



ci pV%eS gOY ^UcEi cEAGv
cYE mgab AaAnivwK ^I qvnGQ %aGvAbyx b Ki G Zy %AaAqW ^K hKvEvnRokx i FbjifK
cE? mgab jvLQ cv G mnRE

প্রশ্ন ১ ΔPQR এর ∠Q = এক সমকোণ এবং PR বাহুর মধ্যবিন্দু M.

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৬]

- ক. PR = 10 সে.মি., QR = 8 সে.মি. হলে PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, PQ ও QR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N এর সংযোজক রেখাংশ MN এর দৈর্ঘ্য, PR এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, QM = MR = PM. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔPQR এর ∠Q = এক সমকোণ
সুতরাং PR অতিভুজ
পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

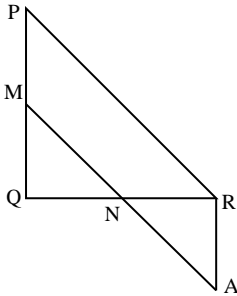
$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\therefore PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

$$\therefore PQ = 6 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

খ



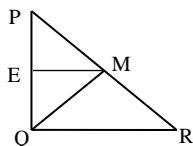
বিশেষ নির্বচন: মনে করি, QPR ত্রিভুজে M ও N যথাক্রমে QP ও QR বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2} PR$.

অঙ্কন: M ও N যোগ করে বর্ধিত করি যেন $MN = NA$ হয়। R, A যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

- (১) ΔQMN ও ΔANR-এ
- | | |
|-------------|-------------------|
| QN = NR | [দেওয়া আছে] |
| MN = NA | [অঙ্কনানুসারে] |
| ∠MNQ = ∠RNA | [বিক্রান্তীপ কোণ] |
- ∴ ΔQMN ≅ ΔANR [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
- ∴ ∠QMN = ∠RAN এবং ∠QNM = ∠NRA [একান্তুর কোণ]
- ∴ QM ∥ RA বা QP ∥ RA
- আবার, PM = QM = RA
- এবং PM ∥ RA
- সুতরাং PMAR একটি সামান্তরিক।
- (২) আবার, MA = PR
- বা, MN + NA = PR
- বা, MN + MN = PR
- বা, 2MN = PR
- ∴ $MN = \frac{1}{2} PR$ (প্রমাণিত)

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔPQR-এ ∠Q = এক সমকোণ এবং M, অতিভুজ PR-এর মধ্যবিন্দু। Q, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, QM = MR = PM

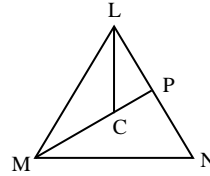


অঙ্কন: PQ -এর মধ্যবিন্দু E নিই এবং M, E যোগ করি।

প্রমাণ: **যথার্থতা**

- ধাপ-১. ΔPQR -এর E এবং M যথাক্রমে [অঙ্কন এবং কল্পনানুসারে]
PQ এবং PR -এর মধ্যবিন্দু।
- ∴ ME ∥ QR. [∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সামান্তরাল] [কল্পনা]
- ∴ ∠PEM = অনুরূপ ∠EQR = এক সমকোণ [কল্পনা]
- ধাপ-২. এখন, ΔPEM এবং ΔQEM -এর মধ্যে
- | | |
|---------|-----------------------|
| PE = QE | [E, PQ-এর মধ্যবিন্দু] |
| ME = ME | [সাধারণ বাহু] |
- এবং অসম্পর্কিত ∠PEM = অসম্পর্কিত ∠QEM [∵ প্রত্যেকে সমকোণ]
- ∴ ΔPEM ≅ ΔQEM
- ∴ PM = QM
- অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, QM = MR.
- ∴ QM = MR = PM (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২ চিত্রে LM = MN এবং ∠LMN এর সমদ্বিখন্ডক MP রেখাংশ LN কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

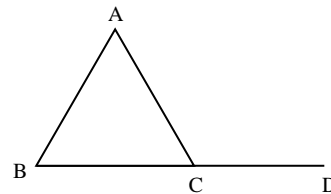


[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৫]

- ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের চিত্র এঁকে যে কোনো একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $MN + LN > LC + MC$. ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $MP \perp LN$. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

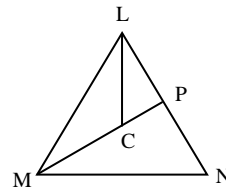
ক



চিত্রে, ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ কোণ ∠ACD উৎপন্ন হয়। সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60°। আবার, ∠ACD + ∠ACB = 180°

∴ ∠ACD = 180° - 60° = 120° (Ans.)

খ **বিশেষ নির্বচন:** প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী NLM একটি ত্রিভুজ। ∠LMN এর সমদ্বিখন্ডক MP রেখাংশ LN কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। LC রেখাংশ MP কে C বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $MN + LN > LC + MC$



প্রমাণ: ধাপ

- (১) ΔNMP -এ $MN + NP > PM$
বা, $MN + NP > CM + CP \dots\dots (i)$

- (২) আবার ΔLCP -এ, $CP + LP > CL \dots\dots\dots (ii)$

- (৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$MN + NP + CP + LP > CM + CP + CL$$

বা, $MN + NL + CP > CM + CP + CL$ [$\square NP + LP = NL$]

$\therefore MN + LN > LC + MC$ [উভয় পক্ষ হতে CP বাদ দিয়ে] (প্রমাণিত)

গ মনে করি, ΔLMN -এ

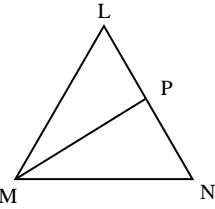
$$LM = MN \text{ এবং}$$

$\angle LMN$ এর সমদ্বিখন্ডক MP

রেখাংশ LN কে P বিন্দুতে ছেদ করে।

অর্থাৎ $\angle LMP = \angle NMP$

প্রমাণ করতে হবে যে, $MP \perp LN$



প্রমাণ:

ΔLMP এবং ΔNMP -এ

$$LM = MN \text{ [প্রদত্ত]}$$

$$MP = MP \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

$$\text{অনুভূক্ত } \angle LMP = \text{অনুভূক্ত } \angle NMP$$

$$\text{সুতরাং } \Delta LMP \cong \Delta NMP$$

$$\therefore \angle MPL = \angle MPN$$

$$\therefore \angle MPL = \angle MPN = 1 \text{ সমকোণ}$$

সুতরাং $MP \perp LN$ (প্রমাণিত)

যথার্থতা

[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

যেহেতু কোণ দুটি সন্নিহিত কোণ

এবং তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ

বা এক সরলকোণ।

প্রশ্ন ৩ ΔPQR এর PR বাহুর মধ্যবিন্দু S .

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. যদি $\angle PQR = 90^\circ$ এবং QR এর উপর একটি বিন্দু S হয়, প্রমাণ কর
যে, $PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ + QR > 2QS$. ৪

গ. যদি QP কে M পর্যন্ত এবং QR কে N পর্যন্ত বর্ধিত করা হয় এবং
 $\angle MPR$ ও $\angle NRP$ কোণের সমদ্বিখন্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে
প্রমাণ কর যে, $\angle POR = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle Q$. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔPQR এর $\angle PQR = 90^\circ$ এবং QR এর উপর একটি বিন্দু S ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$

অঙ্কন: P, S যোগ করি।

প্রমাণ: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$\Delta PQR \text{ হতে, } PQ^2 + QR^2 = PR^2$$

$$\text{বা, } PQ^2 = PR^2 - QR^2 \dots\dots\dots (i)$$

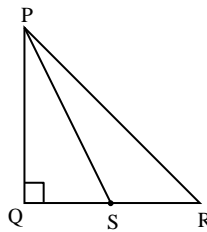
$$\text{আবার, } \Delta PQS \text{ হতে, } PQ^2 + QS^2 = PS^2$$

$$\text{বা, } PQ^2 = PS^2 - QS^2 \dots\dots\dots (ii)$$

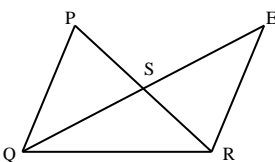
(i) ও (ii) হতে পাই,

$$PR^2 - QR^2 = PS^2 - QS^2$$

বা, $PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$ (প্রমাণিত)



এ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPQR এর PR বাহুর মধ্যবিন্দু S । Q, S যোগ
করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + QR > 2QS$.

