ciÞv^xeß®¨jv, %‡bwZ ˆewkó¨ ciÞv, KÅ‡gW‡U K‡Þ Rmn kx‡Ö‡bxq Õ›`znmgf©i ciÞv %‡es gW‡j ˆU‡Qj cÉ‡ÞG‡vi cÖMÖE mgvavb AaÅvqwfwËK ¨ I qvmG‡Q‡j %àG‡vAbkxj b Ki G Zwg %AaÅvqW ^^‡K ˆhG‡Kv‡bvmg¯¨vi‡bk;x i FbvgjfK cÉ‡ki² mgvavb wjLG‡Z cvi‡e mn‡RB|

প্রশ্ন ▶১ 18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। দুটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°। *[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ ☐ প্রশ্ন নং ৮]*

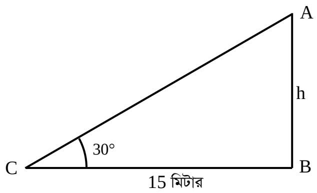
ক. কোনো মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে, মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

<u>১ নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক



মনে করি, মিনারের উচ্চতা, AB = h মিটার, শীর্ষের উন্নতি কোণ, ∠ACB = 30° এবং মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য, BC = 15 মিটার।

এখন, ΔABC-এ,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{15}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15}$

বা, $\sqrt{3}h = 15$

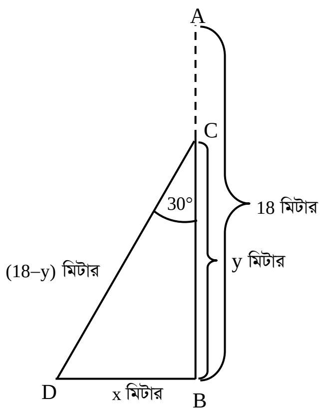
বা, $h = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$= 8.66025$

$= 8.66$ (প্রায়)

∴ মিনারের উচ্চতা 8.66 মিটার। (প্রায়)

খ



মনে করি, খুঁটির উচ্চতা, AB = 18 মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।

তাহলে, ∠BCD = 30°।

ধরি, BC = y মি. এবং BD = x মি.

∴ CD = AC = (18 – y) মি.

এখন, ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

$\Rightarrow \cos 30° = \frac{y}{18 - y}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{18 - y}$

$\Rightarrow 2y = 18\sqrt{3} - \sqrt{3}y$

$\Rightarrow 2y + \sqrt{3}y = 18\sqrt{3}$

$\Rightarrow y(2 + \sqrt{3}) = 18\sqrt{3}$

$\Rightarrow y = \frac{18\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 8.3538$

আবার, ΔBCD-এ

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

$\Rightarrow \tan 30° = \frac{x}{y}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{8.3538}$

$\Rightarrow \sqrt{3}x = 8.3538$

$\Rightarrow x = \frac{8.3538}{\sqrt{3}}$

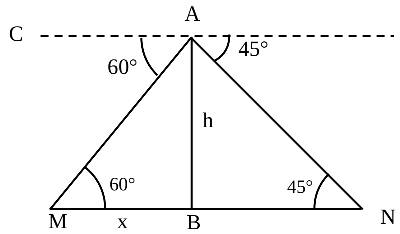
$= 4.82$

∴ x = 4.82 (প্রায়)

∴ খুঁটির গোড়া হতে 4.82 মি. (প্রায়) দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে।

Ans: 4.82 মি. (প্রায়)

গ



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা, AB = h মিটার। A বিন্দুতে মাইল পোস্ট M এবং মাইলপোস্ট N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে ∠MAC = 60° এবং ∠NAD = 45°।

মাইল পোস্টদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব MN = 1 মাইল

= 1.61 কি.মি. (প্রায়)

= 1.61 × 1000 মি.

= 1610 মি.

ধরি, M মাইল পোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দু B এর দূরত্ব, MB = x মিটার।

∴ BN = (1610 – x) মি.

এখানে, ∠AMB = ∠MAC = 60°; [একান্তর কোণ বলে]

এবং ∠ANB = ∠NAD = 45°; [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔABM হতে পাই,

$\tan \angle AMB = \frac{AB}{MB}$

$\Rightarrow \tan 60° = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ … … (i)

আবার, ΔABN হতে পাই,

$\tan \angle ANB = \frac{AB}{BN}$

$\Rightarrow \tan 45° = \frac{h}{(1610 - x)}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{1610 - x}$

$\Rightarrow h = 1610 - x$

$\Rightarrow h + x = 1610$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + x = 1610$ [(i) নং হতে মান বসিয়ে]

$\Rightarrow x(\sqrt{3} + 1) = 1610$

$\Rightarrow x = \frac{1610}{\sqrt{3} + 1}$

$= 589.30$ (প্রায়)

∴ M মাইল পোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব 589.30 মিটার (প্রায়)।

Ans: 589.30 মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶২ A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের অবস্থানে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° এবং 60° *[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৮]*

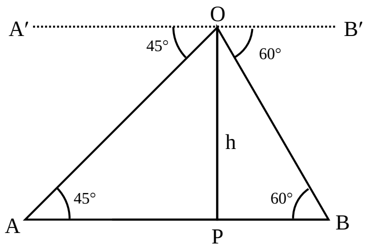
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. AB = 750 মিটার হলে ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. বেলুন থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O বিন্দুতে বেলুনের অবস্থান এবং A ও B দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু। O বিন্দুতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 60°

∴ ∠AOA′ = 45° এবং ∠BOB′ = 60°

খ মনে করি, AP = x মিটার এবং OP = h মিটার

দেওয়া আছে, AB = 750 মি.

∴ BP = AB – AP = (750 – x) মিটার

A′O || AP এবং OA ছেদক

∴ ∠OAP = একান্তর ∠A′OA = 45°

আবার, B′O || BP এবং OB ছেদক

∴ ∠OBP = একান্তর ∠B′OB = 60°

এখন, সমকোণী ΔOAP এ

$\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

∴ $h = x$ ... ... (i)

আবার, $\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{750 - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{750 - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{x}{750 - x}$ [(i) নং হতে মান বসিয়ে]

বা, $x = \sqrt{3}(750 - x)$

বা, $x + \sqrt{3}x = 750 \times \sqrt{3}$

বা, $x(1 + \sqrt{3}) = 750 \times \sqrt{3}$

বা, $x = \frac{750\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

∴ x = 475.481 মিটার (প্রায়)

∴ h = 475.481 মিটার (প্রায়) [(i) হতে] **(Ans.)**

গ এখন, ΔOAP তে ∠OAP = 45° এবং OP = 475.481 মিটার ['খ' হতে]

∴ A বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OA

ΔOPA থেকে পাই,

$\sin \angle OAP = \frac{OP}{OA}$

বা, $\sin 45° = \frac{OP}{OA}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{475.481}{OA}$

∴ OA = 672.431 মিটার (প্রায়)

আবার, ΔOBP এ ∠OBP = 60° এবং OP = 475.481 মিটার

∴ B বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OB

এখন, ΔOBP এ

$\sin \angle OBP = \frac{OP}{OB}$

বা, $\sin 60° = \frac{OP}{OB}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{475.481}{OB}$

বা, $OB = \frac{2 \times 475.481}{\sqrt{3}}$

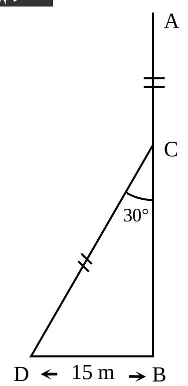
∴ OB = 549.038 মিটার (প্রায়)

∴ বেলুন হতে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য

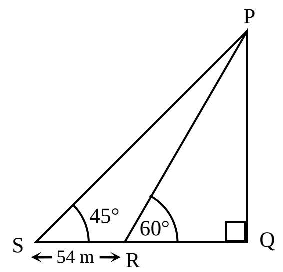
= (672.431 – 549.038) মিটার

= 123.393 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩



চিত্র-১



চিত্র-২

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\tan\theta + \sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. চিত্র-১ এর আলোকে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

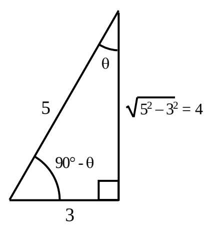
গ. চিত্র-২ এর আলোকে ΔPQS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\sec(90° - \theta) = \frac{5}{3}$

বা, $\mathrm{cosec}\theta = \frac{5}{3}$



চিত্রানুসারে, $\tan\theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin\theta = \frac{3}{5}$

∴ $\tan\theta + \sin\theta = \frac{3}{4} + \frac{3}{5}$

$= \frac{15 + 12}{20} = \frac{27}{20}$ **(Ans.)**

খ ত্রিভুজ BDC হতে,

$\sin 30° = \frac{DB}{DC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15}{DC}$

বা, $DC = 15 \times 2$

বা, DC = 30 মিটার

যেহেতু AC = DC

$\therefore$ AC = 30 মিটার

আবার, ΔBDC হতে,

$\cos 30° = \frac{BC}{DC}$

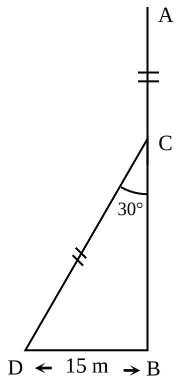
বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{30}$

বা, $BC = 15\sqrt{3}$ মিটার

$\therefore$ AB = (AC + BC) মিটার

$= 30 + 15\sqrt{3}$

= 55.98 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**



গ ধরি, RQ = x মিটার

$\therefore$ SQ = SR + RQ = (54 + x) মিটার

আবার, যেহেতু $\angle PSQ = 45°$

$\therefore \angle PSQ = \angle SPQ = 45°$

অর্থাৎ SQ = PQ = 54 + x

এখন, ΔPQS হতে,

$\sin 45° = \frac{PQ}{PS}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{PQ}{PS}$

বা, $PS = \sqrt{2} \times PQ = \sqrt{2}\,(54 + x)$

$\therefore PS = \sqrt{2}(54 + x)$ ... ... (i)

আবার, ΔPQR হতে,

$\tan 60° = \frac{PQ}{RQ}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{PQ}{x}$

বা, $PQ = \sqrt{3}x$ ... ... (ii)

$\therefore 54 + x = \sqrt{3}x$

বা, $\sqrt{3}x - x = 54$

বা, $x(\sqrt{3} - 1) = 54$

$\therefore x = \frac{54}{\sqrt{3} - 1}$

= 73.765 মিটার

$\therefore$ SQ = 54 + 73.765 মিটার

= 127.765 মিটার

= PQ

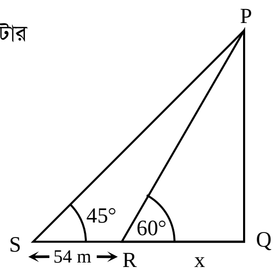
এবং $PS = \sqrt{2}(54 + 73.765)$ মিটার

= 180.687 মিটার

$\therefore$ ΔPQS এর পরিসীমা = SQ + PQ + PS

= 127.765 + 127.765 + 180.687

= 436.217 মিটার **(Ans.)**



প্রশ্ন ▶৪ 48 মিটার দীর্ঘ একটি গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে y মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ ▯ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sin^2 60° - \cos^2 60°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

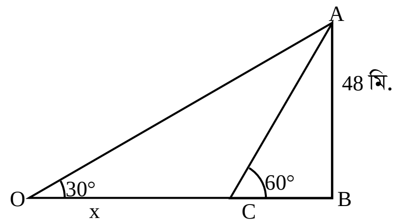
ক প্রদত্ত রাশি, $\sin^2 60° - \cos^2 60°$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{3 - 1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ



AB, 48 মি. দীর্ঘ গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে C বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$। x মিটার পিছিয়ে O বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle AOB = 30°$

এখন, ΔABC এ $\frac{AB}{BC} = \tan 60°$

বা, $\frac{48}{BC} = \sqrt{3}$

বা, $BC = \frac{48}{\sqrt{3}}$

ΔAOB এ $\frac{AB}{OB} = \tan 30°$

বা, $\frac{48}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

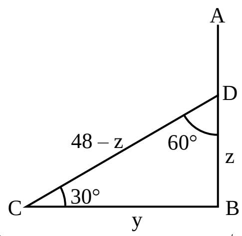
বা, $OB = 48\sqrt{3}$

বা, $OC + BC = 48\sqrt{3}$

বা, $x = 48\sqrt{3} - \frac{48}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 55.426 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ



গাছটি D বিন্দুতে $\angle BDC = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে B থেকে y মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

$\therefore$ BC = y

ধরি, BD = z

$\therefore$ CD = 48 – z

ΔBCD এ $\cos \angle BDC = \frac{BD}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{z}{48 - z}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{z}{48 - z}$

বা, 48 – z = 2z

বা, 3z = 48

$\therefore$ z = 16 মি.

আবার, $\tan \angle BDC = \frac{BC}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{y}{z}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{y}{16}$

বা, $y = 16\sqrt{3}$

$\therefore$ $y = 27.713$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ 18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। আবার দুটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°। *[যশোর বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৮]*

ক. কোনো মিনারের শীর্ষ ভূমির কোনো বিন্দুতে উন্নতি কোণ 30° এবং মিনারের পাদদেশ থেকে ছায়ার দৈর্ঘ্য 15 মিটার হলে মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে, M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬ 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করলো। *[বরিশাল বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ৮]*

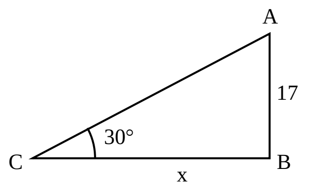
ক. কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য 17 মিটার ও উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, মিনারের দৈর্ঘ্য, AB = 17 মিটার

উন্নতি কোণ, $\angle ACB = 30°$

ছায়ার দৈর্ঘ্য, BC = x মিটার

এখন, ΔABC-এ, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

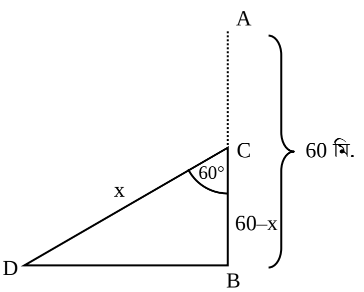
বা, $\tan 30° = \frac{17}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{17}{x}$

বা, $x = 17\sqrt{3}$

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য $17\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

খ



মনে করি, গাছটির দৈর্ঘ্য, AB = 60 মিটার। গাছটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে। ধরি, ভাঙ্গা অংশ, CD = AC = x মিটার

$\therefore$ BC = (60 – x) মিটার

এবং $\angle BCD = 60°$

এখন, ΔBCD-এ, $\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{60 - x}{x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{60 - x}{x}$

বা, $x = 120 - 2x$

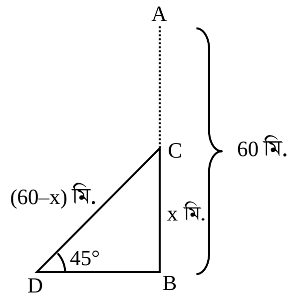
বা, $x + 2x = 120$

বা, $3x = 120$

বা, $x = 40$

$\therefore$ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 40 মিটার। **(Ans.)**

গ



এখানে, গাছটির দৈর্ঘ্য, AB = 60 মিটার

গাছটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির D বিন্দুতে 45° উৎপন্ন করে।

$\therefore \angle BDC = 45°$

ধরি, দন্ডায়মান অংশ, BC = x মিটার

$\therefore$ CD = AC = (60 – x) মিটার

এখন, ΔBCD -এ

$\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 45° = \frac{x}{60 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{x}{60 - x}$

বা, $\sqrt{2}x = 60 - x$

বা, $\sqrt{2}x + x = 60$

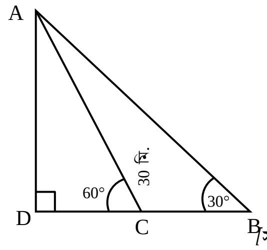
বা, $x(\sqrt{2} + 1) = 60$

বা, $x = \frac{60}{\sqrt{2} + 1}$

$\therefore$ $x = 24.85$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য 24.85 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭



[সকল বোর্ড-২০১৮ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. AD ও CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, $\angle ACD = 60°$

$\therefore \quad \angle ACB = 180° - 60° = 120°$

$\therefore \quad \angle BAC = 180° - (\angle ACB + \angle ABC)$
$= 180° - (120° + 30°)$
$= 180° - 150°$
$= 30°$ **(Ans.)**

খ চিত্রে, AC = 30 মি.

ΔACD-এ, $\sin\angle ACD = \frac{AD}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{AD}{30}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{30}$

$\therefore \quad AD = 15\sqrt{3}$ মি. **(Ans.)**

আবার, $\cos\angle ACD = \frac{CD}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{CD}{30}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$

$\therefore \quad CD = 15$ মি. **(Ans.)**

গ ΔABD-এ, $\sin\angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $\sin 30° = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$ [‘খ’ হতে $AD = 15\sqrt{3}$]

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AB}$

$\therefore \quad AB = 30\sqrt{3}$ মিটার

ধরি, BC = x মি.

$\therefore \quad BD = BC + CD = (x + 15)$ মি. [‘খ’ হতে CD = 15]

$\therefore \quad \Delta ABD$-এ, $\cos\angle ABD = \frac{BD}{AB}$

বা, $\cos 30° = \frac{x + 15}{30\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x + 15}{30\sqrt{3}}$

বা, $x + 15 = 45$

বা, $x = 45 - 15$

$\therefore \quad x = 30$ মি.

$\therefore \quad \Delta ABC$ এর পরিসীমা $= AB + BC + AC$
$= 30\sqrt{3} + 30 + 30$
$= 111.962$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮ একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৭]

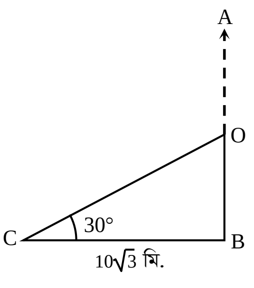
ক. tan 2C এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, একটি গাছ AB, O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশ সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গাছের গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মি. দূরে C বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

অর্থাৎ $\angle C = 30°$

$\therefore \quad \tan 2C = \tan (2 \times 30°)$
$= \tan 60°$
$= \sqrt{3}$ **(Ans.)**

খ ΔBOC এ $\angle BCO = 30°$

এখন, $\frac{BO}{BC} = \tan\angle BCO = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং $\frac{CO}{BC} = \sec\angle BCO = \sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বামপক্ষ $= \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2$
$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$
$= \left(\frac{1 + 2}{\sqrt{3}}\right)^2$
$= \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2$
$= \frac{9}{3} = 3$

ডানপক্ষ $= \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$
$= \frac{1 + \sin 30°}{1 - \sin 30°}$
$= \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}$
$= \frac{3}{2} \times 2 = 3$

$\therefore \quad \left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ **(দেখানো হলো)**

গ চিত্রানুসারে, $BC = 10\sqrt{3}$ এবং $\angle BCO = 30°$

এখন, ΔBOC এ $\tan\angle BCO = \frac{BO}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BO}{10\sqrt{3}}$

বা, $BO = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad BO = 10$ মিটার

আবার, $\cos\angle BCO = \frac{BC}{OC}$

বা, $\cos 30° = \frac{10\sqrt{3}}{OC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{OC}$

$\therefore \quad OC = 20$ মি.

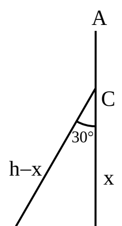
$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $= AB = AO + BO$
$= (OC + BO)$ মিটার
$= (20 + 10)$ মিটার
$= 30$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 20 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৭]*

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর। ২

খ. গাছটি কত মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল তা বের কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪



৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার, গাছটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে $BD = 20$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

খ এখানে, $\angle BCD = 30°$ এবং $BD = 20$ মিটার
এখন, ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{20}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$

বা, $x = 20\sqrt{3}$

বা, $x = 34.64$ (প্রায়)

∴ গাছটি 34.64 মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল। **(Ans.)**

গ এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - 34.64)$ মিটার
এখন, ΔBCD এর মধ্যে

$\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{20}{h - 34.64}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{20}{h - 34.64}$

বা, $h - 34.64 = 40$

বা, $h = 40 + 34.64$

∴ $h = 74.64$

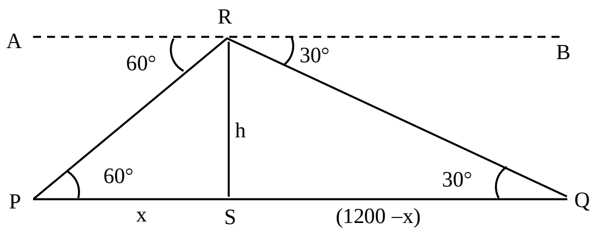
∴ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 74.64 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০ P ও Q দুইটি নির্দিষ্ট স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1200 মিটার। R বিন্দুতে অবস্থিত একটি বিমান হতে P ও Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°. *[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ৮]*

ক. $RS \perp PQ$ হলে $\angle RPS$ ও $\angle QRS$ এর মধ্যকার সম্পর্ক লিখ। ২
খ. বিমানটি ভূমি হতে কত উপরে রয়েছে তা নির্ণয় কর। ৪
গ. PR এবং QR এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, R বিন্দুতে বিমানটির অবস্থান এবং P ও Q বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1200 মিটার। R থেকে P ও Q বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°।
সুতরাং, $\angle ARP = 60°$ এবং $\angle BRQ = 30°$
$RS \perp PQ$ হলে $\angle RSP = \angle RSQ = 1$ সমকোণ
$AB \parallel PQ$ এবং PR তাদের ছেদক।

∴ $\angle RPS =$ একান্তর $\angle ARP = 60°$
আবার, $\angle QRS = 90° - \angle QRB$
$= 90° - 30°$
$= 60°$
∴ $\angle RPS = \angle QRS$

খ মনে করি, $PS = x$ মিটার, উচ্চতা $RS = h$ মিটার।
∴ এখানে, $PQ = 1200$ মিটার
∴ $QS = PQ - PS = (1200 - x)$ মিটার
'ক' থেকে পাই, $\angle RPS = 60°$ এবং $\angle RQS = 30°$
এখন, সমকোণী ΔRPS - এ

$\tan\angle RPS = \frac{RS}{PS}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}\ x$ ....(i)

আবার, সমকোণী ΔRQS এ

$\tan\angle RQS = \frac{RS}{QS}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1200 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1200 - x}$

বা, $\sqrt{3}\,h = 1200 - x$

বা, $\sqrt{3} \times \sqrt{3}\,x = 1200 - x$ [সমীকরণ (i) থেকে]

বা, $3x = 1200 - x$

বা, $3x + x = 1200$

বা, $4x = 1200$

বা, $x = \frac{1200}{4}$

∴ $x = 300$ মিটার

(i) নং থেকে পাই,
$h = \sqrt{3} \times 300 = 519.62$ মিটার (প্রায়)

∴ বিমানটি ভূমি হতে 519.62 মিটার (প্রায়) উপরে রয়েছে। **(Ans.)**

গ এখন, ΔRPS- এ $\angle RPS = 60°$ এবং
$RS = h = 300\sqrt{3}$ ['খ' হতে]
সমকোণী ΔRPS-এ

$\sin\angle RPS = \frac{RS}{PR}$

বা, $\sin 60° = \frac{300\sqrt{3}}{PR}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{300\sqrt{3}}{PR}$

বা, $PR = \frac{300\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$

∴ $PR = 600$ মিটার **(Ans.)**

এবং ΔRQS-এ $\angle RQS = 30°$
সমকোণী ΔRQS-এ

$\sin\angle RQS = \frac{RS}{QR}$

বা, $\sin 30° = \frac{300\sqrt{3}}{QR}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{300\sqrt{3}}{QR}$

বা, $QR = 300\sqrt{3} \times 2$

∴ $QR = 600\sqrt{3} = 1039.23$ মিটার (প্রায়)

∴ $PR = 600$ মিটার এবং $QR = 1039.23$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১১ একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $30°$ কোণ করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করল। *[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৮]*

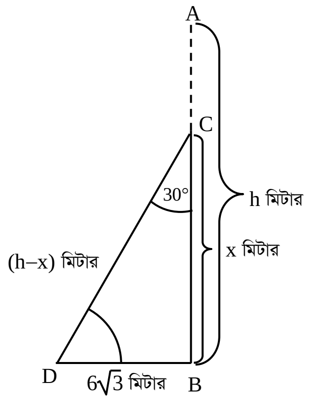
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করলে খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে নির্ণয় করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার, $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $BD = 6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

খ এখানে, $CD = AC = AB - BC$
$= (h - x)$ মিটার।

ΔBCD থেকে পাই,

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{6\sqrt{3}}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{x}$ [∵ $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

∴ $x = 18$

আবার, $\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{6\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{h - x}$ [∵ $\sin 30° = \frac{1}{2}$]

বা, $h - x = 12\sqrt{3}$

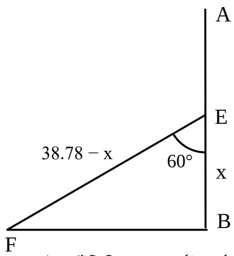
বা, $h = 12\sqrt{3} + x$

বা, $h = 12\sqrt{3} + 18$ [x এর মান বসিয়ে।]

∴ $h = 38.78$ (প্রায়)

∴ খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 38.78 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



'খ' থেকে পাই, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = 38.78$ মিটার (প্রায়)

