x এর বিভিন্ন মান বসিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	5	8	10	15
y	12	9	7	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর কয়েকটি বিন্দু (5, 12), (8, 9), (10, 7) ও (15, 2)



মনে করি, XOX′ এবং YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং মূলবিন্দু 0. ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরি। এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত (5, 2), (8, 5), (10, 7) ও (15, 12) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের পরপর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা। একইভাবে সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত (5, 12), (8, 9), (10, 7) ও (15, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তাদের সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্রে দেখা যায় P বিন্দুর স্থানাংক (10, 7)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (10, 7) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি সরল সমীকরণ জোট-

$5x + 4y = 31$

$x - 3y = -9$

[বিদ্যাময়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ ।। প্রশ্ন নং ২]

ক. সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সরল সমীকরণ জোট:

$5x + 4y = 31$

$x - 3y = -9$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{5}{1} = 5$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{4}{-3}$

আমরা পাই, $5 \neq \frac{4}{-3}$

$\therefore$ সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটিমাত্র সমাধান আছে।

খ $5x + 4y = 31$ ……………………(i)

$x - 3y = -9$ ……………………(ii)

(ii) নং হতে পাই,

$x - 3y = -9$

$\therefore x = 3y - 9$ ………………..(iii)

(iii) নং হতে x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$5(3y - 9) + 4y = 31$

বা, $15y - 45 + 4y = 31$

বা, $19y = 76$

$\therefore y = \frac{76}{19} = 4$

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (3, 4) **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট:

$5x + 4y = 31$ ……………(i)

$x - 3y = -9$ ……………(ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$5x + 4y = 31$

বা, $4y = 31 - 5x$

$\therefore y = \frac{31 - 5x}{4}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	3	− 1	7
y	4	9	− 1

আবার, (ii) নং হতে পাই,

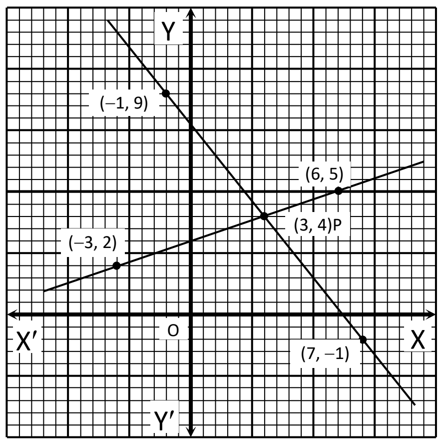
$x - 3y = -9$

বা, $3y = x + 9$

$\therefore y = \frac{x + 9}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	3	6	− 3
y	4	5	2



এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নেই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত (3, 4), (–1, 9), (7, – 1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত (3, 4), (6, 5), (– 3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরপর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাটিকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ হতে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 4)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: (x, y) = (3, 4) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয়। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। *[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর ψ প্রশ্ন নং ২]*

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর। ২

খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় সেন্টিমিটারে প্রকাশিত একটি আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য হলে ঐ আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গের পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

সুতরাং সংখ্যাটি = 10x + y

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যাটি 10y + x

১ম শর্তমতে, $\frac{10x + y}{xy} = 2$ ....(i)

২য় শর্তমতে, 10x + y + 27 = 10y + x ....(ii)

খ 'ক' এর সমীকরণ হতে পাই,

10x + y = 2xy ....(iii)

এবং 9x = 9y – 27

বা, x = y – 3 ....(iv)

x = y – 3 (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

10 (y – 3) + y = 2(y – 3) y

বা, $10y – 30 + y = 2y^2 – 6y$

বা, $2y^2 – 6y – 11y + 30 = 0$

বা, $2y^2 – 17y + 30 = 0$

বা, $2y^2 – 12y – 5y + 30 = 0$

বা, 2y(y – 6) – 5(y – 6) = 0

বা, (y – 6) (2y – 5) = 0

বা, y – 6 = 0 অথবা 2y – 5 = 0

$\therefore$ y = 6 $y = \frac{5}{2}$

এবং x = 6 – 3 = 3 যা গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, সংখ্যাটি 10 × 3 + 6 = 36 **(Ans.)**

গ সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় 6 ও 3

সুতরাং, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, x = 6 সেন্টিমিটার

প্রস্থ, y = 3 সেন্টিমিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য ̧ প্রস্থ

= 6 × 3 বর্গ সেন্টিমিটার

= 18 বর্গ সেন্টিমিটার

সুতরাং, বর্গের ক্ষেত্রফল = 18 বর্গ সেন্টিমিটার।

সুতরাং, বর্গের একবাহু = $\sqrt{18}$ সেন্টিমিটার

= $3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

$\therefore$ বর্গের পরিসীমা = 4 × $3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

= $12\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

= 16.97 সেন্টিমিটার (প্রায়) **(Ans.)**

এবং বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ সেন্টিমিটার

= 6 সেন্টিমিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১১ 2x + y = 8

3x – 2y = 5 *[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ ψ প্রশ্ন নং ১]*

ক. সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস/অসমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল এবং সমাধান আছে কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ)নং -এ প্রাপ্ত মানের সমান। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, 2x + y = 8

3x – 2y = 5

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{3} \neq -\frac{1}{2}$

$\therefore$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র (অনন্য) সমাধান পাওয়া যাবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.২ এর উদাহরণ-২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২২৯