অংকন: QS কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $SE = QS$ হয়। R, E যোগ
করি।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔPQS এবং ΔSER -এ

$$PS = SR$$

[S, PR এর মধ্যবিন্দু]

$$QS = SE$$

[অঙ্কনানুসারে]

$$\text{এবং অনুভূক্ত } \angle QSP = \text{অনুভূক্ত } \angle ES R$$

[বিপ্রতীপ কোণ]

$$\therefore \Delta PQS \cong \Delta SER$$

[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$$\text{সুতরাং } PQ = RE$$

- (২) আবার, ΔQER -এ,

[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি

$$QR + RE > QE$$

তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $QR + PQ > QS + SE$

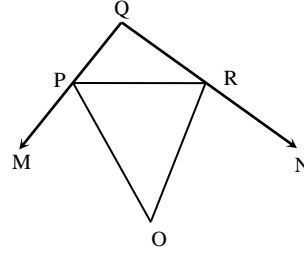
[ধাপ (১) থেকে]

বা, $PQ + QR > QS + QS$

[অঙ্কনানুসারে]

$\therefore PQ + QR > 2QS$ (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: ΔQPR -এর QP বাহুকে M পর্যন্ত এবং QR বাহুকে N পর্যন্ত
বর্ধিত করায় P এবং R বিন্দুতে দুইটি বহিঃস্থকোণ যথাক্রমে $\angle MPR$ এবং
 $\angle NRP$ উৎপন্ন হয়েছে। এখন, $\angle MPR$ এর সমদ্বিখন্ডক PO এবং $\angle NRP$ এর
সমদ্বিখন্ডক RO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POR = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle Q$.

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔQPR -এ

$$\angle Q + \angle P + \angle R = 180^\circ$$

[ত্রিভুজের তিন কোণের

সমষ্টি 2 সমকোণ]

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \angle Q + \frac{1}{2} \angle P + \frac{1}{2} \angle R = 90^\circ \dots\dots\dots (i)$$

- (২) আবার, ΔPOR -এ

$$\angle POR + \angle OPR + \angle ORP = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle POR + \frac{1}{2} \angle MPR + \frac{1}{2} \angle NRP = 180^\circ$$

[$\therefore PO$ এবং RO যথাক্রমে $\angle MPR$ ও $\angle NRP$ এর সমদ্বিখন্ডক]

$$\text{বা, } \angle POR + \frac{1}{2} (180^\circ - \angle P) + \frac{1}{2} (180^\circ - \angle R) = 180^\circ$$

[$\therefore \angle RPM, \angle P$ -এর এবং $\angle PRN, \angle R$ -এর সম্পূরক কোণ]

$$\text{বা, } \angle POR + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle P + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle POR = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P + \frac{1}{2} \angle R + \frac{1}{2} \angle Q - \frac{1}{2} \angle Q$$

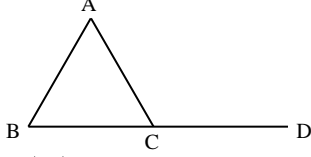
$$\therefore \angle POR = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle Q \text{ [(i) নং হতে] (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৪ ΔPQR এর PQ ও PR বাহুকে বর্ধিত করলে Q ও R বিন্দুতে যে
বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখন্ডক দুটি O বিন্দুতে মিলিত
হয়েছে। [বরিশাল বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. সমদ্বিবাহু $\triangle ABC$ এ $AB = AC$, $\angle BAC = 70^\circ$ এবং BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করলে $\angle ACD$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. QR বাহুর মধ্যবিন্দু M হলে, প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > 2PM$. ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $2\angle QOR = 180^\circ - \angle QPR$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

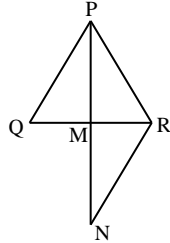
ক



দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB$
 এখানে, $\angle BAC = 70^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ$
 বা, $2\angle ABC = 110^\circ$
 বা, $\angle ABC = 55^\circ$
 এখন, $\triangle ABC$ -এর
 বহিঃ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$
 $= 55^\circ + 70^\circ = 125^\circ$ (Ans.)

খ

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle PQR$ -এর QR বাহুর মধ্যবিন্দু M । P, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + PR > 2PM$ ।
 অঙ্কন : PM কে N পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $MN = PM$ হয়। N, R যোগ করি।



যথার্থতা

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle PQM$ ও $\triangle NRM$ ত্রিভুজদ্বয় এ

$QM = MR$
 $PM = MN$
 এবং $\angle PMQ = \angle NMR$
 $\therefore \triangle PQM \cong \triangle NRM$
 $\therefore PQ = RN$

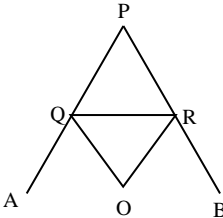
[M, QR এর মধ্যবিন্দু]
 [অঙ্কনানুসারে]
 [বিপ্রতীপ কোণ]
 [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

ধাপ-২: $\triangle PRN$ -এ
 $PR + RN > PN$

[ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
 [ধাপ-১]

বা, $PR + PQ > PN$
 বা, $PR + PQ > PM + MN$
 বা, $PQ + PR > PM + PM$
 $\therefore PQ + PR > 2PM$ (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle PQR$ এর PQ এবং PR বাহুকে যথাক্রমে A ও B বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করলে Q ও R বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃস্থ $\angle AQR$ এবং $\angle BRQ$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle QOR = 180^\circ - \angle QPR$ ।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle PQR$ -এ $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$

যথার্থতা

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

ধাপ-২: $\triangle PQR$ -এর বহিঃস্থ $\angle AQR = \angle P + \angle R$

[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অসংকুচ]

বা, $\frac{1}{2}\angle AQR = \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle R$

বিপরীত দুই কোণের সমষ্টির সমান]

বা, $\angle OQR = \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle R$

অনুরূপভাবে, $\angle ORQ = \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q$

ধাপ-৩: $\triangle QOR$ -এ

$\angle QOR + \angle OQR + \angle ORQ = 180^\circ$

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle R + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}\angle Q = 180^\circ$ [ধাপ-২ হতে পাই]

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2}(\angle P + \angle Q + \angle R) = 180^\circ$

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + \frac{1}{2} \times 180^\circ = 180^\circ$ [ধাপ-১ হতে]

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P + 90^\circ = 180^\circ$

বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle P = 180^\circ - 90^\circ$

বা, $\frac{2\angle QOR + \angle P}{2} = 90^\circ$

বা, $2\angle QOR + \angle P = 180^\circ$

বা, $2\angle QOR + \angle QPR = 180^\circ$

$\therefore 2\angle QOR = 180^\circ - \angle QPR$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৫

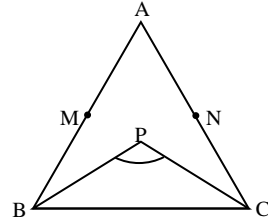
$\triangle ABC$ এর M ও N যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [সকল বোর্ড-২০১৮ প্রশ্ন নং ৪]
 ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2}BC$. ৪

গ. দেখাও যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

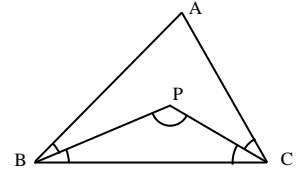


মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N । $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১২৯

গ

দেওয়া আছে, ত্রিভুজ ABC এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, BP এবং CP যথাক্রমে $\angle ABC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখন্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ।



যথার্থতা

প্রমাণ: ধাপ

(১) $\triangle ABC$ -এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [\therefore ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ$ [উভয় পক্ষকে ২ দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\therefore \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ (i)

(২) $\triangle BPC$ -এ, $\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180^\circ$

বা, $\angle BPC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$ [$\therefore BP$ এবং CP রেখা

যথাক্রমে $\angle B$ ও $\angle C$ -এর সমদ্বিখন্ডক]



বা, $\angle BPC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ$ [(i) নং হতে]

বা, $\angle BPC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

$\therefore \angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬ $\triangle ABC$ এর AB, BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R.

