অধ্যায় ঃ ১ঃ বাস্তব সংখ্য

১নং প্রশ্নের সমাধানঃ

$\sqrt{3}$ এবং 2.1302 দুইটি বাস্তব সংখ্যা

ক. কোনটি মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা

খ. প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির মাঝে একটি মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করো।

গ. ১ ম সংখ্যাটি মুলদ না অমূলদ যুক্তি দ্বারা বিশ্লেষণ করো।

সমাধান: (ক)

ক. $\sqrt{3}$ অমুলদ সংখ্যা। [মৌলিক সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা]

2.1302 মূলদ সংখ্যা। *Ans*.

2.1302 মূলদ সংখ্যা। *Ans*.

সমাধান: (খ)

মনে করি, $a = \sqrt{3} = 1.732$

এবং $b = 2.1302$

a ও b এর মাঝে একটি মূলদ ও একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, $c = 2$ এবং $b = 1.9781$

এখানে, $a < c < b$ এবং $a < d < b$

$\therefore c$ ও d উভয়ই $\sqrt{3}$ থেকে বড় কিন্তু 2.1302 থেকে ছোট।

এখানে, c মূলদ সংখ্যা এবং d অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore 2$ এবং 1.9781 ই নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয়।

সমাধান: (গ).

আমরা জানি, $\sqrt{3}$

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা, $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{2}$

সুতরাং $\sqrt{3}$ এর মান। অপেক্ষা বড় 2 এবং অপেক্ষ ছোট।

অতএব $\sqrt{3}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{3}=\frac{p}{q}$, যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q>1$

বা, $3=\frac{p^2}{q^2}$; [বর্গ করে]

বা, $3q=\frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টতা: $3q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয় [কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q>1$]

$\therefore 3q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না অর্থাৎ $3q\neq\frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ, $\sqrt{3}\neq\frac{p}{q}$ সুতরাং মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।

$\therefore \sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

এবং দুটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা লিখ।

খ. উদ্দিপকের সংখ্যা দুটির মধ্যে দুটি মুলদ এবং দুটি অমূলদ সংখ্যা লিখ।

গ. দেখাও যে, দ্বিতীয় সংখ্যাটি অমুলদ।

সমাধান: (ক).

মূলদ সংখ্যা: p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q\neq 0$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বরা হয়। উদাহরণ: 5,6.5,0.7777..... ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q\neq 0$ সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ: . $\sqrt{3},\frac{\sqrt{7}}{2}$,1.870828693....ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান: (খ).

এখানে, $\sqrt{2} = 1.41421.....$

এখন, $\sqrt{2}$ ও $\sqrt{3}$ এর মধ্যে দুইটি মূলদ সংখ্যা নির্ণয়:

মনে করি,

$a = 1.420$
$b = 1.702$

স্পষ্টত, a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{2}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{3}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $\sqrt{2} < 1.420 < \sqrt{3}$

$\sqrt{2} < 1.702 < \sqrt{3}$

$\therefore 1.420$ ও1.702 দুটি মূলদ সংখ্যা।

আবার, মনে করি

$x = 1.5050050005.....$
$y = 1.6060060006.....$

স্পষ্টত, x এবং y উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{2}$ অপেক্ষা বড়

এবং $\sqrt{3}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $\sqrt{2} < 1.5050050005 ..... < \sqrt{3}$

$\sqrt{2} < 1.6060060006 ..... < \sqrt{3}$

x ও y দুটি অমূলদ সংখ্যা। (*Ans.*)

সমাধান: (গ).

আমরা জানি, $\sqrt{3}$

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা, $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{2}$

সুতরাং $\sqrt{3}$ এর মান। অপেক্ষা বড় 2 এবং অপেক্ষ ছোট।

অতএব $\sqrt{3}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{3}=\frac{p}{q}$, যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q>1$

বা, $3=\frac{p^2}{q^2}$; [বর্গ করে]

বা, $3q=\frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টতা: $3q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয় [কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q>1$]

$\therefore 3q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না অর্থাৎ $3q\neq\frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ, $\sqrt{3}\neq\frac{p}{q}$ সুতরাং মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।

$\therefore \sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

অনুশীলনের জন্য সৃজনশীল প্রশ্ন

১. $\frac{3}{2},16,-5\sqrt{17},\frac{15}{8},3\frac{1}{6},19,2.2346.....,8.49,5.3\dot{5}6\dot{1}$ বাস্তব সংখ্যা।

(ক) বাস্তব সংখ্যা কী?

(খ) শেষ সংখ্যা দুইটির যোগফল নির্ণয় কর।

(গ) সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখাও।

- $0.3\dot{5},2.123$ ও ৩.৪১৪৩১২৫...তিনটি দশমিক ভগ্নাংশ।

(ক) দশমিক ভগ্নাংশ কাকে বলে?

