

SSC Math

অধ্যয়ভিত্তিক কন্টেন্ট

অধ্যায়-১৩: সসীম ধারা

প্রয়োজনীয় তথ্য:

■ অনুক্রম:

কতকগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে, প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম (Sequence) বলা হয়।

অনুক্রমের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ, দ্বিতীয় রাশিকে দ্বিতীয় পদ, তৃতীয় রাশিকে তৃতীয় পদ ইত্যাদি বলা হয়। 1, 3, 5, 7, ...
...অনুক্রমের প্রথম পদ = 1, দ্বিতীয় পদ = 3, ইত্যাদি।

■ ধারা:

কোনো অনুক্রমের পদগুলো পরপর '+' চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা (Series) পাওয়া যায়। যেমন, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ একটি ধারা। ধারাটির পরপর দুইটি পদের পার্থক্য সমান। আবার $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ একটি ধারা। এর পরপর দুইটি পদের অনুপাত সমান। সুতরাং, যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যে সম্পর্কের ওপর নির্ভর করে ধারাটির বৈশিষ্ট্য। ধারাগুলোর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ দুইটি ধারা হলো সমান্তর ধারা ও গুণোত্তর ধারা।

■ সমান্তর ধারা:

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ একটি ধারা।

এখানে, দ্বিতীয় পদ - প্রথম পদ = $3 - 1 = 2$, তৃতীয় পদ - দ্বিতীয় পদ = $5 - 3 = 2$

সুতরাং, ধারাটি একটি সমান্তর ধারা। উল্লিখিত ধারার সাধারণ অন্তর 2.

■ সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়:

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a ও সাধারণ অন্তর = d হলে ধারাটির n তম পদ = $a + (n - 1)d$

এই n তম পদকেই সমান্তর ধারার সাধারণ পদ বলা হয়। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অন্তর d জানা থাকলে n তম পদে $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ বসিয়ে পর্যায়ক্রমে ধারাটির প্রত্যেকটি পদ নির্ণয় করা যায়।

■ সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি:

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , শেষ পদ p , সাধারণ অন্তর d , পদসংখ্যা n এবং ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n .

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

n -তম পদ = $p = a + (n - 1)d$.

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়:

মনে করি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি S_n

অর্থাৎ, $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$

$$\text{বা, } S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়:

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি S_n

অর্থাৎ, $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়:

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি S_n

অর্থাৎ, $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

$$\therefore S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

■ প্রয়োজনীয় সূত্র:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

■ গুণোত্তর ধারা:

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ, যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে, সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন, $2 + 4 + 8 + 16 + 32$ ধারাটির প্রথম পদ 2, দ্বিতীয় পদ 4, তৃতীয় পদ 8, চতুর্থ পদ 16, পঞ্চম পদ 32. এখানে, দ্বিতীয় পদের সাথে প্রথম পদের অনুপাত $= \frac{4}{2} = 2$, তৃতীয় পদের সাথে দ্বিতীয় পদের অনুপাত $= \frac{8}{4} = 2$, চতুর্থ পদের সাথে তৃতীয় পদের অনুপাত $= \frac{16}{8} = 2$, পঞ্চম পদের সাথে চতুর্থ পদের অনুপাত $= \frac{32}{16} = 2$.

■ অনন্ত গুণোত্তর ধারা:

গুণোত্তর ধারার পদসংখ্যা নির্দিষ্ট না থাকলে সেই ধারাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারা বলে। গুণোত্তর ধারার প্রথম পদকে সাধারণত a দ্বারা এবং সাধারণ অনুপাতকে r দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তাহলে সংজ্ঞানুসারে, প্রথম পদ a হলে, দ্বিতীয় পদ ar , তৃতীয় পদ ar^2 ইত্যাদি।

সুতরাং, ধারাটি হবে $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

■ গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ:

যেকোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r , তাহলে ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

■ গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়:

মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r এবং পদ সংখ্যা n । যদি n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হয়, তাহলে

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \text{ যখন } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}, \text{ যখন } r > 1$$

অনুশীলনী ১৩.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ ২ - 5 - 12 - 19 - ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, 2 - 5 - 12 - 19 -.....

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 2$

∴ সাধারণ অন্তর, $d = -5 - 2 = -7$

$$\begin{aligned}\therefore 12 \text{ তম পদ} &= a + (12 - 1) d = 2 + 11 \times (-7) \\ &= 2 - 77 = -75\end{aligned}$$

নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অন্তর - 7 এর 12 তম পদ -75.

প্রশ্ন ১ ২ ১ 8 + 11 + 14 + 17 + ধারাটির কোন পদ 392 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, 8 + 11 + 14 + 17 +.....

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 8 = 3$

মনে করি, n তম পদ = 392

n তম পদ = $a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1) d = 392$$

$$\text{বা, } 8 + (n - 1) \times 3 = 392$$

$$\text{বা, } (n - 1) \times 3 = 392 - 8$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{384}{3}$$

$$\text{বা, } n = 128 + 1$$

$$\therefore n = 129$$

∴ ধারাটির 129তম পদ 392.

প্রশ্ন ১ ৩ ১ 4 + 7 + 10 + 13 + ধারাটির কোন পদ 301 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, 4 + 7 + 10 + 13 +

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, n তম পদ = 301

$$n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a + (n - 1)d = 301$$

$$\text{বা, } 4 + (n - 1) \times 3 = 301$$

$$\text{বা, } (n - 1) \times 3 = 301 - 4$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{297}{3}$$

$$\text{বা, } n = 99 + 1$$

$$\therefore n = 100$$

\therefore ধারাটির 100তম পদ 301.

প্রশ্ন ৯ ৯ কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ p^2 এবং q তম পদ q^2 হলে, ধারাটির $(p + q)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore p \text{ তম পদ} = a + (p - 1)d$$

$$q \text{ তম পদ} = a + (q - 1)d$$

$$\text{এবং } (p + q) \text{ তম পদ} = a + (p + q - 1)d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (p - 1)d = p^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$a + (q - 1)d = q^2 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$$(p - 1)d - (q - 1)d = p^2 - q^2$$

$$\text{বা, } d(p - 1 - q + 1) = (p + q)(p - q)$$

$$\text{বা, } d(p - q) = (p + q)(p - q)$$

$$\text{বা, } d = \frac{(p + q)(p - q)}{(p - q)}$$

$$\therefore d = p + q$$

$$\therefore (p + q) \text{ তম পদ} = a + (p + q - 1)d$$

$$= a + (p - 1)d + qd$$

$$= p^2 + q(p + q)$$

$$[\because a + (p - 1)d = p^2, d = p + q]$$

$$= p^2 + pq + q^2$$

নির্ণেয় $(p + q)$ তম পদ $p^2 + pq + q^2$

প্রশ্ন ৯ ৯ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n ও n তম পদ m হলে, $(m + n)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির } m\text{তম পদ} = a + (m - 1) d$$

$$\text{" } n\text{ তম পদ} = a + (n - 1) d$$

$$\text{শর্তানুসারে, } a + (m - 1) d = n \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } a + (n - 1) d = m \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$(m - 1 - n + 1) d = n - m$$

$$\text{বা, } (m - n) d = - (m - n)$$

$$\text{বা, } d = \frac{-(m - n)}{(m - n)}$$

$$\therefore d = - 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (m + n)\text{তম পদ} = a + (m + n - 1) d$$

$$= a + \{(m - 1) + n\} d$$

$$= a + (m - 1)d + nd$$

$$= n + n(- 1) [\because a + (m - 1) d = n$$

$$\text{এবং } d = - 1]$$

$$= n - n = 0$$

নির্ণেয় $(m + n)$ তম পদ 0.

প্রশ্ন ১৬ ১ 1 + 3 + 5 + 7 + ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, 1 + 3 + 5 + 7 +

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, a = 1

সাধারণ অন্তর, d = 3 - 1 = 2

এবং পদ সংখ্যা = n

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1) \cdot 2\} [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$

নির্ণেয় ধারাটির n পদের যোগফল n^2 .

প্রশ্ন ১৭ $8 + 16 + 24 + \dots$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $8 + 16 + 24 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 16 - 8 = 8$

\therefore ধারাটির 9টি পদের সমষ্টি, $S_9 = \frac{9}{2}\{2a + (9 - 1)d\}$

$$= \frac{9}{2}(2a + 8d)$$

$$= \frac{9}{2}(2 \times 8 + 8 \times 8)$$

$$= \frac{9}{2}(16 + 64)$$

$$= \frac{9}{2} \times 80$$

$$= 9 \times 40$$

$$= 360$$

\therefore ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি 360.

প্রশ্ন ১৮ $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 =$ কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 5 = 17 - 11 = 6$

শেষ পদ, $p = 59$

ধরি, ধারাটির পদসংখ্যা = n

\therefore n তম পদ = $a + (n - 1)d$

কিন্তু n তম পদ = শেষ পদ = 59

অর্থাৎ, $5 + (n - 1)6 = 59$

বা, $5 + 6n - 6 = 59$

বা, $6n - 1 = 59$

$$\text{বা, } 6n = 59 + 1$$

$$\text{বা, } n = \frac{60}{6} = 10$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{সমষ্টি, } S &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10-1) \cdot 6\} \quad [\text{এর মান বসিয়ে}] \\ &= 5 (10 + 9 \times 6) \\ &= 5 (10 + 54) \\ &= 5 \times 64 \\ &= 320\end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি 320.

প্রশ্ন ৯১। $29 + 25 + 21 + \dots - 23 =$ কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $29 + 25 + 21 + \dots - 23$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার ১ম পদ, $a = 29$

সাধারণ অন্তর, $d = 25 - 29 = -4$

শেষ পদ, $p = -23$

ধরি, ধারাটির পদ সংখ্যা = n

$$\therefore n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

কিন্তু n তম পদ = শেষ পদ = -23

অর্থাৎ, $a + (n-1)d = -23$

$$\text{বা, } 29 + (n-1)(-4) = -23$$

$$\text{বা, } 29 - 4n + 4 = -23$$

$$\text{বা, } 4n = 33 + 23$$

$$\text{বা, } n = \frac{56}{4}$$

$$\therefore n = 14$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{সমষ্টি, } S &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{14}{2} \{2 \times 29 + (14-1)(-4)\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 7\{58 + 13(-4)\}\end{aligned}$$

$$= 7 (58 - 52) = 7 \times 6 = 42$$

নির্ণেয় সমষ্টি 42.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore 12 \text{ তম পদ} = a + (12 - 1) d$$

$$= a + 11d$$

প্রশ্নমতে, $a + 11d = 77 \dots \dots \dots$ (i)

মনে করি, প্রথম 23 পদের সমষ্টি = S

$$\therefore S = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1) d\} \quad [\because n = 23]$$

$$= \frac{23}{2} (2a + 22d) = \frac{23}{2} \times 2 (a + 11d)$$

$$= 23 (a + 11d) = 23 \times 77 = 1771$$

নির্ণেয় সমষ্টি 1771.

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ - 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির } 16 \text{ তম পদ, } a + (16 - 1)d = -20$$

$$\text{বা, } a + 15d = -20$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

তাহলে, ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি

$$S_{31} = \frac{31}{2} \{2a + (31 - 1)d\}$$

$$= \frac{31}{2} (2a + 30d) = \frac{31}{2} \times 2(a + 15d)$$

$$= \frac{31}{2} \times 2 \times (-20) \quad [\because a + 15d = -20]$$

$$= 31 \times (-20) = -620$$

নির্ণেয় সমষ্টি – 620.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল – 144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি হলো, $9 + 7 + 5 + \dots$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 9$

সাধারণ অন্তর $d = 7 - 9 = -2$

$$\therefore S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{(2 \times 9) + (n-1)(-2)\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (18 - 2n + 2) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (20 - 2n) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } 10n - n^2 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n - 18) + 8(n - 18) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 18)(n + 8) = 0$$

$$\text{হয় } n - 18 = 0 \text{ অথবা, } n + 8 = 0$$

$$\therefore n = 18 \quad \therefore n = -8$$

কিন্তু $n = -8$ গ্রহণযোগ্য নয়।

কোনো পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 18$$

নির্ণেয় পদসংখ্যা, $n = 18$.

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয়

কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 2$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 4 - 2 = 2$

শর্তানুসারে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= 2550$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n-1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{4 + (n-1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2n + 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\text{হয় } n+51 = 0 \text{ অথবা, } n-50 = 0$$

$$\therefore n = -51 \quad \therefore n = 50$$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণেয় n এর মান 50.

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1)$

$n = 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$$S_1 = \text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1 + 1) = 1 \times 2 = 2$$

$$S_2 = \text{প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2 + 1) \\ = 2 \times 3 = 6$$

$$S_3 = \text{প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি} \\ = 3(3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি, } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots \dots \dots$$

প্রশ্ন ১৫ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n + 1)$ হলে, ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= n(n + 1)$.

$$n = 1, 2, 3 \dots \dots \dots \text{ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,}$$

$$\text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1 + 1) = 1 \times 2 = 2$$

$$\text{দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2 + 1) = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{তিনটি পদের সমষ্টি} = 3(3 + 1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = 12 - 6 = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots$$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = 2$$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 4 - 2 = 2$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{তাহলে, 10 টি পদের সমষ্টি } S_{10} = \frac{10}{2} \{2a + (10 - 1)d\}$$

$$= \frac{10}{2} \{2 \times 2 + (10 - 1)2\}$$

$$= 5(4 + 18)$$

$$= 5 \times 22 = 110$$

নির্ণেয় সমষ্টি 110.

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\begin{aligned}\therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} &= a + (12 - 1)d \\ &= a + 11d\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 পদের সমষ্টি } S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12 - 1) d\}$$

$$\text{বা, } 144 = 6(2a + 11d)$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6}$$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, 20 পদের সমষ্টি } S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20 - 1) d\}$$

$$\text{বা, } 560 = 10(2a + 19d)$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii) হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$$

$$\text{বা, } 8d = 32$$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

d এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$2a + 19 \times 4 = 56$$

$$\text{বা, } 2a + 76 = 56$$

$$\text{বা, } 2a = 56 - 76$$

$$\text{বা, } a = \frac{-20}{2}$$

$$\therefore a = -10$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রথম 6 পদের সমষ্টি } S_6 &= \frac{6}{2} \{2a + (6 - 1) d\} \\
&= \frac{6}{2} \{2 \times (-10) + (6 - 1) \times 4\} \\
&= 3(-20 + 20) \\
&= 3 \times 0 = 0
\end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি 0.

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m + n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সমান্তর অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } m \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m}{2} \{2a + (m - 1) d\}$$

$$\text{এবং ধারাটির প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{m}{2} \{2a + (m - 1)d\} = n \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = m \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$2a + (m - 1) d = \frac{2n}{m} \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$2a + (n - 1) d = \frac{2m}{n} \dots\dots\dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$(m - n)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } (m - n)d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$$

$$\text{বা, } d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn(m - n)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2(n^2 - m^2)}{mn(m - n)} \\
&= \frac{2(n + m)(n - m)}{mn(m - n)} \\
&= \frac{-2(m + n)(m - n)}{mn(m - n)} \\
&= \frac{-2(m + n)}{mn}
\end{aligned}$$

এখন, ধারাটির প্রথম $(m + n)$ পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned}
&= \frac{m + n}{2} \{2a + (m + n - 1)d\} \\
&= \frac{m + n}{2} \{2a + (m - 1)d + nd\} \\
&= \frac{m + n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - 2n \left(\frac{m + n}{mn} \right) \right\} \text{ [iii নং ও } d \text{ এর মান বসিয়ে]} \\
&= \frac{m + n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - \left(\frac{2(m + n)}{m} \right) \right\} \\
&= \frac{m + n}{2} \left(\frac{2n - 2m - 2n}{m} \right) \\
&= \frac{m + n}{2} \times \frac{-2m}{m} \\
&= -(m + n)
\end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি $-(m + n)$.

প্রশ্ন ৯৮ ৥ কোনো সমান্তর ধারায় p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a , b , c হলে, দেখাও যে, $a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$.

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = x

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ ধারাটির } p \text{ তম পদ} = x + (p - 1)d$$

$$" \quad q \text{ তম পদ} = x + (q - 1)d$$

$$" \quad r \text{ তম পদ} = x + (r - 1)d$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x + (p - 1)d = a \dots\dots\dots (i)$$

$$x + (q - 1)d = b \dots\dots\dots (ii)$$

$$x + (r - 1) d = c \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$(p - 1 - q + 1) d = a - b$$

$$\text{বা, } (p - q) d = a - b$$

$$\therefore d = \frac{a - b}{p - q}$$

d এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x + (p - 1) \left(\frac{a - b}{p - q} \right) = a$$

$$\text{বা, } x = a - \frac{(p - 1)(a - b)}{p - q}$$

$$\therefore x = \frac{a(p - q) - (p - 1)(a - b)}{p - q}$$

সমীকরণ (iii)এ x ও d এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a(p - q) - (p - 1)(a - b)}{p - q} + (r - 1) \left(\frac{a - b}{p - q} \right) = c$$

$$\text{বা, } \frac{ap - aq - ap + bp + a - b + ar - br - a + b}{p - q} = c$$

$$\text{বা, } -aq + ar - br + bp = c(p - q)$$

$$\text{বা, } -a(q - r) - b(r - p) - c(p - q) = 0$$

$$\text{বা, } a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$$

$$\therefore a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ দেখাও যে, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$

সমাধান : মনে করি, $S_1 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125$

$$\text{এবং } S_2 = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$$

দেখাতে হবে যে, $S_1 = S_2$

এখানে, বামপক্ষের ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

ধরি, S_1 ধারার পদ সংখ্যা = n

কিন্তু n তম পদ = শেষ পদ = 125

$$\therefore a + (n - 1)d = 125$$

$$\text{বা, } 1 + (n - 1)2 = 125$$

$$\text{বা, } 1 + 2n - 2 = 125$$

$$\text{বা, } 2n - 1 = 125$$

$$\text{বা, } 2n = 125 + 1$$

$$\therefore n = \frac{126}{2} = 63$$

$$\therefore S_1 = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63 - 1) \cdot 2\} [n, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{63}{2} (2 + 62 \times 2)$$

$$= \frac{63}{2} \times 2 (1 + 62)$$

$$= 63 \times 63 = 3969$$

আবার, ডানপক্ষের ধারার প্রথম পদ, $a = 169$

সাধারণ অন্তর, $d = 171 - 169 = 2$

ধরি, S_2 ধারার পদ সংখ্যা = m

কিন্তু m তম পদ = শেষ পদ = 209

$$\therefore a + (m - 1)d = 209$$

$$\text{বা, } 169 + (m - 1)2 = 209$$

$$\text{বা, } 169 + 2m - 2 = 209$$

$$\text{বা, } 2m + 167 = 209$$

$$\text{বা, } 2m = 209 - 167$$

$$\therefore m = \frac{42}{2} = 21$$

$$\therefore S_2 = \frac{m}{2} \{2a + (m - 1)d\}$$

$$= \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21 - 1) \cdot 2\} [m, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{21}{2} (338 + 40) = \frac{21}{2} \times 378$$

$$= 21 \times 189 = 3969$$

$$\therefore S_1 = S_2$$

অর্থাৎ, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots + 209$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯২০ ৯ এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান : মনে করি, কিস্তির সংখ্যা = n

পরপর দুই কিস্তির পার্থক্য, $d = 2$; প্রথম কিস্তি, $a = 1$;

মোট ঋণের পরিমাণ, $S_n = 2500$

$$\text{সমান্তর ধারার সূত্রমতে, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \times 2n$$

$$\text{বা, } 2500 = n^2$$

$$\text{বা, } n^2 = 2500$$

$$\text{বা, } n = \sqrt{2500}$$

$$\therefore n = \pm 50$$

কিন্তু কিস্তির সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণেয় কিস্তির সংখ্যা 50টি।

অনুশীলনী ১৩.২

প্রশ্ন ১১ a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $b = \frac{c+d}{2}$ খ. $a = \frac{b+c}{2}$ ● $c = \frac{b+d}{2}$ ঘ. $d = \frac{a+c}{2}$

প্রশ্ন ১২ i. $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

ii. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

iii. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

প্রশ্ন ১৩ ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক. 2 খ. 4 ● $\log 2$ ঘ. $2\log 2$

প্রশ্ন ১৪ ধারাটির ৭ম পদ কত?

ক. $\log 32$ খ. $\log 64$ ● $\log 128$ ঘ. $\log 256$

ব্যাখ্যা : n তম পদ = $a + (n-1)d$

যেহেতু, ১ম পদ, $a = \log 2$

সাধারণ অন্তর, $d = \log 2$

\therefore 7 তম পদ = $\log 2 + (7-1)\log 2 = \log 2 + 6\log 2 = 7\log 2$
 $= \log 2^7 = \log 128.$

প্রশ্ন ১৫ $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 64$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

\therefore n তম পদ = ar^{n-1}

\therefore ধারাটির অষ্টম পদ = $64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$

$$= 64 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ১১ $3 + 9 + 27 + \dots$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $3 + 9 + 27 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 3$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{9}{3} = > 1$; পদ সংখ্যা $n = 14$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ যেখানে } r > 1.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি, } S_{14} &= \frac{3 \{(3)^{14} - 1\}}{3 - 1} \\ &= \frac{3}{2}(3^{14} - 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৭ ১১ $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $128 + 64 + 32 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 128$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{2}$

$$\therefore ar^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \times 128}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n - 1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8 + 1$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯৮ ৥ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$$\therefore 5 \text{ তম পদ} = ar^{5-1} = ar^4$$

$$\text{এবং } 10 \text{ তম পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

প্রশ্নমতে,

$$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করি,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

$$\text{বা, } r^{9-4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

সমীকরণ (i) এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a. \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 \right\}^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{তৃতীয় পদ} &= ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\text{নির্ণেয় তৃতীয় পদ } \frac{1}{\sqrt{3}}$$

প্রশ্ন ৯ ৯ $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots \dots \dots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots$

ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত $= -\sqrt{2}$

\therefore এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

$$\text{ধারার প্রথম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 8\sqrt{2}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা } n - 1 = 8$$

$$\therefore n = 9$$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির 9ম পদ $8\sqrt{2}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ৥ $5 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $5 + x + y + 135$ একটি গুণোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ, $a = 5$

ধরি, সাধারণ অনুপাত = r

\therefore চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = 135$ [প্রশ্নানুসারে]

$$\text{বা, } 5.r^3 = 135$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{135}{5} = 27$$

$$\text{বা, } r^3 = (3)^3$$

$$\therefore r = 3$$

দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = x$

$$\text{বা, } ar = x$$

$$\text{বা, } 5 \times 3 = x \quad [\because a = 5 \text{ এবং } r = 3]$$

$$\therefore x = 15$$

তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = y$

$$\text{বা, } ar^2 = y$$

$$\text{বা, } 5 \times 3^2 = y \quad [\because a = 5 \text{ এবং } r = 3]$$

$$\text{বা, } 5 \times 9 = y$$

$$\therefore y = 45$$

নির্ণয়ে x ও y এর মান যথাক্রমে 15 ও 45

প্রশ্ন ১১ ৥ $3 + x + y + z + 243$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে x , y এবং z এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $3 + x + y + z + 243$ একটি গুণোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ $a = 3$

ধরি, সাধারণ অনুপাত = r

\therefore পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = 243$ [প্রশ্নানুসারে]

$$\text{বা, } 3.r^4 = 243$$

$$\text{বা, } r^4 = \frac{243}{3} = 81$$

$$\text{বা, } r^4 = (3)^4$$

$$\therefore r = 3$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ, } ar^{2-1} = x$$

$$\text{বা, } 3.r = x \text{ [}\because a = 3\text{]}$$

$$\text{বা, } 3.3 = x \text{ [}\because r = 3\text{]}$$

$$\therefore x = 9$$

$$\text{তৃতীয় পদ, } ar^{3-1} = y$$

$$\text{বা, } 3.3^2 = y \text{ [}\because a = 3, r = 3\text{]}$$

$$\text{বা, } 27 = y$$

$$\therefore y = 27$$

$$\text{চতুর্থ পদ, } ar^{4-1} = z$$

$$\text{বা, } 3.3^{4-1} = z \text{ [}\because a = 3, r = 3\text{]}$$

$$\text{বা, } 3.3^3 = z$$

$$\text{বা, } 3.27 = z$$

$$\therefore z = 81$$

নির্ণেয় x, y ও z এর মান যথাক্রমে 9, 27 ও 81

প্রশ্ন ১২ ২ - 4 + 8 - 16 + ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি 2 - 4 + 8 - 16 + একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-4}{2} = -2 < 1$$

পদ সংখ্যা, $n = 7$

$$\text{গুণোত্তর ধারার প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore \text{সাতটি পদের সমষ্টি, } S_7 = \frac{2\{1-(-2)^7\}}{1-(-2)} ; r < 1$$

$$= \frac{2(1+128)}{1+2} = \frac{2 \times 129}{3}$$

$$= 2 \times 43 = 86 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ 1 - 1 + 1 - 1 + ধারাটির $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$

পদ সংখ্যা = $2n + 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}; r < 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত ধারার } 1\text{ম } (2n + 1) \text{ পদের সমষ্টি} &= a \times \frac{(1 - r^{2n+1})}{1 - r} \\ &= \frac{1\{1 - (-1)^{2n+1}\}}{1 - (-1)} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{1 - \{(-1)^{2n} \cdot (-1)\}}{1 + 1} = \frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি 1.

