



ci x PV %eoy %wV ^eWEI xPV KAGU KGRm kx Abxq Ozmgfi ci xPV %es gOY ^Uđi cEAGv
cYE mgab AaAwfWk ^ I qvncG %AGvAbxj b Ki G Zg %AaAw ^K hKvEvmRbkj i Pofjfk
cE? mgab yLQ cv G mRB

প্রশ্ন ১ A = x⁴ - 10x² + 1, B = log₁₀√27, C = log₁₀√ $\frac{1}{8}$ এবং

D = $\frac{1}{2}$ log₁₀ 125.

সমসিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ২]

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : m⁴ - 6m² + 1.

খ. A = 0 হলে, x⁴ + $\frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, (B - C - D) ÷ log₁₀ 1.2 = $\frac{3}{2}$

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. m⁴ - 6m² + 1
= m⁴ - 2m² + 1 - 4m²
= (m² - 1)² - (2m)²
= (m² - 1 + 2m)(m² - 1 - 2m)
= (m² + 2m - 1)(m² - 2m - 1) (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, A = x⁴ - 10x² + 1

এখন, A = 0 হলে

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = 10x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (10)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 100$$

$$\text{বা, } x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 100$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 98 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, B = log₁₀√27, C = log₁₀√ $\frac{1}{8}$

এবং D = $\frac{1}{2}$ log₁₀ 125

বামপক্ষ = (B - C - D) ÷ log₁₀ 1.2

$$= (\log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2} \log_{10} 125) \div \log_{10} 1.2$$

$$= \left\{ \log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} (2^{-3})^{\frac{1}{2}} - \log_{10} (5^3)^{\frac{1}{2}} \right\} \div \log_{10} 1.2$$

$$= \left\{ \log_{10} 3^{\frac{3}{2}} - \log_{10} 2^{-\frac{3}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}} \right\} \div \log_{10} 1.2$$

$$= (\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^{\frac{3}{2}} - \log_{10} 5^{\frac{3}{2}}) \div \log_{10} 1.2$$

$$= \left(\frac{3}{2} \log_{10} 3 + \frac{3}{2} \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 5 \right) \div \log_{10} 1.2$$

$$= \frac{3}{2} (\log_{10} 3 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5) \div \log_{10} 1.2$$

$$= \frac{3}{2} \log_{10} \left(\frac{3 \times 2}{5} \right) \div \log_{10} 1.2$$

$$= \frac{3}{2} \log_{10} 1.2 \div \log_{10} 1.2$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 1.2}{\log_{10} 1.2}$$

$$= \frac{3}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

∴ (B - C - D) ÷ log₁₀ 1.2 = $\frac{3}{2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ x = 2, y = 3 এবং z = 5 [সকল বোর্ড-২০১৮ □ প্রশ্ন নং ২]

ক. log₇ ($\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7}$) এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর : $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$ 8

গ. দেখাও যে, (log√y³ + logx³ - log√x³z³) ÷ log 1.2 = $\frac{3}{2}$ 8

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. log₇ ($\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7}$) = log₇ ($7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{2}}$)

$$= \log_7 7^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$$

$$= \log_7 7^{\frac{2+3}{6}}$$

$$= \log_7 7^{\frac{5}{6}}$$

$$= \frac{5}{6} \log_7 7$$

$$= \frac{5}{6} \times 1 [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{5}{6} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, y = 3

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$$

$$= \frac{3^{a+1}}{(3^a)^{a-1}} \div \frac{(3 \times 3)^{a+1}}{(3^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{3^{-2}} \text{ [y এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3^{a+1}}{3^{a^2-a}} \div \frac{(3^2)^{a+1}}{3^{2a-1}} \times 3^2$$

$$= 3^{a+1-a^2+a} \div \frac{3^{2a+2}}{3^{2a-1}} \times 3^2$$

$$= 3^{2a+1-a^2} \div 3^{2a+2-a^2+1} \times 3^2$$

$$= 3^{2a+1-a^2-2a-2+a^2-1+2}$$

$$= 3^0$$

$$= 1 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,

x = 2, y = 3 এবং z = 5

বামপক্ষ = (log√y³ + logx³ - log√x³z³) ÷ log 1.2

$$= (\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{2^3 \times 5^3}) \div \log 1.2$$

[x, y ও z এর মান বসিয়ে]

$$= (\log 3^{\frac{3}{2}} + \log \sqrt{64} - \log 10^{\frac{3}{2}}) \div \log 1.2$$

$$= (\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 4^{\frac{3}{2}} - \log 10^{\frac{3}{2}}) \div \log 1.2$$

$$= \left(\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10 \right) \div \log 1.2$$

$$= \frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - \log 10) \div \log 1.2$$

$$= \frac{3}{2} \log \frac{3 \times 4}{10} \div \log 1.2$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 1.2}{\log 1.2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$



$$\therefore (\log\sqrt{y^3} + \log x^3 - \log\sqrt{x^3 z^3}) \div \log 1.2 = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩ $a = \frac{x^p}{x^q}$, $b = \frac{x^q}{x^r}$ এবং $c = \frac{x^r}{x^p}$ [ঢাকা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৩]

ক. abc এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^{pq} \times b^{qr} \times c^{rp} = 1$ ৪

গ. দেখাও যে, $(p+q) \log a + (q+r) \log b + (r+p) \log c = 0$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$a = \frac{x^p}{x^q}, b = \frac{x^q}{x^r} \text{ এবং } c = \frac{x^r}{x^p}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = abc = \frac{x^p}{x^q} \cdot \frac{x^q}{x^r} \cdot \frac{x^r}{x^p} = 1 \text{ (Ans.)}$$

খ বামপক্ষ = $a^{pq} \times b^{qr} \times c^{rp}$

$$= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{pq} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{qr} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{rp}$$

[a, b, c এর মান বসিয়ে]

$$= (x^{p-q})^{pq} \times (x^{q-r})^{qr} \times (x^{r-p})^{rp}$$

$$= x^{\frac{p-q}{1} \cdot \frac{pq}{1} + \frac{q-r}{1} \cdot \frac{qr}{1} + \frac{r-p}{1} \cdot \frac{rp}{1}}$$

$$= x^{\frac{pq - qr + pr - pr + qr - pq}{1}}$$

$$= x^0 = 1$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore a^{pq} \times b^{qr} \times c^{rp} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ বামপক্ষ = $(p+q) \log a + (q+r) \log b + (r+p) \log c$

$$= \log a^{p+q} + \log b^{q+r} + \log c^{r+p}$$

$$= \log \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} + \log \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} + \log \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$$

[a, b, c এর মান বসিয়ে]

$$= \log (x^{p-q})^{p+q} + \log (x^{q-r})^{q+r} + \log (x^{r-p})^{r+p}$$

$$= \log x^{p^2 - q^2} + \log x^{q^2 - r^2} + \log x^{r^2 - p^2}$$

$$= \log (x^{p^2 - q^2} \cdot x^{q^2 - r^2} \cdot x^{r^2 - p^2})$$

$$= \log (x^{p^2 - q^2 + q^2 - r^2 + r^2 - p^2})$$

$$= \log x^0 = \log 1$$

$$= 0 \text{ [}\because \log 1 = 0\text{]}$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore (p+q) \log a + (q+r) \log b + (r+p) \log c = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৪ $A = x^p$; $B = x^q$; $C = x^r$ এবং $M = 2^{2x+1}$ কয়েকটি রাশি।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $M = 512$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(\frac{A}{B}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r^2+rp+p^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\log_x(ABC) = \log_x A + \log_x B + \log_x C$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $M = 2^{2x+1}$

$$M = 512 \text{ হলে, } 2^{2x+1} = 512$$

$$\text{বা, } 2^{2x+1} = 2^9$$

$$\text{বা, } 2x+1 = 9$$

$$\text{বা, } 2x = 9-1$$

$$\text{বা, } 2x = 8$$

$$\therefore x = 4 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$A = x^p, B = x^q \text{ ও } C = x^r$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \left(\frac{A}{B}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r^2+rp+p^2}$$

$$= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2}$$

[A, B ও C এর মান বসিয়ে]

$$= (x^{p-q})^{p^2+pq+q^2} \times (x^{q-r})^{q^2+qr+r^2} \times (x^{r-p})^{r^2+rp+p^2}$$

$$= x^{(p-q)(p^2+pq+q^2) + (q-r)(q^2+qr+r^2) + (r-p)(r^2+rp+p^2)}$$

$$= x^{p^3 - q^3 + q^3 - r^3 + r^3 - p^3}$$

$$= x^{p^3 - q^3 + q^3 - r^3 + r^3 - p^3}$$

$$= x^0 = 1 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$A = x^p, B = x^q \text{ এবং } C = x^r$$

$$\therefore \log_x A = p, \log_x B = q \text{ এবং } \log_x C = r$$

$$\text{এখন, } ABC = x^p \cdot x^q \cdot x^r$$

$$\text{বা, } ABC = x^{p+q+r}$$

$$\text{বা, } \log_x(ABC) = p+q+r$$

$$\text{বা, } \log_x(ABC) = \log_x A + \log_x B + \log_x C \text{ [p, q ও r এর মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore \log_x(ABC) = \log_x A + \log_x B + \log_x C \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫ $A = 4^{2p+1}$, $B = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}$, $C = \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$, $D = 3^x + 3^{1-x}$.