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৪]

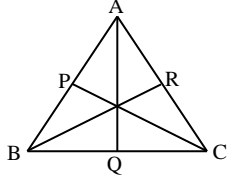
ক. মধ্যমাসহ ত্রিভুজটি একে দেখাও।

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AQ$

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ = \frac{1}{2} AC$.

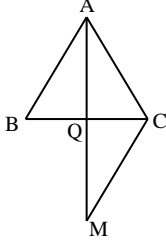
৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, $\triangle ABC$ এর AB, BC এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q ও R। A, Q; B, R এবং C, P যোগ করি। $\triangle ABC$ -এর তিনটি মধ্যমা AQ, BR ও CP।

খ



প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AQ$.

অঙ্কন: AQ কে M পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AQ = QM$ হয়। C, M যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) $\triangle ABQ$ ও $\triangle CQM$ এ

$BQ = CQ$

$AQ = QM$

এবং $\angle AQB = \angle CQM$

$\therefore \triangle ABQ \cong \triangle CQM$

সুতরাং $AB = CM$... (i)

(২) এখন, $\triangle ACM$ এ

$AC + CM > AM$

বা, $AC + AB > AQ + QM$

বা, $AB + AC > AQ + AQ$

$\therefore AB + AC > 2AQ$ (প্রমাণিত)

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১২৯

প্রশ্ন ৭ $\triangle PQR$ এ $PO \perp QR$, $PQ = PR = 5$ সে.মি. এবং $QO = 4$ সে.মি.।

[সিলেট বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৫]

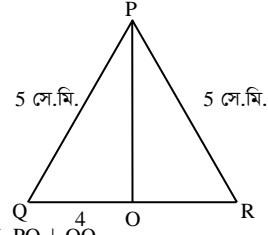
ক. PO এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $QO = \frac{1}{2} QR$.

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > 2PO$.

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



যেহেতু, $PO \perp OQ$

$\triangle POQ$ হতে $PQ^2 = PO^2 + OQ^2$

বা, $PO^2 = PQ^2 - OQ^2 = (5)^2 - (4)^2 = 25 - 16 = 9$

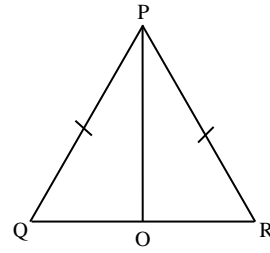
$\therefore PO = 3$ সে.মি.

খ

দেওয়া আছে,

PQR ত্রিভুজে $PO \perp QR$ এবং $PQ = PR$

প্রমাণ করতে হবে যে $QO = \frac{1}{2} QR$



প্রমাণ: ধাপ

(১) $\angle POQ = \angle POR = 90^\circ$ সমকোণ

(২) এখন, সমকোণী $\triangle POQ$ ও $\triangle PRO$ এর মধ্যে

অতিভুজ $PQ =$ অতিভুজ PR

$PO = PO$

$\therefore \triangle POQ \cong \triangle PRO$

$\therefore QO = OR$

(৩) $QO + OR = QR$

বা, $QO + QO = QR$

বা, $2QO = QR$

$\therefore QO = \frac{1}{2} QR$ (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল ৪(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ৮ $\triangle PQR$ এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T।

[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৪]

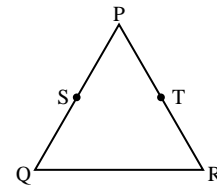
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অংকন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $ST = \frac{1}{2} QR$ ।

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ + QR > 2QT$ ।

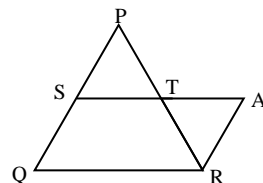
৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, $\triangle PQR$ এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T.

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, PQR ত্রিভুজে S ও T যথাক্রমে PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $ST = \frac{1}{2}QR$.

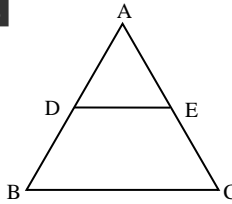
অংকন: S ও T যোগ করে বর্ধিত করি যেন $ST = TA$ হয়। R, A যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

- (১) ΔPST ও ΔATR -এ
- | | |
|---------------------------|----------------|
| PT = TR | [দেওয়া আছে] |
| ST = TA | [অঙ্কনানুসারে] |
| $\angle STP = \angle RTA$ | [বিপ্রতীপ কোণ] |
- $\therefore \Delta PST \cong \Delta ATR$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
- $\therefore \angle PST = \angle RAT$ [একান্তর কোণ]
- এবং $\angle TPS = \angle TRA$
- $\therefore PS \parallel AR$ বা, $PQ \parallel AR$
- আবার, $SP = SQ = AR$ এবং $SQ \parallel AR$
- $\therefore SQRA$ একটি সামান্তরিক।
- $\therefore SA \parallel QR$ বা, $ST \parallel QR$
- (২) আবার, $SA = QR$
- বা, $ST + TA = QR$
- বা, $ST + ST = QR$
- বা, $2ST = QR$
- $\therefore ST = \frac{1}{2}QR$ (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ৯



[রাজশাহী বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৪]

চিত্রে, ΔABC এর AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E।

- ক. 37° কোণের পূরক কোণ কত? ২
- খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $2DE = BC$ । ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $AB + BC > 2BE$ । ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,
দুটি কোণের সমষ্টি 90° হলে একটি কোণকে অপর কোণের পূরক কোণ বলে।
 $\therefore 37^\circ$ কোণের পূরক কোণ $= 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

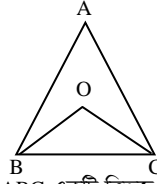
প্রশ্ন ১০ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ । ৪
- গ. যদি AB কে E পর্যন্ত এবং AC কে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হয় এবং $\angle EBC$ ও $\angle FCB$ কোণের সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ । ৪

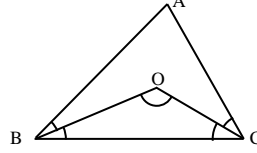
১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ



দেওয়া আছে,
ত্রিভুজ ABC এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অর্থাৎ, BO এবং CO যথাক্রমে $\angle ABC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔABC -এ
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ$ [উভয় পক্ষকে ২ দ্বারা ভাগ করে পাই]

$\therefore \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ (i)

(২) ΔBOC -এ
 $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$ [∵ BO এবং CO রেখা যথাক্রমে

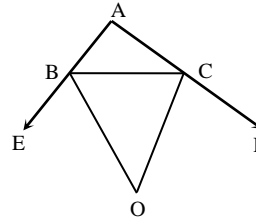
$\angle B$ ও $\angle C$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle BOC + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ$ [(i) নং হতে]

বা, $\angle BOC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: ΔABC -এর AB বাহুকে E পর্যন্ত এবং AC বাহুকে F পর্যন্ত বর্ধিত করায় B এবং C বিন্দুতে দুইটি বহিঃস্থকোণ যথাক্রমে $\angle EBC$ এবং $\angle FCB$ উৎপন্ন হয়েছে। এখন, $\angle EBC$ এর সমদ্বিখণ্ডক BO এবং $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔABC -এ
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ$ (i)

(২) আবার, ΔBOC -এ
 $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle EBC + \frac{1}{2}\angle FCB = 180^\circ$ [∵ BO এবং CO যথাক্রমে $\angle EBC$



ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

$$\text{বা, } \angle BOC + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) = 180^\circ$$

[$\therefore \angle CBE, \angle B$ -এর এবং $\angle BCF,$
 $\angle C$ -এর সম্পূরক কোণ]

$$\text{বা, } \angle BOC + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A - \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A \text{ [(i) নং হতে] (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১১ ABC একটি ত্রিভুজ। E এবং F যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু।

