

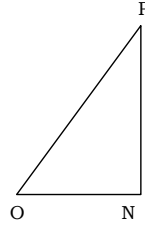
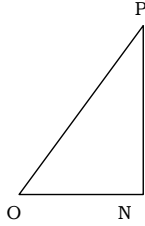
SSC Math

অধ্যয়নভিত্তিক কন্টেন্ট ২০২৩

অধ্যায়-৯: ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

প্রয়োজনীয় তথ্য:

- **ত্রিকোণমিতি** : ‘ত্রিকোণ’ শব্দটি দ্বারা তিনটি কোণ বোঝায় আর ‘মিতি’ শব্দটির অর্থ পরিমাপ বোঝায়। ইংরেজিতে ত্রিকোণমিতিকে Trigonometry বলা হয় ‘Trigon’ গ্রিক শব্দটির অর্থ তিনটি কোণ বা ত্রিভুজ এবং ‘metry’ শব্দের অর্থ পরিমাপ। অর্থাৎ, গণিতের যে শাখায় ত্রিভুজ সংক্রান্ত বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে বিশেষভাবে আলোচনা করা হয় তাকে ত্রিকোণমিতি বলে।
- **সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর নামকরণ** : সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো অতিভুজ, ভূমি ও উন্নতি নামে অভিহিত হয়। আবার, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটির সাপেক্ষে অবস্থানের প্রেক্ষিতেও বাহুগুলোর নামকরণ করা হয়। যথা :
 - ক. ‘অতিভুজ’, সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু যা সমকোণের বিপরীত বাহু
 - খ. ‘বিপরীত বাহু’, যা হলো প্রদত্ত কোণের সরাসরি বিপরীত দিকের বাহু
 - গ. ‘সন্নিহিত বাহু’, যা প্রদত্ত কোণ সৃষ্টিকারী একটি রেখাংশ।



$\angle PON$ কোণের জন্য অতিভুজ OP, সন্নিহিত বাহু ON, $\angle OPN$ কোণের জন্য অতিভুজ OP, সন্নিহিত বাহু PN, বিপরীত বাহু PN

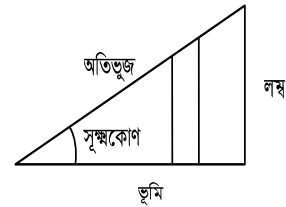
জ্যামিতিক চিত্রের শীর্ষবিন্দু চিহ্নিত করার জন্য বড় হাতের বর্ণ ও বাহু নির্দেশ করতে ছোট হাতের বর্ণ ব্যবহার করা হয়। কোণ নির্দেশের জন্য প্রায়শই গ্রিক বর্ণ ব্যবহৃত হয়। গ্রিক বর্ণমালার ছয়টি বহুল ব্যবহৃত বর্ণ হলো :

alpha α	beta β	gamma γ	theta θ	phi ϕ	omega ω
(আলফা)	(বিটা)	(গামা)	(থিটা)	(পাই)	(ওমেগা)

প্রাচীন গ্রিসের বিখ্যাত সব গণিতবিদদের হাত ধরেই জ্যামিতি ও ত্রিকোণমিতিতে গ্রিক বর্ণগুলো ব্যবহার হয়ে আসছে।

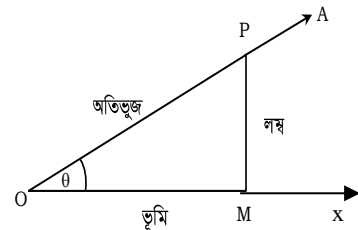
- **সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত** : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নিম্নোক্তভাবে বর্ণনা করা হয় :

সূক্ষ্মকোণের দুইটি বাহু থাকে এবং প্রত্যেকটি বাহুর মধ্যে অসংখ্য বিন্দু কল্পনা করা হয়। প্রতিটি বিন্দু থেকে অপর বাহুটির উপর লম্ব টানলে এক একটি সমকোণী ত্রিভুজের সৃষ্টি হয়। সমকোণী ত্রিভুজের বিপরীত বাহুটিকে অতিভুজ, নির্দিষ্ট সূক্ষ্মকোণটির বিপরীত বাহুটিকে লম্ব এবং অপর একটি বাহুকে ভূমি বলা হয়।



- **সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিত্রগত ব্যাখ্যা** :

মনে করি, $\angle XO A$ একটি সূক্ষ্মকোণ। OA বাহুতে যেকোনো একটি বিন্দু P নিই। P থেকে OX বাহু পর্যন্ত PM লম্ব টানি। তাতে সমকোণী ত্রিভুজ POM গঠিত হলো। এই $\triangle POM$ এর PM, OM ও OP বাহুগুলোর যে ছয়টি অনুপাত পাওয়া যায় তাদের $\angle XO A$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বলা হয় এবং তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সুনির্দিষ্ট নামে নামকরণ করা হয়।



$\angle XO A$ সাপেক্ষে সমকোণী ত্রিভুজ POM-এর PM বাহুকে লম্ব, OM বাহুকে ভূমি, OP বাহুকে অতিভুজ ধরা হয়। এখন, $\angle XO A = \theta$ ধরলে θ কোণের যে ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া যায় তা বর্ণনা করা হলো।

$$\frac{PM}{OP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \theta \text{ কোণের সাইন (sine) বা সংক্ষেপে } \sin\theta$$

$$\frac{OM}{OP} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \theta \text{ কোণের কোসাইন (cosine) বা সংক্ষেপে } \cos\theta.$$

$$\frac{PM}{OM} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \theta \text{ কোণের ট্যানজেন্ট (tangent) বা সংক্ষেপে } \tan\theta.$$

$$\frac{OM}{PM} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \theta \text{ কোণের কোট্যানজেন্ট (cotangent) বা সংক্ষেপে } \cot\theta.$$

$$\frac{OP}{OM} = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{ভূমি}} = \theta \text{ কোণের সেকেন্ট (secant) বা সংক্ষেপে } \sec\theta.$$

$$\frac{OP}{PM} = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}} = \theta \text{ কোণের কোসেকেন্ট (cosecant) বা সংক্ষেপে } \text{cosec}\theta.$$

দ্রষ্টব্য : (θ) খেটা একটি গ্রিক অক্ষর, এখানে যা একটি কোণের পরিমাপ নির্দেশ করে।

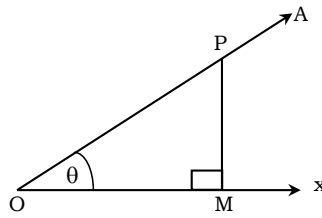
- সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক :
মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

পাশের চিত্র সাপেক্ষে, সংজ্ঞানুযায়ী,

$$\sin\theta = \frac{PM}{OP} \quad \text{cosec}\theta = \frac{OP}{PM}$$

$$\cos\theta = \frac{OM}{OP} \quad \text{sec}\theta = \frac{OP}{OM}$$

$$\tan\theta = \frac{PM}{OM} \quad \cot\theta = \frac{OM}{PM}$$



সুতরাং দেখা যায় যে,

$$1. \quad \sin\theta \cdot \text{cosec}\theta = \frac{PM}{OP} \cdot \frac{OP}{PM} = 1$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\theta} \text{ এবং } \text{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$3. \quad \tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{PM}{OM} \cdot \frac{OM}{PM} = 1$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \text{ এবং } \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$2. \quad \cos\theta \cdot \sec\theta = \frac{OM}{OP} \cdot \frac{OP}{OM} = 1$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \text{ এবং } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$4. \quad \tan\theta = \frac{PM}{OM} = \frac{\frac{PM}{OP}}{\frac{OM}{OP}} \text{ [লব ও হরকে OP দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \text{ এবং একইভাবে, } \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

- ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি পিথাগোরাসের প্রতিজ্ঞা ব্যবহার করে যে সম্পর্ক পাওয়া যায় তা হলো :

$$1. \quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$2. \quad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$\text{বা, } \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$3. \quad 1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$$

$$\text{বা, } \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

- **sin** এবং **cos** এর মধ্যে সম্পর্ক :

অথবা ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, ΔPOM সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

এখন, ΔOPM এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } \frac{OP^2}{OP^2} = \frac{PM^2}{OP^2} + \frac{OM^2}{OP^2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } OP^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 1 = \left(\frac{PM}{OP}\right)^2 + \left(\frac{OM}{OP}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 = (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2$$

$$\text{বা, } 1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta \quad [\because \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \text{ এবং } \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}]$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

■ $\sec\theta$ এবং $\tan\theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক : $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$, একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, ΔPOM সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

এখন সমকোণী ΔPOM এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } OP^2 - PM^2 = OM^2$$

$$\text{বা, } \frac{OP^2}{OM^2} - \frac{PM^2}{OM^2} = \frac{OM^2}{OM^2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } OM^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{OP}{OM}\right)^2 - \left(\frac{PM}{OM}\right)^2 = 1 \quad [\because \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \sec\theta \text{ এবং } \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\theta]$$

$$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1 \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

■ $\text{cosec}\theta$ এবং $\cot\theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক : $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, ΔPOM সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

এখন, সমকোণী ΔPOM এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

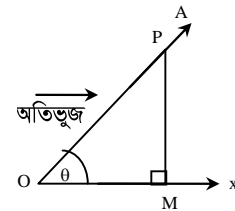
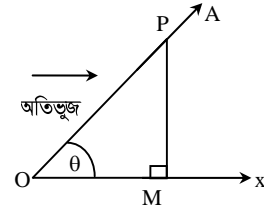
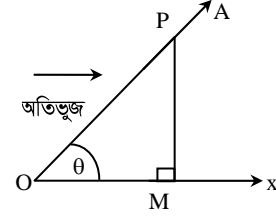
$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } OP^2 - OM^2 = PM^2$$

$$\text{বা, } \frac{OP^2}{PM^2} - \frac{OM^2}{PM^2} = \frac{PM^2}{PM^2} \quad [\text{উভয় পক্ষকে } PM^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{OP}{PM}\right)^2 - \left(\frac{OM}{PM}\right)^2 = 1 \quad [\because \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \text{cosec}\theta \text{ এবং } \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \cot\theta]$$

$$\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1 \quad [\text{প্রমাণিত}]$$



■ বিভিন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

অধ্যায়ের পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়গুলো নিচে তুলে ধরা হলো, যা প্রত্যেকটি অঙ্কের সমাধানে বিশেষভাবে সহায়তা করবে। এ বিষয়গুলো ছাত্রছাত্রীদের জানা আবশ্যিক।

ব্যবহারের সুবিধার্থে 0° , 30° , 45° , 60° ও 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান (যেগুলো সংজ্ঞায়িত) নিচের ছকে দেখানো হলো:

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sine	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosine	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tangent	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cotangent	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
secant	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosecant	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

■ লক্ষ করি : নির্ধারিত কয়েকটি কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক মানসমূহ মনে রাখার সহজ উপায় :

- (i) 0, 1, 2, 3 এবং 4 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\sin 0^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 60^\circ$ এবং $\sin 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়; যেমন, $\sin 30^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
- (ii) 4, 3, 2, 1 এবং 0 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\cos 0^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 60^\circ$ এবং $\cos 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়; যেমন, $\cos 45^\circ = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (iii) 0, 1, 3 এবং 9 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\tan 0^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\tan 45^\circ$ এবং $\tan 60^\circ$ এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ যে $\tan 90^\circ$ সংজ্ঞায়িত নয়)
- (iv) 9, 3, 1 এবং 0 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\cot 30^\circ$, $\cot 45^\circ$, $\cot 60^\circ$, $\cot 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ্য যে, $\cot 0^\circ$ সংজ্ঞায়িত নয়)।

নবম অধ্যায়

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

অনুশীলনী ৯.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ নিচের গাণিতিক উক্তিগুলোর সত্য-মিথ্যা যাচাই কর। তোমার উত্তরের পবে যুক্তি দাও।

(ক) $\tan A$ এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

যুক্তি : যখন $A = 45^\circ$, তখন $\tan A$ এর মান $\tan 45^\circ = 1$ । আবার, যখন

$A = 60^\circ$ তখন $\tan A$ এর মান

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732 > 1$$

অর্থাৎ $\tan A$ এর মান 1 অথবা 1 অপেক্ষা বেশিও হতে পারে।

(খ) $\cot A$ হলো \cot ও A এর গুণফল।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

যুক্তি : $\cot A$ দ্বারা একটি কোণের পরিমাপকে বুঝানো হয়।

A বাদে \cot এর আলাদা কোনো অর্থ বহন করে না।

(গ) A এর কোণ মানের জন্য $\sec A = \frac{12}{5}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sec A = \frac{12}{5}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{12}{5}$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{5}{12} = \cos 65.37^\circ$$

[ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$$\therefore A = 65.37^\circ = 65.37^\circ$$

নির্ণেয় A এর মান 65.37°

(ঘ) \cos হলো \cotangent এর সর্বাধিক রূপ।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

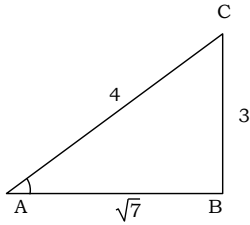
যুক্তি : \cotangent এর সর্বাধিক রূপ হলো \cot

এবং \cosine এর সর্বাধিক রূপ হলো \cos ।

প্রশ্ন ১২ ১ $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে, A কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{3}{4}$

অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু BC = 3 এবং অতিভুজ AC = 4



$$\begin{aligned} \therefore AB &= \sqrt{AC^2 - BC^2} \\ &= \sqrt{4^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{4}{3}$$

প্রশ্ন ১৩ ১ দেওয়া আছে, $15 \cot A = 8$, $\sin A$ ও $\sec A$ এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $15 \cot A = 8$

$$\therefore \cot A = \frac{8}{15}$$

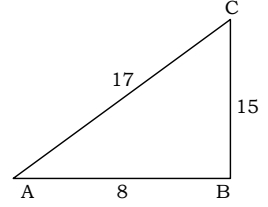
অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু BC = 15

সন্নিহিত বাহু AB = 8

$$\begin{aligned} \text{অতিভুজ } AC &= \sqrt{(15)^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{225 + 64} \\ &= \sqrt{289} \\ &= 17 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin A = \frac{15}{17} \text{ ও } \sec A = \frac{17}{8}$$

নির্ণেয় মান, $\frac{15}{17}$ ও $\frac{17}{8}$



প্রশ্ন ১৪ ১ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, AB = 13 সে.মি., BC = 12 সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ হলে, $\sin \theta$, $\cos \theta$ ও $\tan \theta$ এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ।

AB = 13 সে.মি., BC = 12 সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (13)^2 - (12)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 169 - 144$$

$$\text{বা, } AC^2 = 25$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{25}$$

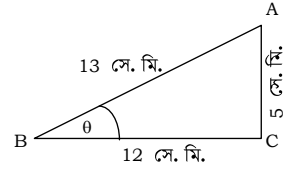
$$\therefore AC = 5$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$$

$$\cos \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$$

নির্ণেয় মান $\frac{5}{13}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{5}{12}$



প্রশ্ন ১৫ ১ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ কোণটি সমকোণ।

$\tan A = \sqrt{3}$ হলে, $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ এর সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = \sqrt{3}$

অতএব, $\text{লম্ব} = \sqrt{3}$

এবং $\text{ভূমি} = 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{অতিভুজ} &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{3 + 1} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এবং } \cos A = \frac{1}{2}$$

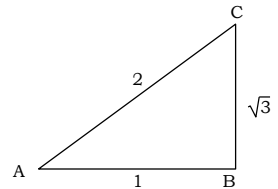
$$\text{বামপক্ষ} = \sqrt{3} \sin A \cos A$$

$$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3}{4} = \text{ডানপক্ষ}$$

সুতরাং $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ বাক্যটি সত্য।

■ প্রমাণ কর (৬ - ২০) :



প্রশ্ন ১৬ ১ (i) $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos A}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sin A}\right)^2}$
 $= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A}$
 $= \cos^2 A + \sin^2 A$
 $= 1$
 $= \text{ডানপক্ষ} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A}$
 $= \left(\frac{1}{\cos A}\right)^2 - \left(\frac{1}{\cot A}\right)^2$
 $= \sec^2 A - \tan^2 A$
 $\left[\because \frac{1}{\cos A} = \sec A \text{ এবং } \frac{1}{\cot A} = \tan A\right]$
 $= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$
 $= 1$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

(iii) $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1$

সমাধান :
 বামপক্ষ = $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A}$
 $= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$
 $= \frac{1 - \cos^2 A}{\sin^2 A}$
 $= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} \quad [\because 1 - \cos^2 A = \sin^2 A]$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৭ ১ (i) $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A}$
 $= \frac{\sin A}{\frac{1}{\sin A}} + \frac{\cos A}{\frac{1}{\cos A}}$
 $= \sin A \cdot \sin A + \cos A \cdot \cos A$
 $= \sin^2 A + \cos^2 A$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A} = 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A}$
 $= \sec A \times \frac{1}{\cos A} - \tan A \times \frac{1}{\cot A}$
 $= \sec A \cdot \sec A - \tan A \cdot \tan A$
 $= \sec^2 A - \tan^2 A$
 $\left[\because \sec A = \frac{1}{\cos A} \text{ এবং } \tan A = \frac{1}{\cot A}\right]$
 $= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} = 1$ [প্রমাণিত]

(iii) $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A} = 1$

সমাধান :
 বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A}$
 $= \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sin^2 A}}$
 $= \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{\sin^2 A}{1 + \sin^2 A}$
 $= \frac{1 + \sin^2 A}{1 + \sin^2 A}$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৮ ১ (i) $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \operatorname{cosec} A + 1$

সমাধান :
 বামপক্ষ = $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A}$
 $= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}$
 $= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}}$
 $= \frac{\sin A}{\cos A} \times \left(\frac{\sin A}{\sin A - \cos A}\right) + \frac{\cos A}{\sin A} \times \left(\frac{\cos A}{\cos A - \sin A}\right)$
 $= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin A (\cos A - \sin A)}$
 $= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} - \frac{\cos^2 A}{\sin A (\sin A - \cos A)}$
 $= \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A \cdot \cos A (\sin A - \cos A)}$
 $= \frac{(\sin A - \cos A) (\sin^2 A + \sin A \cdot \cos A + \cos^2 A)}{\sin A \cdot \cos A (\sin A - \cos A)}$
 $\left[\because a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)\right]$
 $= \frac{1 + \sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}$
 $= \frac{1}{\sin A \cdot \cos A} + \frac{\sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} \right) \left(\frac{1}{\sin A} \right) + 1$$

$$= \sec A \cdot \operatorname{cosec} A + 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \operatorname{cosec} A + 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A}$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 A}}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{\tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ৯ ৥ $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$

$$= \frac{\cos A}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A}$$

$$= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A}$$

$$= \cos A + \sin A = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১০ ৥ $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A}$

$$= \tan A \sqrt{\cos^2 A}$$

$$= \frac{\sin A}{\cos A} \times \cos A = \sin A = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১১ ৥ $\frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A}$$

$$= \frac{(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\sec A - \tan A)} \times \frac{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}$$

[হর ও লবকে একই রাশি দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A)} \times \frac{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}{(\sec A - \tan A)}$$

$$= \frac{\sec^2 A - \tan^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A} \times \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$$

$$= \frac{1 \cdot (\operatorname{cosec} A - \cot A)}{1 \cdot (\sec A - \tan A)}$$

$$[\because \sec^2 A - \tan^2 A = 1; \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1]$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১২ ৥ $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \sec^2 A$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A (\operatorname{cosec} A + 1) + \operatorname{cosec} A (\operatorname{cosec} A - 1)}{(\operatorname{cosec} A - 1)(\operatorname{cosec} A + 1)}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2 A + \operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec}^2 A - \operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$$

$$= \frac{2 \operatorname{cosec}^2 A}{1 + \cot^2 A - 1} \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A]$$

$$= \frac{2 \operatorname{cosec}^2 A}{\cot^2 A} = \frac{2}{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 A} \times \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{\cos A} \right)^2 = 2 \sec^2 A \quad [\because \sec A = \frac{1}{\cos A}]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \sec^2 A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} = 2 \sec^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A}$

$$= \frac{1 - \sin A + 1 + \sin A}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$$

$$= \frac{2}{1 - \sin^2 A}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 A} \quad [\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$$

$$= 2 \sec^2 A$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} = 2 \sec^2 A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \tan^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1}$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A + 1 - \operatorname{cosec} A + 1}{(\operatorname{cosec} A - 1)(\operatorname{cosec} A + 1)}$$

$$= \frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$$

$$= \frac{2}{1 + \cot^2 A - 1} \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A]$$

$$= \frac{2}{\cot^2 A}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{\cot A} \right)^2$$

$$\left[\because \tan A = \frac{1}{\cot A} \right]$$

$$= 2 \cdot (\tan A)^2 = 2 \tan^2 A = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \tan^2 A \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৫} \parallel \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$$

$$\text{সমাধান : বামপক্ষ} = \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{(1 - \cos A) \sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2 \cos A + \cos^2 A}{\sin A (1 - \cos A)}$$

$$= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + 1 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)}$$

$$= \frac{1 + 1 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)} \quad [\because \sin^2 A$$

$$+ \cos^2 A = 1]$$

$$= \frac{2 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)}$$

$$= \frac{2(1 - \cos A)}{\sin A (1 - \cos A)}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sin A}$$

$$= 2 \operatorname{cosec} A \quad \left[\because \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \right]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৬} \parallel \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$$

$$\text{সমাধান : বামপক্ষ} = \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A}$$

$$= \frac{\tan^2 A - (\sec A - 1)(\sec A + 1)}{\tan A (\sec A + 1)}$$

$$= \frac{\tan^2 A - (\sec^2 A - 1)}{\tan A (\sec A + 1)}$$

$$= \frac{\tan^2 A - (1 + \tan^2 A - 1)}{\tan A (\sec A + 1)} \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$$

$$= \frac{\tan^2 A - \tan^2 A}{\tan A (\sec A + 1)}$$

$$= \frac{0}{\tan A (\sec A + 1)}$$

$$= 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0 \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৭} \parallel (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\text{সমাধান : বামপক্ষ} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$$

$$= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2$$

$$\left[\because \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ এবং } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right]$$

$$= \left(\frac{\sin \theta + 1}{\cos \theta} \right)^2$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৮} \parallel \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B$$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\sin A}{\cos A}}$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A}$$

$$\left[\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \text{ এবং } \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} \right]$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A}$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin B \cdot \cos A}$$

$$= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin A \cdot \cos B} \times \frac{\sin B \cdot \cos A}{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}$$

$$= \frac{\cos A}{\sin A} \cdot \frac{\sin B}{\cos B} = \cot A \cdot \tan B = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৯} \parallel \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$$

$$\text{সমাধান : বামপক্ষ} = \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}}$$