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, 2x + y = 8 ... ... (i)

3x – 2y = 5 ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, 2x + y = 8 বা, y = 8 – 2x

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	2	3
y	6	4	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 6), (2, 4), (3, 2)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই, 3x – 2y = 5 বা, $y = \frac{3x - 5}{2}$

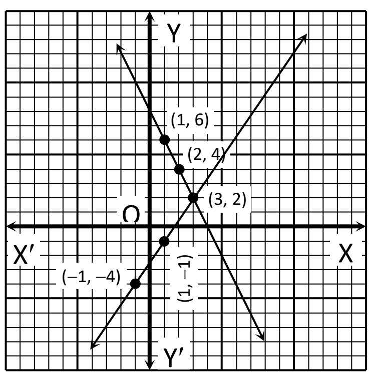
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	– 1	1	3
y	– 4	– 1	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 1, – 4), (1, – 1), (3, 2)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।



এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত (1, 6), (2, 4), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত (– 1, – 4), (1, – 1) (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 2)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ (x, y) = (3, 2)

$\therefore$ (x, y) এর প্রাপ্ত মান (খ)নং এ প্রাপ্ত মানের সমান। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে যথাক্রমে 3 মিটার ও 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল 126 বর্গমিটার বেশি হয়। আবার দৈর্ঘ্য 5 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 3 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল 25 বর্গমিটার কম হয়। প্রদত্ত ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সাথে অপর একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে 6 : 5 ও 4 : 3। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১২*

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ▸ প্রশ্ন নং ২]

ক. ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্যকে x মিটার এবং প্রস্থকে y মিটার ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. 'ক'-তে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি ২য় ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 5% হ্রাস করা হয়, তবে ২য় ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

শর্তমতে, (x + 3) (y + 2) = xy + 126

বা, xy + 3y + 2x + 6 = xy + 126

$\therefore$ 2x + 3y – 120 = 0 ....(i)

এবং (x – 5) (y + 3) = xy – 25

বা, xy – 5y + 3x – 15 – xy + 25 = 0

$\therefore$ 3x – 5y + 10 = 0 ....(ii)

খ 'ক' হতে পাই,

2x + 3y – 120 = 0 ....(i)

3x – 5y + 10 = 0 ....(ii)

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3\times 10-(-120)\times(-5)}=\frac{y}{(-120)\times 3-2\times 10}=\frac{1}{2\times(-5)-3\times 3}$$

বা, $\frac{x}{30-600}=\frac{y}{-360-20}=\frac{1}{-10-9}$

বা, $\frac{x}{-570}=\frac{y}{-380}=\frac{1}{-19}$

তাহলে, $\frac{x}{-570}=\frac{1}{-19}$ এবং $\frac{y}{-380}=\frac{1}{-19}$

$\therefore x=\frac{-570}{-19}=30$ $\therefore y=\frac{-380}{-19}=20$

$\therefore$ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার। **(Ans.)**

গ মনে করি,

২য় ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য A মিটার ও প্রস্থ B মিটার

তাহলে, $\frac{30}{A}=\frac{6}{5}$

বা, 6A = 150

$\therefore$ A = 25

এবং $\frac{20}{B}=\frac{4}{3}$

বা, 60 = 4B

বা, $B=\frac{60}{4}$

$\therefore$ B = 15

$\therefore$ ২য় ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = AB বর্গমিটার

= 25 × 15 বর্গমিটার

= 375 বর্গমিটার

এখন, 10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য হয় = (25 + 25 এর 10%) মিটার

$=\left(25+25\times\frac{10}{100}\right)$ মিটার

= (25 + 2.5) মিটার

= 27.5 মিটার

5% হ্রাসে প্রস্থ হয় = (15 – 15 এর 5%) মিটার

$=\left(15-15\times\frac{5}{100}\right)$ মিটার

= (15 – 0.75) মিটার

= 14.25 মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রটির পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = (27.5 × 14.25) বর্গমিটার

= 391.875 বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় = (391.875 – 375) বর্গমিটার

= 16.875 বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফলের শতকরা বৃদ্ধি = $\frac{16.875}{375}\times 100\%$

= 4.5% **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ 7x + 2y = 20

3x – 4y = – 6

[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর ▸ প্রশ্ন নং ২]

ক. সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে জোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১২

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী ▸ প্রশ্ন নং ৩]

ক. দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থকে y ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পায় তবে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল xy বর্গমিটার।

প্রথম শর্তমতে, (x – 5)(y + 3) = xy – 9

দ্বিতীয় শর্তমতে, (x + 3)(y + 2) = xy + 67

খ 'ক' হতে পাই,

$(x - 5)(y + 3) = xy - 9$ .... (i)

$(x + 3)(y + 2) = xy + 67$ .... (ii)

(i) নং হতে পাই,

$(x - 5)(y + 3) = xy - 9$

বা, $xy - 5y + 3x - 15 = xy - 9$

$\therefore 3x - 5y - 6 = 0$ .... (iii)

(ii) হতে পাই,

$(x + 3)(y + 2) = xy + 67$

বা, $xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$

$\therefore 2x + 3y - 61 = 0$ .... (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণে আড়গুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-5)(-61) - (-6)(3)} = \frac{y}{(-6)(2) - (3)(-61)} = \frac{1}{(3)(3) - (-5)(2)}$$