[সিলেট বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের দুইটি সূত্র লিখ। ২
- খ. উদ্দীপক অনুসারে প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}BC$ । ৪
- গ. যদি $\triangle ABC$ এর $\angle ABC =$ এক সমকোণ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $BF = \frac{1}{2}AC$ । ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের দুইটি সূত্র নিরূপণ:

ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা জানা থাকলে ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

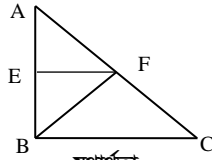
যেখানে, a, b, c ত্রিভুজের বাহুত্রয় এবং $s = \frac{a+b+c}{2}$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১২৯

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $\angle B =$ এক সমকোণ তাহলে F অতিভুজ AC-এর মধ্যবিন্দু। B, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$BF = \frac{1}{2}AC.$$

অঙ্কন: E, F যোগ করি।



প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) $\triangle ABC$ -এর E এবং F যথাক্রমে [অঙ্কন এবং কল্পনানুসারে]
AB এবং AC-এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore EF \parallel BC.$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর
সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।]

$\therefore \angle AEF =$ অনুরূপ $\angle EBC =$ এক সমকোণ [কল্পনা]

(২) এখন, $\triangle AEF$ এবং $\triangle BEF$ -এর মধ্যে
 $AE = BE$ [E, AB-এর মধ্যবিন্দু]

$EF = EF$ [সাধারণ বাহু]

এবং অসম্পর্কিত $\angle AEF =$ অসম্পর্কিত $\angle BEF$ [\therefore প্রত্যেকে সমকোণ]

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BEF$

$\therefore AF = BF$

(৩) কিন্তু $AF = \frac{1}{2}AC.$ [F, AC এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore BF = \frac{1}{2}AC.$ [ধাপ-২ থেকে] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ $\triangle PQR$ এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N এবং $PQ >$
PR

[যশোর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৪]

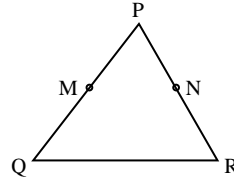
ক. তথ্যটির চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR.$ ৪

গ. $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে,
 $\angle PDQ$ স্থলকোণ। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

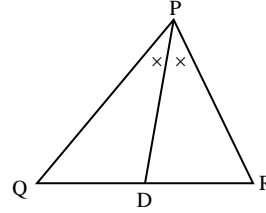


চিত্রে, PQR একটি ত্রিভুজ। ইহার PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N এবং $PQ > PR.$

খ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১২৯

গ



দেওয়া আছে, $\triangle PQR$ -এ $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D

বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PDQ$ স্থলকোণ।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) $\triangle PQR$ -এ $PQ > PR$

$$\therefore \angle R > \angle Q$$

[ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ, ক্ষুদ্রতর
বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]

$$\text{বা, } \angle R + \frac{1}{2}\angle P > \angle Q + \frac{1}{2}\angle P$$

[উভয়পক্ষে $\frac{1}{2}\angle P$ যোগ করে]

(২) আবার, $\triangle PRD$ -এ

$$\text{বহিঃস্থ } \angle PDQ = \text{অসম্পর্কিত বিপরীত } (\angle R + \frac{1}{2}\angle P)$$

(৩) এবং $\triangle PQD$ -এ

$$\text{বহিঃস্থ } \angle PDR = \text{অসম্পর্কিত বিপরীত } (\angle Q + \frac{1}{2}\angle P)$$

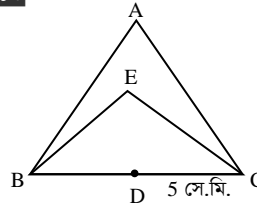
$$\therefore \angle PDQ > \angle PDR \text{ [} \angle R + \frac{1}{2}\angle P > \angle Q + \frac{1}{2}\angle P \text{]}$$

যেহেতু কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং অসমান,

$$\therefore 90^\circ < \angle PDQ < 180^\circ$$

$\therefore \angle PDQ$ স্থলকোণ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩



$\triangle ABC$ ত্রিভুজে BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর অসম্পর্কিত কোণ দুই
E বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা □ প্রশ্ন নং ৫]

ক. বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য BC হলে বর্গটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$ ৪

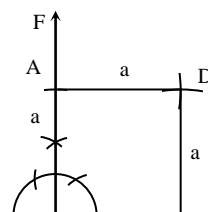
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = BC = 2DC = 2 \times 5 = 10$ সে.মি.

$a = 10$ সে.মি.



ABCD-উ উদ্দিষ্ট বর্গ।

খ. সৃজনশীল ৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪ ABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর বহির্দিকস্থ কোণ দুইটির মধ্যস্থিত বিন্দু O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে এবং D, $\triangle ABC$ এর অভ্যন্তরে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু।

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৪]

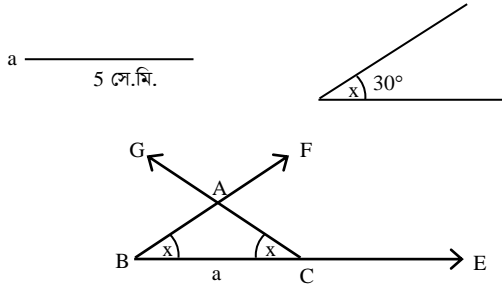
ক. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার ভূমি ৫ সে.মি. এবং ভূমিসংলগ্ন প্রতিটি কোণ 30° ।

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > BD + DC$ ।

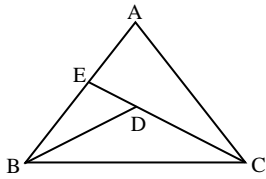
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ ।

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ



বিশেষ নির্বচন : $\triangle ABC$ এর অভ্যন্তরে D যেকোনো বিন্দু। B, D; D, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > BD + DC$

অঙ্কন : CD কে বর্ধিত করি যেন তা AB বাহুর সাথে E বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা
 (১) $\triangle ACE$ -এ, [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর
 $AC + AE > CE$ সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
 $\therefore AC + AE > CD + DE$(i) [$\because CE = CD + DE$]

(২) $\triangle BED$ -এ,
 $DE + BE > BD$ (ii)
 (৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,
 $AC + AE + DE + BE > CD + DE + BD$
 বা, $AC + AE + BE > CD + BD + DE - DE$
 $\therefore AC + AB > BD + DC$ (প্রমাণিত)

গ. সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৫ $\triangle ABC$ এর P ও Q যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদিকস্থ কোণ দুইটির মধ্যস্থিত বিন্দু E বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2} BC$

গ. দেখাও যে, $\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৬ $\triangle PQR$ এ $\angle P = 90^\circ$ । QR এর মধ্যবিন্দু D।

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৪]

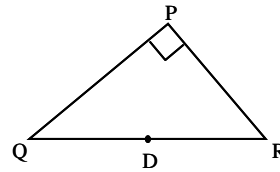
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, $PQ + PR > 2PD$ ।

গ. প্রমাণ কর যে, $PD = \frac{1}{2} QR$ ।

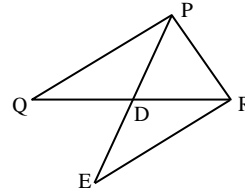
১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী $\triangle PQR$ - ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle PQR$ -এর QR বাহুর মধ্যবিন্দু D. P, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + PR > 2PD$ ।

অঙ্কন: PD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $DE = PD$ হয়। E, R যোগ করি।

প্রমাণ: যথার্থতা

ধাপ-১. $\triangle PQD$ এবং $\triangle ERD$ -এ

$QD = RD$ [\because D, QR এর মধ্যবিন্দু দেওয়া আছে]

$PD = DE$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অশুভ্রুক্ত $\angle PDQ =$ অশুভ্রুক্ত $\angle ERD$ [বিপ্রতীপ কোণ সমান]

$\therefore \triangle PQD \cong \triangle ERD$
 সুতরাং $PQ = RE$ (i)