[লব ও হরকে $\sqrt{1 - \sin A}$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{1 - \sin^2 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1 - \sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A - \tan A$$

$$\left[\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \text{ এবং } \sec A = \frac{1}{\cos A} \right]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A \text{ [প্রমাণিত]}$$

প্রশ্ন ১২০১ $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$

$$= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)(\sec A + 1)}{(\sec A - 1)(\sec A + 1)}}$$

[লব ও হরকে $\sqrt{\sec A + 1}$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{\sec^2 A - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{1 + \tan^2 A}} \quad [\because \sec^2 A =$$

$1 + \tan^2 A]$

$$= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{\tan^2 A}}$$

$$= \frac{\sec A + 1}{\tan A}$$

$$= \frac{\sec A}{\tan A} + \frac{1}{\tan A}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sin A}{\cos A}} + \cot A$$

$$= \frac{1}{\cos A} \cdot \frac{\cos A}{\sin A} + \cot A$$

$$= \frac{1}{\sin A} + \cot A$$

$$= \operatorname{cosec} A + \cot A \quad [\because \frac{1}{\sin A} = \operatorname{cosec} A]$$

= ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১২১ $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$

$$\text{বা, } \sin A = \sqrt{2}\cos A - \cos A$$

$$\text{বা, } \sin A = (\sqrt{2} - 1)\cos A$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{\sin A}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin A}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

[লব ও হরকে $\sqrt{2} + 1$ দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } \cos A = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin A}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } \cos A = (\sqrt{2} + 1)\sin A$$

$$\text{বা, } \cos A = \sqrt{2}\sin A + \sin A$$

$$\therefore \cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A \quad \text{[প্রমাণিত]}$$

প্রশ্ন ১২২ $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয়, তবে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{বা, } \tan^2 A = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\text{বা, } \tan^2 A = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cot^2 A} = \frac{1}{3} \therefore \cot^2 A = 3$$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

$$\therefore \operatorname{cosec}^2 A = 1 + 3 = 4 \quad [\because \cot^2 A = 3]$$

এবং $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

$$\therefore \sec^2 A = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

এখন, প্রদত্ত রাশি = $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$

$$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{12 - 4}{12 + 4}$$

$$= \frac{8}{16} = \frac{8}{16} \times \frac{3}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৩ $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A) \cdot \frac{4}{3} = 1 \quad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4} \quad \text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৪ $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে, $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

$$\text{বা, } \cot^2 A = \frac{b^2}{a^2} \quad \text{[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 A = 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad \text{[উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 A = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin^2 A} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \sin A = \sqrt{\frac{a^2}{a^2 + b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

আবার, $\sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$ হলে,

$$1 - \cos^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2 A$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2 - a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2 A$$

$$\text{বা, } \cos^2 A = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } \cos A = \sqrt{\frac{b^2}{a^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$$

$$= \frac{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{\frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \quad (\text{Ans.})$$

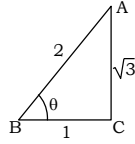
অনুশীলনী ৯.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ১ $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cot \theta$ এর মান কোনটি?

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 2

$$\begin{aligned} \text{ব্যাখ্যা : } AC &= \sqrt{AB^2 - BC^2} \\ &= \sqrt{2^2 - 1^2} \\ &= \sqrt{4 - 1} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$



$$\therefore \cot \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

প্রশ্ন ১২ ১ (i) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

$$(ii) \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$(iii) \cot^2 \theta = 1 - \tan^2 \theta$$

উপরের তথ্যের আলোকে নিম্নের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

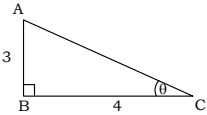
$$\text{ব্যাখ্যা : } \sin^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\therefore \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\therefore \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

\therefore তথ্যানুসারে i ও ii সঠিক।



চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রশ্ন ১৩ ১ $\sin \theta$ এর মান কোনটি?

- ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{4}{3}$ ● $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{4}{5}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$$

প্রশ্ন ১৪ ১ $\cot \theta$ এর মান কোনটি?

- ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{3}{5}$ গ. $\frac{4}{5}$ ● $\frac{4}{3}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \cot \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$$

■ মান নির্ণয় কর (৫ - ৮)

প্রশ্ন ১৫ ১ $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$

$$\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} = \frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$$

$$= \frac{1 - (\cot 60^\circ)^2}{1 + (\cot 60^\circ)^2} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৬ ১ $\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$

$$\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} = \tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$$

$$= 1 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 1 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = \frac{3}{4} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৭ ১ $\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$

$$\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} = \frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} + 4 = \frac{\frac{4-1}{4}}{\frac{4+1}{4}} + 4 = \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) + 4$$

$$= \frac{3}{5} + 4 = \frac{3+20}{5} = \frac{23}{5} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৮ ১ $\cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} = \cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \times (2)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3} \times 4 = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2} \times 3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\text{Ans.})$$

■ দেখাও যে, (৯ - ১৫)

প্রশ্ন ১৯ ১ $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$

সমাধান : আমরা জানি, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{এবং } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

সমাধান : আমরা জানি, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এবং } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

এখন, বামপক্ষ = $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \text{ [মান}$$

বসিয়ে]

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \sin 90^\circ = 1$$

অর্থাৎ, $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ $\cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = \cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$ [দেখানো হলো]

প্রশ্ন ১২ $\sin 3A = \cos 3A$ যদি $A = 15^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 15^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin 3A$$

$$= \sin (3 \times 15^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos 3A$$

$$= \cos (3 \times 15^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

অর্থাৎ, $\sin 3A = \cos 3A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ যদি $A = 45^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 45^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin 2A = \sin (2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{2 \tan 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} = \frac{2 \times 1}{1 + 1^2} = \frac{2}{1 + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

অর্থাৎ, $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$ যদি $A = 30^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 30^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \tan 2A$$

$$= \tan (2 \times 30^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$$

$$= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

অর্থাৎ, $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ যদি $A = 60^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 60^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \cos 2A$$

$$= \cos (2 \times 60^\circ)$$

$$= \cos 120^\circ$$

$$= \cos (90^\circ + 30^\circ)$$

$$= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ}$$

$$= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1 - 3}{1 + 3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৬ $2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B)$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে

দেখাও যে, $A = 45^\circ, B = 15^\circ$ ।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2 \cos(A + B) = 1$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \cos 60^\circ \quad \left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

বা, $A + B = 60^\circ$ (i)

আবার, $2\sin(A - B) = 1$

বা, $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(A - B) = \sin 30^\circ$ [$\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$]

বা, $A - B = 30^\circ$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2A = 90^\circ \therefore A = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

A এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$B = 60^\circ - A = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

$\therefore A = 45^\circ$ এবং $B = 15^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৭ $\cos(A - B) = 1, 2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে, A ও B এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos(A - B) = 1$

বা, $\cos(A - B) = \cos 0^\circ$

$\therefore A - B = 0^\circ$ (i)

আবার, $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$

বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin(A + B) = \sin 60^\circ$

$\therefore A + B = 60^\circ$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$A - B = 0^\circ$

$A + B = 60^\circ$

$2A = 60^\circ$

বা, $A = \frac{60^\circ}{2} \therefore A = 30^\circ$

A-এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$30^\circ + B = 60^\circ$

বা, $B = 60^\circ - 30^\circ \therefore B = 30^\circ$

নির্ণয় মান $A = 30^\circ$ এবং $B = 30^\circ$.

প্রশ্ন ১৮ সমাধান কর : $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

সমাধান : $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

বা, $\frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$

[যোজন ও বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

বা, $\frac{\cos A}{-\sin A} = -\sqrt{3}$

বা, $\cot A = \sqrt{3}$

বা, $\cot A = \cot 30^\circ \therefore A = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ A ও B সূক্ষ্মকোণ এবং $\cot(A + B) = 1, \cot(A - B) = \sqrt{3}$ হলে, A ও B এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : ১ম শর্তানুযায়ী

$\cot(A + B) = 1$

বা, $\cot(A + B) = \cot 45^\circ$ [$\because \cot 45^\circ = 1$]

$\therefore A + B = 45^\circ$ (i)

আবার, ২য় শর্তানুযায়ী

$\cot(A - B) = \sqrt{3}$

বা, $\cot(A - B) = \cot 30^\circ$ [$\because \cot 30^\circ = \sqrt{3}$]

$\therefore A - B = 30^\circ$ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2A = 75^\circ$

বা, $A = \frac{75^\circ}{2} = 37 \frac{1}{2}$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$B = 45 - A$

$= 45^\circ - \frac{75^\circ}{2}$

$= \frac{90^\circ - 75^\circ}{2} = \frac{15^\circ}{2} = 7 \frac{1}{2}$

নির্ণয় মান $A = 37 \frac{1}{2}$; $B = 7 \frac{1}{2}$

প্রশ্ন ২০ দেখাও যে, $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$ যদি $A = 30^\circ$ হয়।

সমাধান :

বামপক্ষ = $\cos 3A$

$= \cos(3 \times 30^\circ)$

$= \cos 90^\circ = 0$ [$\because \cos 90^\circ = 0$]

ডানপক্ষ = $4 \cos^3 A - 3 \cos A$

$= 4 \cos^3 30^\circ - 3 \cos 30^\circ$

$= 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

অর্থাৎ, $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২১ সমাধান কর : $\sin \theta + \cos \theta = 1$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin \theta + \cos \theta = 1$

বা, $\sin \theta = 1 - \cos \theta$

বা, $\sin^2 \theta = (1 - \cos \theta)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\sin^2 \theta = 1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta$

বা, $1 - \cos^2 \theta = 1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta$ [$\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$]

বা, $1 - \cos^2 \theta - 1 + 2\cos \theta - \cos^2 \theta = 0$

বা, $-2\cos^2 \theta + 2\cos \theta = 0$

বা, $-2\cos \theta (\cos \theta - 1) = 0$

হয়, $-2\cos \theta = 0$

বা, $\cos \theta = \frac{0}{-2} = 0$

বা, $\cos \theta = \cos 90^\circ$ [$\because \cos 90^\circ = 0$]

অথবা, $\cos \theta - 1 = 0$

বা, $\cos \theta = 1$

বা, $\cos \theta = \cos 0^\circ$

$$\therefore \theta = 90^\circ \quad | \quad \therefore \theta = 0^\circ$$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 0^\circ$ অথবা 90°

প্রশ্ন ২২ ৥ সমাধান কর : $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5 \cos \theta$, যখন θ সূক্ষকোণ।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5 \cos \theta$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - \sin^2\theta - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$[\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 5 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 6 \cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta (\cos \theta + 3) - 1 (\cos \theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta + 3) (2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta + 3 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = -3 \quad | \quad \text{বা, } 2 \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

যেহেতু, $\cos \theta$ এর মান সর্বদা -1 ও $+1$ এর মধ্যবর্তী সূত্রাং $\cos \theta = -3$

গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\text{অতএব, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 60^\circ \quad \left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

নির্ণেয় সমাধান $\theta = 60^\circ$

প্রশ্ন ২৩ ৥ সমাধান কর : $2 \sin^2\theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$, θ সূক্ষকোণ।

সমাধান : $2 \sin^2\theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$

$$\text{বা, } 2(1 - \cos^2\theta) + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - 2 \cos^2\theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2 \cos^2\theta + 3 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta - 3 \cos \theta + 1 = 0 \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta - 2 \cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta (\cos \theta - 1) - 1 (\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta - 1) (2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta - 1 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1 = \cos 0^\circ \quad | \quad \text{বা, } 2 \cos \theta = 1$$

$$\therefore \theta = 0^\circ \quad | \quad \text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 60^\circ$ [যেহেতু θ সূক্ষকোণ]

প্রশ্ন ২৪ ৥ সমাধান কর : $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3}) \tan \theta + \sqrt{3} = 0$

সমাধান : $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3}) \tan \theta + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } \tan^2\theta - \tan \theta - \sqrt{3} \tan \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan \theta (\tan \theta - 1) - \sqrt{3} (\tan \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\tan \theta - 1) (\tan \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয় } \tan \theta - 1 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } \tan \theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 1 = \tan 45^\circ \quad | \quad \text{বা, } \tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \quad | \quad \therefore \theta = 60^\circ$$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 45^\circ$ এবং 60°

[বি. দ্র. : পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে]

প্রশ্ন ২৫ ৥ মান নির্ণয় কর : $3 \cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5 \sin^2 45^\circ - 4 \cos^2 60^\circ$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $3 \cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$+ 5 \sin^2 45^\circ - 4 \cos^2 60^\circ$$

$$= 3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{1}{4} \times (2)^2 + 5 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times 4 + 5 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{4}$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 = 1 + \frac{5}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

নির্ণেয় মান $\frac{7}{2}$.

প্রশ্ন ২৬ ৥ $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 12 \text{ cm}$

(ক) AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) $\angle C = \theta$ হলে $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, $\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta = \sec^2 \theta \operatorname{cosec}^2 \theta$

সমাধান :

(ক) যেহেতু $\angle B = 90^\circ$, সেহেতু ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। AC এর অতিভুজ।

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 25 + 144$$

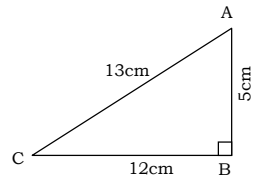
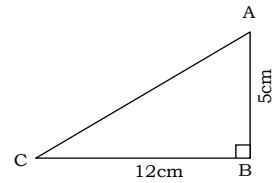
$$\text{বা, } AC^2 = 169$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{169}$$

$$\therefore AC = 13 \text{ cm (Ans.)}$$

(খ) চিত্র হতে পাই,

$$\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$



$$\text{এবং } \cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$$

নির্ণেয় মান $\frac{17}{13}$

(গ) বামপক্ষ = $\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

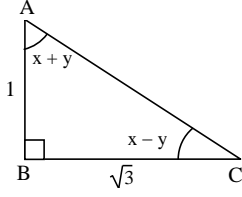
$$= \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$= \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন II ২৭ II



(ক) AC এর পরিমাণ কত?

(খ) $\tan A + \tan C$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) x ও y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) প্রদত্ত $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

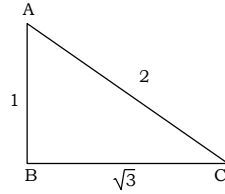
$$\text{বা, } AC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 1 + 3$$

$$\text{বা, } AC^2 = 4 \text{ বা, } AC = \sqrt{4} \therefore AC = 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{(খ) } \tan A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\text{এবং } \tan C = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\begin{aligned} \therefore \tan A + \tan C &= \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(গ) ‘খ’ হতে পাই, $\tan A = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } A = 60^\circ$$

$$\text{বা, } x + y = 60^\circ \quad [\because \angle A = x + y]$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, } \tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan C = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } C = 30^\circ$$

$$\text{বা, } x - y = 30^\circ \quad [\because \angle C = x - y]$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

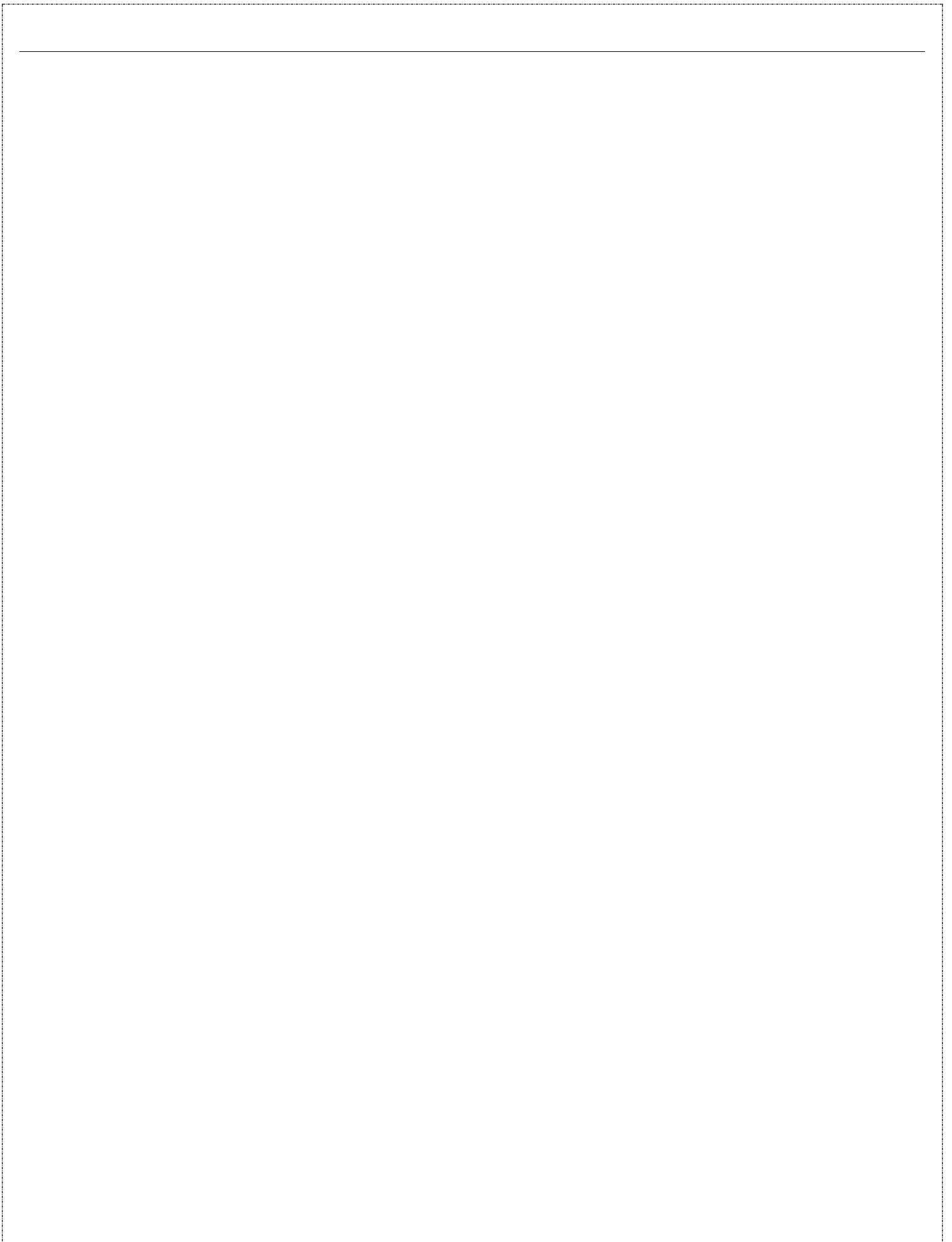
$$\therefore x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\text{বা, } y = 60^\circ - 45^\circ \therefore y = 15^\circ$$

নির্ণেয় মান $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$



সৃজনশীল প্রশ্ন:

প্রশ্ন ১ $2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B)$, $\cot\theta + \cos\theta = m$
এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$. [ঢাকা বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\tan C = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec C$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $\operatorname{cosec} 2A$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

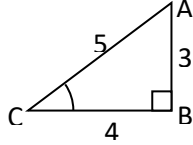
ক দেওয়া আছে, $\tan C = \frac{3}{4}$

চিত্র হতে, $AB = 3$

$BC = 4$

সুতরাং $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\therefore \sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$ (Ans.)



