

অধ্যায় : ১৩: সসীম ধারা

১নং প্রশ্নের সমাধানঃ

একটি গুণোত্তর ধারার 5th পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং 10th পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

1-1+1-1+..... একটি ধারা।

ক. গুণোত্তর ধারা কাকে বলে উদাহরণসহ লিখ।

খ. ii নং ধারাটির $(2x + 3)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

গ. i নং ধারাটির ৩য় পদ নির্ণয় করো।

সমাধান: (ক)

গুণোত্তর ধারা: কোন ধারার যেকোন পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত যদি সমান হয় তবে তাকে গুণোত্তর ধারা বলে।

যেমন: 2+4+8+16+.....

একটি গুণোত্তর ধারা।

সমাধান: (খ)

ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-1}{1} = -1$

∴ ধারাটি গুণোত্তর

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r < 1$

গুণোত্তর ধারা $(2x + 3)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$\begin{aligned} S_{(2x+3)} &= \frac{a(1-r^{2x+3})}{1-r} = \frac{1\{1-(-1)^{2x+3}\}}{1-(-1)} = \frac{\{1-(-1)\}}{1+1} \\ &= \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান: (গ)

মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি n তম পদ = ar^{n-1}

পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$ এবং দশম পদ = $ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ (i) এবং $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ (ii)

(ii) নং কে নং (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \text{ বা, } r^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \times \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \times \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5}$$

$$\text{বা, } r^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5 \therefore r = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

এখন, (i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ বা, } a \times \frac{2^2}{3^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{4a}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ বা, } a = \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{Ans.})$$

২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

একটি সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 এবং 19 তম পদ 91

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে সমীকরণ গঠন করো।

খ. ধারাটি নির্ণয় করে তার 15 তম পদ নির্ণয় করো।

গ. ধারাটির শেষপদ 149 হলে তার সমষ্টি নির্ণয় করো।

সমাধান: (ক)

মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\text{সমান্তর ধারার } 12 \text{ তম পদ} = a + (12-1)d = a + 11d$$

$$\text{সমান্তর ধারার } 19 \text{ তম পদ} = a + (19-1)d = a + 18d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + 11d = 77$$

$$a + 18d = 91$$

সমাধান: (খ)

$$\text{'ক' হতে } a + 11d = 77 \dots\dots\dots(i)$$

$$a + 18d = 91 \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে

$$a + 18d = 91$$

$$a + 11d = 77$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$7d = 14$$

$$\text{বা, } d = \frac{14}{7} \therefore d = 2$$

$$(i) \text{ নং হতে, } a + 11 \times 2 = 77$$

$$\text{বা, } a = 77 - 22 \therefore a = 55$$

$$\therefore \text{ ধারাটির 15 তম পদ } = a + (15 - 1)d \\ = 55 + 14 \times 2 = 55 + 28 = 83 \text{ (Ans.)}$$

সমাধান: (গ)

$$\text{'খ' হতে পাই, } a = 55 \text{ এবং } d = 2$$

$$\text{দেওয়া আছে, শেষ পদ } = 149$$

$$\text{ধরি, ধারার } n \text{ তম পদ } = 149$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (n - 1)d = 149$$

$$\text{বা, } 55 + (n - 1)2 = 149 \text{ বা, } (n - 1)2 = 149 - 55$$

$$\text{বা, } (n - 1)2 = 94 \text{ বা, } (n - 1)2 = \frac{94}{2}$$

$$\text{বা, } (n - 1) = 47 \text{ বা, } n = 47 + 1 \therefore n = 48$$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি } S_{48} = \frac{48}{2} \{2 \times 55 + (48 - 1) \times 2\} \\ = 24 (110 + 47 \times 2) \\ = 24 (110 + 94) \\ = 4896 \text{ (Ans.)}$$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্নঃ

৩। একটি লোহার গোলকের ভিতরের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ 6.5 সে.মি. ও লোহার বেধ 2 সে.মি.।

ক. গোলকের ভেতরের অংশে পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

খ. ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহাকে গলিয়ে একটি নিরেট গোলকে পরিণত করা হল। তার ব্যাস কত হবে?

গ. গোলকটি যদি একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাস্তবে ঠিকভাবে ঐটে যায় তাহলে বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?

৪। একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাস্তবে নেওয়া হল। এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 1.8, 1.4, 10.8 মিটার এবং এর কাঠ 3 সে. মি. পুরু।

ক. কাঠের বাস্তবের আয়তন নির্ণয় কর।

খ. বাস্তবের ভেতরের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 18.54 টাকা হিসেবে বাস্তবের বিতরের অংশ রং করতে কত

খরচ হবে?

গ. বাস্তবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে কোনো আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য বিবেচনা করে একে বৃহত্তম বাস্তব চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

১৩। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.।

ক. কোণটির হেলান উন্নতি নির্ণয় কর।

খ. কোণকের সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল ও হেলান তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. কোণকের আয়তন নির্ণয় করে উহার সমান আয়তন বিশিষ্ট এবং একই বৃত্তভূমিক একটি সিলিন্ডারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

১৪। ৪ সে.মি., ৬ সি.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি ঘন গোলককে গলিয়ে একটি নতুন গোলক তৈরি করা হলো-

ক. গোলক তিনটির আয়তন নির্ণয় কর।

খ. নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ ও পৃষ্ঠদেশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ ও আয়তনের সমান ব্যাসার্ধ আয়তন বিশিষ্ট বেলনের উচ্চতা কত?

১৫। ৮ সে.মি. ব্যাস বিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে ৮ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বেলনের আকারে একটি নিরেট দণ্ডে পরিণত করা হলো-

ক. গোলক ও বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং আয়তনের সূত্র লেখ।

খ. দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. গোলক ও বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন বের কর।

১৬। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন V , বক্রতলের ক্ষেত্রফল S , ভূমির ব্যাসার্ধ r , উচ্চতা h এবং অর্ধ শীর্ষকোণ a হলে-

ক. দেখাও $S = \frac{\pi h^2 + \tan a}{\cos a} = \frac{\pi r^2}{\sin a}$ বর্গ একক।

খ. প্রমাণ কর $V = \frac{1}{2} \pi h^3 \tan^2 a = \frac{\pi r^3}{\sin a}$ বর্গ একক।

গ. যদি ভূমির ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি. এবং অর্ধশীর্ষকোণ 45 হয় তবে প্রদত্ত সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন নির্ণয় কর।