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S_{10}

$$\begin{aligned} \therefore S_{10} &= \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \text{ দশম পদ পর্যন্ত} \\ &= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots \text{ দশম পদ পর্যন্ত} \end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত ধারাটি নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,

$$\begin{aligned} S_{10} &= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots + \log 2^{10} \\ &= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots + 10 \log 2 \\ &= (1 + 2 + 3 + \dots + 10) \log 2 \\ &= \frac{10(10 + 1)}{2} \log 2 \left[\because 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \right] \\ &= \frac{10 \times 11}{2} \times \log 2 = 55 \log 2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি $55 \log 2$.

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$ ধারাটির প্রথম বারোটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S_{12}

$$\therefore S_{12} = \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= (1 + 4 + 9 + \dots + 12) \log 2$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2) \log 2$$

$$= \left\{ \frac{12(12+1)(2 \cdot 12 + 1)}{6} \right\} \log 2$$

$$\left[\because 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right]$$

$$= (2 \times 13 \times 25) \log 2 = 650 \log 2$$

নির্ণেয় সমষ্টি $650 \log 2$

প্রশ্ন ১৬ $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ ধারাটির n -সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n এর মান কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2$

এবং n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = 254$

আমরা জানি, একটি গুণোত্তর ধারার n তম পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\text{যখন } r > 1]$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$$

$$\text{বা, } 2 \times \frac{(2^n - 1)}{2 - 1} = 254 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = \frac{254}{2}$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 127$$

$$\text{বা, } 2^n = 127 + 1 = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

$$\therefore n = 7$$

নির্ণেয় n এর মান 7

প্রশ্ন ১৭ ৥ $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$ ধারাটির $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -1 < 1$ [$\because r < 1$]

এবং পদ সংখ্যা $= 2n + 2$

\therefore প্রদত্ত ধারার $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1 - r^{2n+2})}{1 - r} = \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{2(1 - 1)}{1 + 1} = \frac{2 \times 0}{2} = 0 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নানুসারে, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$

বা, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (21)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 21$ [বর্গমূল করে]

বা, $n(n+1) = 42$

বা, $n^2 + n = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n+7) - 6(n+7) = 0$

বা, $(n+7)(n-6) = 0$

হয়, $n+7 = 0$ অথবা, $n-6 = 0$

$\therefore n = -7$ $\therefore n = 6$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 6$

$$\therefore n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore S_6 = \frac{6(6+1)}{2} [\because n=6]$$

$$= \frac{6 \times 7}{2} = 3 \times 7 = 21$$

$\therefore n$ এর মান 6 এবং সমষ্টি 21

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নানুসারে, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$

বা, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (15)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$ [বর্গমূল করে]

বা, $n(n+1) = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$

বা, $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা, $n(n+6) - 5(n+6) = 0$

বা, $(n+6)(n-5) = 0$

হয়, $n+6=0$ অথবা, $n-5=0$

$\therefore n = -6$ $\therefore n = 5$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 5$

আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_5 = \frac{5(5+1)(2 \times 5 + 1)}{6} [\because n=5]$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$$

$$= 5 \times 11 = 55$$

সুতরাং n এর মান 5 এবং বর্গের সমষ্টি 55 (Ans.)

প্রশ্ন ২০ দেখাও যে, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$
 $= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$

সমাধান :

বামপক্ষ = $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$

যেহেতু $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$$

$$= \left(\frac{10 \times 11}{2} \right)^2$$

$$= (5 \times 11)^2$$

$$= (55)^2$$

$$= 3025$$

ডানপক্ষ = $(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$

যেহেতু $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = \frac{10(10+1)}{2}$$

$$= \frac{10 \times 11}{2}$$

$$= 5 \times 11$$

$$= 55$$

$$\therefore (1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2 = (55)^2 = 3025$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + 4 +$

$\dots + 10)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২১ ৥ $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n} = 210$ হলে, n এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n} = 210$$

$$\text{বা, } \frac{\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\} 2}{n(n+1)} = 210 \text{ [সূত্র প্রয়োগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{n^2(n+1)^2}{4} \times \frac{2}{n(n+1)} = 210$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 420$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+21) - 20(n+21) = 0$$

$$\text{বা, } (n+21)(n-20) = 0$$

$$\text{হয়, } n + 21 = 0 \text{ অথবা, } n - 20 = 0$$

$$\therefore n = -21 \therefore n = 20$$

কিন্তু, $n = -21$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 20$$

নির্ণেয় n এর মান 20.

প্রশ্ন ২২ ৥ 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহডণ্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য = a মিলিমিটার

সাধারণ অনুপাত = r

$$\therefore \text{বৃহত্তম টুকরার দৈর্ঘ্য} = ar^{10-1} = ar^9$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^9 = 10a$$

$$\text{বা, } r^9 = 10$$

$$\text{বা, } r = 10^{\frac{1}{9}}$$

$$\therefore r = 1.29$$

অর্থাৎ, $r > 1$

$$\therefore \text{ধারার সমষ্টি, } S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{1.29 - 1} \quad [\because 1 \text{ মি.} = 1000 \text{ মি.মি.}]$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{0.29}$$

$$\text{বা, } a\{(1.29)^{10} - 1\} = 290$$

$$\text{বা, } a(12.76 - 1) = 290$$

$$\text{বা, } a \times 11.76 = 290$$

$$\text{বা, } a = \frac{290}{11.76} = 24.66$$

$\therefore a = 24.66$ মিলিমিটার (প্রায়)

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম টুকরার দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ৯ ২৩ ৯ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a , সাধারণ অনুপাত r , ধারাটির ৪র্থ পদ -2 এবং ৯ম পদ $8\sqrt{2}$

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, ধারাটির n তম পদ = ar^{n-1}

প্রশ্নানুসারে, চতুর্থ পদ, $a^{4-1} = -2$ বা, $ar^3 = -2$ (i)

৯ম পদ, $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$, বা, $ar^8 = 8\sqrt{2}$, (ii)

খ. সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$$

$$\text{বা, } r^{8-3} = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = (-\sqrt{2})^5$$

$$\therefore r = -\sqrt{2}$$

r এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a(-\sqrt{2})^3 = -2$$

$$\text{বা, } -2\sqrt{2}a = -2$$

$$\text{বা, } a = \frac{-2}{-2\sqrt{2}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} &= ar^{12-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{11} \\ &= \frac{-32\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -32 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. 'খ' থেকে পাই, ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় ধারাটি} &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^2 + \dots \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} \dots\end{aligned}$$

প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি, $S = \frac{a(1-r^7)}{1-r}$ [$\because r = -1 < 1$]

$$\begin{aligned}&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^7\}}{1 - (-\sqrt{2})} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{2} + 8.2 - 1 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2 - 1)} = \frac{15 - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{15\sqrt{2} - 14}{2} = \frac{1}{2} (15\sqrt{2} - 14) \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৪ ৥ কোন ধারার n তম পদ $2n - 4$

ক. ধারাটি নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 10তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, কোনো ধারার n তম পদ $= 2n - 4$

$n = 1, 2, 3, 4, \dots$ বসিয়ে পাই,

এখন, $n = 1$ হলে, 1ম পদ $= 2.1 - 4 = -2$

$n = 2$ হলে, 2য় পদ $= 2.2 - 4 = 0$

$n = 3$ হলে, 3য় পদ $= 2.3 - 4 = 2$

$n = 4$ হলে, 4র্থ পদ $= 2.4 - 4 = 4$

.....

.....

নির্ণেয় ধারাটি $-2 + 0 + 2 + 4 + \dots + (2n - 4)$

খ. এখানে, ধারাটির 1ম পদ $= -2$

সাধারণ অন্তর $= 0 - (-2) = 0 + 2 = 2$

\therefore 10ম পদ $= -2 + (10 - 1)2 = -2 + 9 \times 2 = -2 + 18 = 16$

\therefore ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20}{2} \{2(-2) + (20 - 1)2\}$

$= 10(-4 + 38)$

$= 10 \times 34$

$= 340$ (Ans.)

গ. ধরি, ধারাটির, 1ম পদ, $a = -2$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

তাহলে ধারাটি হবে একটি গুণোত্তর ধারা যার

n তম পদ $= ar^{n-1}$

\therefore 2য় পদ $= (-2)2^{2-1}$

$= (-2) \times 2$

$= -4$

$$\text{৩য় পদ} = (-2) 2^{3-1}$$

$$= (-2) \times 2^2$$

$$= -8$$

$$\text{৪র্থ পদ} = (-2) 2^{4-1}$$

$$= (-2) \times 2^3$$

$$= -16$$

$$\text{নির্ণেয় নতুন ধারাটি} = -2 - 4 - 8 - 16 - \dots\dots\dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ৪ পদের সমষ্টি } S_8 = \frac{-2(2^8 - 1)}{2 - 1}$$

$$[\because r = 2 > 1]$$

$$= \frac{-2(256 - 1)}{1}$$

$$= -2 \times 255$$

$$= -510$$

$$\text{সুতরাং ধারাটি, } -2 - 4 - 8 - 16 - \dots\dots\dots \text{ এবং সমষ্টি } -510$$

અનુસૂચી-૧૭.૧

১. যে ধারায় কোনো পদকে তার পূর্ববর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে একই সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে---বলে।

ক ধারা সমান্তর ধারা
গ গুণোত্তর ধারা সমানুপাতিক ধারা

২. $2 + 4 + 6 + \dots$ ধারাটি কোন ধরনের?

ক গুণোত্তর যুগান্তর
 সমান্তর সমানুপাতিক

৩. $3 + 7 + 11 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 3 4
গ 2 5

৪. প্রথম পদকে কোনটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

a d
গ r n

৫. নিচের কোনটিকে ধরা হয় পদ সংখ্যা?

ক a d
গ r n

৬. কোন সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং পদ সংখ্যা n হলে, সাধারণ অন্তর সর্বদাই---দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ক p q
 d s

৭. সাধারণ অন্তর -হতে পারে?

ক ধনাত্মক ঋণাত্মক
 ধনাত্মক বা ঋণাত্মক শূন্য

৮. $2 + 4 + 6 + \dots + 20$ ধারাটির n তম পদ কত?

ক 2 6
 20 নেই

৯. 3, 7, 11,--- শূন্যস্থানের সংখ্যাটি কত?

ক 14 15
গ 16 17

১০. 2, 4, 6 অনুক্রমটির r তম পদ কত?

ক $a+(r-1)d$ 3r
 2r 2r-1

১১. প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে দ্বিতীয় পদ কত?

ক 5 8
গ 15 2

১২. প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে দ্বিতীয় পদ কত?

$2r+2$ 2r
গ $2r+3$ $3r-2$

১৩. $29 + 25 + 21 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 4 -4

গ 3 ঘ -3

১৪. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত?

ক 4 -4

গ 3 ঘ -3

১৫. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত?

ক 20 21
 22 27

১৬. ধারার সমষ্টিকে কোন প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

ক p d
গ a S

১৭. $1 + 3 + 5 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কত?

ক $2n+1$ $2n-1$
গ $2n+3$ 2n

১৮. $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 9 2
 -2 5

১৯. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 =$ কত?

ক 50 52
গ 53 55

২০. $1 + 3 + 5 + \dots$ ধারাটির 7 টি পদের সমষ্টি কত?

ক 48 51
 49 50

২১. $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের যোগফল কত?

ক 20 28
 24 30

২২. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত?

ক 4945 4590
গ 5940 4950

২৩. $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 =$ কত?

320 420
গ 220 440

২৪. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 =$ কত?

ক 4950 4545
 5050 3838

২৫. $৩৩ + ২৯ + ২৫ + \dots + ১৭ =$ কত?

ক 117 137
 123 127

২৬.

i.
ii.

iii.

উপরের तथेयर भिडडते कनडत सठक?

क i,ii

ख ii, iii

ग i,iii

घ i,ii,iii

টেস্ট পেপার-২০২০

প্রশ্ন ১ $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1022 এবং একটি সমান্তর ধারার 10 তম পদ 34 এবং 16 তম পদ 52.

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ ৭/প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 11^2$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. n এর মান নির্ণয় কর। 8
 গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 11^2 &= \frac{11(11+1)(22+1)}{6} \\ &= \frac{11 \times 12 \times 23}{6} \\ &= 506 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ প্রদত্ত ধারাটি, $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$

যার প্রথম পদ, $a = 2$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2 > 1$$

\therefore এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r > 1$$

\therefore প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

প্রশ্নমতে, $2(2^n - 1) = 1022$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 511$$

$$\text{বা, } 2^n = 512$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^9$$

$$\therefore n = 9 \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$$\text{সুতরাং 10-তম পদ } a + (10 - 1)d = a + 9d$$

$$\text{এবং 16-তম পদ } = a + (16 - 1)d = a + 15d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + 9d = 34 \dots \dots (i)$$

$$a + 15d = 52 \dots \dots (ii)$$

(ii) - (i) করে পাই,

$$a + 15d - a - 9d = 52 - 34$$

$$\text{বা, } 6d = 18 \therefore d = 3$$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a + 9 \times 3 = 34$$

$$\text{বা, } a = 34 - 27$$

$$\therefore a = 7$$

এখন ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{20}{2} \{2a + (20 - 1)d\}$$

$$= 10\{2 \times 7 + 19 \times 3\}$$

$$= 10(14 + 57)$$

$$= 10 \times 71$$

$$= 710 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{1}{2}$ এবং 7 তম পদ $\frac{1}{128}$ । কোনো সমান্তর

ধারার প্রথম 5টি পদের সমষ্টি 35 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 120। [রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ ৭/প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

গ. সমান্তর ধারাটির 20 তম পদ নির্ণয় কর। 8

২ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned} \text{ক} \quad &\log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + \dots \\ &= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \log 3^4 + \dots \\ &= \log 3 + 2 \log 3 + 3 \log 3 + 4 \log 3 + \dots \\ &\text{ধারাটির সাধারণ অন্তর, } d = 2 \log 3 - \log 3 \\ &= \log 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$$\text{ধারাটির 7 তম পদ } = ar^{7-1} = \frac{1}{2} \cdot r^6$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{1}{2} r^6 = \frac{1}{128}$$

$$\text{বা, } r^6 = \frac{1}{64}$$

$$\text{বা, } r^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\therefore r = \frac{1}{2} < 1$$

সুতরাং গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1 - r^7)}{1 - r}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^7} \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{128}$$

$$= \frac{127}{128} \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

সাধারণ অন্তর = d

$$\text{সুতরাং প্রথম 5টি পদের সমষ্টি } = \frac{5}{2} \{2a + (5 - 1)d\}$$

$$\text{এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি } = \frac{10}{2} \{2a + (10 - 1)d\}$$

$$\text{১ম শর্তমতে, } \frac{5}{2} (2a + 4d) = 35$$

$$\text{বা, } 2a + 4d = 14 \dots \dots (i)$$

$$\text{২য় শর্তমতে, } 5(2a + 9d) = 120$$

$$\text{বা, } 2a + 9d = 24 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$5d = 10 \therefore d = 2$$

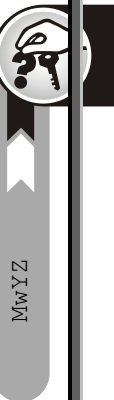
(i) নং এ $d = 2$ বসিয়ে পাই,

$$2a + 4 \times 2 = 14$$

$$\text{বা, } 2a = 14 - 8$$

$$\text{বা, } a = \frac{6}{2} \therefore a = 3$$

সুতরাং ধারাটির 20 তম পদ = $a + (20 - 1)d$



$$= 3 + 19 \times 2$$

$$= 3 + 38$$

$$= 41 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩ একটি সমান্তর ধারার 15-তম পদ 89 এবং 21-তম পদ 125 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারা $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + \dots$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $7 + 11 + 15 + \dots$ ধারাটির 210 তম পদ নির্ণয় কর। ২
 খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
 গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। 8

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7 + 11 + 15 + \dots$ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

যার 1ম পদ, $a = 7$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 7 = 4$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার 210 তম পদ} = a + (210 - 1)d$$

$$= 7 + 209 \times 4$$

$$= 7 + 836$$

$$= 843 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

একটি সমান্তর ধারার 15 তম পদ $= 89$ এবং 21 তম পদ $= 125$

মনে করি, ধারাটির 1ম পদ $= a$

সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার 15 তম পদ} = a + (15 - 1)d$$

$$= a + 14d$$

$$\text{এবং 21 তম পদ} = a + (21 - 1)d$$

$$= a + 20d$$

শর্তানুসারে,

$$a + 14d = 89 \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } a + 20d = 125 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$a + 20d - a - 14d = 125 - 89$$

$$\text{বা, } 6d = 36$$

$$\therefore d = 6$$

(i) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$$a + 14 \times 6 = 89$$

$$\text{বা, } a + 84 = 89$$

$$\text{বা, } a = 89 - 84$$

$$\text{বা, } a = 5$$

আবার, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

\therefore ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি,

$$S_{25} = \frac{25}{2} \{2a + (25 - 1)d\}$$

$$= \frac{25}{2} (2a + 24d)$$

$$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$$

$$= 25 (5 + 12 \times 6)$$

$$= 25 \times 77$$

$$= 1925 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

গুণোত্তর ধারাটি, $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + \dots$

এখানে, ধারাটির 1ম পদ, $a = -\frac{1}{2}$

মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ধারাটির 5ম পদ} = ar^{5-1} = ar^4$$

$$\therefore ar^4 = -2$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2} r^4 = -2$$

$$\text{বা, } r^4 = 4$$

$$\text{বা, } r^4 = (\sqrt{2})^4$$

$$\therefore r = \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 2য় পদ, } x = ar^{2-1} = ar = -\frac{1}{2} \times \sqrt{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

3য় পদ, $y = ar^{3-1}$

$$= ar^2$$

$$= -\frac{1}{2} (\sqrt{2})^2$$

$$= -\frac{1}{2} \times 2$$

$$= -1$$

8র্থ পদ, $z = ar^{4-1}$

$$= ar^3$$

$$= -\frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^3$$

$$= -\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{\sqrt{2}}, y = -1, z = -\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৪ কোনো গুণোত্তর ধারার 8র্থ পদ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ এবং 9ম পদ $\frac{4}{9\sqrt{3}}$ ।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $125 + 25 + 5 + \dots$ ধারার কোন পদ $\frac{1}{125}$ তা নির্ণয় কর। ২
 খ. ধারাটি নির্ণয় কর। 8
 গ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $\frac{19}{18} (\sqrt{3} + \sqrt{2})$ । 8

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $125 + 25 + 5 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 125$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{n-1} = \frac{1}{125}$$

$$\text{বা, } 125 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125 \times 125}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$\text{বা, } n - 1 = 6$$

$$\text{বা, } n = 6 + 1$$

$$\therefore n = 7$$

$$\therefore \text{ধারাটির 9ম পদ } \frac{1}{125} \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির 1ম পদ, a

সাধারণ অনুপাত, r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ধারাটির চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\text{এবং ,, 9ম ,,} = ar^{7-1} = ar^6$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^3 = \frac{\sqrt{2}}{3} \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } ar^6 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \dots \dots (ii)$$

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{4}{\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

(i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{বা, } a \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

\(\therefore\) নির্ণেয় ধারাটি = $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$\text{ধারাটির ১ম পদ, } a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ৬টি পদের সমষ্টি} = \frac{a(1-r^6)}{1-r}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^6 \right\}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{8}{27}\right)}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{27-8}{27}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{19\sqrt{3}}{54} \times \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \text{ [লব ও হরকে } (\sqrt{3}+\sqrt{2}) \text{ দ্বারা গুণ}$$

করে]

$$= \frac{19(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{18 \cdot 3-2}$$

$$= \frac{19}{18}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম ৬টি পদের সমষ্টি } \frac{19}{18}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৫ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম ১২ পদের সমষ্টি ২২২ এবং ১ম ২৪ পদের সমষ্টি ৪৭৬।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ ধারার কোন পদ ৩০৩? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির ৬০ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমান্তর ধারাটির,

$$\text{১ম পদ, } a = 3$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 5 - 3 = 2$$

$$\text{মনে করি, ধারাটির } n \text{ তম পদ} = 303$$

$$\text{আমরা জানি, } n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore a + (n-1)d = 303$$

$$\text{বা, } 3 + (n-1)2 = 303$$

$$\text{বা, } 3 + 2n - 2 = 303$$

$$\text{বা, } 2n + 1 = 303$$

$$\text{বা, } 2n = 302$$

$$\text{বা, } n = 151$$

\(\therefore\) প্রদত্ত ধারার ১৫১ তম পদ ৩০৩ (Ans.)

