

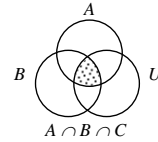
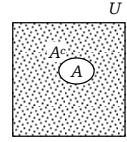
SSC Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট ২০২৩

অধ্যায়-২: সেট ও ফাংশন

প্রয়োজনীয় তথ্য:

- **সেট** : বাস্তব বা চিন্তা জগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুসমূহের সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার বড় হাতের অক্ষর A, B, C, \dots, X, Y, Z দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সেটের প্রত্যেক বস্তু বা সদস্যকে সেটের উপাদান (*element*) বলা হয়। যেমন : $B = \{a, b\}$ হলে, B সেটের উপাদান a এবং b ।
- **সেট প্রকাশের পদ্ধতি** : সেটকে প্রধানত দুই পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়। যথা : (১) তালিকা পদ্ধতি এবং (২) সেট গঠন পদ্ধতি
 - (১) **তালিকা পদ্ধতি** : এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী $\{ \}$ এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলোকে আলাদা করা হয়। যেমন : $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{ \text{নিলয়, তিশা, শুব্রা} \}$ ইত্যাদি।
 - (২) **সেট গঠন পদ্ধতি** : এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ না করে উপাদান নির্ধারণের জন্য সাধারণ ধর্মের উল্লেখ থাকে। যেমন : $A = \{x : x \text{ স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা}\}$, $B = \{x : x \text{ নবম শ্রেণির প্রথম পাঁচজন শির্ষার্থী}\}$ ইত্যাদি।
- **বিভিন্ন প্রকার সেট** :
 - **সসীম সেট** : যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে।
 - **অসীম সেট** : যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে।
 - **ফাঁকা সেট** : যে সেটের কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। ফাঁকা সেটকে \emptyset দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
 - **ভেনচিত্র** : জন ভেন (১৮৩৪-১৮৮৩) চিত্রের সাহায্যে সেট প্রকাশ করার রীতি প্রবর্তন করেন। এতে বিবেচনাধীন সেটগুলোকে সমতলে অবস্থিত বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন আয়তাকার, ত্রৈভুজাকার, বৃত্তাকার, ত্রিভুজাকার এবং ত্রিভুজাকার বৃত্ত ব্যবহার করা হয়। জন ভেনের নামানুসারে চিত্রগুলো ভেন চিত্র নামে পরিচিত।
 - **উপসেট** : কোনো সেট থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, তাদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়।
 - **প্রকৃত উপসেট** : B যদি A এর উপসেট হয় এবং A এর অন্তত একটি উপাদান B সেটে না থাকে তাহলে B কে A এর প্রকৃত উপসেট বলা হয় এবং $B \subset A$ লেখা হয়। যেমন : $A = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং $B = \{3, 5\}$ দুইটি সেট।
 - **সেটের সমতা** : দুইটি সেটের উপাদান একই হলে, সেট দুইটিকে সমান বলা হয়। যেমন : $A = \{3, 5, 7\}$ এবং $B = \{5, 3, 7\}$ দুইটি সমান সেট এবং $A = B$ চিহ্ন দ্বারা লেখা হয়।
 - **সেটের অন্তর** : কোনো সেট থেকে অন্য একটি সেট বাদ দিলে যে সেট গঠিত হয় তাকে বাদ সেট বা সেটের অন্তর বলে।
 - **সার্বিক সেট** : বাস্তব আলোচনায় সর্বাধিক সকল সেট একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট। যেমন : $A = \{x, y\}$ সেটটি $B = \{x, y, z\}$ এর একটি উপসেট। এখানে, B সেটকে A সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট বলে।
 - **পূরক সেট** : U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট। A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $A^c = U \setminus A$ ।
- **সংযোগ সেট** : দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলা হয়।
- **ছেদ সেট** : দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। মনে করি, A ও B দুইটি সেট। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A *intersection* B । সেট গঠন পদ্ধতিতে $A \cap B = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$
- **নিষেদ সেট** : দুইটি সেটের মধ্যে যদি কোনো সাধারণ উপাদান না থাকে তবে সেট দুইটি পরস্পর নিষেদ সেট।
- **শক্তি সেট** : A সেটের শক্তি সেটকে $P(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ক্রমজোড়** : একজোড়া উপাদানের মধ্যে কোনটি প্রথম অবস্থানে আর কোনটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে, তা নির্দিষ্ট করে জোড়া আকারে প্রকাশকে ক্রমজোড় বলা হয়।
- **কার্তেসীয় গুণজ** : A ও B যেকোনো সেটের উপাদানগুলোর সকল ক্রমজোড়ের সেটকে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট বলে।
- **অন্বয় (Relation)** : যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R কে A সেট থেকে B সেটের একটি অন্বয় বা সম্পর্ক বলা হয়।



- **ফাংশন (Function)** : যদি দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোনো একটি মানের জন্য y এর একটিমাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।
- **ডোমেন (Domain) ও রেঞ্জ (Range)** : কোনো অক্ষয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়। মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অক্ষয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$ । R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।
- **ফাংশনের লেখচিত্র (Graph)** : ফাংশনের চিত্ররূপকে লেখচিত্র বলা হয়। ফাংশনের ধারণা সুস্পষ্ট করার বেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব অপরিসীম। পরস্পর লম্বভাবে ছেদী সরলরেখা দুইটিকে অবরেখা এবং অবদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে মূলবিন্দু বলে।
- **উলম্ব অক্ষ (Perpendicular Axes)** : কোনো সমতলে পরস্পর লম্বভাবে ছেদী দুইটি সরলরেখা XOX' এবং YOY' আঁকা হলো। অনুভূমিক রেখা XOX' কে x -অক্ষ, উলম্ব রেখা YOY' কে y -অক্ষ এবং অবদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু (Origin) বলা হয়।
- **স্থানাঙ্ক (Co-ordinates)** : দুইটি অক্ষের সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে অবদ্বয়ের লম্ব দূরত্বের যথাযথ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

অনুশীলনী ২.৯

প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 9 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 9 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

এখানে, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 < 9$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$
 $x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 < 9$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 130$
 $x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 < 9$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$
 $x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 9$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 130$
 $x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 9$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$
 $x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 9$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 130$

.....

∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য সংখ্যাগুলো 4, 5

নির্ণেয় সেট = $\{4, 5\}$

(খ) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^2 \leq 36\}$

সমাধান : যে সকল পূর্ণসংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং 36 অপেক্ষা বড় নয় তাদের সেট।

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$

এখানে,

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 5$ এবং $0 < 36$
 $x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 5$ এবং $1 < 36$
 $x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 5$ এবং $4 < 36$
 $x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 5$ এবং $9 < 36$
 $x = \pm 4$ হলে, $x^2 = (\pm 4)^2 = 16 > 5$ এবং $16 < 36$
 $x = \pm 5$ হলে, $x^2 = (\pm 5)^2 = 25 > 5$ এবং $25 < 36$
 $x = \pm 6$ হলে, $x^2 = (\pm 6)^2 = 36 > 5$ এবং $36 = 36$
 $x = \pm 7$ হলে, $x^2 = (\pm 7)^2 = 49 > 5$ এবং $49 < 36$

.....

∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য সংখ্যাসমূহ: $\pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6$

নির্ণেয় সেট = $\{\pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

(গ) $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক এবং } 6 \text{ এর গুণিতক}\}$

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতক তাদের সেট।

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যা সেট $\mathbb{N} = (1, 2, 3, 4, 5, \dots)$

এখানে, $36 = 1 \times 36$

$$= 2 \times 18$$

$$= 3 \times 12$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 6 \times 6$$

∴ 36 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

এবং 6 এর গুণিতকসমূহ 6, 12, 18, 24, 30, 36

∴ 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতকগুলো হলো যথাক্রমে 6, 12, 18, 36.

নির্ণেয় সেট = $\{6, 12, 18, 36\}$

(ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

সমাধান : যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 25 অপেক্ষা ছোট এবং চতুর্ঘাত 264 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = (1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots)$

এখানে,

$$x = 1 \text{ হলে, } x^3 = 1^3 = 1 < 25 \text{ এবং } x^4 = 1^4 = 1 < 264$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x = 3 \text{ হলে, } x^3 = 3^3 = 27 > 25 \text{ এবং } x^4 = 3^4 = 81 < 264$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^3 = 4^3 = 64 > 25 \text{ এবং } x^4 = 4^4 = 256 < 264$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^3 = 5^3 = 125 > 25 \text{ এবং } x^4 = 5^4 = 625 > 264$$

∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 3, 4.

নির্ণেয় সেট = $\{3, 4\}$

প্রশ্ন ২ ২ নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর:

(ক) $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 3, 5, 7, 9, 11

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যা 1 থেকে বড় এবং 13 থেকে ছোট।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 1 < x < 13\}$

(খ) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 36 এর গুণনীয়ক।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$

(গ) $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 4 এর গুণিতক এবং 40 এর বড় নয়।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 40\}$

(ঘ) $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ $-6, -5, -4, 4, 5, 6$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা। বর্গ 16 অপেক্ষা ছোট নয় এবং ঘন 216 অপেক্ষা বড় নয়।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 216\}$

প্রশ্ন ১৩ ১। $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$ এবং $C = \{2, a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর।

(ক) $B \setminus C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

$$\begin{aligned}\therefore B \setminus C &= \{1, 2, a\} \setminus \{2, a, b\} \\ &= \{1\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(খ) $A \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$

এবং $B = \{1, 2, a\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cup B &= \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, a\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(গ) $A \cap C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cap C &= \{2, 3, 4\} \cap \{2, a, b\} \\ &= \{2\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঘ) $A \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

এখন, $B \cap C = \{1, 2, a\} \cap \{2, a, b\} = \{2, a\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cup (B \cap C) &= \{2, 3, 4\} \cup \{2, a\} \\ &= \{2, 3, 4, a\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঙ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

এখন, $B \cup C = \{1, 2, a\} \cup \{2, a, b\} = \{1, 2, a, b\}$

$$\therefore A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cap \{1, 2, a, b\} = \{2\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ ১। $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ হলে, নিম্নলিখিত বেত্রে সত্যতা যাচাই কর :

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 6\}$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } A \cup B &= \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{বামপদ} &= (A \cup B)' = U \setminus \{A \cup B\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ &= \{7\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, } A' &= U \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 3, 5\} \\ &= \{2, 4, 6, 7\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } B' &= U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6\} \\ &= \{1, 3, 5, 7\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ডানপদ} &= A' \cap B' = \{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\} \\ &= \{7\}\end{aligned}$$

অর্থাৎ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(ii) $(B \cap C)' = B' \cup C'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন, $B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপর্ব} &= (B \cap C)' = U \setminus (B \cap C) \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{4, 6\} \\ &= \{1, 2, 3, 5, 7\} \end{aligned}$$

আবার, $B' = U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5, 7\}$

এবং $C' = U \setminus C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\}$

\therefore ডানপর্ব = $B' \cup C' = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

\therefore বামপর্ব = ডানপর্ব

অর্থাৎ $(B \cap C)' = B' \cup C'$ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(iii) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপর্ব} &= (A \cup B) \cap C \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} \\ &= \{3, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$

আবার, $A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 5\}$

এবং $B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$

\therefore ডানপর্ব = $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{3, 5\} \cup \{4, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$

\therefore বামপর্ব = ডানপর্ব

অর্থাৎ $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(সত্যতা যাচাই করা হলো)

(iv) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{ \}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপর্ব} &= (A \cap B) \cup C \\ &= \{ \} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

আবার, $A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

এবং $B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ডানপর্ব} &= (A \cup C) \cap (B \cup C) \\ &= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ &= \{3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

অর্থাৎ $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

(সত্যতা যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ১৫ ১ $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$ হলে, $P(Q)$ এবং $P(R)$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$.

Q সেটের উপসেটগুলো হলো $\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \phi$

$\therefore P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \phi\}$ (Ans.)

আবার, R সেটের উপসেটগুলো হলো $\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \phi$

$\therefore P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \phi\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ৥ $A = \{a, b\}, B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$ হলে, দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n , যেখানে n হচ্ছে C এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}, B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$.

$\therefore C$

$= A \cup$

$B = \{a, b\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c\}$

এখন, C সেটের উপসেটগুলো হলো $\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \phi$

$\therefore P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \phi\}$

$\therefore P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3$

$\therefore C$ সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ সেটের উপাদান সংখ্যা 2^n .

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৭ ৥ (ক) $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$ হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, $x - 1 = y - 2$ (i)

এবং $y + 2 = 2x + 1$ (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $x - 1 = y - 2$

$x = y - 2 + 1$

$\therefore x = y - 1$ (iii)

সমীকরণ (ii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$y + 2 = 2(y - 1) + 1$

বা, $y + 2 = 2y - 2 + 1$

বা, $y - 2y = -2 + 1 - 2$

বা, $-y = -3$

$\therefore y = 3$

এখন, সমীকরণ (iii) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = 3 - 1 \therefore x = 2$

নির্ণেয় মান $x = 2, y = 3$.

