

অধ্যায়:-৮: বৃত্ত

১.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে  $ADBC$  চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

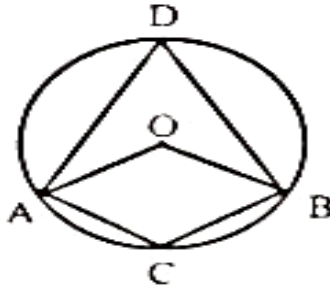
ক. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজটি আঁক।

খ. প্রমাণ কর যে,  $(i) \angle ADB + \angle ACB =$  দুই সমকোণ।

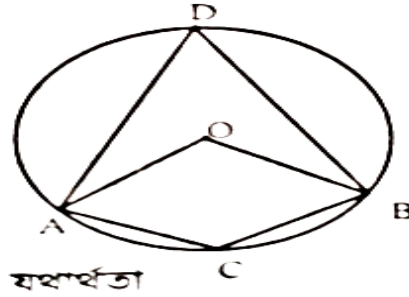
$(ii) \angle CAD + \angle ADB =$  দুই সমকোণ।

গ. যদি  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের  $AB$  ও  $CD$  জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $(\angle AOD + \angle BOC =$  দুই সমকোণ।

সমাধান: (ক).



সমাধান: (খ).



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $DACB$

চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে,  $(\angle ACB + \angle ADB =$  দুই সমকোণ

এবং  $(\angle CAD + \angle CBD =$  দুই সমকোণ।

অঙ্কন:  $A, O$  এবং  $B, O$  যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ

একই চাপ  $ADB$  এর উপর দন্ডায়মান [একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ (বৃত্তস্থ  $\angle ACB$ ) বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

কেন্দ্রস্থ কোণ  $\angle AOB = 2$

অর্থাৎ  $\angle AOB = 2\angle ACB$

আবার, একই চাপ  $ACB$  এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবদ্ধ কোণ  $\angle AOB = 2$  (বৃত্তস্থ  $\angle ADB$ )

অর্থাৎ প্রবদ্ধ ( $\angle AOB = 2\angle ADB$ )

$\therefore (\angle AOB + \text{প্রবদ্ধ } (\angle AOB = 2(\angle ACB + \angle ADB))$

কিন্তু ( $\angle AOB + \text{প্রবদ্ধ } (\angle AOB = \text{চার সমকোণ}$ )

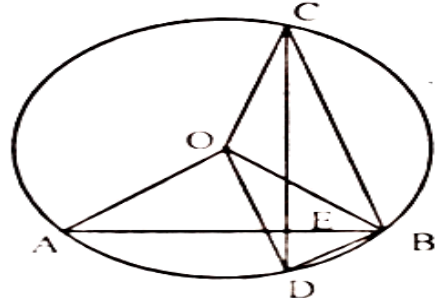
$\therefore 2(\angle ACB + \angle ADB) = \text{চার সমকোণ}$

$\therefore \angle ACB + \angle ADB = \text{দুই সমকোণ}$

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে,  $\angle CAD + \angle CBD = \text{দুই সমকোণ}$ ।

(প্রমাণিত)

সমাধান: (গ).



যথার্থতা

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যামি দুটি

বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। A, O এবং

D, O যোগ করায়  $\angle AOD$  উৎপন্ন হয়। আবার, O, C এবং O, B যোগ

করায়  $\angle BOC$  উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করতে হবে যে,  $\therefore \angle AOD + \angle BOC =$

দুই সমকোণ।

অঙ্কন: B, D যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ

(১) একই চাপ AD -এর ওপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ  $\angle AOD$  এবং বৃত্তস্থ  $\angle ABD$  [বৃত্তের একই চাপের ওপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

অর্থাৎ,  $\angle AOD = 2\angle ABD$ .....(i)

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে,

$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC$ .....(ii)

(২) (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$\angle AOD + \angle BOC = 2\angle ABD + 2\angle BDC$$

বা,  $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ABD + \angle BDC)$

বা,  $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle EBD + \angle EDB)$ .....(iii)

এখন,  $\triangle EBD$  -এর

$$\angle EBD + \angle EDB = 1 \text{ সমকোণ} \dots\dots\dots (iv) \text{ [কারণ } AB \perp CD \text{ বলে } \angle BED = \text{ এক সমকোণ}]$$

(৩) (iv) নং এর মান (iii) নং-এ বসিয়ে পাই,

$$\angle AOD + \angle BOC = 2 \times 1 \text{ সমকোণ}$$

$$\therefore \angle AOD + \angle BOC = \text{দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)}$$

## ২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত।

ক. বৃত্তস্থ কোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণ বলতে কী বুঝ?

