



ci pV XEciy %ab ^eWEi xV KAVU KGRm kx Qbq Özmöi ci pV %es gOY ^Uöj cEaGv
cY E mgab AaAqiwK ^ I qnGQ %aGvAbx b Ki G Zg %AaAqW ^ K hKvBmRkx i FbjiK
cEaGv mgab yLQ cv G mGB

প্রশ্ন ১ $2 \cos(A+B) = 1 = 2 \sin(A-B)$, $\cot\theta + \cos\theta = m$
এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$. [ঢাকা বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\tan C = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec C$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. $\operatorname{cosec} 2A$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

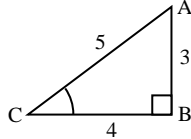
ক দেওয়া আছে, $\tan C = \frac{3}{4}$

চিত্র হতে, $AB = 3$

$BC = 4$

সুতরাং $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\therefore \sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$ (Ans.)



খ দেওয়া আছে,

$$2\cos(A+B) = 1$$

$$\text{বা, } \cos(A+B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A+B) = \cos 60^\circ$$

$$\therefore A+B = 60^\circ \dots (i)$$

$$\text{এবং } 2 \sin(A-B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin(A-B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A-B) = \sin 30^\circ$$

$$\therefore A-B = 30^\circ \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$2A = 90^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

$$\text{সুতরাং } \operatorname{cosec} 2A = \operatorname{cosec}(2 \times 45^\circ)$$

$$= \operatorname{cosec} 90^\circ = 1 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\cot\theta + \cos\theta = m$$

$$\cot\theta - \cos\theta = n$$

এখন,

$$\text{বামপক্ষ} = m^2 - n^2$$

$$= (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$$

$$= 4 \cot\theta \cdot \cos\theta \quad [\square (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta \cdot \cos^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta(1 - \sin^2\theta)}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cot^2\theta \cdot \sin^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{\cot^2\theta - \cos^2\theta}$$

$$= 4\sqrt{(\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)}$$

$$= 4\sqrt{mn}$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ২ $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$ এবং $z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$ যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\sin(A+60^\circ) = 1$ হলে, A এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{z} = x - y$. ৪
গ. $2x^2 + y = 5$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin(A+60^\circ) = 1$

$$\text{বা, } \sin(A+60^\circ) = \sin 90^\circ$$

$$\text{বা, } A+60^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } A = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$

$$\text{এবং } z = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$$

এখন, বামপক্ষ = \sqrt{z}

$$= \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos\theta)^2}{1 - \cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1 - \cos\theta}{\sqrt{\sin^2\theta}} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$$

$$= x - y$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \sqrt{z} = x - y \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, $x = \operatorname{cosec}\theta$, $y = \cot\theta$

$$\therefore 2x^2 + y = 5$$

$$\text{বা, } 2\operatorname{cosec}^2\theta + \cot\theta = 5$$

$$\text{বা, } 2(1 + \cot^2\theta) + \cot\theta = 5$$

$$\text{বা, } 2 + 2\cot^2\theta + \cot\theta - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cot^2\theta + \cot\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cot^2\theta + 3\cot\theta - 2\cot\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } \cot\theta(2\cot\theta + 3) - 1(2\cot\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cot\theta - 1)(2\cot\theta + 3) = 0$$

$$\text{অতএব } \cot\theta - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2\cot\theta + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \cot\theta = 1$$

$$\text{অথবা, } \cot\theta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়
কারণ θ সূক্ষ্মকোণ

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } \theta = 45^\circ$$

প্রশ্ন ৩ $\sec B = x$, $\tan B = y$ এবং $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

যেখানে A ও B প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\operatorname{cosec}\theta = 2$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$ হলে দেখাও যে, $B = 60^\circ$. ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে $(\sin A + \cos A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta = 2$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \tan\theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $\sec B = x$, $\tan B = y$

$$\text{এবং } \frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$



$$\text{বা, } \frac{\sec B - \tan B}{\sec B + \tan B} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec B - \tan B + \sec B + \tan B}{\sec B - \tan B - \sec B - \tan B} = \frac{2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\sec B}{-2\tan B} = \frac{4}{-2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec B}{\tan B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\cos B} \times \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin B = \sin 60^\circ$$

$$\therefore B = 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ [বিশেষ দ্রষ্টব্য: উদ্দীপকের তথ্যটি অসঙ্গতিপূর্ণ। কারণ A সূক্ষ্মকোণ হলে cosec A - cot A = $\frac{4}{3}$ অসম্ভব। তাই এখানে A কে স্থূলকোণ বিবেচনা করে সমাধান দেওয়া হলো।]

$$\text{দেওয়া আছে, } \operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3} \dots \dots (i)$$

আমরা জানি,

$$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \frac{4}{3} = 1 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4} \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2 \operatorname{cosec} A = \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } 2 \operatorname{cosec} A = \frac{16 + 9}{12}$$

$$\text{বা, } 2 \operatorname{cosec} A = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} A = \frac{25}{24}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin A} = \frac{25}{24}$$

$$\therefore \sin A = \frac{24}{25}$$

$$\text{আবার, } \cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{576}{625}$$

$$= \frac{625 - 576}{625}$$

$$= \frac{49}{625}$$

$$\text{বা, } \cos A = \pm \frac{7}{25}$$

যেহেতু A স্থূলকোণ। সুতরাং $\cos A = -\frac{7}{25}$

$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{24}{25} - \frac{7}{25}$$

$$= \frac{24 - 7}{25}$$

$$= \frac{17}{25} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 8 a = sinθ, b = cosθ এবং A = 30° [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. (cos A - sin A) এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. a² + a⁴ = 1 হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1 \quad 8$$

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 8**8 নং প্রশ্নের সমাধান**

ক. দেওয়া আছে, A = 30°

$$\therefore \cos A - \sin A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, a = sinθ এবং b = cosθ

এখানে, a² + a⁴ = 1

$$\text{বা, } \sin^2 \theta + \sin^4 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin^4 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin^4 \theta = \cos^2 \theta \quad [\square 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \frac{\sin^4 \theta}{\cos^4 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^4 \theta} \text{ [উভয়পক্ষকে } \cos^4 \theta \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta = 1 + \tan^2 \theta \quad [\square \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \tan^4 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^4 - \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = 1$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, a = sinθ

এখানে, $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin^2 \theta - (1 + \sqrt{2}) \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin^2 \theta - \sin \theta - \sqrt{2} \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta (\sqrt{2} \sin \theta - 1) - 1 (\sqrt{2} \sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \sin \theta - 1) (\sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \sqrt{2} \sin \theta - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } \sin \theta - 1 = 0$$

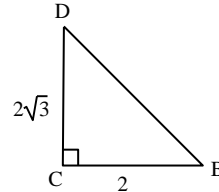
$$\text{বা, } \sqrt{2} \sin \theta = 1 \quad \text{বা, } \sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{বা, } \sin \theta = \sin 90^\circ$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 45^\circ \quad \therefore \theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ অথবা, } 90^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৫

$$R = \sin y, A = 15^\circ$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan x = \sqrt{3}$ হলে $\sin x$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. D = p - q, B = p + q হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$ হলে দেখাও যে, y = 4A 8

অথবা y = 2A.

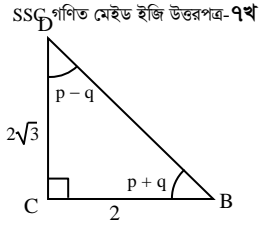
৫ নং প্রশ্নের সমাধানক. দেওয়া আছে, $\tan x = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \tan x = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } x = 60^\circ$$

∴ sinx = sin 60°
= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Ans.)

- খ. চিত্র হতে, $\tan B = \frac{2\sqrt{3}}{2}$
বা, $\tan B = \sqrt{3}$
বা, $\tan B = \tan 60^\circ$
বা, $B = 60^\circ$
বা, $p + q = 60^\circ \dots \dots \dots$ (i)



আবার, $\tan D = \frac{2}{2\sqrt{3}}$
বা, $\tan D = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan D = \tan 30^\circ$
বা, $D = 30^\circ$
বা, $p - q = 30^\circ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই
 $p + q + p - q = 60^\circ + 30^\circ$
বা, $2p = 90^\circ$
বা, $p = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

p এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $45^\circ + q = 60^\circ$
বা, $q = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$
∴ $p = 45^\circ$ ও $q = 15^\circ$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে,

$R = \sin y$, $A = 15^\circ$
এবং $4R^2 - (2 + 2\sqrt{3})R + \sqrt{3} = 0$
বা, $4(\sin y)^2 - (2 + 2\sqrt{3})\sin y + \sqrt{3} = 0$
বা, $4\sin^2 y - 2\sin y - 2\sqrt{3}\sin y + \sqrt{3} = 0$
বা, $2\sin y(2\sin y - 1) - \sqrt{3}(2\sin y - 1) = 0$
বা, $(2\sin y - 1)(2\sin y - \sqrt{3}) = 0$
হয়, $2\sin y - 1 = 0$ অথবা, $2\sin y - \sqrt{3} = 0$
বা, $2\sin y = 1$ বা, $2\sin y = \sqrt{3}$
বা, $\sin y = \frac{1}{2}$ বা, $\sin y = \frac{\sqrt{3}}{2}$
বা, $\sin y = \sin 30^\circ$ বা, $\sin y = \sin 60^\circ$
বা, $y = 30^\circ$ বা, $y = 60^\circ$
বা, $y = 2 \times 15^\circ$ বা, $y = 4 \times 15^\circ$
বা, $y = 2A$ [∵ $A = 15^\circ$] বা, $y = 4A$
∴ $y = 4A$ অথবা $y = 2A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৬. $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$ [সিলেট বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. ৪
গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sin B = \frac{1}{3}$
বা, $\sin^2 B = \frac{1}{9}$
বা, $1 - \cos^2 B = \frac{1}{9}$
বা, $\cos^2 B = 1 - \frac{1}{9}$
বা, $\cos B = \pm \sqrt{\frac{8}{9}}$
∴ $\cos B = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

∴ $\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{1}{3}}{\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে,
SSC গণিত আইড ইন্সটিটিউট প্রদান

$C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$
বামপক্ষ = A^2
= $(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)^2$
= $\left(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)^2$
= $\left(\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}\right)^2$
= $\frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}$
= $\frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}$
= $\frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$
= $\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}$
= $\frac{\frac{1}{\cos \theta} + 1}{\frac{1}{\cos \theta} - 1}$ [লব ও হরকে $\cos \theta$ দ্বারা ভাগ করে]
= $\frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1} = C$

∴ $A^2 = C$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$
 $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$
বা, $\frac{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$
[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2 \operatorname{cosec} \theta}{2 \cot \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos \theta = \cos 30^\circ$
∴ $\theta = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ৭. $\angle C = 60^\circ$ এবং $\cot B = \sqrt{3}$ [যশোর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\tan \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2$. ৪
গ. $4 \sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\theta = \frac{1}{2} \angle C$ এবং $\theta = \angle C$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,
 $\operatorname{cosec} \theta = 2$
বা, $\operatorname{cosec} \theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$



বা, $\theta = 30^\circ$
 $\therefore \tan\theta = \tan 30^\circ$
 $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ (Ans.)

দেওয়া আছে,
 $\cot B = \sqrt{3} = \cot 30^\circ$
 $\therefore B = 30^\circ$

এখন, বামপক্ষ = $\frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B}$
 $= \frac{\operatorname{cosec}^2 30^\circ + \sec^2 30^\circ}{\operatorname{cosec}^2 30^\circ - \sec^2 30^\circ}$
 $= \frac{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$
 $= \frac{4 + \frac{4}{3}}{4 - \frac{4}{3}}$
 $= \frac{12 + 4}{3} \times \frac{3}{12 - 4}$
 $= \frac{16}{8}$
 $= 2$
 = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 B + \sec^2 B}{\operatorname{cosec}^2 B - \sec^2 B} = 2$ (প্রমাণিত)

গ $4\sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin\theta + \sqrt{3} = 0$
 বা, $4\sin^2\theta - 2\sin\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta + \sqrt{3} = 0$
 বা, $2\sin\theta(2\sin\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sin\theta - 1) = 0$
 বা, $(2\sin\theta - 1)(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$
 হয়, $2\sin\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\sin\theta - \sqrt{3} = 0$
 বা, $2\sin\theta = 1$ বা, $2\sin\theta = \sqrt{3}$
 বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 বা, $\sin\theta = \sin 30^\circ$ বা, $\sin\theta = \sin 60^\circ$
 বা, $\theta = 30^\circ$ বা, $\theta = 60^\circ$
 $\therefore \theta = \frac{1}{2} \times 60^\circ$ $\therefore \theta = \angle C$
 $= \frac{1}{2} \angle C$ [$\because \angle C = 60^\circ$]
 $\therefore \theta = \frac{1}{2} \angle C$ এবং $\theta = \angle C$ ("LvGbv nGjv")

প্রশ্ন ৮ $M = \cos\alpha$, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$ [বরিশাল বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$; যখন $B = 45^\circ$

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

গ. $4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$, হলে α এর মান নির্ণয় কর।

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $B = 45^\circ$
 বামপক্ষ = $2\sin^2 B$
 $= 2 \cdot \sin^2 45^\circ$
 $= 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$
 $= 2 \cdot \frac{1}{2}$
 $= 1$
 ডানপক্ষ = $1 - \cos 2B$

$= 1 - \cos 2.45^\circ$
 $= 1 - \cos 90^\circ$
 $= 1 - 0$
 $= 1$

$\therefore 2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $\cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos A - 1}{\sin A} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{(\cos A - 1)^2}{\sin^2 A} = \frac{1}{p^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(1 - \cos A)^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{(1 - \cos A)^2}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A} = \frac{1}{p^2}$

বা, $\frac{1 + \cos A}{1 - \cos A} = \frac{p^2}{1}$

বা, $\frac{1 + \cos A + 1 - \cos A}{1 + \cos A - 1 + \cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2\cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\cos A} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

$\therefore \sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ (প্রমাণিত)

গ এখানে, $M = \cos\alpha$

এখন, $4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\cos^2\alpha - (2 + 2\sqrt{3})\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\cos^2\alpha - 2\cos\alpha - 2\sqrt{3}\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\cos\alpha(2\cos\alpha - 1) - \sqrt{3}(2\cos\alpha - 1) = 0$

বা, $(2\cos\alpha - 1)(2\cos\alpha - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\cos\alpha - 1 = 0$ অথবা, $2\cos\alpha - \sqrt{3} = 0$

বা, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\alpha = \cos 60^\circ$

বা, $\cos\alpha = \cos 30^\circ$

$\therefore \alpha = 60^\circ$

$\therefore \alpha = 30^\circ$

$\therefore \alpha = 30^\circ, 60^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ৯ $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$.

[সকল বোর্ড-২০১৮ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$.

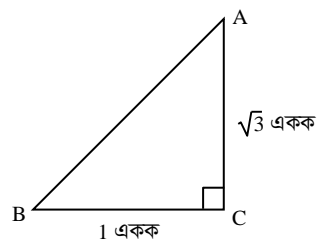
৪

গ. $\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে, m ও n এর মান নির্ণয় কর।

৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $\tan B = \sqrt{3} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

∴ লম্ব, AC = √3 একক, ভূমি, BC = 1 একক
 ∴ অতিভুজ, AB = √(AC² + BC²)
 = √((√3)² + 1²)
 = √(3 + 1)
 = √4 = 2 একক (Ans.)

দেওয়া আছে, ΔABC-এ ∠C = 90° SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-৭ঘ

এবং tanB = √3
 বা, tanB = tan60°
 ∴ B = 60°
 এবং A = 180° - (C + B)
 = 180° - (90° + 60°) = 30°

বামপক্ষ = $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$
 = $\frac{\cot 30^\circ + \sqrt{3}}{\cot 60^\circ + \tan 30^\circ}$ [‘ক’ হতে প্রাপ্ত]
 = $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$
 = $\frac{2\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}}$
 = $2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 = 3

ডানপক্ষ = cotA.tanB = cot30° . tan60° = √3 . √3 = 3

∴ $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A.tanB$ (প্রমাণিত)

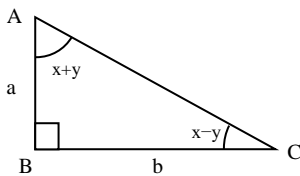
প্রশ্নমতে, m + n = ∠B = 60° (i)
 m - n = ∠A = 30° (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,
 m + n + m - n = 60° + 30°
 বা, 2m = 90°
 ∴ m = 45° (Ans.)

m এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,
 45° + n = 60°
 বা, n = 60° - 45°
 ∴ n = 15° (Ans.)

প্রশ্ন ১০

[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৮]



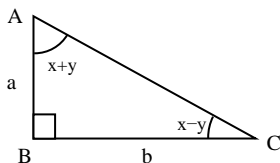
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$.

গ. a = 1 এবং b = √3 হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর।

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রানুসারে, AB = a, BC = b এবং ∠ABC = 90°

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

AC² = AB² + BC² বা, AC² = a² + b²

∴ AC = √(a² + b²) (Ans.)