[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $A = 128$ হলে P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $B \div C = \frac{1}{25}$. ৪

গ. $D = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = 4^{2p+1}$

$$\therefore A = 128 \text{ হলে, } 128 = 4^{2p+1}$$

$$\text{বা, } 2^7 = (2^2)^{2p+1}$$

$$\text{বা, } 2^7 = 2^{4p+2}$$

$$\text{বা, } 7 = 4p+2$$

$$\text{বা, } 4p = 7-2$$

$$\text{বা, } 4p = 5$$

$$\therefore p = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$B = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} \text{ এবং } C = \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$$

$$\text{এখন, } B \div C = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} \div \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$$

$$= \frac{5^{m+1}}{5^{2-m}} \div \frac{(5^2)^{m+1}}{5^{2m-1}}$$

$$= 5^{m+1-m^2+m} \div \frac{5^{2m+2}}{5^{2m-1}}$$

$$= 5^{2m+1-m^2} \div 5^{2m+2-m^2+1}$$

$$= 5^{2m+1-m^2-2m-2+m^2-1}$$

$$= 5^{-2}$$



$$= \frac{1}{5^2}$$

$$\therefore B \div C = \frac{1}{25} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $D = 3^x + 3^{1-x}$

$$D = 4 \text{ হলে,}$$

$$4 = 3^x + 3^{1-x}$$

$$\text{বা, } 3^x + \frac{3}{3^x} = 4$$

$$\text{বা, } a + \frac{3}{a} = 4 \text{ [} 3^x = a \text{ ধরে]}$$

$$\text{বা, } a^2 + 3 = 4a \text{ [a দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } a^2 - 4a + 3 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - 3a - a + 3 = 0$$

$$\text{বা, } a(a-3) - 1(a-3) = 0$$

$$\text{বা, } (a-3)(a-1) = 0$$

$$\text{হয় } a-3=0 \text{ অথবা } a-1=0$$

$$\text{বা, } a=3 \quad \text{বা, } a=1$$

$$\text{বা, } 3^x = 3^1 \quad \text{বা, } 3^x = 3^0 \text{ [a এর মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore x=1 \quad \therefore x=0 \quad [a > 0, a \neq 1 \text{ শর্তে } a^x = a^y \text{ হলে } x=y]$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } x=0, 1$$

প্রশ্ন ৬ A = $\log z + x^4 \log \frac{x^4}{yz} + x^2y \log \frac{z^2}{x^3y} + (x+y) \log \frac{y^4}{x^4z}$,

$$B = \frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log(xy) - \log z} \text{ এবং } x, y, z \text{ এর মান যথাক্রমে } 2, 3, 5 \text{।}$$

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log_7(\sqrt[7]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $B \div \frac{y}{x} = 1$ । 8

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_7(\sqrt[7]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_{2\sqrt{5}} 400$

$$= \log_7\left(7^{\frac{1}{7}} \cdot 7^{\frac{1}{2}}\right) - \log_3\left(3^{\frac{1}{3}}\right) + \log_{2\sqrt{5}}(20)^2$$

$$= \log_7\left(7^{\frac{1}{7} + \frac{1}{2}}\right) - \frac{1}{3} \log_3 3 + \log_{2\sqrt{5}}(2\sqrt{5})^4$$

$$= \log_7 7^{\frac{9}{14}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} \text{ [} \square \log_a a = 1 \text{]}$$

$$= \frac{9}{14} \log_7 7 - \frac{1}{3} + 4$$

$$= \frac{9}{14} - \frac{1}{3} + 4$$

$$= \frac{27 - 14 + 168}{42}$$

$$= \frac{181}{42}$$

$$= 4 \frac{13}{42} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $x=2, y=3, z=5$

প্রদত্ত রাশি, $A = \log z + x^4 \log \frac{x^4}{yz} + x^2y \log \frac{z^2}{x^3y} + (x+y) \log \frac{y^4}{x^4z}$

$$= \log 5 + 2^4 \log \frac{2^4}{3 \cdot 5} + 2^2 \cdot 3 \log \frac{5^2}{2^3 \cdot 3} + (2+3) \log \frac{3^4}{2^4 \cdot 5} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \log 5 + \log \left(\frac{2^4}{3 \cdot 5}\right)^{16} + \log \left(\frac{5^2}{2^3 \cdot 3}\right)^{12} + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 5}\right)^5$$

$$= \log 5 + \log \frac{2^{64}}{3^{16} \cdot 5^{16}} + \log \frac{5^{24}}{2^{36} \cdot 3^{12}} + \log \frac{3^{20}}{2^{20} \cdot 5^5}$$

$$= \log \frac{5 \cdot 2^{64} \cdot 5^{24} \cdot 3^{20}}{3^{16} \cdot 5^{16} \cdot 2^{36} \cdot 3^{12} \cdot 2^{20} \cdot 5^5}$$

$$= \log (5^{1+24-16-5} \cdot 2^{64-36-20} \cdot 3^{20-16-12})$$

$$= \log (5^4 \cdot 2^8 \cdot 3^{-8})$$

$$= \log \left(\frac{5 \cdot 2^2}{3^2}\right)^4$$

$$= 4 \log \frac{20}{9} \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, $B = \frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log xy - \log z}$

$$= \frac{\log \sqrt{3^3} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log (5 \times 2)}{\log (2 \times 3) - \log 5} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}} + 3 \log(2^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$$

$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log \left(\frac{6}{5}\right)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - \log 10)}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log \left(\frac{3 \times 4}{10}\right)}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 1.2)}{(\log 1.2)}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\therefore B \div \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \div \frac{3}{2} = 1$$

$$\therefore B \div \frac{y}{x} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৭ $L = \sqrt{\frac{x^a}{x^b}}, M = \sqrt{\frac{x^b}{x^c}}$ এবং $N = \sqrt{\frac{x^c}{x^a}}$

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১]

ক. $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $2\left(\sqrt[ab]{L} \times \sqrt[bc]{M} \times \sqrt[ca]{N}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\log_k L^{(a+b)} + \log_k M^{(b+c)} + \log_k N^{(c+a)} = 0$ 8

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $400 = 20^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4$

$$\therefore \log_{2\sqrt{5}} 400 = \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4 = 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} = 4 \cdot 1 = 4 \text{ (Ans.)}$$

খ $L = \sqrt{\frac{x^a}{x^b}} = x^{\frac{a-b}{2}}$

$$M = \sqrt{\frac{x^b}{x^c}} = x^{\frac{b-c}{2}}$$

$$N = \sqrt{\frac{x^c}{x^a}} = x^{\frac{c-a}{2}}$$

প্রদত্ত রাশি = $2\left(\sqrt[ab]{L} \times \sqrt[bc]{M} \times \sqrt[ca]{N}\right)$

$$= 2 \left\{ \left(x^{\frac{a-b}{2}}\right)^{\frac{1}{ab}} \times \left(x^{\frac{b-c}{2}}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(x^{\frac{c-a}{2}}\right)^{\frac{1}{ca}} \right\}$$

$$= 2 x^{\frac{a-b}{2ab} + \frac{b-c}{2bc} + \frac{c-a}{2ca}}$$



$$\begin{aligned} &= 2x \frac{ac - bc + ab - ac + bc - ab}{2abc} \\ &= 2x \frac{0}{2abc} \\ &= 2x^0 \\ &= 2.1 = 2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ) বামপক্ষ = $\log_k L^{(a+b)} + \log_k M^{(b+c)} + \log_k N^{(c+a)}$

$$\begin{aligned} &= \log_k \left(x^{\frac{a-b}{2}}\right)^{a+b} + \log_k \left(x^{\frac{b-c}{2}}\right)^{b+c} + \log_k \left(x^{\frac{c-a}{2}}\right)^{c+a} \\ &= \log_k x^{\frac{a^2-b^2}{2}} \cdot x^{\frac{b^2-c^2}{2}} \cdot x^{\frac{c^2-a^2}{2}} \\ &= \log_k x^{\frac{a^2-b^2 + b^2-c^2 + c^2-a^2}{2}} \\ &= \log_k x^{\frac{a^2-b^2 + b^2-c^2 + c^2-a^2}{2}} \\ &= \log_k x^0 \\ &= \log_k 1 \\ &= 0 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore \log_k L^{(a+b)} + \log_k M^{(b+c)} + \log_k N^{(c+a)} = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ A = x + y, B = x² - y², P = log₃√3 - log₈1/8 - log₁₀√10,

Q = log 6 - log 5 ◀ সমন্বিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিবিল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. (a² - b²)(x² - y²) + 4abxy কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. A = √3, B = √6 হলে, প্রমাণ কর যে, 8/5 (x³y + xy³) = 1 ৪

গ. প্রমাণ কর যে, P ÷ Q = 1.5 ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (a² - b²)(x² - y²) + 4abxy

$$\begin{aligned} &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 4abxy \\ &= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 + 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে,

A = √3 এবং B = √6

শর্তানুসারে, x + y = √3

এবং x² - y² = √6

বা, (x + y)(x - y) = √6

$\therefore x - y = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$

বামপক্ষ = $\frac{8}{5}(x^3y + xy^3)$

$= \frac{8}{5}xy(x^2 + y^2)$

$= \frac{1}{5} \times 4xy \times 2(x^2 + y^2)$

$= \frac{1}{5} \times \{(x+y)^2 - (x-y)^2\} \times \{(x+y)^2 + (x-y)^2\}$

$= \frac{1}{5} \times (3-2) \times (3+2)$

$= \frac{1}{5} \times 1 \times 5$

= 1 = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{8}{5}(x^3y + xy^3) = 1$ (প্রমাণিত)