(খ) প্রথম ভগ্নাংশটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

(গ) ভগ্নাংশগুলোকে কারণসহ শ্রেণিবিন্যাস কর।

- $8.0\dot{4},0.3\dot{9}\dot{5}$ ও $5.1\dot{3}0\dot{2}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

(ক) প্রথম দশমিক ভগ্নাংশটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

(খ) শেষ দশমিক ভগ্নাংশটিকে এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলের আসন্ন মান নির্ণয় কর।

- $12.\dot{1}8\dot{5}, 42.\dot{1}\dot{8}$ ও $0.2\dot{8}$ তিনটি আবৃত্ত ভগ্নাংশ।
  (ক) প্রথম আবৃত্ত ভগ্নাংশটিকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (খ) প্রথম ভগ্নাংশটিকে দ্বিতায় ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ কর।

  (গ) ভগ্নাংশ তিনটির গুণফল নির্ণয় কর।

- 1.2 ও $\sqrt{13}$ দুইটি সংখ্যা।
  (ক) প্রথম ভগ্নাংশটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (খ) প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

  (গ) প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি অমূলদ সংখ্যা যুক্তি সহাকারে প্রমাণ কর।

- $5.4\dot{3}\dot{2}, 75\dot{3}4\dot{6}$ ও $\sqrt{15}$ তিনটি সংখ্যা।
  (ক) প্রথম ভগ্নাংশটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (খ) প্রথম সংখ্যা হতে দ্বিতায় সংখ্যা বিয়োয় কর।

  (গ) যদি p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q < q$ স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$ হয় তবে দেখাও যে, শেষের সংখ্যাটি $\frac{p}{q}$ আকারের কোন সংখ্যা হতে পারে না।

- $42.\dot{1}\dot{8}$ ও $\frac{13}{45}$ দুইটি ভগ্নাংশ সংখ্যা।
  (ক) উপরের প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুইটি কোন ধরনের ভগ্নাংশ সংখ্যা?

  (খ) উপরের প্রদত্ত দ্বিতায় ভগ্নাংশটিকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (গ) উপরের প্রদত্ত ভগ্নাশ দুইটির গুণফল নির্ণয় কর।

- $4.\dot{8}\dot{9}, 3.1\dot{7}\dot{8}$ ও $6.89\dot{7}9\dot{8}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।
  (ক) উপরের প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর কোনটিতে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা বেশি?

  (খ) প্রদত্ত ভগ্নাংশ তিনটিকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশকর।

  (গ) প্রদত্ত ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল নির্ণয় কর।

- $5.\dot{7}, 8.\dot{3}\dot{4}, 6.\dot{2}4\dot{5}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।
  (ক) ভগ্নাংশগুলোকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (খ) 'ক' তে প্রাপ্ত প্রথম দুইটি ভগ্নাংশ যোগ করলে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ভগ্নাংশটি ২য় ভগ্নাংশটির সদৃশ কিনা কারণসহ লিখ।

  (গ) 'খ' তে প্রাপ্ত যোগফল থেকে $6.\dot{2}4\dot{5}$ বিয়োগ করে বিয়োগফল সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

- স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে N দ্বারা প্রকাশ কর।
  (ক) পূর্ণবর্গ নয় এরূপ প্রথম দশটি স্বাভাবিক সংখ্যা লিখ।

  (খ) পূর্ণবর্গ নয় এরূপ একটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় কর। (তিন দশমিক স্তান পর্যন্ত)

  (গ) প্রথম দশটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল নিয়ে সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখাও।

- $1.0\dot{4}, 5.1\dot{3}0\dot{2}$ ও $8.0\dot{4}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

  (ক) $\sqrt{2}$ সংখ্যাটি প্রথম দুটি সংখ্যার মাঝে মাঝে আছে কিনা। ক্যালকুলেটরের মাধ্যমে তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

  (খ) সংখ্যা তিনটি গড় নির্ণয় কর।

  (গ) $5.1\dot{3}0\dot{2}$ এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলের আসন্ন মান নির্ণয় কর।

- স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো ১,২,৩,৪,.....ইত্যাদি।

  (ক) ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো লিখ।

  (খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

  (গ) প্রমাণ কর যে, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে। যোগল করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

- $8\frac{1}{3}, \frac{3}{11}, 0.1\dot{4}$ তিনটি ভগ্নাংশ।

  (ক) সামান্য ভগ্নাংশগুলোকে আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে প্রকাশ কর।

  (খ) 'ক' তে প্রাপ্ত ও $0.1\dot{4}$ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

  (গ) 'খ' এর সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো যোগ করে প্রামাণ্য ভগ্নাংশে প্রকাশ কর