(খ) $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$ হলে, (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, $ax - cy = 0$ (i)

এবং $a^2 - c^2 = ay - cx$

$\therefore -cx + ay = a^2 - c^2$ (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $ax - cy = 0$

বা, $ax = cy$

$\therefore x = \frac{cy}{a}$ (iii)

সমীকরণ (ii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$-c \frac{cy}{a} + ay = a^2 - c^2$

বা,

$$\text{বা, } \frac{-c^2y + a^2y}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } \frac{y(a^2 - c^2)}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } y(a^2 - c^2) = a(a^2 - c^2)$$

$$\therefore y = a \quad [\text{উভয় পৰকে } (a^2 - c^2) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

এখন, সমীকরণ (iii) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{c \cdot a}{a} \therefore x = c$$

নির্ণেয় মান $(x, y) = (c, a)$

(গ) $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$ হলে, (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, $6x - y = 1$ (i)

$$\text{এবং } 13 = 3x + 2y$$

$$\therefore 3x + 2y = 13 \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং সমীকরণের সাথে যোগ করি,

$$12x - 2y = 2$$

$$\underline{3x + 2y = 13}$$

$$(+ \text{ করে}) 15x = 15$$

$$\therefore x = 1$$

সমীকরণ (ii) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $3 \times 1 + 2y = 13$

$$\text{বা, } 3 + 2y = 13$$

$$\text{বা, } 2y = 13 - 3$$

$$\text{বা, } 2y = 10$$

$$\text{বা, } y = \frac{10}{2} \therefore y = 5$$

নির্ণেয় মান $(x, y) = (1, 5)$

প্রশ্ন ১৮ ১ (ক) $P = \{a\}$, $Q = \{b, c\}$ হলে, $P \times Q$ এবং $Q \times P$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{a\}$ এবং $Q = \{b, c\}$

$$\therefore P \times Q = \{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } Q \times P = \{b, c\} \times \{a\} = \{(b, a), (c, a)\} \text{ (Ans.)}$$

(খ) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$ হলে, $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$

এখানে, $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 5\}$

$$\therefore (A \cap B) \times C = \{4, 5\} \times \{x, y\}$$

$$= \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\}$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\} \text{ (Ans.)}$$

(গ) $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$ এবং $R = P \setminus Q$ হলে, $(P \cup Q) \times R$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$

$$\therefore R = P \setminus Q = \{3, 5, 7\} \setminus \{5, 7\} = \{3\}$$

$$\text{এখানে, } P \cup Q = \{3, 5, 7\} \cup \{5, 7\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\} = \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\} \cdot (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ৯৯ ৥ A ও B যথাক্রমে 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cup B$ এবং $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$

35 এর গুণনীয়কগুলো হলো 1, 5, 7, 35

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$$

$$\text{এবং } 45 = 1 \times 45$$

$$= 3 \times 15$$

$$= 5 \times 9$$

45 এর গুণনীয়কগুলো হলো, 1, 3, 5, 9, 15, 45

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 5, 7, 35\} \cup \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 35, 45\} (\text{Ans.})$$

$$\text{এবং } A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 5\} (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১০ ৥ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিবেদ্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান : যে স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিবেদ্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যা হবে 31 অপেক্ষা বড় এবং $346 - 31 = 315$ এবং $556 - 31 = 525$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কের সেট A

এবং 525 এর গুণনীয়কের সেট B

$$\text{এখানে, } 315 = 1 \times 315 = 3 \times 105 = 5 \times 63 = 7 \times 45 = 9 \times 35$$

$$= 15 \times 21$$

31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কগুলো হলো যথাক্রমে 35, 45, 63, 105 ও 315.

$$\therefore A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$$

$$\text{আবার, } 525 = 1 \times 525 = 3 \times 175 = 5 \times 105 = 7 \times 75 = 15 \times 35$$

$$= 21 \times 25$$

31 অপেক্ষা বড় 525 এর গুণনীয়কগুলো হলো যথাক্রমে 35, 75, 105, 175 ও 525.

$$\therefore B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

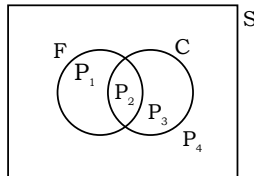
$$\therefore A \cap B = \{35, 45, 63, 105, 315\} \cap \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

$$= \{35, 105\}$$

নির্ণয় সেট $\{35, 105\}$

প্রশ্ন ১১ ৥ কোনো শ্রেণির 30 জন শিবাধীরা মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে তদ্রূপ শিবাধীর সংখ্যা 10; কতজন শিবাধী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

সমাধান : নিচের আয়তাকার ভেনচিত্রটি 30 জন শিবাধীর সেট S নির্দেশ করে F ও C দ্বারা নির্দেশিত বৃত্তাকার বৈকল্পিক দুইটি যথাক্রমে ফুটবল এবং ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে এমন শিবাধীর সেট নির্দেশ করে। ভেনচিত্রটি চারটি নিশ্চয় সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদের P_1, P_2, P_3 ও P_4 দ্বারা বিভক্ত করা হলো।



এখানে, $P_2 = F \cap C$ = দুইটি খেলাই পছন্দ করে শিবাধীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = 10

$$P_1 = F \setminus P_2 = \text{শুধু ফুটবল খেলা পছন্দ করে শিবাথীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 20 - 10 = 10$$

$$P_3 = C \setminus P_2 = \text{শুধু ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে শিবাথীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore F \cup C = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \text{এক এবং উভয় খেলা পছন্দ শিবাথীদের সেট এবং সদস্য সংখ্যা} = 10 + 10 + 5 = 25$$

$$\therefore P_4 = S \setminus (F \cup C) = \text{দুইটি খেলাই পছন্দ করে না শিবাথীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 30 - 25 = 5.$$

নির্ণেয় 5 জন শিবাথী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না।

প্রশ্ন ১২ ১১ 100 জন শিবাথীর মধ্যে কোনো পরীচায় 65% শিবাথী বাংলায়, 48% শিবাথী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং 15% শিবাথী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

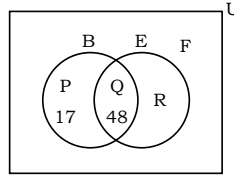
ক. সর্ধিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ. শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. উভয় বিষয়ে পাস এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যাছয়ের মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) ভেনচিত্রে আয়তাকার বেরটটি 100 জন পরীচায়ীর সেট U এবং পরস্পরচ্ছেদী দুইটি বৃত্তের দ্বারা বাংলা ও ইংরেজিতে পাস পরীচায়ীদের সেট যথাক্রমে B ও F নির্দেশ করা হলো।



(খ) এখানে, $Q = B \cap F =$ উভয় বিষয়ে পাস পরীচায়ীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা 48

$\therefore P =$ শুধু বাংলায় পাস পরীচায়ীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা

$$65 - 48 = 17 \text{ এবং } R = \text{শুধু ইংরেজিতে পাস পরীচায়ীদের সেট যার সদস্য সংখ্যা} = 100 - (17 + 48 + 15) = 20$$

17%, 20%. (Ans.)

(গ) উভয় বিষয়ে পাস করা শিবাথীর সংখ্যা = 48

এবং উভয় বিষয়ে ফেল করা শিবাথীর সংখ্যা = 15

ধরি, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট A

এবং 15 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট B

48 এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো হলো 2, 3

এবং 15 এর মৌলিক গুণনীয়ক হলো 3, 5

$$\therefore A = \{2, 3\} \text{ এবং } B = \{3, 5\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\} \text{ (Ans)}$$

অনুশীলনী ২.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ১ ১ ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

(ক) $\{8, 16, 24, \dots\}$ ● $\{1, 2, 4, 8\}$

(গ) $\{2, 4, 8\}$ (ঘ) $\{1, 2\}$

প্রশ্ন ১২ ১ ১ সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $R \subseteq C$ (খ) $R \subseteq B$ ● $R \subseteq C \times B$ (ঘ) $C \times B \subseteq R$

প্রশ্ন ১৩ ১ ১ $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(i) A সেটের সঠিক প্রকাশ কোনটি?

(ক) $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x < 13\}$ (খ) $\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x < 13\}$

● $\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x \leq 13\}$ (ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x \leq 13\}$

(ii) A সেটের মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

(ক) $\{6, 8, 10, 12\}$ (খ) $\{7, 9, 11, 13\}$

● $\{7, 11, 13\}$ (ঘ) $A = \{9, 12\}$

(iii) A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?

(ক) $\{6, 9\}$ (খ) $\{6, 11\}$ (গ) $\{9, 12\}$ ● $\{6, 9, 12\}$

(iv) A সেটের জোড় গুণনীয়কের বৃহত্তম সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 13\}$ (খ) $\{1, 2, 3, 6\}$

(গ) $\{1, 3, 9\}$ ● $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

প্রশ্ন ১৪ ১১ যদি $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$ হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4\}$ এবং $B = \{2, 4\}$

মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

এখানে, $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\} = \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে $R = \{(3, 2), (4, 2)\}$

প্রশ্ন ১৫ ১১ যদি $C = \{2, 5\}$, $D = \{4, 6\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x + 1 < y$ সম্পর্কটি বিবেচনা করে তবে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{2, 5\}$ এবং $D = \{4, 6\}$

মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$

এখানে, $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6\} = \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(2, 4), (2, 6)\}$

প্রশ্ন ১৬ ১১ $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$, $f(2)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 5x - 3$

$$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3 = 1 - 5 - 3 = 1 - 8 = -7$$

$$f(2) = (2)^4 + 5 \times (2) - 3 = 16 + 10 - 3 = 26 - 3 = 23$$

$$\text{এবং } f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 5 \times \left(\frac{1}{2}\right) - 3$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{1 + 40 - 48}{16} = \frac{41 - 48}{16} = \frac{-7}{16}$$

$$\text{নির্ণেয় মান : } f(-1) = -7, f(2) = 23, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-7}{16}$$

প্রশ্ন ১৭ ১১ যদি $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8 = 4k - 8$$

প্রশ্নানুসারে, $4k - 8 = 0$

$$\text{বা, } 4k = 8$$

$$\therefore k = 2$$

∴ $k = 2$ এর জন্য $f(-2) = 0$ হবে।

নির্ণেয় মান $k = 2$

প্রশ্ন ১৮ ১১ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\begin{aligned}\therefore f(1) &= 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 \\ &= 1 - 6 + 11 - 6 \\ &= 12 - 12 = 0\end{aligned}$$

$\therefore x - 1, f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}\text{এখন, } x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 \\ &= x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 5x + 6) \\ &= (x - 1)(x^2 - 3x - 2x + 6) \\ &= (x - 1)\{x(x - 3) - 2(x - 3)\} \\ &= (x - 1)(x - 2)(x - 3)\end{aligned}$$

যেহেতু $f(x) = 0$

$$\therefore (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$ অথবা, $x - 3 = 0$

বা, $x = 1$ বা, $x = 2$ বা, $x = 3$

$\therefore x = 1$ অথবা, 2 অথবা, 3 এর জন্য $f(x) = 0$ হবে।

নির্ণয় মান $x = 1$ অথবা, 2 অথবা, 3

প্রশ্ন ১৯ ॥ যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয়, তবে $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{x^2} + 1}{2 \times \frac{1}{x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2}{x^2} + 1}{\frac{2}{x^2} - 1} = \frac{\frac{2+x^2}{x^2}}{\frac{2-x^2}{x^2}} = \frac{2+x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{2-x^2} = \frac{2+x^2}{2-x^2}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1} = \frac{\frac{2+x^2}{2-x^2}+1}{\frac{2+x^2}{2-x^2}-1} = \frac{\frac{2+x^2+2-x^2}{2-x^2}}{\frac{2+x^2-2+x^2}{2-x^2}} = \frac{4}{2-x^2} \times \frac{2-x^2}{2x^2} = \frac{2}{x^2}$$

নির্ণয় মান $\frac{2}{x^2}$

প্রশ্ন ১০ ॥ $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$$\text{এখন, বামপদ} = g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}} = \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^8} \cdot \frac{x^4}{x^4} = \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^4}$$

আবার, ডানপর্ব = $g(x^2)$

$$= \frac{1 + (x^2)^2 + (x^2)^4}{(x^2)^2} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$$

∴ বামপর্ব = ডানপর্ব

অর্থাৎ, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ ৥ নিচের অম্বয়গুলো থেকে ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R অম্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3

∴ ডোম $R = \{2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{1, 2, 3\}$

(খ) $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S অম্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ -2, -1, 0, 1, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4

∴ ডোম $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1, 4\}$

(গ) $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$$

F অম্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2

∴ ডোম $F = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$ এবং রেঞ্জ $F = \{-2, -1, 0, 1, 2, \}$

প্রশ্ন ১২ ৥ নিচের অম্বয়গুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x + y = 1$

$$\text{বা, } y = 1 - x$$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 - x$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

যেহেতু $3 \notin A$, কাজেই $(-2, 3) \notin R$

∴ $R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

∴ ডোম $R = \{-1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{-1, 0, 1, 2\}$

(খ) $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$, যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$, যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x$

এখন, প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

যেহেতু, $-2, 4, 6 \notin C$, কাজেই $(-1, -2), (2, 4), (3, 6) \notin F$

$\therefore F = \{(0, 0), (1, 2)\}$

ডোম $F = \{0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $F = \{0, 2\}$

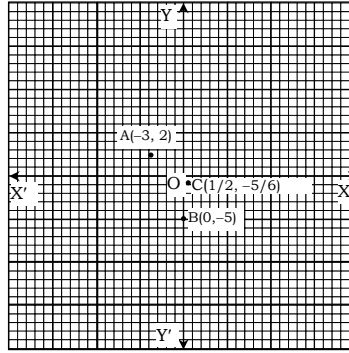
[বি. দ্র. পাঠ্য বইয়ে উত্তরমালায় ভুল আছে।]

প্রশ্ন ১৩ ৥ ছক কাগজে $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান : ছক কাগজে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান : A $(-3, 2)$ বিন্দুর ভূজ ঋণাত্মক ও কোটি ধনাত্মক। তাই A বিন্দু দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OX' অব বরাবর 3 একক গিয়ে OY' অবের সমান্তরাল 2 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান।