গ) দেওয়া আছে, P = log 3√3 - log (1/8) - log 10√10

এবং Q = log 6 - log 5 = log 6/5

এখন, $\frac{P}{Q} = \frac{\log 3\sqrt{3} - \log \frac{1}{8} - \log 10\sqrt{10}}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\log 3^{1+\frac{1}{2}} - \log 8^{-1} - \log 10^{1+\frac{1}{2}}}{\log \frac{6}{5}}$

$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 8 - \log 10^{\frac{3}{2}}}{\log \frac{12}{10}}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \log 2^3 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 12 - \log 10}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log(3 \times 2^2) - \log 10}$

$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + 2 \log 2 - 1)}{\log 3 + 2 \log 2 - 1}$

$= \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore P \div Q = 1.5$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৯ A = (a-1)x² + a²xy + (a+1)y²

B = x³ + 1/x³, C = $\frac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10}8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}1.2}$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. A কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. যদি B = 18√3 হয়, তবে প্রমাণ কর যে, x = √3 + √2 ৪

গ. প্রমাণ কর যে, C = 3/2 ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (a-1)x² + a²xy + (a+1)y²

মনে করি, a - 1 = p

এবং a + 1 = q

$\therefore (a-1)(a+1) = pq$ [গুণ করে]

বা, a² - 1 = pq

$\therefore a^2 = pq + 1$

\therefore প্রদত্ত রাশি = px² + (pq + 1)xy + qy²

= px² + pqxy + xy + qy²

= px(x + y) + y(x + y)

= (x + y)(px + y)

= {x + (a+1)y}{(a-1)x + y} [p ও q এর মান বসিয়ে]

= (x + ay + y)(ax - x + y) (Ans.)

খ অধ্যায়-৩ এর সৃজনশীল ৫(গ) সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৫৩

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ১০ x = 2, y = 3 এবং z = 5

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. log₅(√5.√5) এর মান কত? ২

খ. সরল কর: $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$ ৪

গ. দেখাও যে, (log√y³ + log x³ - log√x³.z³) ÷ log 1.2 = 3/2 ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক log₅(√5.√5) = log₅ 5^{1/2} 5^{1/2} = log₅ 5^{1+1/2}



$$= \log_5 5^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10} \log_5 5$$

$$= \frac{7}{10} \times 1 = \frac{7}{10} \text{ (Ans.)}$$

ক সৃজনশীল ২(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১ $x=2, y=3$ এবং $z=5$ [মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\sqrt{y^3}$ এর ৩ ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর: $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a-1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(\log \sqrt{y^3} + \log x^3 - \log \sqrt{x^3 z^3}) \div \log 1.2 = \frac{3}{2}$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_3 \sqrt{y^3}$

$$= \log_3 (y^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log_3 y^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3}{2} \log_3 y$$

$$= \frac{3}{2} \log_3 3 \text{ [y এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$y=3$$

এখন, $\frac{y^{a+1}}{y^{a(a-1)}} \div \frac{(3y)^{a-1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$

$$= \frac{3^{a+1}}{3^{a^2-a}} \times \frac{(3^{a+1})^{a-1}}{(3.3)^{a-1}} \times 3^2$$

$$= 3^{a+1-a^2+a} \times \frac{3^{a^2-1}}{3^{2(a-1)}} \times 3^2$$

$$= 3^{2a-a^2+1} \times 3^{a^2-1-2a+2} \times 3^2$$

$$= 3^{2a-a^2+1+a^2-2a+1+2}$$

$$= 3^4$$

$$= 81$$

গ সৃজনশীল ২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২ $a=4^{2p+1}, b=\frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}, c=\frac{25^{m+1}}{(5^m-1)^{m+1}}$

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a=128$ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $b \div c = \frac{1}{25}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2} = \frac{3}{2}$ ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৫(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ১৩ $x=2, y=3, z=5$

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১]

ক. $\log_7 (\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7})$ নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর: $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \div y^{-2}$ ৪

গ. প্রমাণ কর: $(\log_{10} \sqrt{y^3} + \log_{10} x^3 - \log_{10} \sqrt{x^3 z^3}) \div \log_{10} 1.2 = 1.5$ ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৪ $p = \frac{x^m}{x^n}, q = \frac{x^n}{x^l}$ এবং $r = \frac{x^l}{x^m}$

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\log_a 400 = 4$ হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $(m+n)\log p + (n+l)\log q + (l+m)\log r = 0$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1+c+r} + \frac{1}{1+r+c} + \frac{1}{1+c+r} = 1$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\log_a 400 = 4$

বা, $a^4 = 400$

বা, $a^4 = 20^2 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore a = 2\sqrt{5}$ (Ans.)

খ সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ এখন, $\frac{1}{1+p+q^{-1}} = \frac{1}{1 + \frac{x^m}{x^n} + \left(\frac{x^n}{x^l}\right)^{-1}}$

$$= \frac{1}{1 + \frac{x^m}{x^n} + \frac{x^l}{x^n}}$$

$$= \frac{1}{\frac{x^m + x^n + x^l}{x^n}}$$

$$= \frac{x^n}{x^m + x^n + x^l}$$

অনুরূপভাবে, $\frac{1}{1+q+r^{-1}} = \frac{x^l}{x^m + x^n + x^l}$

এবং $\frac{1}{1+r+p^{-1}} = \frac{x^m}{x^m + x^n + x^l}$

বামপক্ষ = $\frac{1}{1+p+q^{-1}} + \frac{1}{1+q+r^{-1}} + \frac{1}{1+r+p^{-1}}$

$$= \frac{x^n}{x^m + x^n + x^l} + \frac{x^l}{x^m + x^n + x^l} + \frac{x^m}{x^m + x^n + x^l}$$

$$= \frac{x^m + x^n + x^l}{x^m + x^n + x^l}$$

$$= 1$$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{1+c+r} + \frac{1}{1+r+c} + \frac{1}{1+c+r} = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ $y=3$ এবং $R = \frac{\log_{10} \sqrt{125} + \log_{10} 27 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 4.5}$

[অধ্যাপী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\log_7 (\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7})$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর: $\frac{y^{a+1}}{(y^a)^{a-1}} \div \frac{(3y)^{a+1}}{(y^{a+1})^{a-1}} \times \frac{1}{y^{-2}}$ ৪

গ. R এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে,

$$R = \frac{\log_{10} \sqrt{125} + \log_{10} 27 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 4.5}$$

$$= \frac{\log_{10} 5^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 3^3 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} \frac{45}{10}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 5 + 3 \log_{10} 3 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 4.5 - \log_{10} 10}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 5 + 3 \log_{10} 3 - \frac{3}{2}}{\log_{10} (3^2 \times 5) - 1} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 5 + 3 \log_{10} 3 - \frac{3}{2}}{\log_{10} 3^2 + \log_{10} 5 - 1} \\ &= \frac{\frac{3}{2} [\log_{10} 5 + 2 \log_{10} 3 - 1]}{\log_{10} 5 + 2 \log_{10} 3 - 1} \\ &= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$ হলে,

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. দেখাও যে, $\log (x^3 y^2 z) = y \log x + x \log y + \log z$ ২
- খ. $7 \log \frac{x^4}{yz} + z \log \frac{z^2}{x^3 y} + y \log \frac{y^4}{x^4 y}$ এর সরলীকরণ কর। ৪
- গ. $\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (xz)}{\log (xy) - \log z}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$
এখন, $\log (x^3 y^2 z) = \log x^3 + \log y^2 + \log z$
 $= 3 \log x + 2 \log y + \log z$
 $= y \log x + x \log y + \log z$ [$x = 2$ এবং $y = 3$]
 $\therefore \log (x^3 y^2 z) = y \log x + x \log y + \log z$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$
এখন, $7 \log \frac{x^4}{yz} + z \log \frac{z^2}{x^3 y} + y \log \frac{y^4}{x^4 y}$
 $= 7 \log \frac{2^4}{3 \cdot 5} + 5 \log \frac{5^2}{2^3 \cdot 3} + 3 \log \frac{3^4}{2^4 \cdot 3}$
 $= \log \left(\frac{2^4}{3 \cdot 5} \right)^7 + \log \left(\frac{5^2}{2^3 \cdot 3} \right)^5 + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 3} \right)^3$
 $= \log \frac{2^{28}}{3^7 \cdot 5^7} + \log \frac{5^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} + \log \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 3^3}$
 $= \log \left(\frac{2^{28}}{3^7 \cdot 5^7} \times \frac{5^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 3^3} \right)$
 $= \log \left(\frac{2^{28} \cdot 5^{10} \cdot 3^{12}}{2^{27} \cdot 3^{15} \cdot 5^7} \right)$
 $= \log (2^{28-27} \cdot 3^{12-15} \cdot 5^{10-7})$
 $= \log \left(\frac{2 \cdot 5^3}{3^3} \right) = \log \left(\frac{250}{27} \right)$ (Ans.)

