

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও

চিত্রে $BE \parallel BC$ এবং D ও E হলো AB ও AC বাহুর

মধ্যবিন্দু।

ক. $\triangle ADE$ এর ক্ষেত্রফল 5 বর্গ সে.মি হলে $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

খ. উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে প্রমাণ করো যে, $AD : BD = AE : CE$

গ. উদ্দীপকে DBCE একটি ট্রাপিজিয়াম। প্রমাণ করো যে, DBCE ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।

সমাধান: (ক)

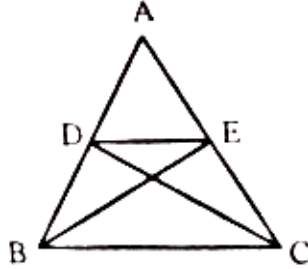
দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং $BE \parallel BC$

$$\therefore \triangle ADE \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} \times \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 4 \times \triangle ADE \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= 4 \times 5 \text{ বর্গ সে.মি.} = 20 \text{ বর্গ সে.মি (Ans.)}$$

সমাধান: (খ)



বিশেষ নির্বচন: চিত্রে দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এ AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং $DE \parallel BC$

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD : BD = AE : CE$

প্রমাণ: $\triangle ADE$ ও $\triangle BDE$ একই উচ্চতা বিশিষ্ট।

$$\frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{AD}{BD} \dots\dots(i)$$

আবার, $\triangle ADE$ ও $\triangle CDE$ একই উচ্চতা বিশিষ্ট।

$$\frac{\triangle ADE}{\triangle CDE} = \frac{AE}{CE} \dots\dots(ii)$$

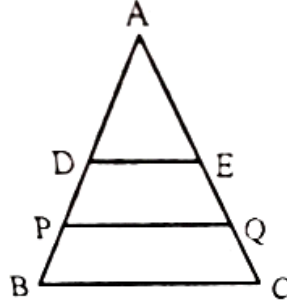
কিন্তু ভূমি DE ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত বলে

$$(ii) \text{ নং হইতে } \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{AE}{CE} \dots\dots(iii)$$

(i) নং ও (iii) নং হইতে পাই, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

$\therefore AD : BD = AE : CE$

সমাধান: (গ)



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু D ও E এবং $DE \parallel BC$ । BD ও CE এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ \parallel BC \parallel DE$ ।

অঙ্কন: BD ও CE এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q লই। P, Q যোগ করি।

প্রমাণ: P, BD এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore DP = BP$

$\therefore BD = DP + BP = DP + DP = 2DP$

অনুরূপে, $CE = 2EQ$

আমরা জানি, ত্রিভুজের কোনো এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

$\therefore \Delta ABC$ এর $DE \parallel BC$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

বা, $\frac{AD}{2DP} = \frac{AE}{2EQ}$ বা, $\frac{AD}{DP} = \frac{AE}{EQ} \therefore DE \parallel PQ$

কিন্তু $DE \parallel BC$ [দেওয়া আছে]

$\therefore DE \parallel PQ \parallel BC$ (প্রমাণিত)

২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

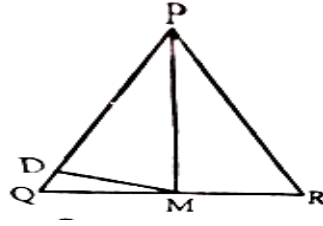
ΔPQR এ $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখন্ডক PM, QR কে M বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন করো।

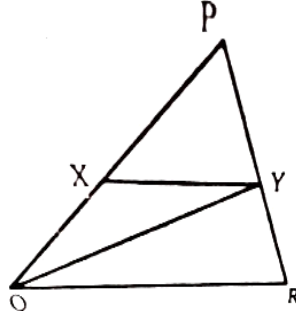
খ. প্রমাণ করো যে, $\angle PMQ$ স্থলকোণ।

গ. PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে প্রমাণ করো যে, $\Delta ক্ষেত্র PXY = \frac{1}{4} (\Delta ক্ষেত্র PQR)$

সমাধান: (ক)



সমাধান: (খ)



মনে করি ΔPQR এ $PQ > PR$ । $\angle M$ এর সমদ্বিখন্ডক PM , QR কে M বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PMQ$ একটি স্থূলকোণ।

অঙ্কন: PQ হতে PR এর সমান করে PD অংশ কাঁটি। P, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ΔPRM ও ΔPMD এর মধ্যে

$$PR = PD \quad [\text{অঙ্কন অনুসারে}]$$

$$PM = PM \quad [\text{সাধারণ বাহু}]$$

$$\angle MPR = \angle MPD \quad [\because PM, \angle P \text{ এর সমদ্বিখন্ডক}]$$

$$\therefore \Delta PMR \cong \Delta PMD$$

$$\therefore \angle PMR = \angle PMD$$

$$\angle PMQ > \angle PMD \quad [\angle PMD, \angle PMQ \text{ এর একটি অংশ মাত্র}]$$

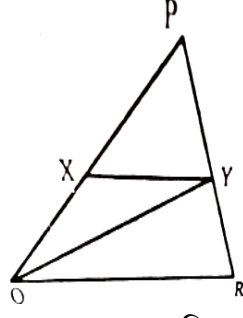
$$\text{বা, } \angle PMQ > \angle PMR$$

$$\angle PMQ + \angle PMR = 2 \text{ সমকোণ।} \quad [\text{রৈখিক যুগল কোণ।}]$$

$$\therefore \angle PMQ > 1 \text{ সমকোণ এবং } \angle PMQ < 1 \text{ সমকোণ।}$$

$$\therefore \angle PMQ \text{ একটি স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)}$$

সমাধান: (গ)



বিশেষ নির্বচন: মনে করি ΔPQR এর PQ এবং PR বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X এবং Y । X,Y যোগ করি । প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র PXY এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR এর ক্ষেত্রফল})$$

অঙ্কন: Q,Y যোগ করি ।

প্রমাণ: ধাপ

ΔPQY - এ এর ওপর মধ্যমা ।

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র PXY} = \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQY})$$

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র PQY} = 2(\Delta\text{-ক্ষেত্র PXY})$$

ΔPQR - এ QY,PR এর ওপর মধ্যমা ।

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র PQY} = \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR}) \quad [\text{একই কারণে}]$$

$$\text{বা, } 2 (\Delta\text{-ক্ষেত্র PXY}) = \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR})$$

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র PXY} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR}) \right\} = \frac{1}{4} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR})$$

$$\text{অর্থাৎ } \Delta\text{-ক্ষেত্র PXY এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} (\Delta\text{-ক্ষেত্র PQR এর ক্ষেত্রফল}) \quad (\text{প্রমাণিত})$$