দেওয়া আছে, AB = a, BC = b

এবং AC = √(a² + b²) [‘ক’ থেকে প্রাপ্ত]

বামপক্ষ = $\frac{\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$ $\frac{\frac{BC}{AC} + 1 - \frac{AB}{AC}}{1 - \frac{AB}{AC}}$ [‘ক’ এর চিত্র]

হতে

= $\frac{\sin A + 1 - \cos A}{1 - \cos A} \cdot \frac{1}{\sin A}$
 = $\frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{(1 - \cos A) \sin A}$
 = $\frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{(1 - \cos A) \sin A}$
 = $\frac{1 + 1 - 2\cos A}{(1 - \cos A) \sin A}$ [∵ sin²A + cos²A = 1]
 = $\frac{2(1 - \cos A)}{(1 - \cos A) \sin A}$

= 2. $\frac{1}{\sin A}$
 = 2 cosecA = ডানপক্ষ

∴ $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

দেওয়া আছে, AB = a = 1

BC = b = √3

এখন, সমকোণী ΔABC এ

tan ∠BAC = $\frac{BC}{AB}$

বা, tan (x + y) = $\frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, tan (x + y) = tan60°

∴ x + y = 60° (i)

আবার, tan ∠ACB = $\frac{AB}{BC}$

বা, tan (x - y) = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, tan (x - y) = tan30°

∴ x - y = 30° (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

2x = 90°

∴ x = 45°

আবার, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

2y = 30° ∴ y = 15°

সুতরাং x = 45° এবং y = 15° (Ans.)

২ প্রশ্ন ১১ A = cosθ + sinθ এবং B = cosθ - sinθ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি। [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]

৪ ক. θ = 45° হলে A এবং B এর মান নির্ণয় কর। ২

৪ খ. A = √2 (A - sinθ) হলে, প্রমাণ কর যে, B = √2 (A - cosθ) ৪

৪ গ. A = 1 হলে, θ এর মান নির্ণয় কর যেখানে 0° ≤ θ ≤ 90°. ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে, A = cosθ + sinθ এবং B = cosθ - sinθ
 θ = 45° হলে, A = cos45° + sin 45° এবং B = cos45° - sin 45°

= $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\left| \right.$ = $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$
 = $\frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\left| \right.$ ∴ B = 0

∴ A = √2 এবং B = 0 (Ans.)

খ

দেওয়া আছে, A = cosθ + sinθ এবং B = cosθ - sinθ

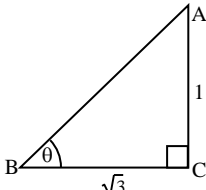


MWYZ (AveWkAk)

এখন $A = \sqrt{2} (A - \sin\theta)$ হলে
 $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} (\cos\theta + \sin\theta - \sin\theta)$
 বা, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta$
 বা, $\sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta - \cos\theta$
 বা, $\sin\theta = (\sqrt{2} - 1) \cos\theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = (\sqrt{2} + 1) (\sqrt{2} - 1) \cos\theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1\} \cos\theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin\theta = (2 - 1) \cos\theta$
 বা, $\sqrt{2} \sin\theta + \sin\theta = \cos\theta$
 বা, $\sqrt{2} \sin\theta = \cos\theta - \sin\theta$
 বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$
 বা, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} (\cos\theta + \sin\theta - \cos\theta)$
 $\therefore B = \sqrt{2} (A - \cos\theta)$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,
 $A = \cos\theta + \sin\theta$
 $A = 1$ হলে $\cos\theta + \sin\theta = 1$
 বা, $\cos\theta = 1 - \sin\theta$
 বা, $\cos^2\theta = (1 - \sin\theta)^2$ [বর্গ করে]
 বা, $\cos^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - \sin^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$
 বা, $1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$
 বা, $2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$
 বা, $2\sin\theta (\sin\theta - 1) = 0$
 বা, $\sin\theta (\sin\theta - 1) = 0$
 হয়, $\sin\theta = 0$ অথবা, $\sin\theta - 1 = 0$
 $\sin\theta = \sin 0^\circ$ বা, $\sin\theta = 1$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা, $\sin\theta = \sin 90^\circ \therefore \theta = 90^\circ$
 $\therefore \theta = 0^\circ$ বা 90° (Ans.)

প্রশ্ন ১২

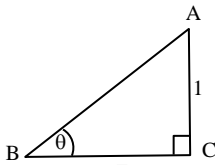


[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. θ এর মান নির্ণয় কর।
 খ. উল্লীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta} = 1$.
 গ. যদি $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ হয়, তবে দেখাও যে, $B = \theta$.

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্র হতে পাই, $\sqrt{3}$

$$\tan\theta = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ

'ক' থেকে পাই, $\theta = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta} \\ &= \frac{1}{1 + (\sin 30^\circ)^2} + \frac{1}{1 + (\operatorname{cosec} 30^\circ)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 + (2)^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{1 + 4}$$

$$= \frac{1}{\frac{4+1}{4}} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4+1}{5}$$

$$= \frac{5}{5} = 1$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{1}{1 + \sin^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2\theta} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ

দেওয়া আছে, $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

$$\text{বা, } \frac{\cos B - \sin B + \cos B + \sin B}{\cos B - \sin B - \cos B - \sin B} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

[যোজন বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\cos B}{-2\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos B}{\sin B} = \sqrt{3}$$

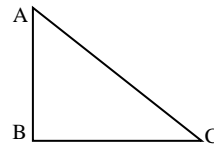
$$\text{বা, } \cot B = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot B = \cot 30^\circ$$

$$\therefore B = 30^\circ$$

সুতরাং $B = \theta$ ['ক' হতে পাই] (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩



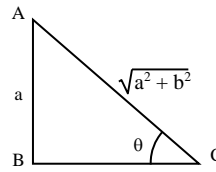
[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]

$AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ এবং $\angle C = \theta$ হলে,

ক. চিত্র হতে $\tan\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২
 খ. $\tan\theta$ এর মানের উপর ভিত্তি করে $\frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. যদি $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$ হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, $AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\begin{aligned} \therefore BC &= \sqrt{AC^2 - AB^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 - a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 - a^2} \\ &= \sqrt{b^2} = b \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, } \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{a}{b} \text{ (Ans.)}$$

খ

'ক' থেকে পাই,

$$\tan\theta = \frac{a}{b}$$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a \sin\theta}{b \cos\theta} = \frac{a^2}{b^2}$ [$\frac{a}{b}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{a \sin\theta + b \cos\theta}{a \sin\theta - b \cos\theta} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$\therefore \frac{a \sin\theta - b \cos\theta}{a \sin\theta + b \cos\theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (Ans.)

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

প্রশ্ন ১৪ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B = 1$ সমকোণ এবং $\tan A = 1$

[সিলেট বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]

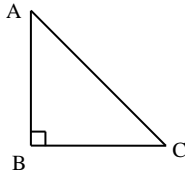
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $(\sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A} = 1$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $\angle B = 1$ সমকোণ

এবং $\tan A = 1$

আমরা জানি,

$\tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB}$

বা, $1 = \frac{BC}{AB}$

$\therefore AB = BC$

ΔABC হতে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2$

$\therefore AC = \sqrt{2} AB$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $\tan A = 1$

বা, $\tan A = \tan 45^\circ$

$\therefore A = 45^\circ$

আবার, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

বা, $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

$\therefore \sec^2 A + \cot^2 C + \sin^2 A = \sec^2 45^\circ + \cot^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$

$= (\sqrt{2})^2 + (1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 2 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{4+2+1}{2}$

$= \frac{7}{2}$ (Ans.)

গ বামপক্ষ = $\frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A}$
 $= \frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} + \frac{2 \tan^2 45^\circ}{3 \sin(2 \times 45^\circ)}$ [$\square A = 45^\circ$]

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{2 \cdot (1)^2}{3 \cdot \sin 90^\circ}$

$= \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{2}{3 \times 1}$

$\frac{2-1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

$= \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3}$

$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \frac{1 - \sin^2 A}{1 + \sin^2 A} + \frac{2 \tan^2 A}{3 \sin 2A} = 1$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$ এবং $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

[যশোর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]

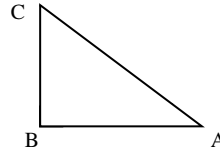
ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2}$ ৪

গ. $\angle A = x - y = \theta$ এবং $\angle C = x + y$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ একক (Ans.)

খ $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan^2 \theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

আবার, $\tan^2 \theta = \frac{1}{3}$

$\therefore \cot^2 \theta = 3$

এবং $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta = 1 + 3 = 4$

এখন, বামপক্ষ = $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$

$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} = \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{12+4}{3}}$

$= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16}$

$= \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2}$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$

$\angle A = x - y = \theta$ এবং $\angle C = x + y$

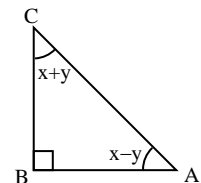
এবং $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \tan \angle A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \angle(x - y) = \tan 30^\circ$ [$\because \angle A = \theta = x - y$]

$\therefore x - y = 30^\circ$ (i)

আবার, যেহেতু ABC সমকোণী ত্রিভুজ



MvYZ (AvewkAK)

এবং $\angle B = 90^\circ$

$\therefore \angle C + \angle A = 90^\circ$

বা, $\angle C = 90^\circ - \angle A$

বা, $x + y = 90^\circ - 30^\circ$

$\therefore x + y = 60^\circ \dots \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$2x = 90^\circ \therefore x = 45^\circ$

আবার, (ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

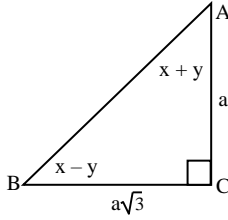
$2y = 30^\circ$

$\therefore y = 15^\circ$

সুতরাং $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৬

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৭]



চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\angle X = 45^\circ$ এবং $\angle Y = 15^\circ$.

গ. $\angle B + 15^\circ$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো বের কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= a^2 + (a\sqrt{3})^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2$$

$$\therefore AB = 2a$$

\therefore AB এর দৈর্ঘ্য 2a একক (Ans.)

খ. চিত্র থেকে, $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a}$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x+y = 60^\circ \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x-y = 30^\circ \dots \dots \dots (ii)$$

এখন (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$x+y+x-y = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{90^\circ}{2}$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\text{বা, } y = 60^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ \text{ এবং } y = 15^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $x-y = 30^\circ$

চিত্র থেকে $\angle B = x-y = 30^\circ$

এখন $\angle B + 15^\circ = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$

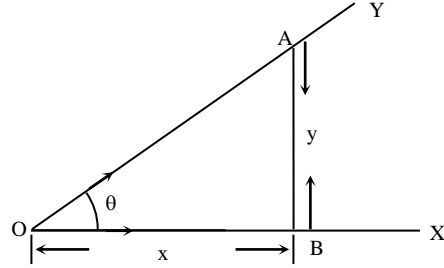
45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো বের করতে হবে।

অতঃপর,

গণিত পাঠ্য বইয়ের অনুশীলন ৯.২ এর অনুচ্ছেদ ৯.৬ এর 45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭

প্রশ্ন ▶ ১৭

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]



ক. $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ।

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\left(\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)$ এর মান নির্ণয় কর,

যখন $x = 3$, $y = 4$ ।

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্র থেকে পাই,

$$\text{ভূমি} = OB = x$$

$$\text{লম্ব} = AB = y$$

আমরা জানি,

$$\cot \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{OB}{AB}$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{x}{y} \text{ (Ans.)}$$

খ. চিত্রানুসারে পাই,

$$\text{ভূমি} = OB = x$$

$$\text{লম্ব} = AB = y$$

এবং $\angle AOB = \theta$ একটি সূক্ষ্মকোণ

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$(\text{অতিভূজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = OB^2 + AB^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = x^2 + y^2$$

$$\therefore OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

আমরা জানি,

$$\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{AB}{OA} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{OB}{OA} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$= \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)^2$$

$$= \frac{y^2}{x^2 + y^2} + \frac{x^2}{x^2 + y^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} = 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $OB = x = 3$

$$AB = y = 4$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

চিত্র থেকে পাই,

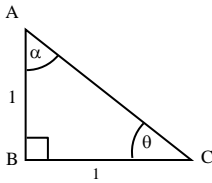
$$\sin A = \frac{OB}{OA} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos A = \frac{AB}{OA} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{4}{5}$$



$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} \\ &= \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{4}{5}} + \frac{1 - \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} \\ &= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}} + \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{5}{1} + \frac{1}{5} \times \frac{5}{3} \\ &= 3 + \frac{1}{3} = \frac{9+1}{3} \\ &= \frac{10}{3} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

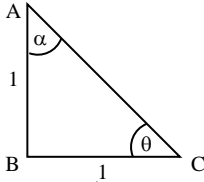
প্রশ্ন ▶ ১৮ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করঃ [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]



- ক. অতিভূজ এর পরিমাণ কত? ২
 খ. $\cos\theta + \cos\alpha$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. চিত্রের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1$. ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

অতিভূজ $\sqrt{2}$ একক (Ans.)

খ

‘ক’ থেকে পাই,

অতিভূজ $AC = \sqrt{2}$

$$\text{এখন, } \cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং } \cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos\theta + \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

গ

চিত্র থেকে পাই,

$$\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ এবং } \cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \sin^2\theta + \cos^2\alpha &= \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} \\ &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\alpha = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ১৯ $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2 A \cdot \sin^2 A = mn$. ২
 খ. দেখাও যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. ৪
 গ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \sqrt{mn} \cdot \operatorname{cosec}^2 A$. ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan A + \sin A = m$$

$$\tan A - \sin A = n$$

এখন, $\tan^2 A \cdot \sin^2 A$

$$= \tan^2 A (1 - \cos^2 A) \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= \tan^2 A - \tan^2 A \cdot \cos^2 A$$

$$= \tan^2 A - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \cdot \cos^2 A$$

$$= \tan^2 A - \sin^2 A$$

$$= (\tan A + \sin A) (\tan A - \sin A)$$

$$= mn \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore \tan^2 A \cdot \sin^2 A = mn \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ

‘খ’ থেকে পাই, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

$$\text{বা, } (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2 = 4\sqrt{mn} \quad [m, n \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 4 \tan A \sin A = 4\sqrt{mn} \quad [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$\text{বা, } \tan A \cdot \sin A = \sqrt{mn} \quad [4 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \sin A = \sqrt{mn}$$

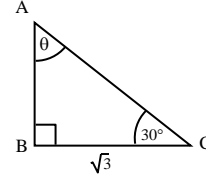
$$\text{বা, } \frac{\sin^2 A}{\cos A} = \sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{mn}}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \sec A = \sqrt{mn} \cdot \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$\therefore \sec A = \sqrt{mn} \operatorname{cosec}^2 A \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ২০



[সিলেট বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]

$BC = \sqrt{3}$ সে.মি., $\angle B =$ এক সমকোণ, $\angle ACB = 30^\circ$.

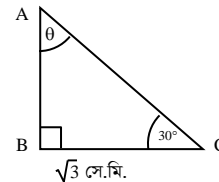
- ক. AB ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1$. ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে θ কোণের সাপেক্ষে যদি $2 \cdot \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3 \cdot \frac{AB}{AC} - 3 = 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $\theta = 60^\circ$ । ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $BC = \sqrt{3}$ সে.মি., $\angle B =$ এক সমকোণ ও $\angle ACB = 30^\circ$

$$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{1}{AC}$$

$$\therefore AC = 2 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$



Mwyz (AvewkAk)

$$\text{আবার, } \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{AB}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{AB}{2}$$

$$\therefore AB = 1 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

খ চিত্র থেকে পাই,

$$\sin A = \frac{BC}{AC} \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad [\because BC = \sqrt{3} \text{ ও } AC = 2]$$

$$\text{আবার, } \tan A = \frac{BC}{AB} \dots\dots\dots (ii)$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{1} \quad [\because BC = \sqrt{3} \text{ ও } AB = 1]$$

$$\therefore \tan A = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = \frac{1}{2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} + \frac{1}{2 + 3}$$

$$= \frac{1}{\frac{8-3}{4}} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4+1}{5}$$

$$= \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ চিত্রানুযায়ী, $\sin \theta = \frac{BC}{AC}$ এবং $\cos \theta = \frac{AB}{AC}$

$$\text{দেওয়া আছে, } 2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} - 3 = 0$$

$$\therefore 2(\sin \theta)^2 + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2(1 - \cos^2 \theta) + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - 2\cos^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2\cos^2 \theta + 3\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 2\cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta (\cos \theta - 1) - 1(\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta - 1)(2\cos \theta - 1) = 0$$

$$\therefore \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 0^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 0^\circ, \text{ যা গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২১ $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$.

[যশোর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $m + n = 2 \sec \theta \cdot \sin \theta$.

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn}$.