এখন, ধরি, খুঁটিটির x মিটার উচ্চতায় E বিন্দুতে ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BEF = 60°$ করে গোড়া থেকে BF মিটার দূরে ভূমিকে স্পর্শ করেছে।

এখন, ΔBEF-এ

$\sin \angle BEF = \frac{BF}{EF}$

বা, $\sin 60° = \frac{BF}{38.78 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{38.78 - x}$

বা, $BF = \frac{\sqrt{3}\,(38.78 - x)}{2}$ .... (i)

আবার, ΔBEF-এ

$\tan \angle BEF = \frac{BF}{BE}$

বা, $\tan 60° = \frac{BF}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{BF}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = BF$

বা, $\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}\,(38.78 - x)}{2}$ [(i) নং থেকে]

বা, $2x = 38.78 - x$

বা, $2x + x = 38.78$

বা, $3x = 38.78$

বা, $x = \frac{38.78}{3}$

∴ $x = 12.9267$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$BF = \frac{\sqrt{3}\,(38.78 - 12.9267)}{2}$

$= \frac{\sqrt{3} \times 25.8533}{2}$

$= 22.3896$

∴ খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে 22.39 মিটার (প্রায়) দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১২ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, গাছটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\theta°$ এবং ভূমির সাথে $60°$ কোণ করে গাছের গোড়া হতে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৮]

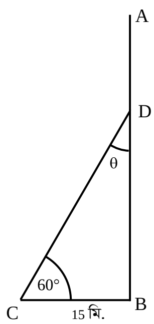
ক. তথ্যের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$. ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, AB গাছটি D বিন্দুতে ভেঙ্গে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BDC = \theta$ এবং ভূমির সাথে $\angle BCD = 60°$ কোণ করে গোড়া হতে $BC = 15$ মি. দূরে মাটি স্পর্শ করে।



খ চিত্রে, $\angle CBD = 90°$ এবং $\angle BCD = 60°$

ΔBCD এ, $\angle BDC + \angle BCD + \angle CBD = 180°$

বা, $\theta + 60° + 90° = 180°$

বা, $\theta = 180° - 150°$

∴ $\theta = 30°$

এখন, বামপক্ষ $= \sin 3\theta$

$= \sin (3 \times 30°)$

MwYZ (AvewkÅK)

$= \sin 90° = 1$

ডানপক্ষ $= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$= 3\sin 30° - 4(\sin 30°)^3$

$= 3.\frac{1}{2} - 4.\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{3}{2} - \frac{4}{8}$

$= \frac{12-4}{8}$

$= \frac{8}{8} = 1$

$\therefore$ $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ **(প্রমাণিত)**

গ ΔBCD এ,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{BD}{15}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{BD}{15}$

$\therefore$ $BD = 15\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔBCD এ $\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{15}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15}{CD}$

$\therefore$ $CD = 30$ মিটার

সুতরাং, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য = AB

$= AD + BD$

$= CD + BD$ [$\because AD = CD$]

$= 30 + 15\sqrt{3}$

= 55.98 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ 21 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। *[সিলেট বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৮]*

ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. খুঁটিটি 7 মিটার উচ্চতায় ভাঙ্গলে ভূমির সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

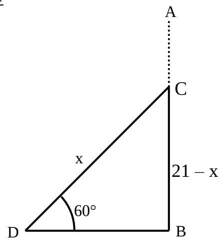
ক মনে করি,

খুঁটিটির উচ্চতা, AB = 21 মিটার

খুঁটিটির C বিন্দুতে x মিটার অংশ ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে $\angle BDC = 60°$ উৎপন্ন করে।

এখানে, AC = CD = x মিটার

BC = (21 − x) মিটার



খ ΔBCD-এ

$\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{21-x}{x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21-x}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 42 - 2x$

বা, $\sqrt{3}x + 2x = 42$

বা, $(\sqrt{3}+2)x = 42$

বা, $x = \frac{42}{\sqrt{3}+2} = 11.254$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 11.254 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = 21 মি.

" দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য BC = 7 মি.

$\therefore$ " ভাঙ্গা " " AC = CD = (21 − 7) মি. = 14 মি.

এবং ধরি, $\angle CDB = \theta$

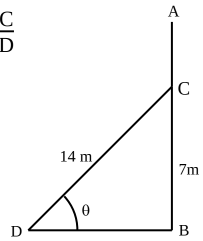
এখন, ΔCBD থেকে $\sin\angle CDB = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin\theta = \frac{7}{14}$

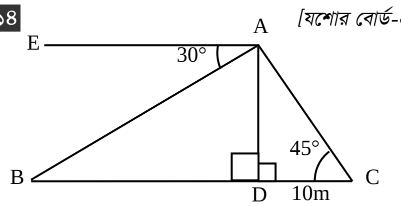
বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$

$\therefore$ $\theta = 30°$ **(Ans.)**



প্রশ্ন ▶ ১৪ *[যশোর বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৯]*



চিত্রে EA ‖ BC, AD ⊥ BC, উন্নতি $\angle ACD = 45°$ এবং DC = 10 মিটার

ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

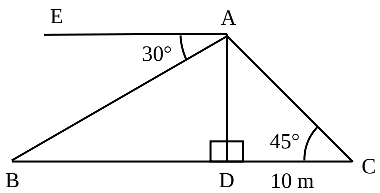
গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **উন্নতি কোণ:** ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলে।

অবনতি কোণ: ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোন বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলে।

খ



দেওয়া আছে,

$\angle BAE = 30°$ এবং EA ‖ BC

$\therefore$ $\angle ABD = 30°$

$\angle ACD = 45°$, DC = 10 মিটার

এখন, Δ ADC এ $\tan\angle ACD = \frac{AD}{CD}$

বা, $\tan 45° = \frac{AD}{10}$

বা, $1 = \frac{AD}{10}$

$\therefore$ AD = 10 মিটার

আবার, ΔABD এ $\sin\angle ABD = \frac{AD}{AB}$

বা, $\sin 30° = \frac{10}{AB}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{10}{AB}$

$\therefore$ AB = 20 মিটার। **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই,

AB = 20 মি.,

AD = 10 মি.

Δ ABD-এ, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2}$

$= \sqrt{(20)^2 - (10)^2}$

$= \sqrt{300}$
$= 10\sqrt{3}$ মি.

$\therefore$ BC = BD + CD
$= 10\sqrt{3} + 10$
$= 27.3205$ মি.

আবার,

ΔADC এ $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2}$
$= \sqrt{(10)^2 + (10)^2}$
$= \sqrt{200}$
$= 14.1421$

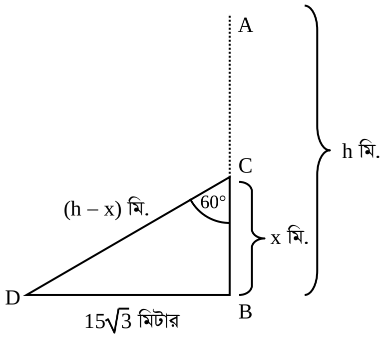
$\therefore$ ΔABC এর পরিসীমা = AB + BC + AC
= (20 + 27.3205 + 14.1421) মিটার
= 61.46 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৫ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে। *[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ প্রশ্ন নং ৭]*

ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২
খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে $BD = 15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার

ΔBCD থেকে পাই, $\tan\angle BCD = \dfrac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \dfrac{15\sqrt{3}}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{15\sqrt{3}}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 15\sqrt{3}$

বা, $x = \dfrac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 15 মিটার

আবার, $\sin\angle BCD = \dfrac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \dfrac{15\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{15\sqrt{3}}{h - x}$

বা, h – x = 30

বা, h = 30 + x

বা, h = 30 + 15 [x এর মান বসিয়ে]

$\therefore$ h = 45 মিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 45 মিটার। **(Ans.)**

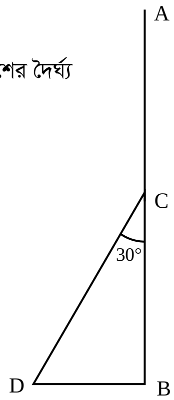
গ 'খ' হতে পাই,

সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = 45 মিটার

চিত্রে, $\angle BCD = 30°$, ভাঙ্গা অংশ AC = CD.

দন্ডায়মান অংশ BC = x মিটার হলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য

AC = CD = (45 – x) মিটার



ΔBCD-এ $\cos\angle BCD = \dfrac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \dfrac{x}{45 - x}$

বা, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{45 - x}$

বা, $2x = 45\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

বা, $2x + \sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$

বা, $(2 + \sqrt{3})x = 45\sqrt{3}$

বা, $x = \dfrac{45\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 20.8846 মিটার (প্রায়)

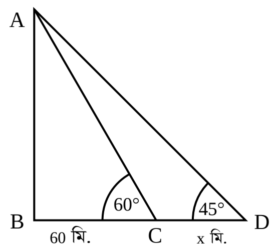
$\therefore$ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = (45 – 20.8846) মিটার
= 24.1154 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৬ একটি দালানের পাদদেশ থেকে 60 মিটার দূরের ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে ছাদের উন্নতি কোণ 45° হয়। *[চট্টগ্রাম বোর্ড-*

ক. উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২
খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. x এর মান নির্ণয় কর এবং পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ধরি, AB দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি দালানের পাদদেশ থেকে 60 মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$। ঐ বিন্দু অর্থাৎ, C বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে D বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45°$ হয়।

BC = 60 মিটার এবং CD = x মিটার।

খ 'ক' থেকে পাই,

BC = 60 মিটার এবং $\angle ACB = 60°$

ΔABC এ, $\tan\angle ACB = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \dfrac{AB}{60}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{AB}{60}$

বা, $AB = 60\sqrt{3} = 103.92$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ দালানের উচ্চতা 103.92 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'ক' থেকে পাই,

BC = 60 মিটার
CD = x মিটার

$\angle ADB = 45°$ এবং $\angle ACB = 60°$

এবং 'খ' থেকে পাই, $AB = 60\sqrt{3}$

এখন, ΔABD-এ,

$\tan\angle ADB = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{AB}{BC + CD}$ ['ক' এর চিত্র থেকে]

বা, $1 = \frac{60\sqrt{3}}{60 + x}$

বা, $60 + x = 60\sqrt{3}$

বা, $x = 60\sqrt{3} - 60$

$\therefore$ $x = 43.92$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

২য় অংশ: এখন ΔABD-এ

$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$

বা, $\sin 45° = \frac{60\sqrt{3}}{AD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{3}}{AD}$

$\therefore$ $AD = 60\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 146.97$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব 146.97 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৭ ভূতলে কোনো বিন্দুতে একটি খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 45°; ঐ বিন্দু থেকে খুঁটিটির দিকে 15 মিটার এগিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হয়।

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল প্রশ্ন নং ৭]

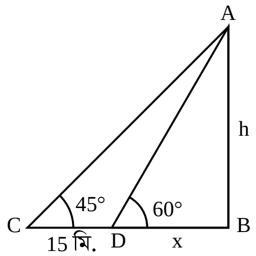
ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে চিত্র অঙ্কন করে উন্নতি কোণ চিহ্নিত কর। ২

খ. খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. ভূতলে যে বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়, প্রথমোক্ত বিন্দু থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, খুঁটির উচ্চতা = AB = h মিটার।

C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি কোণ, $\angle ACB = 45°$ এবং CD = 15 মিটার এগিয়ে গেলে উন্নতি কোণ $\angle ADB = 60°$ হয়।

খ ধরি, BD = x মিটার।

সমকোণী ΔABD থেকে পাই,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore$ $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x + 15}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 15}$

বা, $h = x + 15$

বা, $h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 15$ [(i) নং হতে]

বা, $\sqrt{3}h = h + 15\sqrt{3}$

বা, $\sqrt{3}h - h = 15\sqrt{3}$

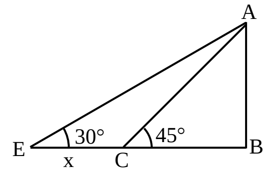
বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 15\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$\therefore$ $h = 35.49$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটির উচ্চতা = 35.49 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\tan 45° = \frac{AB}{BC}$

বা, $1 = \frac{35.49}{BC}$

$\therefore$ $BC = 35.49$ মিটার

$\therefore$ $BE = CE + BC = (x + 35.49)$ মিটার

এখন, ΔABE থেকে পাই,

$\tan 30° = \frac{AB}{BE}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{35.49}{x + 35.49}$

বা, $x + 35.49 = 35.49 \times \sqrt{3}$

বা, $x = 61.47 - 35.49$

$\therefore$ $x = 25.98$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১৮ একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে এর ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং খুঁটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$m দূরে ভূমি স্পর্শ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৯]

ক. সমাধান কর : $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ ২

খ. খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি ভাঙ্গা অংশটি দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে তাহলে খুঁটির শীর্ষটি গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিতে স্পর্শ করবে তা নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

$\Rightarrow \frac{\cos\alpha - \sin\alpha + \cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha - \cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{2\cos\alpha}{-2\sin\alpha} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

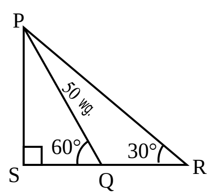
$\Rightarrow \cot\alpha = \sqrt{3} = \cot 30°$

$\therefore \alpha = 30°$ **(Ans.)**

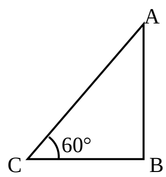
খ সৃজনশীল ১১(ক + খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১৯ দৃশ্যকল্প-I :



দৃশ্যকল্প-II :



AB একটি পতাকার খুঁটি।

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৮]

ক. দৃশ্যকল্প-I হতে $\angle QPR$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-I হতে PS ও SQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-II এ বর্ণিত C বিন্দু হতে 32 মি. পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। পতাকার খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle PQS = 60°$

$\therefore \angle PQR = 180° - 60° = 120°$

$\therefore \angle QPR = 180° - (\angle PRQ + \angle PQR)$

$= 180° - (120° + 30°)$

$= 180° - 150°$

$= 30°$ **(Ans.)**

খ চিত্রে, PQ = 50 মি.

ΔPQS-এ, $\sin\angle PQS = \frac{PS}{PQ}$

বা, $\sin 60° = \frac{PS}{50}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PS}{50}$

$\therefore PS = 25\sqrt{3}$

$= 43.301$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

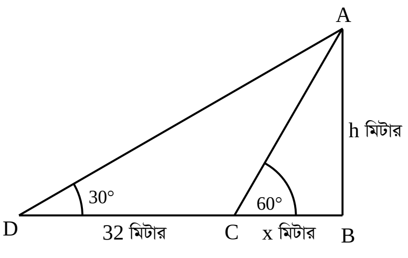
ΔPSQ-এ, $\tan\angle PQS = \frac{PS}{SQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{25\sqrt{3}}{SQ}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{SQ}$

$\therefore SQ = 25$ মি. **(Ans.)**

গ মনে করি, পতাকার খুঁটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং টাওয়ারের উন্নতি $\angle ACB = 60°$। C বিন্দু থেকে CD = 32 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ADB = 30°$ হয়।



ধরি, BC = x মিটার।

$\therefore BD = BC + CD = (x + 32)$ মিটার

ΔABC থেকে পাই, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ [$\because \tan 60° = \sqrt{3}$]

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x + 32}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 32}$ [$\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

বা, $\sqrt{3}h = x + 32$

বা, $\sqrt{3}h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 32$

বা, $\sqrt{3}h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $\frac{3h - h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $\frac{2h}{\sqrt{3}} = 32$

বা, $2h = 32\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{32\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$

$\therefore h = 27.713$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২০ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৮]*

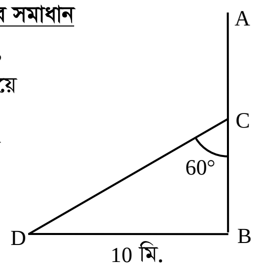
ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক ও ব্যাখ্যা কর। ২

খ. গাছটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য AB মিটার, গাছটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ AC = CD দণ্ডায়মান অংশ BC এর সাথে $\angle BCD = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে এবং গোড়া থেকে BD = 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



খ এখানে, $\angle BCD = 60°$ এবং BD = 10 মিটার

এখন, ΔBCD থেকে পাই,

$\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{10}{CD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{CD}$

বা, $CD = \frac{20}{\sqrt{3}}$

$\therefore CD = AC = 11.55$ (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 11.55 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ আবার, ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{10}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{10}{BC}$

বা, $BC = \frac{10}{\sqrt{3}}$

$\therefore BC = 5.77$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, AB = BC + AC

$= 5.77 + 11.55$

$= 17.32$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

[‘খ’ হতে পাই, ভাঙ্গা অংশ AC এর দৈর্ঘ্য 11.55 মিটার]

প্রশ্ন ▶২১ একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে একটি বৈদ্যুতিক খুঁটির উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 150 মিটার পিছিয়ে দেখল যে, বৈদ্যুতিক খুঁটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে। *[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৮]*

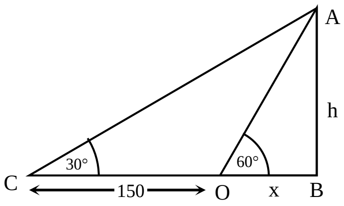
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. নদীটির বিস্তৃর নির্ণয় কর। ৪

গ. বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা এবং ১ম অবস্থান থেকে বৈদ্যুতিক খুঁটির শীর্ষ বিন্দুর সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ভূতলস্থ O বিন্দুতে AB বৈদ্যুতিক খুঁটির শীর্ষ A এর উন্নতি কোণ ∠AOB = 60°। ঐ স্থান হতে 150 মিটার পিছিয়ে C বিন্দুতে গেলে উন্নতি কোণ ∠ACB = 30° হয়। OB নদীর বিস্তৃর।

খ ধরি, প্রথম স্থান O হতে বৈদ্যুতিক খুঁটির দূরত্ব x মিটার এবং বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা h মিটার

তাহলে, AB = h মিটার

নদীর বিস্তৃর OB = x মিটার

দেওয়া আছে, OC = 150 মিটার

∴ BC = (x + 150) মিটার

এখন, ΔAOB এর জন্য, $\tan \angle AOB = \frac{AB}{OB}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

∴ $h = x\sqrt{3}$ .... (i)

আবার, ΔABC এর জন্য,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x + 150}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{x + 150}$; [(i) নং সমীকরণ হতে]

বা, $x + 150 = 3x$

বা, $2x = 150$

∴ $x = 75$

অর্থাৎ প্রথম স্থান হতে বৈদ্যুতিক খুঁটির দূরত্ব 75 মিটার।

∴ নদীর বিস্তৃর = 75 মিটার **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই,

নদীর বিস্তৃর = 75 মিটার

∴ বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা, $h = x\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

চিত্র থেকে, OB = 75 মিটার

$AB = 75\sqrt{3}$ মিটার

∴ $OA = \sqrt{OB^2 + AB^2}$

$= \sqrt{75^2 + (75\sqrt{3})^2}$

= 150 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২২ একটি মেহগনি গাছ AB ঝড়ে D বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে তার ভাঙ্গা অংশ C বিন্দুতে ভূমির সাথে θ = 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং গাছের গোড়া B থেকে $5\sqrt{3}$m দূরে মাটি স্পর্শ করে।

◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট প্রশ্ন নং ৯]

ক. যদি $\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয় তবে sinθ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}\right)$ ৪

গ. একটি খুঁটি ও তক্তা যথাক্রমে গাছের দন্ডায়মান এবং ভাঙ্গা অংশ থেকে বানানো হবে। খুঁটি ও তক্তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$\cot(\theta - 30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\cot(\theta - 30°) = \cot 60°$

বা, $\theta - 30° = 60°$

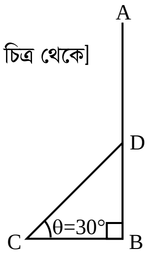
বা, $\theta = 60° + 30°$

∴ $\theta = 90°$

∴ $\sin\theta = \sin 90° = 1$ **(Ans.)**

খ $L.H.S = \left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2$

$= (\tan\theta + \sec\theta)^2$ [পাশের চিত্র থেকে]



∴ $\frac{BD}{BC} = \tan\theta$

∴ $\frac{CD}{BC} = \sec\theta$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \frac{(\sin\theta + 1)^2}{\cos^2\theta}$

$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta}$

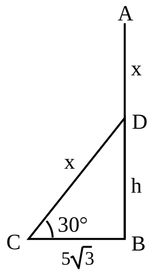
$= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)}$

$= \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$

∴ $\left(\frac{BD}{BC} + \frac{CD}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ (দেখানো হলো)

গ মনে করি, গাছটি ভূমি থেকে h উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙ্গে পড়ে এবং ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = x

চিত্র থেকে পাই,



$\tan 30° = \frac{BD}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{5\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

∴ h = 5 মিটার

আবার, $\cos 30° = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{x}$

বা, $x = 5\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

∴ $x = 10$

∴ খুঁটির দৈর্ঘ্য h = 5 মিটার এবং তক্তার দৈর্ঘ্য x = 10 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৩ C ও D বিন্দুর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে A বিন্দুতে একটি বেলুন উড়ছে। A বিন্দুতে C ও D বিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°।

◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[ঝিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, ঝিনাইদহ প্রশ্ন নং ৯]

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে একটি আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

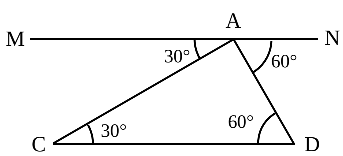
খ. মান নির্ণয় কর:

$3\cot^2 \angle ADC + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 \angle ACD + 5\sin^2\frac{1}{2}\angle CAD - 4\cos^2 \angle ADC.$ ৪

গ. AC = 20 একক হলে C ও D বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ চিত্রে MN || CD

$\therefore \angle NAD = \angle ADC = 60°$ এবং $\angle MAC = \angle ACD = 30°$

Δ ACD-এ, $\angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180°$

$\therefore \angle CAD = 180° - 60° - 30° = 90°$

$\therefore$ ACD ত্রিভুজটি সমকোণী।

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 3\cot^2\angle ADC + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 \angle ACD + 5\sin^2 \frac{1}{2} \angle CAD - 4\cos^2 \angle ADC$

$= 3\cot^2 60° + \frac{1}{4}\text{cosec}^2 30° + 5\sin^2\left(\frac{1}{2} \times 90°\right) - 4\cos^2 60°$

$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4}(2)^2 + 5\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 3 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times 4 + 5 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{4}$

$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1$

$= 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, AC = 20 একক

ΔACD-এ, $\sin \angle ADC = \frac{AC}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{20}{CD}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20}{CD}$

$\therefore CD = \frac{40}{\sqrt{3}} = 23.09$

$\therefore$ C ও D বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 23.09 একক (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৪ A ও B দুইটি নির্দিষ্ট স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1500 মিটার। C বিন্দুতে অবস্থিত একটি বিমান হতে A ও B বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°. *[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল প্রশ্ন নং ৯]*

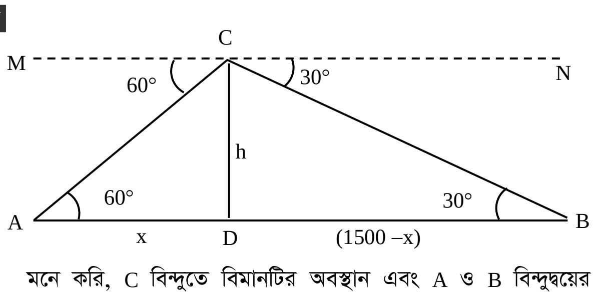
ক. CD ⊥ AB হলে ∠CAD ও ∠BCD এর মধ্যকার সম্পর্ক লিখ। ২

খ. বিমানটি ভূমি হতে কত উপরে রয়েছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. AC এবং BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, C বিন্দুতে বিমানটির অবস্থান এবং A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1500 মিটার। C থেকে A ও B বিন্দুদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°।

MN ∥ AB এবং AC ও CB তাদের ছেদক।

$\therefore \angle CAD =$ একান্তর $\angle MCA = 60°$

এবং $\angle NCB = 30° =$ একান্তর $\angle CBD$

CD ⊥ AB হলে $\angle CDA = \angle CDB = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle BCD = 90° - \angle CBD = 90° - 30° = 60° = \angle CAD$

$\therefore \angle CAD = \angle BCD$

খ মনে করি, AD = x মিটার, উচ্চতা CD = h মিটার।

$\therefore$ এখানে, AB = 1500 মিটার

$\therefore$ BD = AB – AD = (1500 – x) মিটার

'ক' থেকে পাই, $\angle CAD = 60°$ এবং $\angle CBD = 30°$

এখন, সমকোণী ΔCAD - এ

$\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \sqrt{3}\ x$ ....(i)

আবার, সমকোণী ΔCBD এ

$\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1500 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1500 - x}$

বা, $\sqrt{3}\ h = 1500 - x$

বা, $\sqrt{3} \times \sqrt{3}\ x = 1500 - x$ [সমীকরণ (i) থেকে]

বা, $3x = 1500 - x$

বা, $3x + x = 1500$

বা, $4x = 1500$

বা, $x = \frac{1500}{4}$

$\therefore x = 375$ মিটার

(i) নং থেকে পাই, $h = \sqrt{3} \times 375 = 649.52$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ বিমানটি ভূমি হতে 649.52 মিটার (প্রায়) উপরে রয়েছে। **(Ans.)**

গ এখন, ΔCAD- এ $\angle CAD = 60°$ এবং

$CD = h = 375\sqrt{3}$ ['খ' হতে]

সমকোণী ΔCAD-এ

$\sin\angle CAD = \frac{CD}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{375\sqrt{3}}{AC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{375\sqrt{3}}{AC}$

বা, $AC = \frac{375\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ AC = 750 মিটার **(Ans.)**

এবং ΔCBD-এ $\angle CBD = 30°$

সমকোণী ΔCBD-এ

$\sin \angle CBD = \frac{CD}{BC}$

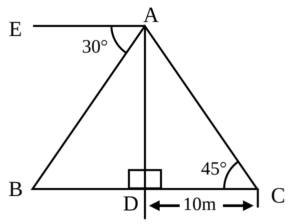
বা, $\sin 30° = \frac{375\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{375\sqrt{3}}{BC}$

বা, $BC = 375\sqrt{3} \times 2$

$\therefore$ BC = 1299.04 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৫



[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

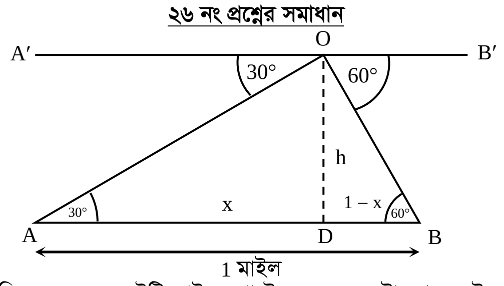
২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৪নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৬ দুইটি মাইলপোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারটির শীর্ষ হতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°। *[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. টাওয়ারটির শীর্ষ থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 

চিত্রে, A ও B দুইটি মাইল পোস্ট, OD হচ্ছে টাওয়ারের উচ্চতা। O বিন্দুতে মাইলপোস্ট A এর অবনতি কোণ 30° এবং B এর অবনতি কোণ 60°।

খ 'ক' এর চিত্রে $\angle AOA' = 30°$

$\therefore \angle OAB = 30°$ [একান্তর কোণ]

এবং $\angle BOB' = 60°$

$\therefore \angle OBA = 60°$ [একান্তর কোণ]

O থেকে AB এর উপর OD লম্ব অংকন করি।

মনে করি, AD = x মাইল, OD = h মাইল

$\therefore$ BD = (1 – x) মাইল।

এখন, সমকোণী ΔOAD থেকে $\tan \angle OAD = \frac{OD}{AD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

বা, $x = h\sqrt{3}$ .... (i)

আবার, সমকোণী ΔOBD থেকে $\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{1-x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{1-x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{1-h\sqrt{3}}$ [$x = h\sqrt{3}$ বসিয়ে]

বা, $h = \sqrt{3} - h.\sqrt{3}.\sqrt{3}$

বা, $h = \sqrt{3} - 3h$

বা, $4h = \sqrt{3}$

$\therefore h = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা, $h = \frac{\sqrt{3}}{4}$ মাইল

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1.61$ কিলোমিটার [1 মাইল = 1.61 কি.মি.]