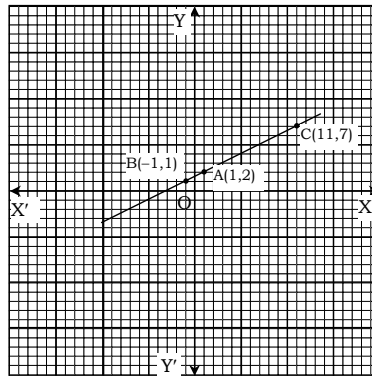
ছক কাগজে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান : B $(0, -5)$ বিন্দুর ভূজ শূন্য ও কোটি ঋণাত্মক। তাই B বিন্দু Y' অবের অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OY' অবের সমান্তরাল 5 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান।

ছক কাগজে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান : C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর ভূজ ধনাত্মক ও কোটি ঋণাত্মক। তাই C বিন্দু চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OX' বরাবর ধনাত্মক দিকে 0.5 একক গিয়ে OY' অবের ঋণাত্মক দিকে $\frac{5}{6}$ বা 0.83 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান।



প্রশ্ন ১৪ ৥ ছক কাগজে $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান : মনে করি, A $(1, 2)$, B $(-1, 1)$ এবং C $(11, 7)$ তিনটি বিন্দু।



বিন্দু তিনটির লেখ অঙ্কন : ছক কাগজে পরস্পর লম্ব দুইটি অক্ষ XOX' ও YOY' টানি। এখন ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে A $(1, 2)$, B $(-1, 1)$, C $(11, 7)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। অতঃপর A ও C বিন্দু দুইটি যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। দেখি যে, B বিন্দুটি AC সরলরেখার উপর অবস্থিত। অতএব, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ ৥ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর।

গ. $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 7\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 2 অথবা 2 থেকে বড় এবং 7 এর সমান অথবা 7 অপেক্ষা ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

$$\therefore A = \{3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' অংশ থেকে পাই $A = \{3, 5, 7\}$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } U &= \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, \dots\} \end{aligned}$$

$$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\} = \{1, 9, 11, \dots\} \text{ (Ans.)}$$

আবার, দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : 3 < x < 6\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 3 থেকে বড় এবং 6 থেকে ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

$$\text{এবং } C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

যেসকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$$\text{এখন, } x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 \not> 5 \text{ এবং } x^3 = 1^3 = 1 < 130$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 5 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 130$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 5 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 130$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 > 5 \text{ এবং } x^3 = 7^3 = 343 \not< 130$$

নির্ণয় সেট $C = \{3, 5\}$

$$\text{এখন, } C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\} \text{ (Ans.)}$$

গ. খ অংশ থেকে পাই $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

$$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এখন, } A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$$

$$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \phi\} \text{ (Ans.)}$$

BOARD QUESTION

প্রশ্ন ১ $f(x) = \frac{5x^2 + 3}{5x^2 - 3}$, $S = \{(x, y) : x \in C, y \in D$

এবং $2x + y < 10\}$, $C = \{1, 3, 5\}$ এবং $D = \{2, 4, 7\}$.

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

ক. 0.3 কে 0.22 দ্বারা ভাগ কর। ২

খ. $\frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. S অন্তর্ভুক্ত তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $0.3 = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

এবং $0.22 = \frac{22-2}{90} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$

$\therefore 0.3 \div 0.22 = \frac{1}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

\therefore নির্ণয় ভাগফল **1.5 (Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{5x^2 + 3}{5x^2 - 3}$

সুতরাং $f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{t^2}\right)^2 + 3}{5 \cdot \left(\frac{1}{t^2}\right)^2 - 3}$

$$= \frac{\frac{5}{t^4} + 3}{\frac{5}{t^4} - 3}$$

$$= \frac{5 + 3t^4}{5 - 3t^4}$$

বা, $f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5 + 3t^4}{5 - 3t^4}$

$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right) - 1} = \frac{5 + 3t^4 + 5 - 3t^4}{5 + 3t^4 - 5 + 3t^4} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 3t^4} = \frac{5}{3t^4}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $C = \{1, 3, 5\}$ এবং $D = \{2, 4, 7\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } 2x + y < 10\}$

$C \times D = \{1, 3, 5\} \times \{2, 4, 7\}$

$= \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2), (3, 4), (3, 7), (5, 2), (5, 4), (5, 7)\}$

শর্তানুসারে, $(3, 4), (3, 7), (5, 2), (5, 4), (5, 7) \notin S$

কারণ প্রতিক্ষেত্রেই $2x + y \notin 10$

সুতরাং $S = \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2)\}$

$\therefore S$ এর ডোমেন = $\{1, 3\}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ২ $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$ এবং

$S = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } y - 2x = 0\}$.

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯]

ক. $C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 = 0\}$ সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $P(A)$ নির্ণয় করে “ A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে” – উক্তির সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. S অন্তরকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 9 = 0\}$

এখন, $x^2 - 9 = 0$

বা, $x^2 = 9$

$\therefore x = \pm 3$

$x \in \mathbb{R}$ এর জন্য $C = \{3\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $A = \{2, 4, 7\}$

সুতরাং $P(A) = \{\{2\}, \{4\}, \{7\}, \{2, 4\}, \{2, 7\}, \{4, 7\}, \{2, 4, 7\}, \emptyset\}$

এখানে A এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

এবং $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

সুতরাং A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

গ দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } y - 2x = 0\}$

এখানে, $y - 2x = 0$

$\therefore y = 2x$

এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = 2x$ বের করি।

x	-2	-1	0	1	2
y = 2x	-4	-2	0	2	4

এখানে, $-4, 4 \notin B$

সুতরাং $(-2, -4) \notin S$ এবং $(2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(-1, -2), (0, 0), (1, 2)\}$

এবং S এর ডোমেন = $\{-1, 0, 1\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ৩ সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, b, c, d\}$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯]

$M = \{x \in \mathbb{R} : x^3 \geq 8 \text{ এবং } x^4 \leq 256\}$

$N = \{y : y^2 - (c + d)y + cd = 0\}$ এবং $f(x) = \frac{5x - 7}{2x - 3}$

ক. $A = \{11, 20\}$, $B = \{20, a\}$ হলে $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(M \cup N)' = M' \cap N'$. ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{f(x^{-1}) + 2}{f(x^{-1}) - 1} = 3$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{11, 20\}$, $B = \{20, a\}$

$\therefore A \cap B = \{11, 20\} \cap \{20, a\} = \{20\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\{20\}, \emptyset\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$M = \{x \in \mathbb{R} : x^3 \geq 8 \text{ এবং } x^4 \leq 256\}$

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ: 1, 2, 3, 4,

এখন,

$x = 1$ হলে, $x^3 = 1^3 = 1 < 8$ এবং $x^4 = 1^4 = 1 < 256$

$x = 2$ হলে, $x^3 = 2^3 = 8 = 8$ এবং $x^4 = 2^4 = 16 < 256$

$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 > 8$ এবং $x^4 = 3^4 = 81 < 256$

$x = 4$ হলে, $x^3 = 4^3 = 64 > 8$ এবং $x^4 = 4^4 = 256 = 256$

$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 > 8$ এবং $x^4 = 5^4 = 625 > 256$

\therefore শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 2, 3, 4

$$\therefore M = \{2, 3, 4\}$$

$$\text{আবার, } N = \{y : y^2 - (c + d)y + cd = 0\}$$

$$\text{এখন, } y^2 - (c + d)y + cd = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - cy - dy + cd = 0$$

$$\text{বা, } y(y - c) - d(y - c) = 0$$

$$\text{বা, } (y - c)(y - d) = 0$$

$$\text{হয়, } y - c = 0 \text{ অথবা, } y - d = 0$$

$$\text{বা, } y = c \quad \text{বা, } y = d$$

$$\therefore N = \{c, d\}$$

$$\text{এখানে, } M \cup N = \{2, 3, 4\} \cup \{c, d\}$$

$$= \{2, 3, 4, c, d\}$$

$$\therefore (M \cup N)' = U - (M \cup N)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{2, 3, 4, c, d\} = \{1, b\}$$

$$\text{আবার, } M' = U - M$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{2, 3, 4\} = \{1, b, c, d\}$$

$$\text{এবং } N' = U - N$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{c, d\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b\}$$

$$\therefore M' \cap N' = \{1, b, c, d\} \cap \{1, 2, 3, 4, b\} = \{1, b\}$$

$$\therefore (M \cup N)' = M' \cap N' \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{5x - 7}{2x - 3}$$

$$\therefore f(x^{-1}) = \frac{5 \cdot x^{-1} - 7}{2 \cdot x^{-1} - 3} = \frac{\frac{5}{x} - 7}{\frac{2}{x} - 3} = \frac{\frac{5 - 7x}{x}}{\frac{2 - 3x}{x}} = \frac{5 - 7x}{2 - 3x}$$

$$\text{এখন, } \frac{f(x^{-1}) + 2}{f(x^{-1}) - 1} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{5 - 7x}{2 - 3x} + 2}{\frac{5 - 7x}{2 - 3x} - 1} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{5 - 7x + 4 - 6x}{2 - 3x}}{\frac{5 - 7x - 2 + 3x}{2 - 3x}} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{9 - 13x}{3 - 4x} = 3$$

$$\text{বা, } 9 - 13x = 9 - 12x$$

$$\text{বা, } -13x + 12x = 9 - 9$$

$$\text{বা, } -x = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8 $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x - 4 + a$

$$g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p - 1)} \quad \text{[কুমিল-1 বোর্ড-2019]}$$

ক. $g(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. a এর মান কত হলে $f(-2) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $g\left(\frac{1}{p}\right) = g(1 - p)$ 8

8 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p-1)}$

$$\begin{aligned} \therefore g(-1) &= \frac{3(-1)^2 - (-1)^3 - 1}{-1(-1-1)} \\ &= \frac{3 \cdot 1 + 1 - 1}{-1(-2)} = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x - 4 + a$

$$\begin{aligned} \therefore f(-2) &= (-2)^4 + 3(-2)^3 + a(-2)^2 - 3(-2) - 4 + a \\ &= 16 - 24 + 4a + 6 - 4 + a \\ &= 22 - 28 + 5a = 5a - 6 \end{aligned}$$

যেহেতু f (মৌলিক) ইতি

সুতরাং $5a - 6 = 0$

বা, $5a = 6$

$$\therefore a = \frac{6}{5}$$

$$\therefore a \text{ এর মান } \frac{6}{5} \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p-1)}$

$$\text{বামপক্ষ} = g\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{p}\right)^2 - \left(\frac{1}{p}\right)^3 - 1}{\frac{1}{p}\left(\frac{1}{p} - 1\right)}$$

$$= \frac{3\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^3} - 1}{\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p}}$$

$$= \frac{3p - 1 - p^3}{p^3}$$

$$= \frac{3p - p^3 - 1}{p^3} \times \frac{p^2}{1-p}$$

$$= \frac{3p - p^3 - 1}{p(1-p)}$$

ডানপক্ষ = $g(1-p)$

$$= \frac{3(1-p)^2 - (1-p)^3 - 1}{(1-p)(1-p-1)}$$

$$= \frac{3(1-2p+p^2) - (1-3p+3p^2-p^3) - 1}{(1-p)(-p)}$$

$$= \frac{3-6p+3p^2-1+3p-3p^2+p^3-1}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{1-3p+p^3}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{-(3p-p^3-1)}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{3p-p^3-1}{p(1-p)}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{p}\right) = g(1-p) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৫ (i) $A = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 \leq 7\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x - 1 = 0\}$ (ii) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ ৩২

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

- ক. যোগ কর : $2.30\dot{4} + 2.0\dot{2}5$ ২
 খ. উদ্দীপকের আলোকে (i) নং থেকে R এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
 গ. (ii) নং হতে দেখাও যে, $f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$ ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2.30\dot{4} = 2.304\dot{4}$

$$\begin{array}{r} 2.0\dot{2}5 = 2.025\dot{2} \\ 2.304\dot{4} \\ \hline 4.329\dot{6} \end{array}$$

\therefore যোগফল = $4.329\dot{6}$ (Ans.)

খ $A = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 \leq 7\}$

$\therefore A = \{\pm 1, \pm 2\}$

$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x - 1 = 0\}$

$\therefore y = 2x + 1$

$x = -1$ হলে, $y = -2 + 1 = -1, y \in A$

$x = 1$ হলে, $y = 2 + 1 = 3, y \notin A$

$x = -2$ হলে, $y = -4 + 1 = -3, y \notin A$

$x = 2$ হলে, $y = 4 + 1 = 5, y \notin A$

$\therefore R = \{(-1, -1)\}$

R এর রেঞ্জ = $\{-1\}$ (Ans.)