গ. সৃজনশীল ৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭ $x = \frac{2^a}{2^b}, y = \frac{2^b}{2^c}, z = \frac{2^c}{2^a}$ হলে-

[বিদ্যায়মী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. xyz এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\frac{1}{ab} \log_2 x + \frac{1}{bc} \log_2 y + \frac{1}{ca} \log_2 z$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, $(a + b - c) \log_2 x + (b + c - a) \log_2 y + (c + a - b) \log_2 z = 0$. ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $x = \frac{2^a}{2^b}, y = \frac{2^b}{2^c}$ এবং $z = \frac{2^c}{2^a}$
 $\therefore xyz = \frac{2^a}{2^b} \cdot \frac{2^b}{2^c} \cdot \frac{2^c}{2^a} = 1$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x = \frac{2^a}{2^b} = 2^{a-b}$
 $y = \frac{2^b}{2^c} = 2^{b-c}$
 $z = \frac{2^c}{2^a} = 2^{c-a}$

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{1}{ab} \log_2 x + \frac{1}{bc} \log_2 y + \frac{1}{ca} \log_2 z \\ &= \frac{1}{ab} \log_2 2^{a-b} + \frac{1}{bc} \log_2 2^{b-c} + \frac{1}{ca} \log_2 2^{c-a} \\ &= \frac{1}{ab} \cdot (a-b) \log_2 2 + \frac{1}{bc} \cdot (b-c) \cdot \log_2 2 + \frac{1}{ca} \cdot (c-a) \cdot \log_2 2 \\ &= \frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca} \\ &= \frac{c(a-b) + a(b-c) + b(c-a)}{abc} \\ &= \frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc} \\ &= \frac{0}{abc} = 0 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. বামপক্ষ $= (a + b - c) \log_2 x + (b + c - a) \log_2 y + (c + a - b) \log_2 z$
 $= (a + b - c) \log_2 2^{a-b} + (b + c - a) \log_2 2^{b-c} + (c + a - b) \log_2 2^{c-a}$
['খ' হতে]
 $= (a - b) (a + b - c) \log_2 2 + (b - c) (b + c - a) \log_2 2 + (c - a) (c + a - b) \log_2 2$
 $= (a^2 + ab - ca - ab - b^2 + bc) + (b^2 + bc - ab - bc - c^2 + ca) + (c^2 + ca - bc - ca - a^2 + ab)$
 $= 0$
 $=$ ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৮ যদি $p = 2, q = 3, s = 10$ এবং $M = \frac{2^{x+5} - 4 \cdot 2^{x+2}}{2^{x+2} + 2}, N = \frac{5 \cdot 2^p - 8 \cdot 2^{p-1}}{2^p - 3 \cdot 2^{p-2}}$

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. $p \log p + \log q$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $\frac{\log \sqrt{q^3} + \log p^3 - \log \sqrt{s^3}}{\log \frac{p^2 \cdot q}{s}} = \frac{3}{2}$ ৪
- গ. সরল কর : $M \div N + \log_4 2$ ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $p = 2, q = 3$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } p \log p + \log q &= 2 \log 2 + \log 3 \\ &= \log 2^2 + \log 3 \\ &= \log (2^2 \times 3) \\ &= \log 12 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $p = 2, q = 3, s = 10$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{\log \sqrt{q^3} + \log p^3 - \log \sqrt{s^3}}{\log \frac{p^2 \cdot q}{s}} &= \frac{\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{10^3}}{\log \frac{2^2 \cdot 3}{10}} \\ &= \frac{(\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{2^3 \cdot 5^3})}{\log (1 \cdot 2)} \\ &= \frac{(\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{2^3 \cdot 5^3})}{\log (1 \cdot 2)} \end{aligned}$$

অতঃপর সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. দেওয়া আছে, $M = \frac{2^{x+5} - 4 \cdot 2^{x+2}}{2^{x+2} + 2}$
 $= \frac{2^{x+5} - 2^{x+2+2}}{2^{x+2} + 2}$
 $= \frac{2^{x+5} - 2^{x+4}}{2^{x+2} + 2}$
 $= \frac{2^{x+5-x-1} - 2^{x+4-x-1}}{2^{x+2} + 2}$
 $= \frac{2^4 - 2^3}{2^2 + 2}$
 $= \frac{16 - 8}{4 + 2}$

$\therefore M = 8$

$$\text{এবং } N = \frac{5 \cdot 2^p - 8 \cdot 2^{p-1}}{2^p - 3 \cdot 2^{p-2}}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{5 \cdot 2^p - 8 \cdot 2^p \cdot \frac{1}{2^1}}{2^p - 3 \cdot 2^p \cdot \frac{1}{2^2}} \\ &= \frac{5 \cdot 2^p - 4 \cdot 2^p}{2^p - \frac{3}{4} 2^p} \\ &= \frac{2^p}{\frac{1}{4} 2^p} = 4 \end{aligned}$$

এখন, $M \div N + \log_4 2$

$$= 8 \div 4 + \log_4(4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{5}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ $L = \frac{x^a}{x^b}$, $M = \frac{x^b}{x^c}$, $N = \frac{x^c}{x^a}$, $P = 2^{2x+1}$,

$$Q = \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2} \log_{10} 125$$

[কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $P = 512$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $\sqrt[ab]{L} \times \sqrt[bc]{M} \times \sqrt[ca]{N} = 1$ 8
- গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{Q}{\log_{10} 1.2} = \frac{3}{2}$ 8

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ বামপক্ষ = $\sqrt[ab]{L} \cdot \sqrt[bc]{M} \cdot \sqrt[ca]{N}$

$$= (L)^{\frac{1}{ab}} \cdot (M)^{\frac{1}{bc}} \cdot (N)^{\frac{1}{ca}}$$

$$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} \quad [L, M \text{ ও } N \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{c(a-b) + a(b-c) + b(c-a)}{abc}}$$

$$= x^{\frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc}}$$

$$= x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \sqrt[ab]{L} \cdot \sqrt[bc]{M} \cdot \sqrt[ca]{N} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$Q = \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2} \log_{10} 125$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = Q \div \log_{10} 1.2$$

$$= (\log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \sqrt{\frac{1}{8}} - \frac{1}{2} \log_{10} 125) \div \log_{10} 1.2$$

অতঃপর, সূজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২০ $A = \frac{x^a}{x^b}$, $B = \frac{x^b}{x^c}$, $C = \frac{x^c}{x^a}$, $D = \frac{\log \sqrt{27} - \log \frac{1}{8} - \log \sqrt{512}}{\log \frac{3}{2}}$

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\log_a 25 = 2$ হলে, a এর মান কত? ২

- খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt[ab]{A} \times \sqrt[bc]{B} \times \sqrt[ca]{C} = \log_a a$ 8
- গ. দেখাও যে, $2D - 3 = 0$ 8

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
 $\log_a 25 = 2$
 বা, $a^2 = 25$ [$x = \log_a N$ হলে, $a^x = N$]
 বা, $a = \pm \sqrt{25}$
 বা, $a = \pm 5$
 যেহেতু $a > 0$
 $\therefore a = 5$ (Ans.)

খ সূজনশীল ১৯(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।
 বি. দ্র.: $\log_a a = 1$

গ দেওয়া আছে, $D = \frac{\log \sqrt{27} - \log \frac{1}{8} - \log \sqrt{512}}{\log \frac{3}{2}}$

$$= \frac{\log(3^{\frac{3}{2}}) + \log 8 - \log(2^{\frac{9}{2}})}{\log 3 - \log 2}$$

$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^3 - \log 2^{\frac{9}{2}}}{\log 3 - \log 2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + 3 \log 2 - \frac{9}{2} \log 2}{\log 3 - \log 2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 - \frac{3}{2} \log 2}{\log 3 - \log 2} = \frac{\frac{3}{2} (\log 3 - \log 2)}{\log 3 - \log 2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = 2D - 3 = 2 \times \frac{3}{2} - 3 = 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 2D - 3 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২১ $p = x^a$, $q = x^b$, $r = x^c$

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b = \text{কত?}$ ২
- খ. $\left(\frac{p}{q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{c^2+ca+a^2} = \text{কত?}$ 8
- গ. $\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{1}{ab}} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{\frac{1}{ca}} \times \sqrt{x^{-1}y} \times \sqrt{y^{-1}z} \times \sqrt{z^{-1}x} = \text{কত?}$ 8

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $p = x^a$, $q = x^b$, $r = x^c$

$$\therefore \left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$$

$$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^c \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^a \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^b$$

$$= x^{(a-b)c} \times x^{(b-c)a} \times x^{(c-a)b}$$

$$= x^{ac - bc + ab - ac + bc - ab}$$

$$= x^0$$

$$= 1 \text{ (Ans.)}$$

খ সূজনশীল ৪(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

গ $\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{1}{ab}} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{\frac{1}{ca}} \times \sqrt{x^{-1}y} \times \sqrt{y^{-1}z} \times \sqrt{z^{-1}x}$

$$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} \times \sqrt{\frac{y}{x}} \times \sqrt{\frac{z}{y}} \times \sqrt{\frac{x}{z}}$$

$$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}} \times \sqrt{\frac{xyz}{xyz}}$$



MWYZ (AveWkAk)

$$\begin{aligned} &= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}} \times 1 \\ &= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}} \\ &= x^{\frac{ca-bc+ab-ca+bc-ab}{abc}} \\ &= x^0 \\ &= 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২২ A = 4^{2p+1}, B = $\frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}$, C = $\frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$, D = 3^x + 3^{1-x}.