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$. 8

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan \theta + \sin \theta = m \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \tan \theta - \sin \theta = n \dots\dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta = m + n$$

$$\text{বা, } 2\tan \theta = m + n$$

$$\text{বা, } m + n = 2\tan \theta$$

$$\text{বা, } m + n = 2 \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\text{বা, } m + n = 2 \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \sin \theta$$

$$\therefore m + n = 2 \sec \theta \cdot \sin \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ এর দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ দেওয়া আছে, $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta + \sin \theta}{\tan \theta - \sin \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \text{ [প্রদত্ত]}$$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta}{\tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2 \tan \theta}{2 \sin \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\tan \theta}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২২ $\triangle ABC$ -এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৭]

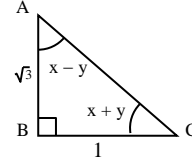
ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$$

$$\therefore AC = \pm 2$$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋনাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore AC \text{ এর দৈর্ঘ্য } 2 \text{ একক (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

‘ক’ থেকে পাই, AC = 2

$$\Delta ABC\text{-এ } \sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin A = \frac{1}{2} \text{ বা, } \frac{1}{\sin A} = 2$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = 2$$

$$\text{আবার, } \cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \sec A = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$$

$$= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{4 - \frac{4}{3}}{\frac{3-1}{4}}$$

$$= \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{2}{4}} = \frac{8}{3} \times \frac{4}{2}$$

$$= \frac{16}{3} \text{ (Ans.)}$$

গ ΔABC -এ $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore \tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad [\because \angle A = x-y]$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x-y = 30^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \frac{\sqrt{3}}{1} \quad [\because \angle C = x+y]$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x+y = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ \text{ ও } y = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৩ $\cos^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ৯]

ক. দেখাও যে, $\frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \sin^2 \theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cot^4 \theta - \cot^2 \theta = 1$ এবং $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = 1$ ৪

গ. দেখাও যে, $\sin^2 \theta + \sec^2 \theta = 2$ এবং $1 - \tan^2 \theta = \sin^2 \theta$ ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cos^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

$$\therefore \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \frac{1 + \cos^2 \theta - 1}{1 + \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} - \frac{1}{1 + \cos^2 \theta}$$

$$= 1 - \frac{1}{\sec^2 \theta} \quad [\because 1 + \cos^2 \theta = \sec^2 \theta]$$

$$= 1 - \cos^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta$$

$$\therefore \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} = \sin^2 \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $\cos^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \tan^2 \theta$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sec^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

$$\text{বা, } \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

$$\therefore \tan^4 \theta + \tan^2 \theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cot^4 \theta} + \frac{1}{\cot^2 \theta} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot^4 \theta} = 1$$

$$\text{বা, } \cot^4 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$\therefore \cot^4 \theta - \cot^2 \theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ $\sin^2 \theta + \sec^2 \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1$

$$= 1 + 1 = 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{আবার, } 1 - \tan^2 \theta = 1 - (\sec^2 \theta - 1)$$

$$= 1 - \sec^2 \theta + 1$$

$$= 2 - 1 - \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \cos^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ২৪ ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x + y$
 $\angle C = x - y = \alpha$ এবং $\cot \alpha = \sqrt{3}$

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. α কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha} = \sqrt{3} \quad [\because \sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} \text{ এবং } \cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}]$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha}{\sec^2 \alpha} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$\cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot \alpha = \cot 30^\circ$$

$$\text{বা, } \alpha = 30^\circ$$

$$\text{বা, } \angle C = x - y = \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \angle A = x + y = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

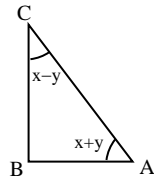
$$2x = 90^\circ \Rightarrow x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$(ii) \text{ নং থেকে পাই, } y = 60^\circ - x$$

$$= 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ এর মান যথাক্রমে } 45^\circ \text{ ও } 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ ‘খ’ হতে পাই, $\alpha = 30^\circ$



Mwyz (AvewkAk)

অতঃপর, পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর অনুচ্ছেদ “বিশেষ কিছু কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত” দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৬

প্রশ্ন ▶ ২৫ $\cot\theta + \cos\theta = p$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = q$

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $q = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$ ৪

গ. $\frac{p}{q} = 3$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শর্তমতে, $q = 0$

বা, $\cot\theta - \cos\theta = 0$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \cos\theta = 0$

$\therefore \cos\theta \left(\frac{1}{\sin\theta} - 1 \right) = 0$

হয়, $\cos\theta = 0$

অথবা, $\frac{1}{\sin\theta} - 1 = 0$

বা, $\cos\theta = \cos 90^\circ$

বা, $\sin\theta = 1 = \sin 90^\circ$

$\therefore \theta = 90^\circ$

\therefore নির্ণয় মান, $\theta = 90^\circ$

খ সূজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = 3$

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta}{\cot\theta - \cos\theta} = 3$; যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ

বা, $\frac{\cot\theta + \cos\theta + \cot\theta - \cos\theta}{\cot\theta + \cos\theta - \cot\theta + \cos\theta} = \frac{3+1}{3-1}$ [যোজন-বিয়োজন]

বা, $\frac{2\cot\theta}{2\cos\theta} = \frac{4}{2}$

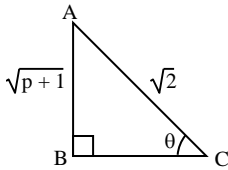
বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = 2$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \operatorname{cosec} 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২৬ $\cot\theta + \cos\theta = m$ এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$;

$\alpha = \tan A + \sin A$, $\beta = \tan A - \sin A$



[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $mn = \cot^2\theta \cos^2\theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\alpha^2 - \beta^2 = 4\sqrt{\alpha\beta}$ ৪

গ. চিত্রের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{p+3}{p-1}$ ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ = mn

$= (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$

$= \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$= \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta$

$= \cos^2\theta \left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1 \right)$

$= \cos^2\theta (\operatorname{cosec}^2\theta - 1)$

$= \cos^2\theta \cot^2\theta$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore mn = \cos^2\theta \cot^2\theta$ (দেখানো হলো)

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ চিত্রানুসারে, $\triangle ABC$ -এ,

$\sin\theta = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin\theta = \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{2}}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{1+p}{2}$

বা, $\frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{1+p+2}{1+p-2}$ [যোজন-বিয়োজন]

$\therefore \frac{\sin^2\theta + 1}{\sin^2\theta - 1} = \frac{p+3}{p-1}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ২৭ $f(x) = \sin x$

[কুমিল্পা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। যখন $\theta = 30^\circ$ ২

খ. $\{f(x)\}^4 + \{f(x)\}^2 = 1$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$\left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^4 - \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^2 = 1 \quad ৪$$

গ. সমাধান কর : $2\{f(90^\circ - \theta)\}^2 + 3f(\theta) - 3 = 0$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\theta = 30^\circ$

প্রদত্ত রাশি = $\frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$

$= \frac{1 - \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$

$= \frac{3 - 1}{3 + 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $f(x) = \sin x$

$\therefore f(90^\circ - x) = \sin(90^\circ - x) = \cos x$

প্রশ্নমতে, $\{f(x)\}^4 + \{f(x)\}^2 = 1$

বা, $\sin^4 x + \sin^2 x = 1$

বা, $\sin^4 x = 1 - \sin^2 x$

বা, $\sin^4 x = \cos^2 x$

বা, $\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^4 x}$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 = 1 + \tan^2 x$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 - \tan^2 x = 1$

বা, $\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^4 - \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = 1$

$\therefore \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^4 - \left\{ \frac{f(x)}{f(90^\circ - x)} \right\}^2 = 1$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $2\{f(90^\circ - \theta)\}^2 + 3f(\theta) - 3 = 0$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ

$\therefore 2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ঘ) দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা-১৯২

প্রশ্ন ▶ ২৮ $x = \tan\theta + \sin\theta$, $y = \tan\theta - \sin\theta$, $z = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

[কুমিল্পা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৯]

- ক. $\sec A - \tan A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $\sec A + \tan A$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $(x + y)^2 = \frac{16xy}{(x - y)^2}$ ৪
 গ. $z = 2 - 5 \cos \theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
 বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1$
 বা, $\sec A + \tan A = \frac{1}{\sec A - \tan A}$
 $\therefore \sec A + \tan A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
 $= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x = \tan \theta + \sin \theta$
 এবং $y = \tan \theta - \sin \theta$
 $\therefore x + y = 2 \tan \theta$
 এবং $x - y = 2 \sin \theta$
 $\therefore (x + y)^2 (x - y)^2 = (2 \tan \theta)^2 (2 \sin \theta)^2$
 $= 4 \tan^2 \theta \cdot 4 \sin^2 \theta$
 $= 16 \tan^2 \theta \sin^2 \theta$
 $= 16 \tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)$
 $= 16(\tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cos^2 \theta)$
 $= 16 \left(\tan^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \times \cos^2 \theta \right)$
 $= 16(\tan^2 \theta - \sin^2 \theta)$
 $= 16(\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)$
 $= 16xy$ [মান বসিয়ে]

$\therefore (x + y)^2 = \frac{16xy}{(x - y)^2}$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $z = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$
 প্রশ্নমতে, $z = 2 - 5 \cos \theta$
 বা, $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$
 বা, $\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 2 - 5 \cos \theta$
 বা, $\cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$
 বা, $2 \cos^2 \theta - 1 = 2 - 5 \cos \theta$
 বা, $2 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 1 - 2 = 0$
 বা, $2 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 3 = 0$
 বা, $2 \cos^2 \theta + 6 \cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$
 বা, $2 \cos \theta (\cos \theta + 3) - 1(\cos \theta + 3) = 0$
 বা, $(\cos \theta + 3)(2 \cos \theta - 1) = 0$
 বা, $\cos \theta + 3 = 0$ অথবা, $2 \cos \theta - 1 = 0$
 বা, $\cos \theta = -3$ বা, $2 \cos \theta = 1$
 [কিন্তু $\cos \theta \neq -3$, বা, $\cos \theta = \frac{1}{2}$
 কারণ, $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ বা, $\cos \theta = \cos 60^\circ$
 $\therefore \theta = 60^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৯ $x = \sin \theta$, $y = \cos \theta$, $r = \tan \theta$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।
 [মৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. $x + y = \sqrt{2}y$ হলে প্রমাণ কর যে, $y - x = \sqrt{2}x$. ৪
 গ. $7x^2 + 3y^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$. ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan \theta = r$
 এখন, $r = \sqrt{(3)^{-1}}$
 বা, $\tan \theta = \sqrt{(3)^{-1}}$
 বা, $\tan \theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$
 বা, $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 বা, $\tan \theta = \tan 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{2}y$
 বা, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$
 বা, $\sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta - \cos \theta$
 বা, $\sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$
 বা, $(\sqrt{2} + 1) \sin \theta = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) \cos \theta$ [উভয়পক্ষে $(\sqrt{2} + 1)$
 বা, $\sqrt{2} \sin \theta + \sin \theta = \{(\sqrt{2})^2 - 1^2\} \cos \theta$ দ্বারা গুণ করে]
 বা, $\sqrt{2} \sin \theta + \sin \theta = (2 - 1) \cos \theta$
 বা, $\sqrt{2} \sin \theta = \cos \theta - \sin \theta$
 বা, $\sqrt{2}x = y - x$
 $\therefore y - x = \sqrt{2}x$ (প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে, $\sin \theta = x$,
 $\cos \theta = y$
 এখন, $7x^2 + 3y^2 = 4$
 বা, $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$
 বা, $7 \sin^2 \theta + 3(1 - \sin^2 \theta) = 4$
 বা, $7 \sin^2 \theta + 3 - 3 \sin^2 \theta = 4$
 বা, $4 \sin^2 \theta + 3 = 4$
 বা, $4 \sin^2 \theta = 4 - 3$
 বা, $4 \sin^2 \theta = 1$
 বা, $\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$
 বা, $\sin \theta = \sqrt{\frac{1}{4}}$
 বা, $\sin \theta = \frac{1}{2}$; [0 সূক্ষ্মকোণ]
 বা, $\sin \theta = \sin 30^\circ$
 $\therefore \theta = 30^\circ$
 বামপক্ষ = $\tan \theta$
 $= \tan 30^\circ$
 $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ ডানপক্ষ
 $\therefore \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৩০ $x = \sin \theta$ এবং $y = \cos \theta$
 [সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. দেখাও যে, $\frac{y}{x} \sqrt{1 - y^2} = y$ ২
 খ. $x + y = \sqrt{2}y$ হলে দেখাও যে, $y - x = \sqrt{2}x$. ৪
 গ. সমাধান কর : $x + y = 1$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ = $\frac{y}{x} \sqrt{1 - y^2}$
 $= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
 $= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \sqrt{\sin^2 \theta}$



$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \sin\theta$$

$$= \cos\theta = y = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{y}{x} \sqrt{1-y^2} = y \text{ (দেখানো হলো)}$$

ক সৃজনশীল ২৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ $x + y = 1$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos\theta = 1 - \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta = (1 - \sin\theta)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$$

$$\text{বা, } 1 - \sin^2\theta = 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta$$

$$\text{বা, } 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin^2\theta - 2\sin\theta = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } \sin\theta(\sin\theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \sin\theta = 0 \quad \text{অথবা, } \sin\theta - 1 = 0$$

$$\sin\theta = \sin 0^\circ \quad \text{বা, } \sin\theta = 1$$

$$\therefore \theta = 0^\circ \quad \text{বা, } \sin\theta = \sin 90^\circ \therefore \theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 0^\circ \text{ বা } 90^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৩১ $p = \tan\theta + \sin\theta$, $q = \tan\theta - \sin\theta$ এবং $r = \cos^4\theta - \sin^4\theta$

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2 - \sin^2 A} + \frac{1}{2 + \tan^2 A} = 1$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p + q)^2 = 16pq(p - q)^{-2}$. ৪

গ. $r = 2 - 5\cos\theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

$$p + q = \tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta = 2\tan\theta$$

$$p - q = \tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta = 2\sin\theta$$

$$\text{বামপক্ষ} = (p + q)^2$$

$$= (2\tan\theta)^2 = 4\tan^2\theta$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 16pq(p - q)^{-2}$$

$$= 4pq \cdot 4(p - q)^{-2}$$

$$= \{(p + q)^2 - (p - q)^2\} \cdot 4(2\sin\theta)^{-2}$$

$$= \{(2\tan\theta)^2 - (2\sin\theta)^2\} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4\sin^2\theta}$$

$$= (4\tan^2\theta - 4\sin^2\theta) \cdot \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$= 4 \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\sin^2\theta} - 1 \right)$$

$$= 4 \left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1 \right)$$

$$= 4(\sec^2\theta - 1) = 4\tan^2\theta$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (p + q)^2 = 16pq(p - q)^{-2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ শর্তমতে, $r = 2 - 5\cos\theta$; θ সূক্ষ্মকোণ

$$\text{বা, } \cos^4\theta - \sin^4\theta = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } (\cos^2\theta - \sin^2\theta)(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \cdot 1 = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 1 = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 1 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos\theta + 3 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\theta = -3$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta = 1$$

$$[\text{কিন্তু } \cos\theta \neq -3,$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{কারণ, } -1 \leq \cos\theta \leq 1]$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } \theta = 60^\circ.$$

প্রশ্ন ৩২ $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta \cdot \sin^2\theta = mn$. ২

খ. দেখাও যে, $\frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn$. ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ দেওয়া আছে, $\tan\theta + \sin\theta = m$

$$\tan\theta - \sin\theta = n$$

$$\therefore m^2 - n^2 = (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$$

$$= 4\tan\theta\sin\theta \quad [\square (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab]$$

এখন,

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4)$$

$$= \frac{1}{16}(m^2 - n^2)^2$$

$$= \frac{1}{16}(4\tan\theta\sin\theta)^2$$

$$= \frac{16}{16}\tan^2\theta\sin^2\theta$$

$$= \tan^2\theta(1 - \cos^2\theta)$$

$$= \tan^2\theta - \tan^2\theta \cdot \cos^2\theta$$

$$= \tan^2\theta - \sin^2\theta$$

$$= (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$$

$$= mn$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{1}{16}(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) = mn \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৩ $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$ এবং $\angle A = 60^\circ$

[ভিকারনিনিসা নুন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. মান নির্ণয় কর : $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \sin^2 A$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর; যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$. ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle A = 60^\circ$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \sin^2 A$$

$$= \frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ} + \sin^2 60^\circ$$

$$= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1 - 3}{1 + 3} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{-2}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{-2 + 3}{4}$$



= $\frac{1}{4}$ (Ans.)

- খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩
- গ সৃজনশীল ২১(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৩৪ ΔABC-এ ∠C = 90° এবং cotA = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. secA + tanA = $\frac{3}{2}$ হলে tanA - secA এর মান নির্ণয় কর। ২
 - খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$ 8
 - গ. যদি ∠A = m + n, ∠B = m - n হয়, তবে m ও n এর মান নির্ণয় কর। 8
- ৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে,

secA + tanA = $\frac{3}{2}$... (i)

আমরা জানি,

sec²A - tan²A = 1

বা, (secA + tanA)(secA - tanA) = 1

বা, $\frac{3}{2} \times (\sec A - \tan A) = 1$

বা, secA - tanA = $\frac{2}{3}$

∴ tanA - secA = $-\frac{2}{3}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

cotA = $\frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ$

∴ A = 60°

∴ sinA = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং cosA = $\frac{1}{2}$

∴ বামপক্ষ = $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$

= $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

= $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

= $\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

= $\frac{3 + 1}{\sqrt{3}}$

= $\frac{4}{\sqrt{3}}$

ডানপক্ষ = 2 cosecA

= $\frac{2}{\sin A} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

∴ $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

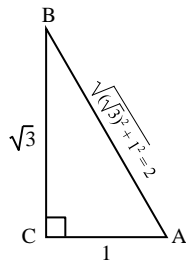
cotA = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ A = 60°

সুতরাং B = 90° - 60° = 30° [যেহেতু ∠C = 90°]

প্রশ্নমতে, m + n = 60° ... (i)

m - n = 30° ... (ii)



যোগ করে পাই, 2m = 90°

∴ m = 45°

(i) নং হতে পাই, n = 60° - m = 60° - 45° = 15°

∴ m = 45°, n = 15° (Ans.)