খ. বৃত্তে ABCD একটি অন্তলিখিত চতুর্ভুজ আঁক এবং প্রমাণ কর উহার যে কোন দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

গ. যদি বৃত্তে ব্যাস PQ এবং QR ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা হয় এবং P ও R বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর S বিন্দুতে মিলিত হয় তবে প্রমাণ কর, PRS একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

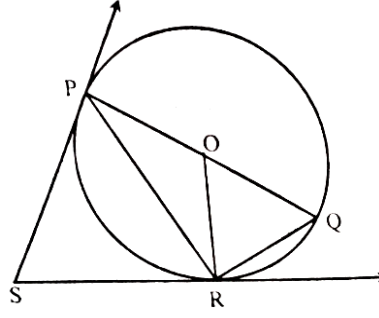
সমাধান: (ক).

বৃত্তস্থ কোণ: একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি থাকলে কোণটিকে একটি বৃত্তস্থ কোণ বলে।

কেন্দ্রস্থ কোণ: একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে কোণটি ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয়।

সমাধান: (খ).

মাধ্যমিক গণিত পাঠ্যবইয়ের অধ্যায় ৮.৩ এর উপপাদ্য ৭ দ্রষ্টব্য।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, PQ একটি বৃত্তের ব্যাস এবং QR বৃত্তের

ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। বৃত্তটির কেন্দ্র O বৃত্তের P ও R বিন্দুতে

অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় S বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। P,R যোগ করায় PRS

ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে য,  $\Delta PRS$  সমবাহু।

অঙ্কন: OR যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ

$\Delta OQR$  এ

$OQ = OR$

এবং  $QR = OQ$

$\therefore OQ = QR = OR$

অর্থাৎ  $\Delta OQR$  সমবাহু।

$\angle OQR = \angle ORQ = \angle QOR = 60^\circ$

$\therefore \angle PQR = 60^\circ$

আবার, P বিন্দুতে PS একটি স্পর্শক এবং PR স্পর্শ বিন্দুগামী জ্যা।

$\therefore \angle SPR = \angle PQR$

$\therefore \angle SPR = 60^\circ$

আবার, S বিন্দু হতে PS এবং SR বৃত্তের দুটি স্পর্শক বলে  $PS = SR$

$\therefore \Delta PSR$  এ  $PS = SR$ ,

$\therefore \angle PRS = \angle SPR = 60^\circ$

এখন,  $\Delta PSR$  এর

$$\angle PRS + \angle RPS + \angle PSR = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 60^\circ + 60^\circ = \angle PSR = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle PSR = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore \angle PSR = 60^\circ \dots \text{(IV)}$$

সুতরাং ধাপ (২) ধাপ(৩) ধাপ(৪) থেকে দেখা যাচ্ছে যে,  $\Delta PRS$  এর প্রতিটি কোণ  $60^\circ$

আবার, যেহেতু প্রতিটি কোণ সমান যেহেতু প্রতিটি কোণের বিরীত বাহুও সমান অর্থাৎ  $SR = PS = PR$ .

$\therefore \Delta PRS$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ। (প্রমানিত)

### প্র্যাকাটিস অংশঃ- সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্নঃ

১।  $O$  কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি জ্যা  $AB$  ও  $CD$  পরস্পর  $P$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $OM$  এবং  $ON$ , কেন্দ্র  $O$  থেকে যথাক্রমে  $AB$  ও  $CD$  এর উপর লম্ব।  $O, P$  যোগ করা হলো।

ক. প্রদত্ত বর্ণনা অনুসারে একটি চিত্র আক।

খ. (ক) নং প্রশ্নের চিত্রের সাহায্য প্রমাণ কর যে,  $PA = PD$  এবং  $PB = PC$ .