= 0.69715 কিলোমিটার

= 697.15 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মাইলপোস্ট A এর অবনতি কোণ 30°

A হতে টাওয়ারের সরাসরি দূরত্ব OA

এখন, সমকোণী ΔOAD থেকে, $\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA}$

বা, $OA = \frac{OD}{\sin 30°}$

$= \frac{697.15}{\frac{1}{2}}$

$= 697.15 \times 2$

= 1394.3 মিটার প্রায় **(Ans.)**

মাইলপোস্ট B এর অবনতি কোণ 60°।

B হতে টাওয়ারের সরাসরি দূরত্ব OB.

এখন, সমকোণী ΔOBD-এ

$\sin \angle OBD = \frac{OD}{OB}$

বা, $\sin 60° = \frac{697.15}{OB}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{697.15}{OB}$

বা, $OB = \frac{697.15 \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ OB = 805 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ শীর্ষ থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের

পার্থক্য = OA – OB

= 1394.3 – 805

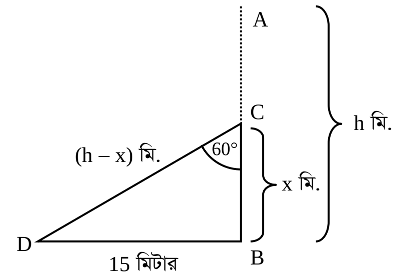
= 589.3 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৭ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভাঙ্গে যেনো এর ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং গাছটির ভাঙ্গা অংশ গোড়া হতে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
খ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য কত? ৪
গ. গাছের ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে ভাঙ্গা অংশ গোড়া হতে 12 মিটার দূরে ভূমির উপরস্থ 2 মিটার উঁচু টেবিলকে স্পর্শ করে। তাহলে, গাছের দৈর্ঘ্য কত হত? ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 

খ মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে BD = 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার

ΔBCD থেকে পাই, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{15}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 15$

$\therefore x = \frac{15}{\sqrt{3}}$

আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{15}{h - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{h - x}$

বা, $\sqrt{3}(h - x) = 30$

বা, $\sqrt{3}h = 30 + x\sqrt{3}$

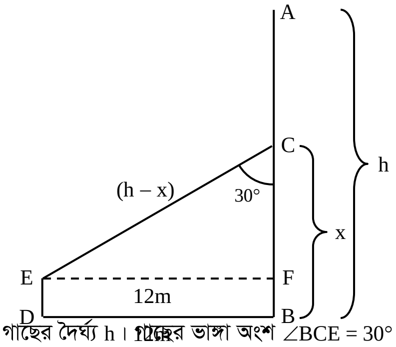
বা, $\sqrt{3}h = 30 + \frac{15}{\sqrt{3}} . \sqrt{3}$ [x এর মান বসিয়ে]

বা, $\sqrt{3}h = 45$ মিটার

$\therefore$ $h = \frac{45}{\sqrt{3}} = 25.981$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 25.981 মিটার। **(Ans.)**

গ



ধরি, গাছের দৈর্ঘ্য h। গাছের ভাঙ্গা অংশ $\angle BCE = 30°$ উৎপন্ন করে 2 মিটার উঁচু টেবিল DE কে E বিন্দুতে স্পর্শ করে।

এখানে, CE = AC = AB – BC = h – x

এখন, EF = BD = 12 মি., ED = FB = 2 মি.

CF = BC – BF = x – 2

ΔCEF এ $\tan 30° = \frac{EF}{CF}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{x - 2}$

বা, $x - 2 = 12\sqrt{3}$

$\therefore x = 2 + 12\sqrt{3}$

আবার, $\sin\angle FCE = \frac{EF}{CE}$

বা, $\sin 30° = \frac{12}{h - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{12}{h - x}$

বা, $h - x = 24$

বা, $h = 24 + x$

বা, $h = 24 + 2 + 12\sqrt{3}$

$\therefore h = 46.785$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৮ একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটিটির গোড়া হতে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে নির্ণয় কর। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১১নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৯ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

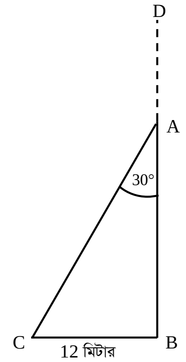
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. গাছটির দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, সম্পূর্ণ গাছটি BD মিটার। ভাঙা অংশ AD = AC দন্ডায়মান অংশ AB এর সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

$\angle BAC = 30°$ এবং BC = 12 মিটার।

খ 'ক' চিত্র হতে,

ΔABC-এ, $\angle BAC = 30°$

$\therefore$ $\tan\angle BAC = \frac{BC}{AB}$

বা, $\tan 30° = \frac{12}{AB}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AB}$

বা, $AB = 12\sqrt{3}$

$\therefore$ দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য $12\sqrt{3}$ মিটার।

গ মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, AB = h মিটার, BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে BD = 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার।

ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{12}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{x}$ [$\because \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$]

$\therefore$ $x = 12\sqrt{3}$

আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{12}{h - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{12}{h - x}$ [$\because \sin 30° = \frac{1}{2}$]

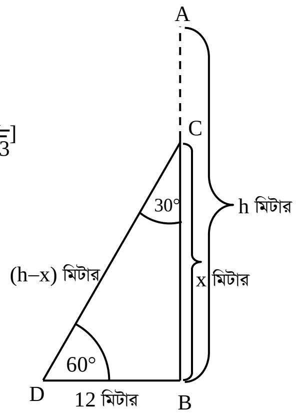
বা, $h - x = 24$

বা, $h = 24 + x$

বা, $h = 24 + 12\sqrt{3}$ [x এর মান বসিয়ে।]

$\therefore$ $h = 44.785$ (প্রায়)

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 44.785 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**



প্রশ্ন ▶৩০ দুটি মাইলফলক A ও B এর মধ্যবর্তী কোন স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ মাইলফলকদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°। *[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

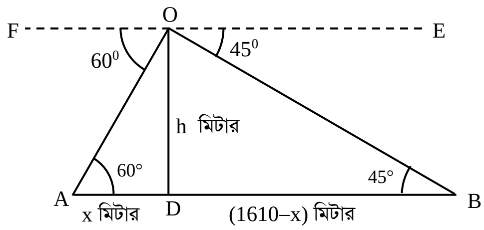
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. হেলিকপ্টার মাটি থেকে কত উচুতে অবস্থিত? ৪

গ. A ও B বিন্দুদ্বয় হতে হেলিকপ্টারটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, হেলিকপ্টারটির উচ্চতা OD = h মিটার এবং O বিন্দুতে মাইল পোস্ট A এবং মাইল পোস্ট B এর অবনতি যথাক্রমে $\angle AOF$ = 60° এবং $\angle BOE$ = 45°।

মাইল পোস্টদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব AB = 1 মাইল
= 1.61 কি. মি. (প্রায়)
= 1610.00 মিটার

খ 'ক' এর চিত্র অনুসারে,

ধরি, AD = x মিটার।

অতএব, BD = AB – AD = (1610 – x) মিটার।

এখানে, $\angle AOF = \angle OAD$ = 60° [একান্তর কোণ বলে]

এবং $\angle BOE = \angle OBD$ = 45° [একান্তর কোণ বলে]

ΔOAD থেকে পাই, $\tan \angle OAD = \frac{OD}{AD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore \ x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, ΔOBD এ, $\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{1610 - x}$

বা, $1 = \frac{h}{1610 - x}$

বা, $h = 1610 - x$

বা, $h = 1610 - \frac{h}{\sqrt{3}}$ [(i) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $\frac{\sqrt{3}h + h}{\sqrt{3}} = 1610$

বা, $h\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\right) = 1610$

বা, $h = \frac{1610\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 1020.699$

$\therefore$ হেলিকপ্টারের উচ্চতা 1020.699 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, ভূমি হতে হেলিকপ্টারের উচ্চতা, h = 1020.699 মিটার

এখানে, নির্ণেয় দূরত্ব হবে, AO এবং BO

ΔOAD থেকে $\sin 60° = \frac{OD}{OA}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{OA}$

$\therefore OA = \frac{1020.699}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

= 1178.6 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

আবার, ΔOBD থেকে পাই, $\sin 45° = \frac{OD}{OB}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{OB}$

$\therefore OB = 1020.699\sqrt{2} = 1443.49$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩১ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৭]

ক. উপরোক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩২ দুটি মাইল পোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত, টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°।

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

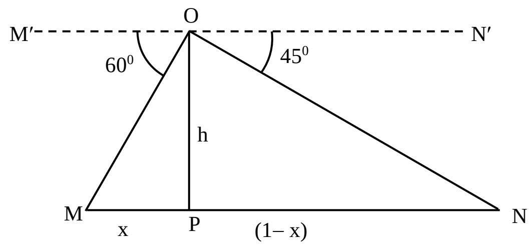
ক. উদ্দীপকের তথ্য অনুযায়ী সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২

খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি টাওয়ারটি ভেঙ্গে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোন উৎপন্ন করে তবে ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য ও দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, দুইটি মাইল পোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী স্থানে OP টাওয়ার অবস্থিত।

টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং θ 45°

খ চিত্র থেকে, MN = 1 মাইল

এখন, MN || M′N′ এবং OM এর ছেদক

$\therefore \ \angle OMP = \angle MOM' = 60°$

আবার, MN || M′N′ এবং ON এদের ছেদক

$\therefore \ \angle ONP = \angle NON' = 45°$

ধরি, MP = x মাইল, PN = 1 – x মাইল, OP = h মাইল

ΔOMP এ,

$\tan \angle OMP = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow \tan 60° = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow \ x = \frac{h}{\sqrt{3}}$........(i)

ΔOPN এ,

$\tan \angle ONP = \frac{h}{1 - x}$

$\Rightarrow \tan 45° = \dfrac{h}{1 - x}$

$\Rightarrow 1 = \dfrac{h}{1 - x}$

$\Rightarrow h = 1 - x$

$\Rightarrow h + x = 1$

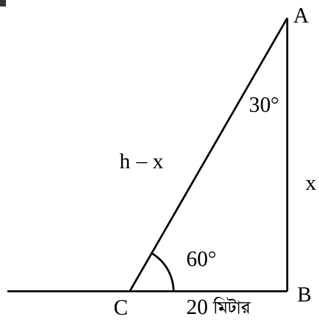
$\Rightarrow h + \dfrac{h}{\sqrt{3}} = 1$ [(i) থেকে]

$\Rightarrow h\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$

$\Rightarrow h = 0.634$ মাইল।

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা 0.634 মাইল। **(Ans)**

গ



'খ' থেকে পাই, h = 0.634 মাইল।

এখন, $\angle BAC = 30°$

ΔABC সমকোণী বিধায় $\angle ACB = 90° - 30° = 60°$

ΔABC-এ $\cos 30° = \dfrac{x}{h - x}$

$\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{0.634 - x}$

$\Rightarrow 2x = 1.098 - \sqrt{3}.x$

$\Rightarrow 2x + \sqrt{3}.x = 1.098$

$\Rightarrow x = \dfrac{1.098}{2 + \sqrt{3}} = 0.294$

$\therefore h - x = 0.634 - 0.294 = 0.34$

ভাঙ্গা অংশ এবং দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য $(h - x) - x = 0.34 - 0.294 = 0.046$ মাইল।

প্রশ্ন ▶৩৩ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, গাছটির ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে θ কোণ এবং ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া হতে 15 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করে।

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. চিত্রসহ অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$. ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়–১০ এর পৃষ্ঠা-১৯৭ দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ১২(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৪ ভূতলের কোনো স্থানে একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে $32\sqrt{3}$ মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়। কিন্তু একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, এর অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে a মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 8 সে.মি. এবং একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 56° কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত? ২

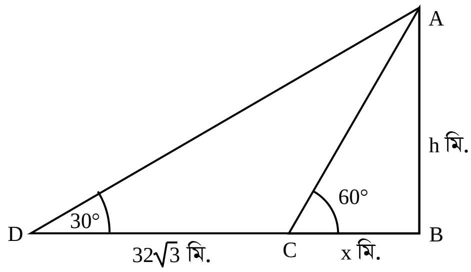
খ. গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. a এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৬.৩ এর উদাহরণ-১৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩১৩

খ



ধরি, গাছটির দৈর্ঘ্য, AB = h মি.

এবং BC = x মি.

$\therefore BD = BC + CD = (x + 32\sqrt{3})$ মি.

$\angle ACB = 60°$

$\angle ADB = 30°$

$CD = 32\sqrt{3}$ মি.

এখন, সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\tan 60° = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{h}{x}$

বা, $x = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, সমকোণী ΔABD থেকে পাই,

$\tan 30° = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{x + 32\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3}h = x + 32\sqrt{3}$

বা, $\sqrt{3}h - x = 32\sqrt{3}$

বা, $\sqrt{3}h - \dfrac{h}{\sqrt{3}} = 32\sqrt{3}$

বা, $3h - h = 32\sqrt{3}\sqrt{3}$

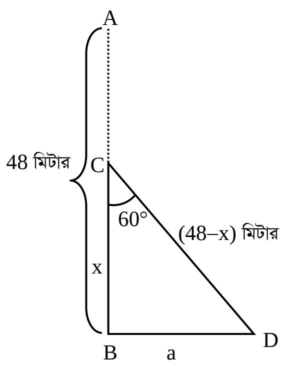
বা, $2h = 96$

বা, $h = \dfrac{96}{2} = 48$

$\therefore h = 48$ মি.

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 48 মি. **(Ans.)**

গ



মনে করি, AB = 48 মি. দৈর্ঘ্যের গাছটি ভূমি থেকে x মিটার উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙ্গে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভূমির সাথে D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

এক্ষেত্রে, $\angle BCD = 60°$, BC = x এবং CD = 48 – x

এখন, ΔBCD-এ

$\cos \angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{x}{48 - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{48 - x}$

বা, $2x = 48 - x$

বা, $2x + x = 48$

বা, $3x = 48$

বা, $x = \frac{48}{3}$

$\therefore$ $x = 16$

আবার, ΔBCD-এ

$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{a}{x}$

বা, $a = (\tan 60°)x$

$\therefore$ $a = 16\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৫ দুটি কিলোমিটার পোস্ট P ও Q এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°। *[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

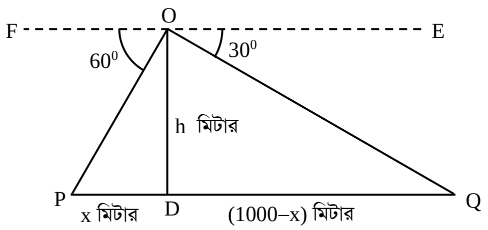
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. হেলিকপ্টারটি মাটি হতে কত উঁচুতে অবস্থিত? ৪

গ. P ও Q বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, হেলিকপ্টারটির উচ্চতা OD = h মিটার এবং O বিন্দুতে কিলোমিটার পোস্ট P এবং কিলোমিটার পোস্ট Q এর অবনতি যথাক্রমে $\angle POF = 60°$ এবং $\angle QOE = 30°$।

কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব PQ = 1 কিলোমিটার
= 1000 মিটার

খ ধরি, PD = x মিটার।

অতএব, QD = PQ – PD = (1000 – x) মিটার।

এখানে, $\angle POF = \angle OPD = 60°$ [একান্তর কোণ বলে]

এবং $\angle QOE = \angle OQD = 30°$ [একান্তর কোণ বলে]

সমকোণী ΔOPD থেকে পাই, $\tan \angle OPD = \frac{OD}{PD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore$ $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, ΔOQD এ, $\tan \angle OQD = \frac{OD}{QD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\sqrt{3}h = 1000 - x$

বা, $\sqrt{3}h = 1000 - \frac{h}{\sqrt{3}}$ [(i) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $\frac{3h + h}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $\frac{4h}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $4h = 1000\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{1000\sqrt{3}}{4}$

$\therefore$ h = 433.01 (প্রায়)

$\therefore$ হেলিকপ্টারের উচ্চতা 433.01 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই, ভূমি হতে হেলিকপ্টারের উচ্চতা, h = 433.01 মিটার

এখানে, নির্ণেয় দূরত্ব হবে, PO এবং QO

ΔOPD থেকে $\sin 60° = \frac{OD}{OP}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{OP}$

$\therefore OP = \frac{433.01}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

= 500 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

আবার, ΔOQD থেকে পাই, $\sin 30° = \frac{OD}{OQ}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{OQ}$

$\therefore OQ = 433.01 \times 2$

= 866.02 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৬ দুইটি কিলোমিটার পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে অবস্থিত একটি হেলিকপ্টার থেকে ঐ পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 40°। *[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৯]*

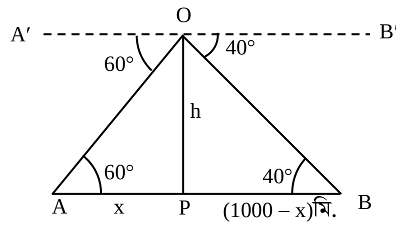
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উপরোক্ত তথ্যটির চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ভূমি থেকে হেলিকপ্টারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. হেলিকপ্টারটি থেকে কিলোমিটার পোস্ট দুটির দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O বিন্দুতে হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A ও B এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 40°।

$\therefore \angle AOA' = 60°$ এবং $\angle BOB' = 40°$

এবং AB = 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার।

খ মনে করি, AP = x মিটার, OP = h মিটার

$\therefore$ BP = AB – AP = (1000 – x) মিটার

A′O || AP এবং OA ছেদক

$\therefore \angle OAP$ = একান্তর $\angle A'OA = 60°$

আবার, B′O || BP এবং OB ছেদক

$\therefore \angle OBP =$ একান্তর $\angle B'OB = 40°$

এখন, সমকোণী ΔOAP-এ

$\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ ... ... (i)

আবার, $\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 40° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $0.8391 = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $839.1 - 0.8391x = \sqrt{3}x$ [$\because h = \sqrt{3}x$]

বা, $839.1 = 1.732x + 0.8391x$

বা, $839.1 = 2.5711x$

$\therefore x = \frac{839.1}{2.5711} = 326.36$ মিটার

$\therefore$ উচ্চতা, $h = \sqrt{3} \times 326.36 = 565.27$ মিটার। **(Ans.)**

গ এখন, ΔOAP তে, $\angle OAP = 60°$

এবং OP = 565.27 মিটার

$\therefore$ A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব = OA

ΔOPA থেকে পাই,

$\frac{OP}{OA} = \sin \angle OAP$

বা, $\frac{OP}{OA} = \sin 60°$

বা, $OA = \frac{OP}{\sin 60°} = \frac{565.27}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\therefore$ OA = 652.72 মিটার (প্রায়)

আবার, ΔOBP এ, $\angle OBP = 40°$ এবং OP = 565.27 মিটার

B বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব = OB

এখন, ΔOBP হতে, $\sin \angle OBP = \frac{OP}{OB}$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin \angle OBP}$

বা, $OB = \frac{565.27}{0.6428}$

$\therefore$ OB = 879.39 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ হেলিকপ্টার হতে পোস্ট দুইটির দূরত্বের পার্থক্য

= (879.39 – 652.72) মিটার

= 226.67 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৭ একটি গাছের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB। ঝড়ে গাছটি C বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 15 মিটার দূরে D বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. প্রমাণ কর যে, $\tan 2C = \frac{2\tan C}{1 - \tan^2 C}$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2 - \left(\frac{BC}{CD}\right)^2} + \frac{1}{2 + \left(\frac{BC}{BD}\right)^2} = 1.$ ৪

গ. AB এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপক অনুসারে, $\angle C = 30°$

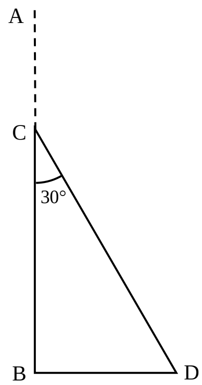
এখন, $\tan 2C = \tan(2 \times 30°) = \tan 60° = \sqrt{3}$

এবং $\frac{2\tan C}{1 - \tan^2 C} = \frac{2\tan 30°}{1 - \tan^2 30°} = \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore \tan 2C = \frac{2\tan C}{1 - \tan^2 C}$ **(প্রমাণিত)**

খ



উদ্দীপক অনুসারে, AB গাছটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে যায় এবং ভাঙ্গা অংশ AC = CD দণ্ডায়মান অংশ BC এর সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

তাহলে, $\frac{BC}{CD} = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{BC}{BD} = \cot 30° = \sqrt{3}$

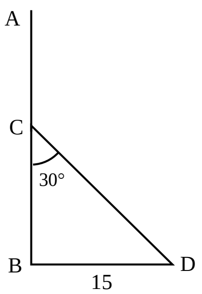
$\therefore \frac{1}{2 - \left(\frac{BC}{CD}\right)^2} + \frac{1}{2 + \left(\frac{BC}{BD}\right)^2} = \frac{1}{2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{2 + (\sqrt{3})^2}$

$= \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} + \frac{1}{2 + 3}$

$= \frac{1}{\frac{5}{4}} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$

$= \frac{4+1}{5} = \frac{5}{5} = 1$ **(প্রমাণিত)**

গ



চিত্রানুসারে, AB = BC + AC = BC + CD এবং ভেঙ্গে যাওয়ার পরে গাছের গোড়া B হতে গাছের শীর্ষের দূরত্ব BD = 15 মিটার

এখন, সমকোণী ΔBCD-এ

$\frac{CD}{BD} = \text{cosec } 30°$

বা, $\frac{CD}{15} = 2$

$\therefore CD = 30$

আবার, $\frac{BC}{BD} = \cot 30°$

বা, $\frac{BC}{15} = \sqrt{3}$

$\therefore BC = 15\sqrt{3} = 25.98$

$\therefore AB = BC + CD$

$= 25.98 + 30$

$= 55.98$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৮ দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে একটি হেলিকপ্টার আছে। হেলিকপ্টারের স্থানে ঐ পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°।

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ কাকে বলে? ২

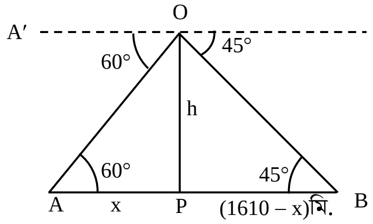
খ. ভূমি হতে হেলিকপ্টারের দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. হেলিকপ্টার হতে মাইল পোস্ট দুটির দূরত্ব মিটারে নির্ণয় কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১০ এর "উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ" অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৯৭

খ



মনে করি, O বিন্দুতে হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং A ও B এক মাইল দূরবর্তী দুটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°।

$\therefore \angle AOA' = 60°$ এবং $\angle BOB' = 45°$

এবং AB = 1 মাইল = 1610 মিটার।

মনে করি, AP = x মিটার, OP = h মিটার

$\therefore$ BP = AB – AP = (1610 – x) মিটার

A′O || AP এবং OA ছেদক

$\therefore \angle OAP$ = একান্তর $\angle A'OA = 60°$

আবার, B′O || BP এবং OB ছেদক

$\therefore \angle OBP$ = একান্তর $\angle B'OB = 45°$

এখন, সমকোণী ΔOAP-এ

$\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ ... ... (i)

আবার,

$\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{1610 - x}$

বা, $1 = \frac{h}{1610 - x}$

বা, $h = 1610 - x$

বা, $x = 1610 - h$

বা, $x = 1610 - \sqrt{3}x$

বা, $x + \sqrt{3}x = 1610$

বা, $(1 + \sqrt{3})x = 1610$

বা, $x = \frac{1610}{1 + \sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 589.30 মিটার

$\therefore h = \sqrt{3} \times 589.30$ মিটার

= 1020.7 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

ΔOAP-তে $\angle OAP = 60°$ এবং OP = 1020.7 মিটার

$\therefore$ A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব = OA

ΔOPA থেকে পাই,

$\frac{OP}{OA} = \sin\angle OAP$

বা, $\frac{OP}{OA} = \sin 60°$

বা, $OA = \frac{OP}{\sin 60°} = \frac{1020.7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1178.60$

$\therefore$ OA = 1178.60 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

B বিন্দু থেকে সরাসরি দূরত্ব = OB

ΔOPB থেকে পাই, $\frac{OP}{OB} = \sin\angle OBP$

বা, $\frac{OP}{OB} = \sin 45°$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin 45°} = \frac{1020.7}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ = 1443.49 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৯ দুটি মাইলপোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°। 16 মিটার লম্বা একটি পিলার এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৯]

ক. বেলনাকার দণ্ডের ভূমির ব্যাস 6 সে.মি. ও আয়তন 90π ঘন সে.মি. হলে, এর উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. পিলারটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে পিলারটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. A ও B মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুর দূরত্বদ্বয়ের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বেলনাকার দণ্ডের ভূমির ব্যাস, D = 6 সে.মি.