প্রশ্ন ৩৫ cotθ + cosθ = m এবং cotθ - cosθ = n.

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\frac{m + n}{m - n} = \operatorname{cosec} \theta$. ২
 - খ. প্রমাণ কর যে, m² = n² + 4√mn. 8
 - গ. m(2 - √3) = n(2 + √3) হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে, 0° < θ < 90°. 8
- ৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান**

ক দেওয়া আছে, cotθ + cosθ = m

cotθ - cosθ = n

এখন, $\frac{m + n}{m - n}$

= $\frac{\cot \theta + \cos \theta + \cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta - \cot \theta + \cos \theta}$

= $\frac{2 \cot \theta}{2 \cos \theta}$

= $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{1}{\cos \theta}$

= $\frac{1}{\sin \theta}$

= cosecθ (দেখানো হলো)

খ এখন, m² - n²

= (cotθ + cosθ)² - (cotθ - cosθ)² [মান বসিয়ে]

= 4 cotθ cosθ

= 4 √cot²θ cos²θ

= 4 √cot²θ (1 - sin²θ)

= 4 √cot²θ - cot²θ × sin²θ

= 4 √cot²θ - $\frac{\cos²\theta}{\sin²\theta} \times \sin²\theta$

= 4 √cot²θ - cos²θ

= 4 √(cotθ + cosθ)(cotθ - cosθ)

= 4 √mn

বা, m² - n² = 4√mn

∴ m² = n² + 4√mn (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, m(2 - √3) = n(2 + √3)

বা, $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot \theta + \cos \theta}{\cot \theta - \cos \theta} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে]

বা, $\frac{\cot \theta + \cos \theta + \cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta - \cot \theta + \cos \theta} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2 \cot \theta}{2 \cos \theta} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cot \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, sinθ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, sinθ = sin60°

∴ θ = 60° [∵ 0° < θ < 90°]



Ans: $\theta = 60^\circ$

প্রশ্ন ▶ ৩৬ $\sec B = x$, $\tan B = y$ এবং $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ যেখানে A, B সূক্ষ্মকোণ।

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ হলে দেখাও যে, $B = 60^\circ$ ৪
- গ. উদ্দীপকের তথ্য হতে $\sin A + \cos A$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ৩(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

$$\text{অতঃপর, } \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \cot \theta = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

খ সূজনশীল ৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৭ $\sin \theta = p$, $\cos \theta = q$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = 45^\circ$ । ৪
- গ. দেখাও যে, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1+p}{1-p}$ । ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$\sin \theta = p, \cos \theta = q \text{ এবং } p + q = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{2} - \cos \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = (\sqrt{2} - \cos \theta)^2$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta - 2 + 2\sqrt{2}\cos \theta - \cos^2 \theta = 0$$

$$\text{বা, } -2\cos^2 \theta + 2\sqrt{2}\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 2\sqrt{2}\cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ বামপক্ষ = $(\tan \theta + \sec \theta)^2$

$$= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2$$

$$\left[\because \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ এবং } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right]$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta} \quad [\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta]$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

[হরে $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ সূত্র প্রয়োগ করে]

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1+p}{1-p} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩৮ $x = \tan \theta + \sin \theta$, $y = \tan \theta - \sin \theta$ এবং $z = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$.

[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. দেখাও যে, $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$ ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $(x + y)^2 = \frac{16xy}{(x - y)^2}$ ৪
- গ. $z = 2 - 5 \cos \theta$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর উদাহরণ ৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮০

খ সূজনশীল ২৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ২৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৮]

- ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে, $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$. ৪
- গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪০ $P = \sin \theta$ এবং $Q = \sec A - \tan A$

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $P = \frac{1}{2}$ হলে $\cos 2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $4P^2 - (2 + 2\sqrt{3})P + \sqrt{3} = 0$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} A = \frac{1+Q^2}{1-Q^2}$ ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথমতে, $P = \sin \theta = \frac{1}{2}$ বা, $\sin \theta = \sin 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$

$$\therefore \cos 2\theta = \cos (2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ $4P^2 - (2 + 2\sqrt{3})P + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } 4\sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3})\sin \theta + \sqrt{3} = 0 \quad [\because P = \sin \theta]$$

$$\text{বা, } 4\sin^2 \theta - 2\sin \theta - 2\sqrt{3}\sin \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin \theta (2\sin \theta - 1) - \sqrt{3} (2\sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\sin \theta - 1) (2\sin \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore 2\sin \theta - 1 = 0$$

অথবা,

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$2\sin \theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ, 60^\circ \text{ (Ans.)}$$



গ. দেওয়া আছে, $\sec A - \tan A = Q$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} = Q$$

$$\text{বা, } \frac{1 - \sin A}{\cos A} = Q$$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \sin A)^2}{\cos^2 A} = Q^2$$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} = Q^2$$

$$\text{বা, } \frac{(1 - \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)} = Q^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} = \frac{1}{Q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A - 1 + \sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{2 \sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A} = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ 81 $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan B = \sqrt{3}$.

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B$. 8

গ. $\angle B = m + n$ এবং $\angle A = m - n$ হলে, m ও n এর মান নির্ণয় কর। 8

81 নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ 82 $A = \operatorname{cosec} \alpha + \cot \alpha$, $B = \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha$

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ হলে $\cot \theta$ এর মান কত? ২

খ. যদি $B = \frac{1}{x}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\sec \alpha = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ 8

গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং α সূক্ষ্মকোণ হলে α এর মান নির্ণয় কর। 8

82 নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\sin \theta = \frac{1}{3}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 \theta = 3^2$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 \theta = 9$$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = 8$$

$$\therefore \cot \theta = \pm \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$B = \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \cot \alpha - \operatorname{cosec} \alpha = -\frac{1}{x}$$

এরপর সৃজনশীল ৮(খ)নং সমাধানের অনুরূপ।

গ. সৃজনশীল ৬(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ 83 $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $Q = \sin \theta + \cos \theta$

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan \theta + \cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{2}$ 8

গ. $Q = 1$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। 8

83 নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \cot \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{সুতরাং } \tan \theta + \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{1 + 3}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

খ. সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ 88 $\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ ২

খ. সমীকরণটির সমাধান কর। 8

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত θ এর মান ব্যবহার করে নিচের রাশিটির মান নির্ণয় কর:

$$3 \cot^2(\theta + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(\theta - 15^\circ) + 5 \sin^2 \theta - 4 \cos^2(\theta + 15^\circ) + \tan^2 \theta \cdot 8$$

88 নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{\sec \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} + \frac{\operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} + \frac{1}{\sec \theta} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = \sqrt{2} \text{ হলে,}$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sqrt{2} - \cos \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = (\sqrt{2} - \cos \theta)^2 = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta = 2 - 2\sqrt{2} \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 \theta - 2\sqrt{2} \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos \theta)^2 - 2\sqrt{2} \cos \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $\theta = 45^\circ$

$$\therefore 3 \cot^2(\theta + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(\theta - 15^\circ) + 5 \sin^2 \theta - 4 \cos^2(\theta + 15^\circ) + \tan^2 \theta$$

$$= 3 \cot^2(45^\circ + 15^\circ) + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2(45^\circ - 15^\circ) + 5 \sin^2 45^\circ - 4 \cos^2(45^\circ + 15^\circ) + \tan^2 45^\circ$$

$$= 3 \cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5 \sin^2 45^\circ - 4 \cos^2 60^\circ + \tan^2 45^\circ$$

$$= 3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot 2^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1^2$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 + 1$$

$$= \frac{9}{2} \text{ (Ans.)}$$



প্রশ্ন ▶ ৪৫ (i) $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x}$ এবং (ii) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2$,
যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $x = 2$ হলে $\operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. (i) নং থেকে প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. 8
গ. (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর। 8

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{x} \text{ এবং } x = 2$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{2} \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$$

$$\text{বা, } (\operatorname{cosec} A + \cot A) \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = 2 \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2 \operatorname{cosec} A = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' থেকে পাই,

$$\operatorname{cosec} A + \cot A = x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A} = x$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \cos A}{\sin A} = x$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \cos A)^2}{\sin^2 A} = x^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + \cos^2 A}{\sin^2 A} = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + \cos^2 A + \sin^2 A}{1 + 2\cos A + \cos^2 A - \sin^2 A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 2\cos A + 1}{1 + 2\cos A + \cos^2 A - (1 - \cos^2 A)} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2 + 2\cos A}{1 + 2\cos A + \cos^2 A - 1 + \cos^2 A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2(1 + \cos A)}{2\cos A + 2\cos^2 A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2(1 + \cos A)}{2\cos A(1 + \cos A)} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\therefore \cos A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin \theta = 2 - \cos \theta$$

$$\text{বা, } 3 \sin^2 \theta = 4 - 4 \cos \theta + \cos^2 \theta \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 3 - 3 \cos^2 \theta = 4 - 4 \cos \theta + \cos^2 \theta \quad [\square \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta]$$

$$\text{বা, } 0 = 4 - 4 \cos \theta + \cos^2 \theta - 3 + 3 \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 4 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2 \cos \theta)^2 - 2 \cdot 2 \cos \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2 \cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৪৬ $m = \sin \theta$, $\sec A + \tan A = \frac{1}{p}$ এবং $s = \tan \theta$ যখন $0^\circ < \theta < 90^\circ$

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $m = \sqrt{2}^{-1}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $(1 + p^2) \sin A + p^2 = 1$ 8
গ. $\frac{s + m}{s - m} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। 8

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $m = \sin \theta$

$$\text{শর্তমতে, } m = \sqrt{2}^{-1}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $\frac{1}{p} = \sec A + \tan A = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

$$\text{বা, } p = \frac{\cos A}{1 + \sin A}$$

$$\therefore p^2 = \frac{\cos^2 A}{(1 + \sin A)^2}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{(1 + \sin A)^2}$$

$$= \frac{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)^2}$$

$$= \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (1 + p^2) \sin A + p^2$$

$$= \left(1 + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}\right) \sin A + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \left(\frac{1 + \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A}\right) \sin A + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{2 \sin A}{1 + \sin A} + \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{2 \sin A + 1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{1 + \sin A}{1 + \sin A} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (1 + p^2) \sin A + p^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ সূজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৭ $A = \sec \theta$, $\tan \theta - \sec \theta = \frac{1}{p}$

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. দেখাও যে, $\cos 2B = \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B}$ যখন; $B = 30^\circ$. ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ 8
গ. $4A^2 - (2 + 2\sqrt{3})A + \sqrt{3} = 0$, হলে θ এর মান নির্ণয় কর। 8

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = 30^\circ$

$$\therefore \cos 2B = \cos(2 \times 30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } \frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B} = \frac{1 - (\tan 30^\circ)^2}{1 + (\tan 30^\circ)^2}$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$



∴ cos2B = $\frac{1 - \tan^2 B}{1 + \tan^2 B}$ (দেখানো হলো)

এ দেওয়া আছে, $\tan\theta - \sec\theta = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\sin\theta - 1}{\cos\theta} = \frac{1}{p}$

বা, $\frac{\cos\theta}{\sin\theta - 1} = p$

বা, $\frac{\cos\theta}{-(1 - \sin\theta)} = p$

$\frac{\cos^2\theta}{(1 - \sin\theta)^2} = p^2$

বা, $\frac{1 - \sin^2\theta}{(1 - \sin\theta)^2} = p^2$

বা, $\frac{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)^2} = p^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = p^2$

বা, $\frac{1 + \sin\theta + 1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta - 1 + \sin\theta} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ [যোজন বিয়োজন]

বা, $\frac{2}{2\sin\theta} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$

∴ cosecθ = $\frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ (প্রমাণিত)

গ এখন, $4A^2 - (2 + 2\sqrt{3})A + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sec^2\theta - (2 + 2\sqrt{3})\sec\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $4\sec^2\theta - 2\sec\theta - 2\sqrt{3}\sec\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $2\sec\theta(2\sec\theta - 1) - \sqrt{3}(2\sec\theta - 1) = 0$

বা, $(2\sec\theta - 1)(2\sec\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $2\sec\theta - 1 = 0$ অথবা, $2\sec\theta - \sqrt{3} = 0$

বা, $\sec\theta = \frac{1}{2}$ বা, $\sec\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\cos\theta = 2$ ∴ $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$

কিন্তু $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ হওয়ায় এখানে $\cos\theta$ এর কোন মানই গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ θ এর কোন মান নির্ণয় সম্ভব নয়। (Ans.)

প্রশ্ন 8৮ ΔABC-এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x - y$, $\angle C = x + y$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{\text{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\cos^2 A - \sin^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। 8

8৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন 8৯ $\tan A = \frac{a}{b}$ হলে

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $b \sin A - a \cos A = 0$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin A = \frac{\pm a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 8

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

8৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\tan A = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$

বা, $b \sin A = a \cos A$

∴ $b \sin A - a \cos A = 0$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে,

$\tan A = \frac{a}{b}$

বা, $\tan^2 A = \frac{a^2}{b^2}$

বা, $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{a^2}{b^2}$

বা, $b^2 \sin^2 A = a^2 \cos^2 A$

বা, $b^2 \sin^2 A = a^2 (1 - \sin^2 A)$

বা, $b^2 \sin^2 A = a^2 - a^2 \sin^2 A$

বা, $(a^2 + b^2) \sin^2 A = a^2$

বা, $\sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$

∴ $\sin A = \pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$\tan A = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$

বা, $\frac{a \sin A}{b \cos A} = \frac{a^2}{b^2}$ [উভয়পক্ষে $\frac{a}{b}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{a \sin A + b \cos A}{a \sin A - b \cos A} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

∴ $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ [বিপরীতকরণ] (Ans.)

প্রশ্ন ৫০ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ। $AC = 2$ এবং $AB = 1$.

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\angle A$ এর মান কত? ২

খ. $\frac{\text{cosec} A - \sec A}{\text{cosec} A + \sec A}$ এর মান নির্ণয় কর। যখন, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 8

গ. সমাধান কর : $2 \cos^2 A + 3 \sin A = 3$ 8

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

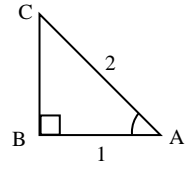
চিত্রে $\angle B =$ এক সমকোণ,

AC = অতিভূজ

এবং AB = ভূমি

$\cos \angle A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

∴ $\angle A = 60^\circ$ (Ans.)



খ দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

সমকোণী ΔABC এ $AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $(\sqrt{3})^2 + 1^2 = AC^2$

বা, $AC^2 = 1 + 3$

∴ $AC = 2$

∴ $\sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

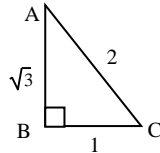
এবং $\text{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1} = 2$

∴ $\frac{\text{cosec} A - \sec A}{\text{cosec} A + \sec A} = \frac{2 - \frac{2}{\sqrt{3}}}{2 + \frac{2}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{2\sqrt{3} - 2}{2\sqrt{3} + 2}$

$= \frac{2\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$

$= \frac{2\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$



MMYZ (AvevKAK)

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\sqrt{3}-2}{2\sqrt{3}+2} \\
&= \frac{2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\
&\quad [(\sqrt{3}-1) \text{ দ্বারা লব ও হরকে গুণ করে}] \\
&= \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1} \\
&= \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} \\
&= 2 - \sqrt{3} \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

- গ $2\cos^2 A + 3\sin A = 3$
 বা, $2(1 - \sin^2 A) + 3\sin A = 3$
 বা, $2 - 2\sin^2 A + 3\sin A = 3$
 বা, $2\sin^2 A - 3\sin A + 3 - 2 = 0$
 বা, $2\sin^2 A - 3\sin A + 1 = 0$
 বা, $2\sin^2 A - 2\sin A - \sin A + 1 = 0$
 বা, $2\sin A(\sin A - 1) - 1(\sin A - 1) = 0$
 বা, $(2\sin A - 1)(\sin A - 1) = 0$
 $\therefore 2\sin A - 1 = 0$ অথবা, $\sin A - 1 = 0$
 বা, $2\sin A = 1$ বা, $\sin A = 1$
 বা, $\sin A = \frac{1}{2}$ বা, $\sin A = \sin 90^\circ$
 বা, $\sin A = \sin 30^\circ \therefore A = 90^\circ$
 $\therefore A = 30^\circ$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান $A = 30^\circ, 90^\circ$ (Ans.)

- প্রশ্ন ৫১ $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3} = 2 \sin(A + B)$ এবং A ও B সূক্ষ্মকোণ।
 [রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ৭]
- ক. $A - B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$ হলে দেখাও যে, $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক দেওয়া আছে, $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 বা, $\cos(A - B) = \cos 45^\circ$
 $\therefore A - B = 45^\circ$ (Ans.)