[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর □ প্রশ্ন নং ৩]

- ক. A = 128 হলে P এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, B ÷ C = $\frac{1}{25}$ । ৪
গ. D = 4 হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৩ p = $\frac{x^a}{x^b}$, q = $\frac{x^b}{x^c}$ এবং r = $\frac{x^c}{x^a}$ হলে-

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. p^c × q^a × r^b এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. (p^{a+b}) × (q^{b+c}) ÷ 3(r¹)^{a+c} এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, p^{a+b-c} × q^{b+c-a} × r^{c+a-b} = 1 ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে, p = $\frac{x^a}{x^b}$, q = $\frac{x^b}{x^c}$ এবং r = $\frac{x^c}{x^a}$

$$\begin{aligned} \therefore & (p^{a+b}) \times (q^{b+c}) \div 3(r^1)^{a+c} \\ &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \div 3\left(\frac{1}{r}\right)^{a+c} \\ &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \div 3\left(\frac{x^a}{x^c}\right)^{a+c} \\ &= (x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} \div 3(x^{a-c})^{a+c} \\ &= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \div 3x^{a^2-c^2} \\ &= x^{a^2-b^2+b^2-c^2} \div 3x^{a^2-c^2} \\ &= x^{a^2-c^2} \div 3x^{a^2-c^2} \\ &= \frac{x^{a^2-c^2}}{3x^{a^2-c^2}} \\ &= \frac{1}{3} x^{a^2-c^2-a^2+c^2} \\ &= \frac{1}{3} x^0 \\ &= \frac{1}{3} \times 1 \\ &= \frac{1}{3} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ বামপক্ষ, p^{a+b-c} × q^{b+c-a} × r^{c+a-b}

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b} \\ &= (x^{a-b})^{a+b-c} \times (x^{b-c})^{b+c-a} \times (x^{c-a})^{c+a-b} \\ &= x^{(a-b)(a+b-c)} \times x^{(b-c)(b+c-a)} \times x^{(c-a)(c+a-b)} \\ &= x^{(a-b)(a+b)-(a-b)c} \times x^{(b-c)(b+c)-(b-c)a} \times x^{(c-a)(c+a)-(c-a)b} \\ &= x^{a^2-b^2-ac+bc} \times x^{b^2-c^2-ab+ac} \times x^{c^2-a^2-bc+ab} \\ &= x^{a^2-b^2-ac+bc+b^2-c^2-ab+ac+c^2-a^2-bc+ab} \\ &= x^0 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore & p^{a+b-c} \times q^{b+c-a} \times r^{c+a-b} = 1 \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৪ x = $\frac{1}{2}$, y = 3, z = 2, w = 10 এবং M = $\sqrt{\frac{ab}{x^a}} \times \sqrt{\frac{bc}{x^b}} \times \sqrt{\frac{ca}{x^c}}$

[শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, M + $\sqrt[3]{64} = 5$ ৪
গ. দেখাও যে, $\frac{x \log_w y^3 + y \log_w z - x \log_w w^3}{\log_w 1.2} = \frac{3}{2}$ ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$
= $\frac{2^{n+1} \cdot 2^3 - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2-1}}$
= $\frac{8 \cdot 2^{n+1} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+1}}$
= $\frac{2^{n+1}(8-4)}{2^{n+1}}$
= 8 - 4 = 4 (Ans.)

খ দেওয়া আছে, M = $\sqrt{\frac{ab}{x^a}} \times \sqrt{\frac{bc}{x^b}} \times \sqrt{\frac{ca}{x^c}}$
= $\sqrt{\frac{ab}{x^{a-b}} \times \frac{bc}{x^{b-c}} \times \frac{ca}{x^{c-a}}}$
= $x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}}$
= $x^{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} \cdot x^{\frac{1}{c}-\frac{1}{b}} \cdot x^{\frac{1}{a}-\frac{1}{c}}$
= $x^{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}-\frac{1}{c}}$
= x⁰ = 1

এখন,

বামপক্ষ = M + $\sqrt[3]{64}$
= 1 + $\sqrt[3]{4^3}$
= 1 + 4
= 5
= ডানপক্ষ

∴ M + $\sqrt[3]{64} = 5$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, x = $\frac{1}{2}$, y = 3, z = 2, w = 10

আবার, বামপক্ষ = $\frac{x \log_w y^3 + y \log_w z - x \log_w w^3}{\log_w 1.2}$
= $\frac{\frac{1}{2} \log_{10} 3^3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{1}{2} \log_{10} 10^3}{\log_{10} 1.2}$ [মান বসিয়ে]
= $\frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} \sqrt{4} - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 1.2}$
= $\frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 4^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 1.2}$
= $\frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + \frac{3}{2} \log_{10} 4 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 1.2}$
= $\frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - \log_{10} 10)}{\log_{10} 1.2}$



$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} \left(\frac{3 \times 4}{10} \right)}{\log_{10} 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 1.2}{\log_{10} 1.2} \\ &= \frac{3}{2} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x \log_w y^3 + y \log_w z - x \log_w w^3}{\log_w 1.2} = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ২৫ p = $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$ (x > 0, y > 0, z > 0)

$$q = \frac{3^{y+1}}{(3^y)^{y-1}} \div \frac{9^{y+1}}{(3^{y-1})^{y+1}} \times \sqrt{81}$$

$$\text{এবং } r = \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} \div 4$$

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ২]

ক. p এর মান বের কর। ২

খ. q এর মান বের কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, log (pqr) = 0 ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $p = \sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$

$$\begin{aligned} &= (x^{-1}y)^{\frac{1}{2}} \cdot (y^{-1}z)^{\frac{1}{2}} \cdot (z^{-1}x)^{\frac{1}{2}} \\ &= (x^{-1}y \cdot y^{-1}z \cdot z^{-1}x)^{\frac{1}{2}} \\ &= (x^{-1+1} \cdot y^{1-1} \cdot z^{1-1})^{\frac{1}{2}} \\ &= (x^0 \cdot y^0 \cdot z^0)^{\frac{1}{2}} \\ &= (1 \times 1 \times 1)^{\frac{1}{2}} = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $q = \frac{3^{y+1}}{(3^y)^{y-1}} \div \frac{9^{y+1}}{(3^{y-1})^{y+1}} \times \sqrt{81}$

$$\begin{aligned} &= \frac{3^{y+1}}{3^{y^2-y}} \div \frac{(3^2)^{y+1}}{3^{(y-1)(y+1)}} \times \sqrt{81} \\ &= \frac{3^{y+1}}{3^{y^2-y}} \div \frac{3^{2y+2}}{3^{y^2-1}} \times 9 \\ &= 3^{y+1-y^2+y} \div 3^{2y+2-y^2+1} \times 9 \\ &= 3^{2y-y^2+1} \div 3^{2y-y^2+3} \times 3^2 \\ &= 3^{(2y-y^2+1)-(2y-y^2+3)+2} \\ &= 3^{2y-y^2+1-2y+y^2-3+2} \\ &= 3^0 = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $r = \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} \div 4$

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^n \cdot \frac{1}{4}}{2^n - 2^n \cdot \frac{1}{2}} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^n \cdot \frac{1}{4}}{2^n \left(1 - \frac{1}{2} \right)} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{2^n (3 - 1)}{2^n \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{4} \\ &= 2 \times 2 \times \frac{1}{4} = 1 \end{aligned}$$

‘ক’ হতে পাই, p = 1

‘খ’ হতে পাই, q = 1

∴ log (pqr) = log (1 . 1 . 1) = log 1 = 0 (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ২৬ a = log_x (xyz), b = log_y (xyz) ও c = log_z (xyz)

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ২]

ক. log_{√5} 125 এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{x^{a-1}}{yz} + \frac{y^{b-1}}{zx} + \frac{z^{c-1}}{xy}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. log_{√5} 125 = log_{√5} 5³ = log_{√5} (√5)⁶

$$\begin{aligned} &= 6 \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} \\ &= 6 \cdot 1 = 6 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

a = log _x (xyz)	b = log _y (xyz)	এবং c = log _z (xyz)
∴ x ^a = xyz	∴ y ^b = xyz	∴ z ^c = xyz
বা, $\frac{x^a}{x} = yz$	বা, $\frac{y^b}{y} = xz$	বা, $\frac{z^c}{z} = xy$
∴ x ^{a-1} = yz	∴ y ^{b-1} = xz	∴ z ^{c-1} = xy
∴ $\frac{x^{a-1}}{yz} + \frac{y^{b-1}}{zx} + \frac{z^{c-1}}{xy} = \frac{yz}{yz} + \frac{zx}{zx} + \frac{xy}{xy}$		
= 1 + 1 + 1 = 3 (Ans.)		