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

আয়তন = 90π ঘন সে.মি.

ধরি, উচ্চতা = h

আমরা জানি,

বেলনাকার দণ্ডের আয়তন $\pi r^2 h$ ঘন একক

শর্তানুসারে, $\pi r^2 h = 90\pi$

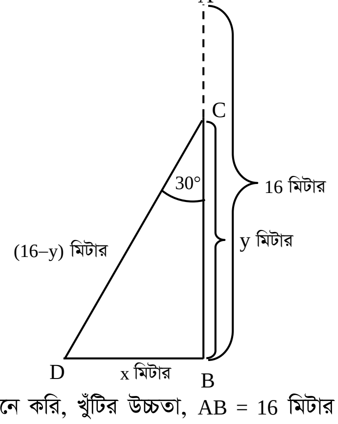
বা, $r^2 h = 90$

বা, $h = \frac{90}{r^2}$

বা, $h = \frac{90}{3^2} = \frac{90}{9} = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা 10 সে.মি. **(Ans.)**

খ



মনে করি, খুঁটির উচ্চতা, AB = 16 মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।

তাহলে, $\angle BCD = 30°$।
ধরি, BC = y মি. এবং BD = x মি.
$\therefore CD = AC = (16 - y)$ মি.
এখন, ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{y}{16 - y}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{16 - y}$

বা, $2y = 16\sqrt{3} - \sqrt{3}y$

বা, $2y + \sqrt{3}y = 16\sqrt{3}$

বা, $y(2 + \sqrt{3}) = 16\sqrt{3}$

বা, $y = \frac{16\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 7.426$

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

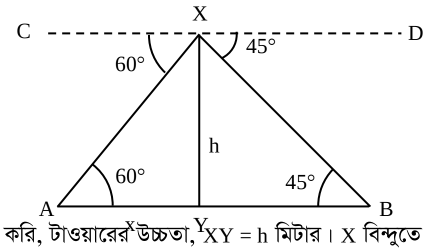
বা, $\tan 30° = \frac{x}{y}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{7.426}$

বা, $x = \frac{7.426}{\sqrt{3}}$

$= 4.287$

$\therefore x = 4.287$ (প্রায়)
$\therefore$ খুঁটির গোড়া হতে 4.287 মি. (প্রায়) দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে।
Ans: 4.287 মি. (প্রায়)

গ


মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা, XY = h মিটার। X বিন্দুতে মাইল পোস্ট A এবং মাইলপোস্ট B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle AXC = 60°$ এবং $\angle BXD = 45°$।
মাইল পোস্টদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব AB = 1 মাইল
= 1.61 কি.মি. (প্রায়)
$= 1.61 \times 1000$ মি.
= 1610 মি.
ধরি, A মাইল পোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দু Y এর দূরত্ব, AY = x মিটার।
$\therefore YB = (1610 - x)$ মি.
এখানে, $\angle XAY = \angle AXC = 60°$; [একান্তর কোণ বলে]
এবং $\angle XBY = \angle BXD = 45°$; [একান্তর কোণ বলে]
এখন, সমকোণী ΔXYA হতে পাই,

$\tan\angle XAY = \frac{XY}{AY}$

$\Rightarrow \tan 60° = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ … … (i)

আবার, সমকোণী ΔXYB হতে পাই,

$\tan\angle XBY = \frac{XY}{YB}$

$\Rightarrow \tan 45° = \frac{h}{(1610 - x)}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{1610 - x}$

$\Rightarrow h = 1610 - x$

$\Rightarrow h + x = 1610$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + x = 1610$ [(i) নং হতে মান বসিয়ে]

$\Rightarrow x(\sqrt{3} + 1) = 1610$

$\Rightarrow x = \frac{1610}{\sqrt{3} + 1}$

= 589.30 (প্রায়)

$\therefore$ A মাইল পোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব 589.30 মিটার (প্রায়)।
এখন, $h = \sqrt{3}\,x = \sqrt{3} \times 589.30$ মি.
= 1020.698 মি.

$\cos\angle XAY = \frac{AY}{AX}$

বা, $\cos 60° = \frac{x}{AX}$

বা, $AX = 589.30 \times 2$

$\therefore AX = 1178.6$ মি. (প্রায়)

ΔXBY-এ, $\sin\angle XBY = \frac{XY}{BX}$

বা, $BX = \frac{h}{\sin 45°}$

বা, $BX = 1020.698 \times \sqrt{2}$

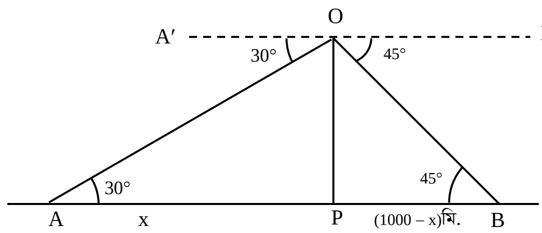
= 1443.48 মি. (প্রায়)

$\therefore$ A ও B মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুর দূরত্বদ্বয়ের পার্থক্য
$= BX - AX$
$= 1443.48 - 1178.6$
= 264.88 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪০ পরপর দুইটি কিলোমিটার পোস্টের মাঝের উপরস্থ O বিন্দুতে একটি বেলুন উড়ছে। O বিন্দুতে পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° এবং 30°. *[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

ক. চিহ্নসহ চিত্রটি আঁক। ২
খ. বেলুনটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. পোস্ট দুটি থেকে O বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক


মনে করি, O বিন্দুতে বেলুনের অবস্থান এবং A ও B এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 45°।
$\therefore \angle AOA' = 30°$ এবং $\angle BOB' = 45°$
এবং AB = 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার

খ মনে করি, AP = x মিটার,
OP = h মিটার
$\therefore BP = AB - AP = (1000 - x)$ মিটার
$A'O \parallel AP$ এবং OA ছেদক
$\therefore \angle OAP =$ একান্তর $\angle A'OA = 30°$
আবার, $B'O \parallel BP$ এবং OB ছেদক

MwYZ (AvewkÅK)

$\therefore \angle OBP =$ একান্তর $\angle B'OB = 45°$

এখন, সমকোণী ΔOAP-এ

$\tan \angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

$\therefore x = \sqrt{3}h$ ... ... (i)

আবার, $\tan \angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $1 = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $h = 1000 - x$

বা, $h = 1000 - \sqrt{3}h$ [(i) নং হতে]

বা, $h(\sqrt{3} + 1) = 1000$

বা, $h = \frac{1000}{\sqrt{3} + 1}$

$\therefore h = 366.03$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখন, ΔOAP-তে $\angle OAP = 30°$ এবং $OP = 366.03$ মিটার

$\therefore$ A বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OA

ΔOPA থেকে পাই,

$\frac{OP}{OA} = \sin \angle OAP$

বা, $\frac{OP}{OA} = \sin 30°$

বা, $OA = \frac{OP}{\sin 30°}$

বা, $OA = \frac{366.03}{\frac{1}{2}}$

$\therefore OA = 732.06$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

আবার, ΔOBP-এ $\angle OBP = 45°$

এবং $OP = 366.03$ মিটার

$\therefore$ B বিন্দু থেকে বেলুনের দূরত্ব OB

এখন, ΔOBP-এ

$\sin \angle OBP = \frac{OP}{OB}$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin \angle OBP}$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin 45°}$

বা, $OB = \frac{366.03}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\therefore OB = 517.65$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪১ একটি গাছের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে কোনো স্থানে গাছটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60°। এই স্থান থেকে 10 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 45° হয়। *[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৯]*

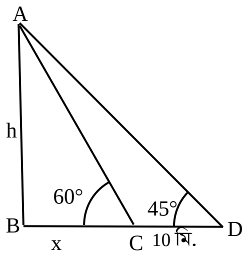
ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকে উলেণ্ঢখিত দ্বিতীয় কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে C বিন্দুতে AB গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$। C হতে 10 মি. পিছনে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45°$ হয়।

খ মনে করি, গাছের উচ্চতা AB = h মি.

গাছের শীর্ষ বিন্দুর C ও D বিন্দুতে উন্নতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 45°.

এবং CD = 10 মি.

ধরি, BC = x মি.

ΔABC এ, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, ΔABD-এ, $\tan 45° = \frac{AB}{BD}$

বা, $1 = \frac{h}{BC + CD}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 10}$

বা, $x + 10 = h$

বা, $\frac{h}{\sqrt{3}} + 10 = h$

বা, $h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 10$

বা, $h\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 10$

বা, $h\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right) = 10$

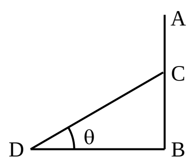
বা, $h = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$= 23.66$

$\therefore$ গাছের উচ্চতা = 23.66 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর '45° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত' অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৭

প্রশ্ন ▶ ৪২ চিত্রে AB একটি খুঁটি C বিন্দুতে ভেঙ্গে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির D বিন্দুতে θ° কোণ উৎপন্ন করে।



◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল প্রশ্ন নং ৭]

ক. দেখাও যে, $\sin 60° + \cos 30° = \tan 60°$ ২

খ. $2\left(\frac{BD}{CD}\right)^2 + 3\left(\frac{BC}{CD}\right) - 3 = 0$ হলে, θ এর মান কত? ৪

গ. $BD = 10\sqrt{3}$ মিটার হলে, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বামপক্ষ = $\sin 60° + \cos 30°$

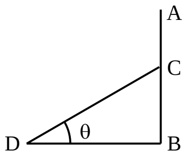
$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \sqrt{3}$

$= \tan 60°$
= ডানপক্ষ
$\therefore \sin 60° + \cos 30° = \tan 60°$

খ দেওয়া আছে, $2\left(\frac{BD}{CD}\right)^2 + 3\left(\frac{BC}{CD}\right) - 3 = 0$
বা, $2\cos^2\theta + 3\sin\theta - 3 = 0$



অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর উদাহরণ-১৪(ঘ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৯৩

গ সৃজনশীল ৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

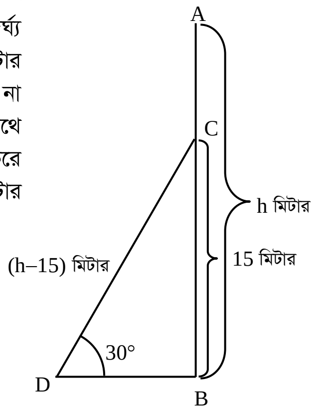
প্রশ্ন ▶ ৪৩ একটি গাছ ঝড়ে 15 মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে মাটি স্পর্শ করেছে।

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২
খ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. ভাঙ্গা অংশ যদি দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করত সেক্ষেত্রে ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = 15 মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে BD মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।



খ 'ক' এর চিত্র হতে,
CD = AC = AB – BC = (h – 15) মিটার
এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ΔBCD এ

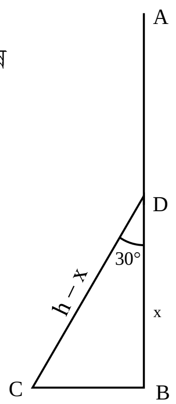
$\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{15}{h-15}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{15}{h-15}$ $\left[\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right]$

বা, $h - 15 = 30$
বা, $h = 30 + 15$
$\therefore$ $h = 45$
$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 45 মিটার **(Ans.)**

গ মনে করি, AB গাছটি D বিন্দুতে ভেঙ্গে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে।
ধরি, গাছটি x উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙ্গেছে এবং ভাঙ্গা অংশ C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করেছে।
$\therefore$ BD = x মি. ভাঙ্গা অংশ CD = (h – x) মি.



'খ' হতে পাই, গাছটির দৈর্ঘ্য AB = h = 45 মি.
এখন চিত্র থেকে পাই,

$\cos 30° = \frac{BD}{CD}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h-x}$

$\Rightarrow 2x = \sqrt{3}(45 - x)$ [$\because$ h = 45]

$\Rightarrow 2x + \sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$

$\Rightarrow x(2 + \sqrt{3}) = 45\sqrt{3}$

$\Rightarrow x = \frac{45\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$\therefore x = 20.88$

$\therefore$ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য CD = h – x
= (45 – 20.88) মি.
= 24.12 মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৪ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেলে যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 35 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ৮]

ক. যদি $\tan\theta = \sqrt{3}$ হয়, তাহলে চিত্রের সাহায্যে $\sin\theta$ এর মান বের কর। ২
খ. গাছের দন্ডায়মান অংশের উচ্চতা বের কর। ৪
গ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য বের কর। ৪

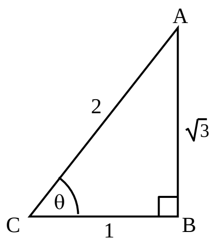
৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = \sqrt{3}$

বা, $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\therefore$ $AB = \sqrt{3}, BC = 1$
পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$= (\sqrt{3})^2 + 1^2$
$= 3 + 1$
$= 4$
$\therefore$ AC = 2

$\therefore$ $\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**



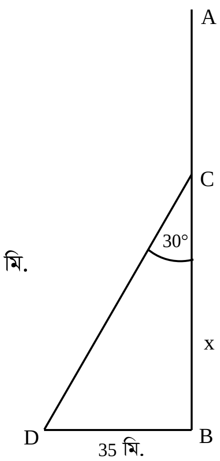
খ
মনে করি, গাছের দৈর্ঘ্য AB যা ঝড়ে C বিন্দুতে ভেঙ্গে ভাঙ্গা AC = CD অংশ দন্ডায়মান অংশ BC এর সাথে $\angle BCD = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে BD = 35 মি. দূরে D বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।
তাহলে, $\angle BCD = 30°$
BD = 35 মিটার
ধরি, দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য = BC = x মি.
সমকোণী ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{35}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{35}{x}$

বা, $x = 35\sqrt{3}$
বা, x = 60.62 মিটার



$\therefore$ দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য 60.62 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ ধরি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য, AB = h মি.

$\therefore$ AC = CD = AB – BC = (h – x) মিটার

'খ' থেকে পাই,

BC = x = 60.62 মিটার

সমকোণী ত্রিভুজ BCD থেকে পাই,

$\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{35}{h - x}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{35}{h - 60.62}$

বা, $h - 60.62 = 70$

বা, $h = 70 + 60.62$

বা, $h = 130.62$

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 130.62 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৫ একটি দালানের পাদদেশ থেকে 50 মিটার দূরে ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে ছাদের উন্নতি কোণ 30° হয়।

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ প্রশ্ন নং ৮]

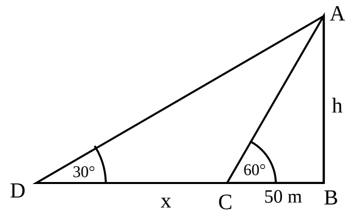
ক. উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২

খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. পেছনে বিন্দু হতে দালানের শীর্ষ বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, AB দালানের পাদদেশ B থেকে 50 m দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দু C তে দালানের শীর্ষ A এর উন্নতি কোণ ∠BCA = 60°। C বিন্দু থেকে আরও দূরে x মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে দালানের উন্নতি কোণ ∠BDA = 30°।

$\therefore$ CD = x

ধরি, দালানের উচ্চতা AB = h

খ 'ক' এর চিত্র থেকে পাই,

$\tan\angle BCA = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{50}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{50}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{50}$

$\therefore$ $h = 50\sqrt{3}$

$\therefore$ দালানের উচ্চতা $50\sqrt{3}$ মিটার. **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $AB = h = 50\sqrt{3}$

'ক' এর চিত্র হতে পাই,

$\sin\angle BDA = \frac{AB}{AD}$

বা, $AD = \frac{h}{\sin 30°}$

বা, $AD = \frac{50\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}$

$\therefore$ $AD = 100\sqrt{3}$

$\therefore$ পেছনের বিন্দু D হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব $AD = 100\sqrt{3}$m **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৬ কোন একটি স্থান থেকে একটি খুঁটির দিকে 0.05 কি.মি. এগিয়ে আসলে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়।

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ প্রশ্ন নং ৮]

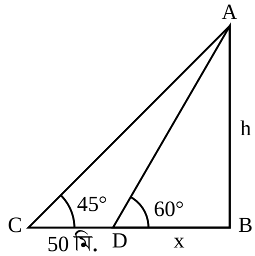
ক. তথ্যানুযায়ী সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. খুঁটিটির উচ্চতা কত মিটার? ৪

গ. খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু থেকে যে বিন্দুগুলোতে উন্নতি কোণ 45° ও 60°, ঐ বিন্দুদ্বয় পর্যন্ড় দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, 0.05 কি.মি. = 50 মিটার



মনে করি, খুঁটির উচ্চতা = AB = h মিটার।

C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি কোণ, ∠ACB = 45° এবং CD = 50 মিটার এগিয়ে গেলে উন্নতি কোণ ∠ADB = 60° হয়।

খ ধরি, BD = x মিটার।

সমকোণী ΔABD থেকে পাই,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore$ $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x + 50}$

বা, $1 = \frac{h}{x + 50}$

বা, $h = x + 50$

বা, $h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 50$ $\left[\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 50$

বা, $h\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 50$

বা, $h\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right) = 50$

বা, $h = \frac{50 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$\therefore$ h = 118.301 মি. (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটির উচ্চতা = 118.301 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' থেকে পাই,

h = 118.301 মিটার

ΔABD-এ,

$\sin 60° = \frac{AB}{AD} = \frac{h}{AD}$

বা, $AD = \frac{h}{\sin 60°}$

বা, $AD = \frac{118.301}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\therefore$ AD = 136.60 মি. (প্রায়)

ΔABC-এ,

$\sin 45° = \frac{AB}{AC} = \frac{h}{AC}$

বা, $AC = \frac{118.301}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\therefore$ AC = 167.303 মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্বের পার্থক্য = AC – AD

= (167.303 – 136.60) মি.

= 30.703 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৭ একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর প্রশ্ন নং ৭]

ক. tan 2C এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৮ একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ গাছের গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করে। *[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর প্রশ্ন নং ৮]*

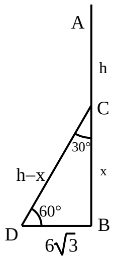
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক। ২

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মি., খুঁটিটি BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে ∠BDC = 60° কোণে খুঁটিটির গোড়া থেকে BD = $6\sqrt{3}$ দূরে মাটিতে স্পর্শ করেছে।



খ সমকোণী ত্রিভুজের কোণদ্বয় পরস্পর পূরক

$\therefore$ ∠BDC + ∠BCD = 90°

$\therefore$ ∠BCD = 90° – 60° = 30°

অতঃপর সৃজনশীল ১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১১(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = 38.78 – x

= (38.78 – 12.92) মিটার

= 25.86 মিটার

প্রশ্ন ▶ ৪৯ 48 মিটার লম্বা একটি গাছ ঝড়ে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে, দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করল।

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর প্রশ্ন নং ৮]

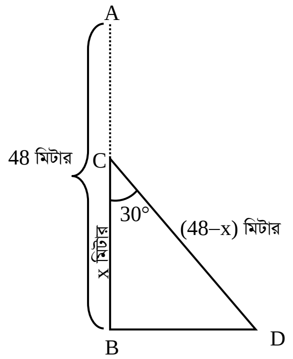
ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? ৪

গ. কত উঁচুতে ভাঙলে গাছটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করত। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, AB = 48 মি. দৈর্ঘ্যের গাছটি ভূমি থেকে x মিটার উচ্চতায় C বিন্দুতে ভেঙ্গে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমির সাথে D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

এক্ষেত্রে, ∠BCD = 30°

অর্থাৎ BC = x এবং CD = AB – BC = 48 – x মি.

খ এখন 'ক' এর চিত্রে ΔBCD-এ

$\cos\angle BCD = \frac{BC}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{x}{48 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{48 - x}$

বা, $2x = 48\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

বা, $2x + \sqrt{3}x = 48\sqrt{3}$

বা, $(2 + \sqrt{3})x = 48\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{48\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$= \frac{48\sqrt{3}\,(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})\,(2 - \sqrt{3})}$

$= \frac{48\sqrt{3}\,(2 - \sqrt{3})}{4 - 3}$

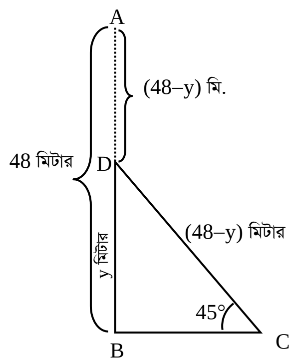
$= 48\sqrt{3}\,(2 - \sqrt{3})$

= 22.27687753

$\therefore$ x = 22.28 মি. (প্রায়)

$\therefore$ গাছটি 22.28 মি. (প্রায়) উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল। **(Ans.)**

গ



ধরি, AB গাছটি y মি. উচ্চতায় D বিন্দুতে ভাঙ্গলে ভূমির সাথে C বিন্দুতে 45° কোণ উৎপন্ন করত।

সেক্ষেত্রে, ∠BCD = 45°

এবং BD = y মি.

CD = 48 – y মি.

এখন ΔBCD এ, $\sin 45° = \frac{y}{48 - y}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{y}{48 - y}$

বা, $\sqrt{2}y = 48 - y$

বা, $\sqrt{2}y + y = 48$

বা, $y(\sqrt{2} + 1) = 48$

বা, $y = \frac{48}{\sqrt{2} + 1}$

$= \frac{48(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$

$= \frac{48(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1}$

$= 48(\sqrt{2} - 1)$

$= 19.88225099$

$\therefore$ y = 19.88 মি. (প্রায়)

$\therefore$ গাছটি 19.88 মি. (প্রায়) উচ্চতায় ভাঙ্গলে ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করত। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫০ একটি খুঁটির পাদবিন্দু থেকে কিছু দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুতে খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। ঐ বিন্দু থেকে খুঁটির দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে খুঁটিটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হয়।

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৮]

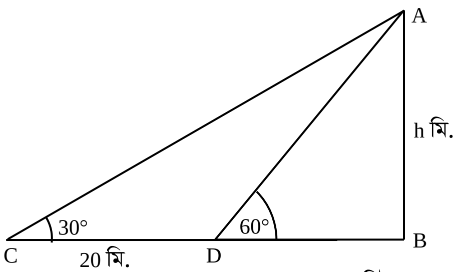
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. সূর্যের উন্নতি কোণ কত হলে খুঁটিটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 40 মিটার হবে তা নির্ণয় কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, AB একটি খুঁটি যার শীর্ষবিন্দু A, পাদবিন্দু B, ভূতলস্থ একটি বিন্দু C তে খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° এবং খুঁটির দিকে 20 মিটার এগিয়ে আসলে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ হয় 60°.



খ এখানে, $\angle ACB = 30°$, $\angle ADB = 60°$, CD = 20 মিটার

$\therefore$ BC = BD + CD = BD + 20 মি.