খ দেওয়া আছে,

$$2\cos(A + B) = 1$$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \cos 60^\circ$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \dots (i)$$

$$\text{এবং } 2 \sin(A - B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \sin 30^\circ$$

$$\therefore A - B = 30^\circ \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$2A = 90^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

$$\text{সুতরাং } \operatorname{cosec} 2A = \operatorname{cosec}(2 \times 45^\circ)$$

$$= \operatorname{cosec} 90^\circ = 1 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\cot\theta + \cos\theta = m$$

$$\cot\theta - \cos\theta = n$$

এখন,

$$\text{বামপক্ষ} = m^2 - n^2$$

$$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$$

$$= 4 \cot\theta \cos\theta \quad [\square (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab]$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta \cos^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta \sin^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$$

$$= 4\sqrt{mn}$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২ $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$ এবং $z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$ যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\sin(A + 60^\circ) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{z} = x - y$. ৪
গ. $2x^2 + y = 5$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(A + 60^\circ) = 1$

$$\text{বা, } \sin(A + 60^\circ) = \sin 90^\circ$$

$$\text{বা, } A + 60^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } A = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$
SSC গণিত মেইড হাজ

$$\text{এবং } z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \sqrt{z}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1 - \cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta}} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$$

$$= x - y$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \sqrt{z} = x - y \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$

$$\therefore 2x^2 + y = 5$$

$$\text{বা, } 2\operatorname{cosec}^2\theta + \cot\theta = 5$$

$$\text{বা, } 2(1 + \cot^2\theta) + \cot\theta = 5$$

$$\text{বা, } 2 + 2\cot^2\theta + \cot\theta - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cot^2\theta + \cot\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cot^2\theta + 3\cot\theta - 2\cot\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } \cot\theta(2\cot\theta + 3) - 1(2\cot\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cot\theta - 1)(2\cot\theta + 3) = 0$$

$$\text{অতএব } \cot\theta - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2\cot\theta + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \cot\theta = 1$$

$$\text{অথবা, } \cot\theta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়

কারণ θ সূক্ষ্মকোণ

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } \theta = 45^\circ$$

প্রশ্ন ৩ $\sec B = x$, $\tan B = y$ এবং $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

যেখানে A ও B প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{x - y}{x + y} = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2}$ হলে দেখাও যে, $B = 60^\circ$. ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে $(\sin A + \cos A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta = 2$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \tan\theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $\sec B = x$, $\tan B = y$

$$\text{এবং } \frac{x - y}{x + y} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec B - \tan B}{\sec B + \tan B} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec B - \tan B + \sec B + \tan B}{\sec B - \tan B - \sec B - \tan B} = \frac{2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sec B}{-2\tan B} = \frac{4}{-2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec B}{\tan B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{1}{\cos B}}{\frac{\sin B}{\cos B}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos B} \times \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin B = \sin 60^\circ$$

$$\therefore B = 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ [বিশেষ দ্রষ্টব্য: উদ্দীপকের তথ্যটি অসঙ্গতিপূর্ণ। কারণ A সূক্ষ্মকোণ হলে cosecA - cotA = $\frac{4}{3}$ অসম্ভব। তাই এখানে A কে স্থূলকোণ বিবেচনা করে সমাধান দেওয়া হলো।]

$$\text{দেওয়া আছে, } \text{cosec}A - \cot A = \frac{4}{3} \dots \dots (i)$$

আমরা জানি,

$$\text{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

$$\text{বা, } (\text{cosec}A + \cot A)(\text{cosec}A - \cot A) = 1$$

$$\text{বা, } (\text{cosec}A + \cot A) \times \frac{4}{3} = 1 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore \text{cosec}A + \cot A = \frac{3}{4} \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2 \text{ cosec}A = \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } 2 \text{ cosec}A = \frac{16+9}{12}$$

$$\text{বা, } 2 \text{ cosec}A = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } \text{cosec}A = \frac{25}{24}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin A} = \frac{25}{24}$$

$$\therefore \sin A = \frac{24}{25}$$

$$\text{আবার, } \cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{576}{625}$$

$$= \frac{625 - 576}{625}$$

$$= \frac{49}{625}$$

$$\text{বা, } \cos A = \pm \frac{7}{25}$$

$$\text{যেহেতু A স্থূলকোণ। সুতরাং } \cos A = -\frac{7}{25}$$

$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{24}{25} - \frac{7}{25}$$

$$= \frac{24-7}{25}$$

$$= \frac{17}{25} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8 a = sinθ, b = cosθ এবং A = 30° [কুমিল-1 বোর্ড-2019 1/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. (cosA - sinA) এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. a² + a⁴ = 1 হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1$$

8

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

8

8 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, A = 30°

$$\therefore \cos A - \sin A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, a = sinθ এবং b = cosθ

$$\text{এখানে, } a^2 + a^4 = 1$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta + \sin^4 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin^4 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin^4 \theta = \cos^2 \theta \text{ [} \square 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta \text{]}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \text{ [উভয়পক্ষকে } \cos^2 \theta \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ [} \square \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{]}$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^4 - \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, a = sinθ

$$\text{এখানে, } \sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin^2 \theta - (1 + \sqrt{2}) \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin^2 \theta - \sin \theta - \sqrt{2} \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta (\sqrt{2} \sin \theta - 1) - 1 (\sqrt{2} \sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \sin \theta - 1) (\sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \sqrt{2} \sin \theta - 1 = 0 \text{ অথবা, } \sin \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin \theta = 1 \text{ বা, } \sin \theta = 1$$

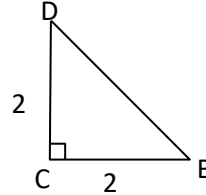
$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ বা, } \sin \theta = \sin 90^\circ$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 45^\circ \therefore \theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ অথবা, } 90^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 9



$$R = \sin y, A =$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-2019 1/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan x = \sqrt{3}$ হলে $\sin x$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. D = p - q, B = p + q হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$ হলে দেখাও যে, y = 4A

8

অথবা y = 2A.

9 নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan x = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \tan x = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } x = 60^\circ$$

$$\therefore \sin x = \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$$

ক. চিত্র হতে, $\tan B = \frac{2\sqrt{3}}{2}$

বা, $\tan B = \sqrt{3}$

বা, $\tan B = \tan 60^\circ$

বা, $B = 60^\circ$

বা, $p + q = 60^\circ \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $\tan D = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

বা, $\tan D = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan D = \tan 30^\circ$

বা, $D = 30^\circ$

বা, $p - q = 30^\circ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই

$p + q + p - q = 60^\circ + 30^\circ$

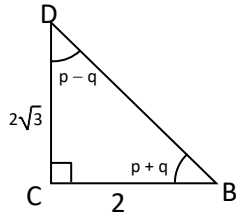
বা, $2p = 90^\circ$

বা, $p = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

p এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $45^\circ + q = 60^\circ$

বা, $q = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

$\therefore p = 45^\circ$ ও $q = 15^\circ$ (Ans.)



গ. দেওয়া আছে,

$R = \sin y, A = 15^\circ$

এবং $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$

বা, $4(\sin y)^2 - (2 + 2\sqrt{3})\sin y + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2 y - 2\sin y - 2\sqrt{3}\sin y + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin y(2\sin y - 1) - \sqrt{3}(2\sin y - 1) = 0$

বা, $(2\sin y - 1)(2\sin y - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sin y - 1 = 0$ অথবা, $2\sin y - \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin y = 1$ 0

বা, $\sin y = \frac{1}{2}$

বা, $\sin y = \sin 30^\circ$ বা, $2\sin y = \sqrt{3}$

বা, $y = 30^\circ$

বা, $y = 2 \times 15^\circ$

বা, $y = 2A$ [$\square A = 15^\circ$] বা, $\sin y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore y = 4A$ অথবা $y = 2A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬. $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta, B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$ [সিলেট বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. ৪

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$

বা, $\sin^2 B = \frac{1}{9}$

বা, $1 - \cos^2 B = \frac{1}{9}$

বা, $\cos^2 B = 1 - \frac{1}{9}$

বা, $\cos B = \pm \sqrt{\frac{8}{9}}$

$\therefore \cos B = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{3}}{\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,

$A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

$C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$

বামপক্ষ = A^2

$= (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2$

$= \left(\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2$

$= \frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}$

$= \frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}$

$= \frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$

$= \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}$

$= \frac{1}{\frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + 1}$

$= \frac{1}{\frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + 1}$ [লব ও হরকে $\cos \theta$ দ্বারা ভাগ করে]

$= \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1} = C$

$\therefore A^2 = C$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

$B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2 \operatorname{cosec} \theta}{2 \cot \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{2}{\sin \theta}$

বা, $\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos \theta = \cos 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ৭. $\angle C = 60^\circ$ এবং $\cot B = \sqrt{3}$ [যশোর বোর্ড-২০১৯ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\tan \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2$. ৪

গ. $4 \sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\theta = \frac{1}{2} \angle C$ এবং $\theta = \angle C$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\operatorname{cosec} \theta = 2$

বা, $\operatorname{cosec} \theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$

বা, $\theta = 30^\circ$

$\therefore \tan \theta = \tan 30^\circ$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$ (Ans.)

ক. দেওয়া আছে,

$$\cot B = \sqrt{3} = \cot 30^\circ$$

$$\therefore B = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, বামপক্ষ} &= \frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} \\ &= \frac{\operatorname{cosec}^2 30^\circ + \sec^2 30^\circ}{\operatorname{cosec}^2 30^\circ - \sec^2 30^\circ} \\ &= \frac{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \frac{4 + \frac{4}{3}}{4 - \frac{4}{3}} \\ &= \frac{12 + 4}{3} \times \frac{3}{12 - 4} \\ &= \frac{16}{8} \\ &= 2 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. $4\sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } 4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\sin\theta - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin\theta = 1 \quad \text{বা, } 2\sin\theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \frac{1}{2} \quad \text{বা, } \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sin 30^\circ \quad \text{বা, } \sin\theta = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ \quad \text{বা, } \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = \frac{1}{2} \times 60^\circ \quad \therefore \theta = \angle C$$

$$= \frac{1}{2} \angle C \quad [\because \angle C = 60^\circ]$$

$$\therefore \theta = \frac{1}{2} \angle C \text{ এবং } \theta = \angle C \text{ (} \hat{\text{L}}\text{vGbv nGjv)}$$

প্রশ্ন ৮. $M = \cos\alpha$, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$ [বরিশাল বোর্ড-২০১৯ ৮/প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$; যখন $B = 45^\circ$

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

গ. $4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$, হলে α এর মান নির্ণয় কর।

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $B = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 2\sin^2 B \\ &= 2 \cdot \sin^2 45^\circ \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= 1 - \cos 2B \\ &= 1 - \cos 2 \cdot 45^\circ \\ &= 1 - \cos 90^\circ \\ &= 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\sin^2 B = 1 - \cos 2B \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

$$\text{বা, } \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A - 1}{\sin A} = \frac{1}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{(\cos A - 1)^2}{\sin^2 A} = \frac{1}{p^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \cos A)^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{1}{p^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \cos A)^2}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)} = \frac{1}{p^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \cos A}{1 + \cos A} = \frac{1}{p^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cos A}{1 - \cos A} = \frac{p^2}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cos A + 1 - \cos A}{1 + \cos A - 1 + \cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2\cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$$

$$\therefore \sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. এখানে, $M = \cos\alpha$

$$\text{এখন, } 4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 4\cos^2\alpha - (2 + 2\sqrt{3})\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 4\cos^2\alpha - 2\cos\alpha - 2\sqrt{3}\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\alpha(2\cos\alpha - 1) - \sqrt{3}(2\cos\alpha - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\cos\alpha - 1)(2\cos\alpha - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\cos\alpha - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 2\cos\alpha - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \cos\alpha = \frac{1}{2} \quad \text{বা, } \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos\alpha = \cos 60^\circ \quad \text{বা, } \cos\alpha = \cos 30^\circ$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ \quad \therefore \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ, 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯. $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$.

[সকল বোর্ড-২০১৮ ৮/প্রশ্ন নং ৭]

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$.

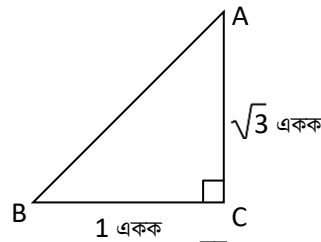
৪

গ. $\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে, m ও n এর মান নির্ণয় কর।

৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



$$\text{দেওয়া আছে, } \tan B = \sqrt{3} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\therefore \text{লম্ব, } AC = \sqrt{3} \text{ একক, ভূমি, } BC = 1 \text{ একক}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{অতিভুজ, } AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{3 + 1} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{4} = 2 \text{ একক (Ans.)}$$

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$ ssc গণিত মেইড ইজি

বা, $\tan B = \tan 60^\circ$

$\therefore B = 60^\circ$

এবং $A = 180^\circ - (C + B)$

$= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

বামপক্ষ = $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$

$= \frac{\cot 30^\circ + \sqrt{3}}{\cot 60^\circ + \tan 30^\circ}$ [‘ক’ হতে প্রাপ্ত]

$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}}$

$= 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 3$

ডানপক্ষ = $\cot A \cdot \tan B = \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

$\therefore \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B$ (প্রমাণিত)

গ প্রশ্নমতে, $m + n = \angle B = 60^\circ \dots \dots \dots$ (i)

$m - n = \angle A = 30^\circ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$m + n + m - n = 60^\circ + 30^\circ$

বা, $2m = 90^\circ$

$\therefore m = 45^\circ$ (Ans.)

m এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

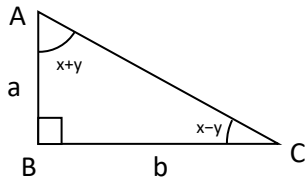
$45^\circ + n = 60^\circ$

বা, $n = 60^\circ - 45^\circ$

$\therefore n = 15^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০

[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ ৮ প্রশ্ন নং ৮]



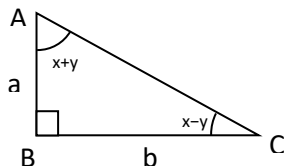
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$.

গ. $a = 1$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রানুসারে, $AB = a$, $BC = b$ এবং $\angle ABC = 90^\circ$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $AC^2 = a^2 + b^2$

$\therefore AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ (Ans.)

খ

দেওয়া আছে, $AB = a$, $BC = b$

এবং $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ [‘ক’ থেকে প্রাপ্ত]

বামপক্ষ = $\frac{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} = \frac{\frac{BC}{AC} + \frac{1 - \frac{AB}{AC}}{1 - \frac{AB}{AC}}}{1 - \frac{AB}{AC}}$ [‘ক’ এর চিত্র]

হতো

$= \frac{\sin A + \frac{1 - \cos A}{\sin A}}{1 - \cos A}$

$= \frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{(1 - \cos A) \sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{(1 - \cos A) \sin A}$

$= \frac{1 + 1 - 2\cos A}{(1 - \cos A) \sin A}$ [$\square \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$= \frac{2(1 - \cos A)}{(1 - \cos A) \sin A}$

$= 2 \cdot \frac{1}{\sin A}$

$= 2 \operatorname{cosec} A = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \frac{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

গ

দেওয়া আছে, $AB = a = 1$

$BC = b = \sqrt{3}$

এখন, সমকোণী $\triangle ABC$ এ

$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan (x + y) = \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $\tan (x + y) = \tan 60^\circ$

$\therefore x + y = 60^\circ \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan (x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan (x - y) = \tan 30^\circ$

$\therefore x - y = 30^\circ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2x = 90^\circ$

$\therefore x = 45^\circ$

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$2y = 30^\circ \therefore y = 15^\circ$

সুতরাং $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$ (Ans.)

২

প্রশ্ন ১১

A = $\cos \theta + \sin \theta$ এবং B = $\cos \theta - \sin \theta$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ ৮ প্রশ্ন নং ৭]

৪

ক.

$\theta = 45^\circ$ হলে A এবং B এর মান নির্ণয় কর। ২

৪

খ.

$A = \sqrt{2} (A - \sin \theta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B = \sqrt{2} (A - \cos \theta)$ ৪

৪

গ.

$A = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর যেখানে $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে, A = $\cos \theta + \sin \theta$ এবং B = $\cos \theta - \sin \theta$

$\theta = 45^\circ$ হলে, A = $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ এবং B = $\cos 45^\circ - \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \left| \quad = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right.$

$= \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad \left| \quad \therefore B = 0 \right.$

$\therefore A = \sqrt{2}$ এবং B = 0 (Ans.)

খ

দেওয়া আছে, A = $\cos \theta + \sin \theta$ এবং B = $\cos \theta - \sin \theta$

এখন A = $\sqrt{2} (A - \sin \theta)$ হলে

$\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} (\cos \theta + \sin \theta - \sin \theta)$

বা, $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

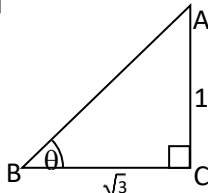
বা, $\sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta - \cos \theta$

বা, $\sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$

বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = (\sqrt{2} + 1) (\sqrt{2} - 1) \cos\theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1\} \cos\theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = (2 - 1) \cos\theta$
 বা, $\sqrt{2} \sin\theta + \sin\theta = \cos\theta$
 বা, $\sqrt{2} \sin\theta = \cos\theta - \sin\theta$
 বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$
 বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} (\cos\theta + \sin\theta - \cos\theta)$
 $\therefore B = \sqrt{2} (A - \cos\theta)$ (প্রমাণিত)

- গ দেওয়া আছে,
 $A = \cos\theta + \sin\theta$
 $A = 1$ হলে $\cos\theta + \sin\theta = 1$
 বা, $\cos\theta = 1 - \sin\theta$
 বা, $\cos^2\theta = (1 - \sin\theta)^2$ [বর্গ করে]
 বা, $\cos^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - \sin^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$
 বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$
 বা, $2\sin\theta (\sin\theta - 1) = 0$
 বা, $\sin\theta (\sin\theta - 1) = 0$
 হয়, $\sin\theta = 0$ অথবা, $\sin\theta - 1 = 0$
 $\sin\theta = \sin 0^\circ$ বা, $\sin\theta = 1$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা, $\sin\theta = \sin 90^\circ \therefore \theta = 90^\circ$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা 90° (Ans.)

প্রশ্ন ১২

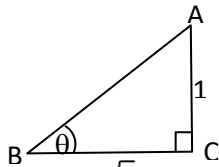


[কুমিল-১ বোর্ড-২০১৭ ৮ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \cos^2\theta} = 1$. ৪
 গ. যদি $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ হয়, তবে দেখাও যে, $B = \theta$. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্র হতে পাই, $\sqrt{3}$

$$\tan\theta = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ

'ক' থেকে পাই, $\theta = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \cos^2\theta} \\ &= \frac{1}{1 + (\sin 30^\circ)^2} + \frac{1}{1 + (\cos 30^\circ)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4 + 1} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4 + 1}{5}$$

$$= \frac{5}{5} = 1$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \cos^2\theta} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ

দেওয়া আছে, $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

$$\text{বা, } \frac{\cos B - \sin B + \cos B + \sin B}{\cos B - \sin B - \cos B - \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

[যোজন বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\cos B}{-2\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$$

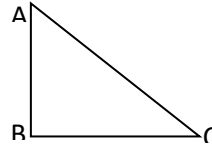
$$\text{বা, } \cot B = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot B = \cot 30^\circ$$

$$\therefore B = 30^\circ$$

সুতরাং $B = \theta$ ['ক' হতে পাই] (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩



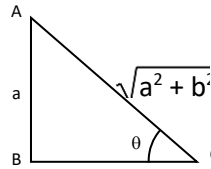
[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ ৮ প্রশ্ন নং ৭]

$AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ এবং $\angle C = \theta$ হলে,

- ক. চিত্র হতে $\tan\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২
 খ. $\tan\theta$ এর মানের উপর ভিত্তি করে $\frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. যদি $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$ হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 - a^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 - a^2}$$

$$= \sqrt{b^2} = b$$

$$\text{সুতরাং, } \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{a}{b} \text{ (Ans.)}$$

খ

'ক' থেকে পাই,

$$\tan\theta = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{a \sin\theta}{b \cos\theta} = \frac{a^2}{b^2}$$

[$\frac{a}{b}$ দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } \frac{a \sin\theta + b \cos\theta}{a \sin\theta - b \cos\theta} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\therefore \frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ (Ans.)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

প্রশ্ন ১৪ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 1$ সমকোণ এবং $\tan A = 1$

[সিলেট বোর্ড-২০১৭ // প্রশ্ন নং ৭]

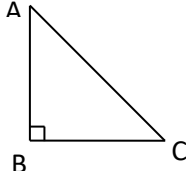
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $(\sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A} = 1$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $\angle B = 1$ সমকোণ

এবং $\tan A = 1$

আমরা জানি,

$$\tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore AB = BC$$

$\triangle ABC$ হতে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{2} AB \text{ (Ans.)}$$

খ

দেওয়া আছে, $\tan A = 1$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 45^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

আবার, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\text{বা, } \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A = \sec^2 45^\circ + \cot^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{2})^2 + (1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= 2 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{4+2+1}{2} \\ &= \frac{7}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} + \frac{2 \tan^2 45^\circ}{3 \sin(2 \times 45^\circ)} \quad [\square A = 45^\circ]$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{2 \cdot (1)^2}{3 \cdot \sin 90^\circ}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{2}{3 \times 1}$$

$$= \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{2+1}{2}} + \frac{2}{3} = \frac{2-1}{2+1} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৫

$\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$ এবং $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

[যশোর বোর্ড-২০১৭ // প্রশ্ন নং ৭]

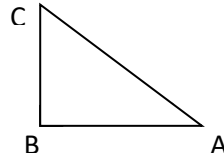
ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\angle A = x - y = \theta$ এবং $\angle C = x + y$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



$\triangle ABC$ -এ $\angle B = 90^\circ$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \text{ একক (Ans.)}$$

খ

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{আবার, } \tan^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \cot^2 \theta = 3$$

$$\text{এবং } \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta = 1 + 3 = 4$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$$

$$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} = \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{12+4}{3}}$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16}$$

$$= \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ $\angle B = 90^\circ$

$$\angle A = x - y = \theta \text{ এবং } \angle C = x + y$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan \angle A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \angle(x - y) = \tan 30^\circ \quad [\because \angle A = \theta = x - y]$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots\dots\dots(i)$$

আবার, যেহেতু ABC সমকোণী ত্রিভুজ

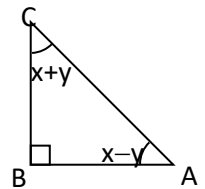
এবং $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore \angle C + \angle A = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle C = 90^\circ - \angle A$$

$$\text{বা, } x + y = 90^\circ - 30^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots\dots\dots(ii)$$



(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$2x = 90^\circ \therefore x = 45^\circ$$

আবার, (ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

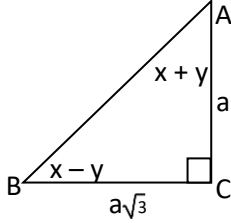
$$2y = 30^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

সুতরাং $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৬

[বিশাল বোর্ড-২০১৭ // প্রশ্ন নং ৭]



চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\angle x = 45^\circ$ এবং $\angle y = 15^\circ$.

গ. $\angle B + 15^\circ$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো বের কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= a^2 + (a\sqrt{3})^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2$$

$$\therefore AB = 2a$$

\therefore AB এর দৈর্ঘ্য $2a$ একক (Ans.)