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির

$$\text{১ম পদ} = a$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত} = r$$

$$\text{আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{4-1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } ar^3 = \frac{1}{3} \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এবং } ar^{10-1} = \frac{1}{81}$$

$$\text{বা, } ar^9 = \frac{1}{81} \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } r^6 = \frac{3}{81}$$

$$\text{বা, } r^6 = \frac{1}{27}$$

$$\text{বা, } r^6 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6$$

$$\text{বা, } r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(i) নং সমীকরণে $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$$a \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } a \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } a = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম পদ, } a = \sqrt{3}$$

তাহলে, প্রদত্ত ধারাটি = $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots$$

$$= \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

গ মনে করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a

$$\text{এবং সাধারণ অন্তর} = d$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} = 222$$

$$\text{বা, } 6(2a + 11d) = 222$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = 37 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এবং } \frac{24}{2} \{2a + (24-1)d\} = 876$$

$$\text{বা, } 12(2a + 23d) = 876$$

$$\text{বা, } 2a + 23d = 73 \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$23d - 11d = 73 - 37$$

$$\text{বা, } 12d = 36$$

$$\text{বা, } d = 3$$

∴ সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d = 3$

$d = 3$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + 11 \times 3 = 37$$

বা, $2a = 37 - 33$

বা, $2a = 4$

বা, $a = 2$

সুতরাং ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির } 60 \text{ তম পদ} &= a + (60 - 1)d \\ &= 2 + 59 \times 3 \\ &= 179 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬ ১ম ধারা : $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + \dots$

২য় ধারা : $4 + 7 + 10 + \dots$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $x(x - a) = (x - a)$ সমীকরণের সমাধান সেট নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম ধারার প্রথম দশ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 714 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $x(x - a) = x - a$

বা, $x(x - a) - (x - a) = 0$

বা, $(x - a)(x - 1) = 0$

∴ $x - a = 0$ অথবা, $x - 1 = 0$

বা, $x = a$ বা, $x = 1$

∴ নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{1, a\}$ (Ans.)

খ. এখানে ১ম ধারার, ১ম পদ $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{2} = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{১ম দশ পদের সমষ্টি} &= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \{(\sqrt{2})^{10} - 1\}}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{32 - 1}{2(\sqrt{2} - 1)} \\ &= \frac{31}{2(\sqrt{2} - 1)} \\ &= \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} \\ &= \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(2 - 1)} \\ &= \frac{31}{2} (\sqrt{2} + 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. ২য় ধারার,

১ম পদ $a = 4$

সাধারণ অন্তর $d = 7 - 4 = 3$

প্রশ্নমতে, ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি $= 714$

বা, $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 714$

বা, $\frac{n}{2} \{2 \cdot 4 + (n - 1) \cdot 3\} = 714$

বা, $n(8 + 3n - 3) = 1428$

বা, $5n + 3n^2 = 1428$

বা, $3n^2 + 5n - 1428 = 0$

বা, $3n^2 + 68n - 63n - 1428 = 0$

বা, $n(3n + 68) - 21(3n + 68) = 0$

বা, $(3n + 68)(n - 21) = 0$

∴ $n - 21 = 0$ [∵ $3n + 68 \neq 0$]

∴ $n = 21$ (Ans.)

প্রশ্ন ৭ (i) $7 + p + q + s + 16807 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) $7 + 12 + 17 + 22 + \dots$ [বরিশাল বোর্ড-২০১৯ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1090 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি,

$$\text{প্রথম } n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি} = \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রথম } 50 \text{টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি} &= \frac{50(50 + 1)}{2} \\ &= 25 \times 51 \\ &= 1275 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা, $7 + p + q + s + 16807 + \dots$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$

সাধারণ অনুপাত r হলে,

২য় পদ, $p = ar$

৩য় পদ, $q = ar^2$

৪র্থ পদ, $s = ar^3$

৫ম পদ, $16807 = ar^4$

বা, $16807 = 7 \cdot r^4$

বা, $r^4 = \frac{16807}{7}$

বা, $r^4 = 2401$

বা, $r^4 = (\pm 7)^4$

∴ $r = \pm 7$

যখন, $r = 7$

$p = 7 \cdot 7 = 49$

$q = 7 \cdot 7^2 = 343$

$s = 7 \cdot 7^3 = 2401$

আবার, যখন, $r = -7$

$p = 7 \cdot (-7) = -49$

$q = 7 \cdot (-7)^2 = 343$

$s = 7 \cdot (-7)^3 = -2401$ (Ans.)

গ. প্রদত্ত ধারাটি,

$7 + 12 + 17 + 22 + \dots$

ইহা একটি সমান্তর ধারা,

যার ১ম পদ, $a = 7$

সাধারণ অন্তর, $d = 12 - 7 = 5$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} &= \frac{n}{2} \{2 \cdot 7 + (n - 1) \cdot 5\} \\ &= \frac{n}{2} (14 + 5n - 5) \\ &= \frac{n}{2} (9 + 5n) \end{aligned}$$

শর্তানুসারে, $\frac{n}{2} (9 + 5n) = 1090$

বা, $9n + 5n^2 = 2180$

বা, $5n^2 + 9n - 2180 = 0$

বা, $5n^2 + 109n - 100n - 2180 = 0$

বা, $n(5n + 109) - 20(5n + 109) = 0$

বা, $(5n + 109)(n - 20) = 0$

হয়, $5n + 109 = 0$ অথবা, $n - 20 = 0$

বা, $5n = -109$ বা, $n = 20$

বা, $n = \frac{-109}{5}$

গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, পদসংখ্যা ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হয় না।

∴ $n = 20$ (Ans.)

প্রশ্ন ৮ $3 + 6 + 9 + 12 + \dots$ [সকল বোর্ড-২০১৮ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. প্রথম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630 হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8
 গ. ধারার 1ম পদকে 1ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা তৈরি কর এবং ধারাটির 1ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ প্রথম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20(20+1)}{2}$
 $= \frac{20 \times 21}{2} = 210$ (Ans.)

খ. প্রদত্ত ধারাটি $3 + 6 + 9 + 12 + \dots$
 এটি একটি অসীম সমান্তর ধারা যার, প্রথম পদ, $a = 3$
 সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 3 = 3$
 আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের

সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 630$

বা, $\frac{n}{2} \{2 \times 3 + (n-1)3\} = 630$

বা, $\frac{n}{2} (6 + 3n - 3) = 630$

বা, $\frac{3n}{2} (n+1) = 630$

বা, $n^2 + n = 420$

বা, $n^2 + n - 420 = 0$

বা, $n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$

বা, $n(n+21) - 20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

বা, $n-20 = 0$ [$n+21 \neq 0$, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ $n = 20$ (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই, সমান্তর ধারার 1ম পদ, $a = 3$, সাধারণ অন্তর $d = 3$

প্রশ্নমতে, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3 > 1$

গুণোত্তর ধারাটি, $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$
 $= 3 + 3 \times 3 + 3 \times 3^2 + 3 \times 3^3 + \dots$
 $= 3 + 9 + 27 + 81 + \dots$ (Ans.)

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ [যখন $r > 1$]

∴ প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$
 $= \frac{3(3^{10} - 1)}{3 - 1}$
 $= \frac{3 \times 59048}{2}$
 $= 88572$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার 1ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং 1ম 20 পদের সমষ্টি 610।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 383? ২
 খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। 8
 গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। 8

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৫১

খ. ধরি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

দেওয়া আছে,

৩য় পদ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ $ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots (i)$

এবং ৮ম পদ = $\frac{1}{27}$

বা, $ar^{8-1} = \frac{1}{27}$

বা, $ar^7 = \frac{1}{27} \dots (ii)$

(ii) ÷ (i) নং থেকে পাই,

$r^5 = \frac{1}{27} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{1}{(\sqrt{3})^6} \times \sqrt{3}$

বা, $r^5 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5$

∴ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(i) নং হতে পাই,

$a \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3$ ∴ $a = \sqrt{3}$

∴ গুণোত্তর ধারাটি $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$= \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots$

$= \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$ (Ans.)

গ. মনে করি,

সমান্তর ধারার 1ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d, পদ সংখ্যা = n
 আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

দেওয়া আছে, 1ম 10 পদের সমষ্টি = 155

বা, $\frac{10}{2} \{2a + (10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a + 9d) = 155$

∴ $2a + 9d = 31 \dots (i)$

এবং 1ম 20 পদের সমষ্টি = 610

বা, $\frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a + 19d) = 610$

∴ $2a + 19d = 61 \dots (ii)$

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$10d = 30$

বা, $d = \frac{30}{10}$

∴ $d = 3$

(i) নং এ $d = 3$ বসিয়ে পাই,

$2a + 9 \cdot 3 = 31$

বা, $2a + 27 = 31$

বা, $2a = 4$ ∴ $a = 2$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n-1)d$

∴ 30 তম পদ = $a + (30-1)d = 2 + 29 \cdot 3 = 89$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১০ $3 + a + 9 + \dots + 60$ একটি সমান্তর ধারা।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. a এর মান নির্ণয় করো। ২
 খ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করো। 8
 গ. ধারাটির 1ম পদকে 1ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে তার 1ম 9টি পদের সমষ্টি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করো। 8

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $3 + a + 9 + \dots + 60$ একটি সমান্তর ধারা

$$\therefore \text{শর্তমতে, } 9 - a = a - 3$$

$$\text{বা, } 2a = 12$$

$$\therefore a = 6 \text{ (Ans.)}$$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 3$
সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 3 = 3$ [$a = 6$]
 $= 3$

$$\text{শেষ পদ} = 60$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } 60 = 3 + (n - 1) \cdot 3$$

$$\text{বা, } 3 + 3n - 3 = 60$$

$$\text{বা, } 3n = 60$$

$$\therefore n = 20$$

$$\text{আবার, ধারাটির } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 20 \text{ পদের সমষ্টি, } S_{20} = \frac{20}{2} \{2 \times 3 + (20 - 1) \cdot 3\}$$

$$= 10 \{6 + 19 \times 3\}$$

$$= 10 (6 + 57) = 10 \times 63$$

$$= 630 \text{ (Ans.)}$$

গ) ধরি,

$$\text{গুণোত্তর ধারাটির } 1 \text{ম পদ, } a = 3$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 3$$

আমরা জানি, যেকোনো গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + \dots$

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 2 \text{য়} = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{৩য়} = 3 \times 3^2 = 27$$

$$\text{৪র্থ} = 3 \times 3^3 = 81$$

$$\therefore \text{গুণোত্তর ধারাটি: } 3 + 9 + 27 + 81 + \dots$$

$$\text{এখন, ধারাটির } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \text{ যখন } r > 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 9 \text{ টি পদের সমষ্টি } S_9 = \frac{3(3^9 - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{3(19683 - 1)}{2}$$

$$= 29523 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ $7 + x + y + 189$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির চতুর্থ পদকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করে যেখানে প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r ।

২

খ. x এবং y এর মান নির্ণয় করো।

৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে সমান্তর ধারাটি নির্ণয় করে এর প্রথম ১৬ টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) এখানে, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r
আমরা জানি,

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{৪র্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\text{সুতরাং, } ar^3 = 189 \text{ (Ans.)}$$

খ) 'ক' থেকে পাই,

$$\therefore ar^3 = 189$$

$$\text{বা, } 7r^3 = 189 \quad [\therefore \text{ধারাটির } 1 \text{ম পদ, } a = 7]$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{189}{7}$$

$$\text{বা, } r^3 = 27$$

$$\text{বা, } r^3 = 3^3$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ} = x = ar = 7 \cdot 3 = 21$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = y = ar^2 = 7 \cdot 3^2 = 63$$

$$\text{সুতরাং, } x = 21 \text{ এবং } y = 63 \text{ (Ans.)}$$

গ) প্রশ্নানুসারে,

$$\text{সমান্তর ধারার প্রথম পদ, } a = 7 \text{ এবং সাধারণ অন্তর, } d = 3$$

$$\therefore \text{সমান্তর ধারাটি, } a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$$

$$= 7 + (7 + 3) + (7 + 2 \cdot 3) + \dots$$

$$= 7 + 10 + 13 + \dots$$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{প্রথম } 16 \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{16}{2} \{2 \cdot 7 + (16 - 1) \cdot 3\}$$

$$= 8 (14 + 15 \cdot 3)$$

$$= 8 (14 + 45)$$

$$= 8 \times 59$$

$$= 472 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ একটি ধারার n তম পদ $2n - 1$, $n \in \mathbb{N}$ ।

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটি গঠন করো।

২

খ. ধারাটির কততম পদ ১৬৭?

৪

গ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে নতুন ধারাটির প্রথম ১০ টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) দেওয়া আছে, একটি ধারার n তম পদ $2n - 1$ এবং $n \in \mathbb{N}$

অর্থাৎ n স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং, $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

এখন,

$$n = 1 \text{ হলে ধারাটির } 1 \text{ম পদ} = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$n = 2 \text{ হলে ধারাটির } 2 \text{য় পদ} = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$n = 3 \text{ হলে ধারাটির } 3 \text{য় পদ} = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$\therefore \text{ধারাটি হলো: } 1 + 3 + 5 + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ) প্রাপ্ত ধারাটি, $1 + 3 + 5 + \dots$

$$\text{যার প্রথম পদ } a = 1$$

$$\text{এবং সাধারণ অন্তর } d = 5 - 3 = 3 - 1 = 2$$

$$\text{ধরি, ধারাটির } n \text{ তম পদ } 169$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2n - 1 = 169$$

$$\text{বা, } 2n = 169 + 1$$

$$\text{বা, } 2n = 170$$

$$\text{বা, } n = \frac{170}{2} \therefore n = 85$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 85 \text{ তম পদ } 169 \text{ (Ans.)}$$

গ) শর্তমতে, নতুন ধারার ১ম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

$$\text{গুণোত্তর ধারাটি, } a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$

$$= 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + \dots$$

$$= 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$$

$$\text{নতুন ধারাটির প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ [যখন } r > 1]$$

$$\therefore 10 \text{ টি পদের সমষ্টি} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2^{10} - 1$$

$$= 1024 - 1 = 1023 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ $25 + 23 + 21 + \dots$ ধারাটির ১ম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি -456 ।

[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সপ্তম পদ কত?

২

খ. n এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে ধারাটির প্রথম ৭ টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) প্রদত্ত ধারা: $25 + 23 + 21 + \dots$

$$\text{ধারাটির } 1 \text{ম পদ, } a = 25$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 23 - 25 = 21 - 23 = -2$$

$$\therefore \text{ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।}$$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore \text{ধারাটির সপ্তম পদ} = a + (7 - 1)d$$

$$= 25 + 6 \times (-2)$$

$$= 25 - 12 = 13 \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত ধারা: $25 + 23 + 21 + \dots$

১ম পদ $a = 25$

সাধারণ অন্তর $d = -2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 25 + (n-1)(-2)\}$$

$$= \frac{n}{2} (50 - 2n + 2)$$

$$= \frac{n}{2} (52 - 2n)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2(26 - n)$$

$$= 26n - n^2$$

শর্তমতে, $26n - n^2 = -456$

$$\text{বা, } 26n - n^2 + 456 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 26n - 456 = 0 \text{ [উভয়পক্ষকে } (-1) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } n^2 - 38n + 12n - 456 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-38) + 12(n-38) = 0$$

$$\text{বা, } (n-38)(n+12) = 0$$

$$\therefore \text{ হয় } n-38 = 0 \quad \text{অথবা, } n+12 = 0$$

$$\therefore n = 38 \quad \text{বা, } n = -12$$

কিন্তু পদের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n$ এর মান 38 (Ans.)

গ 'ক' থেকে পাই,

প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, $a = 25$

এবং সাধারণ অন্তর $r =$ গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \text{ যখন } r < 1$$

\therefore ধারাটির ১ম 7 টি পদের সমষ্টি

$$S_7 = \frac{25(1-(-2)^7)}{1-(-2)}$$

$$= \frac{25(1+128)}{1+2} = \frac{25 \times 129}{3} = 1075 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 18 $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬ ১/১ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং ৪র্থ পদ কত? ২

খ. ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

গ. ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

18 নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং ২য় পদ $= -1$

$$\therefore \text{ সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -1 \times \sqrt{2} = -\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

এবং ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{4-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^3$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = -2 \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং 'ক' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

মনে করি, n -তম পদ $= 8\sqrt{2}$

আমরা জানি, n -তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\therefore n = 9$$

\therefore ধারাটির 9-তম পদ $8\sqrt{2}$ (Ans.)

গ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং 'ক' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$$\therefore \text{ ধারাটির 10-তম পদ} = ar^{10-1} = ar^9 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^9$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}(\sqrt{2})^8$$

$$= -16 \text{ (Ans.)}$$

এবং আমরা জানি, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$, [$r < 1$]

$$\therefore \text{ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^{10}\}}{1 - (-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 32)}{1 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{-31}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{-31 \cdot \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{-31\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 19 একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30 এবং একাদশতম পদ 55।

[সিলেট বোর্ড-২০১৬ ১/১ প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম পদকে a এবং সাধারণ অন্তরকে 'd' ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি গঠন কর। ৪

গ. যদি ধারাটির n -সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হয়, তবে n -এর মান নির্ণয় কর। ৪

19 নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে,

$$n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{ ষষ্ঠ পদ} = a + (6-1)d = 30$$

$$\text{বা, } a + 5d = 30 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং একাদশতম পদ} = a + (11-1)d = 55$$

$$\text{বা, } a + 10d = 55 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii)-ই নির্ণয় সমীকরণদ্বয়।

খ 'ক' হতে পাই,

$$\text{SSC গণিত মেইড ইজি} \dots\dots\dots(iii)$$

$$\text{এবং } a + 5d = 30 \dots\dots\dots(iv)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 5d = 25 \text{ [বিয়োগ করে]} \end{array}$$

$$\text{বা, } d = \frac{25}{5} \therefore d = 5$$

d এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a + 10 \times 5 = 55$$

$$\text{বা, } a + 50 = 55$$

$$\text{বা, } a = 55 - 50$$

$$\therefore a = 5$$

\therefore ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

$$" \text{ ২য় পদ, } a + d = 5 + 5 = 10$$

$$" \text{ ৩য় পদ, } a + 2d = 5 + 2 \times 5 = 15$$

$$" \text{ ৪র্থ পদ, } a + 3d = 5 + 3 \times 5 = 20$$

.....

.....

∴ নির্ণেয় ধারাটি: 5 + 10 + 15 + 20 + (Ans.)

গ 'খ' হতে পাই,
ধারাটির ১ম পদ, a = 5
এবং সাধারণ অন্তর, d = 5
আমরা জানি, ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিশিষ্ট সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2 \cdot 5 + (n-1)5\} = 6375$

বা, $n(10 + 5n - 5) = 6375 \times 2$

বা, $n(5n + 5) = 12750$

বা, $5n^2 + 5n - 12750 = 0$

বা, $n^2 + n - 2550 = 0$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$

বা, $n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$

বা, $(n + 51)(n - 50) = 0$

হয় $n + 51 = 0$ অথবা, $n - 50 = 0$

বা, $n = -51$ বা, $n = 50$

কিন্তু $n = -51$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ $n = 50$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ $33 + 29 + 25 + \dots - 19$ একটি ধারা এবং $m = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[যশোর বোর্ড-২০১৬ ৮/প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির 12তম পদ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$ ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং ধারাটির ১ম পাঁচ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $33 + 29 + 25 + \dots - 19$
ইহা একটি সমান্তর ধারা। ইহার,
১ম পদ, a = 33
এবং সাধারণ অন্তর, d = 29 - 33 = -4
আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার n-তম পদ = a + (n-1)d

∴ প্রদত্ত ধারার 12-তম পদ = $33 + (12-1)(-4)$
= $33 + 11(-4)$
= $33 - 44$
= -11 (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $m = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$
∴ $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y} + \sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y} - \sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{2\sqrt{1+y}}{2\sqrt{1-y}}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}}$

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{(\sqrt{1+y})^2}{(\sqrt{1-y})^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{m^2 + 2m + 1}{m^2 - 2m + 1} = \frac{1+y}{1-y}$

বা, $\frac{m^2 + 2m + 1 + m^2 - 2m + 1}{m^2 + 2m + 1 - m^2 + 2m - 1} = \frac{1+y+1-y}{1+y-1+y}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(m^2 + 1)}{2 \cdot 2m} = \frac{2}{2y}$

বা, $\frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{1}{y}$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{y}$

∴ $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$. (প্রমাণিত)

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে পাই, a = 33 এবং r = -4

∴ গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ = a = 33

" " ২য় " = ar = 33(-4) = -132

" " ৩য় " = ar² = 33(-4)² = 528

" " ৪র্থ " = ar³ = 33(-4)³ = -2112

∴ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারাটি, 33 - 132 + 528 - 2112 + (Ans.)

যেহেতু, r = -4 < 1.

সুতরাং, প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারার ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি

$$S_5 = \frac{33 \{1 - (-4)^5\}}{1 - (-4)} \left[\square S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; \square r < 1 \right]$$

$$= \frac{33(1 + 1024)}{1 + 4}$$

$$= \frac{33 \times 1025}{5}$$

$$= 33 \times 205 = 6765 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 6.

[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ ৮/প্রশ্ন নং ৩]

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 705 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে গঠিত গুণোত্তর ধারার ১ম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ a = 5

এবং সাধারণ অন্তর d = 6

∴ ধারাটির ২য় পদ = a + d = 5 + 6 = 11

∴ ধারাটির ৩য় পদ = a + 2d = 5 + 2 \cdot 6 = 5 + 12 = 17

∴ ধারাটি = 5 + 11 + 17 + (Ans.)

খ দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ a = 5

এবং সাধারণ অন্তর d = 6

এবং ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 705

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে, ১ম n

সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 705$

বা, $\frac{n}{2} \{2 \cdot 5 + (n-1)6\} = 705$

বা, $\frac{n}{2} \{2(5 + 3n - 3)\} = 705$

বা, $n(3n + 2) = 705$

বা, $3n^2 + 2n - 705 = 0$

বা, $3n^2 + 47n - 45n - 705 = 0$

বা, $n(3n + 47) - 15(3n + 47) = 0$

বা, $(3n + 47)(n - 15) = 0$

হয় $3n + 47 = 0$ অথবা $n - 15 = 0$

বা, $3n = -47$ বা, $n = 15$

বা, $n = -\frac{47}{3}$

যেহেতু পদ সংখ্যা ঋণাত্মক ও ভগ্নাংশ হতে পারে না।

∴ $n = 15$ (Ans.)

গ ধরি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত q

শর্তমতে, a = 6 এবং q = 5

∴ ধারাটির ১ম 7টি পদের সমষ্টি = $\frac{a(q^7 - 1)}{q - 1}$ [∵ q > 1]

= $\frac{6(5^7 - 1)}{5 - 1}$

$$= \frac{6(78125 - 1)}{4}$$

$$= \frac{6 \times 78124}{4}$$

$$= 117186 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ $25 + 23 + 21 + \dots + 13$ একটি সমান্তর ধারা এবং $1, 2, 3, \dots$ স্বাভাবিক সংখ্যা।

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. সমান্তর ধারাটির পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
- খ. সমান্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 169 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $25 + 23 + 21 + \dots + 13$
সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 25$
সাধারণ অন্তর, $d = 23 - 25 = -2$
ধরি, n -তম পদ $= 13$
বা, $a + (n - 1)d = 13$
বা, $25 + (n - 1)(-2) = 13$
বা, $25 - 2n + 2 = 13$
বা, $2n = 14$
 $\therefore n = 7$
অর্থাৎ পদসংখ্যা 7 (Ans.)