গ এখানে, $f(x) = \frac{1}{x-1}$

$\therefore f(m) = \frac{1}{m-1}$

$f(n) = \frac{1}{n-1}$

এবং $f\left(\frac{mn}{n-m}\right) = \frac{1}{\frac{mn}{n-m}-1} = \frac{1}{\frac{mn-n+m}{n-m}} = \frac{n-m}{mn-n+m}$

আবার, $f(m) - f(n) = \frac{1}{m-1} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-m+1}{(m-1)(n-1)}$
 $= \frac{n-m}{mn-n-m+1}$

$\therefore f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬ $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = -1\}$. [সকল বোর্ড-২০১৮]

ক. দেখাও যে, A ও B পরস্পর নিশ্চৈদ সেট। ২

খ. P(A) নির্ণয় করে দেখাও যে, A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং $B = \{0, 1, 2\}$

$\therefore A \cap B = \{3, 4, 5, 6\} \cap \{0, 1, 2\} = \emptyset$

$\therefore A$ এবং B পরস্পর নিশ্চৈদ সেট। (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore P(A) = \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\},$

$\{5, 6\}, \{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \{3, 4, 5, 6\}, \emptyset\}$

ধরি, A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

আবার, P(A) এর উপাদান সংখ্যা = $16 = 2^4 = 2^n$

∴ P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে,

$$A = \{3, 4, 5, 6\} \text{ এবং } R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = -1\}$$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	3	4	5	6
y	4	5	6	7

যেহেতু $7 \notin A$, কাজেই $(6, 7) \notin R$.

$$\therefore R = \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$$

∴ ডোম $R = \{3, 4, 5\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{4, 5, 6\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ৭ $f(x) = x^2 + 4x + 3$ [ঢাকা বোর্ড-২০১৭]

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x, 21 \text{ এর গুণনীয়ক}\} \text{ এবং}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x, 7 \text{ এর গুণিতক এবং } x < 35\}.$$

ক. $f(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, A-এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A)-এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. দেখাও যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 + 4x + 3$

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 3 \\ &= 1 - 4 + 3 \\ &= 0 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 6\}$
 $= \{1, 3, 5\}$

A সেটের উপসেট সমূহ: $\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \emptyset$

$$\therefore P(A) = \{\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}, \emptyset\}$$

এখানে A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 3$ এবং এর শক্তি সেট P(A) এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

সুতরাং A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{Z} : x, 21 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$
 $= \{1, 3, 7, 21\}$

$$\text{এবং } C = \{x \in \mathbb{Z} : x, 7 \text{ এর গুণিতক এবং } x < 35\}$$

$$= \{7, 14, 21, 28\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{1, 3, 7, 21\} \cap \{7, 14, 21, 28\}$$

$$= \{7, 21\}$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= A \times (B \cap C) \\ &= \{1, 3, 5\} \times \{7, 21\} \\ &= \{(1, 7), (1, 21), (3, 7), (3, 21), (5, 7), (5, 21)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } A \times B &= \{1, 3, 5\} \times \{1, 3, 7, 21\} \\ &= \{(1, 1), (1, 3), (1, 7), (1, 21), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (3, 21), (5, 1), (5, 3), (5, 7), (5, 21)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \times C &= \{1, 3, 5\} \times \{7, 14, 21, 28\} \\ &= \{(1, 7), (1, 14), (1, 21), (1, 28), (3, 7), (3, 14), (3, 21), (3, 28), (5, 7), (5, 14), (5, 21), (5, 28)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= (A \times B) \cap (A \times C) \\ &= \{(1, 7), (1, 21), (3, 7), (3, 21), (5, 7), (5, 21)\} \end{aligned}$$

∴ $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৮ $g(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ এবং $h(t) = \frac{t^4+t^2+1}{t^2}$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭]

ক. $g(0)$ এবং $h(1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{g\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{g\left(\frac{1}{x}\right) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $h(t^2) = h\left(\frac{1}{t^2}\right)$

8

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore g(0) = \frac{3 \cdot 0 + 1}{3 \cdot 0 - 1} = \frac{0+1}{0-1} = \frac{1}{-1} = -1 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } h(t) = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}$$

$$\therefore h(1) = \frac{1^4 + 1^2 + 1}{1^2} = \frac{1+1+1}{1} = 3 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$g(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3 \cdot \frac{1}{x} + 1}{3 \cdot \frac{1}{x} - 1} = \frac{\frac{3+x}{x}}{\frac{3-x}{x}} = \frac{3+x}{3-x}$$

$$\text{বা, } \frac{g\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{g\left(\frac{1}{x}\right) - 1} = \frac{\frac{3+x}{3-x} + 1}{\frac{3+x}{3-x} - 1} = \frac{6}{2x} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন}]$$

$$\therefore \frac{g\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{g\left(\frac{1}{x}\right) - 1} = \frac{3}{x} \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $h(t) = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}$ ssc গণিত মেইড ইজি

$$\therefore h(t^2) = \frac{(t^2)^4 + (t^2)^2 + 1}{(t^2)^2} = \frac{t^8 + t^4 + 1}{t^4}$$

$$\text{এবং } h\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{\left(\frac{1}{t^2}\right)^4 + \left(\frac{1}{t^2}\right)^2 + 1}{\left(\frac{1}{t^2}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{t^8} + \frac{1}{t^4} + 1}{\frac{1}{t^4}}$$

$$= \frac{1 + t^4 + t^8}{t^8}$$

$$= \frac{1 + t^4 + t^8}{t^4} \quad [\text{লব ও হরকে } t^4 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= \frac{t^8 + t^4 + 1}{t^4}$$

$$\therefore h(t^2) = h\left(\frac{1}{t^2}\right) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৮ P = {x ∈ | : x² ≥ 16 এবং x³ ≤ 125}

Q = {a ∈ | : a² - 5a + 6 = 0}

$$f(z) = \frac{4z-1}{4z+1} \quad [\text{চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭}]$$

ক. P সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. $P \cup Q = (P \setminus Q) \cup (Q \setminus P) \cup (P \cap Q)$, প্রমাণ কর। 8

গ. $\frac{f\left(\frac{1}{z^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{z^2}\right) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 125\}$
 $x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 < 16$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 125$
 $x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 = 16$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 125$
 $x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 16$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 = 125$
 $x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 16$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 125$
 $\therefore P = \{4, 5\}$ (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই,
 $P = \{4, 5\}$
 দেওয়া আছে, $Q = \{a \in \mathbb{R} \mid a^2 - 5a + 6 = 0\}$
 $= \{a \in \mathbb{R} \mid a^2 - 2a - 3a + 6 = 0\}$
 $= \{a \in \mathbb{R} \mid a(a - 2) - 3(a - 2) = 0\}$
 $= \{a \in \mathbb{R} \mid (a - 2)(a - 3) = 0\}$
 $= \{a \in \mathbb{R} \mid a = 2, 3\}$
 $\therefore Q = \{2, 3\}$

এখন, $P \setminus Q = \{4, 5\} - \{2, 3\} = \{4, 5\}$
 $Q \setminus P = \{2, 3\} - \{4, 5\} = \{2, 3\}$
 $P \cap Q = \{4, 5\} \cap \{2, 3\} = \emptyset$

বামপক্ষ $= P \cup Q$
 $= \{4, 5\} \cup \{2, 3\}$
 $= \{2, 3, 4, 5\}$

ডানপক্ষ $= (P \setminus Q) \cup (Q \setminus P) \cup (P \cap Q)$
 $= \{4, 5\} \cup \{2, 3\} \cup \emptyset$
 $= \{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore P \cup Q = (P \setminus Q) \cup (Q \setminus P) \cup (P \cap Q)$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $f(z) = \frac{4z - 1}{4z + 1}$

$\therefore f\left(\frac{1}{z^2}\right) = \frac{\frac{4}{z^2} - 1}{\frac{4}{z^2} + 1} = \frac{4 - z^2}{4 + z^2} = \frac{4 - z^2}{4 + z^2}$

সস গণিত মেইড ইজি
 $f\left(\frac{1}{z^2}\right) + 1$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{f\left(\frac{1}{z^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{z^2}\right) - 1}$

$= \frac{\frac{4 - z^2}{4 + z^2} + 1}{\frac{4 - z^2}{4 + z^2} - 1}$

$= \frac{4 - z^2 + 4 + z^2}{4 - z^2 - 4 - z^2}$

$= \frac{4 - z^2 + 4 + z^2}{4 + z^2}$

$= \frac{8}{4 + z^2} \times \frac{4 + z^2}{-2z^2}$

$= -\frac{4}{z^2}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০ A = {1, 2, 3}, B = {x ∈ ℝ | x² > 15 এবং x³ < 200},

$C = \{3, 5, 6\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$
[সিলেট বোর্ড-২০১৭]

- ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
খ. R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 200\}$
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 $x = 3$ হলে, $x^2 = 9 < 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 200$
 $x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 200$
 $x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 200$
 $x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 200$
 \therefore নির্ণেয় সেট, $B = \{4, 5\}$

খ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$
এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$
এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y \in A$ নির্ণয় করি।

x	1	2	3
y	2	3	4

যেহেতু, $4 \notin A$, কাজেই $(3, 4) \notin R$

$\therefore R = \{(1, 2), (2, 3)\}$ (Ans.)

\therefore ডোম $R = \{1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{2, 3\}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$; $B = \{4, 5\}$ [‘ক’ হতে];
 $C = \{3, 5, 6\}$

এখানে, $B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 5, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore A \setminus (B \cup C) = \{1, 2, 3\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2\}$

আবার, $A \setminus B = \{1, 2, 3\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3\}$

এবং $A \setminus C = \{1, 2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{1, 2\}$

$\therefore (A \setminus B) \cap (A \setminus C) = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\}$

$\therefore A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 50\}$

$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$

$B = \{4, 5\}$ [যশোর বোর্ড-২০১৭]

$C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

ক. A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$. ৪

গ. $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$

৪ থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: ২, ৩, ৫, ৭

$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$ (Ans.)

এবং $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 < 5$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 5$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 5$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 130$

$\therefore C = \{3, 4, 5\}$ (Ans.)

খ ‘ক’ থেকে পাই,

$A = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{3, 4, 5\}$

এবং $B = \{4, 5\}$ [দেওয়া আছে]

$$A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$$

$$B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (A \cup B) \cap C$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\}$$

$$= \{3, 4, 5\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \cap B) \cup (B \cup C)$$

$$= \{5\} \cup \{3, 4, 5\}$$

$$= \{3, 4, 5\}$$

$$\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 50\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

'খ' থেকে পাই,

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{4, 5\}$$

$$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$$

$$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$$

$$\therefore B' - A' = \{1, 2, 3, 6, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3, 7\}$$

$$(B' - A') \text{ সেটের উপসেটসমূহ: } \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\},$$

$$\{3, 7\}, \{2, 3, 7\}, \emptyset$$

$$\therefore P(B' - A') = \{\{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}, \emptyset\}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১২ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ [রাজশাহী বোর্ড-২০১৬]

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 7\} \text{ এবং } C = A \cup B$$

ক. A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ৪

গ. C সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$

$$\text{এখন, } x = 3 \text{ হলে } x^2 = 3^2 = 9 < 15 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 225$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 > 15 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 225$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 15 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 225$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 6^2 = 36 > 15 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 < 225$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 > 15 \text{ এবং } x^3 = 7^3 = 343 > 225$$

$$\therefore A = \{4, 5, 6\} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এবং 'ক' হতে, } A = \{4, 5, 6\}$$

$$\text{সুতরাং } A \cap B = \{4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{4, 5, 6\}$$

$$\text{এখন, } (A \cap B)' = U - (A \cap B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 7\}$$

$$\text{এবং } A' = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 7\}$$

$$B' = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3\}$$

$$\text{এখন } A' \cup B' = \{1, 2, 3, 7\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 7\}$$

$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B' \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $C = A \cup B = \{4, 5, 6\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$

C সেটের সকল উপসেটগুলো হলো: $\emptyset, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 6, 7\}, \{5, 6, 7\}, \{4, 5, 6, 7\}$

$\therefore P(C) = \{\emptyset, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 6, 7\}, \{5, 6, 7\}, \{4, 5, 6, 7\}\}$

এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা = $4 = n$ (ধরি)

আবার, P(C) সেটের উপাদান সংখ্যা = $16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore P(C)$ সেটের উপাদান সংখ্যা, 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 9 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$. [কুমিল-১ বোর্ড-২০১৬]

ক. $A \cup B$ নির্ণয় কর।

২

খ. P(B) নির্ণয় করে দেখাও যে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

৪

গ. R অন্তর্ভুক্ত করে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$A = \{x \in \mathbb{N} : x < 9 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$\therefore A = \{1, 3, 5, 7\}$ এবং $B = \{4, 5, 6\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5, 6\}$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $B = \{4, 5, 6\}$

$\therefore P(B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \emptyset\}$

B সেটের উপাদান সংখ্যা = $3 = n$ (ধরি)

সুতরাং P(B) সেটের উপাদান সংখ্যা = $8 = 2^3 = 2^n$

অতএব, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

গ 'ক' থেকে পাই,

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ এবং $B = \{4, 5, 6\}$

এখানে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	1	3	5	7
y	2	4	6	8

যেহেতু $2 \notin B$ এবং $8 \notin B$, কাজেই $(1, 2) \notin R$ এবং $(7, 8) \notin R$.