খ. চিত্র থেকে, $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a}$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x - y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots \dots \dots (ii)$$

এখন (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{90^\circ}{2}$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\text{বা, } y = 60^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ \text{ এবং } y = 15^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $x - y = 30^\circ$

চিত্র থেকে $\angle B = x - y = 30^\circ$

এখন $\angle B + 15^\circ = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$

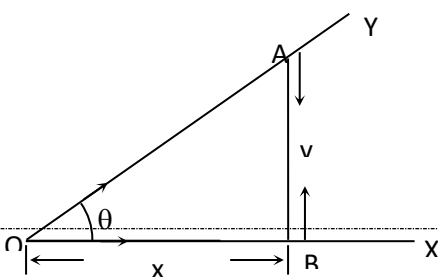
45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো বের করতে হবে।

অতঃপর,

গণিত পাঠ্য বইয়ের অনুশীলন ৯.২ এর অনুচ্ছেদ ৯.৬ এর 45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭

প্রশ্ন ▶ ১৭

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৬ // প্রশ্ন নং ৭]



ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. উদ্দীপকের আলোকে জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\left(\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}\right)$ এর মান নির্ণয় কর,

যখন $x = 3, y = 4$

৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্র থেকে পাই,

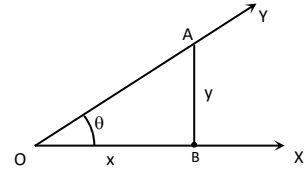
$$\text{ভূমি} = OB = x$$

$$\text{লম্ব} = AB = y$$

আমরা জানি,

$$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{OB}{AB}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{x}{y} \text{ (Ans.)}$$



খ. চিত্রানুসারে পাই,

$$\text{ভূমি} = OB = x$$

$$\text{লম্ব} = AB = y$$

এবং $\angle AOB = \theta$ একটি সূক্ষকোণ

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = OB^2 + AB^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = x^2 + y^2$$

$$\therefore OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

আমরা জানি,

$$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{OA} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OB}{OA} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

$$= \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2$$

$$= \frac{y^2}{x^2 + y^2} + \frac{x^2}{x^2 + y^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} = 1$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $OB = x = 3$

$$AB = y = 4$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

চিত্র থেকে পাই,

$$\sin A = \frac{OB}{OA} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos A = \frac{AB}{OA} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{4}{5}$$

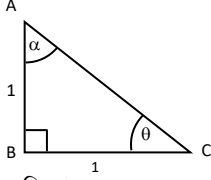
$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{4}{5}} + \frac{1 - \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{1 - 4} + \frac{1 - 4}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{-3} + \frac{-3}{3} = -1 - 1 = -2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{5}{1} + \frac{1}{5} \times \frac{5}{3} \\ &= 3 + \frac{1}{3} = \frac{9+1}{3} \\ &= \frac{10}{3} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

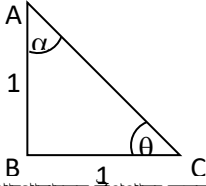
প্রশ্ন ১৮ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করঃ [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ ৷ প্রশ্ন নং ৭]



- ক. অতিভূজ এর পরিমাণ কত? ২
 খ. $\cos\theta + \cos\alpha$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. চিত্রের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1$. ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

অতিভূজ $\sqrt{2}$ একক (Ans.)

খ

'ক' থেকে পাই,

অতিভূজ $AC = \sqrt{2}$

$$\text{এখন, } \cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং } \cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos\theta + \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

গ

চিত্র থেকে পাই,

$$\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ এবং } \cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \sin^2\theta + \cos^2\alpha &= \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} \\ &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৯ $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬ ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2 A \cdot \sin^2 A = mn$. ২
 খ. দেখাও যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \sqrt{mn} \cdot \operatorname{cosec}^2 A$. ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে,

$$\tan A + \sin A = m$$

$$\tan A - \sin A = n$$

এখন, $\tan^2 A \cdot \sin^2 A$

$$= \tan^2 A \cdot (1 - \cos^2 A) \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= \tan^2 A - \tan^2 A \cdot \cos^2 A$$

$$= \tan^2 A - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \cdot \cos^2 A$$

$$= \tan^2 A - \sin^2 A$$

$$= (\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)$$

$$= mn \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore \tan^2 A \cdot \sin^2 A = mn \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ

'খ' থেকে পাই, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

$$\text{বা, } (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2 = 4\sqrt{mn} \quad [m, n \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 4\tan A \sin A = 4\sqrt{mn} \quad [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$\text{বা, } \tan A \cdot \sin A = \sqrt{mn} \quad [2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \sin A = \sqrt{mn}$$

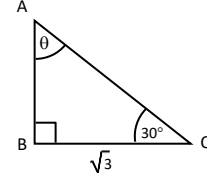
$$\text{বা, } \frac{\sin^2 A}{\cos A} = \sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{mn}}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \sec A = \sqrt{mn} \cdot \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$\therefore \sec A = \sqrt{mn} \operatorname{cosec}^2 A \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২০



[সিলেট বোর্ড-২০১৬ ৷ প্রশ্ন নং ৭]

$BC = \sqrt{3}$ সে.মি., $\angle B =$ এক সমকোণ, $\angle ACB = 30^\circ$.

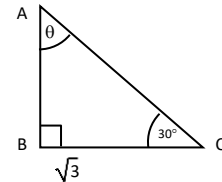
ক. AB ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1$. ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে θ কোণের সাপেক্ষে যদি $2 \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3 \frac{AB}{AC} - 3 = 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $\theta = 60^\circ$ । ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $BC = \sqrt{3}$ সে.মি., $\angle B =$ এক সমকোণ ও $\angle ACB = 30^\circ$

$$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{1}{AC}$$

$$\therefore AC = 2 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{AB}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{AB}{2}$$

∴ AB = 1 সে.মি. (Ans.)

ক চিত্র থেকে পাই,

$$\sin A = \frac{BC}{AC} \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad [\because BC = \sqrt{3} \text{ ও } AC = 2]$$

$$\text{আবার, } \tan A = \frac{BC}{AB} \dots\dots\dots (ii)$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{1} \quad [\because BC = \sqrt{3} \text{ ও } AB = 1]$$

$$\therefore \tan A = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = \frac{1}{2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} + \frac{1}{2 + 3}$$

$$= \frac{1}{\frac{8-3}{4}} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{4}} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4+1}{5}$$

$$= \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ চিত্রানুযায়ী, $\sin \theta = \frac{BC}{AC}$ এবং $\cos \theta = \frac{AB}{AC}$

$$\text{দেওয়া আছে, } 2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} - 3 = 0$$

$$\therefore 2(\sin \theta)^2 + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2(1 - \cos^2 \theta) + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - 2\cos^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2\cos^2 \theta + 3\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 2\cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta (\cos \theta - 1) - 1(\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta - 1)(2\cos \theta - 1) = 0$$

$$\therefore \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 0^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 0^\circ, \text{ যা গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{অথবা, } 2\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 60^\circ \text{ বা, } \theta = 60^\circ$$

প্রশ্ন ২১ $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$.

[যশোর বোর্ড-২০১৬ ৮/প্রশ্ন নং ৭]

ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $m + n = 2 \sec \theta \cdot \sin \theta$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn}$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$. ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan \theta + \sin \theta = m \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \tan \theta - \sin \theta = n \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta = m + n$$

$$\text{বা, } 2\tan \theta = m + n$$

$$\text{বা, } m + n = 2\tan \theta$$

$$\text{বা, } m + n = 2 \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\text{বা, } m + n = 2 \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \sin \theta$$

$$\therefore m + n = 2 \sec \theta \cdot \sin \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ এর দৃষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ দেওয়া আছে, $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta + \sin \theta}{\tan \theta - \sin \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \quad [\text{প্রদত্ত}]$$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta}{\tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2 \tan \theta}{2 \sin \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২২ ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

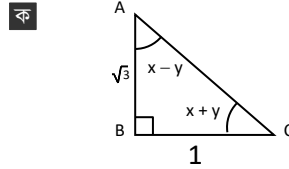
[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ ৮/প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান



দেওয়া আছে, ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$$

$$\therefore AC = \pm 2$$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋনাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore AC \text{ এর দৈর্ঘ্য } 2 \text{ একক (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, ΔABC -এ $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

'ক' থেকে পাই, $AC = 2$

$$\Delta ABC\text{-এ } \sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin A = \frac{1}{2} \text{ বা, } \frac{1}{\sin A} = 2$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = 2$$

$$\text{আবার, } \cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos A &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{বা, } \frac{1}{\cos A} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \therefore \sec A &= \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A} \\ &= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \\ &= \frac{4 - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{12 - 4}{3 - 1} \\ &= \frac{8}{2} = 4 \\ &= \frac{16}{4} = 4 \end{aligned}$$

গ ΔABC -এ $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore \tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad [\because \angle A = x - y]$$

$$\text{বা, } \tan(x - y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{1} \quad [\because \angle C = x + y]$$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

$$x \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ \text{ ও } y = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

ক দেওয়া আছে, $\cos^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

$$\therefore \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \frac{1 + \cos^2 \theta - 1}{1 + \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} - \frac{1}{1 + \cos^2 \theta}$$

$$= 1 - \frac{1}{\sec^2 \theta} \quad [\because 1 + \cos^2 \theta = \sec^2 \theta]$$

$$= 1 - \cos^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta$$

$$\therefore \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \sin^2 \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $\cos^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \tan^2 \theta$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sec^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

$$\text{বা, } \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

$$\therefore \tan^4 \theta + \tan^2 \theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cot^4 \theta} + \frac{1}{\cot^2 \theta} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot^4 \theta} = 1$$

$$\text{বা, } \cot^4 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$\therefore \cot^4 \theta - \cot^2 \theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ $\sin^2 \theta + \sec^2 \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1$

$$= 1 + 1 = 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{আবার, } 1 - \tan^2 \theta = 1 - (\sec^2 \theta - 1)$$

$$= 1 - \sec^2 \theta + 1$$

$$= 2 - 1 - \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \cos^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২৪ ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x + y$

$$\angle C = x - y = \alpha \text{ এবং } \cot \alpha = \sqrt{3}$$

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী // প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. α কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha} = \sqrt{3} \quad [\because \sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} \text{ এবং } \cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}]$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha}{\sec^2 \alpha} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha} = \frac{3 - 1}{3 + 1} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$\cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot \alpha = \cot 30^\circ$$

$$\text{বা, } \alpha = 30^\circ$$

$$\text{বা, } \angle C = x - y = \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \angle A = x + y = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2x = 90^\circ \Rightarrow x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$(ii) \text{ নং থেকে পাই, } y = 60^\circ - x$$

$$= 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ এর মান যথাক্রমে } 45^\circ \text{ ও } 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই, $\alpha = 30^\circ$

অতঃপর, পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর অনুচ্ছেদ "বিশেষ কিছু

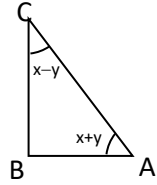
কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত" দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৬

প্রশ্ন ২৫ $\cot \theta + \cos \theta = p$ এবং $\cot \theta - \cos \theta = q$

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $q = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$ ৪



গ. $\frac{p}{q} = 3$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর।

8

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. শর্তমতে, $q = 0$

বা, $\cot\theta - \cos\theta = 0$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \cos\theta = 0$

$\therefore \cos\theta \left(\frac{1}{\sin\theta} - 1 \right) = 0$

হয়, $\cos\theta = 0$

অথবা, $\frac{1}{\sin\theta} - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \cos 90^\circ$

বা, $\sin\theta = 1 = \sin 90^\circ$

$\therefore \theta = 90^\circ$

\therefore নির্ণেয় মান, $\theta = 90^\circ$

খ. সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = 3$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = 3$; যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{3+1}{3-1}$ [যোজন-বিয়োজন]

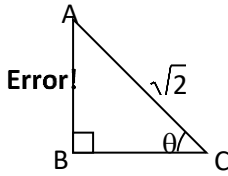
বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = 2$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৬ $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$;
 $\alpha = \tan A + \sin A$, $\beta = \tan A - \sin A$



[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর // প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $mn = \cot^2\theta \cos^2\theta$

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\alpha^2 - \beta^2 = 4\sqrt{\alpha\beta}$

8

গ. চিত্রের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{p+3}{p-1}$

8

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ = mn

$= (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$

$= \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$= \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta$

$= \cos^2\theta \left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1 \right)$

$= \cos^2\theta (\operatorname{cosec}^2\theta - 1)$

$= \cos^2\theta \cot^2\theta$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore mn = \cos^2\theta \cot^2\theta$ (দেখানো হলো)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ. চিত্রানুসারে, $\triangle ABC$ -এ,

$\sin\theta = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{1+p}{2}$

বা, $\frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{1+p+2}{1+p-2}$ [যোজন-বিয়োজন]

$\therefore \frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{p+3}{p-1}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৭ $f(x) = \sin x$

[কুমিল-১ ক্যাডেট কলেজ, কুমিল-১ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। যখন $\theta = 30^\circ$

২

খ. $\{f(x)\}^4 + \{f(x)\}^2 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে,

$\left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^4 - \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^2 = 1$

8

গ. সমাধান কর : $2\{f(90^\circ - \theta)\}^2 + 3f(\theta) - 3 = 0$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। 8

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\theta = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি = $\frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$

$= \frac{1 - \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$

$\therefore f(90^\circ - x) = \sin(90^\circ - x) = \cos x$

প্রশ্নমতে, $\{f(x)\}^4 + \{f(x)\}^2 = 1$

বা, $\sin^4 x + \sin^2 x = 1$

বা, $\sin^4 x = 1 - \sin^2 x$

বা, $\sin^4 x = \cos^2 x$

বা, $\frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^4 x}$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 = 1 + \tan^2 x$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 - \tan^2 x = 1$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = 1$

$\therefore \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^4 - \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^2 = 1$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $2\{f(90^\circ - \theta)\}^2 + 3f(\theta) - 3 = 0$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore 2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ঘ) দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা-১৯২

প্রশ্ন ২৮ $x = \tan\theta + \sin\theta$, $y = \tan\theta - \sin\theta$, $z = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

[কুমিল-১ ক্যাডেট কলেজ, কুমিল-১ // প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\sec A - \tan A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $\sec A + \tan A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(x+y)^2 = \frac{16xy}{(x-y)^2}$ 8

গ. $z = 2 - 5\cos\theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। 8

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \sec A + \tan A &= \frac{1}{\sec A - \tan A} \\ \therefore \sec A + \tan A &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে, $x = \tan\theta + \sin\theta$
এবং $y = \tan\theta - \sin\theta$
 $\therefore x + y = 2\tan\theta$
এবং $x - y = 2\sin\theta$
 $\therefore (x + y)^2 (x - y)^2 = (2\tan\theta)^2 (2\sin\theta)^2$
 $= 4 \tan^2\theta \cdot 4 \sin^2\theta$
 $= 16 \tan^2\theta \sin^2\theta$
 $= 16 \tan^2\theta (1 - \cos^2\theta)$
 $= 16(\tan^2\theta - \tan^2\theta \cos^2\theta)$
 $= 16 \left(\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \cos^2\theta \right)$
 $= 16(\tan^2\theta - \sin^2\theta)$
 $= 16(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$
 $= 16xy$ [মান বসিয়ে]

$$\therefore (x + y)^2 = \frac{16xy}{(x - y)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $z = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
প্রশ্নমতে, $z = 2 - 5 \cos\theta$
বা, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5 \cos\theta$
বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5 \cos\theta$
বা, $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 2 - 5 \cos\theta$
বা, $2 \cos^2\theta - 1 = 2 - 5 \cos\theta$
বা, $2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 1 - 2 = 0$
বা, $2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 3 = 0$
বা, $2 \cos^2\theta + 6 \cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$
বা, $2 \cos\theta (\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$
বা, $(\cos\theta + 3)(2 \cos\theta - 1) = 0$
বা, $\cos\theta + 3 = 0$ অথবা, $2 \cos\theta - 1 = 0$
বা, $\cos\theta = -3$ বা, $2 \cos\theta = 1$
[কিন্তু $\cos\theta \neq -3$, বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$
কারণ, $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ বা, $\cos\theta = \cos 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৯ $x = \sin\theta, y = \cos\theta, r = \tan\theta$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।
[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x + y = \sqrt{2}y$ হলে প্রমাণ কর যে, $y - x = \sqrt{2}x$ । ৪

গ. $7x^2 + 3y^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ । ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = r$
এখন, $r = \sqrt{(3)^{-1}}$
বা, $\tan\theta = \sqrt{(3)^{-1}}$
বা, $\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$
বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan\theta = \tan 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{2}y$
বা, $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$
বা, $\sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$
বা, $\sin\theta = (\sqrt{2} - 1)\cos\theta$
বা, $(\sqrt{2} + 1)\sin\theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)\cos\theta$
বা, $\sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1^2\}\cos\theta$
বা, $\sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = (2 - 1)\cos\theta$
বা, $\sqrt{2}\sin\theta = \cos\theta - \sin\theta$
বা, $\sqrt{2}x = y - x$
 $\therefore y - x = \sqrt{2}x$ (প্রমাণিত)

[উভয়পক্ষে $(\sqrt{2} + 1)$ দ্বারা গুণ করা]

গ দেওয়া আছে, $\sin\theta = x,$
 $\cos\theta = y$
এখন, $7x^2 + 3y^2 = 4$
বা, $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$
বা, $7\sin^2\theta + 3(1 - \sin^2\theta) = 4$
বা, $7\sin^2\theta + 3 - 3\sin^2\theta = 4$
বা, $4\sin^2\theta + 3 = 4$
বা, $4\sin^2\theta = 4 - 3$
বা, $4\sin^2\theta = 1$
বা, $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$
বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{4}}$
বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ [θ সূক্ষ্মকোণ]
বা, $\sin\theta = \sin 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$
বামপক্ষ = $\tan\theta$
 $= \tan 30^\circ$
 $= \frac{1}{\sqrt{3}} =$ ডানপক্ষ
 $\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩০ $x = \sin\theta$ এবং $y = \cos\theta$

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\frac{y}{x} \sqrt{1 - y^2} = y$ ২

খ. $x + y = \sqrt{2}y$ হলে দেখাও যে, $y - x = \sqrt{2}x$ ৪

গ. সমাধান কর : $x + y = 1$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ । ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ = $\frac{y}{x} \sqrt{1 - y^2}$
 $= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \sqrt{1 - \cos^2\theta}$
 $= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \sqrt{\sin^2\theta}$
 $= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \sin\theta$
 $= \cos\theta = y =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{y}{x} \sqrt{1 - y^2} = y$ (দেখানো হলো)

খ সূজনশীল ২৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ $x + y = 1$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
বা, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $\cos\theta = 1 - \sin\theta$
 বা, $\cos^2\theta = (1 - \sin\theta)^2$ [বর্গ করে]
 বা, $\cos^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - \sin^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$
 বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$
 বা, $2\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$
 বা, $\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$
 হয়, $\sin\theta = 0$ অথবা, $\sin\theta - 1 = 0$
 $\sin\theta = \sin 0^\circ$ বা, $\sin\theta = 1$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা, $\sin\theta = \sin 90^\circ \therefore \theta = 90^\circ$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা 90° (Ans.)

প্রশ্ন ৩১ $p = \tan\theta + \sin\theta$, $q = \tan\theta - \sin\theta$ এবং $r = \cos^4\theta - \sin^4\theta$
 [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1$. ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $(p + q)^2 = 16pq(p - q)^{-2}$. ৪
 গ. $r = 2 - 5\cos\theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

খ $p + q = \tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta = 2\tan\theta$
 $p - q = \tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta = 2\sin\theta$
 বামপক্ষ = $(p + q)^2$
 $= (2\tan\theta)^2 = 4\tan^2\theta$
 ডানপক্ষ = $16pq(p - q)^{-2}$
 $= 4pq \cdot 4(p - q)^{-2}$
 $= \{(p + q)^2 - (p - q)^2\} \cdot 4(2\sin\theta)^{-2}$
 $= \{(2\tan\theta)^2 - (2\sin\theta)^2\} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4\sin^2\theta}$
 $= (4\tan^2\theta - 4\sin^2\theta) \cdot \frac{1}{\sin^2\theta}$
 $= 4 \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\sin^2\theta} - 1 \right)$
 $= 4 \left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1 \right)$
 $= 4(\sec^2\theta - 1) = 4\tan^2\theta$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore (p + q)^2 = 16pq(p - q)^{-2}$ (প্রমাণিত)

গ শর্তমতে, $r = 2 - 5\cos\theta$; θ সূক্ষ্মকোণ

বা, $\cos^4\theta - \sin^4\theta = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $(\cos^2\theta - \sin^2\theta)(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \cdot 1 = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $2\cos^2\theta - 1 = 2 - 5\cos\theta$
 বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 1 - 2 = 0$
 বা, $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$
 বা, $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$
 বা, $2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$
 বা, $(\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

হয়, $\cos\theta + 3 = 0$ অথবা, $2\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = -3$ বা, $2\cos\theta = 1$

[কিন্তু $\cos\theta \neq -3$, বা, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

কারণ, $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ বা, $\cos\theta = \cos 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $\theta = 60^\circ$.

প্রশ্ন ৩২ $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta \cdot \sin^2\theta = mn$. ২

খ. দেখাও যে, $\frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

$\tan\theta - \sin\theta = n$
 $\therefore m^2 - n^2 = (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$
 $= 4\tan\theta\sin\theta$ [$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$]

এখন,

বামপক্ষ = $\frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4)$

$= \frac{1}{16}(m^2 - n^2)^2$

$= \frac{1}{16}(4\tan\theta\sin\theta)^2$

$= \frac{16}{16}\tan^2\theta\sin^2\theta$

$= \tan^2\theta(1 - \cos^2\theta)$

$= \tan^2\theta - \tan^2\theta \cdot \cos^2\theta$

$= \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$= (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$

$= mn$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn$ (দেখানো হলো)

গ সূজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৩ $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$ এবং $\angle A = 60^\circ$

[ভিকারসনিয়া নুন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. মান নির্ণয় কর : $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \sin^2 A$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর; যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$. ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle A = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি = $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \sin^2 A$

$= \frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ} + \sin^2 60^\circ$

$= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1 - 3}{1 + 3} + \frac{3}{4}$

$= \frac{-2}{4} + \frac{3}{4}$

$= \frac{-2 + 3}{4}$

$= \frac{1}{4}$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ সূজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৪ $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

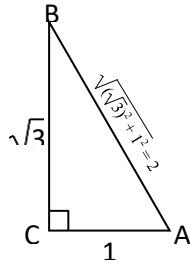
ক. $\sec A + \tan A = \frac{3}{2}$ হলে $\tan A - \sec A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

- খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$ 8
 গ. যদি $\angle A = m + n$, $\angle B = m - n$ হয়, তবে m ও n এর মান নির্ণয় কর। 8

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে,
 $\sec A + \tan A = \frac{3}{2}$... (i)
 আমরা জানি,
 $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
 বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$
 বা, $\frac{3}{2} \times (\sec A - \tan A) = 1$
 বা, $\sec A - \tan A = \frac{2}{3}$
 $\therefore \tan A - \sec A = -\frac{2}{3}$ (Ans.)

- খ. দেওয়া আছে,
 $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ$
 $\therefore A = 60^\circ$
 $\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $\cos A = \frac{1}{2}$
 \therefore বামপক্ষ = $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$
 $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$
 $= \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{3 + 1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{4}{\sqrt{3}}$



- ডানপক্ষ = $2 \operatorname{cosec} A$
 $= \frac{2}{\sin A} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$
 $\therefore \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

- গ. দেওয়া আছে,
 $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\therefore A = 60^\circ$
 সুতরাং $B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ [যেহেতু $\angle C = 90^\circ$]
 প্রশ্নমতে, $m + n = 60^\circ$... (i)
 $m - n = 30^\circ$... (ii)
 যোগ করে পাই, $2m = 90^\circ$
 $\therefore m = 45^\circ$
 (i) নং হতে পাই, $n = 60^\circ - m = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$
 $\therefore m = 45^\circ, n = 15^\circ$ (Ans.)