খ সমান্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 169$ SSC গণিত মেইড ইজি

বা, $\frac{n}{2} \{2 \times 25 + (n - 1)(-2)\} = 169$

বা, $n(25 - n + 1) = 169$

বা, $26n - n^2 = 169$

বা, $n^2 - 26n + 169 = 0$

বা, $(n - 13)^2 = 0$

বা, $n - 13 = 0$

$\therefore n = 13$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= 441$

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$

বা, $\frac{n^2 + n}{2} = \sqrt{441}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{n^2 + n}{2} = 21$

বা, $n^2 + n = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n + 7) - 6(n + 7) = 0$

বা, $(n + 7)(n - 6) = 0$

$\therefore (n + 7)(n - 6) = 0$

হয়, $n + 7 = 0$

অথবা, $n - 6 = 0$

বা, $n = -7$

বা, $n = 6$

$\therefore n = -7$

$\therefore n = 6$

[$n = -7$ গ্রহণযোগ্য নয়; কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]

আবার, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

\therefore প্রথম 6টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_6 = \frac{6(6+1)}{2} = 3 \times 7 = 21$

Ans. $n = 6$ এবং $S = 21$

প্রশ্ন ১৯ (i) একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম ও দশম পদ যথাক্রমে $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ ।

(ii) $P = 9 + 7 + 5 + \dots + n$; যেখানে $n \in \mathbb{N}$

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 55 হলে ধারাটির প্রথম 11টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
- খ. (i) হতে চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। 8
- গ. (ii) এ $P = -144$ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ঐ সংখ্যক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d ।

n -তম পদ $= a + (n - 1)d$

\therefore ষষ্ঠ ($n = 6$) পদ $= a + (6 - 1)d = a + 5d$

প্রশ্নমতে, $a + 5d = 55$

\therefore ধারাটির প্রথম 11টি পদের সমষ্টি $= \frac{11}{2} \{2a + (11 - 1)d\}$

$= \frac{11}{2} (2a + 10d)$

$= \frac{11}{2} \times 2 (a + 5d)$

$= 11 \times 55 = 605$ (Ans.)

খ মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$ ।

আমরা জানি, n তম পদ $= ar^{n-1}$

পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

এবং দশম পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$... (i) এবং $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

বা, $r^5 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \times \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \times \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5}$

বা, $r^5 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right)^5$

$\therefore r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

এখন, (i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

বা, $a \times \frac{2^2}{3^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $\frac{4a}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $a = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

\therefore চতুর্থ পদ $= ar^{4-1}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right)^3$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (Ans.)}$$

গ প্রশ্নমতে, $9 + 7 + 5 + \dots + n = P = -144$

প্রদত্ত ধারাটি, $9 + 7 + 5 + \dots$

যার প্রথম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$

\therefore এটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \cdot 9 + (n-1)(-2)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{n}{2} (18 + 2 - 2n)$$

$$= \frac{n}{2} (20 - 2n)$$

$$= n(10 - n)$$

প্রশ্নমতে, $n(10 - n) = -144$

বা, $10n - n^2 + 144 = 0$

বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$

বা, $n(n-18) + 8(n-18) = 0$

বা, $(n+8)(n-18) = 0$

বা, $n-18 = 0$ [$n+8 \neq 0$ কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore n = 18$ (Ans.)

উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির n -তম পদ $= 9 + (n-1)(-2)$

$$= 9 - 2n + 2$$

$$= 11 - 2n$$

\therefore নির্ণেয় ধারাটির n -তম পদ $(11 - 2n)^2 = 11^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2n + (2n)^2$

$$= 121 - 44n + 4n^2 \dots \dots (i)$$

(i) নং এ $n = 1, 2, 3, \dots \dots 18$ বসিয়ে পাই,

$$n = 1 \text{ হলে, } 9^2 = 121 - 44 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2$$

$$n = 2 \text{ হলে, } 7^2 = 121 - 44 \cdot 2 + 4 \cdot 2^2$$

$$n = 3 \text{ হলে, } 5^2 = 121 - 44 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2$$

$\dots \dots \dots$

$\dots \dots \dots$

$$n = 18 \text{ হলে, } (-25)^2 = 121 - 44 \cdot 18 + 4 \cdot 18^2$$

$$9^2 + 7^2 + 5^2 + \dots \dots + (-25)^2 = 121(1 + 1 + 1 + \dots \dots 18 \text{ তম পদ পর্যন্ত})$$

$$- 44(1 + 2 + 3 + \dots \dots + 18) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots \dots + 18^2)$$

$$= 121 \times 18 - 44 \times \frac{18 \times (18+1)}{2} + 4 \times \frac{18(18+1)(2 \times 18+1)}{6}$$

$$= 2178 - 7524 + 8436$$

$$= 3090 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ (i) একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ $\frac{1}{4}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{64}$

(ii) $a = 18$ মি. এবং $b = 12$ মি.

সমস্বিত অধ্যায় ১, ১১ ও ১৩

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. যোগ কর : $0.4\dot{5} + 0.1\dot{3}\dot{4}$ ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির 12-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে a এবং b । দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $0.4\dot{5} + 0.1\dot{3}\dot{4}$

এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$$\begin{array}{r|l} 0.4\dot{5} = 0.4\dot{5}\dot{5} & 55 \\ 0.1\dot{3}\dot{4} = 0.1\dot{3}\dot{4} & 34 \\ \hline & 0.5\dot{8}\dot{9} & 89 \end{array}$$

\therefore নির্ণেয় যোগফল $= 0.5\dot{8}\dot{9}$ (Ans.)

খ. ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r .

আমরা জানি, n -তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ চতুর্থ } (n = 4) \text{ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\therefore \text{ দশম } (n = 10) \text{ পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^3 = \frac{1}{4} \dots \dots (i)$$

$$ar^9 = \frac{1}{64} \dots \dots (ii)$$

$$(ii) \div (i) \text{ করে পাই, } \frac{ar^9}{ar^3} = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{4}}$$

$$\text{বা, } r^6 = \frac{1}{16}$$

$$\therefore r = (2^{-4})^{\frac{1}{6}} = 2^{-\frac{2}{3}}$$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$a \left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^3 = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } a \cdot 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$\therefore a = 1$

\therefore গুণোত্তর ধারাটি : $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots \dots$

$$= 1 + 1 \left(2^{-\frac{2}{3}}\right) + 1 \left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^2 + 1 \left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^3 + \dots \dots$$

$$= 1 + 2^{-\frac{2}{3}} + 2^{-\frac{4}{3}} + 2^{-2} + \dots \dots$$

$$= 1 + 2^{-\frac{2}{3}} + 4^{-\frac{2}{3}} + 8^{-\frac{2}{3}} + \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{ ধারাটির 12-তম পদ} = ar^{12-1} = ar^{11} = 1 \cdot \left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^{11} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^{22}}} \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, $a = 18$ মি.

এবং প্রস্থ, $b = 12$ মি.

\therefore আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= 18 \times 12 = 216$ বর্গ মি.

10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য $= 18 + 18$ এর 10%

$$= 18 + 1.8 = 19.8 \text{ মি.}$$

10% হ্রাসে প্রস্থ $= 12 - 12$ এর 10%

$$= 12 - 1.2$$

$$= 10.8 \text{ মি.}$$

\therefore নতুন ক্ষেত্রফল $= 19.8 \times 10.8$

$$= 213.84 \text{ বর্গ মি.}$$

\therefore ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= (216 - 213.84) = 2.16$ বর্গ মি.

$$\therefore \text{ শতকরা ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়} = \frac{2.16}{216} \times 100\% = 1\% \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২১ দৃশ্যকল্প-I : $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

$$\text{দৃশ্যকল্প-II : } 7x + 2y = 20$$

$$3x - 4y = -6$$

$$\text{দৃশ্যকল্প-III : } 7 + 12 + 17 + 22 + \dots \dots + n = 1090$$

সমস্বিত অধ্যায় ১১, ১২ ও ১৩

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর // প্রশ্ন নং ৩]

ক. দৃশ্যকল্প-I হতে দেখাও যে, $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$ ২

খ. দৃশ্যকল্প-II এ বর্ণিত সমীকরণ জোটটি বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-III হতে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৯

খ. অধ্যায়-১২ এর সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩০৩

গ. সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২২ $6 + x + y + z + \frac{3}{8}$ একটি গুণোত্তর ধারা। একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30

এবং একাদশ তম পদ 55।

[কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. সমান্তর ও গুণোত্তর ধারার সংজ্ঞা দাও। ২
 খ. x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। 8
 গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সমান্তর ধারা: কোন ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।
 গুণোত্তর ধারা: কোন ধারার যেকোনো পদ ও পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে।

- খ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 6$
 সাধারণ অনুপাত = r

$$n\text{-তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{পঞ্চম (n=5) পদ} = ar^{5-1}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{8} = 6 \times r^4$$

$$\text{বা, } r^4 = \frac{1}{16}$$

$$\text{বা, } r^4 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^4$$

$$\therefore r = \pm \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{ হলে, দ্বিতীয় (n=2) পদ, } x = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2-1} = 3$$

$$\text{তৃতীয় (n=3) পদ, } y = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{চতুর্থ (n=4) পদ, } z = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4-1} = \frac{3}{4}$$

$$r = -\frac{1}{2} \text{ হলে, দ্বিতীয় (n=2) পদ, } x = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{2-1} = -3$$

$$\text{তৃতীয় (n=3) পদ, } y = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{চতুর্থ (n=4) পদ, } z = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{4-1} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান: } x = 3 \text{ অথবা } -3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$z = \frac{3}{4} \text{ অথবা } -\frac{3}{4}$$

- গ. সৃজনশীল ১৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৩ $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ একটি ধারা এবং একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম ও একাদশতম পদ যথাক্রমে -27 এবং $81\sqrt{3}$ ।

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. সমান্তর ধারার সাধারণ পদের সংজ্ঞা দাও। ২
 খ. ধারাটির প্রথম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
 গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সাধারণ পদ:
 কোনো সমান্তর ধারার 1ম পদ a , সাধারণ অন্তর d হলে, ধারাটির n -তম পদ $= a + (n-1)d$, যাকে সমান্তর ধারাটির সাধারণ পদ বলা হয়।

খ. প্রদত্ত ধারাটি, $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = \log 2$

$$2\text{য় পদ} - 1\text{ম পদ} = \log 4 - \log 2$$

$$= \log \frac{4}{2} = \log 2$$

$$3\text{য় পদ} - 2\text{য় পদ} = \log 8 - \log 4$$

$$= \log \frac{8}{4} = \log 2$$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = \log 2$

\therefore এটি একটি সমান্তর ধারা।

পদসংখ্যা, $n = 12$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } S_{12} = \frac{12}{2} \{2\log 2 + (12-1)\log 2\}$$

$$= 6 \{2\log 2 + 11\log 2\}$$

$$= 6 \times 13\log 2$$

$$= 78\log 2 \text{ (Ans.)}$$

- গ. মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির 1ম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

\therefore ধারাটির অষ্টম ($n=8$) পদ, $ar^{8-1} = -27$

$$\text{বা, } ar^7 = -27 \dots \dots (i)$$

এবং একাদশ ($n=11$) তম পদ, $ar^{11-1} = 81\sqrt{3}$

$$\text{বা, } ar^{10} = 81\sqrt{3} \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = (-\sqrt{3})^3$$

$$\therefore r = -\sqrt{3}$$

r এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a \cdot (-\sqrt{3})^7 = -27$$

$$\text{বা, } a(-27\sqrt{3}) = -27$$

$$\text{বা, } a = \frac{-27}{-27\sqrt{3}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

\therefore ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি

$$S_{10} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \{1 - (-\sqrt{3})^{10}\}}{1 - (-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} (-242)}{1 + \sqrt{3}} = \frac{-242}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}$$

$$= \frac{-242\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3\{(\sqrt{3})^2 - (1)^2\}}$$

$$= \frac{-121\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৪ $\frac{1}{\sqrt{5}}, -1, \sqrt{5}, \dots$ একটি অনুক্রম এবং

$$(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$$

◀সম্বন্ধিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. অনুক্রমটির ৪র্থ পদ নির্ণয় কর। ২
 খ. অনুক্রমটির কততম পদ $625\sqrt{5}$? 8
 গ. উদ্দীপকের সমীকরণ জোটকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। 8

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. অনুক্রমটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\sqrt{5}$$

\therefore চতুর্থ ($n=4$) পদ $= ar^{4-1}$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (-\sqrt{5})^3$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (-5\sqrt{5})$$

$$= -5 \text{ (Ans.)}$$

খ ধরি, n -তম পদ = $625\sqrt{5}$

$$\text{বা, } ar^{n-1} = 625\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{5}} (-\sqrt{5})^{n-1} = 625\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{5})^{n-1} = 3125$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{5})^{n-1} = (-\sqrt{5})^{10}$$

$$\text{বা, } n-1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

\therefore অনুক্রমটির 11-তম পদ $625\sqrt{5}$ । (Ans.)

গ $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে,

$$ax - cy = 0 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } ay - cx = a^2 - c^2$$

$$\therefore cx - ay + (a^2 - c^2) = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{c(a^2 - c^2) - (-a) \cdot 0} = \frac{y}{c \cdot 0 - a(a^2 - c^2)} = \frac{1}{a(-a) - c(-c)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{c(c^2 - a^2)} = \frac{y}{a(c^2 - a^2)} = \frac{1}{c^2 - a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{c} = \frac{y}{a} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x}{c} = 1 \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{a} = 1 \right.$$

$$\therefore x = c \quad \left| \quad \therefore y = a \right.$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (c, a)$

প্রশ্ন-২৫ দুপুর 1টা 15 মিনিটে 1 জন এস.এস.সি পরীক্ষার রেজাল্ট জানতে পারল। 1টা 20 মিনিটে জানলো 8 জন, 1টা 25 মিনিটে জানলো 27 জন। এভাবে রেজাল্ট ছড়িয়ে পড়ল। [বিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, বিনাইদহ // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২
 খ. 2টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট কত জন রেজাল্ট জানতে পারবে? 8
 গ. কয়টার সময় 6175225 জন রেজাল্ট জানতে পারবে? 8

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,

$$\text{ধারাটির প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ যখন } r > 1$$

$$\text{এবং } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ যখন } r < 1$$

খ প্রথম ক্ষেত্রে প্যাটার্ন হবে:

$$1 \text{টা } 15 \text{ মি.}, 1 \text{টা } 20 \text{ মি.}, 1 \text{টা } 25 \text{ মি.} \dots$$

$$\text{এক্ষেত্রে সাধারণ অন্তর} = 1 \text{টা } 20 \text{ মি.} - 1 \text{টা } 15 \text{ মি.} = 5 \text{ মিনিট}$$

$$1 \text{টা } 15 \text{ মি. থেকে } 2 \text{টা } 10 \text{ মি. পর্যন্ত প্যাটার্নের পদসংখ্যা}$$

$$= \frac{2 \text{টা } 10 \text{ মিনিট} - 1 \text{টা } 15 \text{ মিনিট}}{5 \text{ মিনিট}} + 1 \quad \left[\text{সমান্তর ধারার } n \text{তম পদ} = a + (n-1)d \text{ সূত্র প্রয়োগ করে} \right]$$

$$= \frac{55 \text{ মিনিট}}{5 \text{ মিনিট}} + 1 = 12$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্যাটার্ন হবে: 1, 8, 27, ...

এখন, রেজাল্ট জানতে পারা শিক্ষার্থীদের ধারা,

$$1 + 8 + 27 + \dots = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$$

$$\text{ধারাটির } 1 \text{ম পদ } a = 1$$

$$\text{ধারাটির } 2 \text{য় পদ} = 8 = 2^3$$

$$\text{ধারাটির } 12 \text{তম পদ} = 12^3 = 1728 \text{ জন।}$$

\therefore 2টা 10মিনিটে রেজাল্ট জানতে পারে 1728 জন।

আমরা জানি,

$$\text{প্রথম } n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি, } S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\therefore \text{ প্রথম } 12 \text{টি পদের ঘনের সমষ্টি } S_{12} = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$= \left\{ \frac{12(12+1)}{2} \right\}^2$$

$$= (6 \times 13)^2$$

$$= (78)^2 = 6084$$

\therefore 2টা 10 মি. পর্যন্ত রেজাল্ট জানতে পারবে মোট 6084 জন শিক্ষার্থী।

(Ans.)

গ মনে করি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 6175225

আমরা জানি,

$$n \text{ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি, } S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 6175225$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 2485 \quad \left[\text{বর্গমূল করে} \right]$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 4970$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 4970 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 71n - 70n - 4970 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+71) - 70(n+71) = 0$$

$$\therefore (n+71)(n-70) = 0$$

$$\text{হয়, } n+71 = 0 \text{ অথবা, } n-70 = 0$$

$$\therefore n = -71 \quad \therefore n = 70$$

[$\therefore n = -71$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]

$$\therefore 1 \text{ম প্যাটার্নের জন্য } 70 \text{তম পদ} = 1 \text{টা } 15 \text{ মি.} + (70-1)5 \text{ মিনিট}$$

$$= 1 \text{টা } 15 \text{ মি.} + 345 \text{ মিনিট}$$

$$= 1 \text{টা } 15 \text{ মি.} + 5 \text{ ঘণ্টা } 45 \text{ মিনিট}$$

$$= 7 \text{টা}$$

\therefore সন্ধ্যা 7 টার সময় 6175225 জন রেজাল্ট জানতে পারবে। (Ans.)

প্রশ্ন-২৬ দৃশ্যকল্প-১ : $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$, $2a > b > 0$, $x \neq 0$

◀সম্বন্ধিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

দৃশ্যকল্প-২ : একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$

- ক. $3 + 6 + 9 + 12 + \dots$ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে x এর সকল সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। 8
 গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। 8

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

$$\text{বা, } \frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2} + a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2} - a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } -\frac{a+x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$$

$$\text{বা, } \left(-\frac{a+x}{\sqrt{a^2-x^2}} \right)^2 = \left(\frac{b+x}{b-x} \right)^2 \quad \left[\text{বর্গ করে} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{(a+x)^2}{a^2-x^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(a+x)(a+x)}{(a+x)(a-x)} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{(b+x)^2 + (b-x)^2}{(b+x)^2 - (b-x)^2} \quad \left[\text{যোজন-বিয়োজন করে} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{2a}{2x} = \frac{2(b^2+x^2)}{4.b.x} \quad \left[\text{অনুসিদ্ধান্ত ব্যবহার করে} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{b^2 + x^2}{2bx}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{1} = \frac{b^2 + x^2}{2b} \quad [x \text{ দ্বারা গুণ করে } \square x \neq 0]$$

$$\text{বা, } b^2 + x^2 = 2ab$$

$$\text{বা, } x^2 = 2ab - b^2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$$

গ সৃজনশীল ৯(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৭ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

[ভিকারননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. উপরের তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\text{গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ } \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ এবং দশম পদ } \frac{8\sqrt{2}}{81}$$

$$\text{ধরি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ} = a$$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত} = r$$

$$\therefore \text{ধারাটির পঞ্চম পদ} = ar^4$$

$$\text{বা, } \frac{2\sqrt{3}}{9} = ar^4$$

$$\therefore ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, ধারাটির ১০-তম পদ} = ar^{10-1}$$

$$\text{বা, } \frac{8\sqrt{2}}{81} = ar^9$$

$$\therefore ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots \dots \dots (ii)$$

\therefore উদ্দীপকটি সমীকরণ (i) ও (ii) এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো। (Ans.)

খ সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

$$\text{১ম পদ, } a = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots \dots \dots$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots \dots \dots$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \dots \dots \dots \text{(Ans.)}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ৫টি পদের সমষ্টি} = a \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \quad [\square r < 1]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1 - \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{9\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times \frac{9\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times \frac{(9\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times (9 \times 3 + 9\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 8)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \cdot (19 + 5\sqrt{6}) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৮ i. $5 + p + q + s + 3125$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত।

$$\text{ii. } 3bm^2 - 4am + 3b = 0$$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $7 + 10 + 13 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 298? ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} = m$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি $7 + 10 + 13 + \dots$

$$\text{এখানে সাধারণ অন্তর, } d = 10 - 7 = 13 - 10 = 3$$

$$\text{ধরি, } n \text{ তম পদ, } u_n = a + (n - 1) \times d$$

$$\text{এখন, } a + (n - 1) \times d = 298$$

$$\text{বা, } 7 + (n - 1) \times 3 = 298$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{298 - 7}{3} = 97$$

$$\therefore n = 98$$

$$\therefore 98 \text{ তম পদটি } 298$$

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটি : $5 + p + q + s + 3125$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ} = a, \text{ সাধারণ অনুপাত } r \text{ হলে,}$$

$$\text{পঞ্চম পদ } ar^4 = 3125$$

$$\text{বা, } 5 \times r^4 = 3125$$

$$\text{বা, } r^4 = 625 = (\pm 5)^4$$

$$\therefore r = \pm 5$$

$$\therefore 2য় পদ, p = ar = 5 \times (\pm 5) = \pm 25$$

$$3য় পদ, q = ar^2 = 5 \times (\pm 5)^2 = 125$$

$$8র্থ পদ, s = ar^3 = 5 \times (\pm 5)^3 = \pm 625$$

গ দেওয়া আছে, $3bm^2 - 4am + 3b = 0$

$$\text{বা, } 3b(m^2 + 1) = 4am$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{2a}{3b}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{2a + 3b}{2a - 3b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে পাই}]$$

$$\text{বা, } \frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2 = \frac{2a+3b}{2a-3b}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1}{m-1} = \sqrt{\frac{2a+3b}{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$$

$$\therefore m = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ২৯ $33 + 29 + 25 + \dots - 19$ একটি ধারা এবং $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির ১০ তম পদ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$ ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং ধারাটির ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $33 + 29 + 25 + \dots - 19$
এটি একটি সমান্তর ধারা।
১ম পদ, $a = 33$
এবং সাধারণ অন্তর, $d = 29 - 33 = -4$
আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার n -তম পদ $= a + (n - 1)d$
 \therefore প্রদত্ত ধারার 10-তম পদ $= 33 + (10 - 1)(-4)$
 $= 33 + 9(-4)$
 $= 33 - 36$
 $= -3$ (Ans.)

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৭

গ সৃজনশীল ১৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারার ১ম সাতটি পদের সমষ্টি

$$S_7 = \frac{33 \{1 - (-4)^7\}}{1 - (-4)} \left[\square S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}; \square r < 1 \right]$$

$$= \frac{33(1 + 16384)}{1 + 4}$$

$$= \frac{33 \times 16385}{5}$$

$$= 33 \times 3277$$

$$= 108141$$
 (Ans.)

প্রশ্ন ৩০ a, b, c ত্রিমিক সমানুপাতী এবং $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

◀ সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. গুণোত্তর ধারাটির কত তম পদ 128? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$ 8

গ. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2$

ধরি, ধারাটির n তম পদ 128

$$\therefore ar^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2 \times 2^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 64$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 2^6$$

$$\text{বা, } n - 1 = 6$$

$$\therefore n = 7$$

$$\therefore \text{গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ 128}$$

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ গুণোত্তর ধারাটির,

প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2 (> 1)$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 254

$$\therefore \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$$

$$\text{বা, } \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 254$$

$$\text{বা, } 2(2^n - 1) = 254$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 127$$

$$\text{বা, } 2^n = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

$$\therefore n = 7$$
 (Ans.)