গ. দেওয়া আছে, a = log_x (xyz)

বা, x^a = xyz

$$\therefore x = (xyz)^{\frac{1}{a}} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{একইভাবে, } y = (xyz)^{\frac{1}{b}} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } z = (xyz)^{\frac{1}{c}} \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

(i), (ii) ও (iii) গুণ করে পাই,

$$xyz = (xyz)^{\frac{1}{a}} \cdot (xyz)^{\frac{1}{b}} \cdot (xyz)^{\frac{1}{c}}$$

$$\text{বা, } xyz^1 = (xyz)^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$$

$$\text{বা, } 1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ২৭ (i) a = 2, b = 3 এবং c = 5

(ii) x = $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (ii) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b \log_{10} \sqrt{b} + b \log_{10} a - \log_{10} (ac\sqrt{ac})}{\log_{10} \left(\frac{ab}{c} \right)} \div \frac{3}{2} = 1$ ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$\text{বা, } x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$= 3 + 2\sqrt{3 \cdot 2} + 2$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3 \cdot \sqrt{2}} + (\sqrt{2})^2$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$



$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. এখন $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$ [‘ক’ থেকে প্রাপ্ত মান বসিয়ে]

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} \\ &= x^3 + \frac{1}{x^3} \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{3} \\ &= \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore \frac{x^6 + 1}{x^3} &= 18\sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3, c = 5$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } \frac{b \log_{10} \sqrt{b} + b \log_{10} a - \log_{10} (ac\sqrt{ac})}{\log_{10} \left(\frac{ab}{c}\right)} \\ &= \frac{3 \log_{10} \sqrt{3} + 3 \log_{10} 2 - \log_{10} (2 \times 5 \sqrt{2 \times 5})}{\log_{10} \left(\frac{2 \times 3}{5}\right)} \\ &= \frac{(\log_{10} 3^2 + \log_{10} 2^3 - \log_{10} \sqrt{2^3 \times 5^3}) \div \log_{10} 1.2}{\log_{10} 1.2} \\ \text{অতঃপর সৃজনশীল ২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।} \\ \therefore \frac{b \log_{10} \sqrt{b} + b \log_{10} a - \log_{10} (ac\sqrt{ac})}{\log_{10} \left(\frac{ab}{c}\right)} &\div \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \div \frac{3}{2} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৮ $p^2 - 1 = 7p, A = \frac{10}{9}, B = \frac{25}{24}, C = \frac{81}{80}$ এবং $x = 7, y = 2$ এবং $z = 3$

[বালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বালকাঠি □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $6\sqrt{6}$ এর 6 ভিত্তিক লগ কত? ২

খ. সরল কর : $x \log_{10} A - y \log_{10} B + z \log_{10} C$ 8

গ. $\frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{343}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned}\text{ক. } 6\sqrt{6} \text{ এর 6 ভিত্তিক লগ} &= \log_6 6\sqrt{6} \\ &= \log_6 (6)^{1 + \frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \log_6 6 \\ &= \frac{2+1}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \frac{10}{9}, B = \frac{25}{24}, C = \frac{81}{80}$

$$\begin{aligned}x = 7, y = 2 \text{ এবং } z = 3 \\ \text{এখন, } x \log_{10} A - y \log_{10} B + z \log_{10} C \\ &= \log_{10} A^x - \log_{10} B^y + \log_{10} C^z \\ &= \log_{10} \left(A^x \frac{1}{B^y} C^z\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \log_{10} \left\{ \frac{\left(\frac{10}{9}\right)^7 \cdot \left(\frac{81}{80}\right)^3}{\left(\frac{25}{24}\right)^2} \right\} \text{ [প্রদত্ত মানগুলো বসিয়ে]} \\ &= \log_{10} \left\{ \frac{\left(\frac{2 \times 5}{3^2}\right)^7 \cdot \left(\frac{3^4}{2^4 \cdot 5}\right)^3}{\left(\frac{5^2}{2^3 \cdot 3}\right)^2} \right\} \\ &= \log_{10} \frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \cdot \frac{3^{12}}{2^{12} \cdot 5^3} \\ &= \log_{10} \frac{5^4}{2^6 \cdot 3^2} \\ &= \log_{10} \frac{2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \\ &= \log_{10} 2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $p^2 - 1 = 7p \dots \dots (i)$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } \frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{343} \\ &= \frac{p(p^2 + 5)}{p^4 + 5p^2 - p^2 - 5} \times 7 \\ &= \frac{p(p^2 + 5)}{p^2(p^2 + 5) - 1(p^2 + 5)} \times 7 \\ &= \frac{p(p^2 + 5)}{(p^2 + 5)(p^2 - 1)} \times 7 \\ &= \frac{p}{p^2 - 1} \times 7 \\ &= \frac{p}{7p} \times 7 \text{ [(i) নং হতে]} \\ &= 1 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৯ $p = \sqrt{2} + 1, A = \log_{10} \sqrt{27}, B = \log_{10} 8, C = \log_{10} \sqrt{1000}$

◀ সমন্বিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[শহীদ পুলিশ স্মৃতি কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $m^4 - 7m^2 + 1$ ২

খ. দেখাও যে, $\left(1 - \frac{1}{p^{10}}\right) p^5 = 82$ 8

গ. প্রমাণ কর যে, $(A + B - C) \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$ 8

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned}\text{ক. } m^4 - 7m^2 + 1 \\ &= (m^2)^2 + 2m^2 + 1 - 9m^2 \\ &= (m^2 + 1)^2 - (3m)^2 \\ &= (m^2 + 1 + 3m)(m^2 + 1 - 3m) \\ &= (m^2 + 3m + 1)(m^2 - 3m + 1) \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. অধ্যায়-৩ এর সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৫১

$$\begin{aligned}\text{গ. দেওয়া আছে, } A = \log_{10} \sqrt{27} \\ B = \log_{10} 8 \\ C = \log_{10} \sqrt{1000} \\ \text{এখন, } (A + B - C) \div \log_{10} 1.2 \\ &= \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}\end{aligned}$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ৩০ যদি $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $d = 10$

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১]

ক. $\log_3 \sqrt{5832}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সরল কর : $\frac{c^{x+1}}{(c^x)^{x-1}} \div \frac{(5c)^{x+1}}{(c^{x+1})^{x-1}} \times \frac{1}{c^2}$ 8



গ. দেখাও যে, $(\log\sqrt{b^3} + \log a^3 - \log\sqrt{d^3}) \div \log \frac{a^2b}{d} = \frac{3}{2}$

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $5832 = 18^3 = \{(3\sqrt{2})^2\}^3 = (3\sqrt{2})^6$

$$\begin{aligned} \log_{3\sqrt{2}} 5832 &= \log_{3\sqrt{2}} (3\sqrt{2})^6 \\ &= 6 \log_{3\sqrt{2}} 3\sqrt{2} \\ &= 6.1 = 6 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. প্রদত্ত রাশি $= \frac{c^{x+1}}{(c^x)^{x-1}} \div \frac{(5c)^{x+1}}{(c^{x+1})^{x-1}} \times \frac{1}{c^{-2}}$
 $= \frac{5^{x+1}}{(5^x)^{x-1}} \div \frac{(5.5)^{x+1}}{(5^{x+1})^{x-1}} \times \frac{1}{5^{-2}}$ [মান বসিয়ে]
 $= \frac{5^{x+1}}{5^{x^2-x}} \div \frac{(5^2)^{x+1}}{5^{x^2-1}} \times 5^2$
 $= 5^{x+1-x^2+x} \div 5^{2x+2-x^2+1} \times 5^2$
 $= 5^{2x+1-x^2-(2x-x^2+3)+2}$
 $= 5^{2x+1-x^2-2x+x^2-3+2}$
 $= 5^0$
 $= 1 \text{ (Ans.)}$

গ. $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $d = 10$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= (\log\sqrt{b^3} + \log a^3 - \log\sqrt{d^3}) \div \log \frac{a^2b}{d} \\ &= (\log\sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log\sqrt{10^3}) \div \log \frac{2^2 \times 3}{10} \\ &= (\log\sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log\sqrt{2^3 \cdot 5^3}) \div \log 1.2 \end{aligned}$$

অতঃপর সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$$\therefore (\log\sqrt{b^3} + \log a^3 - \log\sqrt{d^3}) \div \log \frac{a^2b}{d} = \frac{3}{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৩১ যদি $p = 2, q = 3, s = 10$ এবং $M = \frac{5.2^p - 8.2^{p-1}}{2^p - 3.2^{p-2}}$,
SSC-পরিচালিত সেন্ট্রাল ইঞ্জি উত্তরপত্র-৪খ

ক. $p \log p + \log q$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\log\sqrt{q^3} + \log p^3 - \log\sqrt{s^3}}{\log \frac{p^2q}{s}} = \frac{3}{2}$ ৪

গ. সরল কর : $M \div N + \log_4 2$ ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩২ $x = 5 + 2\sqrt{6}$ এবং $P = \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{\frac{1}{pq}} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{\frac{1}{qr}} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{\frac{1}{rp}}$

◀সম্বন্ধিত অধ্যায় ৩ ও ৪

[ঢাকা ক্যান্টনমেন্ট গার্লস পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১]

ক. P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x^4} (x^8 - 1) = 3920\sqrt{6}$ ৪

গ. দেখাও যে, $x\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}} = 18\sqrt{3}$ ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. দেওয়া আছে, $x = 5 + 2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}} \\ &= \frac{5 - 2\sqrt{6}}{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})} \end{aligned}$$

৪

$$= \frac{5 - 2\sqrt{6}}{5^2 - (2\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{5 - 2\sqrt{6}}{25 - 24}$$

$$= 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10$$

$$\text{এবং } x - \frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$\therefore \frac{1}{x^4} (x^8 - 1) = \frac{x^8}{x^4} - \frac{1}{x^4}$$

$$= x^4 - \frac{1}{x^4}$$

$$= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\} \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (10^2 - 2) \cdot 10.4\sqrt{6}$$

$$= 98.40\sqrt{6}$$

$$= 3920\sqrt{6}$$

$$\therefore \frac{1}{x^4} (x^8 - 1) = 3920\sqrt{6} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. $x = 5 + 2\sqrt{6}$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{SSC-পরিচালিত সেন্ট্রাল ইঞ্জি উত্তরপত্র-৪খ}$$

$$= (\sqrt{x})^3 + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$$

$$= \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 - 3 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^3 - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3(2\sqrt{3})$$

$$= 8.3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$$

$$= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{3}$$

$$\therefore x\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}} = 18\sqrt{3} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৩৩ $a = 2, b = 3, c = 4, d = 5, Q = 7$ হলে,