- প্রশ্ন ৩৫ $\cot \theta + \cos \theta = m$ এবং $\cot \theta - \cos \theta = n$.
 [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\frac{m+n}{m-n} = \operatorname{cosec} \theta$. ২

- খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 = n^2 + 4\sqrt{mn}$. 8
 গ. $m(2 - \sqrt{3}) = n(2 + \sqrt{3})$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে, $0^\circ < \theta < 90^\circ$. 8

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে, $\cot \theta + \cos \theta = m$
 $\cot \theta - \cos \theta = n$
 এখন, $\frac{m+n}{m-n}$
 $= \frac{\cot \theta + \cos \theta + \cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta - \cot \theta + \cos \theta}$
 $= \frac{2 \cot \theta}{2 \cos \theta}$
 $= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{1}{\cos \theta}$
 $= \frac{1}{\sin \theta}$
 $= \operatorname{cosec} \theta$ (দেখানো হলো)

- খ. এখন, $m^2 - n^2$
 $= (\cot \theta + \cos \theta)^2 - (\cot \theta - \cos \theta)^2$ [মান বসিয়ে]
 $= 4 \cot \theta \cos \theta$
 $= 4 \sqrt{\cot^2 \theta \cos^2 \theta}$
 $= 4 \sqrt{\cot^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)}$
 $= 4 \sqrt{\cot^2 \theta - \cot^2 \theta \times \sin^2 \theta}$
 $= 4 \sqrt{\cot^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \times \sin^2 \theta}$
 $= 4 \sqrt{\cot^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $= 4 \sqrt{(\cot \theta + \cos \theta)(\cot \theta - \cos \theta)}$
 $= 4 \sqrt{mn}$
 বা, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$
 $\therefore m^2 = n^2 + 4\sqrt{mn}$ (প্রমাণিত)

- গ. দেওয়া আছে, $m(2 - \sqrt{3}) = n(2 + \sqrt{3})$
 বা, $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$
 বা, $\frac{\cot \theta + \cos \theta}{\cot \theta - \cos \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে]
 বা, $\frac{\cot \theta + \cos \theta + \cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta - \cot \theta + \cos \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$
 [যোজন-বিয়োজন করে]

- বা, $\frac{2 \cot \theta}{2 \cos \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$
 $\frac{\cot \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 বা, $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 বা, $\frac{1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 বা, $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 বা, $\sin \theta = \sin 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ$ [$\because 0^\circ < \theta < 90^\circ$]
 Ans: $\theta = 60^\circ$

- প্রশ্ন ৩৬ $\sec B = x$, $\tan B = y$ এবং $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$, যেখানে A, B
 সূক্ষ্মকোণ।

- ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 [মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

- খ. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ হলে দেখাও যে, $B = 60^\circ$ 8

গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে $\sin A + \cos A$ এর মান নির্ণয় কর। 8

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সূজনশীল ৩(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, $\frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \cot \theta = \sqrt{3}$ (Ans.)

খ. সূজনশীল ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সূজনশীল ৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৭. $\sin \theta = p$, $\cos \theta = q$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = 45^\circ$ । 8

গ. দেখাও যে, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1+p}{1-p}$ । 8

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \theta = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,

$\sin \theta = p$, $\cos \theta = q$ এবং $p + q = \sqrt{2}$

বা, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin \theta = \sqrt{2} - \cos \theta$

বা, $\sin^2 \theta = (\sqrt{2} - \cos \theta)^2$

বা, $1 - \cos^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos \theta + \cos^2 \theta$

বা, $1 - \cos^2 \theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos \theta - \cos^2 \theta = 0$

বা, $-2\cos^2 \theta + 2\sqrt{2}\cos \theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2 \theta - 2\sqrt{2}\cos \theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos \theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos \theta - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos \theta = 1$

বা, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos \theta = \cos 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ (প্রমাণিত)

গ. বামপক্ষ = $(\tan \theta + \sec \theta)^2$

$= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2$

$\left[\because \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ এবং } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right]$

$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$

$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}$ [$\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$]

$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$

[হরে $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$

$= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$
= ডানপক্ষ

$\therefore (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1+p}{1-p}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩৮. $x = \tan \theta + \sin \theta$, $y = \tan \theta - \sin \theta$ এবং $z = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$.

[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(x + y)^2 = \frac{16xy}{(x - y)^2}$ 8

গ. $z = 2 - 5 \cos \theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। 8

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর উদাহরণ ৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮০

খ. সূজনশীল ২৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সূজনশীল ২৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৯. $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে, $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. 8

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। 8

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪০. $P = \sin \theta$ এবং $Q = \sec A - \tan A$

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $P = \frac{1}{2}$ হলে $\cos 2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $4P^2 - (2 + 2\sqrt{3})P + \sqrt{3} = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} A = \frac{1+Q^2}{1-Q^2}$ 8

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রশ্নমতে, $P = \sin \theta = \frac{1}{2}$ বা, $\sin \theta = \sin 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore \cos 2\theta = \cos (2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ (Ans.)

খ. $4P^2 - (2 + 2\sqrt{3})P + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin \theta + \sqrt{3} = 0$ [$\because P = \sin \theta$]

বা, $4\sin^2 \theta - 2\sin \theta - 2\sqrt{3}\sin \theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sin \theta (2\sin \theta - 1) - \sqrt{3} (2\sin \theta - 1) = 0$

বা, $(2\sin \theta - 1)(2\sin \theta - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore 2\sin \theta - 1 = 0$

অথবা,

বা, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

$2\sin \theta - \sqrt{3} = 0$

$\therefore \theta = 30^\circ$

বা, $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \theta = 60^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ, 60^\circ$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $\sec A - \tan A = Q$

বা, $\frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} = Q$

বা, $\frac{1 - \sin A}{\cos A} = Q$

বা, $\frac{(1 - \sin A)^2}{\cos^2 A} = Q^2$

বা, $\frac{(1 - \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} = Q^2$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)} = Q^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} = \frac{1}{Q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A - 1 + \sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2 \sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৪১ $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$.

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$.

৪

গ. $\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে, m ও n এর মান নির্ণয় কর।

৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪২ $A = \operatorname{cosec} \alpha + \cot \alpha$, $B = \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha$

[মতিবিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ হলে $\cot \theta$ এর মান কত?

২

খ. যদি $B = \frac{1}{x}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\sec \alpha = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

৪

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং α সূক্ষ্মকোণ হলে α এর মান নির্ণয় কর।

৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sin \theta = \frac{1}{3}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 \theta = 3^2$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 \theta = 9$$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = 8$$

$$\therefore \cot \theta = \pm \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$B = \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \cot \alpha - \operatorname{cosec} \alpha = -\frac{1}{x}$$

এরপর সৃজনশীল ৮(খ)নং সমাধানের অনুরূপ।

গ. সৃজনশীল ৬(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৩ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $Q = \sin \theta + \cos \theta$

[মতিবিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan \theta + \cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2}$

৪

গ. $Q = 1$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর।

৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \cot \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{সুতরাং } \tan \theta + \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{1 + 3}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

খ. সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৪ $\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$

২

খ. সমীকরণটির সমাধান কর।

৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত θ এর মান ব্যবহার করে নিচের রাশিটির মান নির্ণয় কর:

$$3\cot^2(\theta + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(\theta - 15^\circ) + 5\sin^2 \theta - 4\cos^2(\theta + 15^\circ) + \tan^2 \theta \cdot 8$$

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} + \frac{\operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} + \frac{1}{\sec \theta} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2} \text{ হলে,}$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{2} - \cos \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = (\sqrt{2} - \cos \theta)^2 = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 2\sqrt{2} \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos \theta)^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cos \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $\theta = 45^\circ$

$$\therefore 3\cot^2(\theta + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(\theta - 15^\circ) + 5\sin^2 \theta - 4\cos^2(\theta + 15^\circ) + \tan^2 \theta$$

$$= 3\cot^2(45^\circ + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(45^\circ - 15^\circ) + 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2(45^\circ + 15^\circ) + \tan^2 45^\circ$$

$$= 3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ + \tan^2 45^\circ$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot 2^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 + 1$$

$$= \frac{9}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৪৫ (i) $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$ এবং (ii) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2$,

যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $x = 2$ হলে $\operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. (i) নং থেকে প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

৪

গ. (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর।

৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\operatorname{cosec}A - \cot A = \frac{1}{x} \text{ এবং } x = 2$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}A - \cot A = \frac{1}{2} \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \operatorname{cosec}^2A - \cot^2A = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec}A + \cot A)(\operatorname{cosec}A - \cot A) = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec}A + \cot A) \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\therefore \operatorname{cosec}A + \cot A = 2 \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2\operatorname{cosec}A = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}A = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' থেকে পাই,

$$\operatorname{cosec}A + \cot A = x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A} = x$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cos A}{\sin A} = x$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \cos A)^2}{\sin^2 A} = x^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + \cos^2 A}{\sin^2 A} = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + \cos^2 A + \sin^2 A}{1 + 2\cos A + \cos^2 A - \sin^2 A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + 1}{1 + 2\cos A + \cos^2 A - (1 - \cos^2 A)} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2 + 2\cos A}{2 + 2\cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2(1 + \cos A)}{2\cos A + 2\cos^2 A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2(1 + \cos A)}{2\cos A(1 + \cos A)} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\therefore \cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta = 2$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}\sin\theta = 2 - \cos\theta$$

$$\text{বা, } 3\sin^2\theta = 4 - 4\cos\theta + \cos^2\theta \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 3 - 3\cos^2\theta = 4 - 4\cos\theta + \cos^2\theta \quad [\square \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$$

$$\text{বা, } 0 = 4 - 4\cos\theta + \cos^2\theta - 3 + 3\cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2\cos\theta)^2 - 2 \cdot 2\cos\theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2\cos\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৪৬ $m = \sin\theta$, $\sec A + \tan A = \frac{1}{p}$ এবং $s = \tan\theta$ যখন $0^\circ < \theta < 90^\circ$

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $m = \sqrt{2}^{-1}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(1 + p^2) \sin A + p^2 = 1$ ৪

গ. $\frac{s + m}{s - m} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $m = \sin\theta$

$$\text{শর্তমতে, } m = \sqrt{2}^{-1}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sin 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $\frac{1}{p} = \sec A + \tan A = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

$$\text{বা, } p = \frac{\cos A}{1 + \sin A}$$

$$\begin{aligned} \therefore p^2 &= \frac{\cos^2 A}{(1 + \sin A)^2} \\ &= \frac{1 - \sin^2 A}{(1 + \sin A)^2} \\ &= \frac{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)^2} \\ &= \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A} \end{aligned}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (1 + p^2) \sin A + p^2$$

$$= \left(1 + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}\right) \sin A + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \left(\frac{1 + \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A}\right) \sin A + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{2 \sin A}{1 + \sin A} + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{2 \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{1 + \sin A}{1 + \sin A} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (1 + p^2) \sin A + p^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৪৭ $A = \sec\theta$, $\tan\theta - \sec\theta = \frac{1}{p}$

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cos 2B = \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B}$ যখন; $B = 30^\circ$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ ৪

গ. $4A^2 - (2 + 2\sqrt{3})A + \sqrt{3} = 0$, হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = 30^\circ$

$$\therefore \cos 2B = \cos(2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B} = \frac{1 - (\tan 30^\circ)^2}{1 + (\tan 30^\circ)^2}$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \cos 2B = \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta - \sec\theta = \frac{1}{p}$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta - 1}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin\theta - 1} = p$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{-(1-\sin\theta)} = p$$

$$\frac{\cos^2\theta}{(1-\sin\theta)^2} = p^2$$

$$\text{বা, } \frac{1-\sin^2\theta}{(1-\sin\theta)^2} = p^2$$

$$\text{বা, } \frac{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)^2} = p^2$$

$$\text{বা, } \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = p^2$$

$$\text{বা, } \frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1+\sin\theta-1+\sin\theta} = \frac{p^2+1}{p^2-1} \text{ [যোজন-বিয়োজন]}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2\sin\theta} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin\theta} = \frac{p^2+1}{p^2-1}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{p^2+1}{p^2-1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ এখন, $4A^2 - (2+2\sqrt{3})A + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } 4\sec^2\theta - (2+2\sqrt{3})\sec\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 4\sec^2\theta - 2\sec\theta - 2\sqrt{3}\sec\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sec\theta(2\sec\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sec\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\sec\theta - 1)(2\sec\theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\sec\theta - 1 = 0 \text{ অথবা, } 2\sec\theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \sec\theta = \frac{1}{2} \quad \text{বা, } \sec\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos\theta = 2 \quad \therefore \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

কিন্তু $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ হওয়ায় এখানে $\cos\theta$ এর কোন মানই গ্রহণযোগ্য না।

$\therefore \theta$ এর কোন মান নির্ণয় সম্ভব নয়। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪৮ $\triangle ABC$ -এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৯ $\tan A = \frac{a}{b}$ হলে

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ৷/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $b \sin A - a \cos A = 0$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin A = \frac{\pm a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } b \sin A = a \cos A$$

$$\therefore b \sin A - a \cos A = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \tan^2 A = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } b^2 \sin^2 A = a^2 \cos^2 A$$

$$\text{বা, } b^2 \sin^2 A = a^2 (1 - \sin^2 A)$$

$$\text{বা, } b^2 \sin^2 A = a^2 - a^2 \sin^2 A$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2) \sin^2 A = a^2$$

$$\text{বা, } \sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\therefore \sin A = \pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{a \sin A}{b \cos A} = \frac{a^2}{b^2} \text{ [উভয়পক্ষে } \frac{a}{b} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{a \sin A + b \cos A}{a \sin A - b \cos A} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\therefore \frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ [বিপরীতকরন] (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫০ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ। $AC = 2$ এবং $AB = 1$.

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর ৷/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\angle A$ এর মান কত? ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec} A - \sec A}{\operatorname{cosec} A + \sec A}$ এর মান নির্ণয় কর। যখন, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ৪

গ. সমাধান কর : $2 \cos^2 A + 3 \sin A = 3$ ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

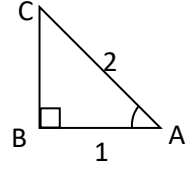
চিত্রে $\angle B =$ এক সমকোণ,

AC = অতিভুজ

এবং AB = ভূমি

$$\cos \angle A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$



খ দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

সমকোণী $\triangle ABC$ এ $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$\text{বা, } (\sqrt{3})^2 + 1^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 1 + 3$$

$$\therefore AC = 2$$

$$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } \operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec} A - \sec A}{\operatorname{cosec} A + \sec A} = \frac{2 - \frac{2}{\sqrt{3}}}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} - 2}{2\sqrt{3} + 2}$$

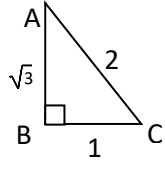
$$= \frac{2(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1)}{2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1}$$

[($\sqrt{3} - 1$) দ্বারা লব ও হরকে গুণ করে]



$$= 2 - \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

- গ** $2\cos^2 A + 3\sin A = 3$
 বা, $2(1 - \sin^2 A) + 3\sin A = 3$
 বা, $2 - 2\sin^2 A + 3\sin A = 3$
 বা, $2\sin^2 A - 3\sin A + 3 - 2 = 0$
 বা, $2\sin^2 A - 3\sin A + 1 = 0$
 বা, $2\sin^2 A - 2\sin A - \sin A + 1 = 0$
 বা, $2\sin A(\sin A - 1) - 1(\sin A - 1) = 0$
 বা, $(2\sin A - 1)(\sin A - 1) = 0$
 $\therefore 2\sin A - 1 = 0$ অথবা, $\sin A - 1 = 0$
 বা, $2\sin A = 1$ বা, $\sin A = 1$
 বা, $\sin A = \frac{1}{2}$ বা, $\sin A = \sin 90^\circ$
 বা, $\sin A = \sin 30^\circ \therefore A = 90^\circ$
 $\therefore A = 30^\circ$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান $A = 30^\circ, 90^\circ$ (Ans.)

- প্রশ্ন ৫১** $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3} = 2 \sin(A + B)$ এবং A ও B সূক্ষ্মকোণ।
 [রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]
- ক** $A - B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$ হলে দেখাও যে, $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** দেওয়া আছে, $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 বা, $\cos(A - B) = \cos 45^\circ$
 $\therefore A - B = 45^\circ$ (Ans.)
- খ** 'ক' হতে পাই, $A - B = 45^\circ$ (i)
 এখানে, $2 \sin(A + B) = \sqrt{3}$
 বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 বা, $\sin(A + B) = \sin 60^\circ$
 $\therefore A + B = 60^\circ$ (ii)
 (i) এবং (ii) হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$
 $A - B = 45^\circ$
 $\therefore 2A = 105^\circ$ [যোগ করে]
 $\therefore A = 52.5^\circ$
 (i) নং হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$
 বা, $B = 60^\circ - 52.5^\circ = 7.5^\circ$
 $\therefore A = 52.5^\circ$ এবং $B = 7.5^\circ$ (Ans.)

- গ** দেওয়া আছে,
 $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$
 'ক' হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$
 $\therefore \theta = \frac{1}{2}(60^\circ) = 30^\circ$
 বামপক্ষ $= \cos 3\theta = \cos 90^\circ = 0$
 ডানপক্ষ $= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
 $= 4 \times (\cos 30^\circ)^3 - 3 \times \cos 30^\circ$
 $= 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$
 $\therefore \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৫২ $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক** $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে, $\tan B$ এর মান নিণয় কর। ২
খ প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$ ৪
গ $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

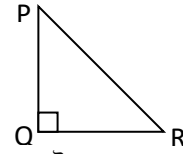
প্রশ্ন ৫৩ ΔPQR এ $\angle Q = 90^\circ$ এবং $\cot \theta = \sqrt{3}$ ।

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক** PR বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = 2^{-1}$ ৪
গ $\angle P = x + y$ এবং $\angle R = x - y = \theta$ হলে দেখাও যে, $x : y = 3 : 1$ ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔPQR -এ $\angle Q = 90^\circ$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$\therefore PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2}$ (Ans.)

খ

দেওয়া আছে,

$\cot \theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

অতঃপর সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ

দেওয়া আছে,

$\angle P = x + y$ এবং $\angle R = x - y$

আমরা জানি,

$\angle P + \angle R + \angle Q = 180^\circ$

বা, $\angle P + \angle R = 180^\circ - \angle Q$

বা, $\angle P + \angle R = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

বা, $x + y + x - y = 90^\circ$

বা, $2x = 90^\circ$

$\therefore x = 45^\circ$

এখন, $\cot \theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$

প্রশ্নমতে,

$\angle R = x - y = \theta = 30^\circ$

বা, $45^\circ - y = 30^\circ$

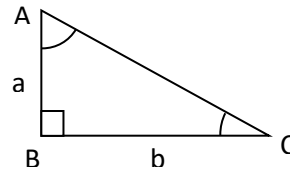
বা, $y = 45^\circ - 30^\circ$

$\therefore y = 15^\circ$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{45^\circ}{15^\circ} = \frac{3}{1}$

সুতরাং, $x : y = 3 : 1$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৫৪



চিত্রে $\angle A = x + y$; $\angle C = x - y$

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর ৷ প্রশ্ন নং ৯]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

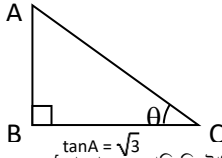
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1-\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1-\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$.

গ. $a = 1$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৫



$\tan A = \sqrt{3}$
[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর ৭/প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$.

গ. যদি $2 \cdot \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3 \cdot \frac{AB}{AC} - 3 = 0$ হয় তবে দেখাও যে, $A = 60^\circ$.

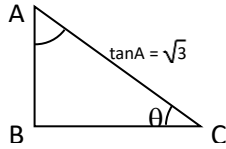
৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

$\tan A = \sqrt{3}$
বা, $\tan A = \tan 60^\circ$
 $\therefore A = 60^\circ$

চিত্র হতে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$

বা, $AC = \frac{BC}{\sin 60^\circ}$
 $= \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
 $= \frac{2BC}{\sqrt{3}}$ (Ans.)



খ

$(\tan \theta + \sec \theta)^2$
 $= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right)^2$
 $= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right)^2$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$
 $= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ ডানপক্ষ
 $\therefore (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ (প্রমাণিত)

গ

সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫৬

ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $BC = 4$ সে. মি. এবং $AB = 3$ সে. মি.

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর ৭/প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan A$ এবং $\operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর।

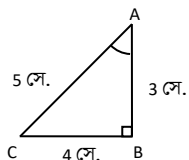
খ. $\frac{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. $\angle A = x + y$ এবং $\angle C = x - y$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$
 $BC = 4$ সে. মি.
এবং $AB = 3$ সে. মি.



২

৪

৪

খ

\therefore সমকোণী ΔABC -এ পীথাগোরাসের

উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$\therefore AC = 5$ সে. মি.

\therefore চিত্র হতে পাই, $\tan A = \frac{4}{3}$ এবং $\operatorname{cosec} A = \frac{5}{4}$ (Ans.)

$\frac{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\sin^2 A}}{\frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A}}$
 $= \frac{\frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\cos^2 A \sin^2 A}}{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A \sin^2 A}}$
 $= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^2 A + \cos^2 A}$
 $= \frac{\sin^2 A - (1 - \sin^2 A)}{\sin^2 A + 1 - \sin^2 A}$
 $= \frac{2\sin^2 A - 1}{2\sin^2 A - 1}$
 $= 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1$ ['ক' হতে $\sin A = \frac{4}{5}$ বসিয়ে]
 $= 2 \cdot \frac{16}{25} - 1$
 $= \frac{32}{25} - 1$
 $= \frac{32 - 25}{25}$
 $= \frac{7}{25}$ (Ans.)

গ

চিত্র থেকে পাই,

$\tan A = \frac{4}{3}$

বা, $\tan(x + y) = \frac{4}{3}$

বা, $x + y = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
 $= 53^\circ$ (Ans.)

আবার, $\tan C = \frac{3}{4}$

বা, $\tan(x - y) = \frac{3}{4}$

বা, $x - y = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 37^\circ$ (Ans.)