গ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

২।  $ABCD$  বৃত্তের কেন্দ্র  $O$ ।  $AB$  ও  $CD$  ব্যাস ভিন্ন দুটি জ্যা।  $OE$  এবং  $OF$  যথাক্রমে কেন্দ্র থেকে  $AB$  ও  $CD$  এর উপর লম্ব।

ক. উপরের বর্ণনানুসারে একটি চিত্র আক।

খ.  $AB = CD$  হলে প্রমাণ কর যে,  $OE = OF$

গ.  $OE = OF$  হলে প্রমাণ কর যে,  $AB = CD$

৩। সমকেন্দ্রিক দুটি বৃত্তের উভয়ের কেন্দ্র  $O$ । বৃহত্তম বৃত্তটির তিনটি জ্যা  $AB, BC$  ও  $AC$ ।  $BC$  জ্যা ক্ষুদ্রতম বৃত্তটিকে  $E$  ও  $F$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $AD, BC$  এর উপর লম্ব এবং কেন্দ্রগামী।  $AB$  ও  $AC$  জ্যাদ্বয়  $AD$  এর সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

ক. বর্ণিত তথ্যটি চিত্রের সাহায্য প্রকাশ কর।

খ. প্রমাণ কর যে,  $AB = AC$

গ. প্রমাণ কর যে,  $BE = CF$

৪।  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $AB, CD$  ও  $EF$  তিনটি সমান জ্যা।  $M, N$  ও  $P$  যথাক্রমে জ্যায়ের মধ্যবিন্দু।

ক) প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ) প্রমাণ কর যে,  $OM = ON$ ,

গ) প্রমাণ কর যে,  $M, N$  ও  $P$  বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত।

৫।  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $AB$  ও  $CD$  দুইটি সমান জ্যা।  $O$  থেকে  $AB$  ও  $CD$  এর ওপর যথাক্রমে  $OP$  এবং  $OQ$  লম্ব।

ক) উল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে,  $P, AB$  এর মধ্যবিন্দু।

গ) প্রমাণ কর যে,  $OP = OQ$

৬।  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $AB$  ও  $CD$  দুইটি সমান জ্যা।  $O$  থেকে  $AB$  ও  $CD$  এর ওপর যথাক্রমে  $OP$  এবং  $OQ$  লম্ব।

ক) উল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে,  $P, AB$  এর মধ্যবিন্দু।

গ) প্রমাণ কর যে,  $OP = OQ$

১।  $M$  কেন্দ্র বিশিষ্ট  $ABC$  একটি বৃত্ত ও  $N$  কেন্দ্র বিশিষ্ট  $DEF$  অপর একটি বৃত্তে চাপ  $AB =$  চাপ  $DE$ .

ক. বৃত্ত দুটি অঙ্কন কর এবং বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণদেখাও।

খ. প্রমাণ কর যে, সমান সমান চাপের উপর দভায়মান কেন্দ্রস্থ বা বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান।

গ. প্রমাণ কর যে, সমান সমান বৃত্তে যে সকল চাপের উপর দভায়মান বৃত্তস্থ বা কেন্দ্রস্থ কোণগুলো সমান সেই চাপগুলো পরস্পর সমান।

২। একটি বৃত্তে  $AB$  – ও  $CD$  দুটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $AC$  ও  $BD$  চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে  $\angle AOC$  ও  $\angle BOD$  কোণ উৎপন্ন করেছে।

ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ. প্রমাণ কর যে,  $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$ .

গ. যদি  $AB \perp CD$  হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $\angle ACO + \angle BOD =$  দুই সমকোণ।

৩।  $ABC$  বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  এবং এর  $BC$  চাপের উপর দভায়মান বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ যথাক্রমে  $\angle BAC$  এবং  $\angle BOC$

ক. বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ একে চিহ্নিত কর।

খ. প্রমাণ কর যে,  $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

গ. দেখাও যে, দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তার একই অপর দুই বিন্দুতে সমান কোণ উৎপন্ন করলে বিন্দু চারটি সমবৃত্তহবে।

৪।  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট  $PQR$  একটি বৃত্ত।  $PQ$  বৃত্তটির ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা এবং  $A, PQ$  এর মধ্যবিন্দু।  $O, P; O, Q; O, A; P, R$  এবং  $R, Q$  যোগ করা হলো।

ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে,  $OA \perp PQ$ .

গ) প্রমাণ কর যে,  $PQ$  চাপের উপর দভায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুন।

৫। কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ।

ক) বৃত্তস্থ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ বলতে কি বোঝ?

খ) প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত বৃত্তের একই চাপের ওপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুন।

গ) প্রমাণ কর যে,  $A, O$  এবং  $C$  বিন্দুত্রয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।

৬।  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট  $ABC$  বৃত্তের  $AC$  জ্যা কেন্দ্রগামী।

ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যবলির চিত্র আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুন।

গ)  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের  $AB$  ও  $CD$  জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ কর যে,  
 $\angle AOD + \angle BOC =$  দুই সমকোণ।