ধরি, খুঁটির উচ্চতা AB = h মিটার

এখন, ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{BD}$

$\therefore$ $h = BD.\sqrt{3}$

$BD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{BD + 20}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BD + 20}$

বা, $BD + 20 = h\sqrt{3}$ [আড় গুণ করে]

বা, $\frac{h}{\sqrt{3}} + 20 = h\sqrt{3}$ $\left[\because BD = \frac{h}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\frac{h + 20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = h\sqrt{3}$

বা, $h + 20\sqrt{3} = 3h$ [পুনরায় আড়গুণ করে]

বা, $2h = 20\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{20\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 10\sqrt{3}$

$\therefore$ h = 17.32 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ খুঁটির উচ্চতা 17.32 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি,

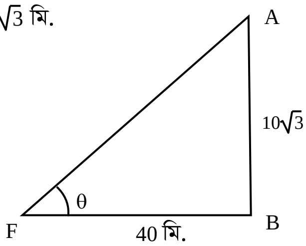
সূর্যের উন্নতি কোণ θ

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য BF = 40 মিটার

'খ' হতে পাই,

খুঁটির উচ্চতা, $AB = 10\sqrt{3}$ মি.

ΔAFB এ,



$\tan\angle AFB = \frac{AB}{FB}$

বা, $\tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{40}$

বা, $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = 23.413°$

$\therefore$ সূর্যের উন্নতির কোণ 23.413° হলে ছায়ার দৈর্ঘ্য 40 মিটার হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫১ 12 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ মিটার।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৭]

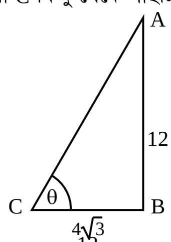
ক. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে ছায়ার দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

গ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\tan 60° = \sqrt{3}$ ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, ছায়ার মাথা C বিন্দু থেকে গাছটির উন্নতি কোণ = θ.

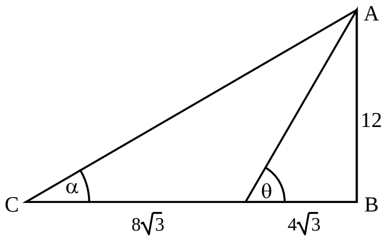


চিত্র থেকে পাই, $\tan\theta = \frac{12}{4\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan 60°$

$\therefore$ $\theta = 60°$ **(Ans.)**

খ ছায়ার দৈর্ঘ্য $8\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পেলে ছায়ার মোট দৈর্ঘ্য $= 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ $= 12\sqrt{3}$ মিটার



চিত্র থেকে পাই, $\tan\alpha = \frac{12}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \tan 30°$

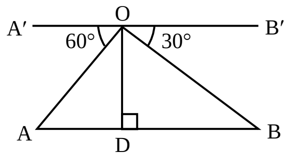
$\therefore$ $\alpha = 30°$

MwYZ (AvewkÅK)

উন্নতি কোণের মান $(\theta - \alpha) = (60° - 30°) = 30°$ হ্রাস পেলে ছায়ার দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ মিটার বাড়বে। **(Ans.)**

গ পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী-৯.২ এর "30° ও 60° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত" অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৮৬।

প্রশ্ন ▶৫২



A ও B দুইটি কিলোমিটার পোষ্ট। O বিন্দু থেকে A ও B পোষ্ট দুটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30°। $OD \perp AB$

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী ▫ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\angle OAD + \angle ODA$ = কত ডিগ্রি? ২

খ. OD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABO এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

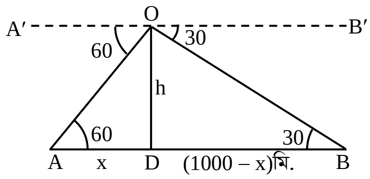
ক যেহেতু $\angle AOA'$ ও $\angle OAD$ একান্তর কোণ

$\therefore \angle OAD = \angle AOA' = 60°$

এবং যেহেতু $OD \perp AB$ $\therefore \angle ADO = 90°$

$\therefore \angle OAD + \angle ADO = 60° + 90° = 150°$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, AD = x মিটার, উচ্চতা, OD = h মিটার

$\therefore BD = AB - AD = (1000 - x)$ মিটার

$A'O \parallel AD$ এবং OA ছেদক

$\therefore \angle OAD$ = একান্তর $\angle A'OA = 60°$

আবার, $B'O \parallel BD$ এবং OB ছেদক

$\therefore \angle OBD$ = একান্তর $\angle B'OB = 30°$

এখন, সমকোণী ΔOAD-এ $\tan \angle OAD = \frac{OD}{AD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ ... ... (i)

আবার, $\tan \angle OBD = \frac{OD}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}h$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}.\sqrt{3}x$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

বা, $1000 - x = 3x$

বা, $3x + x = 1000$

বা, $4x = 1000$

$\therefore x = 250$ মিটার

সুতরাং, $h = \sqrt{3} \times 250 = 250\sqrt{3}$ মিটার

$= 433.013$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ উচ্চতা, OD = 433.013 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখন, ΔOAD- এ $\angle OAD = 60°$ এবং

$OD = h = 250\sqrt{3}$ ['খ' হতে]

সমকোণী ΔOAD-এ

$\sin\angle OAD = \frac{OD}{AO}$

বা, $\sin 60° = \frac{250\sqrt{3}}{AO}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{250\sqrt{3}}{AO}$

বা, $AO = \frac{250\sqrt{3} \times 2}{\sqrt{3}}$

$\therefore AO = 500$ মিটার **(Ans.)**

এবং ΔOBD-এ $\angle OBD = 30°$

সমকোণী ΔOBD-এ

$\sin \angle OBD = \frac{OD}{BO}$

বা, $\sin30° = \frac{250\sqrt{3}}{BO}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{250\sqrt{3}}{BO}$

বা, $BO = 250\sqrt{3} \times 2$

$\therefore BO = 500\sqrt{3} = 866.026$ মিটার (প্রায়)

$\therefore AO = 500$ মিটার এবং $BO = 866.026$ মিটার (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$ এর পরিসীমা $= OA + OB + AB$

$= 500 + 500\sqrt{3} + 1000$

$= 2366.025$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৩ 48 মিটার লম্বা একটি গাছ ঝড়ে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করল।

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ ▫ প্রশ্ন নং ৮]

ক. চিত্রে তথ্যগুলো বর্ণনা কর। ২

খ. গাছটি কত উঁচুতে ভেঙ্গেছিল। ৪

গ. গাছটি কত উঁচুতে ভাঙলে ভাঙা অংশটি ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করতো? ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৪ 18 মিটার দীর্ঘ একটি মই একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা আছে। এ অবস্থায় মইটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করেছে।

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ▫ প্রশ্ন নং ৮]

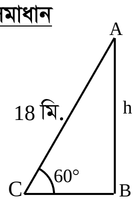
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ উদ্দীপকের তথ্যটির আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. উদ্দীপকের দেয়ালটি কত উঁচু ছিল তা নির্ণয় কর। ৪

গ. মইটিকে দেয়ালে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় ভূমি বরাবর পূর্বের অবস্থান থেকে কত দূর সরিয়ে নিলে মইটি ভমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার, মইটির দৈর্ঘ্য AC = 18 মিটার এবং মইটি ভূমির সাথে $\angle ACB = 60°$ উৎপন্ন করে।



খ ΔABC থেকে পাই,

$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin60° = \frac{h}{18}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18}$

বা, $2h = 18\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{18\sqrt{3}}{2}$

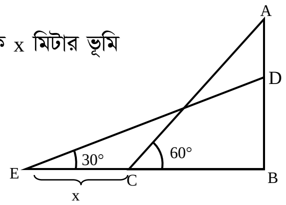
বা, $h = 9\sqrt{3}$

$\therefore$ h = 15.59 মিটার

$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা 15.59 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $AB = 9\sqrt{3}$ মিটার

ধরি, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে x মিটার ভূমি বরাবর সরানো হয়।



এখন, AC = DE = 18 মিটার

এবং BE = BC + x

এখানে, $BC^2 + AB^2 = AC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = (18)^2 - (9\sqrt{3})^2$

বা, $BC^2 = 81$

$\therefore$ BC = 9

$\therefore$ BE = 9 + x

তাহলে, $\cos 30° = \frac{9 + x}{18}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9 + x}{18}$

বা, $18 + 2x = 18\sqrt{3}$

বা, $2x = 18\sqrt{3} - 18$

বা, $x = \frac{18\sqrt{3} - 18}{2}$

$\therefore$ x = 6.59

অর্থাৎ, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 6.59 মিটার সরাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৫ 60 মিটার লম্বা একটি গাছ ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ভূমি স্পর্শ করলো।

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর প্রশ্ন নং ৯]

ক. কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য 17 মিটার ও উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করলে দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৬ একটি বাড়ীর সামনে 150 মিটার লম্বা টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে বাড়ীর ছাদের ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°।

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর প্রশ্ন নং ৮]

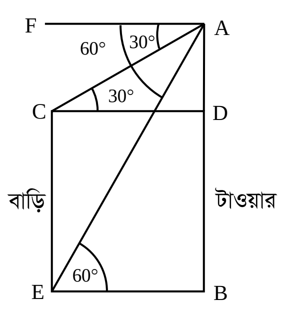
ক. উপাত্তটি চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. বাড়ী ও টাওয়ারের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. বাড়ীর উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ মনে করি, CD = x = বাড়ির ছাদ হতে টাওয়ারের দূরত্ব। চিত্রানুসারে BE = CD = x। টাওয়ারের উচ্চতা, AB = 150 মিটার।

আবার, ধরি, AD = h

$\therefore$ BD = 150 – h

এখানে, FA ∥ CD এবং AC ছেদক।

$\therefore$ ∠ACD = একান্তর ∠FAC = 30°

আবার, FA ∥ BE এবং AE ছেদক

$\therefore$ ∠AEB = একান্তর ∠FAE = 60°

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ ABE এ

$\tan\angle AEB = \frac{AB}{BE}$

বা, $\tan 60° = \frac{150}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{150}{x}$

বা, $x = \frac{150}{\sqrt{3}} = 50\sqrt{3}$

$\therefore$ x = 86.602

$\therefore$ বাড়ী ও টাওয়ারের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 86.602 মিটার (প্রায়)

গ সমকোণী ত্রিভুজ ACD হতে $\tan\angle ACD = \frac{AD}{CD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

বা, $h = \frac{x}{\sqrt{3}}$

বা, $h = \frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

বা, h = 50

$\therefore$ বাড়ির উচ্চতা, BD = 150 – 50 মিটার = 100 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৭ একটি বৈদ্যুতিক খুঁটির পাদবিন্দু থেকে কিছু দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুতে খুঁটিটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। ঐ বিন্দু থেকে খুঁটিটির দিকে 15 মিটার এগিয়ে আসলে খুঁটিটির উন্নতি কোণ 45° হয়।

[পুলিশ লাইন্স স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৯]

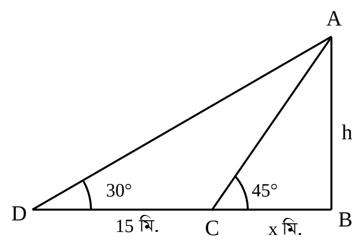
ক. তথ্যানুযায়ী চিত্র আঁক। ২

খ. খুঁটিটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, বৈদ্যুতিক খুঁটির উচ্চতা AB = h মি., D বিন্দুতে শীর্ষ A এর উন্নতি কোণ ∠ADB এবং D হতে 15 মিটার এগিয়ে C বিন্দুতে পৌছালে উন্নতি কোণ ∠ACB।

$\therefore$ ∠ADB = 30°, ∠ACB = 45° এবং CD = 15 মি.

খ ΔABC এ, $\tan 45° = \frac{AB}{BC}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore$ h = x ... ... (i)

ΔADB এ, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{15 + x}$

বা, $\sqrt{3}h = 15 + h$

বা, $\sqrt{3}h - h = 15$

বা, $h = \frac{15}{\sqrt{3} - 1}$

∴ h = 20.490 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

AB = BC = 20.490 মিটার [∵ h = x]

∴ BD = BC + CD = (20.490 + 15) মিটার

= 35.490 মিটার

এখন, ΔADB হতে পাই,

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

∴ $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}$

$= \sqrt{(20.490)^2 + (35.490)^2}$

= 40.98 মিটার

∴ খুটিটির শীর্ষবিন্দু ও ভূতলস্থ প্রথম বিন্দুটির দূরত্ব,

AD = 40.98 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৮ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণে উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 20 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী ▫ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sin^2 60° - \cos^2 60°$ এর মান বের কর। ২

খ. গাছটি কত মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল তা বের কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\sin^2 60° - \cos^2 60°$

$= (\sin 60°)^2 - (\cos 60°)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{3-1}{4}$

$= \frac{2}{4}$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৯(ক + খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৯(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৯ ভূমিতে পরস্পর 15 মিটার দূরে খাঁড়াভাবে দন্ডায়মান একটি সুপারি গাছের শীর্ষ হতে একটি লিচু গাছের শীর্ষের অবনতি কোণ 30° এবং লিচু গাছের গোড়া হতে সুপারি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। যেখানে সুপারি গাছ লিচু গাছ অপেক্ষা বড়।

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী ▫ প্রশ্ন নং ৮]

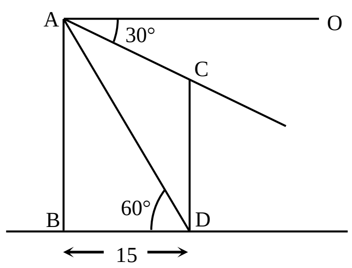
ক. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে একটি চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২

খ. লিচু গাছের গোড়া হতে সুপারি গাছের শীর্ষ পর্যন্ড় সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. সুপারি গাছের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে AB ও CD যথাক্রমে একটি সুপারি গাছ ও লিচু গাছ।

খ চিত্র থেকে পাই,

∠ADB = 60°

এবং BD = 15 মিটার

ΔABD-এ

$\cos \angle ADB = \frac{15}{AD}$

বা, $\cos 60° = \frac{15}{AD}$

বা, $AD = \frac{15}{0.5}$

∴ AD = 30

∴ লিচু গাছের গোড়া থেকে সুপারি গাছের শীর্ষ পর্যন্ড় সরাসরি দূরত্ব 30 মিটার। **(Ans.)**

গ ΔABD-এ

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, AB = BD × tan60°

বা, $AB = 15 \times \sqrt{3}$

বা, $AB = 15\sqrt{3}$

∴ AB = 25.981 (প্রায়)

∴ সুপারি গাছের উচ্চতা 25.981 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬০ একটি টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 32 মিটার বৃদ্ধি পায় যদি সূর্যের উন্নতি কোণ 60° থেকে 45° হয়। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[কুমিলণ্ডা জিলা স্কুল, কুমিলণ্ডা ▫ প্রশ্ন নং ৮]

ক. যদি θ = 45° হয় তবে দেখাও যে, $\sin 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta}$. ২

খ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি টাওয়ারের উচ্চতা 50 মিটার হয়, তবে ছায়ার দৈর্ঘ্য কতটুকু বৃদ্ধি পেলে সূর্যের উন্নতি কোণ 60° থেকে 30° হয়। ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে θ = 45°

বামপক্ষ $= \sin 2\theta = \sin (2 \times 45°)$

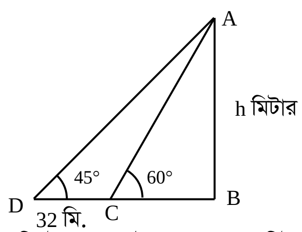
$= \sin 90° = 1$

ডানপক্ষ $= \frac{2 \tan\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{2 \tan 45°}{1 + (\tan 45°)^2}$

$= \frac{2 \times 1}{1 + 1^2} = \frac{2}{2} = 1$

∴ $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ **(দেখানো হলো)**

খ



মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা AB = h মিটার।

C বিন্দুতে শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ ∠ACB = 60°। তারপর টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য CD = 32 মি. বাড়লে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ ∠ADB = 45° হয়।

ধরি, BC = x মি.

সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

∴ $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, ΔABD থেকে পাই,

$\tan 45° = \frac{AB}{BD}$

বা, $1 = \frac{h}{BC + CD}$

বা, $h = x + 32$

বা, $h - x = 32$

বা, $h - \frac{h}{\sqrt{3}} = 32$ $\left[\because x = \frac{h}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\sqrt{3}h - h = 32\sqrt{3}$

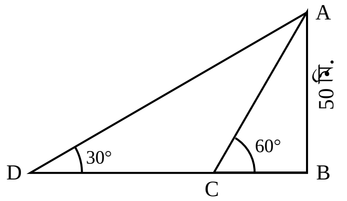
বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 32\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{32\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$\therefore$ $h = 75.713$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা 75.713 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ



মনে করি, AB টাওয়ারের উচ্চতা 50 মিটার। টাওয়ারটির ছায়া C বিন্দুতে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং CD পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে D বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

ΔABC-এ,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{50}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{50}{BC}$

$\therefore BC = \frac{50}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔADB এ,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{50}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{BC + CD}$

বা, $BC + CD = 50\sqrt{3}$

$\therefore CD = 50\sqrt{3} - BC$

$= 50\sqrt{3} - \frac{50}{\sqrt{3}}$

$= \frac{150 - 50}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} = 57.735$ (প্রায়)

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য 57.735 (প্রায়) মিটার বৃদ্ধি পেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬১ ভূমিতে খাড়াভাবে দণ্ডায়মান কোনো গাছের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 60° ডিগ্রি।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৮]

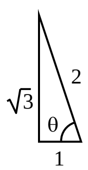
ক. যদি $\tan\theta = \sqrt{3}$ হয় চিত্রের মাধ্যমে $\sin\theta$ এর মান বের কর। ২

খ. গাছটির উচ্চতা কত ছিল? ৪

গ. যদি ঐ গাছটি ঝড়ে ভূমি থেকে x মিটার উঁচুতে ভেঙ্গে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30 ডিগ্রি কোণ করে মাটি স্পর্শ করে তাহলে x এর মান কত? ৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\tan\theta = \sqrt{3}$



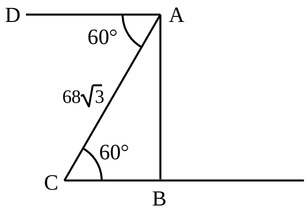
আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

অর্থাৎ এখানে, লম্ব $= \sqrt{3}$, ভূমি $= 1$

$\therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, AB হল গাছটির উচ্চতা যেখানে গাছের শীর্ষ A হতে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle CAD = 60°$। আবার, $AD \mid\mid BC$ এবং AC ছেদক বলে, $\angle CAD = \angle ACB = 60°$।

এখন, সমকোণী ΔABC-এ

$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

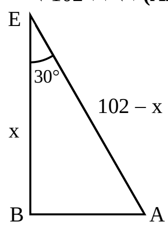
বা, $\sin 60° = \frac{AB}{68\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{68\sqrt{3}}$

বা, $AB = \frac{68 \times 3}{2} = 102$

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা 102 মিটার **(Ans.)**

গ



মনে করি, গাছটি x মিটার উচ্চতায় E বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়েছে। ভাঙ্গা অংশ AE, দণ্ডায়মান অংশ BE এর সাথে $\angle AEB = 30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

'খ' হতে পাই, গাছটির উচ্চতা = 102 মিটার

$\therefore BE = x$ মিটার হলে, $AE = 102 - x$ মিটার

সমকোণী ΔAEB এ

$\cos 30° = \frac{x}{102 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{102 - x}$

বা, $\sqrt{3}(102 - x) = 2x$

বা, $102\sqrt{3} - \sqrt{3}x = 2x$

বা, $102\sqrt{3} = 2x + \sqrt{3}x$

বা, $102\sqrt{3} = x(2 + \sqrt{3})$

বা, $x = \frac{102\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore x = 47.34$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬২ 48 মিটার দীর্ঘ একটি গাছের গোড়া থেকে কিছু দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু থেকে x মিটার পিছিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° হয়। একদিন গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে y মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sin^2 60° - \cos^2 60°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৩ একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দ ায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে খুঁটিটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করল। *[কুমিল- া মডার্ন হাই স্কুল, কুমিলা প্রশ্ন নং ৮]*

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২

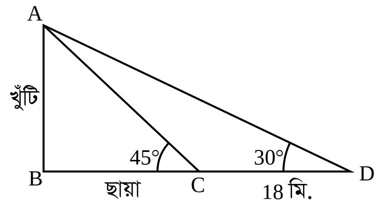
খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশ দ ায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে খুঁটিটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমিকে স্পর্শ করবে নির্ণয় করো। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল **১১** নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৪



[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর প্রশ্ন নং ৮]

ক. খুঁটির দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ মিটার হলে ছায়ার দৈর্ঘ্য কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. $\angle ACB = 60°$ এবং $\angle ADC = 30°$ হলে AD এর মান কত? ৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

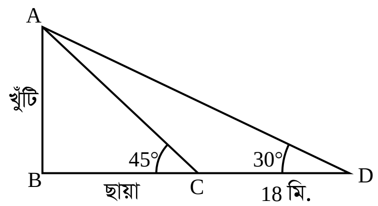
ক $\tan 45° = \dfrac{3\sqrt{3}}{\text{Qvqvi Š`NÆÅ}}$

বা, ছায়ার দৈর্ঘ্য = $\dfrac{3\sqrt{3}}{\tan 45°}$

বা, ছায়ার দৈর্ঘ্য = $\dfrac{3\sqrt{3}}{1}$

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য = $3\sqrt{3}$ মিটার **(Ans.)**

খ



মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য = h মিটার

ছায়ার দৈর্ঘ্য = x মিটার

চিত্র অনুসারে পাই,

$\dfrac{h}{x} = \tan 45°$

বা, $\dfrac{h}{x} = 1$

$\therefore h = x$

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ABD এ

$\tan 30° = \dfrac{AB}{BD}$

SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-**৯খ**

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{x}{x + 18}$

বা, $x + 18 = \sqrt{3}x$

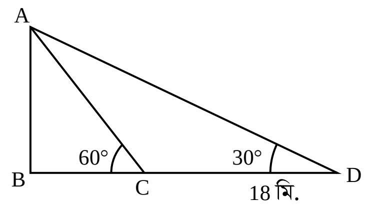
বা, $\sqrt{3}x - x = 18$

বা, $x(\sqrt{3} - 1) = 18$

বা, $x = \dfrac{18}{\sqrt{3} - 1} = 24.59$ (প্রায়)

$\therefore$ ছায়ার দৈর্ঘ্য 24.59 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



সমকোণী ΔABC-এ

$\tan 60° = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{AB}{BC}$

বা, $AB = \sqrt{3}BC$ ... ... (i)

আবার, সমকোণী ΔABD-এ

$\tan 30° = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{AB}{BC + CD}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}BC}{BC + 18}$ [মান বসিয়ে]

বা, $3BC = BC + 18$

বা, $2BC = 18$

$\therefore BC = 9$ মিটার

$\therefore AB = \sqrt{3}BC = \sqrt{3} \times 9 = 9\sqrt{3}$ মিটার

আবার, $AD^2 = AB^2 + BD^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

$= (9\sqrt{3})^2 + (BC + CD)^2$

$= (9\sqrt{3})^2 + (9 + 18)^2$

$= 243 + 729$

$= 972$

বা, $AD = \sqrt{972} = 31.18$ মিটার (প্রায়)

$\therefore AD = 31.18$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৫ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে 30 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী প্রশ্ন নং ৭]*

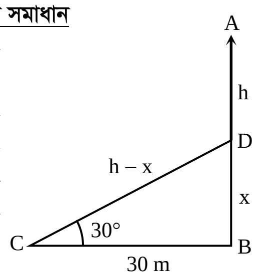
ক. তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র অঙ্কন করে বর্ণনা দাও। ২

খ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য কত? ৪

গ. যদি গাছটি এমনভাবে ভাঙতো যে, ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে তবে গাছটি কত উচুতে ভেঙেছিল? ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার, গাছটি BD = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে BC = 30 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



খ 'ক' এর চিত্র হতে পাই,

SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-**৯গ**

$\tan 30° = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{x}{30}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{x}{30}$

$\Rightarrow x = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ ... ... (i)

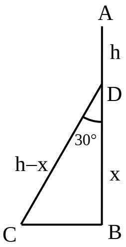
আবার, $\sin 30° = \frac{BD}{CD} = \frac{x}{h - x}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{h - 10\sqrt{3}}$ [(i) নং থেকে]

$\Rightarrow h = 20\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$\therefore h = 30\sqrt{3} = 51.96$ m (প্রায়) **(Ans.)**

গ যদি গাছটির ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করতো তাহলে, প্রদত্ত ঘটনাটি পাশের চিত্রের সাহায্যে দেখানো হল।



মনে করি, গাছটি x মি. উচুতে ভেঙ্গেছিল।

'খ' থেকে পাই, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, $h = 30\sqrt{3}$

চিত্র থেকে পাই, $\cos 30° = \frac{x}{h - x}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{30\sqrt{3} - x}$

$\Rightarrow 2x = 90 - \sqrt{3}x$

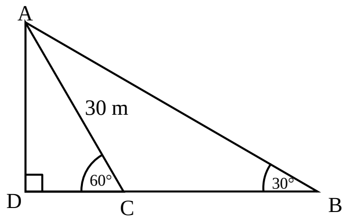
$\Rightarrow x(2 + \sqrt{3}) = 90$

$\Rightarrow x = \frac{90}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore x = 24.115$