- খ 'ক' হতে পাই, $A - B = 45^\circ$ (i)
 এখানে, $2 \sin(A + B) = \sqrt{3}$
 বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 বা, $\sin(A + B) = \sin 60^\circ$
 $\therefore A + B = 60^\circ$ (ii)
 (i) এবং (ii) হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$
 $A - B = 45^\circ$
 $\therefore 2A = 105^\circ$ [যোগ করে]
 $\therefore A = 52.5^\circ$
 (i) নং হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$
 বা, $B = 60^\circ - 52.5^\circ = 7.5^\circ$
 $\therefore A = 52.5^\circ$ এবং $B = 7.5^\circ$ (Ans.)

- গ দেওয়া আছে,
 $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$
 'ক' হতে পাই,
 $A + B = 60^\circ$

$$\begin{aligned}
\therefore \theta &= \frac{1}{2}(60^\circ) = 30^\circ \\
\text{বামপক্ষ} &= \cos 3\theta = \cos 90^\circ = 0 \\
\text{ডানপক্ষ} &= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \\
&= 4 \times (\cos 30^\circ)^3 - 3 \times \cos 30^\circ \\
&= 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0 \\
\therefore \cos 3\theta &= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \text{ (দেখানো হলো)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ৫২ $A = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, $B = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ এবং $C = \frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}$

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\sin B = \frac{1}{3}$ হলে, $\tan B$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $A^2 = C$ ৪
 গ. $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

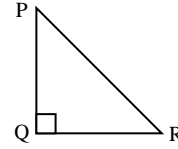
প্রশ্ন ৫৩ ΔPQR এ $\angle Q = 90^\circ$ এবং $\cot \theta = \sqrt{3}$ ।

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. PR বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = 2^{-1}$ ৪
 গ. $\angle P = x + y$ এবং $\angle R = x - y = \theta$ হলে দেখাও যে, $x : y = 3 : 1$ ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔPQR -এ $\angle Q = 90^\circ$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\therefore PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2} \text{ (Ans.)}$$

খ

দেওয়া আছে,

$$\cot \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

অতঃপর সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ

দেওয়া আছে,

$$\angle P = x + y \text{ এবং } \angle R = x - y$$

আমরা জানি,

$$\angle P + \angle R + \angle Q = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle P + \angle R = 180^\circ - \angle Q$$

$$\text{বা, } \angle P + \angle R = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x + y + x - y = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

$$\text{এখন, } \cot \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

প্রশ্নমতে,

$$\angle R = x - y = \theta = 30^\circ$$

$$\text{বা, } 45^\circ - y = 30^\circ$$

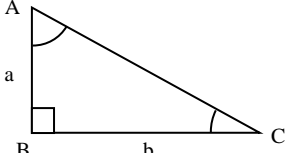
$$\text{বা, } y = 45^\circ - 30^\circ$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{45^\circ}{15^\circ} = 3$$

সুতরাং, $x : y = 3 : 1$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৫৪



চিত্রে $\angle A = x + y$; $\angle C = x - y$

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর □ প্রশ্ন নং ৯]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

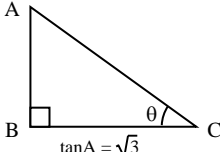
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}} = 2 \operatorname{cosec} A$. 8

গ. $a = 1$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। 8

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৫



[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$. 8

গ. যদি $2 \cdot \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3 \cdot \frac{AB}{AC} - 3 = 0$ হয় তবে দেখাও যে, $A = 60^\circ$. 8

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

$$\tan A = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 60^\circ$$

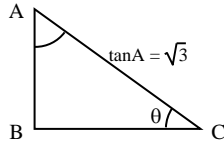
$$\therefore A = 60^\circ$$

$$\text{চিত্র হতে, } \sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = \frac{BC}{\sin 60^\circ}$$

$$= \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{2BC}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$



খ

$$(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right)^2$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ

সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৬

ΔABC এ $\angle B = 90^\circ$, $BC = 4$ সে. মি. এবং $AB = 3$ সে. মি.

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan A$ এবং $\operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $\angle A = x + y$ এবং $\angle C = x - y$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। 8

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

ΔABC -এ $\angle B = 90^\circ$

$BC = 4$ সে. মি.

এবং $AB = 3$ সে. মি.

\therefore সমকোণী ΔABC -এ পীথাগোরাসের

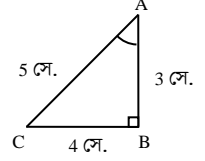
উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore AC = 5 \text{ সে. মি.}$$

$$\therefore \text{চিত্র হতে পাই, } \tan A = \frac{4}{3} \text{ এবং } \operatorname{cosec} A = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$



খ

$$\frac{\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\sin^2 A}}{\frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A}}$$

$$= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\cos^2 A \sin^2 A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A \sin^2 A}$$

$$= \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{1}$$

$$= \sin^2 A - (1 - \sin^2 A)$$

$$= \sin^2 A - 1 + \sin^2 A$$

$$= 2\sin^2 A - 1$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1 \text{ ['ক' হতে } \sin A = \frac{4}{5} \text{ বসিয়ে]}$$

$$= 2 \cdot \frac{16}{25} - 1$$

$$= \frac{32}{25} - 1$$

$$= \frac{32 - 25}{25}$$

$$= \frac{7}{25} \text{ (Ans.)}$$

গ

চিত্র থেকে পাই,

$$\tan A = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } x + y = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3}\right) = 53^\circ \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } \tan C = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \tan(x - y) = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } x - y = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4}\right) = 37^\circ \text{ (Ans.)}$$

$$\text{সুতরাং, } x + y = 53^\circ$$

$$x - y = 37^\circ$$

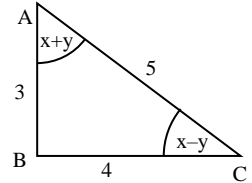
$$(+ \text{ করে } 2x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

$$(- \text{ করে } 2y = 16^\circ$$

$$y = 8^\circ$$

$$\therefore x = 45^\circ, y = 8^\circ \text{ (Ans.)}$$



প্রশ্ন ▶ ৫৭

$\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$ এবং $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$, যেখানে A, B

সূক্ষ্মকোণ। [রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin^2(A - B)$ এর মান বের কর। ২

খ. সমীকরণ দুটি সমাধান কর। 8

গ. $\theta = \frac{A+B}{2}$ হলে দেখাও যে, $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$ 8



৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$$

$$\text{বা, } \cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cos(A - B) = \cos 45^\circ$$

$$\therefore A - B = 45^\circ$$

$$\therefore \sin^2(A - B) = (\sin 45^\circ)^2 \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২

গ সৃজনশীল ৫১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৫৮ $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\frac{\sin^2 A}{\cos A}$ এর মান m ও n এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২খ. দেখাও যে, $(m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2}$ ৪গ. প্রমাণ কর যে, $\sec A - \cos A = \frac{4mn}{m^2 - n^2}$ ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A + \sin A = m$ (i)

$$\tan A - \sin A = n$$
(ii)

(i) ও (ii) যোগ করে $2 \tan A = m + n$

$$\therefore \tan A = \frac{m + n}{2}$$
(iii)

(i) - (ii) করে, $2 \sin A = m - n$ (iv)

$$\therefore \sin A = \frac{m - n}{2}$$

$$\therefore \frac{\sin^2 A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \sin A = \tan A \cdot \sin A$$

$$= \left(\frac{m + n}{2}\right) \left(\frac{m - n}{2}\right) \\ = \frac{m^2 - n^2}{4} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই, $m + n = 2 \tan A$

$$\text{এবং } m - n = 2 \sin A$$

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির, বামপক্ষ} = (m - n)^2 \\ = (2 \sin A)^2 \\ = 4 \sin^2 A$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{16mn}{(m + n)^2} \\ = \frac{4 \cdot \{(m + n)^2 - (m - n)^2\}}{(2 \tan A)^2} \quad [4mn = (m + n)^2 - (m - n)^2] \\ = \frac{4 \{(2 \tan A)^2 - (2 \sin A)^2\}}{4 \tan^2 A} \quad [m + n \text{ ও } m - n \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ = \frac{4(\tan^2 A - \sin^2 A)}{\tan^2 A} \\ = 4(1 - \cos^2 A) \quad [\tan^2 A \text{ দ্বারা লব ও হরকে ভাগ করে}] \\ = 4 \sin^2 A \\ = \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore (m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2} \text{ (দেখানো হল)}$$

গ প্রদত্ত রাশির ডানপক্ষ = $\frac{4mn}{m^2 - n^2}$

$$= \frac{(m + n)^2 - (m - n)^2}{(m + n)(m - n)} \\ = \frac{4 \tan^2 A - 4 \sin^2 A}{4 \tan A \cdot \sin A} \\ = \frac{\tan^2 A - \sin^2 A}{\tan A \cdot \sin A} \\ = \frac{\tan A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\tan A}$$

'ক' হতে

$$m + n = 2 \tan A \\ m - n = 2 \sin A$$

$$= \frac{\sin A}{\cos A} \times \frac{1}{\sin A} - \sin A \times \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \cos A$$

$$= \sec A - \cos A$$

$$= \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore \sec A - \cos A = \frac{4mn}{m^2 - n^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৯ $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$ ক. দেখাও যে, $m + n = 2 \sec \theta \cdot \sin \theta$ ২খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ৭]

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬০ $\cot A + \cos A = m$ এবং $\cot A - \cos A = n$

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A$ ২খ. প্রমাণ কর যে, $(m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2}$ ৪গ. প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{4mn}{m^2 - n^2}$ ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot A + \cos A = m$

$$\cot A - \cos A = n$$

এখন, $\cot^2 A - \cos^2 A$

$$= \cot^2 A \left(1 - \frac{\cos^2 A}{\cot^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A \left(1 - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A \left(1 - \cos^2 A \times \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\right)$$

$$= \cot^2 A (1 - \sin^2 A)$$

$$= \cot^2 A \cdot \cos^2 A$$

$$\therefore \cot^2 A - \cos^2 A = \cot^2 A \cdot \cos^2 A \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ $m^2 - n^2 = (\cot A + \cos A)^2 - (\cot A - \cos A)^2$ [মান বসিয়ে]

$$= 4 \cot A \cos A$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A \cos^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A (1 - \sin^2 A)}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \cot^2 A \times \sin^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \times \sin^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{\cot^2 A - \cos^2 A}$$

$$= 4 \sqrt{(\cot A + \cos A)(\cot A - \cos A)}$$

$$= 4 \sqrt{mn}$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } (m + n)(m - n) = 4 \sqrt{mn}$$

$$\text{বা, } (m + n)^2 (m - n)^2 = 16 mn$$

$$\therefore (m - n)^2 = \frac{16mn}{(m + n)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ 'ক' থেকে পাই,

$$mn = (\cot A + \cos A)(\cot A - \cos A) = \cot^2 A - \cos^2 A \\ = \cot^2 A \cdot \cos^2 A.$$

$$\therefore 4mn = 4 \cot^2 A \cdot \cos^2 A.$$

$$\text{এবং } m^2 - n^2 = (\cot A + \cos A)^2 - (\cot A - \cos A)^2$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 4 \cot A \cos A$$

$$\text{এখন, } \frac{4mn}{m^2 - n^2} = \frac{4 \cot^2 A \cdot \cos^2 A}{4 \cot A \cdot \cos A}$$

$$= \cot A \cdot \cos A$$

$$= \frac{\cos A}{\sin A} \cdot \cos A$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin A}$$

আবার, $\operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{1}{\sin A} - \sin A$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{\sin A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin A}$$

$\therefore \operatorname{cosec} A - \sin A = \frac{4mn}{m^2 - n^2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৬১ $\tan \theta + \sin \theta = p$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = q$

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\tan 2\theta = \sqrt{3}$ হলে, $\cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $(p - q)^2 = \frac{16pq}{(p + q)^2}$

৪

গ. দেখাও যে, $\sec \theta - \frac{1}{\sec \theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2}$

৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\tan 2\theta = \sqrt{3}$$

বা, $\tan 2\theta = \tan 60^\circ$

বা, $2\theta = 60^\circ$

বা, $\theta = 30^\circ$

$$\therefore \cos \theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ $pq = (\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)$

$$= \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta = \sin^2 \theta \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 \right)$$

$$= \sin^2 \theta \left(\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)$$

$$= \sin^2 \theta \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \tan^2 \theta \sin^2 \theta$$

এখানে, $(p + q)^2$

$$= (\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta)^2 = (2 \tan \theta)^2 = 4 \tan^2 \theta$$

আবার, $(p - q)^2$

$$= (\tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta)^2 = (2 \sin \theta)^2 = 4 \sin^2 \theta$$

$$\frac{16pq}{(p + q)^2} = \frac{16 \tan^2 \theta \sin^2 \theta}{4 \tan^2 \theta}$$

$$= 4 \sin^2 \theta = (p - q)^2$$

$$\therefore (p - q)^2 = \frac{16pq}{(p + q)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ $p + q = \tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta = 2 \tan \theta$

$$p - q = \tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta = 2 \sin \theta$$

$$\frac{4pq}{p^2 - q^2} = \frac{(p + q)^2 - (p - q)^2}{(p + q)(p - q)}$$

$$= \frac{(p + q)^2}{(p + q)(p - q)} - \frac{(p - q)^2}{(p + q)(p - q)}$$

$$= \frac{p + q}{p - q} - \frac{p - q}{p + q}$$

$$= \frac{2 \tan \theta}{2 \sin \theta} - \frac{2 \sin \theta}{2 \tan \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

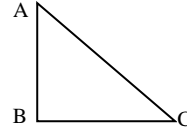
$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$$

$$= \sec \theta - \frac{1}{\sec \theta}$$

$$\therefore \sec \theta - \frac{1}{\sec \theta} = \frac{4pq}{p^2 - q^2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬২



প্রদত্ত চিত্রে, $AB = a$, $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ এবং $\angle C = \theta$ হলে

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. চিত্র হতে $\tan \theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর।

২

খ. $\tan \theta$ এর মান ব্যবহার করে $\frac{\sin \theta - b \cos \theta}{\sin \theta + b \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. যদি $\tan A + \sin A = m$, $\tan A - \sin A = n$ হয়, তাহলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

৪

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৩

$$a = \sin \theta, b = \cos \theta \text{ এবং } A = 30^\circ$$

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1$$

৪

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৪

$$\tan \theta + \sin \theta = m \text{ এবং } \tan \theta - \sin \theta = n.$$

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. দেওয়া আছে, $2 \sin A = 3$ হলে $\cos A$ ও $\tan A$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.

৪

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে, $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

$$\text{দেওয়া আছে, } 2 \sin A = 3$$

$$\text{বা, } \sin A = \frac{3}{2} > 1$$

যা গ্রহণযোগ্য নয় কারণ $-1 \leq \sin A \leq 1$

খ

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ

সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৫

$$2 \cos(p - q) = \sqrt{3} = 2 \sin(p + q), p \text{ ও } q \text{ কোণ সূক্ষ্মকোণ।}$$

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\cos(A - 35^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে A এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. p ও q এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $\theta = \frac{1}{2}(p + q)$ হলে, দেখাও যে, $3 \cos \theta = 4 \cos^3 \theta - \cos 3\theta$

৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে,

$$\cos(A - 35^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা } \cos(A - 35^\circ) = \cos 30^\circ$$

$$\text{বা, } A - 35^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore A = 65^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ

$$\text{দেওয়া আছে, } 2 \cos(p - q) = \sqrt{3} = 2 \sin(p + q)$$



MWYZ (AveWkAk)

$$\begin{aligned} \therefore 2\cos(p-q) &= \sqrt{3} & \text{এবং } 2\sin(p+q) &= \sqrt{3} \\ \text{বা, } \cos(p-q) &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{বা, } \sin(p+q) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{বা, } \cos(p-q) &= \cos 30^\circ & \text{বা, } \sin(p+q) &= \sin 60^\circ \\ \therefore p-q &= 30^\circ \dots\dots\dots (i) & \therefore p+q &= 60^\circ \dots\dots\dots (ii) \\ \text{(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,} & & & \\ p-q+p+q &= 30^\circ+60^\circ & & \\ \text{বা, } 2p &= 90^\circ & & \\ \therefore p &= 45^\circ & & \\ \text{(ii) নং এ } p &= 45^\circ \text{ বসিয়ে পাই,} & & \\ 45^\circ+q &= 60^\circ & & \\ \text{বা, } q &= 60^\circ-45^\circ & & \\ \therefore q &= 15^\circ & & \\ \therefore p &= 45^\circ \text{ এবং } q &= 15^\circ \text{ (Ans.)} & \end{aligned}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$\begin{aligned} p &= 45^\circ \\ q &= 15^\circ \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং } \theta = \frac{1}{2}(45^\circ+15^\circ) = 30^\circ$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = 3\cos\theta$$

$$= 3\cos 30^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= 4\cos^3\theta - \cos 3\theta \\ &= 4\cos^3 30^\circ - \cos(3 \times 30^\circ) \\ &= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - \cos 90^\circ \\ &= 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - 0 \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore 3\cos\theta = 4\cos^3\theta - \cos 3\theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৬ $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$ যেখানে $\theta =$ সূক্ষ্মকোণ।