সুতরাং, $x + y = 53^\circ$

$x - y = 37^\circ$

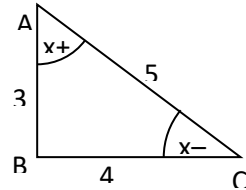
(+) করে $2x = 90^\circ$

$x = 45^\circ$

(-) করে, $2y = 16^\circ$

$y = 8^\circ$

$\therefore x = 45^\circ, y = 8^\circ$ (Ans.)



প্রশ্ন ৫৭

$\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$ এবং $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$, যেখানে A, B

সূক্ষ্মকোণ। [রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী ৭/প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin^2(A - B)$ এর মান বের কর।

খ. সমীকরণ দুটি সমাধান কর।

গ. $\theta = \frac{A + B}{2}$ হলে দেখাও যে, $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে,

$\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$

বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos(A - B) = \cos 45^\circ$

$\therefore A - B = 45^\circ$

২

৪

৪

ক

$$\therefore \sin^2(A - B) = (\sin 45^\circ)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২

গ সৃজনশীল ৫১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী // প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\frac{\sin^2 A}{\cos A}$ এর মান m ও n এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $(m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sec A - \cos A = \frac{4mn}{m^2 - n^2}$ ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A + \sin A = m$ (i)

$\tan A - \sin A = n$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে $2\tan A = m + n$

$$\therefore \tan A = \frac{m + n}{2} \text{(iii)}$$

(i) - (ii) করে, $2\sin A = m - n$ (iv)

$$\therefore \sin A = \frac{m - n}{2}$$

$$\therefore \frac{\sin^2 A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \sin A = \tan A \cdot \sin A$$

$$= \left(\frac{m + n}{2}\right) \left(\frac{m - n}{2}\right)$$

$$= \frac{m^2 - n^2}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই, $m + n = 2\tan A$

এবং $m - n = 2\sin A$

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির, বামপক্ষ} = (m - n)^2$$

$$= (2\sin A)^2$$

$$= 4\sin^2 A$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{16mn}{(m + n)^2}$$

$$= \frac{4 \cdot \{(m+n)^2 - (m-n)^2\}}{(2\tan A)^2} \quad [4mn = (m + n)^2 - (m - n)^2]$$

$$= \frac{4\{(2\tan A)^2 - (2\sin A)^2\}}{4\tan^2 A} \quad [m + n \text{ ও } m - n \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{4(\tan^2 A - \sin^2 A)}{\tan^2 A}$$

$$= 4(1 - \cos^2 A) \quad [\tan^2 A \text{ দ্বারা লব ও হরকে ভাগ করে}]$$

$$= 4\sin^2 A$$

= বামপক্ষ

$$\therefore (m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2} \text{ (দেখানো হল)}$$

গ প্রদত্ত রাশির ডানপক্ষ = $\frac{4mn}{m^2 - n^2}$

$$= \frac{(m + n)^2 - (m - n)^2}{(m + n)(m - n)}$$

$$= \frac{4\tan^2 A - 4\sin^2 A}{4\tan A \cdot \sin A}$$

$$= \frac{\tan^2 A - \sin^2 A}{\tan A \cdot \sin A}$$

$$= \frac{\tan A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\tan A}$$

$$= \frac{\sin A}{\cos A} \times \frac{1}{\sin A} - \sin A \times \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \cos A$$

$$= \sec A - \cos A$$

= বামপক্ষ

$$\therefore \sec A - \cos A = \frac{4mn}{m^2 - n^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৯ $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$

ক. দেখাও যে, $m + n = 2\sec \theta \cdot \sin \theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী // প্রশ্ন নং ৭]

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬০ $\cot A + \cos A = m$ এবং $\cot A - \cos A = n$

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{4mn}{m^2 - n^2}$ ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot A + \cos A = m$

$\cot A - \cos A = n$

এখন, $\cot^2 A - \cos^2 A$

$$= \cot^2 A \left(1 - \frac{\cos^2 A}{\cot^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A \left(1 - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A \left(1 - \cos^2 A \times \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A (1 - \sin^2 A)$$

$$= \cot^2 A \cdot \cos^2 A$$

$$\therefore \cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ $m^2 - n^2 = (\cot A + \cos A)^2 - (\cot A - \cos A)^2$ [মান বসিয়ে]

$$= 4 \cot A \cos A$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A \cos^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A (1 - \sin^2 A)}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \cot^2 A \times \sin^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \frac{\cot^2 A}{\sin^2 A} \times \sin^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \cos^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{(\cot A + \cos A)(\cot A - \cos A)}$$

$$= 4 \sqrt{mn}$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } (m + n)(m - n) = 4\sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } (m + n)^2 (m - n)^2 = 16mn$$

$$\therefore (m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ 'ক' থেকে পাই,

$$mn = (\cot A + \cos A)(\cot A - \cos A) = \cot^2 A - \cos^2 A$$

$$= \cot^2 A \cdot \cos^2 A.$$

$$\therefore 4mn = 4 \cot^2 A \cdot \cos^2 A.$$

$$\text{এবং } m^2 - n^2 = (\cot A + \cos A)^2 - (\cot A - \cos A)^2$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4 \cot A \cos A$$

$$\text{এখন, } \frac{4mn}{m^2 - n^2} = \frac{4 \cot^2 A \cdot \cos^2 A}{4 \cot A \cdot \cos A}$$

$$= \cot A \cdot \cos A$$

$$= \frac{\cos A}{\sin A} \cdot \cos A$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin A}$$

$$\text{আবার, } \operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{1}{\sin A} - \sin A$$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{\sin A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin A}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{4mn}{m^2 - n^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৬১ $\tan \theta + \sin \theta = p$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = q$

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan 2\theta = \sqrt{3}$ হলে, $\cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p - q)^2 = \frac{16pq}{(p + q)^2}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\sec \theta - \frac{1}{\sec \theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2}$ ৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan 2\theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan 2\theta = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } 2\theta = 60^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \cos \theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ $pq = (\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)$

$$= \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta = \sin^2 \theta \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 \right)$$

$$= \sin^2 \theta \left(\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)$$

$$= \sin^2 \theta \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \tan^2 \theta \sin^2 \theta$$

$$\text{এখানে, } (p + q)^2$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta)^2 = (2 \tan \theta)^2 = 4 \tan^2 \theta$$

$$\text{আবার, } (p - q)^2$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta)^2 = (2 \sin \theta)^2 = 4 \sin^2 \theta$$

$$\frac{16pq}{(p + q)^2} = \frac{16 \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta}{4 \tan^2 \theta}$$

$$= 4 \sin^2 \theta = (p - q)^2$$

$$\therefore (p - q)^2 = \frac{16pq}{(p + q)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ $p + q = \tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta = 2 \tan \theta$

$$p - q = \tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta = 2 \sin \theta$$

$$\frac{4pq}{p^2 - q^2} = \frac{(p + q)^2 - (p - q)^2}{(p + q)(p - q)}$$

$$= \frac{(p + q)^2 - (p - q)^2}{(p + q)(p - q)}$$

$$= \frac{p + q}{p - q} - \frac{p - q}{p + q}$$

$$= \frac{2 \tan \theta}{2 \sin \theta} - \frac{2 \sin \theta}{2 \tan \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

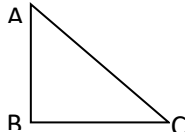
$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$$

$$= \sec \theta - \frac{1}{\sec \theta}$$

$$\therefore \sec \theta - \frac{1}{\sec \theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৬২



প্রদত্ত চিত্রে, $AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ এবং $\angle C = \theta$ হলে

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. চিত্র হতে $\tan \theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $\tan \theta$ এর মান ব্যবহার করে $\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$ হয়, তাহলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৩ $a = \sin \theta$, $b = \cos \theta$ এবং $A = 30^\circ$

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1 \quad ৪$$

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৪ $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$.

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ৮]

ক. দেওয়া আছে, $2 \sin A = 3$ হলে $\cos A$ ও $\tan A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে, $0^\circ < \theta < 90^\circ$. ৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $2 \sin A = 3$

$$\text{বা, } \sin A = \frac{3}{2} > 1$$

যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ $-1 \leq \sin A \leq 1$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৫ $2 \cos(p - q) = \sqrt{3} = 2 \sin(p + q)$, p ও q কোণ সূক্ষ্মকোণ।

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\cos(A - 35^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\theta = \frac{1}{2}(p + q)$ হলে, দেখাও যে, $3 \cos \theta = 4 \cos^3 \theta - \cos 3\theta$ ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\cos(A - 35^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা } \cos(A - 35^\circ) = \cos 30^\circ$$

$$\text{বা, } A - 35^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore A = 65^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $2 \cos(p - q) = \sqrt{3} = 2 \sin(p + q)$

$$\therefore 2 \cos(p - q) = \sqrt{3} \quad \text{এবং} \quad 2 \sin(p + q) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cos(p - q) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(p - q) = \cos 30^\circ$$

$$\therefore p - q = 30^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং যোগ করে পাই,}$$

$$p - q + p + q = 30^\circ + 60^\circ$$

$$\text{বা, } 2p = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \sin(p + q) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(p + q) = \sin 60^\circ$$

$$\therefore p + q = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore p = 45^\circ$$

(ii) নং এ $p = 45^\circ$ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + q = 60^\circ$$

$$\text{বা, } q = 60^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore q = 15^\circ$$

$$\therefore p = 45^\circ \text{ এবং } q = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$p = 45^\circ$$

$$q = 15^\circ$$

$$\text{সুতরাং } \theta = \frac{1}{2} (45^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = 3\cos\theta$$

$$= 3\cos 30^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 4\cos^3\theta - \cos 3\theta$$

$$= 4\cos^3 30^\circ - \cos(3 \times 30^\circ)$$

$$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - \cos 90^\circ$$

$$= 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - 0$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore 3\cos\theta = 4\cos^3\theta - \cos 3\theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৬ $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$ যেখানে $\theta =$ সূক্ষ্মকোণ।

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\frac{1}{p} - \frac{q}{p}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p + q = \sqrt{2}q$ হলে প্রমাণ কর যে, $q - p = \sqrt{2}p$ ৪

গ. $\frac{(q-p)^2}{q^2-p^2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \sqrt{3}$ ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$

$$\text{এবং } \sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{p} - \frac{q}{p}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \left[\text{চিত্র হতে পড়তে} = \frac{8}{3} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$p + q = \sqrt{2}q$$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \cos\theta(\sqrt{2} - 1)$$

$$\text{বা, } \sin\theta(\sqrt{2} + 1) = \cos\theta(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{2} + 1)$ দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = \cos\theta \{ (\sqrt{2})^2 - 1 \}$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}p + p = q \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore q - p = \sqrt{2}p \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\frac{(q-p)^2}{q^2-p^2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{(q-p)^2}{(q+p)(q-p)} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q-p}{q+p} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q-p+q+p}{q-p-q-p} = \frac{1-\sqrt{3}+1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}-1-\sqrt{3}} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2q}{-2p} = \frac{2}{-2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q}{p} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan\theta = \sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৭ $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$; $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $m + n = 2 \sec\theta \cdot \sin\theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৮৩

গ দেওয়া আছে,

$$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \sin\theta(\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{(\sqrt{2} + 1)} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{(\sqrt{2} + 1)} \times \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} - 1)} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta}{2 - 1} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta = \sin\theta + \cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৮ ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$ এবং $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

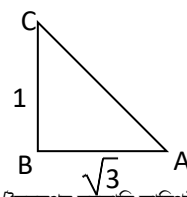
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\angle A = x + y$ এবং $\angle C = x - y = \theta$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ১৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৯ ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$



[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর: $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \cos 60^\circ$

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর।

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ২২(ক) সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. চিত্রে, $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} \\ &= \frac{\operatorname{cosec}^2 30^\circ - \sec^2 30^\circ}{\operatorname{cosec}^2 30^\circ + \sec^2 30^\circ} \end{aligned}$$

$$= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{12 - 4}{3}$$

$$= \frac{12 - 4}{3}$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16}$$

$$= \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \cos 60^\circ \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. সৃজনশীল ২২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭০ $X = \cos \theta + \sin \theta$, $Y = \cos \theta - \sin \theta$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা-৭/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\theta = 30^\circ$ হলে, XY এর মান নির্ণয় কর।

খ. $X = \sqrt{2}(X - \sin \theta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $Y = \sqrt{2}(X - \cos \theta)$ ।

গ. $X = \sqrt{2}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ।

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $X = \cos \theta + \sin \theta$

$$Y = \cos \theta - \sin \theta$$

$$\therefore XY = (\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)$$

$$= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (\cos 30^\circ)^2 - (\sin 30^\circ)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $X = \cos \theta + \sin \theta$

$$\text{এবং } X = \sqrt{2}$$

$$\therefore \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta = (\sqrt{2})^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 1 + 2\sin \theta \cos \theta = 2$$

$$\text{বা, } 2\sin \theta \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } 4\sin^2 \theta \cos^2 \theta = 1 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 4(1 - \cos^2 \theta) \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{বা, } 4\cos^2 \theta - 4\cos^4 \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4\cos^4 \theta - 4\cos^2 \theta + 1 = 0$$

8

$$\text{বা, } (2\cos^2 \theta)^2 - 2 \cdot 2\cos^2 \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2\cos^2 \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৭১ $\tan \theta + \sin \theta = a$, $\tan \theta - \sin \theta = b$

এবং $p = \tan^2 A - (1 + \sqrt{3})\tan A$ ।

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা-৭/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta = ab$ ।

খ. প্রমাণ কর যে, $4\sqrt{ab} = a^2 - b^2$ ।

গ. $p + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটির সমাধান কর। যখন A সূক্ষ্মকোণ।

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ = $\tan^2 \theta \sin^2 \theta$

$$= \tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$= \tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= \tan^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \times \cos^2 \theta$$

$$= \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)$$

$$= ab \text{ [উদ্দীপক অনুসারে]}$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \tan^2 \theta \sin^2 \theta = ab \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. বামপক্ষ = $4\sqrt{ab}$

$$= 4\sqrt{(\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\tan^2 \theta}\right)}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta \cot^2 \theta)}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta \left(1 - \sin^2 \theta \times \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}\right)}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta \sin^2 \theta}$$

$$= 4 \tan \theta \sin \theta$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta)^2 - (\tan \theta - \sin \theta)^2$$

$$= a^2 - b^2$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore 4\sqrt{ab} = a^2 - b^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$p + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan^2 A - (1 + \sqrt{3})\tan A + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan^2 A - \tan A - \sqrt{3}\tan A + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan A (\tan A - 1) - \sqrt{3}(\tan A - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\tan A - 1)(\tan A - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } \tan A - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } \tan A - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan A = 1$$

$$\text{বা, } \tan A = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 45^\circ$$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 60^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

$$\therefore A = 60^\circ$$

$$\text{সুতরাং, } A = 45^\circ, 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৭২ $a = \sin \theta$, $b = \cos \theta$ এবং $A = 30^\circ$

[হিম্মাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা-৭/ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1$$

8

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 8

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৩ $m = \tan\theta + \sin\theta$ এবং $n = \tan\theta - \sin\theta$
[কুমিল্লা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্লা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A - \tan A$ মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ 8

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 8

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৪

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ. সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৪ $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$.
[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর // প্রশ্ন নং ৭]

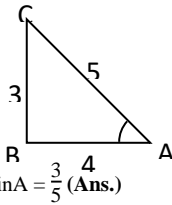
ক. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে, $\sin A =$ কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 8

গ. যদি $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হয় তবে A এর মান কত? 8

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{3}{4}$



এখানে,
 $AC = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore \sin A = \frac{3}{5}$ (Ans.)

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর উদাহরণ-১১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ. সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৫ (i) $\cos(A + B) = x$, $\sin(A - B) = y$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক

সমীকরণ, যেখানে $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $y = \frac{1}{2}$ ।

(ii) $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী // প্রশ্ন নং ৮]

ক. দেখাও যে, $A - B = 30^\circ$ ২

খ. A ও B এর মান বের করে দেখাও যে, $\sin 3A = \cos B$ 8

গ. দেখাও যে, $\theta = \frac{3(A + B)}{2}$ 8

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sin(A - B) = y$ এবং $y = \frac{1}{2}$

$\therefore \sin(A - B) = \frac{1}{2}$

বা, $\sin(A - B) = \sin 30^\circ$

$\therefore A - B = 30^\circ$ (দেখানো হলো)

খ. 'ক' হতে পাই, $A - B = 30^\circ \dots \dots (i)$

দেওয়া আছে, $\cos(A + B) = x$ এবং $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$

$\therefore A + B = 30^\circ \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $2A = 60^\circ$

$A = 30^\circ$

(ii) - (i) হতে পাই, $2B = 0$

$\Rightarrow B = 0$

এখন, $\sin 3A = \sin 90^\circ$

$= 1$

$= \cos 0^\circ$

$= \cos B$ (দেখানো হলো)

গ. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$

বা, $\sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$

বা, $2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$

আবার, 'খ' হতে পাই,

$A = 30^\circ, B = 0^\circ$

$\therefore \frac{3(A + B)}{2} = \frac{3 \times 30^\circ}{2}$

$= 45^\circ$

$= \theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৭৬ $2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B)$, $\cot\theta + \cos\theta = m$

এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$. [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর // প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\tan C = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec C$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. cosec 2A এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 8

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৭ cosec A = $\frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin A + \text{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ 8

গ. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে প্রমাণ কর যে, $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ 8

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\text{cosec} A = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sin A = \frac{b}{a}$$

সুতরাং $\sin A + \text{cosec} A$

$$= \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{ab} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\text{cosec} A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \text{cosec}^2 A = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} - 1 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\tan^2 A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ cosec A = $\frac{a}{b} = \frac{13}{5}$ [$\because a = 13, b = 5$]

\therefore চিত্র হতে,

$$AB = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

সুতরাং $\tan A = \frac{5}{12}$ এবং $\sec A = \frac{13}{12}$

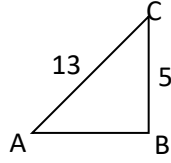
$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \tan A + \sec A$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12}$$

$$= \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \tan A + \sec A = \frac{3}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$



প্রশ্ন ৭৮ M = cos θ + sin θ এবং N = cos θ - sin θ

[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী ৷ প্রশ্ন নং ৭]

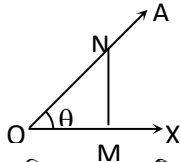
ক. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, M > 0 ২

খ. M = $\sqrt{2}(M - \sin \theta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, N = $\sqrt{2}(M - \cos \theta)$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$ ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, $\angle XO A$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

OA বাহুতে যেকোনো বিন্দু N নিই।

N থেকে OX বাহু পর্যন্ত NM লম্ব টানি।

এখন, $\triangle ONM$ এ $\sin \theta = \frac{NM}{ON}$ এবং $\cos \theta = \frac{OM}{ON}$

আবার, $\triangle OMN$ এ $NM + OM > ON$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$$\text{বা, } \frac{NM}{ON} + \frac{OM}{ON} > 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta > 1 > 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta > 0$$

$$\therefore M > 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে,

$$M = \cos \theta + \sin \theta$$

$$N = \cos \theta - \sin \theta$$

এখন, বামপক্ষ = $\frac{1-N}{M-1}$

$$= \frac{1 - (\cos \theta - \sin \theta)}{\cos \theta + \sin \theta - 1}$$

$$= \frac{1 - \cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta - 1}$$

$$= \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta - \cos \theta)}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

[লব ও হরকে $(1 - \sin \theta)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) - \cos \theta(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta - \cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{\cos \theta(\cos \theta - 1 + \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(\cos \theta - 1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৭৯ p = tan θ, q = sin θ. [শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\frac{\tan A}{\sec A + 1} = \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$ ২

খ. p + q = a এবং p - q = b হলে প্রমাণ কর যে, $a^2 - b^2 = 4\sqrt{ab}$ ৪

গ. $p^2 - (1 + \sqrt{3})p + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণ থেকে θ এর সমাধান কর। ৪

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

খ দেওয়া আছে, p = tan θ, q = sin θ এবং p + q = a ও p - q = b
অর্থাৎ tan θ + sin θ = a এবং tan θ - sin θ = b

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ ১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ দেওয়া আছে, $p^2 - (1 + \sqrt{3})p + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } p^2 - p - \sqrt{3}p + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } p(p - 1) - \sqrt{3}(p - 1) = 0$$

$$\therefore (p - 1)(p - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } p - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } p - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } p = 1$$

$$\text{বা, } p = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

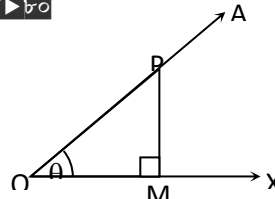
$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

নির্ণয়ে সমাধান, $\theta = 45^\circ, 60^\circ$

প্রশ্ন ৮০



[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. θ এর কোন মানের জন্য cos θ এর মান প্রায় 1(one) হবে ব্যাখ্যা কর। ২

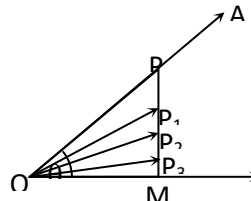
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, (জ্যামিতিক ব্যাখ্যাসহ)

$$\text{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$
 ৪

গ. $\triangle POM$ এর $\angle POM = 45^\circ$ হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান বের কর (চিত্রের সাহায্যে)। ৪

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



আমরা জানি, $\cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OM}{OP}$

চিত্র থেকে দেখা যায়, যখন θ এর মান খুব ছোট অর্থাৎ শূন্যের কাছাকাছি হবে। তখন ভূমি ও অভিবুজ প্রায় সমান হবে, তখন $\cos\theta$ এর মান প্রায় 1 হবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৯.১ এর 'ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (iii)' দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯।

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৯.২ এর '45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত' দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭।

প্রশ্ন ▶ চ-১ $M = \sin\theta + \cos\theta$, $N = 1 - \sin\theta \cos\theta$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[ডা: খান্সাজ্জীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\cos\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot^2 A \cdot \sec A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $M = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = \sqrt{3}M - M$ হলে দেখাও যে, $M + 2N = \frac{5}{2}$ ৪

চ-১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\cos\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin \frac{A}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{A}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore A = 120^\circ$$