ধাপ-২. এখন, $\triangle PER$ -এ,

$PR + RE > PE$ [\because ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $PR + PQ > PD + DE$ [\because (i) নং থেকে $PQ = RE$]

বা, $PQ + PR > PD + PD$ [\because অঙ্কনানুসারে, $DE = PD$]

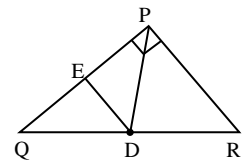
$\therefore PQ + PR > 2PD$. (দেখানো হলো)

গ. বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\triangle PQR$ -এর

$\angle P =$ এক সমকোণ এবং D, QR এর মধ্যবিন্দু। P, D যোগ করি। প্রমাণ করতে

হবে যে, $PD = \frac{1}{2} QR$ ।

অঙ্কন: PQ এর মধ্যবিন্দু E নিই। D, E যোগ করি।



MWYZ (AveWkAk)

প্রমাণ:

যথার্থতা

ধাপ-১. ΔPQR -এ E এবং D যথাক্রমে

PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore DE \parallel PR$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দু
সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।]

$\therefore \angle QPR = \text{অনুরূপ } \angle QED = \text{এক সমকোণ}।$

ধাপ-২. এখন, ΔPED ও ΔQED -এর মধ্যে

$PE = QE$ [E, PQ এর মধ্যবিন্দু]
এবং অলঙ্ঘিত $\angle PED = \text{অলঙ্ঘিত } \angle QED$ [প্রত্যেকে সমকোণ]
এবং $DE = DE$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta PED \cong \Delta QED$

$\therefore PD = QD$

ধাপ-৩. কিন্তু, $QD = \frac{1}{2} QR$

$\therefore PD = \frac{1}{2} QR$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১৭ ΔABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৬]

ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ ৪গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫নং সমাধানের অনুরূপ।

M, N, P যথাক্রমে D, E, O দ্বারা প্রতিস্থাপিত হবে।

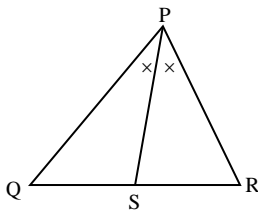
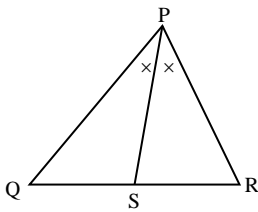
প্রশ্ন-১৮ ΔPQR এ $PQ > PR$, $\angle P$ এর সমদ্বিখন্ডক PS, QR কে S বিন্দুতে ছেদ করে।

[বিদ্যাময়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ। ৪গ. QR কে T পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle PRT = \angle QPR + \angle PQR$ । ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান



দেওয়া আছে, ΔPQR -এ $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখন্ডক QR কে S বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔPQR -এ $PQ > PR$

$\therefore \angle R > \angle Q$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ, ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $\angle R + \frac{1}{2} \angle P > \angle Q + \frac{1}{2} \angle P$ [উভয়পক্ষে $\frac{1}{2} \angle P$ যোগ করে]

(২) আবার, ΔPRS -এ

বহিঃস্থ $\angle PSQ = \text{অলঙ্ঘিত বিপরীত } (\angle R + \frac{1}{2} \angle P)$

(৩) এবং ΔPQS -এ

বহিঃস্থ $\angle PSR = \text{অলঙ্ঘিত বিপরীত } (\angle Q + \frac{1}{2} \angle P)$

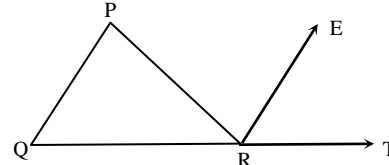
$\therefore \angle PSQ > \angle PSR$ [$\angle R + \frac{1}{2} \angle P > \angle Q + \frac{1}{2} \angle P$]

যেহেতু কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং অসমান,

$\therefore 90^\circ < \angle PSQ < 180^\circ$

$\therefore \angle PSQ$ স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔPQR এর QR বাহুকে T পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle PRT$ উৎপন্ন হয়েছে। $\angle PRT$, ত্রিভুজটির $\angle PRQ$ এর সংলগ্ন বহিঃস্থ কোণ। কাজেই, $\angle QPR$ এবং $\angle PQR$ বহিঃস্থ $\angle PRT$ এর বিপরীত অলঙ্ঘিত কোণদ্বয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PRT = \angle QPR + \angle PQR$ ।

অঙ্কন: R বিন্দু দিয়ে QP বাহুর সমান্তরাল করে RE রশ্মি টানি।

প্রমাণ:

যথার্থতা

ধাপ-১. $QP \parallel RE$ এবং PR ছেদক। [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \angle QPR = \angle PRE$... (i) [একান্তর কোণ বলে]

ধাপ-২. আবার, $QP \parallel RE$ এবং QT ছেদক।

$\therefore \angle PQR = \angle ERT$... (ii) [অনুরূপ কোণ বলে]

ধাপ-৩. (i) নং + (ii) নং থেকে পাই,

$\angle QPR + \angle PQR = \angle PRE + \angle ERT$

বা, $\angle QPR + \angle PQR = \angle PRT$ [$\because \angle PRE + \angle ERT = \angle PRT$]

$\therefore \angle PRT = \angle QPR + \angle PQR$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১৯ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে এবং ΔABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. উপরের তথ্যের আলোকে প্রথম চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ ৪গ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দৃষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দৃষ্টব্য।

গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দৃষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১২৯

প্রশ্ন-২০ ΔABC এর M ও N যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর বহিঃস্থকোণদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

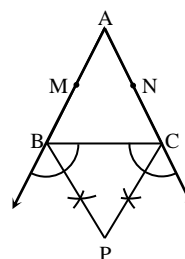
[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2} BC$ । ৪গ. দেখাও যে, $\angle BPC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ । ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এ উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ. সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১১ ΔABC এর ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, 2∠BOC = 180° + ∠BAC. ৪

গ. AB = AC = BC হলে দেখাও যে, OA = OB = OC. ৪

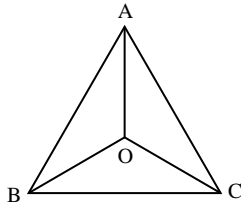
২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১০(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ১০(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, 2∠BOC = 180° + ∠BAC [2 দ্বারা গুণ করে] (প্রমাণিত)

গ.



মনে করি, ΔABC এ, AB = BC = CA এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় BO এবং CO পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে OA = OB = OC

অঙ্কন: O, A যোগ করি।

প্রমাণ:

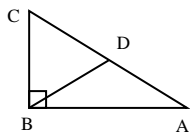
	ধাপ	যথার্থতা:
(১)	∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুগামী।	[ত্রিভুজের দুটি কোণের সমদ্বিখণ্ডক যে বিন্দুগামী তৃতীয় কোণের সমদ্বিখণ্ডক ও ঐ একই বিন্দুগামী]
∴	OA, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক।	

(২)	ΔABC এ AB = BC = AC.	
∴	ΔABC সমবাহু এবং ∠A = ∠B = ∠C	
∴	$\frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \angle C$	

(৩)	এখন ΔOAB এ	
	∠OAB = $\frac{1}{2} \angle A$	[□ OA, ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক]
বা,	∠OBA = $\frac{1}{2} \angle B$	[□ $\frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle B$]
বা,	∠OAB = ∠OBA	[□ OB, ∠B এর সমদ্বিখণ্ডক]
∴	OA = OB	সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]

অনুরূপভাবে, OB = OC
∴ OA = OB = OC (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ১২



ΔABC এর মধ্যমা BD এবং ∠C = 2∠A.

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৪]

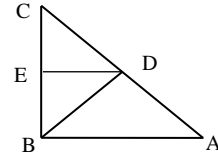
ক. ∠A-এর মান বের কর। ২

খ. দেখাও যে, 2BD = AC ৪
গ. প্রমাণ কর যে, AC এর দৈর্ঘ্য BC এর দ্বিগুণ। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ΔABC-এ, ∠B = এক সমকোণ = 90°
এবং ∠C = 2∠A
এখন, ∠A + ∠B + ∠C = 180°
বা, ∠A + 90° + 2∠A = 180°
বা, 3∠A = 90°
∴ ∠A = 30° (Ans.)