$\therefore R = \{(3, 4), (5, 6)\}$

\therefore ডোম $R = \{3, 5\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{4, 6\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ $A = \{x : x \in \mathbb{N} \mid \text{এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$
[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬]

$B = \{x : x \in \mathbb{N} \mid \text{এবং } 2 < x < 6\}$, $C = \{2, 4, 6\}$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

৪

গ. P(B) নির্ণয় কর। B এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, P(B) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mathbb{N} \mid \text{এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = 2, 3$

$\therefore A = \{2, 3\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $B = \{x : x \in \mathbb{N} \mid \text{এবং } 2 < x < 6\}$

এখানে, $B = \{3, 4, 5\}$

$\therefore B = \{3, 4, 5\}$

'ক' থেকে পাই, $A = \{2, 3\}$

এখন, $A \setminus B = \{2, 3\} - \{3, 4, 5\} = \{2\}$

$B \setminus A = \{3, 4, 5\} - \{2, 3\} = \{4, 5\}$ SSC গণিত-মোইড ইজি

$A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \cap B = \{2, 3\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$

$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{2\} \cup \{4, 5\} = \{2, 4, 5\}$

এবং $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{2, 3, 4, 5\} - \{3\} = \{2, 4, 5\}$

$\therefore (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. (প্রমাণিত)

গ 'খ' থেকে পাই,

$B = \{3, 4, 5\}$

$\therefore P(B) = \{\{3, 4, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \emptyset\}$

এখানে B এর উপাদান সংখ্যা = 3 = n (ধরি)

এবং P(B) এর উপাদান সংখ্যা = 8 = 2³ = 2ⁿ

$\therefore P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2ⁿ কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন 15 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P = \{x \in U \mid x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 \leq 625\}$ এবং $f(t) = \frac{1+t^2+t^4}{t^2}$ [যশোর বোর্ড-২০১৬]

ক. $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত? ২

খ. P' নির্ণয় কর। 8

গ. দেখাও যে, $f(t^{-2}) = f(t^2)$ 8

15 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{1+t^2+t^4}{t^2}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = 4 \cdot \frac{16+4+1}{16}$$

$$= \frac{21}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

এবং $P = \{x \in U \mid x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 \leq 625\}$

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4,

এখানে,

$x = 1$ হলে, $x^3 = 1^3 = 1 < 25$ এবং $x^4 = 1^4 = 1 < 625$

$x = 2$ হলে, $x^3 = 2^3 = 8 < 25$ এবং $x^4 = 2^4 = 16 < 625$

$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 > 25$ এবং $x^4 = 3^4 = 81 < 625$

$x = 4$ হলে, $x^3 = 4^3 = 64 > 25$ এবং $x^4 = 4^4 = 256 < 625$

$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 > 25$ এবং $x^4 = 5^4 = 625 = 625$

$x = 6$ হলে, $x^3 = 6^3 = 216 > 25$ এবং $x^4 = 6^4 = 1296 > 625$

\therefore শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 3, 4, 5

$\therefore P = \{3, 4, 5\}$

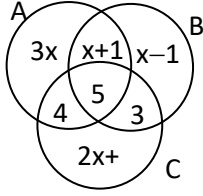
$\therefore P' = U - P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5\}$

$= \{1, 2, 6, 7\}$ (Ans.)

গ সৃজনশীল চ(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

EXTRA CQ QUESTION

প্রশ্ন ▶ ১৬



সার্বিক সেট, $U = A \cup B \cup C$

- ক. $n(U) = 85$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $n(A' \cap B)$ নির্ণয় কর। ৪
গ. $n(A \cap B \cap C)'$ নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রশ্নমতে, $n(U) = 85$

$$\text{বা, } 3x + x + 1 + 4 + 5 + x - 1 + 3 + 2x + 3 = 85$$

$$\text{বা, } 7x + 15 = 85$$

$$\text{বা, } 7x = 70$$

$$\therefore x = 10 \text{ (Ans.)}$$

খ ভেনচিত্র থেকে, $n(A' \cap B) = x - 1 + 3 = x + 2$ (Ans.)

গ ভেনচিত্র থেকে, $n(A \cap B \cap C) = 5$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B \cap C)' &= n(U) - n(A \cap B \cap C) \\ &= 3x + x + 1 + 4 + 5 + x - 1 + 3 + 2x + 3 - 5 \\ &= 7x + 10 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ১৭ সার্বিক সেট, $U = \{x : x \in \wedge \text{ এবং } x^2 \leq 25\}$ এর উপসেট

$$A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$$

$$B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$$

$$\text{এবং } R = \{(x, y) : x \in B, y \in A \text{ এবং } y^2 = x - 1\}$$

- ক. $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{5}$ এর মধ্যে একটি অমূলদ এবং একটি মূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$. ৪
গ. R অন্তর্ভুক্তিক তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $\sqrt{2} = 1.4142135 \dots$

$$\text{এবং } \sqrt{5} = 2.2360679 \dots$$

$$\text{মনে করি, } a = 1.6 \text{ এবং } b = 2.1010010001 \dots$$

স্পষ্টত a ও b দুইটি বাস্জর সংখ্যা এবং উভয়েই $\sqrt{2}$ অপেক্ষা বড় ও $\sqrt{5}$ অপেক্ষা ছোট।

$$\text{অর্থাৎ, } \sqrt{2} < a < \sqrt{5} \text{ এবং } \sqrt{2} < b < \sqrt{5}$$

আবার, a কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

কিন্তু b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore a$ মূলদ সংখ্যা এবং b অমূলদ সংখ্যা।

খ $U = \{x : x \in \wedge \text{ এবং } x^2 \leq 25\}$

$$= \{\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0\}$$

$$A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\} = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5\}$$

$$B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\} = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore A \cup B = \{\pm 1, 2, \pm 3, \pm 5\}$$

$$A \setminus B = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5\} - \{2, 3, 5\}$$

$$= \{\pm 1, -3, -5\}$$

$$B \setminus A = \{2, 3, 5\} - \{\pm 1, \pm 3, \pm 5\}$$

$$= \{2\}$$

$$A \cap B = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5\} \cap \{2, 3, 5\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B) = \{\pm 1, -3, -5\} \cup \{2\} \cup \{3, 5\}$$

$$= \{\pm 1, 2, \pm 3, \pm 5\}$$

$$\therefore A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$A = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5\}, B = \{2, 3, 5\}$$

দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in B, y \in A \text{ এবং } y^2 = x - 1\}$

এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y^2 = x - 1$ বা $y = \pm \sqrt{x - 1}$ এর মান নির্ণয় করি:

x	2	3	5
$y = \pm \sqrt{x - 1}$	± 1	$\pm \sqrt{2}$	± 2

কিন্তু $\pm \sqrt{2}$ এবং $\pm 2 \notin A$

সুতরাং $(3, \pm \sqrt{2}) \notin R$ এবং $(5, \pm 2) \notin R$

$$\therefore R = \{(2, 1), (2, -1)\}$$

ডোম, $R = \{2\}$

রেঞ্জ, $R = \{-1, 1\}$

প্রশ্ন ▶ ১৮ $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 126\}$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$$

$$C = B \setminus A$$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. দেখাও যে, $(A \cap B) \times C = (A \times B) \cap (B \times C)$

গ. $P(B)$ নির্ণয় করে প্রমাণ কর যে, $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা।

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 126\}$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 4 < 5 \text{ এবং } x^3 = 2^3 = 8 < 126$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 5 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 126$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 > 5 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 126$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 5 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 126$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 6^2 = 36 > 5 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 \notin 126$$

$$\therefore A = \{3, 4, 5\} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{এবং } C = B \setminus A = \{2, 3, 5, 7\} - \{3, 4, 5\}$$

$$= \{2, 7\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$A \times B = \{3, 4, 5\} \times \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{(3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7),$$

$$(5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7)\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2, 7\}$$

$$= \{(2, 2), (2, 7), (3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7), (7, 2), (7, 7)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (B \times C) = \{(3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7)\}$$

$$\text{আবার } (A \cap B) \times C = \{3, 5\} \times \{2, 7\} = \{(3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7)\}$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = (A \times B) \cap (B \times C) \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ 'খ' হতে পাই, $B = \{2, 3, 5, 7\}$

$$\therefore P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}, \emptyset\}$$

ধরি, B সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$\text{সুতরাং } P(B) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 16 = 2^4 = 2^n$$

$\therefore P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n, B এর উপাদান সংখ্যা। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ১৯ সার্বিক সেট, $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 40\}$, $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক এবং } x < 8\}$, $B = \{4, 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5, x^3 < 100\}$.

- ক. C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$. ৪
 গ. $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5, x^3 < 100\}$
 স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 $x = 2$ হলে, $x^2 = 4 < 5$, $x^3 = 8 < 100$
 $x = 3$ হলে $x^2 = 9 > 5$, $x^3 = 27 < 100$
 $x = 4$ হলে $x^2 = 16 > 5$, $x^3 = 64 < 100$
 $x = 5$ হলে $x^2 = 25 > 5$, $x^3 = 125 > 100$
 $\therefore C = \{3, 4\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 40\}$
 স্বাভাবিক সংখ্যা, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 $\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 এবং $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক এবং } x < 8\}$
 ৪ এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহ: ২, ৩, ৫, ৭
 কিন্তু $7 \notin U \therefore 7 \notin A$
 $\therefore A = \{2, 3, 5\}$ এবং $B = \{4, 5\}$
 'ক' হতে পাই, $C = \{3, 4\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 3, 5\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$
 $\therefore (A \cup B) \cap C = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 4\} = \{3, 4\}$
 আবার, $A \cap C = \{2, 3, 5\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
 এবং $B \cap C = \{4, 5\} \cap \{3, 4\} = \{4\}$
 $\therefore (A \cap C) \cup (B \cap C) = \{3\} \cup \{4\} = \{3, 4\}$
 $\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ (প্রমাণিত)

গ 'খ' হতে পাই, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$, $A = \{2, 3, 5\}$
 $\therefore B' = U \setminus B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $A' = U \setminus A = \{1, 4, 6\}$
 $\therefore B' - A' = \{1, 2, 3, 6\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3\}$
 $\therefore P(B' - A') = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \emptyset\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২০ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 50\}$, $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$, $B = \{4, 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

- ক. C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cup C)$ ৪
 গ. দেখাও যে, $(B' - A')$ সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে $P(B' - A')$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১১(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
খ সৃজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
গ সৃজনশীল ১১(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 অতঃপর,

$B' - A'$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$
 $P(B' - A')$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$
 $\therefore P(B' - A')$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ২১ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 200\}$ এবং $C = \{3, 5, 6\}$

ক. $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x + 4 + a$ হলে a এর মান কত হলে

$f(-2) = 0$ হবে?

২

খ. $P(A)$ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, সেট A এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x + 4 + a$

$$\begin{aligned}\therefore f(-2) &= (-2)^4 + 3(-2)^3 + a(-2)^2 - 3(-2) + 4 + a \\ &= 16 + 3 \times (-8) + a \cdot 4 + 6 + 4 + a \\ &= 16 - 24 + 4a + 6 + 4 + a \\ &= 5a + 2\end{aligned}$$

শর্তানুসারে, $f(-2) = 0$

বা, $5a + 2 = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{5} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$$\therefore P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

এখানে A এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

এবং $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা, $8 = 2^3 = 2^n$

সুতরাং কোনো সেট এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

গ. সৃজনশীল ১০(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২২ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{x : x \in \mid \text{এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$, $B = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$, $C = \{x \in \mid : 4 < x \leq 7\}$, $h(t) = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}$.

ক. A কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(B \cup C)' = B' \cap C'$.

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $h(t^2) = h\left(\frac{1}{t^2}\right)$.

৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mid : x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$
 $= \{x \in \mid : x^2 - ax - bx + ab = 0\}$
 $= \{x \in \mid : x(x-a) - b(x-a) = 0\}$
 $= \{x \in \mid : (x-a)(x-b) = 0\}$
 $= \{a, b\}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mid : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mid = \{1, 2, 3, \dots\}$

$x = 4$ হলে, $4^2 = 16 > 15$ এবং $4^3 = 64 < 225$

$x = 5$ হলে, $5^2 = 25 > 15$ এবং $5^3 = 125 < 225$

$x = 6$ হলে, $6^2 = 36 > 15$ এবং $6^3 = 216 < 225$

$x = 7$ হলে, $7^2 = 49 > 15$ এবং $7^3 = 343 > 225$

$$\therefore B = \{4, 5, 6\}$$

আবার, $C = \{x \in \mid : 4 < x \leq 7\}$

$$= \{5, 6, 7\}$$

$$\therefore B \cup C = \{4, 5, 6\} \cup \{5, 6, 7\}$$

$$= \{4, 5, 6, 7\}$$

$$(B \cup C)' = U - (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3\}$$

এখন,

$$B' = U - B = \{1, 2, 3, 7\}$$

$$C' = U - C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\therefore B' \cap C' = \{1, 2, 3, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3\}$$

$$\therefore (B \cup C)' = B' \cap C' \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. সৃজনশীল ৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৩ $U = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 8\}$, $A = \{x : x^2 - 11x + 30 = 0\}$,
 $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$ এবং $C = \{x : 4 \leq x < 7\}$

- ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
 খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪
 গ. দেখাও যে, $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $U = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 8\}$
 $= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$A = \{x : x^2 - 11x + 30 = 0\}$$

$$\text{এখানে, } x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 6x + 30 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) - 6(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x - 5 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 6 = 0$$

$$\text{সুতরাং } x = 5 \quad \text{অথবা, } x = 6$$

$$\therefore A = \{5, 6\} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $A = \{5, 6\}$

দেওয়া আছে, $B = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore A \cup B = \{5, 6\} \cup \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{2, 3, 5, 6, 7\}$$

আবার, $A' = U - A$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{5, 6\}$$

$$= \{2, 3, 4, 7\}$$

এবং $B' = U - B$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{4, 6\}$$

এখন, বামপক্ষ $= (A \cup B)'$

$$= U - (A \cup B)$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 6, 7\}$$

$$= \{4\}$$

এবং ডানপক্ষ $= A' \cap B'$

$$= \{2, 3, 4, 7\} \cap \{4, 6\} = \{4\}$$

$$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B' \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ দেওয়া আছে, $C = \{x : 4 \leq x < 7\}$

$$= \{4, 5, 6\}$$

'খ' হতে পাই, $B = \{2, 3, 5, 7\}$

$$\therefore B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5, 6\}$$

$$= \{5\}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = A \times (B \cap C)$$

$$= \{5, 6\} \times \{5\}$$

$$= \{(5, 5), (6, 5)\}$$

আবার, $A \times B = \{5, 6\} \times \{2, 3, 5, 7\}$

$$= \{(5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7)\}$$

এবং $A \times C = \{5, 6\} \times \{4, 5, 6\}$

$$= \{(5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\therefore \text{ডানপক্ষ} = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$= \{(5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7)\} \cap$$

$$= \{(5, 5), (6, 5)\}$$

$$\{(5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৪ $A, B, C \subset U, U = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } 1 \leq x \leq 7\}$

$A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}, B = \{x : 2 \leq x < 5\}$

$C = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা}\}$

- ক. তালিকা পদ্ধতিতে $A \cup B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. যদি C এর উপাদান সংখ্যা $2n$ হয়, তাহলে দেখাও যে, $P(C)$ এর মান উপাদান সংখ্যা 4^n হবে। ৪
গ. দেখাও যে, $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$. ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$U = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } 1 \leq x \leq 7\}$

$\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

আবার, $A, B \subset U$

এবং $A = \{x : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$\therefore A = \{1, 3, 5, 7\}$

$B = \{x : 2 \leq x < 5\}$

$\therefore B = \{2, 3, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ['ক' হতে]

$C \subset U$

এবং $C = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা}\}$

$\therefore C = \{2, 4, 6\}$

এখানে, C এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

এখন, $P(C) = \{\{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}, \emptyset\}$

$P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$.