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\frac{1}{p} - \frac{q}{p}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p+q = \sqrt{2}q$ হলে প্রমাণ কর যে, $q-p = \sqrt{2}p$ ৪

গ. $\frac{(q-p)^2}{q^2-p^2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\tan\theta = \sqrt{3}$ ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$

$$\text{এবং } \sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{p} - \frac{q}{p}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \left[\text{চিত্র হতে পড়বে } \frac{8}{3} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,

$$p+q = \sqrt{2}q$$

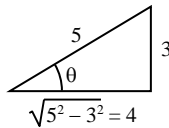
$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \cos\theta(\sqrt{2}-1)$$

$$\text{বা, } \sin\theta(\sqrt{2}+1) = \cos\theta(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$$

[উভয়পক্ষকে $(\sqrt{2}+1)$ দ্বারা গুণ করে]



$$\text{বা, } \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta = \cos\theta \{(\sqrt{2})^2 - 1\}$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}p + p = q \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\therefore q - p = \sqrt{2}p \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\frac{(q-p)^2}{q^2-p^2} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{(q-p)^2}{(q+p)(q-p)} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q-p}{q+p} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q-p+q+p}{q-p-q-p} = \frac{1-\sqrt{3}+1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}-1-\sqrt{3}} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2q}{-2p} = \frac{2}{-2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{q}{p} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan\theta = \sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৭ $\tan\theta + \sin\theta = m$ এবং $\tan\theta - \sin\theta = n$; $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $m+n = 2\sec\theta \cdot \sin\theta$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৮৩

গ দেওয়া আছে,

$$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \sqrt{2}\sin\theta + \sin\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \sin\theta(\sqrt{2}+1)$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{(\sqrt{2}+1)} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{(\sqrt{2}+1)} \times \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta}{2-1} = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta - \cos\theta = \sin\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta = \sin\theta + \cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ৬৮ $\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$ এবং $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2}$ ৪

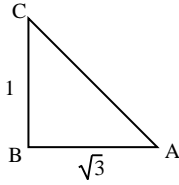
গ. $\angle A = x+y$ এবং $\angle C = x-y = \theta$ হলে x ও y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ১৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৯ $\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = x-y$, $\angle C = x+y$, $AB = \sqrt{3}$ এবং $BC = 1$





[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
 খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর: $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \cos 60^\circ$ 8
 গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর। 8

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২২(ক) সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ চিত্রে, $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$

বামপক্ষ = $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$
 $= \frac{\operatorname{cosec}^2 30^\circ - \sec^2 30^\circ}{\operatorname{cosec}^2 30^\circ + \sec^2 30^\circ}$

$= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}}$

$= \frac{12 - 4}{12 + 4}$

$= \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \cos 60^\circ$ (প্রমাণিত)

গ সৃজনশীল ২২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭০ X = cosθ + sinθ, Y = cosθ - sinθ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

[কুমিল্পা জিলা স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. θ = 30° হলে, XY এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. X = √2 (X - sinθ) হলে, প্রমাণ কর যে, Y = √2 (X - cosθ). 8
 গ. X = √2 হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে 0° < θ < 90°. 8

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, X = cosθ + sinθ

Y = cosθ - sinθ

$\therefore XY = (\cos\theta + \sin\theta)(\cos\theta - \sin\theta)$

$= \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= (\cos 30^\circ)^2 - (\sin 30^\circ)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

খ সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, X = cosθ + sinθ

এবং X = √2

$\therefore \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$

বা, $\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta = (\sqrt{2})^2$ [বর্গ করে]

বা, $1 + 2\sin\theta \cos\theta = 2$

বা, $2\sin\theta \cos\theta = 1$

বা, $4\sin^2\theta \cos^2\theta = 1$ [বর্গ করে]

বা, $4(1 - \cos^2\theta) \cos^2\theta = 1$

বা, $4\cos^2\theta - 4\cos^4\theta - 1 = 0$

বা, $4\cos^4\theta - 4\cos^2\theta + 1 = 0$

বা, $(2\cos^2\theta)^2 - 2 \cdot 2\cos^2\theta \cdot 1 + 1^2 = 0$

বা, $(2\cos^2\theta - 1)^2 = 0$

বা, $2\cos^2\theta - 1 = 0$

বা, $2\cos^2\theta = 1$

বা, $\cos^2\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭১ tanθ + sinθ = a, tanθ - sinθ = b

এবং p = tan²A - (1 + √3)tanA.

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. প্রমাণ কর যে, tan²θ.sin²θ = ab. ২
 খ. প্রমাণ কর যে, 4√ab = a² - b² 8
 গ. p + √3 = 0 সমীকরণটির সমাধান কর। যখন A সূক্ষকোণ। 8

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ = tan²θ sin²θ

= tan²θ (1 - cos²θ)

= tan²θ - tan²θ cos²θ

= tan²θ - $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \cos^2\theta$

= tan²θ - sin²θ

= (tanθ + sinθ)(tanθ - sinθ)

= ab [উদ্দীপক অনুসারে]

= ডানপক্ষ

$\therefore \tan^2\theta \sin^2\theta = ab$ (প্রমাণিত)

খ বামপক্ষ = 4√ab

= 4√(tanθ + sinθ)(tanθ - sinθ) [মান বসিয়ে]

= 4√tan²θ - sin²θ

= 4√tan²θ (1 - $\frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}$)

= 4√tan²θ (1 - sin²θ cot²θ)

= 4√tan²θ (1 - sin²θ × $\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$)

= 4√tan²θ (1 - cos²θ)

= 4√tan²θ sin²θ

= 4 tanθ sinθ

= (tanθ + sinθ)² - (tanθ - sinθ)²

= a² - b²

= ডানপক্ষ

$\therefore 4\sqrt{ab} = a^2 - b^2$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

p + √3 = 0

বা, tan²A - (1 + √3) tanA + √3 = 0

বা, tan²A - tanA - √3 tanA + √3 = 0

বা, tanA (tanA - 1) - √3 (tanA - 1) = 0

বা, (tanA - 1)(tanA - √3) = 0

হয়, tanA - 1 = 0

অথবা, tanA - √3 = 0

বা, tanA = 1

বা, tanA = √3

বা, tanA = tan45°

বা, tanA = tan 60°



Mwyz (AvewkAk)

$$\therefore A = 45^\circ \quad \therefore A = 60^\circ$$

সুতরাং, $A = 45^\circ, 60^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭২ $a = \sin\theta, b = \cos\theta$ এবং $A = 30^\circ$

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^2 + a^4 = 1$ হলে উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1 \quad 8$$

গ. সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 8

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৩ $m = \tan\theta + \sin\theta$ এবং $n = \tan\theta - \sin\theta$

[কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A - \tan A$ মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ 8

গ. $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 8

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৪

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ. সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৪ $\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$.

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

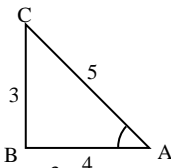
ক. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে, $\sin A =$ কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 8

গ. যদি $\frac{m}{n} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ হয় তবে A এর মান কত? 8

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{3}{4}$



$$\therefore \sin A = \frac{3}{5} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,

$$AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ৯.১ এর উদাহরণ-১১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ. সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৫ (i) $\cos(A + B) = x, \sin(A - B) = y$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক

সমীকরণ, যেখানে $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $y = \frac{1}{2}$ ।

(ii) $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. দেখাও যে, $A - B = 30^\circ$ ২

খ. A ও B এর মান বের করে দেখাও যে, $\sin 3A = \cos B$ 8

গ. দেখাও যে, $\theta = \frac{3(A + B)}{2}$ 8

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\sin(A - B) = y$ এবং $y = \frac{1}{2}$

$$\therefore \sin(A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \sin 30^\circ$$

$\therefore A - B = 30^\circ$ (দেখানো হলো)

খ. 'ক' হতে পাই, $A - B = 30^\circ \dots \dots \dots$ (i)

দেওয়া আছে, $\cos(A + B) = x$ এবং $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \cos(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$$

$\therefore A + B = 30^\circ \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $2A = 60^\circ$

$$A = 30^\circ$$

(ii) - (i) হতে পাই, $2B = 0$

$$\Rightarrow B = 0$$

এখন, $\sin 3A = \sin 90^\circ$

$$= 1$$

$$= \cos 0^\circ$$

$$= \cos B \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2\theta = 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

আবার, 'খ' হতে পাই,

$$A = 30^\circ, B = 0^\circ$$

$$\therefore \frac{3(A + B)}{2} = \frac{3 \times 30^\circ}{2}$$

$$= 45^\circ$$

$$= \theta \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৭৬ $2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B), \cot\theta + \cos\theta = m$

এবং $\cot\theta - \cos\theta = n$. [লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\tan C = \frac{3}{4}$ হলে, $\sec C$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\operatorname{cosec} 2A$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 8

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৭ $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin A + \operatorname{cosec} A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ 8

গ. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে প্রমাণ কর যে, $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$ 8

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sin A = \frac{b}{a}$$

সুতরাং $\sin A + \operatorname{cosec} A$

$$= \frac{b}{a} + \frac{a}{b}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{ab} \text{ (Ans.)}$$

ক দেওয়া আছে,

$$\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2 A = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \cot^2 A = \frac{a^2}{b^2} - 1 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\tan^2 A} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\therefore \tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b} = \frac{13}{5}$ [$\because a = 13, b = 5$]

\therefore চিত্র হতে,

$$AB = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\text{সুতরাং } \tan A = \frac{5}{12} \text{ এবং } \sec A = \frac{13}{12}$$

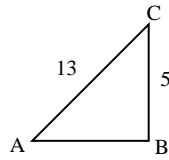
$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \tan A + \sec A$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{13}{12}$$

$$= \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \tan A + \sec A = \frac{3}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$



প্রশ্ন ৭৮ $M = \cos \theta + \sin \theta$ এবং $N = \cos \theta - \sin \theta$

[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ৭]

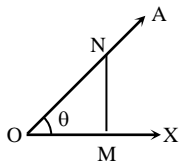
ক. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $M > 0$

খ. $M = \sqrt{2}(M - \sin \theta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $N = \sqrt{2}(M - \cos \theta)$

গ. দেখাও যে, $\frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos \theta}{1-\sin \theta}$

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, $\angle XO A$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

OA বাহুতে যেকোনো বিন্দু N নিই।

N থেকে OX বাহু পর্যন্ত NM লম্ব টানি।

এখন, $\triangle ONM$ এ $\sin \theta = \frac{NM}{ON}$ এবং $\cos \theta = \frac{OM}{ON}$

আবার, $\triangle OMN$ এ $NM + OM > ON$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$$\text{বা, } \frac{NM}{ON} + \frac{OM}{ON} > 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta > 1 > 0$$

$$\text{বা, } \sin \theta + \cos \theta > 0$$

$$\therefore M > 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে,

$$M = \cos \theta + \sin \theta$$

$$N = \cos \theta - \sin \theta$$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = \frac{1-N}{M-1}$$

$$= \frac{1 - (\cos \theta - \sin \theta)}{\cos \theta + \sin \theta - 1}$$

$$= \frac{1 - \cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta - 1}$$

$$= \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta - \cos \theta)}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

[লব ও হরকে $(1 - \sin \theta)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta) - \cos \theta(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta - \cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \cos \theta + \cos \theta \sin \theta}{(1 - \sin \theta)(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$$

$$= \frac{\cos \theta(\cos \theta - 1 + \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(\cos \theta - 1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos \theta}{1-\sin \theta} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৭৯ $p = \tan \theta, q = \sin \theta$. [শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$

খ. $p + q = a$ এবং $p - q = b$ হলে প্রমাণ কর যে, $a^2 - b^2 = 4\sqrt{ab}$

গ. $p^2 - (1 + \sqrt{3})p + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণ থেকে θ এর সমাধান কর।

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

খ দেওয়া আছে, $p = \tan \theta, q = \sin \theta$ এবং $p + q = a$ ও $p - q = b$

অর্থাৎ $\tan \theta + \sin \theta = a$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = b$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ ১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ দেওয়া আছে, $p^2 - (1 + \sqrt{3})p + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } p^2 - p - \sqrt{3}p + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } p(p - 1) - \sqrt{3}(p - 1) = 0$$

$$\therefore (p - 1)(p - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } p - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } p - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } p = 1$$

$$\text{বা, } p = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

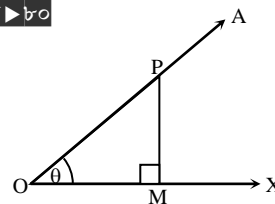
$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

নির্ণয়ে সমাধান, $\theta = 45^\circ, 60^\circ$

প্রশ্ন ৮০



[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. θ এর কোন মানের জন্য $\cos \theta$ এর মান প্রায় 1(one) হবে ব্যাখ্যা কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, (জ্যামিতিক ব্যাখ্যাসহ)

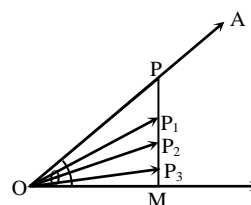
$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

গ. $\triangle POM$ এর $\angle POM = 45^\circ$ হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান

বের কর (চিত্রের সাহায্যে)।

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



$$\text{আমরা জানি, } \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OM}{OP}$$

চিত্র থেকে দেখা যায়, যখন θ এর মান খুব ছোট অর্থাৎ শূন্যের কাছাকাছি হবে। তখন ভূমি ও অতিভুজ প্রায় সমান হবে, তখন $\cos\theta$ এর মান প্রায় 1 হবে।

খ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৯.১ এর 'ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (iii)' দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৭৯।

গ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-৯.২ এর '45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত' দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭।

প্রশ্ন ▶ চ-১ M = sinθ + cosθ, N = 1 - sinθ cosθ এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[ডা: খান্সজীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\cos\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, $\cot^2 A \cdot \sec A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $M = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. $(\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = \sqrt{3}M - M$ হলে দেখাও যে, $M + 2N = \frac{5}{2}$ 8

চ-১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\cos\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin \frac{A}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{A}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore A = 120^\circ$$

প্রদত্ত রাশি = $\cot^2 A \cdot \sec A$

$$= \cot^2 120^\circ \cdot \sec 120^\circ$$

$$= \{\cot(90^\circ + 30^\circ)\}^2 \cdot \{\sec(90^\circ + 30^\circ)\}$$

$$= \tan^2 30^\circ \times -\operatorname{cosec} 30^\circ$$

$$= -\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \times 2$$

$$= -\frac{2}{3} \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে,

$$M = \sin\theta + \cos\theta$$

$$\text{এবং } M = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2\sec^2\theta - 2\tan^2\theta}$$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2(\sec^2\theta - \tan^2\theta)}$$

$$\text{বা, } \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2 \cdot 1} = \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{2} - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = (\sqrt{2} - \cos\theta)^2$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2\theta = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 2 - 2\sqrt{2}\cos\theta + \cos^2\theta + \cos^2\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta - 2\sqrt{2}\cos\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos\theta)^2 - 2 \cdot \sqrt{2}\cos\theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2}\cos\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \quad (\text{Ans.})$$

গ. $(\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = \sqrt{3}M - M$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} + 1)(\cos\theta - \sin\theta) = M(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta}{M} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta - \sin\theta + \cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta - \cos\theta - \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2\cos\theta}{-2\sin\theta} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot\theta = \cot 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{বামপক্ষ} = M + 2N$$

$$= \sin\theta + \cos\theta + 2(1 - \sin\theta\cos\theta)$$

$$= \sin 30^\circ + \cos 30^\circ + 2 - 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

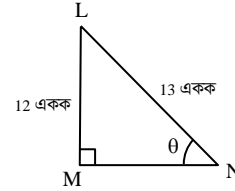
$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + 2$$

$$= \frac{5}{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore M + 2N = \frac{5}{2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ▶ চ-২



[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$ 8

গ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 8

চ-২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ΔLMN একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$$\therefore LN^2 = LM^2 + MN^2$$

$$\text{বা, } 13^2 = 12^2 + MN^2$$

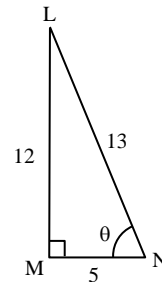
$$\text{বা, } MN^2 = 13^2 - 12^2$$

$$\text{বা, } MN^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\therefore MN = 5$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{MN}{LM} = \frac{5}{12} \quad (\text{Ans.})$$

খ.



$$\text{চিত্রানুসারে, } \sin\theta = \frac{LM}{LN} = \frac{12}{13}$$

$$\text{এবং } \tan\theta = \frac{LM}{MN} = \frac{12}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta &= \left(\frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 \\ &= \frac{144}{25} - \frac{144}{169} \\ &= \frac{24336 - 3600}{4225} \\ &= \frac{20736}{4225} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta &= \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{13}\right)^2 \\ &= \frac{144}{25} \cdot \frac{144}{169} \\ &= \frac{20736}{4225} \end{aligned}$$

$$\therefore \tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (i) দ্রষ্টব্য।
পৃষ্ঠা- ১৭৯

প্রশ্ন ▶ চ৩ P = 2cos²θ + 2√2 sinθ
M = cosθ + sinθ
N = cosθ - sinθ

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. cosec²60° + cot²60° এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. সমাধান কর: p = 3 8
গ. দেখাও যে, $\frac{1-N}{M-1} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ 8

চ৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক cosec²60° + cot²60°
= $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
= $\frac{4}{3} + \frac{1}{3}$
= $\frac{4+1}{3} = \frac{5}{3}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, p = 2 cos²θ + 2√2 sinθ
এখন, p = 3

বা, 2cos²θ + 2√2 sinθ = 3
বা, 2(1 - sin²θ) + 2√2 sinθ - 3 = 0
বা, 2 - 2sin²θ + 2√2 sinθ - 3 = 0
বা, 2sin²θ - 2√2 sinθ + 1 = 0
বা, (√2 sinθ)² - 2√2 sinθ + 1 = 0
বা, (√2 sinθ - 1)² = 0
বা, √2 sinθ - 1 = 0
বা, sinθ = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ৭৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৪ √2 cos(A - B) = 1, 2 sin(A + B) = √3 এবং
2 sin²θ + 3 cosθ - 3 = 0 যেখানে A, B এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. secA - tanA = √3 - √2 হলে (secA + tanA) এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। 8
গ. θ এর মান নির্ণয় কর। 8

চ৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, sec²A - tan²A = 1
বা, (secA + tanA)(secA - tanA) = 1
বা, (secA + tanA)(√3 - √2) = 1

বা, secA + tanA = $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
= $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$
= $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2}$

$$\therefore \secA + \tanA = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২
গ সৃজনশীল-২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ চ৫ √3 tan(A - B) = 1, √3 tan(A + B) = 3 এবং cosecθ.cotθ = 2√3
যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. A - B এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. A ও B সূক্ষ্মকোণ হলে A ও B এর মান নির্ণয় কর। 8
গ. θ এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, cosec²θ - cot²θ = 1 8

চ৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, √3 tan(A - B) = 1

বা, tan(A - B) = $\frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, tan(A - B) = tan30°
∴ A - B = 30° (Ans.)