গাছটির ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে 24.115 মি. (প্রায়) উচুতে ভেঙ্গেছিল **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬৬



[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর প্রশ্ন নং ৯]

ক. ∠BAC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. AD ও CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৭ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৬৭ 12 মিটার দীর্ঘ একটি নারিকেল গাছের শীর্ষ হতে ভূমির সাথে 60° কোণে A বিন্দুতে রশি বেঁধে নারিকেল পাড়ার সময় কিছু নারিকেল নষ্ট হলো। এজন্য রশিকে জোড়া দিয়ে B বিন্দুর সাথে 30° কোণ করে নতুন রশি বাঁধা হলো। *[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী প্রশ্ন নং ৮]*

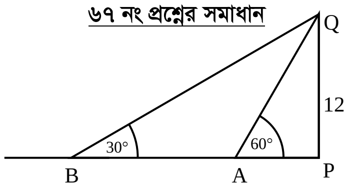
ক. তথ্য অনুযায়ী চিত্র আঁক। ২

খ. কতটুকু রশি জোড়া দেয়া হয়েছিল? ৪

গ. A এবং B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



নারকেল গাছের দৈর্ঘ্য PQ = 12 মিটার। শীর্ষবিন্দু Q এ বাঁধা রশি ভূমির সাথে A বিন্দুতে ∠PAQ = 60° কোণ উৎপন্ন করে। রশি জোড়া দেওয়ার ফলে রশিটির নতুন অবস্থান B বিন্দুতে ভূমির সাথে ∠PBQ = 30° উৎপন্ন করে।

খ ΔPAQ-এ $\sin \angle PAQ = \frac{PQ}{AQ}$

বা, $\sin 60° = \frac{12}{AQ}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{AQ}$

বা, $AQ = \frac{24}{\sqrt{3}}$

$\therefore AQ = 8\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔPBQ-এ $\sin \angle PBQ = \frac{PQ}{BQ}$

বা, $\sin 30° = \frac{12}{BQ}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{12}{BQ}$

$\therefore BQ = 24$ মিটার

∴ রশি জোড়া দেওয়া হয়েছিল = (BQ – AQ) মিটার

$= (24 - 8\sqrt{3})$ মিটার

= 10.14 মিটার **(Ans.)**

গ ΔAPQ-এ $\tan\angle PAQ = \frac{PQ}{AP}$

বা, $\tan 60° = \frac{12}{AP}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{12}{AP}$

বা, $AP = \frac{12}{\sqrt{3}}$

$\therefore AP = 4\sqrt{3}$ মিটার

আবার, ΔPBQ এ $\tan \angle PBQ = \frac{PQ}{BP}$

বা, $\tan 30° = \frac{12}{BP}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{BP}$

$\therefore BP = 12\sqrt{3}$ মিটার

∴ A ও B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব = BP – AP

$= (12\sqrt{3} - 4\sqrt{3})$ মিটার

$= 8\sqrt{3}$ মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬৮ 18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। দুটি মাইলপোষ্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রম 60° ও 45°। *[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ*

ক. কোনো মিনারের দৈর্ঘ্য 17 মিটার ও উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোষ্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৬৯ একটি খুঁটি ঝড়ে ভেঙ্গে গিয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে $6\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করে।

[শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী প্রশ্ন নং ৮]

ক. উদ্দীপকের তথ্যটি চিত্রে প্রকাশ কর। ২

খ. খুঁটিটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $60°$ কোণ উৎপন্ন করলে, খুঁটির শীর্ষ গোড়া থেকে কত দূরে ভূমি স্পর্শ করবে? ৪

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১১নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭০ দৃশ্যকল্প-১: 18 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $30°$ কোণ উৎপন্ন করে।

দৃশ্যকল্প-২: দুইটি মাইলপোস্ট M ও N এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুতে M ও N এর অবনতি কোণ যথাক্রমে $60°$ ও $45°$ *[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম ◻ প্রশ্ন নং ৮]*

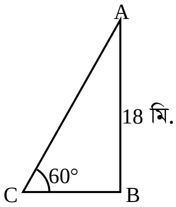
ক. উন্নতি কোণ $60°$ হলে সম্পূর্ণ খুঁটিটির ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে খুঁটির গোড়া হতে কত মিটার দূরে খুঁটিটির শীর্ষবিন্দু ভূমি স্পর্শ করেছে তা নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে M মাইলপোস্ট হতে টাওয়ারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, AB = 18 মি. খুঁটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$,

ছায়ার দৈর্ঘ্য = BC.

সমকোণী ত্রিভুজ ACB এ

$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{18}{BC}$

বা, $BC = \frac{18}{\sqrt{3}}$

$\therefore BC = 10.39$ মি. (প্রায়)

সুতরাং, খুটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 10.39 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭১ একটি বেলুন দু'টি মাইল পোস্ট P ও Q এর মাঝখানে উড়ছে। বেলুনের স্থানে মাইল পোস্ট দু'টি P ও Q এর অবনতি কোণ যথাক্রমে $60°$ ও $30°$।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[ডা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ◻ প্রশ্ন নং ৯]

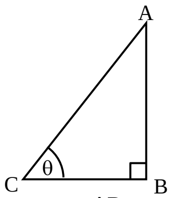
ক. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ২

খ. বেলুনটির উচ্চতা কত মিটার নির্ণয় কর। ৪

গ. যখন উভয় অবনতি কোণ $45°$ হয় তখন P থেকে বেলুনটির সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রানুসারে, $\sin\theta = \frac{AB}{AC}$

$\cos\theta = \frac{BC}{AC}$

বামপক্ষ = $\sin^2\theta + \cos^2\theta$

$= \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2$

$= \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2}$

$= \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$

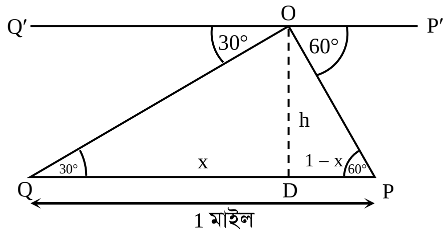
$= \frac{AC^2}{AC^2}$ [পিথাগোরাসের সূত্র হতে]

= 1

= ডানপক্ষ

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ **(প্রমাণিত)**

খ



চিত্রে, Q ও P দুইটি মাইল পোস্ট, O হচ্ছে বেলুনের অবস্থান, O বিন্দুতে মাইলপোস্ট Q এর অবনতি কোণ $30°$ এবং P এর অবনতি কোণ $60°$।

চিত্রে $\angle QOQ' = 30°$

$\therefore \angle OQP = 30°$

এবং $\angle POP' = 60°$

$\therefore \angle OPQ = 60°$

O থেকে QP এর উপর OD লম্ব অংকন করি।

মনে করি, QD = x মাইল, OD = h মাইল

$\therefore PD = (1 - x)$ মাইল।

এখন, $\tan\angle OQD = \frac{OD}{QD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

বা, $x = h\sqrt{3}$ .... (i)

আবার, $\tan\angle OPD = \frac{OD}{PD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{1 - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{1 - x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{1 - h\sqrt{3}}$ [$x = h\sqrt{3}$ বসিয়ে]

বা, $h = \sqrt{3} - h.\sqrt{3}.\sqrt{3}$

বা, $h = \sqrt{3} - 3h$

বা, $4h = \sqrt{3}$

$\therefore h = \frac{\sqrt{3}}{4}$

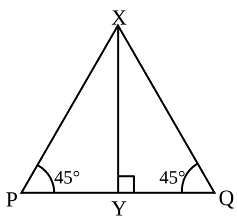
$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা, $h = \frac{\sqrt{3}}{4}$ মাইল

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1.61$ কিলোমিটার [◻ 1 মাইল = 1.61 কি.মি.]

= 0.69715 কিলোমিটার

= 697.15 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



ধরি, P ও Q দুটি মাইল পোস্ট এবং XY বেলুনের উচ্চতা।

$\therefore \quad \angle XPQ = \angle XPY = 45° = \angle XQY = \angle XQP$

এবং PQ = 1610 মিটার [1 মাইল = 1610 মিটার]

এখন, ΔPXY এ, $\tan\angle XPY = \dfrac{XY}{PY}$

বা, $\tan 45° = \dfrac{XY}{PY}$

বা, $1 = \dfrac{XY}{PY}$

$\therefore \quad PY = XY$

আবার, ΔQXY এ, $\tan\angle XQY = \dfrac{XY}{QY}$

বা, $\tan 45° = \dfrac{XY}{QY}$

বা, $1 = \dfrac{XY}{QY}$

$\therefore \quad QY = XY$

$\therefore \quad PY = XY = QY$

কিন্তু, PY + QY = PQ

বা, 2PY = 1610

$\therefore \quad PY = 805$

$\therefore \quad PY = XY = QY = 805$ মিটার

ΔPXY এ, $PX = \sqrt{PY^2 + XY^2}$

$= \sqrt{PY^2 + PY^2}$

$= \sqrt{2PY^2}$

$= \sqrt{2} \, . \, PY$

$= \sqrt{2} \times 805$ মিটার

= 1138.442 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭২ (i) $\dfrac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}}$

(ii) $2\cos(A + B) = 1 = 2\sin(A - B)$ এবং $2Q^2 + 3P = 0$, যখন $\sin X = P$, $\cos X = Q$

(iii) একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে, তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৭]

ক. α এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A, B এবং X এর মান নির্ণয় কর। যখন, A, B এবং X সূক্ষ্মকোণ। ৪

গ. খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-৯ এর সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৯৮

খ দেওয়া আছে, $2\cos(A + B) = 1$

বা, $\cos(A + B) = \dfrac{1}{2}$

বা, $\cos(A + B) = \cos 60°$

$\therefore \quad A + B = 60° \ldots (i)$

এবং $2\sin(A - B) = 1$

বা, $\sin(A - B) = \dfrac{1}{2}$

বা, $\sin(A - B) = \sin 30°$

$\therefore \quad A - B = 30° \ldots (ii)$

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$2A = 90°$

$\therefore A = 45°$

আবার, (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$2B = 30°$

$\therefore B = 15°$

$\therefore A = 45°$ ও $B = 15°$ **(Ans.)**

দেওয়া আছে, $P = \sin X$, $Q = \cos X$

এখন, $2Q^2 + 3P = 0$

বা, $2\cos^2 X + 3\sin X = 0$

বা, $2 - 2\sin^2 X + 3\sin X = 0$

বা, $2\sin^2 X - 3\sin X - 2 = 0$

বা, $2\sin^2 X - 4\sin X + \sin X - 2 = 0$

বা, $2\sin X(\sin X - 2) + 1(\sin X - 2) = 0$

বা, $(2\sin X + 1)(\sin X - 2) = 0$

বা, $2\sin X + 1 = 0$ [$\sin X \neq 2$ কারণ $-1 \leq \sin X \leq 1$]

বা, $\sin X = -\dfrac{1}{2}$

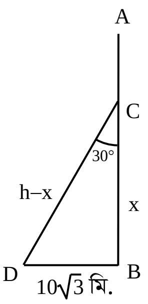
বা, $\sin X = \sin\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right), \sin\left(2\pi - \dfrac{\pi}{6}\right)$

$\therefore X = \dfrac{7\pi}{6}, \dfrac{11\pi}{6}$

কিন্তু X সূক্ষ্মকোণ বলা আছে।

$\therefore$ নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে X এর কোনো মান নেই। **(Ans.)**

গ মনে করি, খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার, খুঁটিটি BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দ—ায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে $BD = 10\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।



এখানে, $\angle BCD = 30°$ এবং $BD = 10\sqrt{3}$ মিটার

এখন, সমকোণী ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \dfrac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \dfrac{10\sqrt{3}}{x}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{x}$

বা, x = 30

এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – 30) মিটার

এখন, ΔBCD এর মধ্যে

$\sin\angle BCD = \dfrac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \dfrac{10\sqrt{3}}{h - 30}$

বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{10\sqrt{3}}{h - 30}$

বা, $h - 30 = 20\sqrt{3}$

বা, $h = 20\sqrt{3} + 30$

$\therefore$ h = 64.64 মিটার

$\therefore$ খুঁটির উচ্চতা 64.64 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৩ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গোড়া হতে 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে এবং দন্ডায়মান অংশের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. চিত্রসহ উন্নতিকোণ ও অবনতি কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে প্রমাণ কর $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$ ৪

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $\theta = 180° - 90° - 60° = 30°$
অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১০ এর উদাহরণ-৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২০১

গ 'খ' থেকে পাই, $\theta = 30°$

$\therefore \cos 2\theta = \cos 2 \times 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

এবং $= \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{1 - (\tan 30°)^2}{1 + (\tan 30°)^2} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$

$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৭৪ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। আবার একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে $15\sqrt{2}$ মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45°। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\text{cosec}\theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ হলে $\sin^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

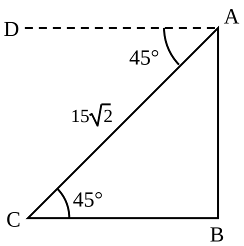
ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}\theta = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

বা, $\frac{1}{\sin\theta} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

$\therefore \sin^2\theta = \frac{1-x}{1+x}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, মিনারের উচ্চতা, AB = h মিটার
মিনারের শীর্ষ A হতে $15\sqrt{2}$ মিটার দূরের ভূতলস্থ বিন্দু C এর অবনতি কোণ ∠DAC = 45°



সুতরাং ∠ACB = ∠DAC = 45°
এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ΔABC-এ

$\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 45° = \frac{h}{15\sqrt{2}}$

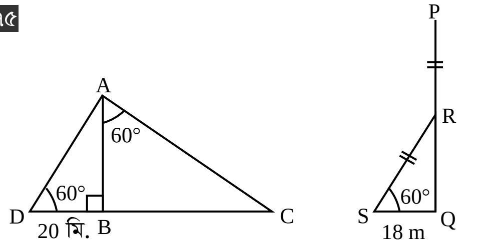
বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{15\sqrt{2}}$

বা, h = 15

∴ মিনারের উচ্চতা 15 মিটার। **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ১৫(ক + খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৫



[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

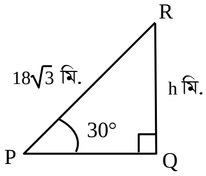
ক. $18\sqrt{3}$ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ২

খ. PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔADC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মইয়ের দৈর্ঘ্য, PR = $18\sqrt{3}$ মি., দেওয়ালটির উচ্চতা, QR = h মি.
এবং ∠RPQ = 30°

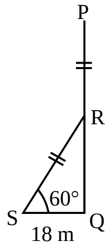
∴ ΔPQR-এ, $\sin\angle RPQ = \frac{QR}{PR}$

বা, $\sin 30° = \frac{h}{18\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{18\sqrt{3}}$

∴ $h = 9\sqrt{3} = 15.59$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ চিত্রে, SQR সমকোণী ত্রিভুজ-এ



$\tan\angle RSQ = \frac{RQ}{SQ}$

বা, $\tan 60° = \frac{RQ}{18}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{RQ}{18}$

$\therefore RQ = 18\sqrt{3}$

এবং

$\cos\angle RSQ = \frac{SQ}{SR}$

বা, $\cos 60° = \frac{18}{SR}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{18}{SR}$

∴ SR = 36

এখন, PR = SR

∴ PQ = PR + QR
= SR + QR
$= (36 + 18\sqrt{3})$ মিটার
= 67.177 মিটার (প্রায়)

গ ΔABD-এ, $\cos\angle ADB = \frac{BD}{AD}$

বা, $\cos 60° = \frac{20}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{20}{AD}$

$\therefore$ AD = 40 মি.

চিত্রানুসারে, $\angle BAD = 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\therefore \angle CAD = \angle BAD + \angle BAC$
$= 30° + 60°$
$= 90°$

$\therefore$ ΔACD সমকোণী।

ΔACD-এ, $\cos\angle ADC = \frac{AD}{CD}$

বা, $\cos 60° = \frac{40}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{40}{CD}$

$\therefore$ CD = 80 মি.

ΔACD-এ, $AC = \sqrt{CD^2 - AD^2}$
$= \sqrt{80^2 - 40^2}$
$= \sqrt{4800}$
$= \sqrt{1600 \times 3}$
$= 40\sqrt{3}$

ADC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times AD$
$= \frac{1}{2} \times 40\sqrt{3} \times 40$
$= 800\sqrt{3}$
= 1385.641 বর্গ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

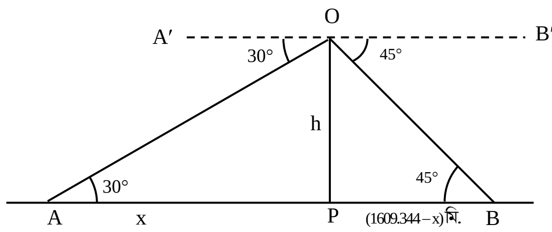
প্রশ্ন ▶ ৭৬ দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের স্থানে ঐ মাইল পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 30°।

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৮]

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. বেলুনটির উচ্চতা কত মিটার নির্ণয় কর। ৪
গ. বেলুনটি থেকে মাইল পোস্ট দুইটির সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, O বিন্দুতে বেলুনের অবস্থান এবং A ও B এক মাইল দূরবর্তী দুটি পোস্টের চূড়া। O থেকে B ও A এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 30°।

$\therefore \angle AOA' = 30°$ এবং $\angle BOB' = 45°$

এবং AB = 1 মাইল = 1609.344 মিটার

খ মনে করি, AP = x মিটার, OP = h মিটার

$\therefore$ BP = AB – AP = (1609.344 – x) মিটার

A′O || AP এবং OA ছেদক

$\therefore \angle OAP$ = একান্তর $\angle A'OA = 30°$

আবার, B′O || BP এবং OB ছেদক

$\therefore \angle OBP$ = একান্তর $\angle B'OB = 45°$

এখন, সমকোণী ΔOAP-এ

$\tan\angle OAP = \frac{OP}{AP}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

$\therefore x = \sqrt{3}h$ ... ... (i)

আবার, $\tan\angle OBP = \frac{OP}{BP}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{1609.344 - x}$

বা, $1 = \frac{h}{1609.344 - x}$

বা, h = 1609.344 – x

বা, $h = 1609.344 - \sqrt{3}h$ [(i) নং হতে]

বা, $h(\sqrt{3} + 1) = 1609.344$

বা, $h = \frac{1609.344}{\sqrt{3} + 1}$

$\therefore$ h = 589.06 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ এখন, ΔOAP-তে $\angle OAP = 30°$ এবং OP = 589.06 মিটার

$\therefore$ A বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OA

ΔOPA থেকে পাই,

$\frac{OP}{OA} = \sin\angle OAP$

বা, $\frac{OP}{OA} = \sin 30°$

বা, $OA = \frac{OP}{\sin 30°}$

বা, $OA = \frac{589.06}{\frac{1}{2}}$

$\therefore$ OA = 1178.12 মিটার (প্রায়)

আবার, ΔOBP-এ $\angle OBP = 45°$ এবং OP = 589.06 মিটার

$\therefore$ B বিন্দু থেকে বেলুনের সরাসরি দূরত্ব = OB

এখন, ΔOBP-এ

$\sin\angle OBP = \frac{OP}{OB}$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin\angle OBP}$

বা, $OB = \frac{OP}{\sin 45°}$

বা, $OB = \frac{589.06}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\therefore$ OB = 833.06 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ বেলুন হতে মাইল পোস্ট দুটির সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য
= (1178.12 – 833.06) মিটার
= 345.06 মিটার **(Ans.)**

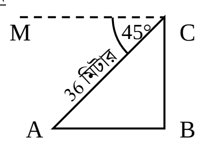
প্রশ্ন ▶ ৭৭ একটি পিলারের শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 36 মিটার দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45°।

[সেন্ট প্লাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৮]

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২
খ. পিলারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. পিলারটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে মাটি স্পর্শ করলে কত উচ্চতায় তা ভেঙ্গেছিল। ৪

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, BC একটি পিলার যার শীর্ষ C. C বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle MCA = 45°$ এবং AC = 36 মিটার।



MwYZ (AvewkÅK)

খ যেহেতু MC || AB এবং AC তাদের ছেদক,

$\therefore \angle CAB = \angle MCA = 45°$ [একান্ড়র কোণ]

$\therefore \sin \angle CAB = \frac{BC}{AC}$

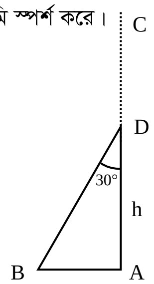
বা, $\sin(45°) = \frac{BC}{AC}$

বা, $\frac{১}{\sqrt{২}} = \frac{ইঙ্গ}{৩৬}$

বা, $BC = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2} = 25.46$ মিটার।

$\therefore$ পিলারের উচ্চতা BC = 25.46 মিটার। **(Ans.)**

গ ধরি, পিলারটি ভূমি হতে h উচ্চতায় D বিন্দুতে ভাঙলে দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে B বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করে।



পিলারটির উচ্চতা = $18\sqrt{2}$ মিটার

$\therefore BD = (18\sqrt{2} - h)$ মিটার।

$\therefore \cos 30° = \frac{AD}{BD} = \frac{h}{18\sqrt{2} - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{18\sqrt{2} - h}$

বা, $2h = 18\sqrt{6} - \sqrt{3}h$

বা, $h(2 + \sqrt{3}) = 18\sqrt{6}$

বা, $h = \frac{18\sqrt{6}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore h = 11.82$ মিটার।

অর্থাৎ পিলারটি 11.82 মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৭৮ A এবং B দুটি কি.মি. পোস্টের মধ্যবর্তী কোন স্থান C বিন্দুতে একটি বেলুনের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°.

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি আঁক। ২
খ. ভূমি থেকে বেলুনটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৩৫(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৩৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৫২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৭৯ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. উপরের তথ্য চিত্রে দেখাও। ২
খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪
গ. ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৮০ ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 42 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হয়। ◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[ব-ু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\frac{1 - \cos^2 45°}{1 + \cos^2 45°} + \cos 60° =$ কত? ২
খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
গ. যে বিন্দুতে উন্নতি কোণ 30° সেই বিন্দু থেকে দালানের শীর্ষ ও পাদবিন্দুর দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

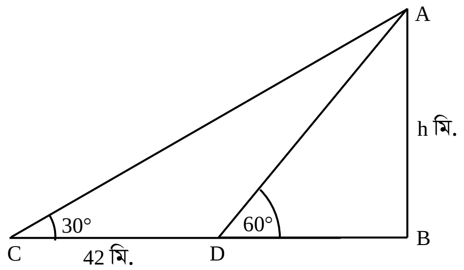
৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{1 - \cos^2 45°}{1 + \cos^2 45°} + \cos 60°$

$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{2+1}{2}} + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ **(Ans.)**

খ চিত্রে, AB একটি দালান যার শীর্ষবিন্দু A, পাদবিন্দু B, ভূতলস্থ একটি বিন্দু C তে দালানটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° এবং টাওয়ারের দিকে 42 মিটার এগিয়ে আসলে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ হয় 60°.



এখানে, $\angle ACB = 30°$, $\angle ADB = 60°$, CD = 42 মিটার

$\therefore$ BC = BD + CD = BD + 42 মি.