$\therefore C$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

অর্থাৎ C এর উপাদান সংখ্যা $2n$ হলে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা (2^{2n}) হবে অর্থাৎ $(2^2)^n = 4^n$ হবে। (দেখানো হলো)

গ 'ক' ও 'খ' হতে,

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 3, 5, 7\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{2, 4, 6\}$

$\therefore A \cap B \cap C = \{ \}$

$\therefore A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 3, 5, 7\}$
 $= \{2, 4, 6\}$

$\therefore B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4\}$
 $= \{1, 5, 6, 7\}$

$C' = U - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}$
 $= \{1, 3, 5, 7\}$

বামপক্ষ $= (A \cap B \cap C)' = U - (A \cap B \cap C) = U - \{ \} = U$

ডানপক্ষ $= A' \cup B' \cup C'$

$= \{2, 4, 6\} \cup \{1, 5, 6, 7\} \cup \{1, 3, 5, 7\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = U$

$\therefore (A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২৫ $U = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 5 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}, P(A) = \{\emptyset\},$

$B = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 - 4x + 3 = 0\}$ এবং $C = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 = -1\}.$

- ক. U এর উপসেটগুলো লিখ এবং সেগুলো থেকে প্রকৃত উপসেটগুলো উল্লেখ কর। ২

খ. A সেট নির্ণয় করে দেখাও যে, A এর উপাদানসংখ্যা n হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। 8

গ. $(A' \cap B') \times C$ নির্ণয় কর।

8

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $U = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 5 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\therefore U = \{2, 3, 5\}$

$\therefore U$ এর উপসেটসমূহ:

$\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}, \emptyset$. (Ans.)

U এর প্রকৃত উপসেটসমূহ:

$\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \emptyset$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $P(A) = \{\emptyset\}$

$\therefore A$ সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য।

$\therefore A = \emptyset$

এখন, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $1 = 2^0$.

$\therefore A$ সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 0$ এবং $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 2^n = 2^0 = 1$

$\therefore A$ সেটে উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। [দেখানো হলো]

গ দেওয়া আছে,

$B = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - 4x + 3 = 0\}$

এখন, $x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$

বা, $x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$

বা, $(x - 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = 1, 3$

কিন্তু $1 \notin U$

$\therefore B = \{3\}$

এবং $C = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 = -1\}$

কিন্তু কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore C = \emptyset$

'ক' থেকে পাই, $U = \{2, 3, 5\}$

'খ' থেকে পাই, $A = \emptyset$

$\therefore A' = U \setminus A$

$= \{2, 3, 5\} \setminus \emptyset$

$= \{2, 3, 5\}$

$B' = U - B$

$= \{2, 3, 5\} - \{3\}$

$= \{2, 5\}$

$\therefore (A' \cap B') = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 5\} = \{2, 5\}$

$\therefore (A' \cap B') \times C = \{2, 5\} \times \emptyset$

$= \{(2, \emptyset), (5, \emptyset)\}$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৬ A = $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 9\}$, B = $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x + 2 = 0\}$

C = $\{0, 1, 2\}$ এবং S = $\{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$

ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

খ. দেখাও যে, $B \cup C = (B - C) \cup (C - B) \cup (B \cap C)$

গ. S অক্ষয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং S এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

8

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x + 2 = 0\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x - x + 2 = 0\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : x(x - 2) - 1(x - 2)\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : (x - 2)(x - 1)\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : x = 1, 2\}$

$\therefore B = \{1, 2\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $C = \{0, 1, 2\}$

'ক' হতে পাই, $B = \{1, 2\}$

$$\text{বামপক্ষ} = B \cup C = \{1, 2\} \cup \{0, 1, 2\} = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{এখন, } B - C = \{1, 2\} - \{0, 1, 2\} = \{ \}$$

$$C - B = \{0, 1, 2\} - \{1, 2\} = \{0\}$$

$$B \cap C = \{1, 2\} \cap \{0, 1, 2\} = \{1, 2\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (B - C) \cup (C - B) \cup (B \cap C)$$

$$= \{ \} \cup \{0\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\} = \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore B \cup C = (B - C) \cup (C - B) \cup (B \cap C) \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 9\}$

$$x = 0 \text{ হলে, } x^2 = (0)^2 = 0 < 9$$

$$x = \pm 1 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 9$$

$$x = \pm 2 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 9$$

$$x = \pm 3 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 3)^2 = 9 \not< 9$$

$$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

এখানে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = 1\}$

S এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x - y = 1$

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x - 1$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-2	-1	0	1

যেহেতু $-3 \notin A$, কাজেই $(-2, -3) \notin S$

$$\therefore S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{ডোম } S = \{-1, 0, 1, 2\} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{রেঞ্জ } S = \{-2, -1, 0, 1\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৭ সার্বিক সেট $U = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : 2 \leq x \leq 9\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 13\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. A' এবং $A \cup B$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{Z} : 2 \leq x \leq 9\} = \{3, 5, 7, 9\} \text{ (Ans.)}$

$$\text{খ দেওয়া আছে, } U = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\} \\ = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

'ক' হতে পাই, $A = \{3, 5, 7, 9\}$

$$\text{সুতরাং, } A' = U - A$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} - \{3, 5, 7, 9\}$$

$$= \{1, 11, 13, \dots\} \text{ (Ans.)}$$

আবার, $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 13\}$

13 থেকে ছোট বিজোড় মৌলিক সংখ্যা: 3, 5, 7, 11

$$\therefore B = \{3, 5, 7, 11\}$$

$$\therefore A \cup B = \{3, 5, 7, 9\} \cup \{3, 5, 7, 11\}$$

$$= \{3, 5, 7, 9, 11\} \text{ (Ans.)}$$

গ 'ক' হতে পাই, $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$

$$A = \{3, 5, 7, 9\}$$

'খ' হতে পাই, $B = \{3, 5, 7, 11\}$

আবার, $C = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

এখন, $x = 1$ হলে, $1^2 > 5$ এবং $1^3 < 130$

$$x = 3 \text{ হলে, } 3^2 > 5 \text{ এবং } 3^3 < 130$$

$$x = 5 \text{ হলে, } 5^2 > 5 \text{ এবং } 5^3 < 130$$

$$x = 7 \text{ হলে, } 7^2 > 5 \text{ এবং } 7^3 < 130$$

$$\text{সুতরাং, } C = \{3, 5\}$$

$$\text{এখন, } B \times C = \{3, 5, 7, 11\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(3,3), (3,5), (5,3), (5,5), (7,3), (7,5), (11,3), (11,5)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } A \cap C = \{3, 5, 7, 9\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$$

$$\therefore P(A \cap C) = \{\{3\}, \{5\}, \{3, 5\}, \emptyset\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৮ $U = \{x : x, \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } x < 7\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{y \in \mathbb{R} : 2 < y \leq 6\}$

ক. দেখাও যে, $A' = B - A$ ২

খ. $(A \cup B) \cap (A - B)$ নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$U = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } x < 7\}$$

$$\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5\} \\ = \{2, 4, 6\}$$

$$B - A = \{2, 4, 6\} - \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore A' = B - A \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ $A = \{1, 3, 5\}$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A - B = \{1, 3, 5\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore (A \cup B) \cap (A - B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} \\ = \{1, 3, 5\} \\ = A \text{ (Ans.)}$$

গ $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{ \}$

$$\therefore (A \cap B)' = U - (A \cap B) \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{ \} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5\} \\ = \{2, 4, 6\}$$

$$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} \\ = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore A' \cup B' = \{2, 4, 6\} \cup \{1, 3, 5\} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B' \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২৯ $g(y) = y^3 + my^2 - 3y - 6$ এবং $f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

ক. $f(1)$ এবং $f(0)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. m এর কোন মানের জন্য $g(-2) = 0$ হবে? ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $f(x^{-2}) = f(x^2)$ ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$$

$$\therefore f(1) = \frac{1 + 1^3 + 1^6}{1^3} = \frac{1 + 1 + 1}{1} = 3$$

$$\text{এবং } f(0) = \frac{1 + 0 + 0}{0} = \frac{1}{0} = \text{অসংজ্ঞায়িত।}$$

খ দেওয়া আছে, $g(y) = y^3 + my^2 - 3y - 6$

$$\begin{aligned} \therefore g(-2) &= (-2)^3 + m(-2)^2 - 3(-2) - 6 \\ &= -8 + 4m + 6 - 6 \\ &= 4m - 8 \end{aligned}$$

$$\therefore 4m - 8 = 0$$

$$\text{বা, } 4m = 8$$

$$\therefore m = 2 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1 + x^3 + x^6}{x^3}$

$$\begin{aligned} \therefore f(x^{-2}) &= f\left(\frac{1}{x^2}\right) \\ &= \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^6}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^3} \end{aligned}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}} \times \frac{x^6}{1}$$

$$= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

$$\therefore f(x^{-2}) = \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

$$\text{এবং } f(x^2) = \frac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3} = \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6}$$

$$\therefore f(x^{-2}) = f(x^2) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৩০ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 50\}$

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$$

$$B = \{4, 5\} \text{ এবং } f(x) = \frac{3x^2 - x^3 - 1}{x(x-1)}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(1-x)$ ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$$

৪ হতে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5, 7

$$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$U = \{x : x \in \mathbb{N}, x^2 < 50\}$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 < 50$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 < 50$$

গ \in ঘ \notin

৮. কোনটি সংযোগ সেটের চিহ্ন?

ক \cup খ \cap গ \in ঘ \notin

৯. $\{X \in \mathbb{N} : X < 9 \text{ এবং } X > 10\}$. উপরের তথ্যেও ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক ফাঁকা খ সেট

গ সংযোগ সেট ঘ ছেদ

১০. $A = \{2, k, e\}$ এবং $B = \{k, e, 2\}$, এক্ষেত্রে সঠিক কোনটি?

ক ফাঁকা সেট খ সমতা সেট

গ অসীম সেট ঘ উপসেট

১১. $A = \{2, 4, 6\}$ এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$ হলে A, B এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $A \cup B$ খ $A \cap B$

গ $A \subset B$ ঘ $A \subseteq B$

১২. $\{X \in \mathbb{N} : X < 8\}$ জোড় সংখ্যা তালিকা পদ্ধতিতে কী হবে?

ক $\{2\}$ খ $\{2, 4\}$

গ $\{2, 4, 6\}$ ঘ $\{2, 4, 6, 8\}$

১৩. $\{X \in \mathbb{N} : 7 < X < 8\} =$ কত?

ক \emptyset খ 7

গ 8 ঘ 7.5

১৪. $A = \{2, 4, 6\}$ হলে, $n(A)$ এর মান কত?

ক 2 খ 3

গ 4 ঘ 6

১৫. জন ভেন কোন দেশের অধিবাসী?

ক বিট্রিশ খ জার্মান

গ রাশিয়ান ঘ ফ্রান্স

১৬. কোনো সেটের সব উপসেট নিয়ে যে সেটগুচ্ছ গঠন করা যায় তাকে বলে—।

ক সূচক সেট খ গুচ্ছ সেট

গ ক্রমজোড় ঘ উপসেট

১৭. (x, y) প্রতীকটিকে কেবল জোড় না বলে কী বলা হয়?

ক পাওয়ার সেট খ ক্রমজোড়

গ কার্তেসীয় গুণজ ঘ উপসেট

১৮. $A = \{a\}$ হলে, $p\{A\}$ এর মান কোনটি?

ক $\{0\}$ খ $\{a\}$

গ $\{\emptyset, A\}$ ঘ $\{a, a\}$

১৯. $A = \{2, 3\}$ হলে, $p\{A\}$ এর উপদান সংখ্যা কত ?

ক 1টি খ 2টি

গ 3 টি ঘ 4 টি

২০. $A = \{a, b, c, d\}$ হলে, $n\{A\} =$ কত ?

ক 12 টি খ 13 টি

গ 15 টি ঘ 4 টি

২১. $B = \{1, 2\}$ হলে, $p\{B\} =$ কত ?

K $\{\{1\}, \{2\}, \emptyset\}$ L $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

M $\{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

N $\{0\}$

২২. $C = \{a, b, c\}$ হলে, $p\{C\} =$ কত ?

ক $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

খ $\{\emptyset, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$

গ $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}\}$

ঘ $\{\emptyset, \{a, b, c\}\}$

২৩. $A = \{0, 1\}, B = \{1, 2\}$ হলে, $A \times B =$ কত ?

ক $\{(0, 1), (1, 2)\}$

খ $\{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$

গ $\{(0, 1), (1, 1), (0, 2)\}$

ঘ $\{(1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1)\}$

২৪. $A = \{1,2,3\}$ এবং $B = \{2,4,6\}$ হলে, $A-B =$ কত ?

ক $\{1,3,5\}$ খ $\{2,4,6\}$

গ $\{1,2,3,4,5,6\}$ ঘ $\{ \}$

২৫. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ এবং $A = \{1,3,5\}$ হলে, $A' =$ কত ?