খ দেওয়া আছে, √3 tan(A + B) = 3

বা, tan(A + B) = $\frac{3}{\sqrt{3}}$
বা, tan(A + B) = √3
বা, tan(A + B) = tan60°
∴ A + B = 60° (i)

'ক' হতে, A - B = 30° (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$A + B + A - B = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2A = 90^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

A এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$45^\circ + B = 60^\circ$$

$$\therefore B = 15^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } A = 45^\circ, B = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, cosecθ . cotθ = 2√3

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta}{1 - \cos^2\theta} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cos\theta = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{3} \cos^2\theta + \cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{3} \cos^2\theta + 4 \cos\theta - 3 \cos\theta - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos\theta (\sqrt{3} \cos\theta + 2) - \sqrt{3}(\sqrt{3} \cos\theta + 2) = 0$$

$$\therefore (\sqrt{3} \cos\theta + 2)(2 \cos\theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } \sqrt{3} \cos\theta + 2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \cos\theta = -2$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{-2}{\sqrt{3}}$$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\text{কারণ } -1 \leq \cos\theta \leq 1$$

$$\text{এখন, } \text{cosec}^2\theta - \text{cot}^2\theta = \text{cosec}^2 30^\circ - \text{cot}^2 30^\circ$$

$$= (\text{cosec} 30^\circ)^2 - (\text{cot} 30^\circ)^2$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$$

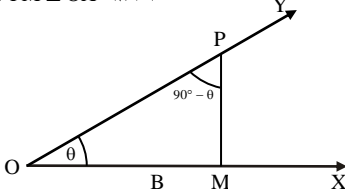
$$\therefore \text{cosec}^2\theta - \text{cot}^2\theta = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$



- প্রশ্ন ▶ চ৬** $\triangle ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\angle BAC = \theta$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ এবং $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$ [সেন্ট পন্ডাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৭]
- ক. দেখাও যে, $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$ ২
- খ. যদি $2\cos(A-B) = \sqrt{3}$ হয় তবে A ও B এর মান কত? ৪
- গ. যদি $\frac{BC^2}{AC^2} - (1 + \sqrt{3})\frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$ হয়, তবে θ এর মান কত? ৪

৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** θ কোণ ও $(90^\circ - \theta)$ কোণ পরস্পরের পূরক কোণ। মনে করি, $\angle XOY = \theta$ এবং P এই কোণের OY বাহুর উপর একটি বিন্দু। $PM \perp OX$ আঁকি।



- যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ, অতএব, $\angle POM$ সমকোণী ত্রিভুজ $\angle PMO = 90^\circ$ এবং $\angle OPM + \angle POM =$ এক সমকোণ $= 90^\circ$
 $\angle OPM = 90^\circ - \angle POM = 90^\circ - \theta$ [যেহেতু $\angle POM = \angle XOY = \theta$]
 $\therefore \sin(90^\circ - \theta) = \frac{OM}{OP} = \cos \angle POM = \cos\theta$

- খ** দেওয়া আছে,

$$2\sin(A+B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\therefore A+B = 60^\circ \dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } 2\cos(A-B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$$

$$\therefore A-B = 30^\circ \dots\dots(ii)$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow 2A = 90^\circ, \therefore A = 45^\circ$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow 2B = 30^\circ, \therefore B = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

- গ** দেওয়া আছে,

$$\frac{BC^2}{AC^2} - (1 + \sqrt{3})\frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 - (1 + \sqrt{3})\frac{BC}{AC} + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } \tan\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \tan\theta = 1 = \tan 45^\circ$$

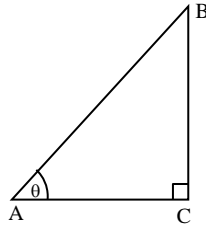
$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\text{অথবা, } \tan\theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে সমাধান: } \theta = 45^\circ, 60^\circ$$



প্রশ্ন ▶ চ৭ $\frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$, $\angle A = 60^\circ$

- [জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৭]
- ক. $\operatorname{cosec}^2 A + \cot^2 A$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. θ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $4\sin^2 B - (2 + 2\sqrt{3})\sin B + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $B = 2\theta$ অথবা $B = \theta$ ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** $\angle A = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{এখন } \operatorname{cosec}^2 A + \cot^2 A &= (\operatorname{cosec} 60^\circ)^2 + (\cot 60^\circ)^2 \\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- খ** দেওয়া আছে,

$$\frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos\theta + \sin\theta + \cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta - \cos\theta + \sin\theta} = \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\cos\theta}{2\sin\theta} = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cot\theta = \cot 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

- গ** $4\sin^2 B - (2 + 2\sqrt{3})\sin B + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } 4\sin^2 B - 2\sin B - 2\sqrt{3}\sin B + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin B(2\sin B - 1) - \sqrt{3}(2\sin B - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\sin B - 1)(2\sin B - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\sin B - 1 = 0 \quad \text{অথবা, } 2\sin B - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin B = 1 \quad \text{বা, } 2\sin B = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin B = \frac{1}{2} \quad \text{বা, } \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin B = \sin 30^\circ \quad \text{বা, } \sin B = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } B = 30^\circ$$

$$\therefore B = \theta \text{ ['খ' হতে]}$$

$$\therefore B = 2\theta \text{ ['খ' হতে]}$$

সুতরাং, $B = 2\theta$ বা $B = \theta$ (দেখানো হলো)

- প্রশ্ন ▶ চ৮** (i) $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$$\text{এবং (ii) } 2\sin^2 A + 3\cos A = 3$$

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. দেখাও যে, $\cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B$. ২
- খ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$. ৪
- গ. $0^\circ < A < 90^\circ$ হলে, (ii) নং সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** বামপক্ষ $= \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1}$

$$= \cos B \sqrt{\tan^2 B}$$

$$= \cos B \cdot \tan B$$

$$= \cos B \times \frac{\sin B}{\cos B}$$

$$= \sin B = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B \text{ (দেখানো হলো)}$$

- খ** দেওয়া আছে, $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\cos\theta \text{ [উভয় পক্ষকে } \sqrt{2} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \cos\theta + \sin\theta + \sqrt{2}\sin\theta = 2\cos\theta \text{ [} \because \sqrt{2}\cos\theta = \cos\theta + \sin\theta \text{]}$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\sin\theta = 2\cos\theta - \cos\theta - \sin\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{2}\sin\theta = \cos\theta - \sin\theta$$

$$\therefore \cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

- গ** সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

- প্রশ্ন ▶ চ৯** $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ।

[ব...-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $A = 60^\circ$ হলে দেখাও যে, $x = \frac{y}{2 - \sqrt{3}}$ ২
- খ. $x = y\sqrt{3}$ হলে A এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $\cos A = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ ৪

৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$ এবং $A = 60^\circ$

$$\therefore \tan 60^\circ + \sec 60^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} + 2 = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } x = y(\sqrt{3} + 2)$$

$$\text{বা, } x = \frac{y(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)}{\sqrt{3} - 2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{y\{(\sqrt{3})^2 - 2^2\}}{\sqrt{3} - 2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-y}{\sqrt{3} - 2}$$

$$\therefore x = \frac{y}{2 - \sqrt{3}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$

$$x = y\sqrt{3} \text{ হলে, } \tan A + \sec A = \frac{y\sqrt{3}}{y}$$

$$\text{বা, } \sec A = \sqrt{3} - \tan A$$

$$\text{বা, } \sec^2 A = (\sqrt{3} - \tan A)^2$$

$$\text{বা, } \sec^2 A = 3 - 2\sqrt{3} \tan A + \tan^2 A$$

$$\text{বা, } \sec^2 A - \tan^2 A = 3 - 2\sqrt{3} \tan A$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{3} \tan A = 3 - 1 \quad [\square \sec^2 A - \tan^2 A = 1]$$

$$\text{বা, } \tan A = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 30^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $\tan A + \sec A = \frac{x}{y}$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A}{\cos A} = \frac{x}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\text{বা, } \frac{(1 + \sin A)^2}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + \sin A - 1 + \sin A}{1 + \sin A + 1 - \sin A} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \text{ [বিয়োজন-যোজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{2 \sin A}{2} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\therefore \sin A = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos A &= \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2}{(x^2 + y^2)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{4x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^2}} \quad [\square (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab] \\ &= \frac{2xy}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos A = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৯০ (i) $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$

(ii) $\sin A + \cos A = P$

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $P = \sqrt{2}$ হলে (ii) নং হতে A এর মান নির্ণয় কর; যেখানে $0^\circ \leq A < 90^\circ$. ৪

গ. (i) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sqrt{3} \tan \theta - 1 = 0$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan (30^\circ)$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{অর্থাৎ, } \operatorname{cosec} \theta = \operatorname{cosec} 30^\circ = 2 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $P = \sqrt{2}$

$$\text{বা, } \sin A + \cos A = \sqrt{2} \text{ [(ii) নং হতে]}$$

$$\text{বা, } \sin A = \sqrt{2} - \cos A$$

$$\text{বা, } \sin^2 A = (\sqrt{2} - \cos A)^2$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 A = 2 - 2\sqrt{2} \cos A + \cos^2 A$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 A - 2 + 2\sqrt{2} \cos A - \cos^2 A = 0$$

$$\text{বা, } -2 \cos^2 A + 2\sqrt{2} \cos A - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 A - 2\sqrt{2} \cos A + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos A)^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cos A \cdot 1 + (1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (\sqrt{2} \cos A - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \cos A - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} \cos A = 1$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cos A = \cos 45^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩।

প্রশ্ন ৯১ $\triangle ABC$ এ $\angle C$ = এক সমকোণ, $AC = 1$, $BC = \sqrt{3}$ এবং $\angle B = \theta$

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ □ প্রশ্ন নং ৭]

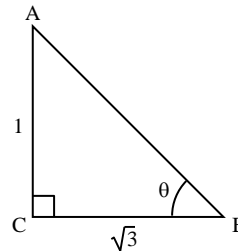
ক. θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1} - \frac{\sec \theta - 1}{\tan \theta} = 0$ ৪

গ. $\cos^2 A - \sin^2 A = 2 - 5 \cos A$ (যখন A সূক্ষ্মকোণ) সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $A = 2\theta$ ৪

৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



$$\triangle ABC \text{ এ, } \tan \theta = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮২

গ সূজনশীল ২৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।



প্রশ্ন ▶ ৯২ $A = \frac{\cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta + 1} + \frac{\operatorname{cosec}\theta - 1}{\cot\theta}$, $B = \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. $\cot C = \sqrt{3}$ হলে, $\sec^2 C - 1$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ করো যে, $A = 2B$ ৪
 গ. $3B^2 = 1$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\cot C = \sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\tan C} = \sqrt{3}$

বা, $\tan^2 C = \frac{1}{3}$

$\therefore \sec^2 C - 1 = \frac{1}{3}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta + 1} + \frac{\operatorname{cosec}\theta - 1}{\cot\theta} \\ &= \frac{\cot^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta - 1}{(\operatorname{cosec}\theta + 1)\cot\theta} \\ &= \frac{2\cot^2\theta}{(\operatorname{cosec}\theta + 1)\cot\theta} \quad [\square \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \cot^2\theta] \\ &= 2 \cdot \frac{\cot\theta}{\frac{1}{\sin\theta} + 1} \\ &= 2 \cdot \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{1 + \sin\theta} \\ &= \frac{2\cos\theta}{1 + \sin\theta} \\ &= 2 \cdot \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \end{aligned}$$

$= 2B$ [□ $B = \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$]

$\therefore A = 2B$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $B = \frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta}$

এবং $3B^2 = 1$

বা, $3 \left(\frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \right)^2 = 1$

বা, $3 \frac{\cos^2\theta}{(1 + \sin\theta)^2} = 1$

বা, $\frac{3(1 - \sin^2\theta)}{(1 + \sin\theta)^2} = 1$

বা, $\frac{3(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)} = 1$

বা, $\frac{3(1 - \sin\theta)}{1 + \sin\theta} = 1$

বা, $3 - 3\sin\theta = 1 + \sin\theta$

বা, $4\sin\theta = 2$

বা, $\sin\theta = \frac{2}{4}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

$\therefore \theta = 30^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৯৩ $\cos p + \cot p = x$ এবং $\cot p - \cos p = y$

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$ ৪

গ. যদি $\frac{x}{y} = 7 + 4\sqrt{3}$ হয় তবে দেখাও যে, $p = 60^\circ$ । ৪

৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{3}$

বা, $\operatorname{cosec}^2\theta = \frac{25}{9}$ [বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2\theta = \frac{25}{9}$

বা, $\cot^2\theta = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$

$\therefore \cot\theta = \frac{4}{3}$ (Ans.)

খ বামপক্ষ $= \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}}$

$= \frac{(x + y)(x - y)}{\sqrt{xy}}$

$= \frac{(\cos p + \cot p + \cot p - \cos p)(\cos p + \cot p - \cot p + \cos p)}{\sqrt{(\cos p + \cot p)(\cot p - \cos p)}}$

[উদ্দীপক অনুসারে]

$= \frac{2\cot p \cdot 2\cos p}{\sqrt{\cot^2 p - \cos^2 p}}$

$= \frac{4\cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \left(1 - \frac{\cos^2 p}{\cot^2 p}\right)}}$

$= \frac{4\cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \left(1 - \frac{\cos^2 p}{\sin^2 p}\right)}}$

$= \frac{4\cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p (1 - \sin^2 p)}}$

$= \frac{4\cot p \cos p}{\sqrt{\cot^2 p \cos^2 p}}$

$= \frac{4\cot p \cos p}{\cot p \cos p}$

$= 4$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{xy}} = 4$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$\frac{x}{y} = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $\frac{\operatorname{cosp} + \cot p}{\cot p - \operatorname{cosp}} = 7 + 4\sqrt{3}$

বা, $\frac{\operatorname{cosp} + \cot p + \cot p - \operatorname{cosp}}{\operatorname{cosp} + \cot p - \cot p + \operatorname{cosp}} = \frac{7 + 4\sqrt{3} + 1}{7 + 4\sqrt{3} - 1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cot p}{2\operatorname{cosp}} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{6 + 4\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosp}}{\sin p} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{6 + 4\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\operatorname{cosp}}{\sin p} \times \frac{1}{\operatorname{cosp}} = \frac{(8 + 4\sqrt{3})(6 - 4\sqrt{3})}{(6 + 4\sqrt{3})(6 - 4\sqrt{3})}$

বা, $\frac{1}{\sin p} = \frac{48 - 32\sqrt{3} + 24\sqrt{3} - 48}{36 - 48}$

বা, $\frac{1}{\sin p} = \frac{-8\sqrt{3}}{-12}$

বা, $\sin p = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}$

বা, $\sin p = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$
 $\therefore p = 60^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ৯৪ ΔABC -এর $\angle B = 90^\circ$. $AB = BC = a$ এবং $\angle BAC = \theta$

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ৭]

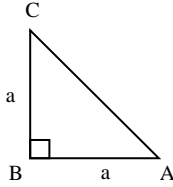
ক. AC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$ এর মান নির্ণয় কর উদ্দীপকের আলোকে। ৪

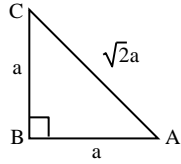
গ. উদ্দীপকের θ কোণের সাপেক্ষে $\left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + 2\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 - 2 = 0$ হলে, সমীকরণটির সমাধান করে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC এ,
 $AB = BC = a$
 এবং $\angle B = 90^\circ$
 \therefore ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।
 $\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$
 $\therefore AC = \sqrt{2} a$ (Ans.)