ধরি, দালানটির উচ্চতা AB = h মিটার

এখন, ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{BD}$

$\therefore h = BD.\sqrt{3}$

$BD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{BD + 42}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BD + 42}$

বা, $BD + 42 = h\sqrt{3}$ [আড় গুণন করে]

বা, $\frac{h}{\sqrt{3}} + 42 = h\sqrt{3}$ $\left[\because BD = \frac{h}{\sqrt{3}}\right]$

বা, $\frac{h + 42\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = h\sqrt{3}$

বা, $h + 42\sqrt{3} = 3h$ [পুনরায় আড়গুণন করে]

বা, $2h = 42\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{42\sqrt{3}}{2}$

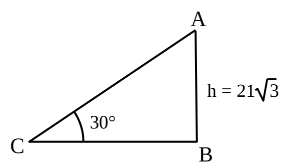
বা, $h = 21\sqrt{3}$

$\therefore h = 36.37$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ টাওয়ারটির উচ্চতা 36.37 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $h = 21\sqrt{3}$

চিত্র হতে পাই,



$\tan 30° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{21\sqrt{3}}{BC}$

বা, BC = 63

আবার, $\sin 30° = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{AC}$

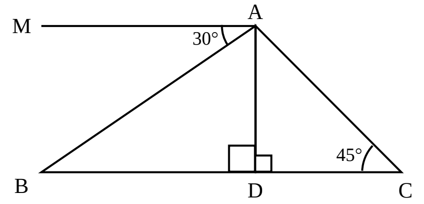
$\therefore$ $AC = 42\sqrt{3}$

$\therefore$ যে বিন্দুতে উন্নতি কোণ 30° সে বিন্দু থেকে দালানের শীর্ষবিন্দু ও পাদবিন্দুর পার্থক্য = (AC – BC) মিটার

= $(42\sqrt{3} - 63)$ মিটার

= 9.746 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮১



চিত্রে $MA \parallel BC$, $AD \perp BC$, $CD = 10m$, $\angle ACD = 45°$ এবং $\angle BAM = 30°$।

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট প্রশ্ন নং ৭]

ক. ΔABD এ $\angle ABD = \theta$ হলে দেখাও $\sin\theta + \cos\theta > 1$. ২

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

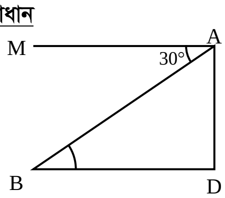
৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেহেতু MA ও BD সমান্তরাল

এবং AB তাদের ছেদক,

সেহেতু $\angle MAB = \angle ABD = 30°$

[একান্তর কোণ]



প্রদত্ত রাশি = $\sin\theta + \cos\theta$

= $\sin \angle ABD + \cos \angle ABD$ [$\theta = \angle ABD$]

= $\sin (30°) + \cos(30°)$

= $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

= $\frac{1 + \sqrt{3}}{2} > 1$ [কারণ $\sqrt{3} > 1$]

অর্থাৎ $\sin\theta + \cos\theta > 1$ **(দেখানো হলো)**

খ সৃজনশীল ১৪(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৪(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৮২ A, B দুটি খুঁটি যাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 800 মিটার। AB রেখার মধ্যবর্তী কোনো বিন্দু C হতে A, B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60°, 30°।

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ প্রশ্ন নং ৮]

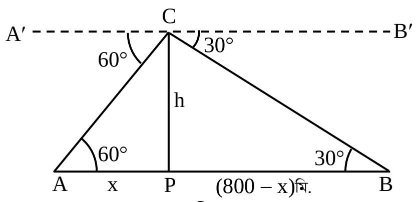
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. C এর উচ্চতা কত? ৪

গ. C এর উচ্চতার কোনো খুঁটি ঝড়ে ভেঙ্গে h উচ্চতায় বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে তবে ভাঙ্গা অংশের পরিমাণ কত? ৪

৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



C থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°

সুতরাং, $\angle A'CA = 60°$ এবং $\angle B'CB = 30°$

এবং AB = 800 মিটার

খ মনে করি, AP = x মিটার, উচ্চতা, CP = h মিটার

$\therefore$ BP = AB – AP = (800 – x) মিটার

$A'C \parallel AP$ এবং CA ছেদক

$\therefore$ $\angle CAP$ = একান্তর $\angle A'CA = 60°$

আবার, $B'C \parallel BP$ এবং CB ছেদক

$\therefore$ $\angle CBP$ = একান্তর $\angle B'CB = 30°$

এখন, সমকোণী ΔCAP-এ $\tan \angle CAP = \frac{CP}{AP}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore$ $h = \sqrt{3}x$ .... (i)

আবার, $\tan \angle CBP = \frac{CP}{BP}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{800 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{800 - x}$

বা, $800 - x = \sqrt{3}h$

বা, $800 - x = \sqrt{3}.\sqrt{3}x$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

বা, $800 - x = 3x$

বা, $3x + x = 800$

বা, $4x = 800$

$\therefore$ x = 200 মিটার

সুতরাং, $h = \sqrt{3} \times 200$

= $200\sqrt{3}$ মিটার

= 346.41 মিটার (প্রায়)

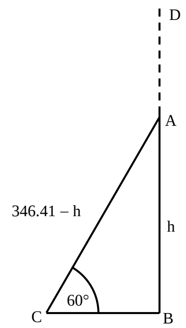
$\therefore$ উচ্চতা = 346.41 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, খুঁটিটির উচ্চতা, BD = 346.41 মিটার।

খুঁটিটি A বিন্দুতে h মিটার উপরে ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে $\angle BCA = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ AD = AC = (346.41 – h) মিটার

$\therefore$ AB = h মিটার



এখন, ΔABC -এ

$\sin \angle BCA = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{346.41 - h}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{346.41 - h}$

বা, $\sqrt{3}(346.41 - h) = 2h$

বা, $346.41\sqrt{3} - \sqrt{3}h = 2h$

বা, $h(\sqrt{3} + 2) = 346.41\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{346.41\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2}$

$\therefore$ h = 160.769

$\therefore$ খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য AC = (346.41 – h) মি.

= (346.41 – 160.769) মি.

= 185.641 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৩ A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোন স্থানে অবস্থিত মিনারের শীর্ষ হতে 80 মিটার দূরে অবস্থিত ভূতলস্থ A বিন্দু মিনারের শীর্ষে 30° কোণ উৎপন্ন করে। A ও B বিন্দুর দূরত্ব 200 মিটার।

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল প্রশ্ন নং ৮]

ক. উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণ কাকে বলে? ২

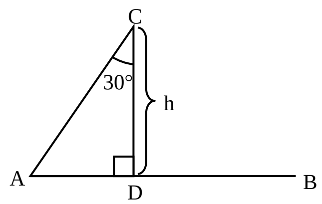
খ. মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. B বিন্দুতে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ



মনেকরি, A ও B দুটি স্থানের মধ্যবর্তী কোন স্থানে CD একটি মিনার যার উচ্চতা h এবং শীর্ষ C হতে 80 মিটার দূরে ভূতলস্থ A বিন্দু শীর্ষের সাথে $\angle ACD = 30°$ উৎপন্ন করে। AB = 200 মিটার এবং AC = 80 মিটার।

এখন সমকোণী ΔACD এ

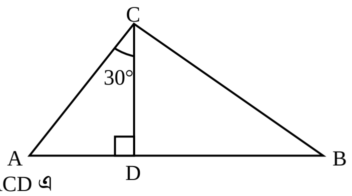
$$\cos 30° = \frac{CD}{AC}$$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{80}$

$\therefore h = \frac{80\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3} = 69.28$

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা 69.28 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



সমকোণী ΔACD এ

$$\sin 30° = \frac{AD}{AC}$$

বা, $AD = AC \sin 30° = 80 \times \frac{1}{2} = 40$

উদ্দীপক অনুসারে, AB = 200 মিটার

$\therefore BD = AB - AD = 200 - 40 = 160$ মিটার

'খ' হতে পাই, মিনারের উচ্চতা, $CD = 40\sqrt{3}$ মিটার

এখন, B বিন্দুতে মিনারের শীর্ষের উন্নতি $\angle CBD$।

সমকোণী ΔBCD হতে পাই,

$\tan\angle CBD = \frac{CD}{BD}$

$= \frac{40\sqrt{3}}{160}$

$= 0.433$

$\therefore \tan\angle CBD = \tan^{-1}(0.433)$

$\therefore \angle CBD = 23.41°$

$\therefore$ B বিন্দুতে মিনারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 23.41° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৪ একটি নদীর তীরে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে একটি গাছের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান হতে 150 মিটার পিছিয়ে দেখল গাছের উন্নতি কোণ 30°।

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল প্রশ্ন নং ৮]

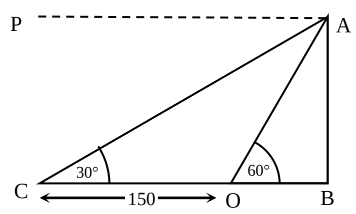
ক. চিত্রের উন্নতি ও অবনতি কোণ দেখাও। ২

খ. নদীটির বিস্তার নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় বারে গাছের শীর্ষের উন্নত কোণ 45° দেখাতে চাইলে লোকটিকে কতটা দূরত্বে পিছিয়ে দেখতে হবে তা নির্ণয় কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

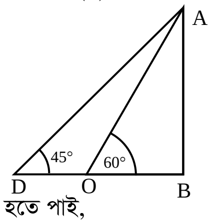
ক



ভূতস্থ O বিন্দুতে AB গাছের শীর্ষ A এর উন্নতি কোণ = 60° এবং অবনতি কোণ $\angle PAO = 60°$। ঐ স্থান হতে 150 মি. পিছিয়ে C বিন্দুতে গেলে উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30°$ এবং অবনতি কোণ $\angle PAC = 30°$ হয়।

খ সৃজনশীল ২১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ



'খ' হতে পাই,

নদীর বিস্তার = OB = x = 75 মিটার।

$\therefore$ গাছটির উচ্চতা = $h = x\sqrt{3}$

$= 75\sqrt{3}$ মিটার

মনে করি, উন্নতি কোণ 45° দেখতে চাইলে O হতে D পর্যন্ত পিছিয়ে যেতে হবে। ধরি, OD = y

তাহলে, ΔABD এ,

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{75\sqrt{3}}{BO + OD}$

বা, $1 = \frac{75\sqrt{3}}{75 + y}$

বা, $75 + y = 75\sqrt{3}$

$\therefore y = 75\sqrt{3} - 75 = 54.904$

$\therefore$ পিছিয়ে দেখতে হবে 54.904 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৫ একটি খুঁটি এমনভাবে ঝড়ে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গোড়া থেকে $12\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর প্রশ্ন নং ৮]

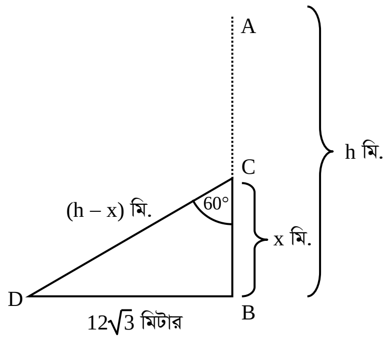
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক ২

খ. সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে $BD = 12\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার

খ ΔBCD থেকে পাই, $\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{12\sqrt{3}}{x}$

MwYZ (AvewkÅK)

বা, $\sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 12\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

∴ $x = 12$ মিটার

আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{12\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $h - x = 24$

বা, $h = 24 + x$

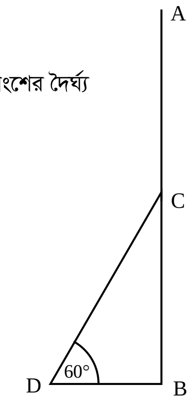
বা, $h = 24 + 12$ [x এর মান বসিয়ে]

∴ $h = 36$ মিটার

∴ সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য 36 মিটার। **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 36 মিটার



চিত্রে, $\angle BDC = 60°$, ভাঙ্গা অংশ AC = CD.

দন্ডায়মান অংশ BC = x মিটার হলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য

AC = CD = (36 – x) মিটার

ΔBCD-এ $\sin\angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{x}{36 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{36 - x}$

বা, $2x = 36\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

বা, $2x + \sqrt{3}x = 36\sqrt{3}$

বা, $(2 + \sqrt{3})x = 36\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{36\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

∴ $x = 16.7076$ মিটার (প্রায়)

∴ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = (36 – 16.7076) মিটার

= 19.292 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৬ ঝড়ে একটি গাছ এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 20 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করল। মাটির সাথে 45° কোণ করে একটি খুঁটি দিয়ে গাছটির দন্ডায়মান অংশে ঠেস দেয়া হল। খুঁটিটির দৈর্ঘ্য 10 মিটার। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[ঝালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি প্রশ্ন নং ৯]

ক. $\cos^2 45° . \cot^2 30° \text{ cosec}^2 60°$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. খুঁটিটির ঠেস দেয়া বিন্দুর উপরে দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\cos^2 45° . \cot^2 30° . \text{cosec}^2 60°$

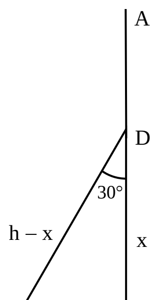
$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 . (\sqrt{3})^2 . \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{3}$

= 2 **(Ans.)**

খ মনে করি, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h

যা ভূমি থেকে BD = x মি.



উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙ্গে $\angle BDC = 30°$ উৎপন্ন করে এবং গাছের শীর্ষ ভূমিতে B থেকে 20 মিটার দূরে C বিন্দুতে স্পর্শ করে।

∴ CD = h – x ∴ AD = CD

এখন, চিত্র থেকে $\tan\angle BDC = \frac{20}{x}$

⇒ $\tan 30° = \frac{20}{x}$

⇒ $x = \frac{20}{\tan 30°} = 20\sqrt{3}$ ... ... (i)

আবার, $\sin\angle BDC = \frac{20}{h - x}$

⇒ $\sin 30° = \frac{20}{h - 20\sqrt{3}}$ [(i) নং থেকে]

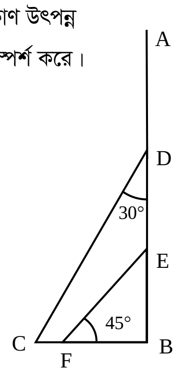
⇒ $\frac{1}{2} = \frac{20}{h - 20\sqrt{3}}$

⇒ $h - 20\sqrt{3} = 40$

∴ $h = 40 + 20\sqrt{3} = 74.64$ (প্রায়)

∴ সম্পূর্ণ গাছটির দৈর্ঘ্য h = 74.64 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ মনে করি, খুঁটিটি মাটির সাথে F বিন্দুতে 45° কোণ উৎপন্ন করে এবং গাছের দন্ডায়মান অংশের E বিন্দুতে স্পর্শ করে।



চিত্র থেকে পাই,

$\sin\angle BFE = \frac{BE}{EF}$

⇒ $\sin 45° = \frac{BE}{10}$

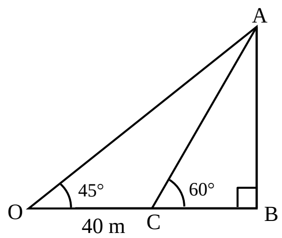
∴ $BE = 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

ঠেস দেয়া বিন্দুর উপরে দন্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য = (BD – BE)

$= (20\sqrt{3} - 5\sqrt{2})$ ['খ' হতে $BD = 20\sqrt{3}$]

= 27.57 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৭



চিত্রে OC = 40 মিটার। [যেখানে $0° \le \theta \le 90°$]

◀*সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[বনানী বিদ্যানিকেতন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৯]

ক. সমাধান কর : $\sin\theta + \cos\theta = 1$ ২

খ. উপরের চিত্র হতে AB এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. চিত্র হতে OAB ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (1)^2$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা, $2\sin\theta\cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta\cos\theta = 0$

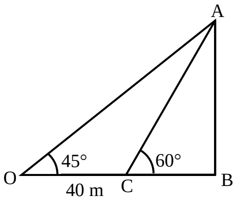
হয়, $\sin\theta = 0$ অথবা, $\cos\theta = 0$

বা, $\sin\theta = \sin 0°$ বা, $\cos\theta = \cos 90°$

∴ $\theta = 0°$ ∴ $\theta = 90°$

∴ নির্ণেয় সমাধান: $\theta = 0°$ অথবা 90°

খ চিত্র হতে,



$\tan 45° = \frac{AB}{OB}$

$\Rightarrow 1 = \frac{AB}{OC + BC}$

$\Rightarrow AB = 40 + BC$

$\therefore AB - BC = 40$ ... ... (i)

এবং $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore BC = \frac{AB}{\sqrt{3}}$ ... ... (ii)

(i) নং এ $BC = \frac{AB}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$AB - \frac{AB}{\sqrt{3}} = 40$

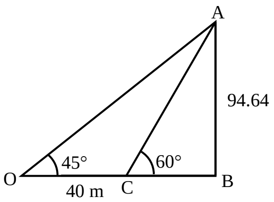
$\Rightarrow \sqrt{3}AB - AB = 40\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB(\sqrt{3} - 1) = 40\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB = \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

$\therefore AB = 94.64$ (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,



$AB = 94.64$

আবার, $\sin 45° = \frac{AB}{OA}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{94.64}{OA}$

$\therefore OA = \sqrt{2} \times 94.64 = 133.84$

আবার, $\tan 45° = \frac{AB}{OB}$

$\Rightarrow 1 = \frac{94.64}{OB}$

$\therefore OB = 94.64$

$\therefore \Delta OAB$ এর পরিসীমা $= (94.64 + 94.64 + 133.84)$

$= 323.12$ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৮ একটি দালানের উচ্চতা 90 মিটার। দালানের চূড়া হতে একটি মসজিদের মিনারের শীর্ষ ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60°।

[এস ও এস হারম্যান মেইনার কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

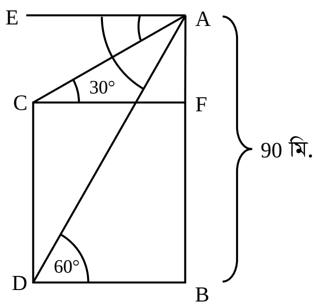
ক. তথ্যটিকে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২

খ. দালান ও মসজিদের মিনারের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. মসজিদের মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, দালানের উচ্চতা $AB = 90$ মিটার এবং মিনারের উচ্চতা CD। দালানের চূড়া A হতে মিনারের শীর্ষ C এবং পাদদেশে D বিন্দুতে অবনতি কোণ যথাক্রমে $\angle EAC = 30°$ এবং $\angle EAD = 60°$।

$EA \parallel CF$ এবং $EA \parallel BD$ আঁকি।

$\therefore \angle ACF =$ একান্তর $\angle EAC = 30°$

এবং $\angle ADB =$ একান্তর $\angle EAD = 60°$

খ দালান ও মসজিদের মিনারের মধ্যবর্তী দূরত্ব BD.

ΔABD হতে, $\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{90}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{90}{BD}$

$\therefore BD = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3} = 51.96$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'ক' এ অঙ্কিত চিত্রানুসারে,

BFCD একটি আয়ত। যার $CF = BD = 30\sqrt{3}$ মি. এবং $CD = BF$

ΔACF-এ, $\tan\angle ACF = \frac{AF}{CF}$

বা, $\tan 30° = \frac{AF}{30\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AF}{30\sqrt{3}}$

$\therefore AF = 30$ মি.

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা, $CD = BF = AB - AF$

$= 90 - 30$

$= 60$ মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৯ একটি দালানের পাদদেশ থেকে 50 মিটার দূরের ভূতলস্থ কোনো বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ 60°। ঐ বিন্দু হতে x মিটার পেছনের দিকে গেলে ছাদের উন্নতি কোণ 30° হয়।

[সরকারি মোহাম্মদপুর মডেল স্কুল ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]

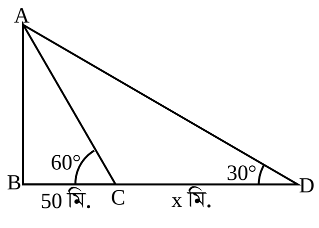
ক. উপরের তথ্যের প্রেক্ষিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২

খ. দালানের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. পেছনের বিন্দু হতে দালানের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ধরি, AB দালানের পাদদেশ B থেকে 50 মি. দূরে C বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$। C থেকে x মিটার পিছনে D বিন্দুর উন্নতি কোণ $\angle ADB = 30°$

$\therefore BC = 50$ মি.

$CD = x$ মি.

খ 'ক' থেকে সমকোণী ΔABC এ,

$\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{AB}{50}$

$\therefore AB = 50 \times \tan 60° = 50\sqrt{3}$

$= 86.60$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ সমকোণী $\triangle ABD$ এ $\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$

বা, $\sin 30° = \frac{50\sqrt{3}}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{AD}$

$\therefore$ $AD = 50\sqrt{3} \times 2 = 173.21$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯০ কোনো স্থান থেকে একটি পিলারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে পিলারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়। 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই ঠেস দিয়ে পিলারের সাথে এমনভাবে রাখা হলো যেন এটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। *[সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৮]*

ক. একটি বেলনের উচ্চতা 40 মিটার এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 0.5 মিটার হলে, বেলনের আয়তন কত? ২

খ. পিলারটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. মইটি পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কত দূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বেলনের উচ্চতা, $h = 40$ মি.

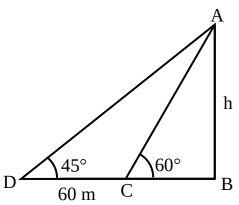
ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 0.5$ মি.

$\therefore$ বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (0.5)^2 \times 40$ ঘন মি.

$= 31.416$ ঘন মি. **(Ans.)**

খ



মনে করি, পিলারের উচ্চতা AB = h মিটার এবং D বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি কোণ 45°। D বিন্দু থেকে DC = 60 মিটার এগিয়ে গেলে উন্নতি $\angle ACB = 60°$ হয়।

$\triangle ABC$ হতে পাই, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{BC}$

$\therefore BC = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

আবার, $\triangle ABD$ হতে পাই, $\tan 45° = \frac{AB}{BD}$

বা, $1 = \frac{h}{BC + CD}$

বা, $h = BC + CD$

বা, $h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 60$ [(i) নং হতে]

বা, $h\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 60$

বা, $h\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right) = 60$

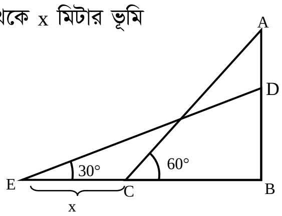
বা, $h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

$\therefore h = 141.96$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ পিলারের উচ্চতা = 141.96 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ ধরি, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে x মিটার ভূমি বরাবর সরানো হয়।

এখন, AC = DE = 16 মিটার



এবং BE = BC + x

এখানে, $\triangle ABC$ এ

$\cos 60° = \frac{BC}{AC}$

$\Rightarrow BC = AC \times \cos 60° = 16 \times 0.5$

$\therefore BC = 8$

$\therefore BE = 8 + x$

তাহলে, $\cos 30° = \frac{8 + x}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8 + x}{16}$

বা, $16 + 2x = 16\sqrt{3}$

বা, $2x = 16\sqrt{3} - 16$

বা, $x = \frac{16\sqrt{3} - 16}{2}$

$\therefore$ $x = 5.86$

অর্থাৎ, মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আরও 5.86 মিটার সরাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯১ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।

[আই.ই.টি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নারায়ণগঞ্জ প্রশ্ন নং ৮]

ক. তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে, ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৯২ 48 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $16\sqrt{3}$ মিটার।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[রাজবাড়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজবাড়ী প্রশ্ন নং ৮]

ক. সমাধান কর : $\tan^2 A - (1 + \sqrt{3}) . \frac{1}{\cot A} + \sqrt{3} = 0$ ২

খ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ কত হ্রাস পেলে ছায়ার দৈর্ঘ্য $32\sqrt{3}$ মিটার বৃদ্ধি পাবে? ৪

৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $\tan^2 A - (1 + \sqrt{3})\frac{1}{\cot A} + \sqrt{3} = 0$

বা, $\tan^2 A - \tan A - \sqrt{3}\tan A + \sqrt{3} = 0$

বা, $\tan A(\tan A - 1) - \sqrt{3}(\tan A - 1) = 0$

বা, $(\tan A - 1)(\tan A - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $\tan A - 1 = 0$ অথবা, $\tan A - \sqrt{3} = 0$

বা, $\tan A = 1$ বা, $\tan A = \sqrt{3}$

বা, $\tan A = \tan 45°$ বা, $\tan A = \tan 60°$

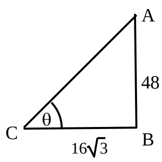
$\therefore$ $A = 45°$ $\therefore$ $A = 60°$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $A = 45°$ অথবা $60°$

খ মনে করি, AB = 48 মি. দীর্ঘ

একটি গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য $BC = 16\sqrt{3}$

ধরি, গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ $\angle BCA = \theta$



$\therefore$ চিত্রানুসারে, $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{48}{16\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

বা, $\tan\theta = \tan 60°$

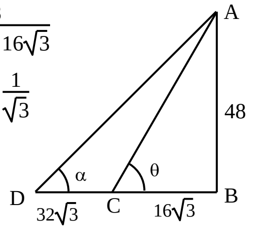
$\therefore$ $\theta = 60°$ **(Ans.)**

গ গাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $16\sqrt{3}$ হলে উন্নতি কোণ $\theta = 60°$ ['ক' হতে]

ধরি, ছায়ার দৈর্ঘ্য $32\sqrt{3}$ মি. বৃদ্ধি পেলে উন্নতি কোণ = α

চিত্রানুসারে, $\tan\alpha = \frac{AB}{BD} = \frac{48}{32\sqrt{3} + 16\sqrt{3}}$

$= \frac{48}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



$\therefore \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \alpha = 30°$

গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ হ্রাসের পরিমাণ $= (\theta - \alpha)$

$= (60° - 30°)$

$= 30°$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৩ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেল যেন ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে স্পর্শ করে। *[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, মোমেনশাহী ⎕ প্রশ্ন নং ৮]*

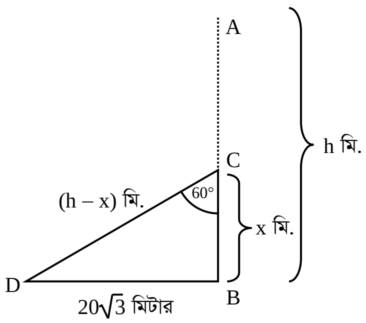
ক. উদ্দীপক অনুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাঙা অংশ ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করলে ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য কত? ৪

৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য AB = h মিটার। BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 60°$ উৎপন্ন করে গাছটির গোড়া থেকে $BD = 20\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

খ এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার

ΔBCD থেকে পাই, $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{20\sqrt{3}}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{20\sqrt{3}}{x}$

বা, $\sqrt{3}x = 20\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 20 মিটার

আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{20\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{h - x}$

বা, $h - x = 40$

বা, $h = 40 + x$

বা, $h = 40 + 20$ [x এর মান বসিয়ে]

$\therefore$ h = 60 মিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য 60 মিটার। **(Ans.)**

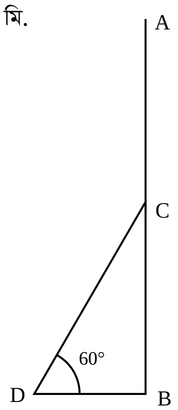
গ 'খ' হতে পাই,

AB = 60 মিটার

চিত্রে $\angle BDC = 60°$; দন্ডায়মান অংশ BC = x মি. হলে

ভাঙ্গা অংশ = AC = CD = AB – x = (60 – x) মি.