ক $\{1,2,3\}$ খ $\{2,4,6\}$

গ $\{2,4,5\}$ ঘ $\{ \}$

২৬. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ এবং $A = \{2,4,6\}$ হলে, $B' =$ কত ?

ক $\{2,4,6\}$ খ $\{1,3,6\}$

গ $\{1,3,5\}$ ঘ $\{ \}$

২৭. $\{-1, 0, 1, 2\}$ এর প্রকৃত উপসেট কয়টি যার প্রত্যেকটির তিনটি করে উপাদান রয়েছে?

ক 2 খ 3

গ 4 ঘ 6

২৮. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ এবং $A = \{1,3,5\}$ এবং $C = \{2,3,4,5\}$ হলে, $A' = U - A =$ কত $C' = U - C$.

$\therefore A' \cup C'$ এর ক্ষেত্রে সঠিক কোনটি?

ক $\{1,2,4,6\}$ খ $\{1,3,5,6\}$

গ $\{1,2,5,6\}$ ঘ $\{1,3,4,5\}$

২৯. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ এবং $A = \{1,3,5\}$ এবং $C = \{2,4,6\}$ হলে, $A' \cap B' =$ কত?

ক \emptyset খ $\{1,3\}$

গ $\{2,4\}$ ঘ $\{1,2,3,4,5,6\}$

৩০. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A = \{1,3,5\}$ এবং $B = \{2,4,6\}$ হলে, $(A \cup B)'$ এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

ক \emptyset খ $\{1,3\}$

গ $\{2,4,6\}$ ঘ $\{1,2,3,4,5,6\}$

৩১. $A = \{1,3,5\}$ এবং $B = \{2,4,6\}$ হলে, $(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B)$ এর মান কত?

ক $\{2,4,5\}$ খ $\{1,3,5\}$

গ $\{2,4,6\}$ ঘ $\{1,2,3,4,5,6\}$

৩২. $A = \{1,2,3\}$ এবং $B = \{2,4,6\}$ $C = \{1,4,7\}$ হলে, $A \cup (B \cap C)$ এর মান কত?

ক $\{1,2,3,4,5,6\}$ খ $\{1,3,4,6,7\}$

গ $\{1,2,3,4,6,7\}$ ঘ $\{1,3,4,5,6\}$

৩৩. $\{x : x \text{ পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 13\}$ এক্ষেত্রে সঠিক কোনটি?

ক $\{1,2,3\}$

খ $\{0,1,2,3\}$

গ $\{1,2,3,-1,-2,-3\}$

ঘ $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$

৩৪. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবশিষ্ট থাকে, তাদের সেট কত?

ক \emptyset খ $\{35\}$

গ $\{36\}$ ঘ $\{35,72\}$

৩৫. কোনো পরীক্ষায় 80% গণিতে, 70% বাংলায় এবং উভয় বিষয়ে 60% শিক্ষার্থী পাস করেছে। উভয় বিষয়ে কত জন শিক্ষার্থী ফেল করেছে।

ক 5% খ 10%

গ 15% ঘ 20%

৩৬. $p = \{x,y,z,p,q,r\}$, $Q = \{x,z,q\}$ এবং $R = \{y,p,r\}$ হলে, $(P-Q)-R$ এর মান কত?

ক $\{x,z,q\}$ খ $\{y,p,r\}$

গ $\{x,y,z,p,q,r\}$ ঘ $\{ \}$

৩৭. $A = \{2,3,4\}$, $B = \{3,4,5\}$ এবং $C = \{2,3,4,5\}$ হলে,

$(A \cap C) \cup (B \cap C)$ এর মান কত?

ক $\{2,3,4,5\}$ খ $\{2,3,4\}$

গ $\{1,3,5\}$ ঘ $\{1,3,5,6\}$

৩৮. $A = \{1,2\}$ এবং $B = \{2,5\}$ হলে, $P(A \cap B)$ এর মান কত?

ক $\{2\}, \emptyset$ খ $\{\{2\}, \emptyset\}$

গ $\{(2), \emptyset\}$ ঘ $\{2\}$

৩৯. $(X+Y, 0) = (1, x-y)$ হলে (x,y) এর মান কোনটি?

ক (1,1) খ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

গ (1,-1) ঘ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

80. $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = A \cap B$ হলে $P(C) =$ কত?

ক $\{1, 2, 3\}$

খ $\{x, y, z\}$

গ $\{\emptyset\}$

ঘ $\{\emptyset, 1, 2, 3, z, y, z\}$

81. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. Set theory এবং Group theory ই হচ্ছে আধুনিক কালের মৌলিক গণিত

ii. জর্জ ক্যান্টর ফ্রান্সের নাগরিক

iii. সাধারণত বর্গক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট বুঝানো হয়

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ ii, iii

গ i, iii ঘ i, ii, iii

82. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$

ii. $\{a, b, c\} \subset \{b, c, d\}$

iii. $\{x : x \text{ স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা}\} \subset \{x : x \text{ পূর্ণ সংখ্যা}\}$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii খ i, ii

গ i, iii ঘ i, ii, iii

83. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ হলে

i. $8 \notin A$ ii. $4 \in A$ iii. $0 \in A$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii খ i, ii

গ i, iii ঘ i, ii, iii

88. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$

ii. $\{a, b, c\} \subset \{b, c, d\}$

iii. $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x < 7\} = \emptyset$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii খ i, ii

গ i, iii ঘ i, ii, iii

89. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ হলে

i. $A' = \{2, 4, 6\}$ ii. $B' = \{1, 3, 5\}$

iii. $A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii খ i, ii

গ i, iii ঘ i, ii, iii

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৩-৬৪)নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$ হলে,

86. $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা কত?

ক 2 খ 3 গ 4 ঘ 5

87. $P(A)$ এর সঠিক মান কোনগুলো?

ক $\{\emptyset, a, b\}$

খ $\{\emptyset, \{a, b\}\}$

গ $\{\emptyset, \{a, b\}\}$

ঘ $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৫-৬৬) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$

88. $A \times (B \cup C)$ এর মান কত?

ক $\{(a,2),(a,b),(a,3),(b,2),(b,a),(b,a)\}$ L $\{(b,2),(b,3),(b,5),(a,2),(a,3),(a,4)\}$
 গ $\{(a,2),(a,3),(a,5),(a,4),(a,6),(a,7)\}$
 ঘ $\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,2),(b,3),(b,4)\}$

৪৯. $A \times (B \cap C)$ এর মান কত?

ক $\{(a,3),(b,3)\}$ খ $\{(3,3),(a,b)\}$
 গ $\{(b,3),(a,3)\}$ ঘ $\{(3,a),(3,3)\}$

৫০. নিচের তথ্যেও আলোকে (৬৭-৬৮) নম্বও প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{0,1\}, \{1,2\}$.

৫০. $A \times B$ এর মান কত?

ক $\{(0,1),(0,2),(1,1),(1,2)\}$ খ $\{(1,0),(2,0),(1,1),(2,1)\}$
 গ $\{(1,0),(2,1),(2,2),(1,1)\}$
 ঘ $\{(0,1),(0,0),(1,1),(2,2)\}$

৫১. $B \times A$ এর মান কত?

ক $\{(0,1),(0,2),(1,1),(1,2)\}$ খ $\{(1,0),(2,0),(1,1),(1,2)\}$
 গ $\{(1,0),(1,1),(2,0),(2,1)\}$
 ঘ $\{(1,0),(0,1),(2,0),(0,2)\}$

৫২. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৭২-৭৪) নম্বও প্রশ্নের উত্তর দাও:

$U = \{1,2,3,4,5,6\}, A = \{1,3,5\}$ এবং $B = \{2,4,6\}$ $C = \{2,3,4,5\}$ হলে,

৫২. A' এর মান কত?

ক $\{1,3,5\}$ খ $\{2,4,6\}$
 গ $\{3,5,6\}$ ঘ \emptyset

৫৩. $A' \cup B'$ এর মান কত?

ক $\{1,2,3,4\}$ খ $\{1,2,3,4,5,6\}$
 গ $\{2,3,4,5\}$ ঘ $\{2,3,4\}$

৫৪. $A' \cup B' \cup C' =$ কত?

ক $\{2,3,4,5,6\}$ খ $\{1,2,3,4,5\}$
 গ $\{1,3,5,6\}$ ঘ $\{1,2,3,4,5,6\}$

৫৫. নিচের তথ্যেও আলোকে (৭৫-৭৭) নম্বও প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{1,3,5\}$ এবং $B = \{2,4,6\}, C = \{2,3,4,5\}$ হলে,

৫৫. $A - B$ এর মান কত?

ক $\{1,3,5\}$ খ $\{2,4,6\}$
 গ $\{1,6\}$ ঘ $\{1,3,4\}$

৫৬. $C - B$ এর মান কত?

ক $\{3,5\}$ খ $\{2,5\}$
 গ $\{1,6\}$ ঘ $\{2,4\}$

৫৭. $(A \cup B) \cap C$ এর মান কত?

ক $\{1,3,5\}$ খ $\{2,4,6\}$
 গ $\{2,3,4,5\}$ ঘ $\{ \}$

৫৮. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (৭৮-৮০) নম্বও প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{a,b,c\}$ এবং $B = \{b,d,f\}$ $C = \{a,f,g\}$ হলে,

৫৮. $A \cup B =$ কত?

ক $\{a,b,d,f\}$
 খ $\{a,c,d,f\}$

গ $\{a,b,c,d,f\}$
 ঘ $\{a,d,f\}$

৫৯. $A \cap B \cap C =$ কত?

ক $\{a\}$ খ $\{c\}$
 গ $\{b\}$ ঘ $\{ \}$

৬০. $(A - B) \cup C =$ কত?

ক $\{a,c\}$ খ $\{a,c,f,g\}$
 গ $\{a,f,g\}$ ঘ $\{a,c,f\}$

৬১. $A = \{a, b, c, d\}$ সেটের উপসেটের সংখ্যা কয়টি?

ক 16 খ 36

গ 64

ঘ 5

৬২. A ও B দুটি নিশ্চৈদ সেট হলে $A \cap B$ এর মান নিচের কোনটি?

ক {0}

খ 0

গ \emptyset

ঘ $\{\emptyset\}$

৬৩. $B = \{x : x, 9 \text{ এর গুণিতক}\}$ হলে, B সেটের উপাদান সংখ্যা কত?

ক 2

খ 5

গ 7

ঘ অসংখ্য

৬৪. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা n হলে তার প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কতটি হবে?

ক $2^n - 1$

খ $2^n - 1$

গ 2^n

ঘ n^2

৬৫. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $A = \{1, 3, 5\}$ হলে A কত?

ক { }

খ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

গ $\{1, 3, 5\}$

ঘ $\{2, 4\}$

৬৬. $\{x \in \mathbb{N} : x, 6 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ক $\{1, 2, 3, 6\}$

খ $\{1, 2, 3\}$

গ $\{1, 3, 6\}$

ঘ $\{6, 12, 18\}$

৬৭. $\{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x < 3\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে পাই।

ক $\{0, 1, 2\}$

খ $\{1, 2\}$

গ $\{0, \pm 1, \pm 2\}$

ঘ $\{\pm 1, \pm 2\}$

৬৮. $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ হলে, A সেটের গঠন পদ্ধতি কোনটি?

ক $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x < 13\}$

খ

$\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x < 13\}$

গ $\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x \leq 13\}$

ঘ $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x \leq 13\}$

৬৯. $(2x+y, 3) = (6, x-y)$ হলে $(x, y) =$ কত?

ক (0, 3)

খ (3, 0)

গ (0, -3)

ঘ (-3, 0)

৭০. 8 এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

ক $\{8, 16, 24, \dots\}$

খ $\{1, 2, 3, 4, 8\}$

গ $\{1, 2, 4, 8\}$

ঘ $\{1, 2\}$

৭১. মৌলিক সংখ্যা সেটের ক্ষুদ্রতম সদস্য কোনটি?

ক ১

খ ২

গ ৩

ঘ ৪

৭২. $\{x \in \mathbb{Z} : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 13\}$ এর তালিকাবদ্ধ পদ্ধতির সেট কোনটি?

ক $\{-1, -4, -5, 0, 1, 2\}$ খ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

গ $\{-2, -3, 1, 0, 3\}$ ঘ $\{3, 2, 0, 1, 3\}$

৭৩. $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{3, 4\}$ হলে $A - B$ সেট নিচের কোনটি?

ক $\{1, 2\}$

খ $\{4\}$

গ $\{3\}$

ঘ $\{1, 2, 3, 4\}$

৭৪. যদি $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4\}$ হয়, তাহলে,

i. $B \cap C = \{3\}$

ii. $B \cap C = \emptyset$

iii. $B \cap C = \{2, 3, 4\}$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i

খ ii

গ iii

ঘ i, ii, iii

৭৫. $B = \{2, 3, 5, 6\}$ হলে-

i. $6 \in B$

ii. $B \times B$ এবং $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা একই

iii. $(B \cup B) - (B \cap B) = \emptyset$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii

খ i, ii

৬১-ক	৬২-গ	৬৩-ঘ	৬৪-ক	৬৫-ঘ	৬৬-ক	৬৭-গ	৬৮-গ	৬৯-খ	৭০-গ
৭১-খ	৭২-খ	৭৩-ক	৭৪-ক	৭৫-ঘ	৭৬-ক	৭৭-ক	৭৮-ঘ	৭৯-ঘ	৮০-ঘ
৮১-ঘ									

অনুশীলনী-২.২

৮২. যদি A ও B দুটি সেট হয়, তবে $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর যেকোন অশূন্য উপসেট R কে A থেকে B এর কী বলা হয়?