খ ΔABC এ,
 $BC = AB = a$
 এবং $AC = \sqrt{2} a$ [‘ক’ হতে]
 $\sin\theta = \sin \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

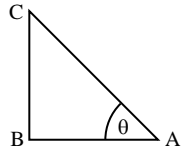


$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} &= \sqrt{\frac{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2})^2-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}} \\ &= \sqrt{2}-1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ $\frac{BC}{AB} = \tan\theta$
 এবং $\frac{AB}{AC} = \cos\theta$
 দেওয়া আছে,

$$\left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + 2\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 - 2 = 0$$

বা, $(\tan\theta)^2 + 2(\cos\theta)^2 - 2 = 0$
 বা, $\tan^2\theta + 2\cos^2\theta - 2 = 0$
 বা, $\tan^2\theta - 2(1 - \cos^2\theta) = 0$
 বা, $\tan^2\theta - 2\sin^2\theta = 0$
 বা, $\tan^2\theta = 2\sin^2\theta$
 বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 2\sin^2\theta$
 বা, $\sec^2\theta = 2$ [$\sin\theta \neq 0$]
 বা, $\cos^2\theta = \frac{1}{2}$



বা $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [θ সূক্ষ্মকোণ হওয়ায় $\cos\theta$ এর মান ধনাত্মক হবে]
 বা, $\cos\theta = \cos 45^\circ$
 $\therefore \theta = 45^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন ৯৫ $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$, $\cos\alpha + \sin\alpha = A$ এবং $\cos\alpha - \sin\alpha = B$

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan^2\theta \sin^2\theta = mn$ । ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ । ৪

গ. $A = \sqrt{2}(A - \sin\alpha)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $B = \sqrt{2}(A - \cos\alpha)$ । ৪

৯৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.১ এর উদাহরণ-১১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৩

গ সূজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৬ $\sin\theta = p$, $\cos\theta = q$, $\tan\theta = r$, যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

[বীরশ্রেষ্ঠ মুঙ্গী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $r = \sqrt{(3)^{-1}}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $p + q = \sqrt{2}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = 45^\circ$ । ৪

গ. $7p^2 + 3q^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ । ৪

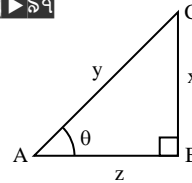
৯৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ২৯(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সূজনশীল ৩৭(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সূজনশীল ২৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৭



[মতিঝিল সরকারী বালক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x = 1$, $y = 2$ হলে $(\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta)(\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta)^{-1}$ এর মান কত? ৪

গ. দেখাও যে, $(x \sin\theta - z \cos\theta)(x \sin\theta + z \cos\theta)^{-1} = \frac{(x^2 - z^2)}{x^2 + z^2}$ ৪

৯৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC -এ

$$\sec\theta = \frac{AC}{AB}$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{y}{z} \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $x = 1$, $y = 2$

$$\Delta ABC\text{-এ } \sin\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

এখন, $(\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta)(\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta)^{-1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} \\ &= \frac{(\operatorname{cosec} 30^\circ)^2 - (\sec 30^\circ)^2}{(\operatorname{cosec} 30^\circ)^2 + (\sec 30^\circ)^2} \end{aligned}$$

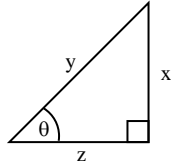
$$\begin{aligned} \text{SSC গণিত (ইংরেজি) উপরপর-৮ক} \\ &= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} \\ &= \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{12+4}{3}} \\ &= \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} \\ &= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ। এখন, $(x \sin\theta - z \cos\theta)(x \sin\theta + z \cos\theta)^{-1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x \sin\theta - z \cos\theta)}{(x \sin\theta + z \cos\theta)} \\ &= \frac{x \cdot \frac{x}{y} - z \cdot \frac{z}{y}}{x \cdot \frac{x}{y} + z \cdot \frac{z}{y}} \\ &= \frac{\frac{x^2}{y} - \frac{z^2}{y}}{\frac{x^2}{y} + \frac{z^2}{y}} \\ &= \frac{x^2 - z^2}{x^2 + z^2} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$



প্রশ্ন ৯৮। $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ [তেজগাঁও সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৮]

ক। $\sin^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

খ। দেখাও যে, $\tan\theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$ ।

গ। দেখাও যে, $\frac{\sec\theta - \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}$ ।

৯৮ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned} \text{ক।} \quad \operatorname{cosec}\theta &= \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \\ \therefore \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} &= \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$\therefore \sin^2\theta = \frac{1-x}{1+x} \text{ (Ans.)}$$

খ। 'ক' হতে পাই, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

$$\Delta ABC \text{ এ } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } BC &= \sqrt{AC^2 - AB^2} \\ &= \sqrt{1+x - 1+x} \\ &= \sqrt{2x} \end{aligned}$$

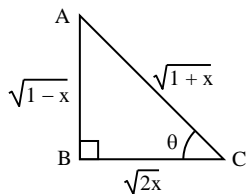
$$\text{এখন, } \Delta ABC \text{ এ } \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}$$

$$\therefore \tan\theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ। 'খ' নং এর চিত্র হতে পাই,

$$\sec\theta = \sqrt{\frac{1+x}{2x}} \text{ এবং } \tan\theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$$



$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sec\theta}{\tan\theta} &= \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \\ \therefore \frac{\sec\theta - \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta} &= \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \\ &= \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} \\ &= \frac{(\sqrt{1+x})^2 - 2\sqrt{(1+x)(1-x)} + (\sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2} \\ &= \frac{1+x - 2\sqrt{1-x^2} + 1-x}{1+x - 1+x} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{1-x^2}}{2x} \\ &= \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৯৯। $a = \sin\theta$, $b = \cos\theta$ এবং $A = 30^\circ$ । [বি এন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক। $(\cos A - \sin A)$ এর মান নির্ণয় কর।

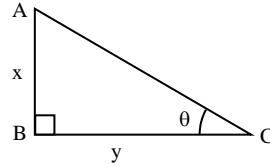
খ। $a^2 + a^4 = 1$ হলে, উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^4 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 1.8$

গ। সমাধান কর: $\sqrt{2}a^2 - (1 + \sqrt{2})a + 1 = 0$ যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ।

৯৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০০



[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক। দেখাও যে, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$ ।

খ। প্রমাণ কর যে, $\frac{\frac{x}{y}}{1 - \frac{y}{x}} + \frac{\frac{y}{x}}{1 - \frac{x}{y}} = \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta + 1$ ।

গ। $\frac{2x^2}{x^2 + y^2} + \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 3$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর।

১০০ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{ক।} \quad \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{খ।} \quad \text{বামপক্ষ} = \frac{\frac{x}{y}}{1 - \frac{y}{x}} + \frac{\frac{y}{x}}{1 - \frac{x}{y}}$$

$$= \frac{\tan\theta}{1 - \cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1 - \tan\theta} \text{ [চিত্রানুসারে]}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{1 - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{1 - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta}} + \frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)} + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta(\cos\theta - \sin\theta)}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)} - \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta(\sin\theta - \cos\theta)} \\ &= \frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)} \\ &= \frac{(\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta \cdot \cos\theta)}{\sin\theta \cdot \cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)} \\ &= \frac{1 + \sin\theta \cdot \cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \\ &= \frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta} + \frac{\sin\theta \cdot \cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \\ &= \operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta + 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\frac{x}{1-\frac{y}{x}} + \frac{y}{1-\frac{x}{y}}}{1-\frac{y}{x}} = \operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta + 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. উদ্দীপকের চিত্রানুসারে, $AC = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{2x^2}{x^2 + y^2} + \frac{3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2 + 3 \cos\theta = 3$$

$$\therefore 2 \sin^2\theta + 3 \cos\theta - 3 = 0$$

অতঃপর সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০১ $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

[ফরিদপুর পুলিশ লাইন্স উচ্চ বিদ্যালয়, ফরিদপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\sin^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\tan\theta = \sqrt{\frac{1-x}{2x}}$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\sec\theta - \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta} = \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}$ ৪

১০১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০২ $M = \cos\alpha, \cot A - \operatorname{cosec} A = \frac{1}{p}$

[কৃষি বিশ্ববিদ্যালয় হাই স্কুল, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $2\sin^2 B = 1 - \cos 2B$; যখন, $B = 45^\circ$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sec A = \frac{p^2 + 1}{p^2 - 1}$ ৪

গ. $4M^2 - (2 + 2\sqrt{3})M + \sqrt{3} = 0$ হলে α এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০৩ $\sin\theta + \cos\theta = p$ এবং $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$

[নবাবগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁপাইনবাবগঞ্জ □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{p}{q}$ মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $q(p^2 - 1) = 2p$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta} = \frac{p^2}{2p^2 - q^2}$ ৪

১০৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{p}{q} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta}$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}}$$

$$= \sin\theta \cdot \cos\theta \text{ (Ans.)}$$

খ. L.H.S = $q(p^2 - 1)$

$$= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta) \{(\sin\theta + \cos\theta)^2 - 1\}$$

$$\begin{aligned} &= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta - 1) \\ &= (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta)(1 + 2\sin\theta \cos\theta - 1) \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right) \cdot 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta \cos\theta} \cdot 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= 2(\sin\theta + \cos\theta)$$

$$= 2p$$

$$\therefore q(p^2 - 1) = 2p \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. R.H.S = $\frac{p^2}{2p^2 - q^2}$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - (\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - \left(\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta \cos\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{2(\sin\theta + \cos\theta)^2 - (\sin\theta + \cos\theta)^2 \cdot \sec^2\theta \cdot \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{(\sin\theta + \cos\theta)^2 (2 - \sec^2\theta \cdot \operatorname{cosec}^2\theta)}$$

$$= \frac{1}{2 - \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1}{\frac{2 \cos^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{2(1 - \sin^2\theta) - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{2 - 2\sin^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \text{L.H.S. (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০৪ $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}, \angle B = 60^\circ$

[ইক্ষু গবেষণা উচ্চ বিদ্যালয়, ঈশ্বরদী, পাবনা □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\operatorname{cosec}^2 B + \cot^2 B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4 \sin^2\theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin\theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = 2A$ অথবা $\theta = A$ ৪

১০৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮৭ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০৫ (i) $\sqrt{2} \cos(A - B) = 1, 2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ।

(ii) $P = \sin\theta, Q = \cos\theta, \theta$ সূক্ষ্মকোণ।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $C = 30^\circ$ হলে $\frac{2 \tan C}{1 - \tan^2 C}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $Q^2 - P^2 + 5Q = 2$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখন, $\frac{2 \tan C}{1 - \tan^2 C}$

$$= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} [\square C = 30^\circ]$$

SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-৮গ



MWYZ (AveWkAk)

$$= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯২

গ. এখন, $Q^2 - P^2 + 5Q = 2$

$$\text{বা, } Q^2 - P^2 = 2 - 5Q$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5 \cos\theta \quad [\square P = \sin\theta, Q = \cos\theta]$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta - 1 = 2 - 5 \cos\theta$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 1 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 5 \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2\theta + 6 \cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos\theta (\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\theta + 3)(2 \cos\theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos\theta + 3 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2 \cos\theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos\theta = -3$$

$$\text{বা, } 2 \cos\theta = 1$$

$$[\text{কিন্তু } \cos\theta \neq -3,$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{কারণ, } -1 \leq \cos\theta \leq 1]$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } \theta = 60^\circ.$$

প্রশ্ন ১০৬ $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta$ এবং $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2$.

[পুলিশ লাইন্স উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B$.

২

খ. প্রমাণ কর যে, $2 \cos\theta - \sin\theta = \sqrt{3} \sin\theta$

৪

গ. $0^\circ < A < 90^\circ$ হলে, সংশ্লিষ্ট সমীকরণটি সমাধান কর।

৪

১০৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বামপক্ষ $= \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1}$

$$= \cos B \sqrt{\tan^2 B}$$

$$= \cos B \cdot \tan B$$

$$= \cos B \cdot \frac{\sin B}{\cos B}$$

$$= \sin B = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \cos B \sqrt{\sec^2 B - 1} = \sin B \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sqrt{3} \cos\theta - \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sin\theta = (\sqrt{3} - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} + 1) \sin\theta = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin\theta + \sin\theta = (3 - 1) \cos\theta$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin\theta + \sin\theta = 2 \cos\theta$$

$$\therefore 2 \cos\theta - \sin\theta = \sqrt{3} \sin\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৭ $\sin\theta + \cos\theta = a$ এবং $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$

[বেগমগঞ্জ সরকারি কারিগরি উচ্চ বিদ্যালয়, নোয়াখালী □ প্রশ্ন নং ৭]

ক. $\frac{a}{b}$ এর মান কত?

২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2 = \frac{2a+b}{b}$

৪

গ. $\sqrt{3} \sin\theta = \cos\theta$ হলে $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$ এর মান কত?

৪

১০৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\sin\theta + \cos\theta = a$$

$$\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}}$$

$$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}}$$

$$= \sin\theta \cdot \cos\theta \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\frac{a}{b} = \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$\text{এখন, } a^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2$$

$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2 \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$= 1 + 2 \cdot \frac{a}{b} \left[\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{a}{b} \right]$$

$$= \frac{b + 2a}{b}$$

$$= \frac{2a + b}{b}$$

$$\therefore a^2 = \frac{2a + b}{b} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\sqrt{3} \sin\theta = \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\sec\theta} = \sqrt{3} \left[\square \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta; \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{3 - 1}{3 + 1} \text{ [বিয়োজন-যোজন করে]}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০৮ $2 \sin(A + B) = \sqrt{3} = \sqrt{6} \cos(A - B)$

[চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ল্যাবরেটরি স্কুল এ্যাট কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $A + B$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$ হলে প্রমাণ কর যে, $\sin 3\theta = 3 \sin\theta - 4 \sin^3\theta$.

৪

১০৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ও খ. দেওয়া আছে,

$$2 \sin(A + B) = \sqrt{3} = \sqrt{6} \cos(A - B)$$

$$\therefore 2 \sin(A + B) = \sqrt{3} \text{ এবং } \sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos(A - B) = 1$$

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ক) নং দ্রষ্টব্য।

পৃষ্ঠা-১৯২

গ. 'ক' হতে পাই,

$$A + B = 60^\circ$$

$$\therefore \theta = \frac{1}{2}(A + B) = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

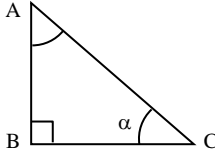
এখন, L.H.S = $\sin 3\theta$
 $= \sin 3 \times 30^\circ$
 $= \sin 90^\circ = 1$

R.H.S. = $3\sin\theta - 4\sin^3\theta$
 $= 3\sin 30^\circ - 4(\sin 30^\circ)^3$
 $= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 $= \frac{3}{2} - \frac{4}{8}$
 $= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$
 $= \frac{3-1}{2}$
 $= 1$

= L.H.S.

$$\therefore \sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০৯



এবং $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [পুলিশ লাইন্স উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৭]

- ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta} = 2$ 8
- গ. যদি $2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} = 3$ হয় তবে উদ্দীপকের চিত্র ব্যবহার করে দেখাও যে, $\alpha = 30^\circ$ 8

১০৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ΔABC -এ $\angle B =$ এক সমকোণ
 \therefore সমকোণী ΔABC এ পীথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ (Ans.)

খ. সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতপরঃ $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta} = 2$ (প্রমাণিত)

গ. ΔABC এ $\angle B$ সমকোণ এবং অতিভুজ AC.

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \cos\alpha \text{ ও } \frac{AB}{AC} = \sin\alpha$$

দেওয়া আছে,

$$2\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + 3\frac{AB}{AC} = 3$$

বা, $2(\cos\alpha)^2 + 3\sin\alpha = 3$

বা, $2\cos^2\alpha + 3\sin\alpha = 3$

বা, $2(1 - \sin^2\alpha) + 3\sin\alpha = 3$

বা, $2 - 2\sin^2\alpha + 3\sin\alpha = 3$

বা, $2\sin^2\alpha - 3\sin\alpha + 1 = 0$

বা, $2\sin^2\alpha - 2\sin\alpha - \sin\alpha + 1 = 0$

বা, $2\sin\alpha(\sin\alpha - 1) - 1(\sin\alpha - 1) = 0$

$\therefore (2\sin\alpha - 1)(\sin\alpha - 1) = 0$

হয়, $2\sin\alpha - 1 = 0$

বা, $2\sin\alpha = 1$

বা, $\sin\alpha = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\alpha = \sin 30^\circ$

$\therefore \alpha = 30^\circ$ (দেখানো হলো)

অথবা, $\sin\alpha - 1 = 0$

বা, $\sin\alpha = 1$

বা, $\sin\alpha = \sin 90^\circ$

$\therefore \alpha = 90^\circ$

ইহা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ

ΔABC এ $\angle C = \alpha$

$\therefore \alpha \neq 90^\circ$ সূক্ষ্মকোণ।