বা, $\frac{x}{305 + 18} = \frac{y}{-12 + 183} = \frac{1}{9 + 10}$

বা, $\frac{x}{323} = \frac{y}{171} = \frac{1}{19}$

$\therefore x = \frac{323}{19}$ এবং $y = \frac{171}{19}$

বা, $x = 17$ বা, $y = 9$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 17 মিটার এবং

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 9 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 17 মিটার

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 9 মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (17×9) বর্গ মিটার

= 153 বর্গ মিটার

10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য = (17 + 17 এর $\frac{10}{100}$) মিটার

= 18.7 মিটার

10%হ্রাসে প্রস্থ = $\left(9 - 9 \text{ ‰i } \frac{10}{100}\right)$ মিটার = 8.1 মিটার

$\therefore$ নতুন ক্ষেত্রফল হবে = (18.7×8.1) বর্গ মিটার

= 151.47 বর্গ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় = $(153 - 151.47)$ বর্গ মিটার

= 1.53 বর্গ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাসের শতকরা পরিমাণ = $\left(\frac{1.53}{153} \times 100\right)\% = 1\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল 1%হ্রাস পাবে **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{array}\right\}$ একটি সমীকরণ জোট।

[শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী ।। প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রদত্ত সমীকরণ জোটের সমাধান সংখ্যা কত? ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে জোটের সমাধান কর। ৪

গ. লৈখিক পদ্ধতিতে জোটের সমাধান করে দেখাও যে, 'খ'-তে প্রাপ্ত সমাধান সত্য। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$2x + y = 8$

$3x - 2y = 5$

এখানে, সমীকরণ দুইটির x ও y এর সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা করে পাই,

$\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{2}$

সুতরাং সমীকরণ জোট সামঞ্জস্য এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১২.৩ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৩৮

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $2x + y = 8$ ... ... (i)

$3x - 2y = 5$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$2x + y = 8$

বা, $y = 8 - 2x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	2	3
y	6	4	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 6), (2, 4), (3, 2)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$3x - 2y = 5$

বা, $y = \frac{3x - 5}{2}$

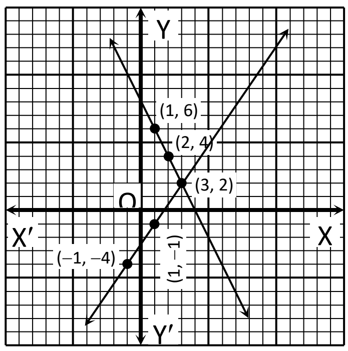
সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	– 1	1	3
y	– 4	– 1	2

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (– 1, – 4), (1, – 1), (3, 2)

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।



এখন ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত (1, 6), (2, 4), (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। লেখটি একটি সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) হতে প্রাপ্ত (– 1, – 4), (1, – 1) (3, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও তাদের পরস্পর সংযুক্ত করি। এক্ষেত্রেও লেখটি একটি সরলরেখা।

মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। চিত্র থেকে দেখা যায়, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 2)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ (x, y) = (3, 2)

আবার, 'খ' তে প্রাপ্ত সমাধান (x, y) = (3, 2)। অর্থাৎ 'খ' তে প্রাপ্ত সমাধান সত্য। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$ একটি সরল সমীকরণ জোট।

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমীকরণ জোটটির সমাধান সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৭ $x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর। ২

খ. আড়গুণন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x + 2y = 7$ ... ... (i)

$2x - 3y = 0$ ... ... (ii)

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{b_1}{b_2} = -\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

সুতরাং সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ এবং পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ দেওয়া আছে, $x + 2y = 7$ ... (i)

$2x - 3y = 0$ ... (ii)

সমীকরণদ্বয়কে পক্ষান্তর করে পাই,

$x + 2y - 7 = 0$

$2x - 3y + 0 = 0$

এখন, উপরিউক্ত সমীকরণদ্বয়ে আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{2 \times (-7) - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

বা, $\frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

$\therefore \frac{x}{-21} = \frac{1}{-7}$

$\therefore x = \frac{-21}{-7} = 3$

এবং $\frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

$\therefore y = \frac{-14}{-7} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ (x, y) = (3, 2) **(Ans.)**

গ (i) নং থেকে পাই,

$x + 2y = 7$

বা, $2y = 7 - x$

$\therefore y = \frac{7 - x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর কয়েকটি মান বের করি।

x	3	– 3	1
y	2	5	3

আবার, (ii) নং থেকে পাই,

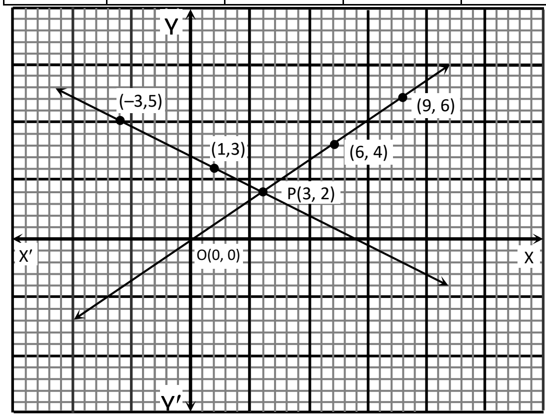
$2x - 3y = 0$

বা, $3y = 2x$

$\therefore y = \frac{2}{3}x$

একইভাবে সারণি তৈরী করলে,

x	0	3	6	9
y	0	2	4	6



এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু বিবেচনা করে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (3, 2), (– 3, 5), (1, 3) বিন্দুগুলো বসিয়ে যোগ করি তাহলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় এবং (0, 0), (3, 2), (6, 4) ও (9, 6) বিন্দুগুলো বসিয়ে যোগ করে আরেকটি সরলরেখা পাই, যা পূর্বের সরলরেখাকে পরস্পর P(3, 2) বিন্দুতে ছেদ করে।