- ক অন্বয় ফাংশন
গ সূত্র ডোমেন

৮৩. “x is related to y” অর্থাৎ উপাদান x, উপাদান y এর সঙ্গে R সম্পর্কযুক্ত হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- ক $x \in y$ $x R y$
গ $y R x$ $x \subset y$

৮৪. R কে A এর অন্বয় বলা হয় কখন?

- ক $R \subset A$ $A \subset R$
গ $R \subset A \times A$ $R \cap A$

৮৫. যদি দুটি চারক x ও y এর মধ্যে এরূপ সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে যে, x এর বাস্‌ড্র মানের জন্য y এর একটি বাস্‌ড্র মান পাওয়া যায়; তবে y কে x এর কি বলা হয়?

- ক অন্বয় ফাংশন
গ ডোমেন রেঞ্জ

৮৬. y যদি x এর ফাংশন হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য?

- ক $y = f(x)$ $f(y) = x$
গ $x = y$ $f(x) = y^2$

৮৭. ফাংশনের প্রতীকগুলোকে সাধারণত কিভাবে নির্দেশ করা হয়?

- ক $f(x)$ $F(x)$
গ $g(x)$ সবগুলো

৮৮. $f(a) = a^2 + 2a + 1$ হলে, $f(-1)$ এর মান কত?

- ক 1 -1
গ 2 0

৮৯. $f(x) = 2x - 3$ হলে, $f(1)$ এর মান কত?

- ক -3 -2
গ -1 1

৯০. $f(x) = x^3 - 2x + 6$ হলে, $f(-3)$ এর মান কত?

- ক -12 -10
গ -15 -8

৯১. $f(x) = x^2 + 3x + 2$ হলে, $f(0)$ এর মান কত?

- ক 0 1
গ 2 3

৯২. $f(x) = 4x - 1$ হলে, $f\left(\frac{1}{4}\right)$ এর মান কত?

- ক 1 $\frac{1}{4}$
গ 0 -1

৯৩. কোন গণিতবিদ সর্বপ্রথম বীজগণিত ও জ্যামিতির মধ্যে মৌলিক সম্পর্ক স্থাপন করেন?

- ক রেনে দেকার্ত জন ভেন
গ ইউক্লিড জর্জ কেটন

৯৪. দুটি অক্ষরেখা যে বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করে তাকে কি বলে?

- ক মূলবিন্দু লম্ববিন্দু
গ সমবিন্দু ভরকেন্দ্র

৯৫. মূল বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?

- ক (x, y) $(x, 0)$
গ $(0, y)$ $(0, 0)$

৯৬. y অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুর দূরত্ব কত?

- ক $|x_1|$ $|y_1|$
গ $|x_1 - y_1|$ $|x_1 + y_1|$

৯৭. x অক্ষের সমীকরণ কোনটি?

ক $y = 0$ L $x = 0$

গ $x = a$ N $y = b$

৯৮. $(-3,4)$ বিন্দুটি ছক ছাগজের কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে?

ক প্রথম খ দ্বিতীয়

গ তৃতীয় ঘ চতুর্থ

৯৯. $(0, -5)$ বিন্দুটির জন্য কোনটি সত্য?

ক $(0,-5)$, x অক্ষের উপর খ $(0,-5)$, y অক্ষের উপর

গ $(0,-5)$ প্রথম চতুর্ভাগে ঘ $(0,-5)$ মূলবিন্দু

১০০. $4x + 3y = 12$ কিসের সমীকরণ?

ক সরলরেখার খ বৃত্তের

গ উপবৃত্তের ঘ পরাবৃত্তের

১০১. $A = \{5,6\}$, $B = \{4,5\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $X > Y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকলে অন্তর্গত কি?

ক $R = \{(5,4),(5,5),(6,4),(6,5)\}$ খ $R = \{(5,4),(6,4),(6,5)\}$

গ $R = \{5,5\}$

ঘ $R = \{(6,4),(5,4),(5,6)\}$

১০২. যদি $C = \{3,4\}$, $D = \{2,5\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অন্তর্গত কি?

ক $\{(3,2),(3,5),(4,2),(4,5)\}$ খ $\{(3,2),(3,5),(4,2)\}$

গ $\{(3,5),(4,5)\}$

ঘ $\{(3,2),(4,2),(4,5)\}$

১০৩. যদি $P = \{3,4\}$, $Q = \{2,3\}$ এবং p ও Q এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অন্তর্গত কি?

ক $\{(3,2),(3,3),(4,2),(4,3)\}$ খ $\{(3,2),(4,2),(4,3)\}$

গ $\{(3,3),(4,2),(4,3)\}$

ঘ $\{(3,3),(4,2),(4,3)\}$

১০৪. $A = \{3,4\}$, $B = \{4,5\}$ এবং $x = y$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য?

ক $\{(4,4)\}$

খ $\{(3,4),(3,5)\}$

গ $\{(4,5),(3,5)\}$

ঘ $\{(3,4),(3,5),(4,4),(4,5)\}$

১০৫. $f(x) = x^2 - 5x + 6$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

ক 2,3 খ -2,3

গ -2,-3 ঘ 5,6

১০৬. $g(x) = \frac{3x+4}{x-5}$ হলে $g(6)$ এর মান নিচের কোনটি?

ক -22 খ 22

গ 25 ঘ 20

১০৭. $g(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ হলে $g(-1)$ এর মান নিচের কোনটি?

ক $\frac{1}{3}$ খ $-\frac{1}{3}$

গ $-\frac{5}{2}$ ঘ -1

১০৮. $A = \{5,6\}$, $B = \{4,5\}$ এবং $x \leq y$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সত্য?

ক $\{(5,4),(5,5),(6,4),(6,5)\}$ খ $\{(5,5)\}$

গ $\{(5,4),(5,5)\}$

ঘ $\{(6,4),(6,5)\}$

১০৯. $A = \{6,7\}$, $B = \{8,7\}$ এবং $x = y - 1$ হলে, নিচের কোনটি সত্য?

ক $\{(6,8),(6,7),(7,8),(7,7)\}$ খ $\{(6,7),(8,7)\}$

গ $\{(6,7),(7,8)\}$

ঘ $\{(6,8),(6,7),(7,8)\}$

১১০. $f(x) = x^3 - 2x + 6$ হলে, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ এর মান কত?

ক $\frac{145}{27}$ খ $-\frac{145}{27}$

গ $\frac{154}{27}$ ঘ $\frac{155}{29}$

১১১. $f(x) = x^3 - kx^2 - 4x - 8$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-2)=0$ হবে ?

ক -2 খ -3

১১২. $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ হলে $\frac{f(x)+1}{f(x)-1}$ এর মান কত?

ক $3x$ খ $4x$
গ $2x$ ঘ x

১১৩. $f(x) = x^3 - kx^2 - 9x - 18$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-3)=0$ হবে ?

ক 2 খ 3
গ 4 ঘ 5

১১৪. $f(x) = \frac{5x+1}{5x-1}$ হলে $\frac{f(x)+1}{f(x)-1}$ এর মান কত?

ক $2x$ খ $3x$
গ $4x$ ঘ $5x$

১১৫. $h(x) = \frac{2x+1}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$ হলে $x = 1$ বিন্দুতে ফাংশনটির মান কত?

ক -1 খ -2
গ 0 ঘ 3

১১৬. $F(x) = x^2 - 7x + 12$ হলে, নিচের কোনটি সত্য?

ক $F(3) = F(4)$ খ $F(3) = F(-4)$
গ $F(2) = F(3)$ ঘ $F(0) = F(1)$

১১৭. $h(x) = \frac{2x+3}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$ হলে $x = 1$ বিন্দুতে ফাংশনটির মান কত?

ক -2 খ -3
গ -4 ঘ -5

১১৮. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, এবং $B = \{4, 5\}$ হলে

i. $x > y$ হলে $R = \{(5, 4), (6, 4), (6, 5)\}$

ii. $x = y$ হলে $R = \{(5, 5)\}$

iii. $x < y$ হলে $R = \{ \}$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i, ii খ i, ii
গ i, iii ঘ i, ii, iii

১১৯. $y = x^2 - 4x + 3$ হয়, তবে

i. y, x হলে এর একটি ফাংশন

ii. x স্বাধীন চলক

iii. x পরাধীন চলক

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ i, ii
গ i, iii ঘ i, ii, iii

১২০. যদি $g(x) = \frac{3x+4}{x-5}$ হয় তবে

i. $g(6) = 22$

ii. $g(3) = \frac{13}{2}$

iii. $g(0) = -\frac{4}{5}$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ i,ii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

১২১. যদি $f(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হয় তবে

i. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

ii. $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = f(x^2)$

iii. $f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = f(\sqrt{x})$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ i,ii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

১২২. যদি $f(x) = \frac{4x+6}{x-2}$ হয় তবে

iv. $f(0) = -3$

v. $f(1) = -10$

vi. $f(3) = 18$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ i,ii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

১২৩. যদি $f(x) = \frac{1+x^4+x^8}{x^4}$ হয় তবে

i. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

ii. $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = f(x^2)$

iii. $f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = f(\sqrt{x})$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক?

ক i খ i,ii

গ i,iii ঘ i,ii,iii

১২৪. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১২৩-১২৫) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \{5,6\}$, $B = \{4,5\}$

১২৪. A ও B এর উপাদানের মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকলে অময়টি কি হবে?

ক $\{(5,4),(6,4),(6,5)\}$

খ $\{(5,6),(4,5)\}$

গ $\{(5,6),(5,5),(4,5)\}$

ঘ $\{(6,4),(6,5)\}$

১২৫. A ও B এর উপাদানের মধ্যে $x = y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকলে অময়টি কি হবে?

ক $\{(5,4),(6,4),(6,5)\}$

খ $\{(5,6),(4,5)\}$

গ $\{(5,6),(6,4)\}$

ঘ $\{(5,5)\}$

১২৬. A ও B এর উপাদানের মধ্যে $x < y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকলে অক্ষয়টি কি হবে?

ক $\{\}$ খ $\{(5,5)\}$

গ $\{(6,4),(6,5)\}$ ঘ $\{(5,6),(4,5)\}$

১২৭. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১২৬-১২৭) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = x^2 - 5x + 6$ হলে,

১২৭. $f(0)$ এর মান কত?

ক 0 খ 2

গ 4 ঘ 6

১২৮. $f(-2)$ এর মান কত?

ক 16 খ 20

গ 18 ঘ 12

১২৯. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১২৮-১৩০) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$ হলে,

১২৯. $f(0)$ এর মান কত?

ক -4 খ -8

গ 8 ঘ -12

১৩০. $f(-2)$ এর মান কত?

ক $4(k-3)$ খ $4(k-2)$

গ $4(k+2)$ ঘ $k+8$

১৩১. k এর মান কত হলে $f(-2)=0$ হবে?

ক 2 খ 3

গ -2 ঘ -3

১৩২. নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১৩১-১৩৩) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3ax - 1$ হলে,

১৩২. $f(0)$ এর মান কত?

ক 0 খ 1

গ -1 ঘ $-\frac{1}{2}$

১৩৩. $f(1)$ এর মান কত?

ক $3a+3$ খ $3a-3$

গ $3-3a$ ঘ $2a+3$

১৩৪. k এর কোন মানের জন্য $f(1)=0$ হবে?

ক 1 খ -1

গ 3 ঘ -3

১৩৫. $f(n) = n^3 + 2n^2 - 3$ হলে $f(-3)$ এর মান কত?

ক -48 খ -12

গ 12 ঘ 42

১৩৬. $f(x) = x^3 - x - k$ এবং $f(2)=0$ হলে k এর মান কত?

ক -6 খ 6

গ 5 ঘ -5

১৩৭. $f(x) = x^2 - 5x + 6$ হলে x এর কোন মানের জন্য $f(x)=0$ হবে?

ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{3}{2}$

গ $\frac{4}{3}$ ঘ $-\frac{3}{-2}$

১৩৮. $f(x) = \frac{2}{x} + 1$ হলে $f\left(\frac{1}{x}\right) =$ কত?

ক $2x+1$ খ $\frac{2}{x}+1$

গ $\frac{2+x}{2}$ ঘ $\frac{x}{x+2}$

১৩৮. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ হলে $f(2)$ এর মান কোনটি?
ক 4 খ 2

গ 1 ঘ 0

১৩৯. $A = \{0,1,2\}, R = \{(x,y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x+1\}$ হলে ডোমেন কত?
ক $\{0,1\}$ খ $\{0,1,2\}$

গ $\{1,2\}$ ঘ $\{0,2\}$

১৪০. $S = \{(2,1), (2,3), (4,5)\}$ অবয়ের রেঞ্জ কত?
ক $\{1,2,4\}$ খ $\{2,1,3\}$

গ $\{2,1,5\}$ ঘ $\{1,3,5\}$

১৪১. $A = \{3,5\}$ ও $B = \{2,4\}$ এবং $x < y$ শর্তে নিচের কোন রিলেশনটি সত্য-
ক $\{(3,4)\}$ খ $\{(3,2), (3,4)\}$

গ $\{(5,2), (5,4)\}$

ঘ $\{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$

১৪২. $A = \{a,b,x\}$ এবং $B = \{c,d,y\}$ হলে, $A/B =$ কত?
ক A/ খ B/

গ B ঘ A

১৪৩. $f(a) = a^2 - 21a - 20$ হলে এর কোন মানের জন্য হবে?
ক 1 খ -1

গ 2 ঘ -2

১৪৪. অবয় S = $\{(2,1), (2,2), (3,2), (4,5)\}$ এর রেঞ্জ কত?
ক $\{1,2,5\}$ খ $\{2,3,4\}$

গ $\{1,2,2,5\}$ ঘ $\{2,2,3,4\}$

১৪৫. $f(a) = a^3 - 21a - 20$ হলে $f(-1)$ এর জন্য মান কত?
ক 0 খ -1

গ 1 ঘ 2