

১.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

$$A = \{x : x \in N \text{ এবং } x^2 - 8x + 15 = 0\}$$

$$B = \{1,3\}, C = \{2,3\} \text{ এবং } D = \{a,b,c\}$$

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।

খ. প্রমাণ করো যে,  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

গ. P(D) নির্ণয় করো এবং দেখাও যে, P(D) এর উপাদান সংখ্যা কে সমর্থন করে।

সমাধান: (ক).

$$\text{দেওয়া আছে, } A = \{x : x \in N \text{ এবং } x^2 - 8x + 15 = 0\}$$

$$\text{এখানে, A কে বর্ণনাকারী সমীকরণ, } x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 3x + 15 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-5) - 3(x-5) = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)(x-5) = 0$$

$$\text{হয়, } x-3 = 0$$

$$\text{অথবা, } x-5 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore A = \{3,5\}$$

ইহাই নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতি প্রকাশ। (Ans.)

সমাধান: (খ).

$$\text{'ক' থেকে প্রাপ্ত, } A = \{3,5\}$$

$$\text{দেওয়া আছে, } B = \{1,3\}$$

$$C = \{2,3\}$$

$$\text{এখানে, } (B \cap C) = \{1,3\} \cap \{2,3\} = \{3\}$$

$$\text{তাহলে, } A \times (B \cap C) = \{3,5\} \times \{3\} = \{(3,3), (5,3)\}$$

$$\text{আবার, } A \times B = \{3,5\} \times \{1,3\} = \{(3,1), (3,3), (5,1), (5,3)\}$$

$$\text{এবং } A \times C = \{3,5\} \times \{2,3\} = \{(3,2), (3,3), (5,2), (5,3)\}$$

$$\text{অতএব, } (A \times B) \cap (A \times C) = \{(3,1), (3,3), (5,2), (5,3)\}$$

$$\cap \{(3,2), (3,3), (5,2), (5,3)\} = \{(3,3), (5,3)\}$$

$$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C) \text{ (প্রমাণিত)}$$

সমাধান: (গ).

$$\text{দেওয়া আছে, } D = \{a, b, c\}$$

$$\text{এখানে, } D \text{ এর উপসেটগুলো হলো: } \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{ \}$$

$$\therefore P(D) = \{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, \{ \} \}$$

$$\text{এখানে, } P(D) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 8 \text{টি}$$

আমরা জানি, যেকোনো সেটে  $2^n$  সংখ্যক উপসেট থাকে।

$$\therefore 2^n = 2^3 = 8$$

$\therefore P(D)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

$$(i) f(x) = \frac{5x+a}{5x-1} \quad (ii) A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 150\}$$

$$\text{ক. } x \text{ এর কোন মানের জন্য } f(x) = \frac{1}{3} \text{ হবে?}$$

খ. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।

$$\text{গ. } g(x) = \frac{1+x^3+x^6}{x} \text{ হলোও দেখাও যে, } g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x)^2$$

সমাধান: (ক).

$$(i) \text{ দেওয়া আছে, } f(x) = \frac{5x+1}{5x-1}$$

$$\therefore \frac{5x+1}{5x-2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5x+1+5x-1}{5x+1-5x+1} = \frac{1+3}{1-3}$$

বা,  $\frac{10x}{2} = \frac{4}{-2}$  [যোজন-বিয়োজন করে]

বা,  $\frac{10x}{2} = \frac{4}{-2}$  বা,  $10x = -4$

বা,  $x = -\frac{4}{10} \therefore x = -\frac{2}{5}$  (Ans.)

সমাধান: (খ).

দেওয়া আছে,  $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 150\}$

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

এখানে,

$x = 1$  হলে,  $x^2 = 1^2 = 1 > 8$  এবং  $x^3 = 1^3 = 1 < 150$

$x = 2$  হলে,  $x^2 = 2^2 = 4 > 8$  এবং  $x^3 = 2^3 = 8 < 150$

$x = 3$  হলে,  $x^2 = 3^2 = 9 > 8$  এবং  $x^3 = 3^3 = 27 < 150$

$x = 4$  হলে,  $x^2 = 4^2 = 16 > 8$  এবং  $x^3 = 4^3 = 64 < 150$

$x = 5$  হলে,  $x^2 = 5^2 = 25 > 8$  এবং  $x^3 = 5^3 = 125 < 150$

$x = 6$  হলে,  $x^2 = 6^2 = 36 > 8$  এবং  $x^3 = 6^3 = 216 < 150$

$\therefore$  নির্ণেয় সেট,  $= \{3, 4, 5\}$  (Ans)

সমাধান: (গ).

দেওয়া আছে,  $g(x) = \frac{1+x^2+x^6}{x}$

$$\begin{aligned}
\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) &= \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + \left(\frac{1}{x^3}\right)^6}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^3} \\
&= \frac{1 + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}} = \frac{x^{12} + x^6 + 1}{x^{12}} = \frac{x^6}{1} \\
&= \frac{1 + x^6 + x^{12}}{x^6} = \frac{1 + (x^2)^3 + (x^2)^6}{(x^2)^3} \\
&= g(x^2) \\
\therefore g\left(\frac{1}{x^2} = g(x^2)\right)
\end{aligned}$$

(দেখানো হলো)

• প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

কোন শ্রেণির ৫ জন শিক্ষার্থীর বাংলা ও ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের সেট যথাক্রমে  $B = \{50,52,58,60,68\}$ ,  $E = \{45,52,57,58,60\}$

(ক) ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট দুইটিকে উপস্থাপন কর।

(খ)  $C = B \cap E$  হলে, দেখাও যে  $P(C), 2^n$  সূত্রকে সমর্থন করে।

(গ)  $S = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = x + 1\}$  হলে সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

$A = \{x \in N : 3 \leq x \leq 4\}$  এবং  $B = \{x \in N : 2 \leq x \leq 4\}$

(ক) সেট দুইটিকে তালিকা পদ্ধতিতে উপস্থাপন কর।

(খ)  $A$  ও  $B$  এর উপাদানগুলোর মধ্যে  $x > y$  সম্পর্কটি বিবেচনা করে অন্তর্যটি নির্ণয় কর।

(গ)  $X = B \cup E$  হলে,  $P(X)$  নির্ণয় কর।