প্রশ্ন ৩১ কোন ধারার প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি এবং ঐ

সংখ্যাগুলোর সমষ্টির অনুপাত 465 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ । [গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + n$ পদের সমষ্টি কত? ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. গুণোত্তর ধারাটির 12-তম পদ ও 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + n$

যার প্রথম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

\therefore এটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, ধারাটির n পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1) \times 2\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$
 (Ans.)

খ প্রশ্নমতে, $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 465 \dots \dots$ (i)

আমরা জানি, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$$\text{এবং } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = \frac{\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n(n+1)}{2}$$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{n(n+1)}{2} = 465$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 930$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 930 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 31n - 30n - 930 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 31) - 30(n + 31) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 30)(n + 31) = 0$$

$$\text{বা, } n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n = 30$$

$$\text{অথবা, } n + 31 = 0$$

$$\text{বা, } n = -31$$

এটি গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore n = 30$ (Ans.)

গ ধরি, গুণোত্তর ধারার, ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$$\therefore \text{ধারাটির ৩য় পদ} = ar^{3-1} = ar^2$$

$$১০ম পদ = ar^{10-1} = ar^9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \dots$$
 (i)

$$ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^2} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\text{বা, } r^7 = \frac{8\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{81}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{27\sqrt{3}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^7$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} &= ar^{12-1} \\ &= ar^{11} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{11} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{10} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{32}{243} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{16\sqrt{2}}{243} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি, } S_{20} &= \frac{a(1-r^{20})}{1-r} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{20} \right\}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{2^{10}}{3^{10}} \right)}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3^{10} - 2^{10}}{3^{10}}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3^{10} - 2^{10}}{3^{10}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{3 \times 58025}{2 \times 3^{10} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{58025}{2 \times 3^9 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩২ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি পদ, ℓ তম পদ ℓ^2 এবং k তম পদ k^2 এবং $5 + x + y + 40 + z$ গুণোত্তর ধারাজুক্ত।

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n -এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. সমান্তর ধারাটির $\ell + k - 1$ তম পদ নির্ণয় কর। 8
- গ. x, y, z এর মান নির্ণয় কর। 8

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির } \ell \text{ তম পদ} = a + (\ell - 1)d$$

$$\text{এবং } ,, k ,, ,, = a + (k - 1)d$$

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে, } a + (\ell - 1)d = \ell^2 \dots \dots (i)$$

$$a + (k - 1)d = k^2 \dots \dots (ii)$$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$\{a + (\ell - 1)d\} - \{a + (k - 1)d\} = \ell^2 - k^2$$

$$\text{বা, } a + (\ell - 1)d - a - (k - 1)d = \ell^2 - k^2$$

$$\text{বা, } d(\ell - 1 - k + 1) = \ell^2 - k^2$$

$$\text{বা, } d(\ell - k) = (\ell + k)(\ell - k)$$

$$\therefore d = \ell + k \dots \dots (iii)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির } (\ell + k - 1) \text{ তম পদ} &= a + \{(\ell + k - 1) - 1\}d \\ &= a + \{(\ell - 1) + (k - 1)\}d \\ &= a + (\ell - 1)d + (k - 1)d \\ &= \ell^2 + (k - 1)(\ell + k) \end{aligned}$$

[(i) ও (iii) হতে মান বসিয়ে]

$$= \ell^2 + k\ell + k^2 - \ell - k$$

$$= \ell^2 + k^2 + k\ell - \ell - k \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, প্রথম পদ, $a = 5$

চতুর্থ পদ = 40

বা, $ar^{4-1} = 40$ [যেখানে, r = সাধারণ অনুপাত]

বা, $5r^3 = 40$

বা, $r^3 = 8$

$\therefore r = 2$

$$\begin{aligned} \therefore x = \text{দ্বিতীয় পদ} &= ar^{2-1} = ar \\ &= 5 \cdot 2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = \text{তৃতীয় পদ} &= ar^{3-1} = ar^2 \\ &= 5 \cdot 2^2 = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = \text{পঞ্চম পদ} &= ar^{5-1} \\ &= ar^4 \\ &= 5 \cdot 2^4 = 80 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10, y = 20, z = 80$ (Ans.)

প্রশ্ন ৩৩ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশি।

◀সম্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২
- খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। 8
- গ. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক যথাক্রমে একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর হলে ধারাটির 15 তম পদ এবং 1ম 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, নির্ণেয় সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y ।

$$\therefore x + y = 7 \dots \dots (i)$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10y + x$$

$$\text{শর্তমতে, } 10y + x + 27 = 10x + y \dots \dots (ii)$$

খ (i) নং হতে পাই,

$$x = 7 - y \dots \dots (iii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$10y + 7 - y + 27 = 10(7 - y) + y$$

$$\text{বা, } 9y + 34 = 70 - 10y + y$$

$$\text{বা, } 18y = 36$$

$$\text{বা, } y = 2$$

(iii) হতে পাই, $x = 7 - 2 = 5$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 10 \times 2 + 5 = 25 \text{ (Ans.)}$$

গ প্রথম পদ, $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 2$

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 15 \text{ তম পদ} = 5 + (15 - 1) \times 2$$

$$= 33 \text{ (Ans.)}$$

\therefore ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$= \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \}$$

\therefore ধারাটির প্রথম 20 টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{20}{2} \{ 2 \times 5 + (20 - 1) \cdot 2 \}$$

$$= 10 \{ 10 + 19 \cdot 2 \}$$

$$= 10 \{ 10 + 38 \}$$

$$= 10 \times 48 = 480 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩৪ একটি গুণোত্তর ধারার 8র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর একটি

সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং প্রথম 24 পদের সমষ্টি 876.

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ ধারার কোন পদ 303?

২

- খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। 8
 গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। 8

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল হেং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৪ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১১ ও ১৩

[মতিবিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $64 + 32 + 16 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ কত? ২
 খ. $x^5 - \frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$ 8

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি $64 + 32 + 16 + \dots$

যার প্রথম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

∴ এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

∴ ধারাটির ৪ম পদ $= 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1}$
 $= 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 64 \cdot \frac{1}{128} = \frac{1}{2}$ (Ans)

খ দেওয়া আছে,

$x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$
 $= 3 + 2\sqrt{3 \cdot 2} + 2$
 $= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
 ∴ $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

∴ $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
 $= \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2}$

∴ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

এবং $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$
 $= (2\sqrt{2})^2 + 2$
 $= 8 + 2 = 10$

∴ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10 \dots \dots$ (i)

$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= (2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{2}$ [মান বসিয়ে]
 $= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2} \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 10 \times 22\sqrt{2}$

বা, $x^5 + x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^5} = 220\sqrt{2}$

বা, $x^5 - \frac{1}{x^5} = 220\sqrt{2} - \left(x - \frac{1}{x}\right) = 220\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 218\sqrt{2}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{14}{y} = \frac{m+n}{mn}$

বা, $y = \frac{14mn}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m+n}$

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{2n+m+n}{2n-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y+7m}{y-7m} = \frac{3n+m}{n-m} \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $y = \frac{14mn}{m+n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m+n}$

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{2m+m+n}{2m-m-n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3m+n}{m-n} \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = \frac{3n+m}{n-m} + \frac{3m+n}{m-n}$
 $= \frac{3m+n}{m-n} - \frac{m+3n}{m-n}$
 $= \frac{3m+n-m-3n}{m-n}$
 $= \frac{2m-2n}{m-n}$
 $= \frac{2(m-n)}{m-n}$
 $= 2$ (Ans.)

প্রশ্ন ৩৬ (i) একটি সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 144, ১ম 20 পদের সমষ্টি 560 এবং (ii) $2 - 4 + 8 - 16 + \dots \dots + 128$ একটি ধারা।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $(-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$ হলে, অনুক্রমটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. (i) নং ধারাটির ১ম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
 গ. (ii) নং ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

অনুক্রমটির সাধারণ পদ, $(-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$

∴ অনুক্রমটির ১ম ($n=1$) পদ $= (-1)^{1-1} \times \frac{1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{3}$

তদ্রূপ ২য় ($n=2$) পদ $= -\frac{2}{5}$

৩য় পদ $= \frac{3}{7}$

৪র্থ পদ $= -\frac{4}{9}$

৫ম পদ $= \frac{5}{11}$

∴ নির্ণেয় সমষ্টি $= \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{4}{9} + \frac{5}{11}$
 $= \frac{1155 - 1386 + 1485 - 1540 + 1575}{3465}$
 $= \frac{1289}{3465}$ (Ans.)

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$

ও সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার প্রথম n পদের

সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম 12 পদের

সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\}$

বা, $144 = 6(2a + 11d)$ [$S_{12} = 144$]

বা, $24 = 2a + 11d$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots \dots (i)$$

আবার, সমান্তর ধারাটির প্রথম 20 পদের সমষ্টি,

$$S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20 - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 560 = 10(2a + 19d) \quad [S_{20} = 560]$$

$$\text{বা, } 56 = 2a + 19d$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করি,

$$2a + 19d = 56 \dots \dots (ii)$$

$$2a + 11d = 24 \dots \dots (i)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ 8d = 32 \quad [\text{বিয়োগ করে}] \end{array}$$

$$\therefore d = 4$$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2a + 11 \cdot 4 = 24$$

$$\text{বা, } 2a + 44 = 24$$

$$\text{বা, } 2a = 24 - 44$$

$$\text{বা, } 2a = -20$$

$$\therefore a = -10$$

\therefore সমান্তর ধারার প্রথম 6 পদের

$$\text{সমষ্টি, } S_6 = \frac{6}{2} \{2(-10) + (6 - 1)4\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 3\{-20 + 5 \cdot 4\} = 3(-20 + 20) = 3 \cdot 0 = 0$$

Ans. 0

গ প্রদত্ত ধারা = 2 - 4 + 8 - + 128

ধারাটির 1ম পদ, a = 2

সাধারণ অনুপাত, r = $\frac{-4}{2} = -2$, r < 1

মনে করি, n তম পদ = 128

$$\text{বা, } 2(-2)^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = 64$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = (-2)^6$$

$$\text{বা, } n - 1 = 6$$

$$\therefore n = 7$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ধারার 1ম 7 পদের সমষ্টি} &= \frac{2[1 - (-2)^7]}{1 - (-2)} \\ &= \frac{2(1 + 128)}{3} = 86 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩৭ একটি সমান্তর ধারার p-তম পদ p² এবং q-তম পদ q². একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ - 27 এবং একাদশ পদ 81√3.

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা 1/ প্রশ্ন নং ২]

ক. 128 + 64 + 32 + ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? 2

খ. সমান্তর ধারাটির p + q - 1 তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. গুণোত্তর ধারাটির পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। 8

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 128

সাধারণ অনুপাত, r = $\frac{64}{128} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

\therefore ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = $\frac{1}{2}$

আমরা জানি, n তম পদ = arⁿ⁻¹

$$\therefore 128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \cdot 128}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n - 1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8 + 1$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির 9ম পদ} = \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.})$$

খ সূজনশীল ৩২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ২৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, গুণোত্তর ধারাটির পঞ্চম পদ = ar⁵⁻¹

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (-\sqrt{3})^4$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 9 = 3\sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ৩৮ একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ - 27 এবং একাদশ পদ 81√3

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা 1/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. অনুক্রম এবং সমান্তর ধারার মধ্যে দুটি করে পার্থক্য লেখ। 2

খ. ধারাটির 14 তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

সমান্তর ধারা	অনুক্রম
(i) কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।	(i) যদি কতগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। তাহলে, এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।
(ii) উদাহরণ: 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1)	(ii) উদাহরণ: 1, 3, 5, .. (2n - 1)

খ 'ক' হতে পাই,

$$ar^7 = -27 \dots \dots \dots (i)$$

$$ar^{10} = 81\sqrt{3} \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = (-\sqrt{3})^3$$

$$\therefore r = -\sqrt{3}$$

r এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a \cdot (-\sqrt{3})^7 = -27$$

$$\text{বা, } a(-27\sqrt{3}) = -27$$

$$\text{বা, } a = \frac{-27}{-27\sqrt{3}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 14তম পদ} = \frac{1}{\sqrt{3}} (-\sqrt{3})^{14-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (-\sqrt{3})^{13}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (-729\sqrt{3})$$

$$= -729 \quad (\text{Ans.})$$

গ সূজনশীল ২৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৯ 24 + x + y + 3 + একটি ধারা।

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল 1/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 10টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয় কর। 2

খ. ধারাটি সমান্তর এবং n তম পদ - 39 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটি গুণোত্তর হলে, প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$$\therefore \text{প্রথম দশটি (n = 10) স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি} = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2 =$$

$$\left(\frac{10 \times 11}{2} \right)^2 = 55^2 = 3025 \text{ (Ans.)}$$

খ সমান্তর ধারাটি, $24 + x + y + 3 + \dots$

প্রথম পদ, $a = 24$

$$\therefore n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{চতুর্থ পদ} = 24 + (4-1)d$$

$$\text{বা, } 3 = 24 + 3d$$

$$\text{বা, } 3d = -24 + 3$$

$$\therefore d = -7$$

প্রশ্নমতে, n তম পদ $= -39$

$$\text{বা, } a + (n-1)d = -39$$

$$\text{বা, } 24 + (n-1)(-7) = -39$$

$$\text{বা, } 24 - 7n + 7 = -39$$

$$\text{বা, } -7n = -39 - 24 - 7$$

$$\text{বা, } -7n = -70$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

গ গুণোত্তর ধারাটি, $24 + x + y + 3 + \dots$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\text{অর্থাৎ, চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\text{বা, } 3 = 24 \times r^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{বা, } r^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^3$$

$$\therefore r = \frac{1}{2} < 1$$

আবার, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হলে,

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r}, [r < 1]$$

$$\begin{aligned} \therefore S_7 &= 24 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= 24 \times \frac{128-1}{128} \times 2 \\ &= \frac{24 \times 127}{64} \\ &= \frac{381}{8} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন 80 (i) কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m .

$$(ii) \frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots \dots$$

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 99টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় কর। 2

খ. (ii) অনুক্রমটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? 8

গ. (i) ধারাটির প্রথম $(m+n-1)$ তম পদ কত? 8

80 নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৫৩

খ সৃজনশীল ১৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির } m \text{ তম পদ} = a + (m-1)d$$

$$\text{এবং } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (m-1)d = n \dots (i)$$

$$a + (n-1)d = m \dots (ii)$$

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$\{a + (m-1)d\} - \{a + (n-1)d\} = n - m$$

$$\text{বা, } a + (m-1)d - a - (n-1)d = n - m$$

$$\text{বা, } d \{(m-1) - (n-1)\} = n - m$$

$$\text{বা, } d (m-1-n+1) = n - m$$

$$\text{বা, } d (m-n) = n - m$$

$$\text{বা, } -d (n-m) = n - m$$

$$\text{বা, } d = \frac{(n-m)}{-(n-m)}$$

$$\therefore d = -1$$

$$\therefore (m+n-1) \text{ তম পদ} = a + (m+n-1-1)d$$

$$= a + (m-1)d + (n-1)d$$

$$= n + (n-1)(-1) \quad [i \text{ নং থেকে}]$$

$$= n - n + 1$$

$$= 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 81 একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ ধারার কোন পদ 303? 2

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। 8

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। 8

81 নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন 82 একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r ধারাটির তৃতীয় পদ $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ এবং ৬ষ্ঠ পদ $\frac{2\sqrt{2}}{27}$ ।

[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। 2

খ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ১ম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

82 নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,

$$\text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1}$$

$$\text{ষষ্ঠ পদ} = ar^{6-1}$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^{3-1} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } ar^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } ar^{6-1} = \frac{2\sqrt{2}}{27}$$

$$\text{বা, } ar^5 = \frac{2\sqrt{2}}{27} \dots \dots (ii)$$

খ 'ক' এর সমীকরণ (ii) ÷ (i) করে পাই,

$$\frac{ar^5}{ar^2} = \frac{2\sqrt{2}}{27} \times 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^3$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

(i) নং এ $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

\therefore ধারাটির অষ্টম পদ $= ar^{8-1}$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^7 \quad [a \text{ ও } r \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{2^3 \cdot \sqrt{2}}{3^3 \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{81} \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\therefore \text{ধারাটি, } \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$$

ধারাটির প্রথম 12টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{12})}{1-r}$ [$r < 1$]

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{12} \right\}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(1 - \frac{2^6}{3^6} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3^6 - 2^6}{3^6} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{665}{729}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{665}{1458(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{665}{1458}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 83 একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ ।

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর 1/ প্রশ্ন নং 3]

- ক. গুণোত্তর ধারা কাকে বলে? উদাহরণসহ লিখ। 2
- খ. ধারাটির চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। 8
- গ. সম্পূর্ণ ধারাটি নির্ণয় কর। 8

83 নং প্রশ্নের সমাধান

ক **গুণোত্তর ধারা:** কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন: 2 + 4 + 8 + 16 + ...

খ সৃজনশীল 19(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই, 1ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

সুতরাং, 2য় পদ $= ar^{2-1} = ar$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3য় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

8র্থ পদ $= \frac{\sqrt{2}}{3}$ ['খ' হতে পাই]

5ম পদ $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$ [দেওয়া আছে]

6ষ্ঠ পদ $= ar^{6-1}$

$$= ar^5$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

7ম পদ $= ar^{7-1}$

$$= ar^6$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^6$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{8}{27}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{27}$$

8ম পদ $= ar^{8-1}$

$$= ar^7$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^7$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{8\sqrt{2}}{27\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{27}$$

9ম পদ $= ar^{9-1}$

$$= ar^8$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{81}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{81}$$

সুতরাং ধারাটি, $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{4\sqrt{3}}{27} + \frac{4\sqrt{2}}{27} + \frac{8\sqrt{3}}{81} +$

$$\frac{8\sqrt{2}}{81} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 88 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$ একটি ধারা।

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী 1/ প্রশ্ন নং 2]

- ক. ধারাটির দশম পদ বের কর। 2
- খ. ধারাটির কোন পদ $-\frac{1}{2^{10}}$? 8
- গ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

88 নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

\therefore ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

\therefore ধারাটির দশম পদ $= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{10-1}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^9$$

$$= -\frac{1}{2^{10}} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই,

ধারাটির দশম পদ $-\frac{1}{2^{10}}$ (Ans.)

গ 'ক' হতে পাই,

$$\text{প্রথম পদ, } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = -\frac{1}{2} < 1$$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের

$$\text{সমষ্টি, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad [r < 1]$$

∴ ধারাটির প্রথম আট পদের সমষ্টি,

$$S_8 = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^8 \right\}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^8}\right)}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{256-1}{256}\right)}{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{255}{256} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{85}{256} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8৫ কোনো গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ এবং পঞ্চম পদ $\frac{1}{9\sqrt{3}}$

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী 1/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 75 =$ কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম পদ = সাধারণ অনুপাত। ৪

গ. একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x , y , z হলে, প্রমাণ কর যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$. ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি = $\frac{n(n+1)}{2}$

$$\therefore \text{প্রথম 75 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি} = \frac{75(75+1)}{2}$$

$$= \frac{75 \times 76}{2}$$

$$= 2850 \text{ (Ans.)}$$

খ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n -তম পদ = ar^{n-1}

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{3-1} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\therefore ar^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } ar^{5-1} = \frac{1}{9\sqrt{3}}$$

$$\therefore ar^4 = \frac{1}{9\sqrt{3}} \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{এখন, (ii) } \div (i) \text{ করে পাই, } \frac{ar^4}{ar^2} = \frac{\frac{1}{9\sqrt{3}}}{\frac{1}{3\sqrt{3}}}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{1}{9\sqrt{3}} \times 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore r = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ [ধনাত্মক মান নিয়ে]}$$

r এর মান (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$a \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}} = r$$

∴ ধারাটির প্রথম পদ = সাধারণ অনুপাত। (দেখানো হলো)

গ মনে করি,

সমান্তর ধারার প্রথম পদ = m ও সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n তম পদ = $m + (n-1)d$

∴ সমান্তর ধারার প্রথম p তম পদ = $m + (p-1)d = x \dots (i)$

ও q তম পদ = $m + (q-1)d = y \dots (ii)$

এবং r তম পদ = $m + (r-1)d = z \dots (iii)$

বামপক্ষ = $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q)$

$$= \{m + (p-1)d\} (q-r) + \{m + (q-1)d\} (r-p) +$$

$\{m + (r-1)d\} (p-q)$ [x, y, z এর মান বসিয়ে]

$$= m(q-r) + d(p-1)(q-r) + m(r-p) + d(q-1)(r-p) +$$

$m(p-q) + d(r-1)(p-q)$

$$= m(q-r+r-p+p-q) + d(pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+pr-qr-p+q)$$

$$= m \times 0 + d \times 0 = 0 + 0 = 0$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন 8৬ একটি সমান্তর ধারার r তম পদ m^2 ও m তম পদ r^2 ; অপর একটি ধারা $1 +$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots$$

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ 1/ প্রশ্ন নং ২]

ক. ১ম ধারাকে 2টি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. $(r+m+1)$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d .

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার r তম পদ = $a + (r-1)d$

এবং m তম পদ = $a + (m-1)d$

প্রশ্নমতে, $a + (r-1)d = m^2 \dots \dots (i)$

$a + (m-1)d = r^2 \dots \dots (ii) \text{ (Ans.)}$

খ (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে

$$a + (r-1)d - a - (m-1)d = m^2 - r^2$$

$$\text{বা, } d(r-1-m+1) = m^2 - r^2$$

$$\text{বা, } d(r-m) = (m+r)(m-r)$$

$$\text{বা, } d = \frac{-(m+r)(r-m)}{(r-m)}$$

$$\therefore d = -(m+r)$$

∴ $(r+m+1)$ তম পদ

$$= a + \{(r+m+1) - 1\}d$$

$$= a + \{(r-1) + (m+1)\}d$$

$$= a + (r-1)d + d(m+1)$$

$$\begin{aligned}
&= m^2 + \{-(m+r)\}(m+1) \\
&= m^2 - (m+r)(m+1) \\
&= m^2 - \{m^2 + m + r + mr\} \\
&= m^2 - m^2 - m - r - mr \\
&= -(m+r+mr) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

গ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots$

এখানে,

প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3} < 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n টি পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad [\square r < 1]$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রথম 7টি পদের সমষ্টি} &= \frac{1 \left(1 - \frac{1}{3^7}\right)}{1 - \frac{1}{3}} \\
&= \frac{\frac{3^7 - 1}{3^7}}{\frac{3 - 1}{3}} \\
&= \frac{2187 - 1}{3^7} \times \frac{3}{2} \\
&= \frac{2186}{2187} \times \frac{3}{2} \\
&= \frac{1093}{729} \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৪৭ একটি গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ $8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$ ।

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. ধারাটির প্রথম পদ নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটির কততম পদ $-\frac{1}{8}$ তা নির্ণয় কর। ৪
- গ. যদি ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $-\frac{16\sqrt{2}+1}{2(\sqrt{2}+1)}$ হয়, তবে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

\therefore ধারাটির প্রথম পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^1$

$$= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = -8 \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

ধরি, r তম পদ $= -\frac{1}{8}$

$$\therefore 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^r = -\frac{1}{8}$$

বা, $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^r = -\frac{1}{64\sqrt{2}}$

বা, $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^r = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{13}$

$\therefore r = 13$

অর্থাৎ, 13 তম পদ $-\frac{1}{8}$ (Ans.)