অর্থাৎ সমীকরণদ্বয়ের সমাধানঃ (x, y) = (3, 2) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হয়। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেড়ে যায়। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১২*

[ব্রাইট স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y ধরে উদ্দীপককে দুটি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. সমীকরণ জোট আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি ও প্রস্থ 10% হ্রাস করলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৪নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৯ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 14। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 18 কম। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় সেন্টিমিটারে কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে। *[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, মোমেনশাহী ৷ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. চলক x ধরে সংখ্যাটি ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি লিখ। ২

খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, একক স্থানীয় অঙ্কটি = x

∴ দশক স্থানীয় অঙ্কটি = $14 - x$

∴ সংখ্যাটি = $10(14 - x) + x$

এবং স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি = $10x + (14 - x)$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপক অনুসারে, $10x + (14 - x) = 10(14 - x) + x - 18$

বা, $10x + 14 - x = 140 - 10x + x - 18$

বা, $10x - x + 9x = 140 - 18 - 14$

বা, $18x = 108$

∴ $x = 6$

∴ সংখ্যাটি = $10(14 - 6) + 6$

$= 140 - 60 + 6 = 86$ **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, সংখ্যাটি = 86

প্রশ্নমতে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 8 সে.মি.

এবং প্রস্থ = 6 সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{8^2 + 6^2}$

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ সে.মি.

∴ বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 10$ সে.মি.

∴ বর্গের পরিসীমা = $4a = 4 \times 10 = 40$ সে.মি. **(Ans.)**

এবং বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$

$= \sqrt{2} \times 10$

$= 14.14$ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২০ ইফতির একটি আয়তাকার ফুলের বাগান আছে। বাগানটির প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি এবং এর পরিসীমা 100 মিটার। বাগানটির ভিতরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটি ইট দিয়ে বাঁধাতে তার প্রতি বর্গমিটারে 120 টাকা খরচ হয়।

[ইক্ষু গবেষণা উচ্চ বিদ্যালয়, ঈশ্বরদী, পাবনা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দুইটি চলক ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণ জোটকে আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। ৪

গ. রাস্তাটি বাঁধাতে ইফতির মোট কত টাকা খরচ হয়? ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, আয়তাকার বাগানটির দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার

∴ ১ম শর্তানুসারে, $2y = x + 10$ …… (i)

এবং ২য় শর্তানুসারে, $2(x + y) = 100$

বা, $x + y = 50$ …… (ii)

খ (i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$x - 2y + 10 = 0$

$x + y - 50 = 0$

∴ আড়গুণন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত সমাধান, $\frac{x}{100 - 10} = \frac{y}{10 + 50} = \frac{1}{1 + 2}$

বা, $\frac{x}{90} = \frac{y}{60} = \frac{1}{3}$

∴ $x = \frac{90}{3} = 30$ এবং $y = \frac{60}{3} = 20$

∴ বাগানের দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার। **(Ans.)**

গ রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = $30 - 2 \times 2 = 26$ মিটার

এবং রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ = $20 - 2 \times 2 = 16$ মিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = বাগানের ক্ষেত্রফল – রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল

$= (30 \times 20 - 26 \times 16)$ বর্গমিটার

$= (600 - 416)$ বর্গমিটার

$= 184$ বর্গমিটার

∴ ইট দিয়ে রাস্তা তৈরিতে খরচ = $184 \times 120 = 22080$ টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২১ $3x + 2y = 10, 2x - 3y = -2$ দুইটি সরল সমীকরণ।

[কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, নাটোর ⁄⁄ প্রশ্ন নং ২]

ক. সমীকরণ জোটটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. সমীকরণ দুটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. উক্ত সমীকরণদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সমীকরণ জোট : $3x + 2y = 10$

$2x - 3y = -2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{2}$

y ,, ,, ,, $-\frac{2}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{2} \neq -\frac{2}{3}$

∴ সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

খ $3x + 2y = 10$

বা, $3x + 2y - 10 = 0$ … … … … (i)

এবং $2x - 3y = -2$

বা, $2x - 3y + 2 = 0$ … … … … (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{2.2 - (-10)(-3)} = \frac{y}{(-10).2 - 3.2} = \frac{1}{3.(-3) - 2.2}$$

বা, $\frac{x}{4 - 30} = \frac{y}{-20 - 6} = \frac{1}{-9 - 4}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $\frac{x}{-26} = \frac{1}{-13}$ এবং $\frac{y}{-26} = \frac{1}{-13}$

বা, $x = \frac{-26}{-13} = 2$ বা, $y = \frac{-26}{-13} = 2$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 2)$

গ প্রদত্ত সমীকরণ জোট: $3x + 2y = 10$ … … … … (i)

$2x - 3y = -2$ … … … … (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3x + 2y = 10$