প্রদত্ত রাশি = $\cot^2 A \cdot \sec A$

$$= \cot^2 120^\circ \cdot \sec 120^\circ$$

$$= \{\cot(90^\circ + 30^\circ)\}^2 \cdot \{\sec(90^\circ + 30^\circ)\}$$

$$= \tan^2 30^\circ \times -\operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$= -\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \times 2$$

$$= -\frac{2}{3} \quad (\text{Ans.})$$

খ দেওয়া আছে,

$$M = \sin\theta + \cos\theta$$

$$\text{এবং } M = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2(\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2 \cdot 1} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta + \cos^2\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2 \cdot \sqrt{2}\cos\theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \quad (\text{Ans.})$$

গ $(\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = \sqrt{3}M - M$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = M(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta}{M} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta + \cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta - \cos\theta - \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2\cos\theta}{-2\sin\theta} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot\theta = \cot 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{বামপক্ষ} = M + 2N$$

$$= \sin\theta + \cos\theta + 2(1 - \sin\theta\cos\theta)$$

$$= \sin 30^\circ + \cos 30^\circ + 2 - 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

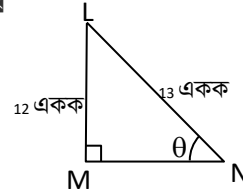
$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + 2$$

$$= \frac{5}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore M + 2N = \frac{5}{2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ▶ চ-২



[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$ ৪

গ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ৪

চ-২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\triangle LMN$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$$\therefore LN^2 = LM^2 + MN^2$$

$$\text{বা, } 13^2 = 12^2 + MN^2$$

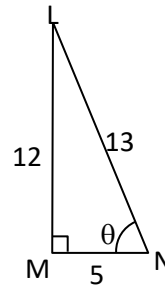
$$\text{বা, } MN^2 = 13^2 - 12^2$$

$$\text{বা, } MN^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\therefore MN = 5$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{MN}{LM} = \frac{5}{12} \quad (\text{Ans.})$$

খ



$$\text{চিত্রানুসারে, } \sin\theta = \frac{LM}{LN} = \frac{12}{13}$$

$$\text{এবং } \tan\theta = \frac{LM}{MN} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = \left(\frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{12}{13}\right)^2$$

$$= \frac{144}{25} - \frac{144}{169}$$

$$= \frac{24336 - 3600}{4225}$$

$$= \frac{20736}{4225}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta &= \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{13}\right)^2 \\ &= \frac{144}{25} \cdot \frac{144}{169} \\ &= \frac{20736}{4225} \end{aligned}$$

$$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (i) দ্রষ্টব্য।
পৃষ্ঠা- ১৭৯

প্রশ্ন ▶ চ৩ P = 2cos²θ + 2√2 sinθ
M = cosθ + sinθ
N = cosθ - sinθ

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. cosec²60° + cot²60° এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. সমাধান কর: p = 3 ৪
গ. দেখাও যে, $\frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ ৪

৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক cosec²60° + cot²60°
= $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
= $\frac{4}{3} + \frac{1}{3}$
= $\frac{4+1}{3} = \frac{5}{3}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, p = 2 cos²θ + 2√2 sinθ
এখন, p = 3
বা, 2cos²θ + 2√2 sinθ = 3
বা, 2(1 - sin²θ) + 2√2 sinθ - 3 = 0
বা, 2 - 2sin²θ + 2√2 sinθ - 3 = 0
বা, 2sin²θ - 2√2 sinθ + 1 = 0
বা, (√2 sinθ - 1)² = 0
বা, (√2 sinθ - 1) = 0
বা, √2 sinθ - 1 = 0
বা, sinθ = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$
∴ θ = 45° (Ans.)

গ সূজনশীল ৭৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৪ √2 cos(A - B) = 1, 2 sin(A + B) = √3 এবং
2 sin²θ + 3 cosθ - 3 = 0 যেখানে A, B এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. secA - tanA = √3 - √2 হলে (secA + tanA) এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, sec²A - tan²A = 1
বা, (secA + tanA)(secA - tanA) = 1
বা, (secA + tanA)(√3 - √2) = 1
বা, secA + tanA = $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
= $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$
= $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2}$
∴ secA + tanA = √3 + √2 (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২
গ সূজনশীল-২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৫ √3 tan(A - B) = 1, √3 tan(A + B) = 3 এবং cosecθ.cotθ = 2√3
যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. A - B এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. A ও B সূক্ষ্মকোণ হলে A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. θ এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, cosec²θ - cot²θ = 1 ৪

৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, √3 tan(A - B) = 1

বা, tan(A - B) = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, tan(A - B) = tan30°

∴ A - B = 30° (Ans.)

খ দেওয়া আছে, √3 tan(A + B) = 3

বা, tan(A + B) = $\frac{3}{\sqrt{3}}$

বা, tan(A + B) = √3

বা, tan(A + B) = tan60°

∴ A + B = 60° (i)

'ক' হতে, A - B = 30° (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

A + B + A - B = 60° + 30°

বা, 2A = 90°

∴ A = 45°

A এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

45° + B = 60°

∴ B = 15°

∴ নির্ণেয় মান, A = 45°, B = 15° (Ans.)

গ দেওয়া আছে, cosecθ . cotθ = 2√3

বা, $\frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, $\frac{\cos\theta}{1 - \cos^2\theta} = 2\sqrt{3}$

বা, cosθ = 2√3 - 2√3 cos²θ

বা, 2√3 cos²θ + cosθ - 2√3 = 0

বা, 2√3 cos²θ + 4 cosθ - 3 cosθ - 2√3 = 0

বা, 2 cosθ (√3 cosθ + 2) - √3(√3 cosθ + 2) = 0

∴ (√3 cosθ + 2)(2 cosθ - √3) = 0

হয়, √3 cosθ + 2 = 0

বা, √3 cosθ = -2

∴ cosθ = $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়।

কারণ -1 ≤ cosθ ≤ 1

অথবা, 2 cosθ - √3 = 0

বা, 2 cosθ = √3

বা, cosθ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, cosθ = cos 30°

∴ θ = 30° (Ans.)

এখন, cosec²θ - cot²θ = cosec²30° - cot²30°

= (cosec30°)² - (cot30°)²

= 2² - (√3)² = 4 - 3 = 1

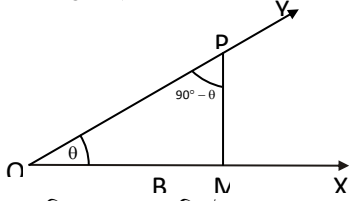
∴ cosec²θ - cot²θ = 1 (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ চ৬ ΔABC-এ ∠C = 90° এবং ∠BAC = θ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ
এবং 2sin(A + B) = √3 [সেন্ট প-সিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. দেখাও যে, sin(90° - θ) = cosθ ২
খ. যদি 2cos(A - B) = √3 হয় তবে A ও B এর মান কত? ৪
গ. যদি $\frac{BC^2}{AC^2} - (1 + \sqrt{3}) \frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$ হয়, তবে θ এর মান কত? ৪

৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. θ কোণ ও $(90^\circ - \theta)$ কোণ পরস্পরের পূরক কোণ।
মনে করি, $\angle XOY = \theta$ এবং P এই কোণের OY বাহুর উপর একটি বিন্দু। $PM \perp OX$ আঁকি।

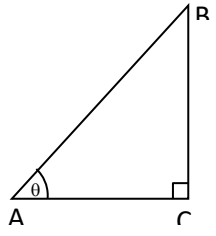


যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ,
অতএব, POM সমকোণী ত্রিভুজ $\angle PMO = 90^\circ$
এবং $\angle OPM + \angle POM =$ এক সমকোণ $= 90^\circ$
 $\angle OPM = 90^\circ - \angle POM = 90^\circ - \theta$ [যেহেতু $\angle POM = \angle XOY = \theta$]
 $\therefore \sin(90^\circ - \theta) = \frac{OM}{OP} = \cos \angle POM = \cos \theta$

- খ. দেওয়া আছে,
 $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$
বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$
 $\therefore A+B = 60^\circ \dots \dots \dots (i)$
এবং $2\cos(A-B) = \sqrt{3}$

- বা, $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$
 $\therefore A-B = 30^\circ \dots \dots \dots (ii)$
(i) + (ii) $\Rightarrow 2A = 90^\circ, \therefore A = 45^\circ$
(i) - (ii) $\Rightarrow 2B = 30^\circ, \therefore B = 15^\circ$ (Ans.)

- গ. দেওয়া আছে,
 $\frac{BC^2}{AC^2} - (1 + \sqrt{3}) \frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$
বা, $\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 - (1 + \sqrt{3}) \frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan^2 \theta - (1 + \sqrt{3}) \tan \theta + \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan^2 \theta - \tan \theta - \sqrt{3} \tan \theta + \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan \theta (\tan \theta - 1) - \sqrt{3} (\tan \theta - 1) = 0$
বা, $(\tan \theta - 1)(\tan \theta - \sqrt{3}) = 0$
হয়, $\tan \theta - 1 = 0$
বা, $\tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$
 $\therefore \theta = 45^\circ$
অথবা, $\tan \theta - \sqrt{3} = 0$
বা, $\tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান: $\theta = 45^\circ, 60^\circ$



- প্রশ্ন ৮৭ $\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}, \angle A = 60^\circ$
[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ৭]
ক. $\operatorname{cosec}^2 A + \cot^2 A$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $4 \sin^2 B - (2 + 2\sqrt{3}) \sin B + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $B = 2\theta$ অথবা $B = \theta$ ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. $\angle A = 60^\circ$
এখন $\operatorname{cosec}^2 A + \cot^2 A = (\operatorname{cosec} 60^\circ)^2 + (\cot 60^\circ)^2$
 $= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
 $= \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ (Ans.)

- খ. দেওয়া আছে,

- $\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$
বা, $\frac{\cos \theta + \sin \theta + \cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta - \cos \theta + \sin \theta} = \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]
বা, $\frac{2 \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$
বা, $\cot \theta = \cot 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

- গ. $4 \sin^2 B - (2 + 2\sqrt{3}) \sin B + \sqrt{3} = 0$
বা, $4 \sin^2 B - 2 \sin B - 2\sqrt{3} \sin B + \sqrt{3} = 0$
বা, $2 \sin B (2 \sin B - 1) - \sqrt{3} (2 \sin B - 1) = 0$
বা, $(2 \sin B - 1)(2 \sin B - \sqrt{3}) = 0$
হয়, $2 \sin B - 1 = 0$ অথবা, $2 \sin B - \sqrt{3} = 0$
বা, $2 \sin B = 1$ বা, $2 \sin B = \sqrt{3}$
বা, $\sin B = \frac{1}{2}$ বা, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$
বা, $\sin B = \sin 30^\circ$ বা, $\sin B = \sin 60^\circ$
বা, $B = 30^\circ$
 $\therefore B = \theta$ [‘খ’ হতে] বা, $B = 2 \times 30^\circ$
 $\therefore B = 2\theta$ [‘খ’ হতে]
সুতরাং, $B = 2\theta$ বা $B = \theta$ (দেখানো হলো)

- প্রশ্ন ৮৮ (i) $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$
এবং (ii) $2 \sin^2 A + 3 \cos A = 3$
[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ৭]
ক. দেখাও যে, $\cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B$. ২
খ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$. ৪
গ. $0^\circ < A < 90^\circ$ হলে, (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. বামপক্ষ $= \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1}$
 $= \cos B \sqrt{\tan^2 B}$
 $= \cos B \cdot \tan B$
 $= \cos B \times \frac{\sin B}{\cos B}$
 $= \sin B =$ ডানপক্ষ
 $\therefore \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B$ (দেখানো হলো)
খ. দেওয়া আছে, $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$
বা, $\sqrt{2} \cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos \theta$ [উভয় পক্ষকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $\cos \theta + \sin \theta + \sqrt{2} \sin \theta = 2 \cos \theta$ [$\because \sqrt{2} \cos \theta = \cos \theta + \sin \theta$]
বা, $\sqrt{2} \sin \theta = 2 \cos \theta - \cos \theta - \sin \theta$
বা, $\sqrt{2} \sin \theta = \cos \theta - \sin \theta$
 $\therefore \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ (প্রমাণিত)
গ. সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

- প্রশ্ন ৮৯ $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ।
[বু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট // প্রশ্ন নং ৭]
ক. $A = 60^\circ$ হলে দেখাও যে, $x = \frac{y}{2 - \sqrt{3}}$ ২
খ. $x = y\sqrt{3}$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ ৪

৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$ এবং $A = 60^\circ$
 $\therefore \tan 60^\circ + \sec 60^\circ = \frac{x}{y}$

বা, $\sqrt{3} + 2 = \frac{x}{y}$

বা, $x = y(\sqrt{3} + 2)$

বা, $x = \frac{y(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)}{\sqrt{3} - 2}$

বা, $x = \frac{y((\sqrt{3})^2 - 2^2)}{\sqrt{3} - 2}$

বা, $x = \frac{-y}{\sqrt{3} - 2}$

$\therefore x = \frac{y}{2 - \sqrt{3}}$ (দেখানো হলো)

ক দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$

$x = y\sqrt{3}$ হলে, $\tan A + \sec A = \frac{y\sqrt{3}}{y}$

বা, $\sec A = \sqrt{3} - \tan A$

বা, $\sec^2 A = (\sqrt{3} - \tan A)^2$

বা, $\sec^2 A = 3 - 2\sqrt{3} \tan A + \tan^2 A$

বা, $\sec^2 A - \tan^2 A = 3 - 2\sqrt{3} \tan A$

বা, $2\sqrt{3} \tan A = 3 - 1$ $[\sec^2 A - \tan^2 A = 1]$

বা, $\tan A = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

বা, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan A = \tan 30^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{1 + \sin A}{\cos A} = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{(1 + \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{(1 + \sin A)^2}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} = \frac{x^2}{y^2}$

বা, $\frac{1 + \sin A - 1 + \sin A}{1 + \sin A + 1 - \sin A} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ [বিয়োজন-যোজন করে]

বা, $\frac{2 \sin A}{2} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

$\therefore \sin A = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right)^2}$
 $= \sqrt{\frac{(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2}{(x^2 + y^2)^2}}$
 $= \sqrt{\frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2}}$ $[\square (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab]$
 $= \frac{2xy}{x^2 + y^2}$

$\therefore \cos A = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯০ (i) $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$

(ii) $\sin A + \cos A = P$

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $P = \sqrt{2}$ হলে (ii) নং হতে A এর মান নির্ণয় কর: যেখানে $0^\circ \leq A < 90^\circ$. ৪

গ. (i) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$

বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \theta = \tan (30^\circ)$

$\therefore \theta = 30^\circ$

অর্থাৎ, $\operatorname{cosec} \theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$
 $= 2$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $P = \sqrt{2}$

বা, $\sin A + \cos A = \sqrt{2}$ [(ii) নং হতে]

বা, $\sin A = \sqrt{2} - \cos A$

বা, $\sin^2 A = (\sqrt{2} - \cos A)^2$

বা, $1 - \cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2} \cos A + \cos^2 A$

বা, $1 - \cos^2 A - 2 + 2\sqrt{2} \cos A - \cos^2 A = 0$

বা, $-2 \cos^2 A + 2\sqrt{2} \cos A - 1 = 0$

বা, $2 \cos^2 A - 2\sqrt{2} \cos A + 1 = 0$

বা, $(\sqrt{2} \cos A)^2 - 2\sqrt{2} \cos A \cdot 1 + (1)^2 = 0$

বা, $(\sqrt{2} \cos A - 1)^2 = 0$

বা, $\sqrt{2} \cos A - 1 = 0$

বা, $\sqrt{2} \cos A = 1$

বা, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\cos A = \cos 45^\circ$

$\therefore A = 45^\circ$ (Ans.)

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩।

প্রশ্ন ৯১ $\triangle ABC$ এ $\angle C =$ এক সমকোণ, $AC = 1$, $BC = \sqrt{3}$ এবং $\angle B = \theta$
 [সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ ৷ প্রশ্ন নং ৭]

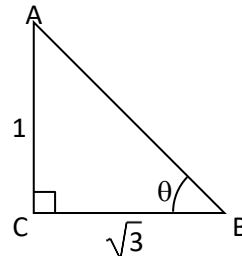
ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1} - \frac{\sec \theta - 1}{\tan \theta} = 0$ ৪

গ. $\cos^2 A - \sin^2 A = 2 - 5 \cos A$ (যখন A সূক্ষ্মকোণ) সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $A = 2\theta$ ৪

৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



$\triangle ABC$ এ, $\tan \theta = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

গ সূজনশীল ২৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯২ $A = \frac{\cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta + 1} + \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\cot \theta}$, $B = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$; যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\cot C = \sqrt{3}$ হলে, $\sec^2 C - 1$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $A = 2B$

গ. $3B^2 = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর।

৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\cot C = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\tan C} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan^2 C = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \sec^2 C - 1 = \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = \frac{\cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta + 1} + \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\cot \theta}$$
$$= \frac{\cot^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta - 1}{(\operatorname{cosec} \theta + 1) \cot \theta}$$
$$= \frac{2 \cot^2 \theta}{(\operatorname{cosec} \theta + 1) \cot \theta} \quad [\square \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 = \cot^2 \theta]$$

$$= 2 \frac{\cot \theta}{\frac{1}{\sin \theta} + 1}$$

$$= 2 \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{1 + \sin \theta}$$

$$= \frac{2 \cos \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$= 2 \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$= 2B \quad [\square B = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}]$$

$$\therefore A = 2B \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, $B = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$

$$\text{এবং } 3B^2 = 1$$

$$\text{বা, } 3 \left(\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \right)^2 = 1$$

$$\text{বা, } 3 \frac{\cos^2 \theta}{(1 + \sin \theta)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3(1 - \sin^2 \theta)}{(1 + \sin \theta)^2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3(1 - \sin \theta)}{1 + \sin \theta} = 1$$

$$\text{বা, } 3 - 3 \sin \theta = 1 + \sin \theta$$

$$\text{বা, } 4 \sin \theta = 2$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{2}{4}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯৩ $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$

গ. যদি $\frac{x}{y} = 7 + 4\sqrt{3}$ হয় তবে দেখাও যে, $p = 60^\circ$

৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

8
8

$$\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{25}{9} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 \theta = \frac{25}{9}$$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{4}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. বামপক্ষ = $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}}$

$$= \frac{(x + y)(x - y)}{\sqrt{xy}}$$

$$= \frac{(\cos p + \cot p + \cot p - \cos p)(\cos p + \cot p - \cot p + \cos p)}{\sqrt{(\cos p + \cot p)(\cot p - \cos p)}}$$

[উদ্দীপক অনুসারে]

$$= \frac{2 \cot p \cdot 2 \cos p}{\sqrt{\cot^2 p - \cos^2 p}}$$

$$= \frac{4 \cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \left(1 - \frac{\cos^2 p}{\cot^2 p}\right)}}$$

$$= \frac{4 \cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \left(1 - \frac{\cos^2 p}{\sin^2 p}\right)}}$$

$$= \frac{4 \cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p (1 - \sin^2 p)}}$$

$$= \frac{4 \cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \cos^2 p}}$$

$$= \frac{4 \cot p \cos p}{\cot p \cos p}$$

$$= 4$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\frac{x}{y} = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosp} + \cot p}{\cot p - \operatorname{cosp}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosp} + \cot p + \cot p - \operatorname{cosp}}{\operatorname{cosp} + \cot p - \cot p + \operatorname{cosp}} = \frac{7 + 4\sqrt{3} + 1}{7 + 4\sqrt{3} - 1} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2 \cot p}{2 \operatorname{cosp}} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{6 + 4\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosp}}{\sin p} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{6 + 4\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosp}}{\sin p} \times \frac{1}{\operatorname{cosp}} = \frac{(8 + 4\sqrt{3})(6 - 4\sqrt{3})}{(6 + 4\sqrt{3})(6 - 4\sqrt{3})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin p} = \frac{48 - 32\sqrt{3} + 24\sqrt{3} - 48}{36 - 48}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin p} = \frac{-8\sqrt{3}}{-12}$$

$$\text{বা, } \sin p = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sin p = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\therefore p = 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

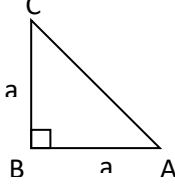
প্রশ্ন ৯৪ $\triangle ABC$ -এর $\angle B = 90^\circ$. $AB = BC = a$ এবং $\angle BAC = \theta$

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল ৷ প্রশ্ন নং ৭]

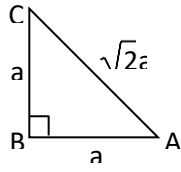
- ক. AC এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$ এর মান নির্ণয় কর উদ্দীপকের আলোকে। ৪
- গ. উদ্দীপকের θ কোণের সাপেক্ষে $\left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + 2\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 - 2 = 0$ হলে, সমীকরণটির সমাধান করে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. $\triangle ABC$ এ,
 $AB = BC = a$
 এবং $\angle B = 90^\circ$
 \therefore ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।
 $\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$
 $\therefore AC = \sqrt{2} a$ (Ans.)



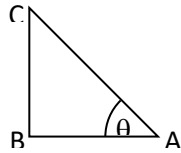
- খ. $\triangle ABC$ এ,
 $BC = AB = a$
 এবং $AC = \sqrt{2} a$ ['ক' হতে]
 $\sin\theta = \sin \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} &= \sqrt{\frac{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2})^2-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}} \\ &= \sqrt{2}-1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- গ. $\frac{BC}{AB} = \tan\theta$
 এবং $\frac{AB}{AC} = \cos\theta$

দেওয়া আছে,
 $\left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + 2\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 - 2 = 0$
 বা, $(\tan\theta)^2 + 2(\cos\theta)^2 - 2 = 0$
 বা, $\tan^2\theta + 2\cos^2\theta - 2 = 0$
 বা, $\tan^2\theta - 2(1 - \cos^2\theta) = 0$
 বা, $\tan^2\theta - 2\sin^2\theta = 0$
 বা, $\tan^2\theta = 2\sin^2\theta$
 বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 2\sin^2\theta$
 বা, $\sec^2\theta = 2$ [$\sin\theta \neq 0$]
 বা, $\cos^2\theta = \frac{1}{2}$
 বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 বা, $\cos\theta = \cos 45^\circ$
 $\therefore \theta = 45^\circ$ (Ans.)