গ ধারাটির প্রথম পদ, $a = -8$

সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

$$\therefore \text{২য় পদ} = 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 8\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{৩য় পদ} = 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^3 = 8\sqrt{2} \times \frac{-1}{2\sqrt{2}} = -4$$

\therefore ধারাটি $-8 + 4\sqrt{2} - 4 + \dots \dots \dots$

\therefore ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4\sqrt{2}}{-8} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

\therefore ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-8\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)} \\
&= \frac{-8\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} \\
&= \frac{-8\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}} \\
&= \frac{-8\sqrt{2}\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\sqrt{2}+1}
\end{aligned}$$

শর্তমতে, $\frac{-8\sqrt{2}\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\sqrt{2}+1} = \frac{-(16\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}+1)}$

বা, $-16\sqrt{2}\left\{1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\} = -16\sqrt{2} - 1$

বা, $-16\sqrt{2} + 16\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n = -16\sqrt{2} - 1$

বা, $16\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n = -1$

বা, $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n = \frac{-1}{16\sqrt{2}}$

বা, $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^9$

$\therefore n = 9$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪৮ $5 + p + q + 135$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে নতুন ধারা নির্ণয় কর। এবং ধারাটির প্রথম 25টি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম পদ, $a = 5$

চতুর্থ পদ $= 135$

বা, $ar^{4-1} = 135$ [যেখানে $r =$ সাধারণ অনুপাত]

বা, $5r^3 = 135$

বা, $r^3 = 27$

$\therefore r = 3$

\therefore সাধারণ অনুপাত 3 (Ans.)

খ এখানে, প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3$ [‘ক’ থেকে]

$\therefore p =$ দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = 5 \times 3 = 15$

$q =$ তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = 5 \times 3^2 = 45$ (Ans.)

গ প্রশ্নানুসারে,

সমান্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 5$

এবং সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর, $d = 3$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{নতুন ধারাটি: } &a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + \dots \dots \dots \\
&= 5 + (5+3) + (5+2 \cdot 3) + (5+3 \cdot 3) + \dots \dots \dots \\
&= 5 + 8 + 11 + 14 + \dots \dots \dots \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি } S_{25} &= \frac{25}{2} \{2.5 + (25-1).3\} \\ &= \frac{25}{2} (10 + 24.3) \\ &= 1025 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৪৯ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ ধারার কোন পদ 303? ২
খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪
গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫০ $6 + x + y + z + 96 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা। $x > 0, y > 0$ এবং $z > 0$

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ পদ $2n - 1$ ($n \in \mathbb{N}$) হলে, ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 6138 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $6 + x + y + z + 96 + \dots$

ধারাটির ১ম পদ = $a = 6$

সাধারণ অনুপাত r হলে,

২য় পদ, $x = ar^1$

৩য় পদ, $y = ar^2$

৪র্থ পদ, $z = ar^3$

৫ম পদ, $96 = ar^4$

বা, $96 = 6.r^4$

বা, $r^4 = 16 = 2^4$

$\therefore r = \pm 2$

$\therefore x = 6.(\pm 2) = \pm 12$

$y = 6.(\pm 2)^2 = 24$

$z = 6.(\pm 2)^3 = \pm 48$

যেহেতু $x > 0, y > 0$ এবং $z > 0$

$\therefore x = 12, y = 24$ এবং $z = 48$ (Ans.)

গ প্রদত্ত ধারাটি হবে, $6 + 12 + 24 + 48 + 96 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 6$

সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1]$$

$$\text{বা, } 6138 = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 1023$$

$$\text{বা, } 2^n = 1023 + 1$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫১ একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x, y, z এবং

অপর একটি গুণোত্তর ধারা $6 + a + b + c + \frac{3}{8} + \dots$

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $ax - cy = 0, cx - ay = c^2 - a^2$ সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ কিনা নির্ধারণ কর। ২
খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$. ৪
গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির ক্ষেত্রে a, b ও c এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $ax - cy = 0$

$$cx - ay = c^2 - a^2$$

এখানে, x ও y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত যথাক্রমে $\frac{a}{c}$ এবং $\frac{-c}{-a} = \frac{c}{a}$ যারা পরস্পর অসমান।

\therefore সমীকরণদ্বয় সঙ্গতিপূর্ণ।

খ সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫২ (i) $3 + 6 + 9 + 12 + \dots$ ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630.

(ii) $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 301? ২
খ. (i)নং ধারাটি হতে n -এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. (ii)নং ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

সাধারণ অন্তর $d = 3$

ধরি, n তম পদ = 301

বা, $a + (n-1)d = 301$

বা, $4 + (n-1) \times 3 = 301$

বা, $3(n-1) = 301 - 4$

বা, $3(n-1) = 297$

বা, $n-1 = 99$

$\therefore n = 99 + 1 = 100$ (Ans.)

খ সৃজনশীল ৮(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৪(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৩ একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x, y এবং z ।

আবার একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী // প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $ax - cy = 0, cx - ay = c^2 - a^2$ সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ কি-না নির্ণয় কর। ২
খ. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$ ৪
গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদ নির্ণয় কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৫১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি,

গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

\therefore ধারাটির পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$

এবং " তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2$

উদ্দীপক অনুসারে,

$$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \dots \dots \dots (i)$$

$$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং ÷ (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{2}{3}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

r এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = ar^{2-1} = ar$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ [দেওয়া আছে]}$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{এবং পঞ্চম পদ} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ [দেওয়া আছে]}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদ হলো: } \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৪ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 610, অপর একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ 2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$ ।

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা 1/ প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 35 তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. গুণোত্তর ধারাটির নবম পদ হতে বিশতম পদ পর্যন্ত 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

\therefore প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$$= \frac{50(50+1)(2 \times 50+1)}{6}$$

$$= \frac{50 \times 51 \times 101}{6}$$

$$= 42925 \text{ (Ans.)}$$

খ

মনে করি,

সমান্তর ধারার 1ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d, পদ সংখ্যা = n
আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

দেওয়া আছে, 1ম 10 পদের সমষ্টি = 155

$$\text{বা, } \frac{10}{2} \{2a + (10-1)d\} = 155$$

$$\text{বা, } 5(2a + 9d) = 155$$

$$\therefore 2a + 9d = 31 \dots \dots (i)$$

এবং 1ম 20 পদের সমষ্টি = 610

$$\text{বা, } \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} = 610$$

$$\text{বা, } 10(2a + 19d) = 610$$

$$\therefore 2a + 19d = 61 \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$10d = 30 \text{ বা, } d = \frac{30}{10} \therefore d = 3$$

(i) নং এ d = 3 বসিয়ে পাই,

$$2a + 9 \cdot 3 = 31$$

$$\text{বা, } 2a + 27 = 31$$

$$\text{বা, } 2a = 4 \therefore a = 2$$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ = a + (n-1)d

$$\therefore 35 \text{ তম পদ} = a + (35-1)d = 2 + 34 \times 3 = 104 \text{ (Ans.)}$$

গ

ধরি, ধারাটির 1ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$$\therefore \text{ধারাটির 8র্থ পদ} = ar^{4-1}$$

$$\therefore ar^3 = 2$$

$$\text{এবং ধারাটির 9ম পদ} = ar^{9-1}$$

$$\therefore ar^8 = 8\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = 4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = (\sqrt{2})^5$$

$$\therefore r = \sqrt{2}$$

এখন, $a(\sqrt{2})^3 = 2$ [r-এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } a = \frac{2}{(\sqrt{2})^3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ধারাটি} : \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^2 + \dots \dots \dots$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + \sqrt{2} + \dots \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

ধারাটির 1ম 8টি পদের সমষ্টি,

$$S_8 = a \cdot \frac{r^8 - 1}{r - 1} \quad [\square r > 1]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^8 - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{16 - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{15}{2 - \sqrt{2}}$$

আবার, 1ম 20টি পদের সমষ্টি,

$$S_{20} = a \cdot \frac{r^{20} - 1}{r - 1} \quad [\square r > 1]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^{20} - 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{1024 - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{1023}{2 - \sqrt{2}}$$

∴ ধারাটির 9ম পদ হতে 12টি পদের সমষ্টি = $S_{20} - S_8$

$$= \frac{1023}{2 - \sqrt{2}} - \frac{15}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1023 - 15}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1008}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{2^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{4 - 2}$$

$$= 504(2 + \sqrt{2}) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৫ একটি সমান্তর ধারার m -তম পদ m^2 এবং n -তম পদ n^2 । একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ -27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$ ।

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১৩

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a=2, b=3$ হলে $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a^{-1})\}^{-1}$ এর মান কত? ২

খ. সমান্তর ধারাটির $m+n-1$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, গুণোত্তর ধারাটির পাঁচটি পদের সমষ্টি $\frac{1+9\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ । ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a=2, b=3$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a^{-1})\}^{-1}$$

$$= 2 - \{2^{-1} + (3^{-1} - 2^{-1})\}^{-1}$$

$$= 2 - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right\}^{-1}$$

$$= 2 - \left(\frac{1}{3} \right)^{-1}$$

$$= 2 - 3 = -1 \text{ (Ans.)}$$

খ সৃজনশীল ৩২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি,

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$$\therefore \text{অষ্টম পদ} = ar^{8-1} = ar^7$$

$$\text{একাদশ পদ} = ar^{11-1} = ar^{10}$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^7 = -27 \dots \dots (i)$$

$$ar^{10} = 81\sqrt{3} \dots \dots (ii)$$

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = (-\sqrt{3})^3$$

$$\therefore r = -\sqrt{3}, r < 1$$

(i) নং এ $r = -\sqrt{3}$ বসিয়ে পাই,

$$a(-\sqrt{3})^7 = -27$$

$$\text{বা, } -a \times 27\sqrt{3} = -27$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি} = \frac{1}{\sqrt{3}} \{1 - (-\sqrt{3})^5\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (1 + 9\sqrt{3})$$

$$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৫৬ একটি সমান্তর ধারার 15-তম পদ 89 এবং 21-তম পদ 125 এবং অপর

একটি গুণোত্তর ধারা $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + \dots$

[হিম্মাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা // প্রশ্ন নং ২]

ক. $7 + 11 + 15 + \dots$ ধারাটির 210 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৭ $6 + x + y + z + 96 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং $M = \frac{14pq}{p+q}$

[কুমিল্লা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্লা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত $5 : 7$ এবং তাদের ল.সা.গু 280 সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু নির্ণয় কর। ২

খ. x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{M+7p}{M-7p} + \frac{M+7q}{M-7q} = 2$ যেখানে $p \neq q$ ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যা দুটি $5x$ ও $7x$

$$\therefore \text{সংখ্যা দুটির গ.সা.গু.} = x$$

$$\text{সংখ্যা দুয়ের ল.সা.গু.} = 35x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 35x = 280$$

$$\text{বা, } x = \frac{280}{35}$$

$$\therefore x = 8$$

$$\therefore \text{সংখ্যা দুটির গ.সা.গু.} = 8$$

খ সৃজনশীল ৫০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৩৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৮ i) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85

ii) একটি গুণোত্তর ধারার 8র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং নবম পদ 81

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2 + 4 + 6 + \dots + 50$ ধারাটির সমষ্টি কত? ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ৪ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2 + 4 + 6 + \dots + 50$

প্রথম পদ $a = 2$

সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\text{বা, } 50 = 2 + (n - 1)2$$

$$\text{বা, } 50 = 2 + 2n - 2$$

$$\text{বা, } 50 = 2n$$

$$\therefore n = 25$$

$$\therefore \text{সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2} \{(2 \times 2 + (25 - 1)2)\}$$

$$= \frac{25}{2} \{4 + 24 \times 2\}$$

$$= \frac{25}{2} \times 52$$

$$= 650 \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore 13 \text{ তম পদ} = a + (13 - 1)d$$

$$\text{বা, } 85 = a + 12d$$

$$1 \text{ম } 25 \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{25}{2} \{2a + (25 - 1)d\}$$

$$= \frac{25}{2} (2a + 24d)$$

$$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$$

$$= 25(a + 12d)$$

$$= 25 \times 85$$

$$= 2125 \text{ (Ans.)}$$

গ) মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত r

$$\therefore 8\text{র্থ পদ} = ar^{4-1}$$

$$\therefore 3\sqrt{3} = ar^3 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং নবম পদ} = ar^{9-1}$$

$$\text{বা, } 81 = ar^8 \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, (ii) ÷ (i) করে পাই,

$$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{81}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{27}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{(\sqrt{3})^6}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = (\sqrt{3})^5$$

$$\therefore r = \sqrt{3}$$

$$\text{আবার, } ar^3 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a = 1$$

$$\therefore 1\text{ম পদ} = 1$$

$$\therefore 1\text{ম } 8 \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{1\{(\sqrt{3})^8 - 1\}}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{3^4 - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{80}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{80(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$$

$$= \frac{80(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$= 40(\sqrt{3} + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫৯ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির চতুর্থ পদ-2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$

[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. ধারাটির প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং পদ সংখ্যা n এবং $r > 1$ হলে

$$\text{দেখাও যে, ধারাটির সমষ্টি } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad 8$$

- গ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) দেওয়া আছে, ধারাটির 1ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

ধারাটির 8র্থ পদ = -2

এবং ৯ম পদ = $8\sqrt{2}$

$$\therefore \text{ধারাটির ৮র্থ পদ} = ar^{4-1}$$

$$\therefore ar^3 = -2 \text{ (Ans.)}$$

এবং ধারাটির ৯ম পদ = ar^{9-1}

$$\therefore ar^8 = 8\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ) পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.২ এর “গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়” অংশ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬১

গ) ‘ক’ থেকে পাই,

$$ar^8 = 8\sqrt{2}$$

$$\text{এবং } ar^3 = -2$$

$$\therefore \frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = (-\sqrt{2})^5$$

$$\therefore r = -\sqrt{2}$$

অতএব, $a(-\sqrt{2})^3 = -2$ [r এর মান বসিয়ে]

$$\text{বা, } a = \frac{-2}{(-\sqrt{2})^3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{-\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{-\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1\text{ম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ধারাটি } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^2 + \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots\dots\dots \text{ (Ans.)}$$

∴ ধারাটির 1ম 7টি পদের সমষ্টি

$$S_7 = a \frac{1-r^7}{1-r}; r < 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1-(-\sqrt{2})^7}{1+(-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \text{ [লব ও হরকে } (\sqrt{2}-1) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1+8.2-8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2-1)}$$

$$= \frac{15-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{15\sqrt{2}-14}{2} \text{ [লব ও হরকে } \sqrt{2} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{1}{2}(15\sqrt{2}-14) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৬০ স্মৃতি দাশ 2015 সালে জানুয়ারি মাসে 16000 টাকা বেতনে চাকুরিতে যোগদান করলেন। তার বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ প্রতি বছর 5%। প্রতি বছর তার বেতন থেকে 25% ভবিষ্যৎ তহবিল হিসেবে কর্তন করা হয়। তিনি বেতন থেকে বার্ষিক 4% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে বছর শেষে একটি ব্যাংকে 15000 টাকা জমা রাখেন। তিনি 2045 সালের 31 ডিসেম্বর চাকুরি থেকে অবসরে যাবেন। [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. স্মৃতি দাশের মূল বেতন কোন ধারাকে সমর্থন করে? ধারাটি লিখ। ২
খ. ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত তিনি বেতন হিসাবে চাকুরি জীবনে মোট কত টাকা পাবেন। 8
গ. 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফার সাথে তার মোট কত টাকা জমা হবে? 8

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) স্মৃতি দাশের মাসিক বেতন = 16,000 টাকা

$$\therefore \text{স্মৃতি দাশের বার্ষিক বেতন} = (16,000 \times 12) = 1,92,000 \text{ টাকা}$$

স্মৃতি দাশের বার্ষিক বেতন প্রতি বছর 5% বৃদ্ধি পায়।

$$\therefore \text{প্রথম বছর শেষে বা ২য় বছরে তার বার্ষিক বেতন} = 1,92,000 \times 1.05$$

$$\therefore \text{৩য় বছরে তার বার্ষিক বেতন} = 1,92,000 \times (1.05)^2$$

$$8\text{র্থ বছরে তার বার্ষিক বেতন} = 1,92,000 \times (1.05)^3$$

$$\therefore \text{স্মৃতি দাশের প্রতি বছর বেতনের ধারাটি, } 1,92,000 + 1,92,000 \times 1.05 + 1,92,000 \times (1.05)^2 + \dots\dots \text{ (Ans.)}$$

প্রতি বছর বেতন বৃদ্ধির অনুপাত, $r = \frac{1,92,000 \times 1.05}{1,92,000} = 1.05$

∴ স্মৃতি দাশের বেতনের ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা (Ans.)

খ 2015 সালের জানুয়ারি থেকে 2045 সালের ডিসেম্বর পর্যন্ত মোট (2045 - 2015 + 1) বা, 31 বছর

31 বছরে ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত তার বেতন বাবদ প্রাপ্য টাকার পরিমাণ
 $(1,92,000 - 1,92,000 \times 0.25) + (1,92,000 \times 1.05 - 1,92,000 \times 1.05 \times 0.25)$
 $+ \{1,92,000 \times (1.05)^2 - 1,92,000 \times (1.05)^2 \times 0.25\} + \dots$
 $= 1,92,000 (1 - 0.25) + 1,92,000 \times 1.05 (1 - 0.25) + 1,92,000 \times (1.05)^2 (1 - 0.25) + \dots$
 $= (1 - 0.25) \{1,92,000 + 1,92,000 \times 1.05 + 1,92,000 \times (1.05)^2 + \dots\}$
 $= 0.75 \times 1,92,000 (1 + 1.05 + 1.05^2 + \dots)$
 $= 1,44,000 (1 + 1.05 + 1.05^2 + \dots)$
 বন্ধনীর মধ্যে প্রাপ্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1.05}{1} = 1.05$

এবং পদসংখ্যা $n = 31$

∴ 31 বছরে তার প্রাপ্য মোট বেতনের পরিমাণ

$= 1,44,000 \times a \frac{r^n - 1}{r - 1}$ [$r > 1$]

$= 1,44,000 \times 1 \times \frac{(1.05)^{31} - 1}{1.05 - 1}$

$= 1,44,000 \times 70.761$

$= 1,01,89,584$

∴ ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত বেতন হিসাবে চাকুরি জীবনে তিনি মোট 1,01,89,584 টাকা পাবেন। (Ans.)

গ স্মৃতি দাশ বছর শেষে 15,000 হাজার টাকা 4% চক্রবৃদ্ধি সুদে জমা রাখেন।

∴ প্রথম বছর শেষে জমা করা 15,000 টাকা 4% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে

$(31 - 1)$ বা, 30 বছরে সুদে আসলে হবে $= 15,000 (1.04)^{30}$

অনুরূপভাবে, ২য় বছর শেষে জমা করা টাকা $(31 - 2)$ বা 29 বছরে সুদে আসলে হবে $= 15,000 (1.04)^{29}$

অনুরূপভাবে, ৩য় বছর শেষে জমা করা টাকা সুদ আসলে হবে $= 15,000 (1.04)^{28}$

এভাবে, 2045 সালের ডিসেম্বরে জমা করা 15,000 টাকা সুদে আসলে হবে $= 15,000 \times (1.04)^0$

∴ 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফা আসলে তার জমাকৃত টাকার পরিমাণ

$15,000 \times 1.04^{30} + 15,000 \times 1.04^{29} + \dots + 15,000 \times 1.04^0$
 $= 15,000 (1 + 1.04 + 1.04^2 + \dots + 1.04^{30})$

$= 15,000 \times 1 \times \frac{1.04^{31} - 1}{1.04 - 1}$

$= 15,000 \times 59.33$

$= 889950$

∴ 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফার সহিত স্মৃতি দাশের 889950 টাকা জমবে। (Ans.)

প্রশ্ন ৬১ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ৯ম পদ $\frac{1}{8}$ এবং একটি সমান্তর ধারার p তম পদ x , q তম পদ y

[ডা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম // প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম 12টি জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির $p + q - 1$ তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করে এর 15 তম থেকে 25 তম পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম 12টি জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$= 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 24^2$
 $= 1.2^2 + 2^2.2^2 + 3^2.2^2 + \dots + 12^2.2^2$
 $= 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2)$
 $= 2^2 \times \frac{12 \times (12 + 1) (2 \times 12 + 1)}{6}$

[∴ n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$]

খ ধরি,

সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$

সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার p তম পদ $= a + (p - 1)d$

∴ q তম পদ $= a + (q - 1)d$

সুতরাং $a + (p - 1)d = x$ (i)

$a + (q - 1)d = y$ (ii)

বিয়োগ করে, $(p - 1 - q + 1)d = x - y$

বা, $(p - q)d = x - y$

বা, $d = \frac{x - y}{p - q}$

(i) নং সমীকরণে d এর মান বসিয়ে পাই,

$a + \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q} = x$

বা, $a = x - \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q}$

এখন, ধারাটির $(p + q - 1)$ তম পদ

$= a + (p + q - 1 - 1)d$

$= x - \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q} + (p + q - 2) \frac{x - y}{p - q}$

[a ও d এর মান বসিয়ে]

$= \frac{px - qx - px + py + x - y + px - py + qx - qy - 2x + 2y}{p - q}$

$= \frac{y - x + px - qy}{p - q}$

$= \frac{px - qy + y - x}{p - q}$ (Ans.)