বা, $2y = 10 - 3x$

∴ $y = \frac{10 - 3x}{2}$

এখন, সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে, y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	– 2	0	2
y	8	5	2

আবার (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$2x - 3y = -2$

বা, $3y = 2 + 2x$

∴ $y = \frac{2 + 2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	– 1	2	5
y	0	2	4

এখন, ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু নিই। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক কাগজে সমীকরণ (i) নং হতে প্রাপ্ত (– 2, 8), (0, 5) ও (2, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও পরপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা।

একইভাবে সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত (– 1, 0), (2, 2) ও (5, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করে পরস্পর যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা যা পূর্বের সরলরেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে পাই, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 2)

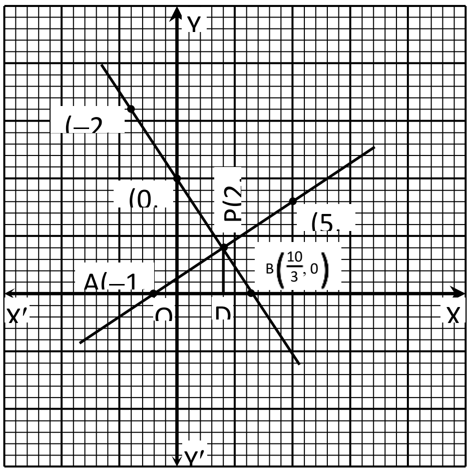
সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।

ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{10}{3} - (-1) = \frac{13}{3}$ একক

এবং উচ্চতা, PD = 2 একক

$\therefore \Delta PAB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 2$ বর্গ একক

$= \frac{13}{3}$ বর্গ একক **(Ans.)**



প্রশ্ন ▶২২ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$ *[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর ।/ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 8 মিটার, প্রস্থ 6 মিটার হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. আড় গুনন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান করো। ৪

গ. a = 2, b = 3 হলে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটটির সমাধান নির্ণয় করো। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{8^2 + 6^2}$ মি.

$= \sqrt{64 + 36}$ ”

$= \sqrt{100}$ ”

= 10 মি. **(Ans.)**

খ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে ax + by + c = 0 আকারে সাজিয়ে পাই,

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{bx + ay}{ab} = 1$

$\Rightarrow bx + ay = ab \Rightarrow bx + ay - ab = 0$ …… (i)

এবং $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow \frac{ax + by}{ab} = 1$

$\Rightarrow ax + by = ab \Rightarrow ax + by - ab = 0$ …… (ii)

(i) ও (ii) থেকে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{-a^2b + ab^2} = \frac{y}{-a^2b + ab^2} = \frac{1}{b^2 - a^2}$

বা, $\frac{x}{-ab(a-b)} = \frac{y}{-ab(a-b)} = \frac{1}{(a+b)(b-a)}$

$\therefore \frac{x}{-ab(a-b)} = \frac{1}{(a+b)(b-a)}$

বা, $x = \frac{ab(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab}{a+b}$

এবং $\frac{y}{-ab(a-b)} = \frac{1}{(a+b)(b-a)}$

বা, $y = \frac{ab(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab}{a+b}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b}\right)$

গ a = 2 এবং b = 3 হলে, প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ …… (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ …… (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$\frac{3x + 2y}{6} = 1$

$\Rightarrow 2y = 6 - 3x$

$\therefore y = \frac{6 - 3x}{2}$ …… (iii)

(ii) নং থেকে পাই,

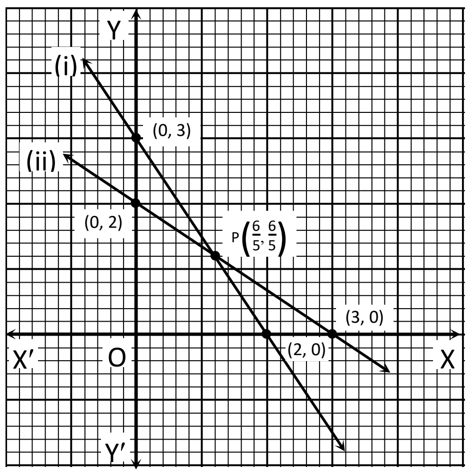
$\frac{2x + 3y}{6} = 1$

$\Rightarrow 3y = 6 - 2x$

$\therefore y = \frac{6 - 2x}{3}$ …… (iv)

x এর কতগুলো মানের জন্য উভয় সমীকরণের y এর মানের ছক নিচে দেয়া হলোঃ

x	0	2	4
$y = \frac{6-3x}{2}$	3	0	– 3
x	0	3	– 3
$y = \frac{6-2x}{3}$	2	0	4



এখন ছক কাগজের XOX′ বরাবর x-অক্ষ এবং YOY′ বরবার y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 5 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক কাগজে সমীকরণ (iii) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (0, 3), (2, 0), (4, – 3) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা। একইভাবে, সমীকরণ (iv) নং থেকে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি (0, 2), (3, 0) ও (– 3, 4) স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। লেখচিত্র থেকে দেখা যায় উভয় সমীকরণ $\left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

প্রশ্ন ▶২৩ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7; অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 9 বেশি।

[লায়ন্স স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর ▯ প্রশ্ন নং ২]