খ. বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এ ∠B = এক সমকোণ। তাহলে D অতিভুজ AC-এর মধ্যবিন্দু। B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, 2BD = AC.
অঙ্কন: E, D যোগ করি।



প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা

(১) ΔABC -এর E এবং D যথাক্রমে [অঙ্কন এবং কল্পনানুসারে]
BC এবং AC -এর মধ্যবিন্দু।

∴ ED ∥ AB. [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল]

∴ ∠CED = অনুরূপ ∠EBA = এক সমকোণ [কল্পনা]

(২) এখন, ΔCED এবং ΔBED -এর মধ্যে

CE = BE [E, CB-এর মধ্যবিন্দু]

ED = ED [সাধারণ বাহু]

এবং অসম্ভুক্ত ∠CED = অসম্ভুক্ত ∠BED [∴ প্রত্যেকে সমকোণ]

∴ ΔCED ≅ ΔBED

∴ CD = BD

(৩) কিন্তু CD = $\frac{1}{2}$ AC. [D, AC এর মধ্যবিন্দু]

∴ BD = $\frac{1}{2}$ AC. [ধাপ-২ থেকে]

∴ 2BD = AC (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে,

ΔABC-এ
∠B = এক সমকোণ,
∠C = 2∠A এবং
BD মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 2BC

প্রমাণ: 'ক' হতে,

∠A = 30°
∴ ∠C = 90° - ∠A [□ ∠B = 90°]
= 90° - 30°
= 60°

আবার, 'খ' হতে,

BD = $\frac{1}{2}$ AC = AD = CD [□ BD মধ্যমা]

এখন, ΔBCD এ,

BD = CD

∴ ∠BCD = ∠CBD = 60°

আবার, ∠BCD + ∠BDC + ∠CBD = 180°

বা, ∠BDC = 180° - 60° - 60°

∴ ∠BDC = 60°

অর্থাৎ, ΔBCD এর তিনটি কোণই সমান।



- ∴ ABCD সমবাহু ত্রিভুজ।
 ∴ BC = CD
 তাহলে, AC = 2CD
 ∴ AC = 2BC (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৩ ΔABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$ ৪
 গ. দেখাও যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** সৃজনশীল ৫(ক) নং সমাধানের অনুরূপ।
খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯
গ সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৪ ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ □ প্রশ্ন নং ৫]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2}BC$ ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, AB + BC > 2BE ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯।
খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯।
গ সৃজনশীল ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

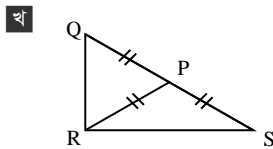
প্রশ্ন ২৫ ΔPQR-এ PQ = PR। QP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন PS = PQ হয়।

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. ত্রিভুজ গঠিত হওয়ার দুটি শর্ত বর্ণনা কর। ২
 খ. দেখাও যে, QR + RS > 2PR ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, ∠QRS সমকোণ। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ত্রিভুজ গঠিত হওয়ার দুটি শর্ত:
 (i) তিনটি রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র হতে হবে।
 (ii) যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হতে হবে।



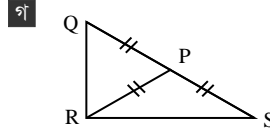
দেওয়া আছে, ΔPQR এ PQ = PR। QP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন QP = SP হয়। R, S যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$QR + RS > 2PR$$

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔRQS এ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
 $RQ + RS > QS$
 বা, $RQ + RS > QP + PS$
 বা, $RQ + RS > QP + QP$ [∵ QP = SP]
 বা, $RQ + RS > 2QP$
 বা, $RQ + RS > 2RP$ [∵ QP = RP]
 ∴ $QR + RS > 2PR$ (দেখানো হলো)



দেওয়া আছে, ΔRQP এ RP = QP। QP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন PS = QP হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠QRS = 90°।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔRQP এ RP = QP [দেওয়া আছে]
 ∴ ∠RQP = ∠QRP [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
 আবার, ΔRPS এ [∵ RP = QP, QP = SP]
 $RP = SP$
 ∴ ∠RSP = ∠PRS
 বা, $\angle RQP + \angle PRS = \angle RQP + \angle RSP$
 ∴ $\angle QRS = \angle RQS + \angle RSQ$
 (২) এখন, ΔRQS এ
 $\angle QRS + \angle RQS + \angle RSQ = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
 বা, $\angle QRS + \angle QRS = 180^\circ$
 বা, $2\angle QRS = 180^\circ$
 ∴ $\angle QRS = 90^\circ$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ২৬ ΔPQR এর PR বাহুর মধ্যবিন্দু S.

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. যদি ∠PQR = 90° এবং QR এর উপর একটি বিন্দু S হয়, প্রমাণ কর যে, $PR^2 - PS^2 = QR^2 - QS^2$. ২
 খ. প্রমাণ কর যে, PQ + QR > 2QS. ৪
 গ. যদি QP কে M পর্যন্ত বর্ধিত এবং QR কে N পর্যন্ত বর্ধিত করা হয় এবং ∠MPR ও ∠NRP কোণের সমদ্বিখন্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle POR = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle Q$. ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৭ ΔABC এর M ও N যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

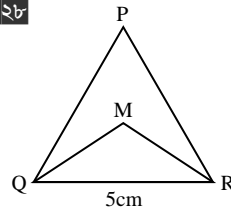
[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ৫]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, MN ∥ BC এবং $MN = \frac{1}{2}BC$. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ২৮



ΔPQR এর ∠Q ও ∠R এর সমদ্বিখন্ডক দুইটি ত্রিভুজের অভ্যন্তরে M বিন্দুতে ছেদ করে। [গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. এমন একটি বর্গ অঙ্কন কর যার একটি বাহু QR. ২
 খ. প্রমাণ কর যে, PQ - QR < PR. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QMR = 90^\circ + \frac{\angle P}{2}$. ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

অধ্যায়-৭ এর সৃজনশীল ৭ নং সমাধানের অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১২৪



প্রশ্ন ▶ ২৯ ΔPQR এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N এবং PQ > PR

[কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. তথ্যটির চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, MN ∥ QR এবং $MN = \frac{1}{2} QR$ । ৪
- গ. ∠P এর সমদ্বিখন্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, ∠PDQ স্থূলকোণ। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩০ ABC একটি ত্রিভুজ। E এবং F যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু।

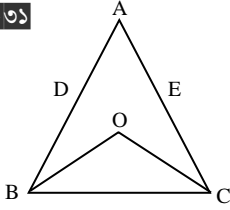
[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের দুইটি সূত্র লিখ। ২
- খ. উদ্দীপক অনুসারে প্রমাণ কর যে, EF ∥ BC এবং $EF = \frac{1}{2} BC$ । ৪
- গ. যদি ΔABC এর ∠ABC = 1 সমকোণ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $BF = \frac{1}{2} AC$ । ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩১



চিত্রে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু D ও E। ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডক OB ও OC। [শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. AB = BC = CA = 6 একক হলে ΔABC এর অর্ধ পরিসীমা কত? ২
- খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ । ৪
- গ. দেখাও যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ । ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC এর AB = BC = CA = 6 একক
∴ ΔABC এর অর্ধপরিসীমা = $\frac{6+6+6}{2} = 9$ একক (Ans.)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

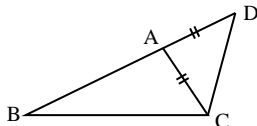
প্রশ্ন ▶ ৩২ ΔABC এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং AB > AC

[ডা: খান্দার সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. প্রমাণ কর যে, AB + AC > BC যখন BC বৃহত্তম বাহু। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, DE ∥ BC এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ । ৪
- গ. ∠A এর সমদ্বিখন্ডক BC বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $90^\circ < \angle AGB < 180^\circ$ । ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিশেষ নির্বচন: ধরি ΔABC-এ BC বৃহত্তম বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, $(AB + AC) > BC$
অঙ্কন: BA কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি, যেন AD = AC হয়। C, D যোগ করি।