গ ধরি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ n তম পদ $= ar^{n-1}$

চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

নবম পদ $= ar^{9-1} = ar^8$

∴ $ar^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (i)

$ar^8 = \frac{1}{8}$ (ii)

(ii) ÷ (i) নং হতে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $r^5 = \frac{1}{8} \times \sqrt{2} = \frac{1}{2^3} \times \sqrt{2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^6} \times \sqrt{2}$

বা, $r^5 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5$

∴ $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$

r এর মান (i) নং এ বসাই,

$ar^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $a \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2}$

∴ $a = 2$

∴ দ্বিতীয় পদ $= ar = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

তৃতীয় পদ $= ar^2 = 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$

$$\therefore \text{ধারাটি} = 2 + \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots$$

এখানে, 15তম পদ থেকে 25তম পদ পর্যন্ত মোট পদ সংখ্যা
 $= (25 - 15 + 1) = 11$ টি

$$\begin{aligned} 15 \text{ তম পদ অর্থাৎ প্রথম পদ} &= ar^{15-1} = ar^{14} \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{14} \\ &= 2 \times \frac{1}{2^7} \\ &= \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} \end{aligned}$$

\therefore 15তম থেকে 25তম পদ পর্যন্ত 11টি পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{a(1-r^{11})}{1-r} \\ &= \frac{\frac{1}{64} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{11} \right\}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \\ &= \frac{\frac{1}{64} \left(1 - \frac{1}{32\sqrt{2}} \right)}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} \\ &= \frac{1}{64} \times \frac{32\sqrt{2}-1}{32\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{32\sqrt{2}-1}{2048(\sqrt{2}-1)} \\ &= \frac{(32\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{2048\{(\sqrt{2})^2-1\}} \\ &= \frac{32 \times 2 + 32\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1}{2048(2-1)} \\ &= \frac{64 + 31\sqrt{2} - 1}{2048} \\ &= \frac{63 + 31\sqrt{2}}{2048} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬২ একটি সমান্তর ধারার p-তম পদ, q-তম পদ এবং r-তম পদ যথাক্রমে x, y, z। অপর একটি ধারা হল $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$

[হিস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. প্রথম 53টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন এর সমষ্টি কত? ২
 খ. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$ 8
 গ. ধারাটির 1ম দশটি ও 1ম বারটি পদের সমষ্টির পার্থক্য নির্ণয় কর। 8

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{প্রথম } n \text{ তম স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি} &= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \\ \therefore \text{প্রথম 53টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি} &= \left\{ \frac{53(53+1)}{2} \right\}^2 \\ &= (53 \times 27)^2 \\ &= 2047761 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ সৃজনশীল 8৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ প্রদত্ত ধারাটি, $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$
 $= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \dots$
 $= \log 3 + 2 \log 3 + 3 \log 3 + \dots$
 $= \log 3 (1 + 2 + 3 + \dots)$

\therefore ধারাটির প্রথম 12টি এবং 10টি পদের সমষ্টির পার্থক্য

$$\begin{aligned} &= \left\{ \frac{12(12+1)}{2} - \frac{10(10+1)}{2} \right\} \log 3 \\ &= \left(\frac{12 \times 13 - 10 \times 11}{2} \right) \log 3 \\ &= \left(\frac{156 - 110}{2} \right) \log 3 = 23 \log 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬৩ কোনো একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং ধারাটির পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ -27 ।

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. উপরের তথ্যগুলোর দুইটি সমীকরণের এবং মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় কর। 8
 গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে, n-তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পঞ্চম (n=5) পদ} &= ar^{5-1} = ar^4 \\ \text{এবং অষ্টম (n=8) পদ} &= ar^{8-1} = ar^7 \end{aligned}$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^4 = 3\sqrt{3} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\therefore ar^7 = -27 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

খ (ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{ar^7}{ar^4} = \frac{-27}{3\sqrt{3}}$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3} = (-\sqrt{3})^3$$

$$\therefore r = -\sqrt{3}$$

(i) নং সমীকরণে r এর মান বসিয়ে,

$$a(-\sqrt{3})^4 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a \cdot 9 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির দশম (n=10) পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (-\sqrt{3})^9$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3})^9$$

$$= -(\sqrt{3})^8 = -81 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{3} < 1$

\therefore গুণোত্তর ধারাটি: $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3}) + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3})^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} - 3 + \dots$$

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} S_8 &= \frac{a(1-r^8)}{1-r} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \{1 - (-\sqrt{3})^8\}}{1 - (-\sqrt{3})} \\ &= \frac{1-81}{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})} \\ &= \frac{-80}{(3+\sqrt{3})} \\ &= \frac{-80(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \\ &= \frac{-80(3-\sqrt{3})}{3^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{-80(3-\sqrt{3})}{6} = \frac{40}{3}(\sqrt{3}-3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬৪ (i) $\frac{1}{\sqrt{7}} - 1 + \sqrt{7} \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) একটি সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{3n^2 + 5n}{2}$

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷/ প্রশ্ন নং ২]

- ক. সমান্তর ধারাটির 1ম 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. গুণোত্তর ধারাটির কোন পদের মান $2401\sqrt{7}$, তা নির্ণয় কর। 8

গ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর। 8

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{3n^2 + 5n}{2}$$

$$\therefore \text{প্রথম 5টি পদের সমষ্টি} = \frac{3 \times 5^2 + 5 \times 5}{2}$$

$$= \frac{75 + 25}{2}$$

$$= 50$$

খ. গুণোত্তর ধারাটি, $\frac{1}{\sqrt{7}} - 1 + \sqrt{7} + \dots$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\sqrt{7}} = -\sqrt{7}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\text{ধরি, } n \text{ তম পদ} = 2401\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } ar^{n-1} = 2401\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{7}} (-\sqrt{7})^{n-1} = 2401\sqrt{7}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{7})^{n-1} = 2401 \times 7$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{7})^{n-1} = (-\sqrt{7})^{10}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

$$\therefore 11 \text{ তম পদ } 2401\sqrt{7} \text{ (Ans.)}$$

গ. সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$

$n = 1, 2, 3, \dots$ বসিয়ে পাই,

$$S_1 = 1 \text{ ম পদের সমষ্টি} = \frac{3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1}{2} = 4$$

$$S_2 = 2 \text{ ম পদের সমষ্টি} = \frac{3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2}{2} = 11$$

$$S_3 = 3 \text{ ম পদের সমষ্টি} = \frac{3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3}{2} = 21$$

$$S_4 = 4 \text{ ম পদের সমষ্টি} = \frac{3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4}{2} = 34$$

$$\therefore 1 \text{ ম পদ} = S_1 = 4$$

$$2 \text{ য় পদ} = S_2 - S_1 = 11 - 4 = 7$$

$$3 \text{ য় পদ} = S_3 - S_2 = 21 - 11 = 10$$

$$4 \text{ র্থ পদ} = S_4 - S_3 = 34 - 21 = 13$$

সুতরাং, ধারাটি $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

এখানে,

$$1 \text{ ম পদ, } a = 4$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 7 - 4 = 3$$

আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার } r \text{-তম পদ} = a + (r - 1)d$$

$$\text{সুতরাং } 12 \text{ তম পদ} = 4 + (12 - 1)3$$

$$= 4 + 11 \times 3$$

$$= 37 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৬৫ $m = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ আবার একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং

$$\text{দশম পদ } \frac{8\sqrt{2}}{81}$$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a \text{ \& } b = 3 \text{ \& } 4$ এবং $b \text{ \& } c = 5 \text{ \& } 7$ হলে, $a \text{ \& } b \text{ \& } c$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - \frac{2m}{x} + 1 = 0$. 8

গ. দেখাও যে, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি $\frac{65}{54}(\sqrt{3} + \sqrt{2})8$

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$a \text{ \& } b = 3 \text{ \& } 4$$

$$= 3 \times 5 \text{ \& } 4 \times 5$$

$$= 15 \text{ \& } 20$$

$$\text{এবং } b \text{ \& } c = 5 \text{ \& } 7$$

$$= 5 \times 4 \text{ \& } 7 \times 4$$

$$= 20 \text{ \& } 28$$

$$\therefore a \text{ \& } b \text{ \& } c = 15 \text{ \& } 20 \text{ \& } 28 \text{ (Ans.)}$$

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ ৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১১

গ. সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$$\text{অতঃপর, ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি} = a \frac{1-r^8}{1-r}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1 - \frac{16}{81}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{81 - 16}{81} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{65}{81} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)$$

$$= \frac{65 \times 3}{2 \times 81(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{65}{54} \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{65}{54} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৬৬ একজন দৌড়বিদ প্রথম দিন 1000 মিটার দৌড়াল এবং পরের দিন থেকে সে আগের চেয়ে 100 মিটার বেশি দূরত্ব অতিক্রম করার সিদ্ধান্ত নিলেন।

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমাধান কর : $(\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$ ২

খ. কততম দিনে সে 10,000 মিটার দৌড়াবে? 8

গ. পরের দিন থেকে 100 মিটার বেশি না দৌড়ে সে যদি আগের দিনের অতিক্রান্ত দূরত্বের 10% বেশি করে দৌড়ানোর সিদ্ধান্ত নেয় তবে 10 দিনে সে মোট কত কি.মি. দৌড়াবে? 8

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক. } (\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$$

$$\text{হয় } \sqrt{2}x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}x = -3$$

$$\therefore x = \frac{-3}{\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{অথবা, } \sqrt{3}x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}x = 2$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

খ অতিক্রান্ত দূরত্বকে নিচে একটি ধারার সাহায্যে প্রকাশ করা হলো:

$$1000 + (1000 + 100) + (1000 + 100 + 100) + \dots$$

$$= 1000 + 1100 + 1200 + \dots$$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1000$

সাধারণ অন্তর, $d = 1100 - 1000 = 100$

∴ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, n -তম দিনে সে 10000 মিটার দৌড়াবে।

আমরা জানি, n -তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ $a + (n - 1)d = 10000$

বা, $1000 + (n - 1)100 = 10,000$

বা, $(n - 1)100 = 9000$

বা, $n - 1 = 90$

∴ $n = 91$

∴ 91-তম দিনে সে 10,000 মিটার দৌড়াবে। (Ans.)

গ প্রথম দিনে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 1000$ মিটার

দ্বিতীয় দিনে 10% বেশি অতিক্রম করলে দ্বিতীয় দিনে অতিক্রান্ত দূরত্ব

$= (1000 + 1000 \text{ এর } 10\%)$ মিটার

$= \left(1000 + 1000 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার

$= (1000 + 100)$ মিটার $= 1100$ মিটার

আবার, তৃতীয় দিনে আগের দিনের চেয়ে 10% বেশি অতিক্রম করলে তৃতীয় দিনে

অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (1100 + 1100 \text{ এর } 10\%)$ মিটার

$= \left(1100 + 1100 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার

$= (1100 + 110)$ মিটার

$= 1210$ মিটার

এক্ষেত্রে, অ্যাথলেটের অতিক্রান্ত দূরত্বের ধারাটি হবে নিম্নরূপ:

$1000 + 1100 + 1210 + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1000$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1100}{1000} = \frac{11}{10} > 1$

∴ ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

এখানে, 10 দিনে অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।

অর্থাৎ $n = 10$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, যখন $r > 1$

সুতরাং ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{1000 \left\{ \left(\frac{11}{10}\right)^{10} - 1 \right\}}{\frac{11}{10} - 1}$

$= 15937.425$

∴ 10 দিনে সে মোট 15937.425 মিটার বা, 15.94 কি.মি. দৌড়াবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬৭ একটি গুণোত্তর ধারার 5-তম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং 10 পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

[সেন্ট প্লাসিডিস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম // প্রশ্ন নং ৩]

ক. তথ্যটির উপযুক্ত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম পদ বের কর। ৪

গ. ধারাটি তৈরি করে প্রথম 16 টি পদের সমষ্টি বের কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক + খ সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

১ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

∴ ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + \dots$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \dots \dots \dots \text{(Ans.)}$$

∴ ধারাটির প্রথম 16টি পদের সমষ্টি $= a \cdot \frac{1 - r^{16}}{1 - r}$ [$r < 1$]

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{16}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1 - \frac{256}{6561}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{6561 - 256}{6561}$$

$$= \frac{3}{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \times \frac{6305}{6561}$$

$$= \frac{6305}{4374} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৮ $2x + 5y = -14$

$$4x - 5y = 17$$

কোনো ধারার p তম পদ $3p - 1$, যেখানে $p \in \mathbb{I}$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ৩]

ক. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণ জোড়টির সমাধান আড়াগুণন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর। ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর। অতঃপর নতুন ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৩৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ প্রদত্ত সমীকরণ জোড়:

$$2x + 5y = -14$$

$$4x - 5y = 17$$

$$\text{অর্থাৎ } 2x + 5y + 14 = 0$$

$$4x - 5y - 17 = 0$$

আড়াগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{5(-17) - 14(-5)} = \frac{y}{14 \times 4 - 2(-17)} = \frac{1}{2(-5) - 4 \times 5}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-85 + 70} = \frac{y}{56 + 34} = \frac{1}{-10 - 20}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15} = \frac{y}{90} = \frac{1}{-30}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{x}{-15} = \frac{1}{-30} \quad \text{এবং } \frac{y}{90} = \frac{1}{-30}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \quad \therefore y = -3$$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, -3\right)$

গ সমান্তর ধারার p তম পদ বা সাধারণ পদ, $3p - 1$ যেখানে $P \in \mathbb{I}$

∴ ১ম পদ $= 3 \times 1 - 1 = 2$

২য় পদ $= 3 \times 2 - 1 = 5$

৩য় পদ $= 3 \times 3 - 1 = 8$

৪র্থ পদ $= 3 \times 4 - 1 = 11$

∴ নির্ণেয় ধারা: $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5 = 5 - 2 = 3$

∴ নতুন ধারার প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নতুন গুণোত্তর ধারা: } & a + ar + ar^2 + \dots \\ & = 2 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + \dots \\ & = 2 + 6 + 18 + \dots \end{aligned}$$

এখানে সাধারণ অনুপাত, $r = 3 > 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রথম চারটি পদের সমষ্টি, } S &= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \\ &= \frac{2(3^4 - 1)}{3 - 1} \\ &= \frac{2(81 - 1)}{2} \\ &= 80 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬৯ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560।

[সরকারি অঙ্গগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট 1/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
গ. ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 320 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। 8

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক + খ সৃজনশীল ৩৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$$\text{অতঃপর, প্রথম 10 পদের সমষ্টি} = \frac{10}{2} \{2(-10) + (10-1)4\} = 80 \text{ (Ans.)}$$

গ প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 320$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2(-10) + (n-1)4\} = 320 \quad [\square a = -10 \text{ এবং } d = 4]$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (-20 + 4n - 4) = 320$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 4(n-6) = 320$$

$$\text{বা, } n^2 - 6n = 160$$

$$\text{বা, } n^2 - 6n - 160 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 16n + 10n - 160 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-16) + 10(n-16) = 0$$

$$\text{বা, } (n-16)(n+10) = 0$$

$$\text{বা, } n-16 = 0 \quad [n \neq -10, \text{ কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না}]$$

$$\therefore n = 16 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭০ $4 + x + y + z + 1024$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং অপর একটি সমান্তর ধারার 1ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং 1ম 20 পদের সমষ্টি 610।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১৩

[ব্লু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট 1/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে দেখাও যে, $xyz = 1$ ২
খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত গুণোত্তর ধারাটি হতে x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। 8
গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। 8

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$a^x = b, b^y = c, c^z = a$$

$$\text{এখন, } c^z = a$$

$$\text{বা, } (b^y)^z = a \quad [\because b^y = c]$$

$$\text{বা, } b^{yz} = a$$

$$\text{বা, } (a^x)^{yz} = a \quad [\because a^x = b]$$

$$\text{বা, } a^{xyz} = a^1$$

$$\therefore xyz = 1; [a^x = a^y \text{ হলে } x = y \text{ যখন } a > 0, a \neq 1] \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $4 + x + y + z + 1024$ গুণোত্তর ধারা।

$$\text{ধরি, ধারাটির প্রথম পদ } a = 4$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত } = r$$

$$\therefore \text{পঞ্চম পদ } ar^{5-1} = 1024$$

$$\text{বা, } 4r^4 = 1024$$

$$\text{বা, } r^4 = 256$$

$$\text{বা, } r^4 = (\pm 4)^4$$

$$\therefore r = \pm 4$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ, } x = 4(\pm 4)^{2-1} = \pm 16$$

$$\text{তৃতীয় পদ, } y = 4(\pm 4)^{3-1} = 64$$

$$\text{এবং চতুর্থ পদ, } z = 4(\pm 4)^{4-1} = \pm 256$$

$$\therefore x, y \text{ ও } z \text{ এর মান যথাক্রমে } \pm 16, 64 \text{ ও } \pm 256 \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭১ $5 + p + q + 320 + \dots$ একটি ধারা।

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর 1/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $23 + 26 + 29 + \dots + 83$ ধারাটির পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটি গুণোত্তর হলে, p ও q এর মান নির্ণয় করে ধারাটি নির্ণয় কর। 8
গ. ধারাটি সমান্তর হলে, এর প্রথম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা: $23 + 26 + 29 + \dots + 83$

$$\text{প্রথম পদ, } a = 23$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 26 - 23 = 3$$

$$\text{ধরি, ধারাটির } n\text{-তম পদ} = 83$$

$$\therefore a + (n-1)d = 83$$

$$\text{বা, } 23 + (n-1) \cdot 3 = 83$$

$$\text{বা, } (n-1) \cdot 3 = 83 - 23$$

$$\text{বা, } n-1 = \frac{60}{3}$$

$$\text{বা, } n-1 = 20$$

$$\therefore n = 21$$

$$\therefore \text{ধারাটির পদসংখ্যা } 21. \text{ (Ans.)}$$

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা: $5 + p + q + 320 + \dots$

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ, } a = 5$$

$$\text{ধরি, সাধারণ অনুপাত } = r$$

$$\text{আমরা জানি,}$$

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n\text{-তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore 4 \text{ তম পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\therefore ar^3 = 320$$

$$\text{বা, } 5 \cdot r^3 = 320$$

$$\text{বা, } r^3 = 64$$

$$\text{বা, } r^3 = 4^3$$

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ} = p = ar^{2-1} = 5 \times 4 = 20$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = q = ar^{3-1} = 5 \times 4^2 = 80$$

$$\therefore \text{ধারাটি: } 5 + 20 + 80 + 320 + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ প্রদত্ত ধারা, $5 + p + q + 320 + \dots$

$$\text{ধারাটি সমান্তর হওয়ায়, প্রথম পদ, } a = 5$$

$$\text{ধরি, সাধারণ অন্তর} = d$$

$$\text{আমরা জানি,}$$

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore 4 \text{ তম পদ} = a + (4-1)d$$

$$\text{বা, } 320 = a + 3d$$

$$\text{বা, } 320 = 5 + 3d$$

$$\text{বা, } 3d = 315$$

$$\therefore d = 105$$

$$\text{আমরা জানি,}$$

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} \therefore 12\text{টি পদের সমষ্টি } S_{12} &= \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} \\ &= 6\{2.5 + 11.105\} \\ &= 6\{10 + 1155\} \\ &= 6 \times 1165 \\ &= 6990 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৭২ (i) 1, 2, 3, 4, n ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা।

(ii) $a + 1 + b - 5 - \dots$ একটি সমান্তর ধারার n সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি - 95.

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. অনুক্রম কী? ২
- খ. (i) হতে দেখাও যে, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি
- $$= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \quad 8$$
- গ. (ii) হতে n এর মান নির্ণয় কর। 8

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. অনুক্রম: যদি কতগুলো রাশি একটি বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে সম্পর্কিত থাকে, তবে সেই সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৩.২ এর 'প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়' অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৫৮

গ. (ii) নং উদ্দীপক অনুসারে,

$a + 1 + b - 5 - \dots$ সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি - 95

সমান্তর ধারা বলে,

$$b - 1 = -5 - b$$

$$\text{বা, } 2b = -5 + 1$$

$$\therefore b = -2$$

$$\therefore \text{সাধারণ অন্তর, } d = b - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$\text{আবার, } d = 1 - a$$

$$\text{বা, } -3 = 1 - a$$

$$\text{বা, } a = 4$$

$$\therefore \text{ধারাটি } 4 + 1 - 2 - 5 \dots$$

ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি হবে

$$\frac{n}{2} \{2 \times 4 + (n-1) \times (-3)\}$$

$$= \frac{n}{2} (8 - 3n + 3)$$

$$= \frac{n}{2} (11 - 3n)$$

শর্তমতে,

$$\frac{n}{2} (11 - 3n) = -95$$

$$\text{বা } 11n - 3n^2 = -190$$

$$\text{বা, } 3n^2 - 11n - 190 = 0$$

$$\text{বা, } 3n^2 - 30n + 19n - 190 = 0$$

$$\text{বা, } 3n(n-10) + 19(n-10) = 0$$

$$\text{বা, } (n-10)(3n+19) = 0$$

n ঋণাত্মক হতে পারে না বলে, $3n + 19 \neq 0$

$$\therefore n - 10 = 0$$

$$\text{বা, } n = 10$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭৩ একটি সমান্তর ধারার 12তম পদ 77 এবং 19 তম পদ 91।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল ৷ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$ সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটি নির্ণয় করে 15তম পদ নির্ণয় কর। 8
- গ. ধারাটির শেষ পদ 149 হলে, সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x-2+1}{x-1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{x-1} = 2$$

$$\text{বা, } 1 = 2$$

কিন্তু এটি সম্ভব নয়।

সুতরাং, প্রদত্ত সমীকরণের কোনো সমাধান নেই।

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট: } S = \emptyset$$

খ. মনে করি,

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ} = a$$

$$\text{সাধারণ অন্তর} = d$$

$$\therefore 12\text{তম পদ} = a + (12-1)d$$

$$= a + 11d$$

$$\text{এবং } 19\text{তম পদ} = a + (19-1)d = a + 18d$$

শর্তমতে,

$$a + 11d = 77 \dots\dots\dots(i)$$

$$a + 18d = 91 \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$a + 18d = 91$$

$$a + 11d = 77$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 7d = 14 \end{array}$$

$$\therefore d = 2$$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$a + 11 \times 2 = 77$$

$$\text{বা, } a + 22 = 77$$

$$\therefore a = 55$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমান্তর ধারা: } a + (a+d) + (a+2d) + \dots$$

$$= 55 + (55+2) + (55+4) + \dots$$

$$= 55 + 57 + 59 + \dots \text{ (Ans.)}$$

$$15\text{তম পদ} = a + (15-1)d$$

$$= 55 + 14 \times 2 = 83 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে পাই,

$$\text{প্রথম পদ, } a = 55$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 2$$

$$\text{ধরি, শেষ পদ} = n\text{তম পদ}$$

$$\therefore n\text{তম পদ} = 55 + (n-1)2$$

$$= 55 + 2n - 2 = 2n + 53$$

$$\text{শর্তমতে } 2n + 53 = 149$$

$$\text{বা, } 2n = 96$$

$$\therefore n = 48$$

$$\therefore \text{ধারাটির পদ সংখ্যা, } n = 48$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } s = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{48}{2} \{2 \times 55 + (48-1)2\}$$

$$= 24\{110 + 94\}$$

$$= 4896 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭৪ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ, l তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2 ।

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ধারাটির $(l+k)$ তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, ধারাটির প্রথম $(l+k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{l+k}{2}$

$$(l^2 + k^2 + l + k) \quad 8$$

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে,

$$l \text{ তম পদ} = a + (l - 1)d$$

$$\text{এবং } k \text{ তম পদ} = a + (k - 1)d.$$

প্রশ্নমতে,

$$a + (l - 1)d = l^2 \dots \dots (i)$$

$$a + (k - 1)d = k^2 \dots \dots (ii) \text{ (Ans.)}$$

খ (i) নং থেকে (ii) বিয়োগ করে

$$a + (l - 1)d - a - (k - 1)d = l^2 - k^2$$

$$\text{বা, } d(l - 1 - k + 1) = l^2 - k^2$$

$$\text{বা, } d(l - k) = (l + k)(l - k)$$

$$\therefore d = l + k.$$

\therefore ধারাটির $(l + k)$ তম পদ

$$= a + (l + k - 1)d$$

$$= a + (l - 1)d + kd$$

$$= l^2 + k(l + k)$$

$$= l^2 + lk + k^2. \text{ (Ans.)}$$

গ (i) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,

$$a + (l - 1)(l + k) = l^2$$

$$\text{বা, } a + l^2 + lk - l - k = l^2$$

$$\therefore a = l + k - lk$$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$s = \frac{n}{2}(a + p)$$

যেখানে p শেষপদ।

\therefore প্রদত্ত ধারাটির প্রথম $(l + k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$= \frac{l+k}{2} \{a + (l+k) \text{ তম পদ}\}$$

$$= \frac{l+k}{2} \{a + l^2 + lk + k^2\} \text{ [‘খ’ থেকে পাই]}$$

$$= \frac{l+k}{2} \{l + k - lk + l^2 + lk + k^2\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{l+k}{2} (l^2 + k^2 + l + k) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন▶৭৫ (i) $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$

(ii) $7 + 12 + 17 + \dots$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[শহীদ পুলিশ স্মৃতি কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. (i) নং হতে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২

খ. ‘ক’ হতে প্রমাণ কর যে, $a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$. ৪

গ. (ii) নং ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা তৈরি করে ১ম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ (ii) নং ধারাটি $7 + 12 + 17 + \dots$

$$১ম পদ, a = 7$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 12 - 7 = 5$$

সুতরাং, গুণোত্তর ধারার, ১ম পদ, $a = 7$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 5$$

গুণোত্তর ধারার ১ম ১০টি পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{7(5^{10} - 1)}{5 - 1}$$

$$= \frac{7}{4}(5^{10} - 1)$$

$$= 17089842 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন▶৭৬ (i) $\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 + \sqrt{5} \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q এবং q তম পদ p ।

[বাড্ডা আলাতুল্লাহা উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির কোন পদ $625\sqrt{5}$? ৪

গ. সমান্তর ধারাটির $p + q - 1$ তম পদ কত? ৪

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৫৩

খ সৃজনশীল ২৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৪০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন▶৭৭ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[এ কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? ২

খ. ধারাটির ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতের বিপরীত সংখ্যাকে সাধারণ অন্তর ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির ৩০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা,

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{3} \div 1 = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ সৃজনশীল ৪৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, $a = 1$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় ধারার সাধারণ অন্তর, } d = \frac{1}{1} = 3$$

\therefore নির্ণেয় ধারার প্রথম পদ, $a = 1$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = a + d = 1 + 3 = 4$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = a + 2d = 1 + 6 = 7$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = a + 3d = 1 + 9 = 10$$

\therefore নির্ণেয় সমান্তর ধারা: $1 + 4 + 7 + 10 + \dots$ (Ans.)