ক. চলক x এর মাধ্যমে প্রদত্ত সংখ্যাটি ও স্থানবিনিময়কৃত সংখ্যাটি লিখ। ২

খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি সেন্টিমিটারে কোন আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ ও দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে তবে ঐ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কর্ণটিকে কোন বর্গের বাহু ধরে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক x

$\therefore$ একক স্থানীয় অঙ্কটি = $7 - x$

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাটি = $10x + 7 - x$

$= 9x + 7 \ldots \ldots (i)$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি = $10(7 - x) + x$

$= 70 - 10x + x$

$= 70 - 9x \ldots \ldots (ii)$

খ 'ক' হতে পাই,

প্রদত্ত সংখ্যা = $9x + 7$

স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যা = $70 - 9x$

শর্তমতে, $70 - 9x - 9x - 7 = 9$

বা, $-18x = 9 + 7 - 70$

বা, $-18x = -54$

বা, $x = \frac{-54}{-18}$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $9x + 7 = 9 \times 3 + 7 = 34$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, প্রদত্ত সংখ্যাটি = 34

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 4cm এবং প্রস্থ = 3 cm

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\text{দৈর্ঘ্য}^২ + \text{প্রস্থ}^২}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{25}$

$= 5\text{cm}$ **(Ans.)**

শর্তমতে, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 5cm

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times$ বাহু

$= \sqrt{2} \times 5$

$= 5\sqrt{2}$ cm **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৪ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11. অঙ্কদ্বয়ের স্থান পরিবর্তন করলে, যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশী।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, পার্বতীপুর, দিনাজপুর ▯ প্রশ্ন নং ২]

ক. অনুক্রম কী? গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২

খ. উদ্দীপকের সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি মিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণ যদি কোনো বর্গের বাহুর সমান হয়, তবে বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **অনুক্রম:** কতকগুলো রাশি একটি বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলা হয়।

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে, প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; & \text{hLb } r > 1 \\ \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}; & \text{hLb } r < 1 \end{cases}$

খ সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৫ $3x - 4y = 0$

$2x - 3y = -1$

[আওয়ার লেডী অব ফাতেমা উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, কুমিল-া ▯ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমীকরণ জোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পরে নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর। ২

খ. সমীকরণ জোটটিকে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটকে সমাধান করে দেখাও যে, (x, y) এর প্রাপ্ত মান খ নং-এ প্রাপ্ত মানের সমান। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৬ (i) কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। আবার লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হর থেকে 3 বিয়োগ করলে তা 1 এর সমান হয়।

(ii) একটি সরল সমীকরণ জোট:

$7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$ ◄*সমন্বিত অধ্যায় ২ ও ১২*

[কুমিল-া ক্যান্টনমেন্ট বোর্ড আদর্শ স্কুল, কুমিল-া ▯ প্রশ্ন নং ৩]

ক. A = {3, 4, 5, 6}, B = {0, 1, 2} দেখাও যে, A ও B পরস্পর নিশ্ছেদ সেট। ২

খ. (i) নং এর সাহায্যে ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং এর সমীকরণ জোটটির সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = {3, 4, 5, 6}

B = {0, 1, 2}

$A \cap B = \{3, 4, 5, 6\} \cap \{0, 1, 2\}$

$= \{\ \} = \varnothing$

যেহেতু $A \cap B = \varnothing$

$\therefore$ A ও B নিশ্ছেদ সেট। **(দেখানো হলো)**

খ সৃজনশীল ১(ক ও খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৭ একটি জমির ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। জমিটির মাঝখানে 20 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত আঁকা হলো। বৃত্তটির কেন্দ্র থেকে একটি জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা এর অর্ধেকের চেয়ে 2 সে.মি. কম।

[আল-আমিন একাডেমি স্কুল এন্ড কলেজ, চাঁদপুর ৷৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. জমিটির দৈর্ঘ্যকে x এবং প্রস্থকে y ধরে তথ্যগুলোকে সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. জমিটির পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

গ. বৃত্তটির জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক জমির দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y হলে,

$xy = 192$ … … (i)

দৈর্ঘ্য 4 মি. কমালে ও প্রস্থ 4 মি. বাড়ালে ক্ষেত্রফল

$(x - 4)(y + 4) = 192$ … … (ii)

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (ii) হতে,

$xy + 4x - 4y - 16 = 192$

বা, $192 + 4x - 4y - 16 = 192$ [(i) নং হতে]

বা, $4x - 4y = 16$

বা, $x - y = 4$ … … (iii)

$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$

$= 4^2 + 4 \times 192$ [(i) ও (iii) হতে]

$= 784$

$\therefore x + y = 28$ … … (ii) [দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের যোগফল ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(x + y)$

$= 2 \times 28$ [(iv) হতে]

$= 56$ **(Ans.)**

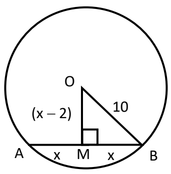
গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট 20 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে যেকোনো জ্যা AB = 2x এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য OM.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OB = \frac{20}{2} = 10$ সে.মি.