প্রমাণ:

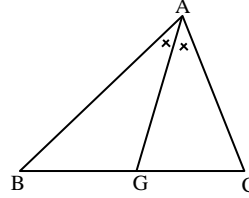
ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔADC-এ AD = AC
∴ ∠ACD = ∠ADC
∴ ∠ACD = ∠BDC
(২) ∠BCD > ∠ACD
∴ ∠BCD > ∠BDC
(৩) ΔBCD এ ∠BCD > ∠BDC
∴ BD > BC
(৪) কিন্তু BD = AB + AD = AB + AC
∴ (AB + AC) > BC (প্রমাণিত)
- [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান।]
[কারণ ∠ACD, ∠BCD এর একটি অংশ।]
[বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর।]
[যেহেতু AC = AD]

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ AB > AC এবং ∠A এর সমদ্বিখন্ডক AG, BC বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AGB স্থূলকোণ।

প্রমাণ:

যথার্থতা

ধাপ ১. ΔABC-এ AB > AC

∴ ∠C > ∠B

[ত্রিভুজের দুইটি বাহু অসমান হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, $\angle C + \frac{1}{2} \angle A > \angle B + \frac{1}{2} \angle A$ [উভয়পক্ষে $\frac{1}{2} \angle A$ যোগ করে]

ধাপ ২. আবার, ΔACG-এ

বহিঃস্থ ∠AGB = অস্ফুটস্থ বিপরীত $(\angle C + \frac{1}{2} \angle A)$

ধাপ ৩. এবং ΔABG-এ বহিঃস্থ ∠AGC = অস্ফুটস্থ বিপরীত $(\angle B + \frac{1}{2} \angle A)$

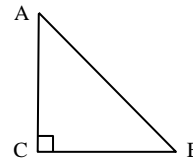
∴ ∠AGB > ∠AGC [∵ $\angle C + \frac{1}{2} \angle A > \angle B + \frac{1}{2} \angle A$]

যেহেতু কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং অসমান,

∴ $90^\circ < \angle AGB < 180^\circ$

∴ ∠AGB স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৩৩



চিত্রে ΔABC এর ∠C = এক সমকোণ এবং ∠B = 2∠A। C বিন্দুতে ∠ABC এর সমান ∠BCD আঁক যা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. ∠B এর মান বের কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, ΔBCD সমবাহু। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, AB = 2BC ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC এর ∠C = 1 সমকোণ = 90° এবং ∠B = 2∠A
আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°।

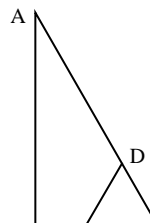
∴ ΔABC-এ, ∠A + ∠B + ∠C = 180°

বা, ∠A + 2∠A + 90° = 180°

বা, 3∠A = 90° ∴ ∠A = 30°

∴ ∠B = 2∠A = 2 × 30° = 60° (Ans.)

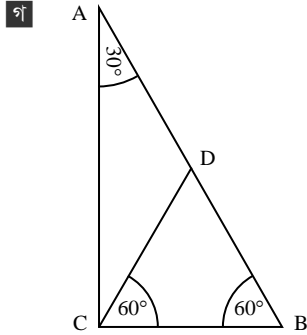
খ



দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $\angle C =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$ । C বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান করে $\angle BCD$ আঁকি যা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle BCD$ সমবাহু।

- প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা
- (১) $\triangle BCD$ -এ, $\angle DBC = \angle ABC = 60^\circ$ [‘ক’ থেকে]
 $\angle BCD = \angle ABC = 60^\circ$ [অঙ্কন অনুসারে]
 \therefore অবশিষ্ট কোণ, $\angle BDC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]
- (২) ধাপ-১ হতে পাই, $\angle DBC = \angle BCD = \angle BDC$
 অর্থাৎ, $CD = BD = BC$
 $\therefore \triangle BCD$ সমবাহু। (প্রমাণিত)



দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $\angle C =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$ । C বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান করে $\angle BCD$ আঁকি যা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = 2BC$ ।

- প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা
- (১) ‘খ’ হতে পাই, $\triangle BCD$ সমবাহু।
 অর্থাৎ, $CD = BD = BC$ (i)
- (২) $\triangle ABC$ -এ, $\angle ACB = 90^\circ$
 বা, $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$
 বা, $\angle ACD + 60^\circ = 90^\circ$
 বা, $\angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 $\therefore \angle ACD = \angle CAD = 30^\circ$ [‘ক’ হতে পাই, $\angle A = 30^\circ$]
 অর্থাৎ $AD = CD$ (ii)
 [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]
- (i) ও (ii) হতে পাই, $AD = BD = CD = BC$ (iii)
- (৩) $AB = AD + BD = BC + BC$
 $\therefore AB = 2BC$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৩৪ $\triangle ABC$ -এ $\angle ACB > \angle ABC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD রেখা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

[সেন্ট পন্ডাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক। ২

- খ. প্রমাণ কর যে, $AB > AC$ ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $90^\circ < \angle ADB < 180^\circ$ ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর জ্যামিতিক সমানুপাতের ১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৭
- খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য ১৩ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১২৮
- গ. সৃজনশীল ৩২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৫ $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উদ্দীপকের তথ্য চিত্রে প্রদর্শন কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ৪
- গ. যদি AB কে E পর্য্যস্পর্শ এবং AC কে F পর্য্যস্পর্শ বর্ধিত করা হয় এবং $\angle EBC$ ও $\angle FCB$ কোণের সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$. ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৬ $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle BOC = 180^\circ + \angle A$ ৪
- গ. AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হলে, প্রমাণ কর যে, $MN \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2}BC$. ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর,

$$\text{বা, } \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore 2\angle BOC = 180^\circ + \angle A \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী- ৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা ১২৯।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ $\triangle ABC$ এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q এবং AB > AC।

[বালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বালকাঠি □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. চিত্রসহ বিষমবাহু ত্রিভুজের সংজ্ঞা দাও। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}BC$ ৪
- গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর ‘বিষমবাহু ত্রিভুজ’ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১২৪

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা- ১২৯

গ. সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

[বি.দ্র. P, Q ও R এর স্থলে যথাক্রমে A, B, C হবে।]

প্রশ্ন ▶ ৩৮ ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে পরস্পর মিলিত হয়। [মতিবিল সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৬]

- ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle QOR = 180^\circ + \angle QPR$. ৪
 গ. PQR ত্রিভুজটির QR বাহুর মধ্যবিন্দু S হলে প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > 2PS$ । ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।
 A, B, C এর স্থলে P, Q, R বসবে।

অতঃপর, $\angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$

বা, $\angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle QPR$

$\therefore 2\angle QOR = 180^\circ + \angle QPR$ (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ ΔABC এর D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

[বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৬]

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪০ ΔPQR এর PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M, N এবং $PQ > PR$.
 [এ. কে. স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. তথ্যটির চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$. ৪
 গ. $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle PDQ$ স্থূলকোণ। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪১ ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E .
 [কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উপর্যুক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$ ৪
 গ. যদি উদ্দীপকে ত্রিভুজটিতে $\angle ABC = \angle ACB$ এক সমকোণ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $BE = \frac{1}{2}AC$. ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৪২ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [ঘাটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ৫]

- ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. ৪
 গ. যদি $\angle B$ ও $\angle C$ এর বহিঃদ্বিখণ্ডকদ্বয় O মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$. ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

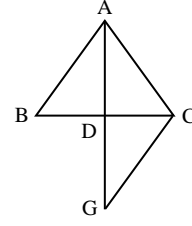
প্রশ্ন ▶ ৪৩ ΔABC এ AD মধ্যমাকে G পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $DG = AD$ হয়, CG যোগ করা হলো।

[আর্মড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ৪]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
 খ. দেখাও যে, $AB + AC > 2AD$ ৪
 গ. ΔABC -এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে, $AB + AC > OB + OC$. ৪