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

\therefore ধারাটির প্রথম ৩০টি পদের সমষ্টি,

$$S_{30} = \frac{30}{2} \{2 \times 1 + (30 - 1)3\}$$

$$= 15 \{2 + 87\}$$

$$= 1335 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন▶৭৮ একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ ৩ এবং সাধারণ অন্তর ৪। আবার, একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ -27 ।

[এস এম মডেল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $5 + b + 17$ সমান্তর ধারাভুক্ত হলে, b এর মান বের কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি ১৮৩০ হলে, n এর মান বের কর। ৪

গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির ১২ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটি সমান্তর হওয়ায় সাধারণ অন্তর একই থাকবে।

$$\therefore \text{ সাধারণ অন্তর} = b - 5 = 17 - b$$

$$\text{বা, } b + b = 17 + 5$$

$$\text{বা, } 2b = 22$$

$$\text{বা, } b = \frac{22}{2}$$

$$\therefore b = 11 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 4$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 1830 = \frac{n}{2} \{2 \times 3 + (n-1)4\}$$

$$\text{বা, } n(6 + 4n - 4) = 3660$$

$$\text{বা, } 4n^2 + 2n - 3660 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 + n - 1830 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 + 61n - 60n - 1830 = 0$$

$$\text{বা, } n(2n + 61) - 30(2n + 61) = 0$$

$$\text{বা, } (2n + 61)(n - 30) = 0$$

$$\therefore n = 30, -\frac{61}{2}$$

যেহেতু পদের সংখ্যা ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\text{সুতরাং } n \neq -\frac{61}{2}$$

$$\therefore n = 30 \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ৬৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, গুণোত্তর ধারাটির 12 তম পদ,

$$ar^{12-1} = ar^{11}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3})^{11}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^{11}$$

$$= -(\sqrt{3})^{10}$$

$$= -\{(\sqrt{3})^2\}^5$$

$$= -3^5$$

$$= -243 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭৯ $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর।

২

খ. ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি -253 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. ধারাটির 1ম পদকে 1ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে গঠিত

8

গুণোত্তর ধারার 1ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

প্রথম পদ, $a = 11$

সাধারণ অন্তর, $d = -2$

এখন,

$$n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{ধারাটির 15 তম পদ} = 11 + (15-1) \times (-2)$$

$$= 11 + 14(-2)$$

$$= 11 - 28$$

$$= -17 \text{ (Ans.)}$$

খ আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{n}{2} \{2 \cdot 11 + (n-1)(-2)\} = -253$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{22 - 2n + 2\} = -253$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (24 - 2n) = -253$$

$$\text{বা, } n(12 - n) = -253$$

$$\text{বা, } 12n - n^2 + 253 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 12n - 253 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 23n + 11n - 253 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-23) + 11(n-23) = 0$$

$$\text{বা, } (n-23)(n+11) = 0$$

$$\therefore n-23 = 0 \text{ অথবা, } n+11 = 0$$

$$\therefore n = 23 \quad \therefore n = -11$$

$$\therefore n \text{ এর মান } 23।$$

$n = -11$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। (Ans.)

গ শর্তানুসারে,

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 11$

সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

\therefore গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{11\{1-(-2)^{10}\}}{1-(-2)}$$

$$= \frac{11\{1-1024\}}{1+2}$$

$$= \frac{11 \times (-1023)}{3}$$

$$= -3751 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন } \textcircled{৮০} \frac{1}{\sqrt{5}} - 1 + \sqrt{5} \dots$$

[কলেজিয়েট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, নীলফামারী ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির 6 তম পদ কত?

২

খ. ধারাটির কোন পদ -625

8

গ. ধারাটির n পদের সমষ্টি $\frac{-624}{5+\sqrt{5}}$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

8

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 6 তম পদ} = \frac{1}{\sqrt{5}} (-\sqrt{5})^{6-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (-\sqrt{5})^5$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (-25\sqrt{5})$$

$$= -25 \text{ (Ans.)}$$

খ মনে করি,

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = -625$$

$$\text{বা, } ar^{n-1} = -625$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{5}} (-\sqrt{5})^{n-1} = -625$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{5})^{n-1} = -625\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{5})^{n-1} = (-\sqrt{5})^9$$

$$\text{বা, } n-1 = 9$$

$$\text{বা, } n = 10$$

$$\text{সুতরাং 10 তম পদ} = -625 \text{ (Ans.)}$$

গ ধারাটির n পদের সমষ্টি $= \frac{-624}{5+\sqrt{5}}$

$$\text{বা, } \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{-624}{5+\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{\{1 - (-\sqrt{5})^n\}}{1 - (-\sqrt{5})} &= \frac{-624}{5 + \sqrt{5}} \\ \text{বা, } \frac{1 - (-\sqrt{5})^n}{\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})} &= \frac{-624}{5 + \sqrt{5}} \\ \text{বা, } 1 - (-\sqrt{5})^n &= -624 \\ \text{বা, } -(-\sqrt{5})^n &= -624 - 1 \\ \text{বা, } (-\sqrt{5})^n &= 625 \\ \text{বা, } (-\sqrt{5})^n &= (-\sqrt{5})^8 \\ \text{বা, } n &= 8 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ চ-১ $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং

$$P = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}}; Q = \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}} \quad \leftarrow \text{সম্বন্ধিত অধ্যায় ৪, ১১ ও ১৩}$$

[কুমিল্লা হাই স্কুল, কুমিল্লা ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $a \div b = b \div c$ হলে, দেখাও যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$ ২
- খ. ধারাটির কোন পদ $27\sqrt{3}$? ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $P \div Q = \frac{1}{4}$ ৪

৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$$

$$\text{ধরি, ধারাটির } n \text{ তম পদ} = 27\sqrt{3}$$

$$\therefore ar^{n-1} = 27\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} (-\sqrt{3})^{n-1} = 27\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{3})^{n-1} = 81$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{3})^{n-1} = (-\sqrt{3})^8$$

$$\therefore n-1 = 8$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 9 \text{ তম পদ } 27\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$P = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \text{ এবং}$$

$$Q = \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}}$$

$$\therefore P \div Q = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}}$$

$$= \frac{2^{m+1}}{2^{m^2-m}} \times \frac{2^{m^2-1}}{(2^2)^{m-1}}$$

$$= \frac{2^{m+1}}{2^{m^2-m}} \times \frac{2^{m^2-1}}{2^{2m-2}}$$

$$= 2^{m+1-m^2+m} \times 2^{m^2-1-2m-2}$$

$$= 2^{2m+1-m^2+m^2-3-2m}$$

$$= 2^{-2}$$

$$\therefore P \div Q = \frac{1}{4} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ চ-২ একটি সমান্তর ধারার সপ্তম পদ ৩৪ এবং ১৫ তম পদ ৭৪ এবং অপর একটি

$$\text{গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ } \frac{2}{3\sqrt{2}} \text{ এবং দশম পদ } \frac{8\sqrt{2}}{84}$$

[বুড়িচং আনন্দ পাইলট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 30^2 =$ কত? ২

খ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 30^2$
 $= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + \dots + (2.15)^2$
 $= 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2) \dots \dots (i)$

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2 = \frac{15(15+1)(2.15+1)}{6}$$

$$= \frac{15.16.31}{6}$$

$$= 1240$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমষ্টি} = 2^2 \times 1240 = 4960 \text{ (Ans.)}$$

খ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ

$$= a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{সপ্তম পদ} = a + (7-1)d = a + 6d$$

$$\text{এবং } 15 \text{ তম পদ} = a + (15-1)d = a + 14d$$

প্রশ্নমতে,

$$a + 14d = 74 \dots \dots (i)$$

$$a + 6d = 34 \dots \dots (ii)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 8d = 40 \end{array}$$

$$\text{বা, } d = \frac{40}{8} = 5$$

(i) নং সমীকরণে $d = 5$ বসিয়ে,

$$a + 14.5 = 74$$

$$\text{বা, } a + 70 = 74$$

$$\therefore a = 4 = \text{প্রথম পদ}$$

\therefore সমান্তর ধারাটি নিরূপ:

$$4 + 9 + 14 + 19 + 24 + 29 + 34 + \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

গ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত r

আমরা জানি,

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির চতুর্থ পদ} = ar^{4-1} = ar^3$$

$$\text{এবং দশম পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{84} \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } ar^3 = \frac{2}{3\sqrt{2}} \dots \dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণকে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{84} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{বা, } r^6 = \frac{2}{7} \dots \dots (iii)$$

$$\text{বা, } (r^6)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore r^3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

(ii) নং সমীকরণে r^3 এর মান বসিয়ে,

$$a \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore \text{গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ} = ar^{7-1}$$

$$= ar^6$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{3} \times \frac{2}{7} \quad \text{[(iii) থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{2}{3\sqrt{7}} \quad \text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ চ৩ একটি সমান্তর ধারার 15 তম পদ 73 এবং 20 তম পদ 98। অপর একটি

$$\text{গুণোত্তর ধারা } \sqrt{2} + x + y + z + \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{।}$$

[বান্দরবান ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বান্দরবান ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমান্তর ধারাটির ১ম পদ a ও সাধারণ অন্তর d ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।

২

খ. সমান্তর ধারাটির 25 তম পদ নির্ণয় কর।

8

গ. x, y ও z এর মান নির্ণয় কর।

8

চ৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনেকরি,

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ} = a$$

$$\text{এবং সাধারণ অন্তর} = d$$

$$\therefore \text{ধারাটির 15 তম পদ, } a + (15 - 1)d = 73$$

$$\therefore a + 14d = 73 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং ধারাটির 20 তম পদ, } a + (20 - 1)d = 98$$

$$\therefore a + 19d = 98 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$a + 14d = 73 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$a + 19d = 98 \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$19d - 14d = 98 - 73$$

$$\text{বা, } 5d = 25$$

$$\therefore d = 5$$

(i) নং থেকে,

$$a + 14 \times 5 = 73$$

$$\therefore a = 73 - 70 = 3$$

$$\therefore \text{ধারাটির 25 তম পদ} = a + (25 - 1)d$$

$$= 3 + 24 \times 5$$

$$= 123 \quad \text{(Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারা, $\sqrt{2} + x + y + z + \frac{1}{2\sqrt{2}}$

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \sqrt{2}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির পঞ্চম পদ} = ar^{5-1}$$

$$\text{SSC গণিত মেইড ইজি}$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)^4$$

$$= \frac{x^4}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{x^4}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } x^4 = 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{৩য় পদ, } y = ar^{3-1}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{৪র্থ পদ, } z = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{4-1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\therefore x, y \text{ ও } z \text{ এর মান যথাক্রমে } 1, \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ও } \frac{1}{2} \quad \text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ চ৪ (i) a, b, c ত্রমিক সমানুপাতী।

$$\text{(ii) } 3 + 6 + 9 + 12 + \dots \dots \dots$$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১১ ও ১৩

[কানাইঘাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. (i) নং এর সাহায্যে দেখাও যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$

গ. (ii) নং এ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630 হলে n এর মান নির্ণয় কর।

8

চ৪ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক } 2^x + 2^{1-x} = 3$$

$$\text{বা, } 2^x + \frac{2^1}{2^x} = 3$$

$$\text{বা, } a + \frac{2}{a} = 3 \quad [2^x = a \text{ ধরে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 2}{a} = 3$$

$$\text{বা, } a^2 + 2 = 3a$$

$$\text{বা, } a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - 2a - a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$$

$$\text{বা, } (a - 2)(a - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } a - 2 = 0 \quad \text{অথবা, } a - 1 = 0$$

$$\text{বা, } a = 2 \quad \text{বা, } a = 1$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^1 \quad \text{বা, } 2^x = 2^0 \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore x = 0;$$

$$\therefore x = 0, 1 \quad \text{(Ans.)}$$

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল-১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ সৃজনশীল চ(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৫ (i) $7 + p + q + s + 16807 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

$$\text{(ii) } 7 + 12 + 17 + 22 + \dots \dots \dots$$

[ন্যাচারেল গ্যাস ফার্টলাইজার ফ্যাক্টরি স্কুল, সিলেট ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় করো।

২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1090 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

8

চ৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৭নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৬ একটি সমান্তর ধারার 7 তম পদ 34 এবং 13 তম পদ 64 আবার একটি

গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ 96 এবং দশম পদ 1536।

[সরকারি এস সি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ ৷/ প্রশ্ন নং ৩]

$$\text{ক. } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots \dots \dots + 12^2 = \text{কত?}$$

২

খ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর।

8

গ. গুণোত্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 3069 হলে n এর মান নির্ণয় কর।

8

চ৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots \dots \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{সুতরাং, } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots \dots \dots + 12^2 = \frac{12(12+1)(24+1)}{6}$$

= 650 (Ans.)

খ আমরা জানি,

কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ a

সাধারণ অন্তর d হলে,

$$n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 7 \text{ তম পদ} = a + (7 - 1)d = 34$$

$$\text{বা, } a + 6d = 34 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } 13 \text{ তম পদ} = a + (13 - 1)d = 64$$

$$\text{বা, } a + 12d = 64 \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) - (i) হতে পাই,

$$6d = 30$$

$$\therefore d = 5$$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a + 6 \times 5 = 34$$

$$\text{বা, } a = 34 - 30 = 4$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 1 \text{ম পদ, } a = 4$$

$$2 \text{য় পদ, } a + d = 4 + 5 = 9$$

$$3 \text{য় পদ, } a + 2d = 4 + 10 = 14$$

$$8 \text{র্থ পদ, } a + 3d = 4 + 15 = 19$$

$$\therefore \text{ধারাটি, } 4 + 9 + 14 + 19 + \dots \dots \dots$$

গ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ a

সাধারণ অনুপাত r

সুতরাং, n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\therefore 6 \text{ষ্ঠ পদ, } ar^{6-1} = 96$$

$$\text{বা, } ar^5 = 96 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } 10 \text{ম পদ, } ar^{10-1} = 1536$$

$$\text{বা, } ar^9 = 1536 \dots \dots \dots (ii)$$

এখন, (ii) \div (i) হতে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^5} = \frac{1536}{96}$$

$$\text{বা, } r^4 = 16 = 2^4$$

$$\therefore r = 2$$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a \cdot (2)^5 = 96$$

$$\text{বা, } 32a = 96$$

$$\therefore a = 3$$

এখন, গুণোত্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$= 3(2^n - 1)$$

$$\text{শর্তমতে, } 3(2^n - 1) = 3069$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 1023$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024 = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৮৭ (i) $a^2 - \frac{2a}{x} + 1 = 0$

(ii) একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560.

◀সম্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[পিরোজপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ৮/প্রশ্ন নং ৩]

ক. $128 + 64 + 32 + \dots \dots \dots$ ধারাটির নবম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) হতে দেখাও যে, $a = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ । ৪

গ. (ii) হতে প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = 128$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{64}{128} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নবম পদ} &= ar^{9-1} = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\ &= 128 \times \frac{1}{256} \\ &= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে,

$$a^2 - \frac{2a}{x} + 1 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 + 1 = \frac{2a}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 1}{2a} = \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 1 + 2a}{a^2 + 1 - 2a} = \frac{1+x}{1-x} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } \frac{a+1}{a-1} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a+1+a-1}{a+1-a+1} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2a}{2} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

গ সৃজনশীল ৩৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনী-১৩.১

২৮. যে ধারায় কোনো পদকে তার পূর্ববর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে একই সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে---বলে।

ক ধারা ■ সমান্তর ধারা

গ গুণোত্তর ধারা ■ সমানুপাতিক ধারা

২৯. $2 + 4 + 6 \dots \dots \dots$ ধারাটি কোন ধরনের?

ক গুণোত্তর ■ যুগান্তর

গ সমান্তর ■ সমানুপাতিক

৩০. $3 + 7 + 11 + \dots \dots \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 3 ■ 4

গ 2

ঘ 5

৩১. প্রথম পদকে কোনটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

ক a

খ d

গ r

ঘ n

৩২. নিচের কোনটিকে ধরা হয় পদ সংখ্যা?

ক a

খ d

গ r

ঘ n

৩৩. কোন সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং পদ সংখ্যা n হলে, সাধারণ অন্তর সর্বদাই---দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ক p

খ q

গ d

ঘ s

৩৪. সাধারণ অন্তর -হতে পারে?

ক ধনাত্মক

খ ঋণাত্মক

গ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক

ঘ শূন্য

৩৫. $2 + 4 + 6 + \dots + 20$ ধারাটির n তম পদ কত?

ক 2

খ 6

গ 20

ঘ নেই

৩৬. 3, 7, 11, --- শূন্যস্থানের সংখ্যাটি কত?

ক 14

খ 15

গ 16

ঘ 17

৩৭. 2, 4, 6 অনুক্রমটির r তম পদ কত?

ক $a+(r-1)d$

খ $3r$

গ $2r$

ঘ $2r-1$

৩৮. প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে দ্বিতীয় পদ কত?

ক 5

খ 8

গ 15

ঘ 2

৩৯. প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে দ্বিতীয় পদ কত?

ক $2r+2$

খ $2r$

গ $2r + 3$

ঘ $3r-2$

৪০. $29 + 25 + 21 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 4

খ -4

গ 3

ঘ -3

৪১. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত?

ক 4

খ - 4

গ 3

ঘ -3

৪২. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত?

ক 20

খ 21

গ 22

ঘ 27

৪৩. ধারার সমষ্টিতে কোন প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়?

ক p

খ d

গ a

ঘ S

৪৪. $1 + 3 + 5 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কত?

ক $2n + 1$

খ $2n - 1$

গ $2n + 3$

ঘ $2n$

৪৫. $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক 9

খ 2

গ -2

ঘ 5

৪৬. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 =$ কত?

ক 50

খ 52

গ 53

ঘ 55

৪৭. $1 + 3 + 5 + \dots$ ধারাটির 7 টি পদের সমষ্টি কত?

ক 48

খ 51

গ 49

ঘ 50

৪৮. $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের যোগফল কত?

ক 20

খ 28

গ 24

ঘ 30

৪৯. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত?

ক 4945

খ 4590

গ 5940

ঘ 4950

৫০. $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 =$ কত?

ক 320

খ 420

গ 220

ঘ 440

৫১. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 =$ কত?

ক 4950

খ 4545

গ 5050

ঘ 3838

৫২. $৩৩ + ২৯ + ২৫ + \dots + ১৭ =$ কত?

ক 117

খ 137

গ 123

ঘ 127

৫৩.

i.

ii.

iii.

উপরের तथेयर डलडुडते डेनलड सठलक?

क i,ii

ख ii, iii

ग i,iii

घ i,ii,iii

अनुशीलनी-१७.२

৫৪. যে ধারায় কোনো পদের সাথে তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সমান থাকে তাকে বলে—
ক সমান্তর ধারা খ সমানুপাতিক ধারা
গ গুণোত্তর ধারা ঘ যোগান্তর ধারা

৫৫. $৩ + ৬ + ১২ + ১৪ + \dots$ ধারাটি কোন প্রকৃতির?
ক গুণোত্তর ধারা খ সমান্তর ধারা
গ সমানুপাতিক ঘ অসান্তরাল ধারা

৫৬. $৩ + ৬ + ১২ + ২৪ + \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত?
ক 3 খ 2
গ -2 ঘ 4

৫৭. $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$ ধারাটি কোন প্রকৃতির?
ক সমান্তর খ গুণোত্তর
গ সমানুপাতিক ঘ সমান্তরাল

৫৮. $৪ + ১২ + ৩৬ + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত?
ক 96 খ 98
গ 104 ঘ 108

৫৯. $3 - 6 + 12 - \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ক 3 খ -3
গ -2 ঘ 2

৬০. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
ক 16 খ 8
গ 4 ঘ 2

৬১. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ এটি কোন ধরনের ধারা?
ক সমান্তর খ যুগোত্তর
গ গুণোত্তর ঘ সমানুপাতিক

৬২. $.৫ + .০৫ + .০০৫ + \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত হয়?
ক ০.৫ খ 0.01
গ 0.1 ঘ 0.002

৬৩. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 =$ কত?
ক 375 খ 385
গ 389 ঘ 450

৬৪. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 6^3 =$ কত?
ক 225 খ 768
গ 441 ঘ 729

৬৫. প্রথম সংখ্য স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 15 হলে n এর মান কত?
ক 4 খ 6
গ 5 ঘ 7

৬৬. $4 + 12 + 36 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ কত?
ক 8748 খ 6950
গ 7848 ঘ 5398

৬৭. $3 - 6 + 12 + \dots$ ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত?
ক 1023 খ -1023
গ -1048 ঘ -1050

৬৮. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির নবম পদ কত?
ক 2 খ $\frac{1}{2}$
গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{8}$

৬৯. $6 + 12 + 24 + \dots + 348$ ধারাটির পদ সংখ্যা
ক ৫ খ 6
গ 7 ঘ 8

৭০. $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots$ পরবর্তী পদটি কত?
ক 2 খ -2
গ -1 ঘ $-\sqrt{2}$

৭১.