[আহম্মদ উদ্দিন শাহ শিশু নিকেতন স্কুল ও কলেজ, গাইবান্ধা □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $d \log d - \log d^2$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $Q \log \frac{ad}{b^2} - a \log \frac{d^2}{a^3b} + b \log \frac{b^4}{c^3d}$ এর সরলীকরণ কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\frac{\log\sqrt{b^3} + \log a^3 - \log\sqrt{(ad)^3}}{\log a^2b - \log ad} = \frac{3}{2}$ ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $d \log d - \log d^2$

$$= 5 \log 5 - \log 5^2 \text{ [যেহেতু } d = 5]$$

$$= 5 \log 5 - 2 \log 5$$

$$= 3 \log 5 \text{ (Ans.)}$$



ক. $Q \log \frac{ad}{b^2} - a \log \frac{d^2}{a^3b} + b \log \frac{b^4}{c^2d}$

$$= 7 \log \frac{2 \times 5}{3^2} - 2 \log \frac{5^2}{2^3 \times 3} + 3 \log \frac{3^4}{4^2 \times 5}$$

$$= \log \left(\frac{2 \times 5}{3^2} \right)^7 - \log \left(\frac{5^2}{2^3 \times 3} \right)^2 + \log \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3$$

$$= \log \left\{ \left(\frac{2 \times 5}{3^2} \right)^7 \times \left(\frac{2^3 \times 3}{5^2} \right)^2 \times \left(\frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3 \right\}$$

$$= \log \left(\frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^6 \times 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3} \right)$$

$$= \log \left(\frac{2^{7+6} \times 3^{2+12} \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times 5^{4+3}} \right)$$

$$= \log \left(\frac{2^{13} \times 3^{14} \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times 5^7} \right)$$

$$= \log 2^{13-12}$$

$$= \log 2 \text{ (Ans.)}$$

গ. বামপক্ষ = $\frac{\log \sqrt{b^3} + \log a^3 - \log \sqrt{(ad)^3}}{\log a^2b - \log ad}$

$$= \frac{\log \sqrt{3^3} + \log 2^3 - \log \sqrt{(2 \times 5)^3}}{\log(2^2 \times 3) - \log(2 \times 5)}$$

$$= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 12 - \log 10}$$

$$= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log \frac{12}{10}}$$

$$= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 1.2}$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

প্রশ্ন ৩৪ $x^2 - \sqrt{8} - 3 = 0$ এবং $a = \sqrt[3]{8}$, $b = 3$, $c = \sqrt[3]{125}$

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, লালমনিরহাট □ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{625} \sqrt[3]{5} \cdot 25$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{1}{x^3} - x^{-7} \right) x^2 = 82$ ৪

গ. $\frac{\log \sqrt{b^3} - b \log \frac{1}{a} - \frac{b}{a} \log ca}{\log ab - \log c}$ এর মান কত? ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{625}$

$$= \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{5^4}$$

$$= 5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{4}{5}}$$

$$= 5^{1 + \frac{1}{2} + \frac{4}{5}}$$

$$= 5^{\frac{10+5+8}{10}}$$

$$= 5^{\frac{23}{10}}$$

এবং $\sqrt[3]{5} \cdot 25 = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^2 = 5^{\frac{1}{3} + 2} = 5^{\frac{7}{3}}$

এখন, $\log \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{625} \sqrt[3]{5} \cdot 25$

$$= \log \frac{23}{5^{10}} 5^{\frac{7}{3}}$$

$$= \frac{10}{23} \times \frac{23}{10} \log \frac{23}{5^{10}} 5^{\frac{7}{3}}$$

$$= \frac{10}{23} \times \log \frac{23}{5^{10}} (5^{\frac{7}{3}})^{\frac{23}{10}}$$

$$= \frac{10}{23} \times \log \frac{23}{5^{10}} (5^{10})^{\frac{7}{3}}$$

$$= \frac{10}{23} \times \frac{7}{3} \times \log \frac{23}{5^{10}} 5^{\frac{70}{3}}$$

$$= \frac{70}{69} \times 1 \quad [\square \log_a a = 1]$$

$$= \frac{70}{69} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{8} - 3 = 0$

বা, $x^2 = 3 + \sqrt{8}$

$$= 2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + (1)^2$$

$$= (\sqrt{2} + 1)^2$$

বা, $x = \sqrt{2} + 1$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1}$$

$$= \sqrt{2} - 1$$

সুতরাং $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}$

এবং $x - \frac{1}{x} = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2\sqrt{2})^2 - 2$$

$$= 8 - 2 = 6$$

এবং $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x} \right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} \right)$

$$= (2)^3 + 3 \cdot 2$$

$$= 8 + 6 = 14$$

এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3} \right) = 6 \times 14$

বা, $x^5 + x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} = 84$

বা, $x^5 - \frac{1}{x^3} + x - \frac{1}{x} = 84$

বা, $x^5 - \frac{1}{x^3} + 2 = 84$ [মান বসিয়ে]

বা, $x^5 - \frac{1}{x^3} = 82$

বা, $\left(x^3 - \frac{1}{x} \right) x^2 = 82$

$\therefore \left(\frac{1}{x^3} - x^{-7} \right) x^2 = 82$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $a = \sqrt[3]{8} = 2$, $b = 3$ এবং $c = \sqrt[3]{125} = 5$

$\frac{\log \sqrt{b^3} - b \log \frac{1}{a} - \frac{b}{a} \log (ca)}{\log (ab) - \log c}$

এখন, $\frac{\log \sqrt{3^3} - 3 \log \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \log (5 \times 2)}{\log (2 \times 3) - \log 5}$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{\log (3^3)^{\frac{1}{2}} - 3 \log \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3}{2} \log 3 - \frac{3}{2} \log \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \log 10}{\log \frac{6}{5}} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log \left(3 \div \frac{1}{4} \div 10 \right)}{\log 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log \left(3 \times 4 \times \frac{1}{10} \right)}{\log 1.2} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \log 1.2}{\log 1.2} \\ &= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৫ $A = \frac{4^{m+1}}{(4^m)^{m-1}}, B = \frac{16^{m+1}}{(4^{m-1})^{m+1}}, C = \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \frac{1}{8} - \log_{10} \sqrt{1000}$

[বুড়িচং আনন্দ পাইলট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. 0.00458 এর সাধারণ লগ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২
 খ. $A \div B \times 4^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. দেখাও যে, $\left(C \div \log_{10} \frac{6}{5} \right) \times \frac{2}{3} = 1$ ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $0.00458 = 4.58 \times 10^{-3}$
 \therefore সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক - 3 বা $\bar{3}$. (Ans.)
 ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,
AC **log** **0.00458** **=** -2.3391
 $= -3 + 0.6609$
 \therefore সংখ্যাটির সাধারণ লগের অংশক 0.6609 (Ans.)

খ $A \div B \times 4^2$ SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-৪ঘ
 $= \frac{4^{m+1}}{4^{m(m-1)}} \div \frac{16^{m+1}}{(4^{m-1})^{m+1}} \times 4^2$ [মান বসিয়ে]
 $= \frac{4^{m+1}}{4^{m^2-m}} \times \frac{4^{(m-1)(m+1)}}{4^{2m+1}} \times 4^2$
 $= 4^{m+1-m^2+m} \times 4^{m^2-1-2m-2} \times 4^2$
 $= 4^{2m+1-m^2+m^2-3-2m+2}$
 $= 4^0$
 $= 1$ (Ans.)

গ $\text{প্রদত্ত রাশি} = \left(C \div \log_{10} \frac{6}{5} \right) \times \frac{2}{3}$
 $= \left\{ \left(\log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \frac{1}{8} - \log_{10} \sqrt{1000} \right) \div \log_{10} \frac{6}{5} \right\} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} \frac{6}{5}} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{\log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} (10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} 1.2} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} 10^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} (3 \times 2^2) - 1} \times \frac{2}{3}$ [□ $\log_{10} 10 = 1$]
 $= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - \log_{10} 10)}{\log_{10} 3 + \log_{10} 2^2 - 1} \times \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{3}{2} \times (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{(\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1 \\ \therefore \left(C \div \log_{10} \frac{6}{5} \right) \times \frac{2}{3} &= 1 \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৬ $A = 4^{2p+1}, B = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}, C = \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}, D = 3^x + 3^{1-x}$.