প্রশ্ন ৯৫ $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$, $\cos\alpha + \sin\alpha = A$ এবং

$\cos\alpha - \sin\alpha = B$

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta \sin^2\theta = mn$ । ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ । ৪
- গ. $A = \sqrt{2}(A - \sin\alpha)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B = \sqrt{2}(A - \cos\alpha)$ । ৪

৯৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সূজনশীল ১৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩
- গ. সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৬ $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$, $\tan\theta = r$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

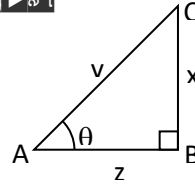
[বীরশ্রেষ্ঠ মুঙ্গী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = 45^\circ$ । ৪
- গ. $7p^2 + 3q^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ । ৪

৯৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সূজনশীল ২৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- খ. সূজনশীল ৩৭(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- গ. সূজনশীল ২৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৭



[মতিবিল সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $x = 1$, $y = 2$ হলে $(\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta)(\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta)^{-1}$ এর মান কত? ৪
- গ. দেখাও যে, $(x \sin\theta - z \cos\theta)(x \sin\theta + z \cos\theta)^{-1} = \frac{(x^2 - z^2)}{x^2 + z^2}$ ৪

৯৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. $\triangle ABC$ -এ
 $\sec\theta = \frac{AC}{AB}$
 $\therefore \sec\theta = \frac{y}{z}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x = 1$, $y = 2$

$\triangle ABC$ -এ $\sin\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$
 বা, $\sin\theta = \sin 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$
 এখন, $(\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta)(\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta)^{-1}$
 $= \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$
 $= \frac{(\operatorname{cosec} 30^\circ)^2 - (\sec 30^\circ)^2}{(\operatorname{cosec} 30^\circ)^2 + (\sec 30^\circ)^2}$
 $= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$
 $= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}}$

$$\frac{12-4}{3}$$

$$= \frac{12+4}{3}$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

গ) এখন, $(x \sin \theta - z \cos \theta)(x \sin \theta + z \cos \theta)^{-1}$

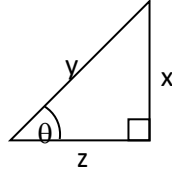
$$= \frac{(x \sin \theta - z \cos \theta)}{(x \sin \theta + z \cos \theta)}$$

$$= \frac{x \cdot \frac{x}{y} - z \cdot \frac{z}{y}}{x \cdot \frac{x}{y} + z \cdot \frac{z}{y}}$$

$$= \frac{\frac{x^2}{y} - \frac{z^2}{y}}{\frac{x^2}{y} + \frac{z^2}{y}}$$

$$= \frac{x^2 - z^2}{y} \cdot \frac{y}{x^2 + z^2}$$

$$= \frac{x^2 - z^2}{x^2 + z^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$



প্রশ্ন ▶ ৯৮ $\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ (তেজগাঁও সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৮)

ক. $\sin^2 \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan \theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$. ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}$. ৪

৯৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

$$\therefore \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$\therefore \sin^2 \theta = \frac{1-x}{1+x} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই, $\sin \theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

$$\Delta ABC \text{ এ } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$\text{বা, } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$= \sqrt{1+x-1+x}$$

$$= \sqrt{2x}$$

$$\text{এখন, } \Delta ABC \text{ এ } \tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}$$

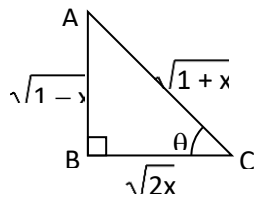
$$\therefore \tan \theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ 'খ' নং এর চিত্র হতে পাই,

$$\sec \theta = \sqrt{\frac{1+x}{2x}} \text{ এবং } \tan \theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$$

$$\therefore \frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$\therefore \frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$$



$$= \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

$$= \frac{(\sqrt{1+x})^2 - 2\sqrt{(1+x)(1-x)} + (\sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2}$$

$$= \frac{1+x-2\sqrt{1-x^2}+1-x}{1+x-1+x}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{1-x^2}}{2x}$$

$$= \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৯৯ $a = \sin \theta$, $b = \cos \theta$ এবং $A = 30^\circ$. [বি এন কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

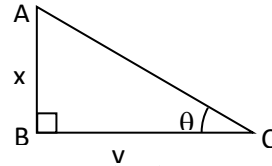
খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে, উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1.8$

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. ৪

৯৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০০



[সাতার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\frac{x}{y}}{1 - \frac{y}{x}} + \frac{\frac{y}{x}}{1 - \frac{x}{y}} = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta + 1$. ৪

গ. $\frac{2x^2}{x^2 + y^2} + \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 3$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ বামপক্ষ = $\frac{\frac{x}{y}}{1 - \frac{y}{x}} + \frac{\frac{y}{x}}{1 - \frac{x}{y}}$

$$= \frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} \text{ [চিত্রানুসারে]}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} + \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta}} + \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta}}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta (\cos \theta - \sin \theta)}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta (\sin \theta - \cos \theta)}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}{\sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)}$$

$$= \frac{\sin \theta \cos \theta (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)}$$

$$= \frac{(\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta)}{\sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)}$$

$$= \sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)$$

$$= \frac{1 + \sin\theta \cdot \cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta} + \frac{\sin\theta \cdot \cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta + 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{\frac{x}{1-\frac{y}{x}} + \frac{y}{1-\frac{x}{y}}}{1-\frac{y}{x}} = \operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta + 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ উদ্দীপকের চিত্রানুসারে, $AC = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{2x^2}{x^2 + y^2} + \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2 + 3 \cos\theta = 3$$

$$\therefore 2 \sin^2\theta + 3 \cos\theta - 3 = 0$$

অতঃপর সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০১ $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

[ফরিদপুর পুলিশ লাইন্স উচ্চ বিদ্যালয়, ফরিদপুর // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan\theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\sec\theta - \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}$ ৪

১০১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০২ $M = \cos\alpha$, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$; যখন, $B = 45^\circ$ । ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ ৪

গ. $4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$ হলে α এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৩ $\sin\theta + \cos\theta = p$ এবং $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$

[নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁপাইনবাবগঞ্জ // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{p}{q}$ মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $q(p^2 - 1) = 2p$ । ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta} = \frac{p^2}{2p^2 - q^2}$ । ৪

১০৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{p}{q} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta}$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}}$$

$$= \sin\theta \cdot \cos\theta \text{ (Ans.)}$$

খ L.H.S = $q(p^2 - 1)$

$$= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta) \{(\sin\theta + \cos\theta)^2\}$$

$$= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta) (\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta - 1)$$

$$= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta) (1 + 2\sin\theta \cos\theta - 1)$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right) \cdot 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta \cos\theta} \cdot 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= 2(\sin\theta + \cos\theta)$$

$$= 2p$$

$$\therefore q(p^2 - 1) = 2p \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ R.H.S. = $\frac{p^2}{2p^2 - q^2}$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - \left(\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta \cos\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - (\sin\theta + \cos\theta)^2 \cdot \sec^2\theta \cdot \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{(\sin\theta + \cos\theta)^2 (2 - \sec^2\theta \cdot \operatorname{cosec}^2\theta)}$$

$$= \frac{1}{2 - \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1}{2 \cos^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{2(1 - \sin^2\theta) - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \text{L.H.S. (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১০৪ $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$, $\angle B = 60^\circ$ ।

[ইস্কু গবেষণা উচ্চ বিদ্যালয়, ঈশ্বরদী, পাবনা // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\operatorname{cosec}^2 B + \cot^2 B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4 \sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin\theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = 2A$ অথবা $\theta = A$ । ৪

১০৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮৭ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৫ (i) $\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$, $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ।

(ii) $P = \sin\theta$, $Q = \cos\theta$, θ সূক্ষ্মকোণ।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর // প্রশ্ন নং ৭]

ক. $C = 30^\circ$ হলে $\frac{2 \tan C}{1 - \tan^2 C}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $Q^2 - P^2 + 5Q = 2$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখন, $\frac{2 \tan C}{1 - \tan^2 C}$

$$= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} \text{ [} \square C = 30^\circ \text{]}$$

$$= \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২

এখন, $Q^2 - P^2 + 5Q = 2$

$$\text{বা, } Q^2 - P^2 = 2 - 5Q$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5 \cos\theta \quad [\square P = \sin\theta, Q = \cos\theta]$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta - 1 = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 1 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 6 \cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos\theta (\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\theta + 3) (2 \cos\theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos\theta + 3 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2 \cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\theta = -3$$

$$\text{বা, } 2 \cos\theta = 1$$

$$[\text{কিন্তু } \cos\theta \neq -3,$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{কারণ, } -1 \leq \cos\theta \leq 1]$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } \theta = 60^\circ.$$

প্রশ্ন ১০৬ $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta$ এবং $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2$.

[পুলিশ লাইনস উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2 \cos\theta - \sin\theta = \sqrt{3} \sin\theta$ ৪

গ. $0^\circ < A < 90^\circ$ হলে, সংশ্লিষ্ট সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

১০৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ = $\cos B \sqrt{\sec^2 B - 1}$

$$= \cos B \sqrt{\tan^2 B}$$

$$= \cos B \cdot \tan B$$

$$= \cos B \cdot \frac{\sin B}{\cos B}$$

$$= \sin B = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = (\sqrt{3} - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} + 1) \sin\theta = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin\theta + \sin\theta = (3 - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin\theta + \sin\theta = 2 \cos\theta$$

$$\therefore 2 \cos\theta - \sin\theta = \sqrt{3} \sin\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৭ $\sin\theta + \cos\theta = a$ এবং $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$

[বেগমগঞ্জ সরকারি কারিগরি উচ্চ বিদ্যালয়, নোয়াখালী ৷ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{a}{b}$ এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2 = \frac{2a+b}{b}$ ৪

গ. $\sqrt{3} \sin\theta = \cos\theta$ হলে $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$ এর মান কত? ৪

১০৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\sin\theta + \cos\theta = a$$

$$\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}}$$

$$= \sin\theta \cdot \cos\theta \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\frac{a}{b} = \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$\text{এখন, } a^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2$$

$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2 \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$= 1 + 2 \cdot \frac{a}{b} \left[\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{a}{b} \right]$$

$$= \frac{b + 2a}{b}$$

$$= \frac{2a + b}{b}$$

$$\therefore a^2 = \frac{2a + b}{b} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\sqrt{3} \sin\theta = \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\sec\theta} = \sqrt{3} \left[\square \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta; \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{3 - 1}{3 + 1} \text{ [বিয়োজন-যোজন করে]}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০৮ $2 \sin(A + B) = \sqrt{3} = \sqrt{6} \cos(A - B)$

[চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ল্যাবরেটরি স্কুল এ্যান্ড কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $A + B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$ হলে প্রমাণ কর যে, $\sin 3\theta = 3 \sin\theta - 4 \sin^3\theta$. ৪

১০৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ও খ. দেওয়া আছে,

$$2 \sin(A + B) = \sqrt{3} = \sqrt{6} \cos(A - B)$$

$$\therefore 2 \sin(A + B) = \sqrt{3} \text{ এবং } \sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos(A - B) = 1$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) নং দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা-১৯২

গ. 'ক' হতে পাই,

$$A + B = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = \frac{1}{2}(A + B) = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

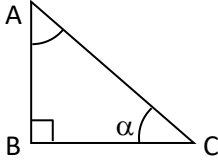
$$\text{এখন, L.H.S} = \sin 3\theta$$

$$= \sin 3 \times 30^\circ$$

$$\begin{aligned}
&= \sin 90^\circ = 1 \\
\text{R.H.S.} &= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \\
&= 3\sin 30^\circ - 4(\sin 30^\circ)^3 \\
&= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\
&= \frac{3}{2} - \frac{4}{8} \\
&= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \\
&= \frac{3-1}{2} \\
&= 1 \\
&= \text{L.H.S.}
\end{aligned}$$

$$\therefore \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১০৯



এবং $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [পুলিশ লাইন্স উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট // প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta} = 2$ ৪

গ. যদি $2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} = 3$ হয় তবে উদ্দীপকের চিত্র ব্যবহার করে দেখাও যে, $\alpha = 30^\circ$. ৪

১০৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\triangle ABC$ -এ $\angle B =$ এক সমকোণ

\therefore সমকোণী $\triangle ABC$ এ পীথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \text{ (Ans.)}$$

খ. সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$$\text{অতপরঃ } \frac{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta} = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. $\triangle ABC$ এ $\angle B$ সমকোণ এবং অতিভুজ AC.

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \cos\alpha \text{ ও } \frac{AB}{AC} = \sin\alpha$$

দেওয়া আছে,

$$2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} = 3$$

$$\text{বা, } 2(\cos\alpha)^2 + 3\sin\alpha = 3$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\alpha + 3\sin\alpha = 3$$

$$\text{বা, } 2(1 - \sin^2\alpha) + 3\sin\alpha = 3$$

$$\text{বা, } 2 - 2\sin^2\alpha + 3\sin\alpha = 3$$

$$\text{বা, } 2\sin^2\alpha - 3\sin\alpha + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin^2\alpha - 2\sin\alpha - \sin\alpha + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin\alpha(\sin\alpha - 1) - 1(\sin\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore (2\sin\alpha - 1)(\sin\alpha - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\sin\alpha - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin\alpha = 1$$

$$\text{বা, } \sin\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin\alpha = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{অথবা, } \sin\alpha - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sin\alpha = 1$$

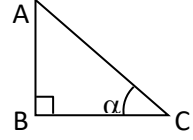
$$\text{বা, } \sin\alpha = \sin 90^\circ$$

$$\therefore \alpha = 90^\circ$$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ

$$\triangle ABC \text{ এ } \angle C = \alpha$$

$$\therefore \alpha \neq 90^\circ \text{ সূক্ষ্মকোণ।}$$



১. "Trigon" শব্দটির অর্থ কী?

ক তিনধার খ পরিমাপ

গ কোণ ঘ অতিভুজ

২. "Metry" শব্দটির অর্থ কী?

ক ত্রিভুজ খ তিনকোণ

গ পরিমাপ ঘ পরিমিতি

৩. "Trigon" কোন দেশীয় শব্দ?

ক গ্রিক খ ল্যাটিন

গ ড্যানিশ ঘ ইংরেজি

৪. $\sin\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ খ $\frac{\text{ভুমি}}{\text{অতিভুজ}}$

গ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভুমি}}$ ঘ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভুমি}}$

৫. $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভুমি}}$

ক $\sec\theta$ খ $\tan\theta$

গ $\text{cosec}\theta$ ঘ $\sin\theta$

৬. $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\text{cosec}^2 A}$ এর মান কোনটি?

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ 2

৭. $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\cot^2 A} =$ কত?

ক -1 খ 2

গ 0 ঘ 1

৮. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\cot A =$ কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\sqrt{3}$

গ $\sqrt{5}$ ঘ 3

৯. $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে $\cot A =$ কত?

ক $\frac{a}{b}$ খ $\frac{b}{a}$

গ ab ঘ $\sqrt{b/a}$

১০. $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\tan^2 \theta} =$ কত?

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ 2

১১. $(\sec\theta)^{-1} + (\text{cosec}\theta)^{-2} =$ কত?

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ -2

১২. $\tan\theta = \sqrt{2}$ হলে $\cot\theta =$ কত?

ক $\sqrt{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

গ 1 ঘ 0

১৩. $\cot\theta = \sqrt{\frac{m}{n}}$ হলে $\tan\theta =$ কত?

ক \sqrt{m} খ \sqrt{n}

গ $\sqrt{\frac{n}{m}}$ ঘ $\sqrt{\frac{m}{n}}$

১৪. নিচের কোনটি সত্য?

ক $\sin\theta < 1$ খ $\sin\theta > 1$

গ $\sin\theta = 1$ ঘ $\sin\theta \geq 1$

১৫. নিচের কোনটি সত্য?

ক $\sin\theta > 1$ খ $\cos\theta > 1$

গ $\text{cosec}\theta > 1$ ঘ $\sec\theta < 1$

১৬. নিচের কোনটি সত্য?

ক $\sin\theta < 1$ খ $\cos\theta < 1$

গ $\text{cosec}\theta > 1$ ঘ $\sec\theta < 1$

১৭. নিচের কোনটি সত্য?

ক $\sin\theta + \cos\theta > 1$ L $\sin\theta + \cos\theta < 1$

গ $\sin\theta + \cos\theta = 1$ N $\sin\theta - \cos\theta > 1$

১৮. $\sin\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{1}{\cos\theta}$ খ $\frac{1}{\text{cosec}\theta}$

গ $\frac{1}{\tan\theta}$ ঘ $\frac{1}{\sec\theta}$

১৯. $\cos\theta =$ _____

ক $\frac{1}{\sin\theta}$ খ $\frac{1}{\sec\theta}$

গ $\frac{1}{\tan\theta}$ ঘ $\frac{1}{\cot\theta}$

২০. $\tan\theta =$ _____

ক $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ খ $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

গ $\frac{\sec\theta}{\text{cosec}\theta}$ ঘ $\frac{1}{\sin\theta}$

২১. $\cot\theta$ এর বিপরীত কোনটি?

ক $\sin\theta$ খ $\cos\theta$

গ $\sec\theta$ ঘ $\tan\theta$

২২. $\sec\theta$ এর বিপরীত কোনটি?

ক $\tan\theta$ খ $\cot\theta$

গ $\cos\theta$ ঘ $\sin\theta$

২৩. $\operatorname{cosec}\theta$ এর বিপরীত কোনটি?

ক $\sec\theta$ খ $\cos\theta$

গ $\sin\theta$ ঘ $\tan\theta$

২৪. $\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ ∞

২৫. $\tan\theta \cdot \cot\theta =$ কত?

ক -1 খ 2

গ 1 ঘ 0

২৬. $1 + \tan^2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

ক $\sin^2\theta$ খ $\cos^2\theta$

গ $\cot^2\theta$ ঘ $\sec^2\theta$

২৭. $\operatorname{cosec}^2\theta = \underline{\hspace{2cm}}?$

ক $1 + \tan^2\theta$ খ $1 + \cot^2\theta$

গ $1 + \sin^2\theta$ ঘ $1 + \sec^2\theta$

২৮. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sec^2 A =$ কত?

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{4}{3}$

গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

২৯. $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে, $\operatorname{cosec}^2 A =$ কত?

ক $\frac{b^2}{a^2}$ খ $\frac{a^2}{b^2}$

গ $\frac{a^2 - b^2}{a^2}$ ঘ $\frac{a^2 + b^2}{a^2}$

৩০. $(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$ কোনটি সত্য?

ক $\sqrt{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$ L $\sqrt{\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}}$

গ $\sqrt[3]{\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}}$ N $\left(\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}\right)$

৩১. $\sqrt{\frac{\cos\theta - 1}{\cos\theta + 1}} =$ কত?

ক $\frac{\sqrt{\cos+1}}{\sqrt{\cos\theta-1}}$ খ $\frac{1 - \sec\theta}{1 + \sec\theta}$

গ $\frac{\sqrt{1 - \sec\theta}}{\sqrt{1 + \sec\theta}}$ ঘ $\frac{\sqrt{1 - \cot\theta}}{\sqrt{1 + \cot\theta}}$

৩২. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sec^2\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{3}{2}$

গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\sqrt{\frac{3}{2}}$

৩৩. $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A}$ এর মান কোনটি?

ক 1 খ -1

গ 2 ঘ -2

৩৪. $\tan\theta \sqrt{1 - \sin^2\theta} =$ কত?

ক $\cos\theta$ খ $\cot\theta$

গ $\sin\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

৩৫. $\frac{\sin\theta}{\operatorname{cosec}\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta} =$ কত?

ক 1 L -1

M 2 N 0

৩৬. $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} =$ কত?

ক $\sin^2 A + \cos^2 A$ খ $\sec^2 A - \tan^2 A$

গ $\sin^2 A - \cos^2 A$ ঘ $\cot^2 A - \operatorname{cosec}^2 A$

৩৭. $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} =$ কত?

ক $2\sin^2 A$ খ $2 \operatorname{cosec}^2 A$

গ $2\sec^2 A$ ঘ $2 \tan^2 A$

৩৮. $\frac{1}{2 - \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \sin^2\theta} =$ কত?

ক 1 খ 2

গ 3 ঘ 4

৩৯. $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} =$ কত?

ক 1 খ 0

গ 2 ঘ -1

৪০. $(\tan\theta + \sec\theta)^2 =$ কত?

ক $\frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$ খ $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$

গ $\frac{1 - \sec\theta}{1 + \sec\theta}$ ঘ $\frac{1 + \operatorname{cosec}\theta}{1 - \operatorname{cosec}\theta}$

৪১. $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}}$ = কত?

ক $\sec A + \tan A$ খ $\operatorname{cosec} A + \tan A$

গ $\sec^2 A - \tan^2 A$ ঘ $\sec A - \tan A$

৪২. $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$ = কত?

ক $\cot A - \operatorname{cosec} A$ খ $\operatorname{cosec} A - \cot A$

গ $\cot^2 A + \operatorname{cosec}^2 A$ ঘ $\cot A + \operatorname{cosec} A$

৪৩. $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$ হলে $\tan^4 A - \tan^2 A =$ কত?

ক 1 খ 0

গ 2 ঘ -1

৪৪. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান কত?

ক $\frac{5}{2}$ খ $\frac{5}{3}$

গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{3}{5}$

৪৫. "Trigon" কোন দেশীয় শব্দ?

ক গ্রিক খ ল্যাটিন

গ ড্যানিশ ঘ ইংরেজি

৪৬. $\sin\theta$ এর মান কোনটি?

ক $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ খ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

গ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ ঘ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$

৪৭. $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$

ক $\sec\theta$ খ $\tan\theta$

গ $\operatorname{cosec}\theta$ ঘ $\sin\theta$

৪৮. $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}$ এর মান কোনটি?

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ 2

৪৯. $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\cot^2 A} =$ কত?

ক -1 খ 2

গ 0 ঘ 1

৫০. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\cot A =$ কত?

ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ $\sqrt{3}$

গ $\sqrt{5}$ ঘ 3

৫১. $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে, $\cot A =$ কত?

ক $\frac{a}{b}$ খ $\frac{b}{a}$

গ ab ঘ $\sqrt{b/a}$

৫২. $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\tan^2 \theta} =$ কত?

ক 1 খ -1

গ 0 ঘ 2

৫৩. $(\sec\theta)^{-1} + (\operatorname{cosec}\theta)^{-2} =$ কত?

১. ক ১