

১নং প্রশ্নের সমাধান

$$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}, \angle B = 60^\circ$$

ক) $\operatorname{cosec}^2 B - \cot^2 B$ এর মান নির্ণয় করো।

খ) A এর মান নির্ণয় করো।

গ) $4 \sin^2 \theta (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = 2A$ অথবা $\theta = A$.

(ক) সমাধান:

দেওয়া আছে, $\angle B = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \operatorname{cosec}^2 B + \cot^2 B &= \frac{1}{\sin^2 B} + \cot^2 B = \frac{1}{\sin^2 60^\circ} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(খ) সমাধান:

দেওয়া আছে, $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

$$\text{বা, } \frac{\cos A + \sin A + \cos A - \sin A}{\cos A + \sin A - \cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2 \cos A}{2 \sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{2} \text{ বা, } \cot A = \sqrt{3}$$

$$\therefore A = 30^\circ (\text{Ans.})$$

(গ) সমাধান:

‘খ’ থেকে পাই $A = 30^\circ$

প্রদত্ত সমীকরণ

$$4 \sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 4 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta - 2\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2 \sin \theta (2 \sin \theta - 1) - \sqrt{3} (2 \sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2 \sin \theta - 1)(2 \sin \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore 2 \sin \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

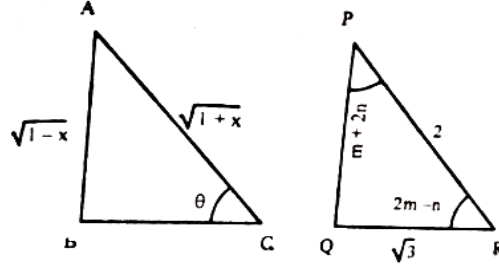
$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \theta = A$$

$$\theta = 2A \text{ অথবা, } \theta = A \quad (\text{দেখানো হলো})$$

২.নং প্রশ্নের সমাধানঃ



উপরের চিত্র অনুযায়ী নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. ১ম চিত্রে $\cos \theta$ এর মান কত ?

খ. প্রমাণ করো যে,
$$\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$$

গ. ২য় চিত্র হতে m ও n এর মান নির্ণয় করো।

সমাধান: (ক).

$$\Delta ABC\text{-এ } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } (\sqrt{1+x})^2 = (\sqrt{1-x})^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } 1+X=1-X+BC^2$$

$$\text{বা, } 1+X-1+X=BC^2$$

$$\text{বা, } BC^2=2X$$

$$\therefore BC = \sqrt{2x}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{1+x}} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{'ক' হতে পাই } \cos \theta = \sqrt{\frac{2x}{1+x}}$$

$$\therefore \sec \theta = \sqrt{\frac{1+x}{2x}}$$

$$\text{আবার, } \tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}} \therefore \frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{2x}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$$

$$= \frac{(\sqrt{1+x})^2 + 2\sqrt{1+x}\sqrt{1-x} + (\sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2}$$

$$= \frac{1+x + 2\sqrt{1-x^2} + 1-x}{(1+x) - (1-x)}$$

$$\therefore \frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x} \quad \text{প্রমানিত)$$

সমাধান: (গ).

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\text{বা, } (2)^2 = PQ^2 + (\sqrt{3})^2 \quad \text{বা, } 4 = PQ^2 + 3$$

$$\text{বা, } PQ^2 = 1 \therefore PQ = 1$$

$$\text{আবার, } \tan p = \frac{PQ}{QR} \quad \text{বা, } \tan(m+2n) = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\text{বা, } \tan(m+2n) = \tan 60^\circ \quad \text{বা, } m+2n = 60^\circ$$

$$\therefore m = 60^\circ - 2n \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan R = \frac{PQ}{QR} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan(2m-n) = \tan 30^\circ \quad \text{বা, } 2m-n = 30^\circ \dots (ii)$$

$$\text{বা, } 2(60^\circ - 2n) - n = 30^\circ \quad \text{বা, } 120^\circ - 4n - n = 30^\circ$$

$$\text{বা, } 120^\circ - 5n = 30^\circ \quad \text{বা, } 120^\circ - 30^\circ = 5n$$

$$\text{বা, } 90^0 = 5n \therefore n = 18^0$$

$$n\text{-এর মান (1)-এ বসিয়ে, } m = 60^0 - 2 \times 18^0$$

$$\therefore m = 60^0 - 36^0 = 24^0 \text{ (Ans)}$$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্নঃ

ΔABC এর $\angle B = 90^0$, এবং $\tan A = 1$

(ক) তথ্যানুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর।

(খ) $\sin A, \cos A, \sec A, \operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$.

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, $AB = 29$ সে.মি., $BC = 21$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ হলে,

(ক) অতিভুজের মান নির্ণয় কর।

(খ) $\cos^2 A - \sin^2 A$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

$$P = \sec A - \tan A, Q = \sec A + \tan A$$

(ক) দেখাও যে, $PQ = 1$

(খ) $p = \frac{5}{2}$ হলে, Q এর মান নির্ণয় কর।

(গ) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

ΔABC এর $\angle B = 90^0$, এবং $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ক) $\angle A = \theta$ হলে লম্ব ও ভূমির মান নির্ণয় কর।

(খ) $\sqrt{3}\sin A \cos A = 4$ এর সত্যতা যাচাই কর।

(গ) $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

০৭। ABC সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ $\angle B$ এবং $AB = BC = 1$ একক।

(ক) চিত্র ঠাঁকে উপরের তথ্যটি উপস্থাপন কর এবং অতিভুজের মান বের কর।

(খ) $2 \sin A \cos A$ এর মান বের কর এবং দেখাও যে, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(গ) প্রমাণ করে যে, $\tan A + \cot A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A$.

$$\text{০৮। } \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(ক) $\tan A + \cot A =$ কত?

(খ) $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, $\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1}{2}$

০৯। ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ এবং $AB = BC = 1$ একক

(ক) চিত্র এঁকে উপরের তথ্যটি উপস্থাপন কর এবং অতিভূজের মান বের কর।

(খ) $2\sin A \cos A$ এর মান বের কর এবং দেখাও যে, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(গ) প্রমাণ কর যে, $\tan A + \cot A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A$

১০। যদি θ সূক্ষ্মকোণ হয় তাহলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর কতিপয় সম্পর্কগুলোর কয়েকটি হলো-

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

(ক) $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta$ এর মান কত?

সৃজনশীল প্রশ্ন-০৭ : নিচের ত্রিকোণমিতিক রাশি দুইটি লক্ষ কর :

$$i. \frac{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - 1}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + 1}$$

$$ii. \frac{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + 1}{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - 1}$$

ক. (i) নং রাশির লব ও (ii) নং রাশির হরের বিয়োগফল কত?

খ. (i) নং রাশির মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, (i) নং ও (ii) নং রাশির গুণফল 1।

সৃজনশীল প্রশ্ন-০৮ : নিচের রাশি দুইটি লক্ষ কর :

$$i. \frac{1}{1 + \tan^2 A}; ii. \frac{1}{1 + \cot^2 A}$$

ক. (i) নং রাশির হরের মান কত?

খ. (ii) নং রাশির মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, রাশি দুইটির যোগফল 1.

