অধ্যায়:-৬: রেখা, কোণ ও ত্রিভূজ

১.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

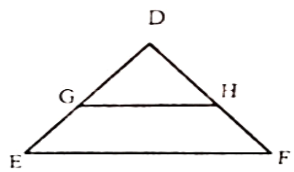
ΔDEF এবং G ও H যথাক্রমে DE ও DF বাহুর মধ্যবিন্দু।

ক. DEF এর চিত্র আঁক এবং G ও H যোগ করো।

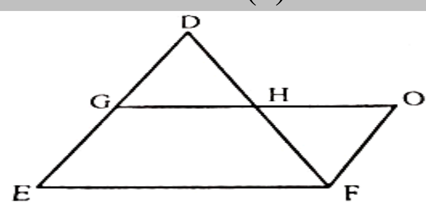
খ. প্রমাণ কর যে, $GH \| EF$ এবং $GH = \frac{1}{2}EF$ ।

গ. ΔDEF এ এর $\angle E$ ও $\angle F$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয় প্রমাণ কর যে, $\angle EOF = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle EDF$ ।

সমাধান: (ক).



সমাধান: (খ).



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, ΔEDF –এ ED ও DF এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে G ও H । $G,$ ও H যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $GH \| EF$ এবং $GH = \frac{1}{2}EF$

অংকন: GH কে O পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $HO = GH$ হয়। O, F যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔDGH ও ΔFOH -এ

$DH = HF$ [H, DF এর মধ্যবিন্দু]

$GH = HO$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\angle DHG =$ বিপ্রতীপ $\angle OHF$

$\therefore \Delta DGH \cong \Delta HOF$

$\therefore GH = OF$

(২)এবং $\angle GDH = \angle HFO$

$\therefore DG \| OF$ অর্থাৎ $EG \| OF$

$\therefore GEFO$ একটি সামান্তরিক।

$GO \| EF$

অর্থাৎ $GH \| EF$

এবং $GO = EF$

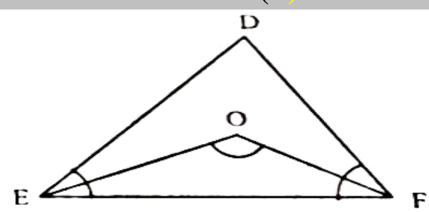
বা, $GH + OH = EF$

বা, $GH + GH = EF$ $\qquad \therefore GH = OH$

বা, $2GH = EF$

$\therefore GH = \frac{1}{2} EF$ (প্রমাণিত)

সমাধান: (গ).



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, কোনো ত্রিভূজ DEF এর $\angle E$ এবং $\angle F$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, EO এবং FO যথাক্রমে $\angle DEF$ এবং $\angle DFE$ এর সমদ্বিখন্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\angle EOF = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle EDF.$$

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔDEF -এ

$\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি বা সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle D + \frac{1}{2}\angle E + \frac{1}{2}\angle F = 90^\circ$ [উভয় পক্ষকে দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\therefore \frac{1}{2}\angle E + \frac{1}{2}\angle F = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle D............(i)$

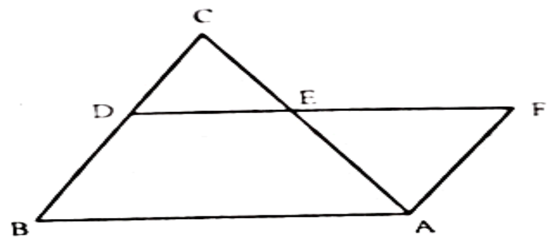
(২) ΔEOF -এ

$\angle EOF + \angle OEF + \angle OFE = 180^\circ$

বা, $\angle EOF + \frac{1}{2}\angle E + \frac{1}{2}\angle F = 180^\circ$ [$\therefore$ EO এবং FO রেখা যথাক্রমে $\angle E$ ও $\angle F$ এর সমদ্বিখন্ডক

চিত্রে, ΔABC -এ D ও E বিন্দু যথাক্রমে BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।

সমাধান: (খ).



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভূজে $D.$ ও E যথাক্রমে BC ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে

$\therefore DE \| BA$ এবং $AB = 2DE$

অঙ্কন: D ও E যোগ করে বর্ধিত করি যেন $DE = EF$ হয়। A, F যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔCDE ও ΔAEF এর মধ্যে

$AE = EC,$ [দেওয়া আছে]

$DE = EF$ [অঙ্কনানুসারে]

$\angle DEC = AEF$ বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta CDE \cong \Delta AEF$ [বাহু-কোণ- বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle CDE = AFE$ এবং [একান্তর কোণ]

$\angle ECD = \angle EAF$

$\therefore DF \| BA$ বা, $DE \| BA$

(২)আবার, $DF = BA$

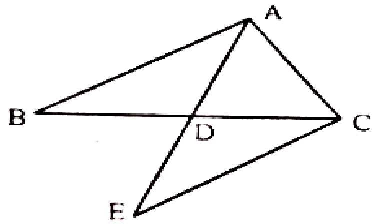
বা, $DE + EF = BA$

বা, $DE + DE = BA$

বা, $2DE = BA$

$\therefore AB = 2DE$ (প্রমাণিত)

সমাধানঃ (গ).



বিশেষ নির্বচনঃ দেওয়া আছে, ΔABC -এর BCবাহুর মধ্যবিন্দু D.A,D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,AB+AC>2AD.

অঙ্কনঃAD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন,DE=AD হয়।E, C যোগ করি।

প্রমাণঃ ধাপ যথার্থতা

(১) ΔABD এবং ΔECD -এ

BD=CD [$\because$ D,BC এর মধ্যবিন্দু দেওয়া আছে]

AD = DE [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EDC$ [বিপ্রতীপ কোণ সমান]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ECD$ [$\because$ দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

সুতরাং $AB = CE$..................(i)

(২) এখন, ΔAEC -এ,

$AC + CE > AE$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB + > AD + DE$ [(i) নং থেকে $AB = CE$]

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because$ অঙ্কনানুসারে, $DE = AD$]

$\therefore AB + AC > 2AD.$ (প্রমাণিত)