[হাজীগঞ্জ সরকারি মডেল পাইলট হাই স্কুল এন্ড কলেজ, চাঁদপুর □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $A = 128$ হলে, P এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $B \div C = \frac{1}{25}$. ৪
 গ. $D = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ $P = \frac{4^a}{4^b}, Q = \frac{4^b}{4^c}, R = \frac{4^c}{4^a}$

[টাইগারপাস বহুমুখী উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ২]

- ক. $\log_4 P = 0$ হলে, দেখাও যে, $a = b$ । ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt[ab]{P} \cdot \sqrt[bc]{Q} \cdot \sqrt[ca]{R} = 1$ ৪
 গ. $(a^2 + ab + b^2) \log_4 P + (b^2 + bc + c^2) \log_4 Q + (c^2 + ca + a^2) \log_4 R$
 এর মান নির্ণয় কর। ৪

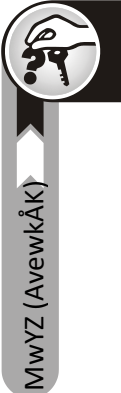
৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = \frac{4^a}{4^b}$ এবং $\log_4 P = 0$
 $\therefore \log_4 \frac{4^a}{4^b} = 0$
 $\Rightarrow \log_4 4^{(a-b)} = 0$
 $\Rightarrow (a-b) \times 1 = 0$
 $\therefore a = b$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $P = \frac{4^a}{4^b}, Q = \frac{4^b}{4^c}, R = \frac{4^c}{4^a}$
 $\therefore \sqrt[ab]{P} \cdot \sqrt[bc]{Q} \cdot \sqrt[ca]{R} = \sqrt[ab]{\frac{4^a}{4^b}} \cdot \sqrt[bc]{\frac{4^b}{4^c}} \cdot \sqrt[ca]{\frac{4^c}{4^a}}$
 $= (4^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (4^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (4^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$
 $= 4^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$
 $= 4^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}}$
 $= 4^{\frac{0}{abc}}$
 $= 4^0$
 $= 1$
 $\therefore \sqrt[ab]{P} \cdot \sqrt[bc]{Q} \cdot \sqrt[ca]{R} = 1$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $P = \frac{4^a}{4^b}, Q = \frac{4^b}{4^c}, R = \frac{4^c}{4^a}$

এখন $(a^2 + ab + b^2) \log_4 P = (a^2 + ab + b^2) \log_4 \frac{4^a}{4^b}$
 $= (a^2 + ab + b^2) \log_4 4^{(a-b)}$
 $= (a-b) (a^2 + ab + b^2) \times 1$
 $= (a^3 - b^3)$
 অনুরূপভাবে, $(b^2 + bc + c^2) \log_4 Q = b^3 - c^3$
 এবং $(c^2 + ca + a^2) \log_4 R = c^3 - a^3$
 $\therefore (a^2 + ab + b^2) \log_4 P + (b^2 + bc + c^2) \log_4 Q + (c^2 + ca + a^2) \log_4 R$
 $= a^3 - b^3 + b^3 - c^3 + c^3 - a^3$



= 0 (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩৮ $N = \log\sqrt{27} - \log\frac{1}{8} - \log\sqrt{1000}$

$$M = \log\frac{6}{5}, P = \frac{4^{n+3} - 8 \cdot 2^{2n+1}}{4^{n+2} \div 8}, Q = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}}$$

[কাজেম আলী স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ২]

ক. 0.9231 কে বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর। ২

খ. $(N \div M)$ এর মান নির্ণয় কর। 8গ. $(P \div Q)$ এর মান নির্ণয় কর। 8**৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. $0.9231 = \frac{0.9231 \times 10}{10} = 9.231 \times 10^{-1}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $N = \log\sqrt{27} - \log\frac{1}{8} - \log\sqrt{1000}$
 $= \log\sqrt{27} - \log 8^{-1} - \log\sqrt{1000}$
 $= \log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{1000}$

এবং $M = \log\frac{6}{5} = \log 1.2$

$$\therefore N \div M = \frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{1000}}{\log 1.2}$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫

গ. দেওয়া আছে, $P = \frac{4^{n+3} - 8 \cdot 2^{2n+1}}{4^{n+2} \div 8}$
 $= \frac{4^n \cdot 4^3 - 8 \cdot 2^{2n} \cdot 2^1}{4^n \cdot 4^2 \div 2^3}$
 $= \frac{64 \cdot 4^n - 16 \cdot 4^n}{4^n \cdot 2^4 \div 2^3}$
 $= \frac{(64 - 16)4^n}{4^n \cdot 2^{4-3}}$
 $= \frac{48 \cdot 4^{n-n}}{2}$
 $= 24 \cdot 4^0 = 24$ [□ $n^0 = 1$]

আবার, $Q = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}} = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}}$

$$= \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - \frac{3}{2} \cdot 2^n} = \frac{5 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^n}{2^n - \frac{3}{4} \cdot 2^n}$$

$$= \frac{2^n}{2^n \left(1 - \frac{3}{4}\right)} = \frac{2^n}{2^n \left(\frac{4-3}{4}\right)}$$

$$= \frac{2^{n-n}}{\frac{1}{4}} = 2^0 \times \frac{4}{1} = 4$$

$$\therefore P \div Q = 24 \div 4 = 6$$

$$\therefore P \div Q = 6 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৯ $L = \frac{(\sqrt[3]{27})^{n+2} - \sqrt{81} \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}, M = \frac{49^{m+1}}{(7^{m+1})^{m-1}} \div \frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}}$ এবং

$N = \sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}}$ [কিশোরী মোহন বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অঙ্গুল নির্ণয় কর। ২খ. $N = 3$ হলে দেখাও যে, $\log_k(p+q) = \log_k 3 + \frac{1}{2}(\log_k p + \log_k q)$ 8গ. প্রমাণ কর যে, $49L = 12M$ 8**৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$
 $= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \dots$

$$= \log 3 + 2 \log 3 + 3 \log 3 + \dots$$

ধারাটির সাধারণ অঙ্গুল $= (2 \log 3 - \log 3)$
 $= \log 3$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $N = \sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}}$ এবং $N = 3$

$$\therefore \sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{p+q}{\sqrt{pq}} = 3$$

$$\Rightarrow p+q = 3\sqrt{pq}$$

$$\Rightarrow \log_k(p+q) = \log_k(3\sqrt{pq}) \text{ [উভয়পক্ষে k ভিত্তিক log নিয়ে]}$$

$$\Rightarrow \log_k(p+q) = \log_k 3 + \log_k \sqrt{p} + \log_k \sqrt{q}$$

$$\Rightarrow \log_k(p+q) = \log_k 3 + \frac{1}{2} \log_k p + \frac{1}{2} \log_k q$$

$$\therefore \log_k(p+q) = \log_k 3 + \frac{1}{2}(\log_k p + \log_k q) \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $L = \frac{(\sqrt[3]{27})^{n+2} - \sqrt{81} \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$

$$= \frac{\{(3^3)^{\frac{1}{3}}\}^{n+2} - 9 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$$

$$= \frac{3^{n+2} - 3^2 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$$

$$= \frac{3^{n+2} - 3^n}{3^n(1 - 3^{-1})}$$

$$= \frac{3^n(3^2 - 1)}{3^n \left(1 - \frac{1}{3}\right)}$$

$$= \frac{9-1}{3-1} = \frac{24}{2} = 12$$

এবং $M = \frac{49^{m+1}}{(7^{m+1})^{m-1}} \div \frac{7^{m+1}}{(7^m)^{m-1}}$

$$= \frac{(7^2)^{m+1}}{7^{m^2-1}} \div \frac{7^{m+1}}{7^{m^2-m}}$$

$$= \frac{7^{2m+2}}{7^{m^2-1}} \times \frac{7^{m^2-m}}{7^{m+1}}$$

$$= \frac{7^{2m+2+m^2-m}}{7^{m^2-1+m+1}}$$

$$= \frac{7^{m^2+m+2}}{7^{m^2+m}}$$

$$= 7^{m^2+m+2-m^2-m}$$

$$= 7^2 = 49$$

$$\therefore \frac{M}{L} = \frac{49}{12}$$

বা, $49L = 12M$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৪০ $a = 2, b = 3$ এবং $c = 5$

[বি.এম. স্কুল, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ২]

ক. $\frac{b^{n+3} - 5b^{n+1}}{b^{n+2} \div b} = \text{কত?}$ ২

খ. $\frac{a^{n+1} \times b^{2n-m} \times c^{m+n} \times (ab)^m}{(ab)^n \times (ac)^{m+2} \times (bc)^n}$ এর মান কত? 8

গ. $\frac{\log \sqrt{b^3} + \log a^3 - \log \sqrt{(ac)^3}}{\log a^2 b - \log ac}$ 8



৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

কি $\frac{b^{n+3} - 5b^{n+1}}{b^{n+2} \div b}$
 $= \frac{3^{n+3} - 5 \cdot 3^{n+1}}{3^{n+2} \div 3}$ [∵ b = 3]
 $= \frac{3^n \cdot 3^3 - 5 \cdot 3^n \cdot 3}{3^{n+2-1}}$
 $= \frac{3^n(27 - 15)}{3^n \cdot 3}$
 $= \frac{12}{3} = 4$ (Ans.)

কি দেওয়া আছে, a = 2, b = 3, c = 5
 এখন, $\frac{a^{n+1} \times b^{2n-m} \times c^{m+n} \times (ab)^m}{(ab)^n \times (ac)^{m+2} \times (bc)^n}$
 $= \frac{2^{n+1} \times 3^{2n-m} \times 5^{m+n} \times 2^m \cdot 3^m}{2^n \cdot 3^n \times 2^{m+2} \cdot 5^{m+2} \times 3^n \cdot 5^n}$

$$= 2^{n+1+m-n-m-2} \times 3^{2n-m+n-n-n} \times 5^{m+n-m-2-n}$$

$$= 2^{-1} \times 3^0 \times 5^{-2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{50}$$
 (Ans.)

গি দেওয়া আছে, a = 2, b = 3, c = 5

এখন, $\frac{\log \sqrt{b^3 + \log a^3} - \log \sqrt{(ac)^3}}{\log a^2b - \log ac}$
 $= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 12 - \log 10}$ [a, b, c এর মান বসিয়ে]
 $= \frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{1000}}{\log 1.2}$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৪.২ এর উদাহরণ-১০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৮৫।