$BM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 2x = x$

এবং শর্তমতে, $OM = x - 2$

এখন সমকোণী ত্রিভুজ ΔOMB এ



$OM^2 + BM^2 = OB^2$

বা, $(x - 2)^2 + x^2 = 10^2$

বা, $x^2 - 4x + 4 + x^2 = 100$

বা, $2x^2 - 4x - 96 = 0$

বা, $x^2 - 2x - 48 = 0$

বা, $x^2 - 8x + 6x - 48 = 0$

বা, $x(x - 8) + 6(x - 8) = 0$

বা, $(x - 8)(x + 6) = 0$

হয়, $x - 8 = 0$ অথবা, $x + 6 = 0$

বা, $x = 8$ বা, $x = -6$ [গ্রহণযোগ্য নয়, কেননা দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ বৃত্তটির জ্যা $AB = 2x = 2 \times 8 = 16$ cm **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৮ $3x - y = 3$, $5x + y = 21$ এবং $\frac{a + b}{b + c} = \frac{c + d}{d + a}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১২

[পুলিশ লাইনস্‌ উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট ৷৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম দুইটি সমীরকণ কী পরস্পর নির্ভরশীল? ২

খ. প্রথম দুইটি সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $c = a$ অথবা, $a + b + c + d = 0$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $3x - y = 3$

$5x + y = 21$

সমীকরণদ্বয়ের x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{3}{5}$

এবং y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{-1}{1} = -1$

এখানে, $\frac{3}{5} \neq -1$

$\therefore$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর অনির্ভরশীল, সামঞ্জস্য এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

খ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $3x - y = 3$ … … (i)

$5x + y = 21$ … … (ii)

(i) হতে পাই, $3x - y = 3$

বা, $3x - 3 = y$

$\therefore y = 3x - 3$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছক তৈরি করি।

x	1	3	– 1
y	0	6	– 6

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (1, 0), (3, 6), (– 1, – 6)

আবার, (ii) হতে পাই,

$y = 21 - 5x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

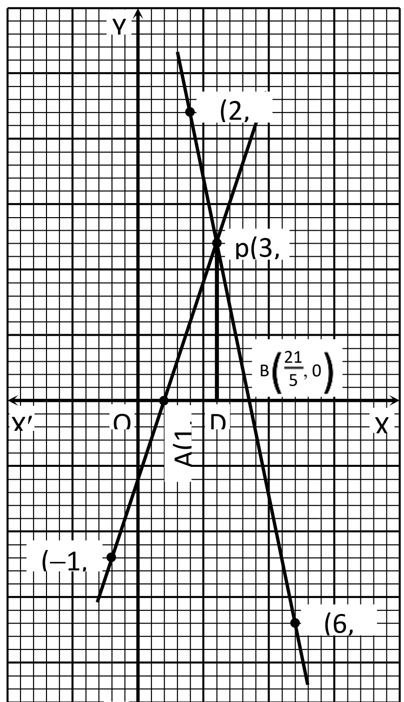
x	2	3	6
y	11	6	– 9

$\therefore$ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু যথাক্রমে (2, 11), (3, 6) ও (6, – 9)

এখন ছক কাগজের XOX′ বরবার x অক্ষ এবং YOY′ বরাবর y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ধরি। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্য একক ধরে, ছক কাগজে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে সরলরেখা।

একইভাবে, সমীকরণ (ii) নং হতে প্রাপ্ত বিন্দু তিনটি ছক কাগজে স্থাপন করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। মনে করি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর p বিন্দুতে ছেদ করেছে। লেখচিত্রে p বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 6)।

সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে PAB ত্রিভুজ গঠন করেছে।



ΔPAB এর ভূমি, $AB = \frac{21}{5} - 1$

$= \frac{16}{5}$ একক

এবং উচ্চতা, $PD = 6$ একক

$\therefore$ ত্রিভুজ PAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times 6$ বর্গ একক

$= \frac{48}{5}$ বর্গ একক **(Ans.)**

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

অনুশীলনী-১২.১

১. নিচের কোন শর্তে $a_1x + b_1y = c_1$ ও $aax+b_2y=c_2$ সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ?

ক $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ খ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

গ $\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ঘ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

২. এবং সমীকরণ জোটের সমাধান হলো–

ক (a,b) খ (o, b^3)

গ (o,b) ঘ (a^2, b^2)

৩. জনাব আরেফিন X জন বালককে Y টি আম এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যে প্রত্যেকে 6টি করে আম পাওয়ার পরও 6টি আম অবশিষ্ট থাকে। বর্ণনাটি নিচের কোন সমীকরণটি দ্বারা প্রকাশ করা যায়?

ক **x = 6y + 6** খ **y = 6x + 6**

গ x = 6y – 6 ঘ y = 6 x – 6

৪. দুইটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর ৩ এবং গুণফল ২. এদের বর্গের সমষ্টি–

ক 1 খ 2

গ 3 ঘ 5

৫. এই পদ্ধতির উদ্ভাবক কে?

ক ইউক্লীড খ রেনে দেকার্ত

গ আইনস্টাইন ঘ নিউটন

৬. পরস্পর লম্বভাবে ছেদী সরলরেখা কী নামে আখ্যায়িত?

ক অক্ষরেখা খ মূলরেখা

গ ছেদক ঘ ছেদী

৭. **4x + 3y = 7 ; 8x + 6y = 14** সমীকরণজোটের জন্য কোনটি সত্য?

ক সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ খসমীকরণ জোট অসঙ্গতিপূর্ণ

গ সমাধান অনন্য ঘ সমাধান নেই

৮. **4x + 3y = 7 , 8x + 6y = 9** জোটের জন্য কোনটি সঠিক?