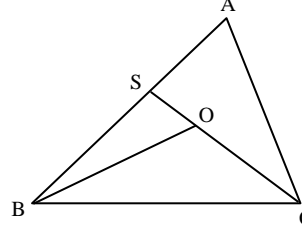
৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ সৃজনশীল ৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ বিশেষ নির্বচন: প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজ। $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে BO ও CO পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাতে হবে যে, $AB + AC > OB + OC$



অঙ্কন: CO কে বর্ধিত করি যেন তা AB কে S বিন্দুতে ছেদ করে।

- প্রমাণ: ধাপ যথার্থতা
 (১) ΔACS -এ $AC + AS > SC$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
 বা, $AC + AS > OC + OS$ (i)
 (২) আবার ΔBOS -এ
 $OS + BS > OB$ (ii)
 (৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,
 $AC + AS + OS + BS > OC + OS + OB$
 বা, $AC + AB + OS > OC + OS + OB$ [□ $AS + BS = AB$]
 $\therefore AC + AB > OB + OC$ [উভয় পক্ষ হতে OS বাদ দিয়ে] (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৪৪ ΔABC এর BC, AC ও AB বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F ।

[আইডিয়াল রেসিডেন্সিয়াল মডেল স্কুল, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ৪]

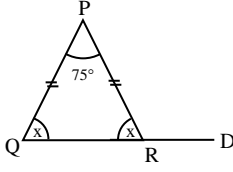
- ক. সমদ্বিবাহু ΔPQR এ $PQ = PR, \angle QPR = 75^\circ$ এবং QR কে D পর্যন্ত বর্ধিত করলে $\angle PRD$ এর মান কত? ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $FE = \frac{1}{2}BC$. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$ ৪



MMYZ (AvewKAK)

88 নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔPQR -এ, $\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$

$$\text{বা, } x + 75^\circ + x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 105^\circ$$

$$\therefore x = 52.5^\circ$$

$$\therefore \angle PQR = \angle PRQ = 52.5^\circ$$

$$\therefore \angle PRD = 180^\circ - \angle PRQ$$

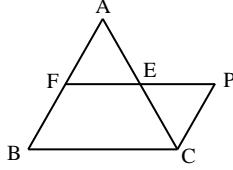
$$= 180^\circ - 52.5^\circ$$

$$= 127.5^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ

মনে করি, ΔABC একটি ত্রিভুজ। F ও E যথাক্রমে ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। F, E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $FE = \frac{1}{2} BC$ ।



অঙ্কন: FE কে P পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $FE = EP$ হয়। C, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ-১: ΔAFE ও ΔCEP এর মধ্যে, $AE = EC$ [E, AC এর মধ্যবিন্দু]

$$FE = EP \quad [\text{অঙ্কনানুসারে}]$$

$$\angle AEF = \angle CEP \quad [\text{বিপ্রতীপ কোণ}]$$

$$\therefore \Delta AFE \cong \Delta CEP \quad [\text{বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য}]$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CEP \text{ এবং } \angle FAE = \angle ECP \quad [\text{প্রকাল্পক কোণ}]$$

$$\therefore AF \parallel CP \text{ বা } AB \parallel CP$$

আবার, $BF = AF = CP$ এবং $BF \parallel CP$ ।

সুতরাং $BFPC$ একটি সামান্তরিক।

$$\therefore FP \parallel BC \text{ বা, } FE \parallel BC$$

ধাপ-২: আবার, $FP = BC$ বা, $FE + EP = BC$

$$\text{বা, } FE + FE = BC \text{ বা, } 2FE = BC \text{ বা, } FE = \frac{1}{2} BC \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ

বিশেষ নির্বচন: ΔABC এর BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F । $A, D; B, E$ ও C, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$

অঙ্কন: AD কে M পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AD = DM$ হয়। B, M যোগ করি।

প্রমাণ: ΔBDM এবং ΔADC এ,

$$BD = DC, AD = DM \text{ এবং}$$

$$\text{অস্ফুটক } \angle BDM = \text{অস্ফুটক } \angle ADC$$

$$\therefore \Delta BDM \cong \Delta ADC \text{ এবং } BM = AC$$

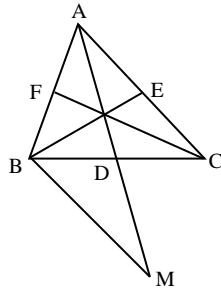
$$\text{এখন, } \Delta ABM \text{ এ, } AB + BM > AM$$

$$\text{বা, } AB + AC > 2AD \quad [\square D, AM \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\text{একইভাবে, } AB + BC > 2BE \text{ এবং } AC + BC > 2CF$$

$$\therefore AB + AC + AB + BC + AC + BC > 2AD + 2BE + 2CF$$

$$\text{বা, } 2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2BE + 2CF$$



বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন 85 ΔABC এর $AB = AC$ । AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E । $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP ।

[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ডস স্কুল এন্ড কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া □ প্রশ্ন নং ৫]

ক. কোন ত্রিভুজের তিন কোণের অনুপাত $3 : 4 : 5$ হলে বৃহত্তম কোণটি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AP রেখা BC বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। ৪

85 নং প্রশ্নের সমাধান

ক

ধরি, ত্রিভুজের কোণত্রয় $3x, 4x$ এবং $5x$

আমরা জানি,

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

$$\therefore 3x + 4x + 5x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 12x = 180^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{180^\circ}{12}$$

$$\therefore x = 15^\circ$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম কোণটি} = 5x = 5 \times 15^\circ = 75^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ

পার্শ্ববহুভুজের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ

সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

[L, M, N এর স্থলে B, A, C বসবে।]

অতঃপর, $AP \perp BC$

আবার, $BP = PC$ যেহেতু ΔABP এবং ΔACP সর্বসম।

$$\therefore AP \text{ রেখা } BC \text{ বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন

86 ΔABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $AB > AC$ । [চট্টগ্রাম সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৪]

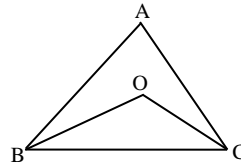
ক. উদ্দীপকের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ΔABC ত্রিভুজের চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > OB + OC$. ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD রেখা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করো যে, $\angle ADB$ স্থলকোণ। ৪

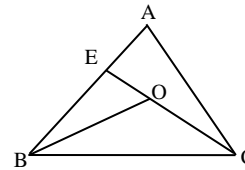
86 নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $AB > AC$ ।

খ



ΔABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $AB > AC$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > OB + OC$ ।

অঙ্কন : CO কে বর্ধিত করি যেন তা AB বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : ধাপ :

যথার্থতা

(১) ΔACE এ

[ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর

$$AC + AE > CE$$

সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা

$$\text{বা, } AC + AE > OC + OE$$

বৃহত্তর।



- (২) আবার, $\triangle BEO$ -এ,
 $BE + OE > OB$ [একই কারণে]
- (৩) $AC + AE + BE + OE > OC + OE + OB$ [ধাপ (১) ও ধাপ (২) থেকে]
 বা, $AC + AB + OE > OB + OC + OE$
 $\therefore AB + AC > OB + OC$ (প্রমাণিত) [উভয় পক্ষ হতে OE বাদ দিয়ে পাই]
- গ সৃজনশীল ৩২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- প্রশ্ন ▶ ৪৭ $\triangle PQR$ এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E .
 [সিলেট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৫]
- ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel QR$ এবং $DE = \frac{1}{2} QR$. ৪
- গ. $\triangle PQR$ এ $PQ > PR$ এবং $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR কে F বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle PFQ$ একটি স্থূলকোণ। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

- প্রশ্ন ▶ ৪৮ $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। [বরগুনা জিলা স্কুল, বরগুনা □ প্রশ্ন নং ৫]
- ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$. ৪
- গ. যদি AB কে P পর্যন্ত এবং AC কে Q পর্যন্ত বর্ধিত করা হয় এবং $\angle PBC$ ও $\angle QCB$ -এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় M বিন্দুতে মিলিত হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\angle BMC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$. ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