ক সমাধান অসংখ্য খ সমাধান অনন্য

গ সমাধান নেই ঘ অসংগতিপূর্ণ

৯. **3x + 3y= 7 , 8x-6y = 2** জোটের ক্ষেত্রের কোনটি সত্য?

ক সঙ্গতিপুর্ণ ও সমাধান অনন্য

খ অসঙ্গতিপূর্ণ ও সমাধান অসংখ্য

গ সঙ্গতিপূর্ণ ও সমাধান নেই

ঘ অসঙ্গতিপূর্ণ ও সমাধান একক

১০. **5x + 2y = 0** এবং **10 x + 4y = 0** সমীকরণের সমাধান সংখ্যা কত?

ক অনন্য খ অসংখ্য

গ শূন্য ঘ দুইটি

১১. **5x + 2y = 0, 5x- 2y = 0** সমীকরণ জোটের জন্য কোনটি সত্য?

ক সমাধান অনন্য খ সমাধান নেই

গ সমাধান অসংখ্য ঘ সমাধান শূন্য

১২. **x + y = 6** এবং **x – y = 2** সমীকরণের সমাধান কত?

ক (4,2) খ (4,-2)

গ (3,3) ঘ (-4,2)

১৩. **4x + y = 2, 2x + 3y = - 4** সমীকরণ জোটের সমাধান কোনটি?

ক (1,2) খ (-1,-2)

গ (-1,2) ঘ (1,-2)

১৪. **3x-4y = 10** এবং **6x – 8y = 20** হতে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ক সঙ্গতিপূর্ণ খ অসঙ্গতিপূর্ণ

গ সমাধান নেই ঘ সমাধান অনন্য

১৫. $-\frac{1}{2}x + y = -1$ এবং $x - 2y = -1$ সমীকরণ জোটের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক সঙ্গতিপুর্ণ খ অসংখ্য সমাধান

গ সমাধান নেই ঘ সমাধান অনন্য

১৬. **(2x+3y = 7)** এবং **5x – 2y = 8** হলে **(x,y) =** কত?

ক **(1,1)** খ **(1,2)**

গ **(2,1)** ঘ **(2,3)**

১৭. **6x-y = 1 এবং 3x + 2y = 13 হলে, (x,y) = কত?**

ক **(1,5)** খ **(1,3)**

গ **(-1,5)** ঘ **(0,5)**

১৮. **12x + 17y = 41 এবং 17x + 12 y = 46 হলে, (x,y) = কত?**

ক (1,2) খ **(2,1)**

গ **(2,2)** ঘ **(3,2)**

১৯. **25x + 27 y = 131 এবং 27x + 25y = 129 হলে (x,y) = কত?**

ক **(1,3)** খ **(3,3)**

গ **(2,3)** ঘ **(0,3)**

২০. **x + 2y = 7, 2x – 3y =0 হলে, (x,y) = কত?**

ক **(3,4)** খ (3,2)

গ **(3,6)** ঘ **(-3,2)**

২১. **2x + 3y + 7 = 0 এবং 3x + 2y + 8 = 0 হলে (x,y) = কত?**

ক **(1,2)** খ **(-2,-1)**

গ **(1,3)** ঘ **(4,5)**

২২. **-7x + 8y = 9 এবং 5x-4y = - 3 হলে (x,y) = কত?**

ক **(3,1)** খ **(2,3)**

গ **(3,2)** ঘ **(1,2)**

২৩. **ax – cy = 0 এবং ay – cx = $a^2 – c^2$ হলে (x,y) = কত?**

ক **(a,b)** খ **(c,-a)**

গ **(c,a)** ঘ **(-c,-a)**

২৪. **x + y = 9 , x-y = 3 এবং হলে (x,y) = কত?**

ক **(6,3)** খ **(3,9)**

গ **(3,7)** ঘ **(5,9)**

২৫.**x+y = 9 এবং x-y = 3 হলে (x,y) = কত?**

ক (-3,-6) খ **(3,6)**

গ **(3,-6)** ঘ **(-6,-3)**

২৬. **x-y = 2 এবং xy = 8 হলে (x,y) = কত?**

ক **(4,2), (2,4)** খ **(4,2) (-2,-4)**

গ **(1,2) (-1,-2)** ঘ **(3,9) (-3,-9)**

২৭.**নিচের বাক্যগুলো লক্ষ কর:**

i. **x-y = 4 একটি দ্বিঘাত সরল সমীকরণ**

ii. **x = 6 , y = 2 দ্বারা x – y = 4 সমীকরণটি সিদ্ধ হয়**

iii. **x = 6 , y = 2 সমাধানকে ক্রমজোড় আকারে (x,y)= (6,2) লেখা যায়**

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i,ii খ ii, iii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

২৮. **4x+3y = 7 , 8x + 6y = 14 সমীকরণ হতে প্রাপ্ত তথ্য নিম্নরুপ।**

i. **সঙ্গতিপূর্ণ**

ii. **সমাধান অসংখ্য**

iii. **অসঙ্গতিপূর্ণ**

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i,ii খ ii, iii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

২৯. **4x + xy = 7 , 3x – 6y = 2 সমীকরণ জোট-**

i. **সঙ্গতিপূর্ণ**

ii. **অসংখ্য সমাধান আছে**

iii. **সমাধান অনন্য**

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i,ii খ ii, iii

গ i,iii ঘ i,ii,iii