ΔBCD হতে,



$\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$

বা, $\sin 60° = \frac{x}{60 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{60 - x}$

বা, $2x = 60\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

বা, $x(2 + \sqrt{3}) = 60\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{60\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore$ x = 27.85 মিটার (প্রায়)

$\therefore$ ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = (60 – 27.85) মি.

= 32.15 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৪ 16 মিটার দীর্ঘ একটি মই লম্বভাবে দন্ডায়মান একটি দেয়ালের ছাদ বরাবর ঠেস দিয়ে রাখা হলো। ফলে একটি ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করল। *[আমর্ড পুলিশ ব্যাটালিয়ন পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া ⎕ প্রশ্ন নং ৮]*

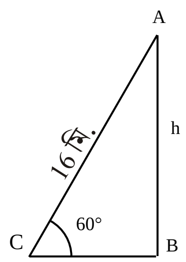
ক. উদ্দীপক অনুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেয়ালের সাথে ঠেস দিয়ে রাখা অবস্থায় মইটিকে পূর্বের অবস্থান থেকে ভূমি বরাবর আর কতদূর সরালে মইটি ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে? ৪

৯৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, দেয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার, মইটির দৈর্ঘ্য AC = 16 মিটার এবং মইটি ভূমির সাথে $\angle ACB = 60°$ উৎপন্ন করে।

খ ΔABC থেকে পাই,

$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{h}{16}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{16}$

বা, $2h = 16\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{16\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 8\sqrt{3}$

$\therefore$ h = 13.86 মিটার

$\therefore$ দেয়ালের উচ্চতা 13.86 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ৯০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৯৫ একটি গাছের শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 60°। ◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[দিনাজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর প্রশ্ন নং ৮]

ক. $1 - \cos^2\theta = \frac{3}{4}$ হলে $\tan\theta$ = কত? ২

খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

গ. গাছটি ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে মাটি স্পর্শ করে। গাছটি কত উচুতে ভেঙ্গেছিল? ৪

৯৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $1 - \cos^2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\sin^2\theta = \frac{3}{4}$

বা, $\sin\theta = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 60°$

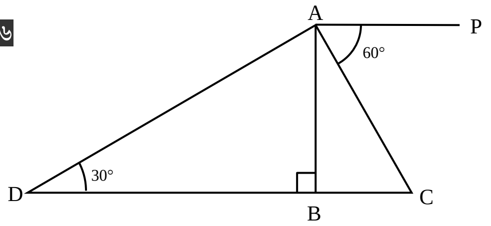
$\therefore \theta = 60°$

$\therefore \tan\theta = \tan 60° = \sqrt{3}$. **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৬১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৬১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৯৬



চিত্রে, AC = 48 সে.মি. এবং AP ∥ CD

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[আইডিয়াল রেসিডেন্সিয়াল মডেল স্কুল, দিনাজপুর প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\text{cosec}(90° - \theta) = \frac{13}{12}$ হলে, $\sin\theta - \cos\theta$ = কত? ২

খ. AD এবং CD এর মান নির্ণয় কর। ৪

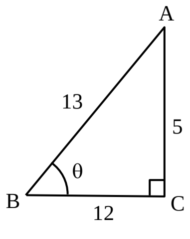
গ. $3\cot^2\angle ACB + \frac{1}{4}\text{cosec}\angle CAB + 5\sin^2\angle ADB - 4\cos^2\angle BAD$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৯৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\text{cosec}(90° - \theta) = \frac{13}{12}$

বা, $\sec\theta = \frac{13}{12}$

বা, $\cos\theta = \frac{12}{13}$



আমরা জানি, $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

$\therefore \Delta ABC$ এ, ভূমি, BC = 12

অতিভুজ, AB = 13

$\therefore$ লম্ব, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$

$= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

$\therefore \sin\theta = \frac{5}{13}$

$\therefore \sin\theta - \cos\theta = \frac{5}{13} - \frac{12}{13} = -\frac{7}{13}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AC = 48 সে.মি.

ΔABD এ $\angle BAD = 90° - 30° = 60°$

ΔABC এ, $\angle CAB = 90° - 60° = 30°$

$\therefore \angle CAD = 60° + 30° = 90°$

$\therefore \Delta ADC$ হতে পাই,

$\sin\angle ADC = \frac{AC}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{48}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{48}{CD}$

$\therefore CD = 48 \times 2 = 96$ সে.মি. **(Ans.)**

এবং $\tan\angle ADC = \frac{AC}{AD}$

বা, $\tan 30° = \frac{48}{AD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{48}{AD}$

$\therefore AD = 48\sqrt{3} = 83.138$ সে.মি. **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

$\angle CAB = 30°$

$\angle ADB = 30°, \angle ACB = \angle PAC = 60°$

$\angle BAD = 60°$

প্রদত্ত রাশি $= 3\cot^2\angle ACB + \frac{1}{4}\text{cosec}\angle CAB + 5\sin^2\angle ADB - 4\cos^2\angle BAD$

$= 3\cot^2 60° + \frac{1}{4}\text{cosec}30° + 5\sin^2 30° - 4\cos^2 60°$

$= 3.(\cot 60°)^2 + \frac{1}{4}.\text{cosec}30° + 5(\sin 30°)^2 - 4(\cos 60°)^2$

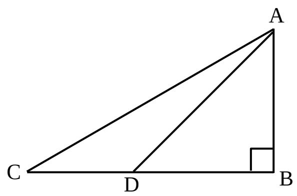
$= 3.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4}.2 + 5.\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4.\left(\frac{1}{2}\right)^2$

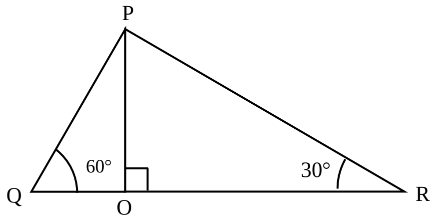
$= 3.\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 5.\frac{1}{4} - 4.\frac{1}{4}$

$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{5}{4} - 1$

$= \frac{1}{2} + \frac{5}{4} = \frac{2+5}{4} = \frac{7}{4}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯৭





চিত্র-১: AB = BD = 12 মি এবং উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45°$ চিত্রে QR = 1200 মি.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[বীরগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, দিনাজপুর প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\sec 6A = \frac{2}{\sqrt{3}}$ হলে 3A এর মান কত? ২

খ. চিত্র-১ অনুসারে, $\angle ACB = \frac{2}{3}\angle ADB$ হলে, CD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. PO-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

৯৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\sec 6A = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cos 6A} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $\cos 6A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos 6A = \cos 30°$

বা, $6A = 30°$

বা, $3A = \frac{30°}{2}$

$\therefore$ $3A = 15°$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, AB = BD = 12 মি.

এবং উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45°$

$\therefore \angle ACB = \frac{2}{3} \angle ADB = \frac{2}{3} \times 45° = 30°$

এখন, ΔABC-এ, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{12}{BC}$

বা, $BC = \frac{12}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$\therefore$ $BC = 12\sqrt{3}$

$\therefore$ CD এর দৈর্ঘ্য = BC – BD

$= (12\sqrt{3} - 12)$ মি.

$= (20.785 - 12)$ মি.

$= 8.785$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৯৮ একটি মিনারের শীর্ষবিন্দু হতে 16 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30°. *[গাইবান্ধা সরকারি উচ্চ বালক বিদ্যালয়, গাইবান্ধা প্রশ্ন নং ৮]*

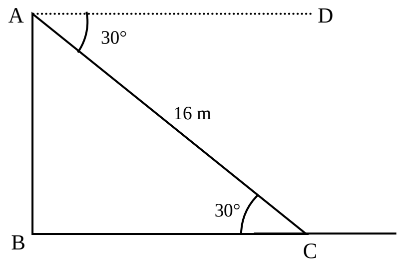
ক. চিত্র এঁকে সংক্ষিপ্ত বিবরণ লিখ। ২

খ. ভূতলস্থ বিন্দু হতে মিনারের পাদবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

গ. ঐ বিন্দু হতে মিনারের দিকে 5.86 মিটার এগিয়ে এসে উক্ত বিন্দুতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় কর। ৪

৯৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, AB মিনারের শীর্ষবিন্দু A হতে 16 মিটার দূরের ভূতলস্থ C বিন্দুর অবনতি কোণ $\angle DAC = 30°$ এবং AC = 16 মিটার।

খ চিত্রে, AD || BC এবং AC এদের ছেদক

$\therefore \angle DAC =$ একান্তর $\angle ACB = 30°$

ΔABC-এ $\cos\angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 30° = \frac{BC}{16}$ [মান বসিয়ে]

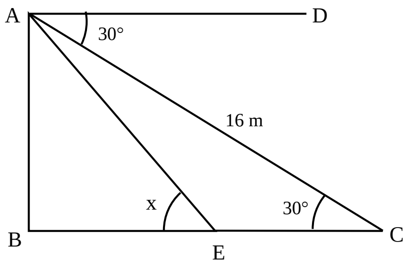
বা, $BC = 16 \times \cos 30°$

বা, $BC = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $BC = 8\sqrt{3}$

$\therefore$ ভূতলস্থ বিন্দু C হতে মিনারের পাদবিন্দুর দূরত্ব $8\sqrt{3}$ মিটার। **(Ans.)**

গ



'খ' থেকে পাই, $BC = 8\sqrt{3}$ মি. = 13.86 মি.

শর্তানুসারে, EC = 5.86 মি.

$\therefore$ BE = BC – EC = 13.86 – 5.86 মি. = 8 মি.

ΔABC এ $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{AB}{8\sqrt{3}}$

বা, $AB = \frac{1}{\sqrt{3}} . 8\sqrt{3} = 8$

এখন, ΔABE-এ $\tan\angle AEB = \frac{AB}{BE}$

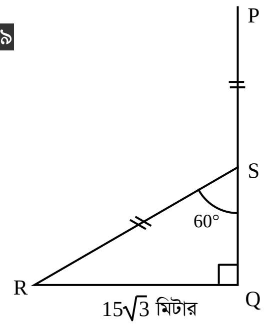
বা, $\tan\angle AEB = \frac{8}{8} = 1$

বা, $\tan\angle AEB = \tan 45°$

$\therefore$ $\angle AEB = 45°$

$\therefore$ E বিন্দুতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯৯



◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[ইবনে তাইমিয়া স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৮]

ক. উদ্দীপক হতে দেখাও যে, $\sin 3R = 3\sin R - 4\sin^3 R$ ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. $\angle QSR = 30°$ হলে, ΔQRS এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

৯৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔQSR-এ, $\angle SQR = 90°$

এবং $\angle QSR = 60°$

এখন, $\angle QSR + \angle SRQ = 90°$

বা, $\angle R = 90° - \angle QSR$

$= 90° - 60° = 30°$

$\therefore$ $3\sin R - 4\sin^3 R$

$= 3\sin 30° - 4(\sin 30°)^3$

$= 3 . \frac{1}{2} - 4 . \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{3}{2} - 4 . \frac{1}{8} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$= 1 = \sin 90°$

$= \sin 3 \times 30° = \sin 3R$

$\therefore \sin 3R = 3\sin R - 4\sin^3 R$ **(দেখানো হলো)**

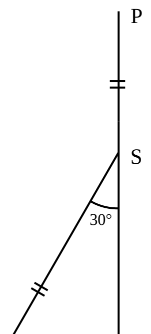
খ সৃজনশীল ১৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, $\angle QSR = 30°$

'খ' হতে পাই, PQ = 45 মিটার

ধরি, SQ = x মিটার,

তাহলে, RS = PS = (45 – x) মিটার



MwYZ (AvewkÅK)

সমকোণী ΔQSR এ

$\cos \angle RSQ = \frac{SQ}{RS}$

বা, $\cos 30° = \frac{x}{45 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{45 - x}$

বা, $2x = 45\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

বা, $2x + \sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$

বা, $x(2 + \sqrt{3}) = 45\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{45\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

$\therefore$ $x = 20.88$

$\therefore$ $SQ = 20.88$ মিটার (প্রায়)

এবং $RS = 45 - 20.88 = 24.12$ মিটার (প্রায়)

আবার, সমকোণী ΔQSR-এ

$RS^2 = QS^2 + QR^2$

বা, $QR^2 = RS^2 - QS^2$

বা, $QR^2 = (24.12)^2 - (20.88)^2$

বা, $QR = \sqrt{145.8}$

$\therefore$ $QR = 12.07$

$\therefore$ ΔQSR এর পরিসীমা $= SQ + QR + RS$

$= (20.88 + 12.07 + 24.12)$ মিটার

$= 57.07$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০০ একজন বিদ্যুৎকর্মী বিদ্যুতের তার সংযোগ দেওয়ার জন্য 10 মিটার উচ্চতার খুঁটিতে 11.54 মিটার মই ব্যবহার করে যা খুঁটির সাথে α কোণ ও ভূমির সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। তাতে করে বিপজ্জনক অবস্থার সৃষ্টি হয়। পরে সে পূর্বের চেয়ে লম্বা মই ব্যবহার করায় পূর্বের অবস্থান থেকে পিছিয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ তৈরি হয়। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০*

[হাজীগঞ্জ পাইলট বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর প্রশ্ন নং ৮]

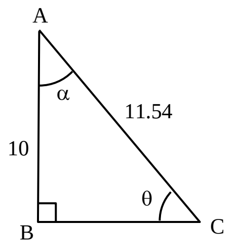
ক. θ কোণের মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$. ৪

গ. মইটি ভূমিতে প্রথম অবস্থান থেকে কত দূর সরাতে হয়েছে? ৪

১০০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, একটি খুঁটির উচ্চতা, AB = 10 মিটার। মই AC এর দৈর্ঘ্য 11.54 মিটার যা খুঁটির সাথে $\angle BAC = \alpha$ এবং ভূমির সাথে $\angle ACB = \theta$ কোণ উৎপন্ন করে।

সমকোণী ΔABC-এ, $\sin\theta = \frac{AB}{AC}$

$= \frac{10}{11.54}$

$= 0.8665$

$\therefore \theta = \sin^{-1}(0.8665) = 60°$ (প্রায়)

খ 'ক' এর চিত্র অনুসারে,

$\alpha + \theta = 90°$

বা, $\alpha + 60° = 90°$

$\therefore$ $\alpha = 30°$

এখন, বামপক্ষ $= \cos 3\alpha$

$= \cos(3 \times 30°)$

$= \cos 90° = 0$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

$= 4\cos^3 30° - 3\cos 30°$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 . \frac{\sqrt{3}}{2}$

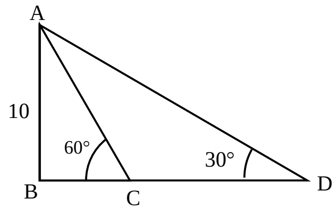
$= 4 . \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

অর্থাৎ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore$ $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$ **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, নতুন লম্বা মই ব্যবহার করায় মইটি পূর্বের অবস্থান C হতে CD দূরত্বে D বিন্দুতে অবস্থান করে।

এখন, পূর্বের অবস্থানের জন্য,

$\cot\angle ACB = \frac{BC}{AB}$

বা, $\cot 60° = \frac{BC}{10}$ ['ক' হতে পাই]

$\therefore$ $BC = 10\cot 60° = \frac{10}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ $BC = 5.77$ (প্রায়)

নতুন মইয়ের জন্য,

সমকোণী ΔABD-এ,

$\cot 30° = \frac{BD}{AB}$

$\therefore$ $BD = 10\cot 30° = 10\sqrt{3}$

$\therefore$ $BD = 17.32$ (প্রায়)

১ম অবস্থান হতে সরণ $= CD = BD - BC$

$= 17.32 - 5.77$

$= 11.55$ মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০১ (i) একটি গাছ ঝড়ে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে মাটি স্পর্শ করেছে এবং গাছটি 18 মিটার উঁচু।

(ii) দুটি মাইলপোস্ট P ও Q এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি টাওয়ার অবস্থিত। টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে P ও Q এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 45°। *[খাগড়াছড়ি ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, খাগড়াছড়ি প্রশ্ন নং ৮]*

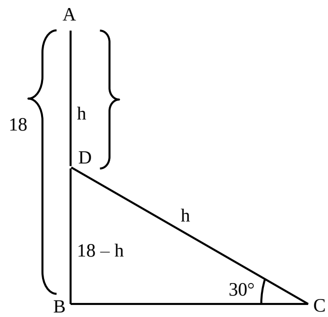
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ (i) নং উদ্দীপকের চিত্র আঁক। ২

খ. গাছটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪

১০১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, গাছটির উচ্চতা AB = 18 m. গাছটি D বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমিতে C বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং ভূমির সাথে C বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

খ মনে করি, গাছটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = h

$\therefore$ BD = 18 – h, AD = CD = h

এখন, ΔBCD এ, $\sin 30° = \frac{BD}{CD}$

$\Rightarrow \sin 30° = \frac{18-h}{h}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18-h}{h}$

$\Rightarrow 36 - 2h = h$

$\Rightarrow 3h = 36$

$\therefore h = 12$

$\therefore$ গাছটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য = 12 m **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ৩০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১০২ ভূতলস্থ কোন স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 40 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের ছাদের ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ 45° হয়। *[সরকারি এম.সি. একাডেমী, সিলেট প্রশ্ন নং ৮]*

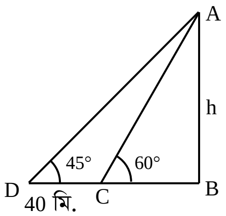
ক. উপরের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দালানের উচ্চতা নিণয় কর। ৪

গ. দালানের পাদদেশ হতে ভূমির শেষোক্ত স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

১০২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



মনে করি, দালানের উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ভূতলস্থ C বিন্দুতে শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 60°$. C বিন্দু থেকে 40 মিটার পিছিয়ে গেলে D বিন্দুতে উন্নতি $\angle ADB = 45°$ এবং CD = 40 মি. হয়।

খ 'ক' এর চিত্র হতে পাই,

ΔABC এ, $\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

$\therefore BC = \frac{AB}{\tan\angle ACB} = \frac{h}{\tan 60°} = \frac{h}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔABD এ, $\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{AB}{BC + CD}$

বা, $1 = \frac{h}{\frac{h}{\sqrt{3}} + 40}$

বা, $\frac{h}{\sqrt{3}} + 40 = h$

বা, $h\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = \frac{40}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$ [লব ও হরকে $\sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

= 94.64 মিটার **(Ans.)**

গ 'ক' এর চিত্র হতে,

দালানের পাদদেশ হতে ভূমির শেষোক্ত স্থানের দূরত্ব = BD

এখন, BD = BC + CD

আবার, 'খ; হতে পাই, $BC = \frac{h}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ $BD = \frac{h}{\sqrt{3}} + 40$

$= \frac{94.64}{\sqrt{3}} + 40$

= 94.64 মিটার **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০৩ একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া হতে 20 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। *[কানাইঘাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট প্রশ্ন নং ৮]*

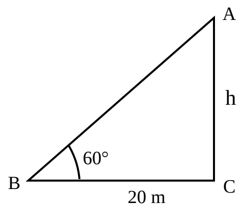
ক. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূ-তলের কোন বিন্দুতে মিনারের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? ২

খ. গাছটি কত উচুতে ভেঙ্গেছিল? ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১০৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



এখানে, মিনারের উচ্চতা AC = h এবং মিনারের পাদদেশ C থেকে CB = 20 মিটার দূরে B বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle ABC = 60°$।

সমকোণী ΔABC এ, $\tan\angle ABC = \frac{AC}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{20}$

বা, $h = 20\sqrt{3}$

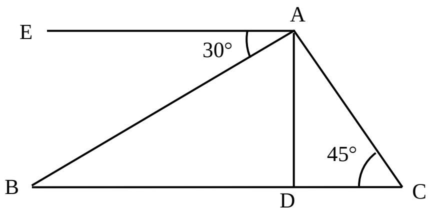
$\therefore$ h = 34.64 (প্রায়)

$\therefore$ মিনারটির উচ্চতা 34.64 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৯(ক + খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১০৪



চিত্রে EA || BC, AD ⊥ BC এবং DC = 10 মিটার

[দি বাডস্ রেসিডেনসিয়্যাল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, মৌলভীবাজার প্রশ্ন নং ৮]

ক. $\angle BAD$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

MwYZ (AvewkÅK)

গ. ΔABC এর পরিসীমা নির্ণয় কর। ৪

১০৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle BAE = 30°$

এখন, $EA \parallel BC$ এবং $AD \perp BC$ হওয়ায় $\angle EAD = 90°$

বা, $\angle BAE + \angle BAD = 90°$

বা, $\angle BAD = 90° - \angle BAE$

বা, $\angle BAD = 90° - 30°$

$\therefore$ $BAD = 60°$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১০৫ মুচকান দেখল গাছের শীর্ষ ডালে একটি আম ঝুলে আছে। সে গাছের গোড়া থেকে 7 মি. দূরে দাঁড়িয়ে একটি বাঁশের নল দ্বারা 60° কোণে আমটি পাড়ল। *[বি.এম. স্কুল, বরিশাল প্রশ্ন নং ৮]*

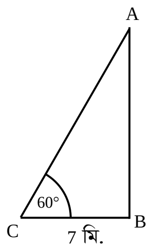
ক. উপরের তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে দেখাও। ২

খ. আমটি কত উঁচুতে ঝুলে ছিল? ৪

গ. মুচকান আমটি পাড়তে কত মিটার বাঁশের নল নিয়েছিল? ৪

১০৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ভূমি হতে AB গাছের শীর্ষ বিন্দু A। গাছের গোড়া থেকে 7 মিটার দূরে C বিন্দুতে দাঁড়িয়ে মুচকান আমটি পাড়ে। বাঁশের নল AC, ভূমি BC এর সাথে $\angle ACB = 60°$ কোণ তৈরি করে।



খ মনে করি, ভূমি হতে আমের উচ্চতা, AB = h মিটার

চিত্রে, ΔABC-এ

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{7}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{7}$

বা, $h = 7\sqrt{3} = 12.124$

$\therefore$ আমটি 12.124 মিটার উচুতে ঝুলে ছিল। **(Ans.)**

গ ΔABC-এ, $\cos 60° = \frac{BC}{AC}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{7}{AC}$

$\therefore$ $AC = 14$

সুতরাং বাঁশের নলের দৈর্ঘ্য 14 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০৬ একটি গাছ AB ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$m দূরে C বিন্দুতে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। ◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[বাংলাদেশ শিক্ষক সমিতি (কামরুজ্জামান গ্রুপ), বরিশাল প্রশ্ন নং ৮]

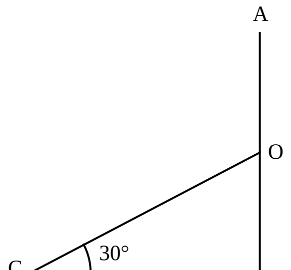
ক. sin2C এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{BO}{BC} + \frac{CO}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin C}{1 - \sin C}$ ৪

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১০৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



AB গাছটি ঝড়ে O বিন্দুতে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে গোড়া থেকে $10\sqrt{3}$ m দূরে C বিন্দুতে $\angle BCO = 30°$ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ $\angle C = 30°$

$\therefore$ $\sin 2C = \sin 2 \times 30° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১০৭ টুকু তাদের বাড়ির দালানের সামনে দাঁড়িয়েছিল। ঐ অবস্থান থেকে দালানের ছাদের কোন বিন্দুর উন্নতি কোণ 30°। সে দালানের দিকে 60 মিটার এগিয়ে গিয়ে দেখল যে ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ 45°।

[পটুয়াখালী সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী প্রশ্ন নং ৮]

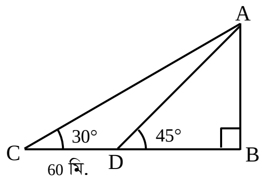
ক. তথ্যটিকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. টুকুর বাড়ির দালানের ছাদের উচ্চতা কত? ৪

গ. টুকু আরও সামনে এগিয়ে দেখল যে তার অবস্থানের উন্নতি কোণ 60°। তাহলে সে আদি অবস্থান থেকে কতটুকু এগিয়েছিল? ৪

১০৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, দালানের শীর্ষবিন্দু A, টুকুর অবস্থান C তে শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ $\angle ACB = 30°$। C থেকে 60 মিটার এগিয়ে D বিন্দুতে উন্নতি কোণ $\angle ADB = 45°$



খ মনে করি,

দালানের ছাদের উচ্চতা, AB = h মিটার

এবং BD = x মিটার

সুতরাং BC = (x + 60) মিটার

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ ABD-এ

$\tan\angle ADB = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x}$

বা, $1 = \frac{h}{x}$

$\therefore$ $x = h$ ... ... (i)

আবার, ΔABC-এ,

$\tan\angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{x + 60}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{h + 60}$ [h = x]

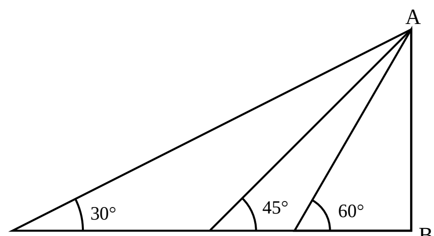
বা, $h\sqrt{3} = h + 60$

বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 60$

বা, $h = \frac{60}{\sqrt{3} - 1}$

$\therefore$ h = 81.96 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

গ



টুকু D বিন্দু থেকে দালানের দিকে আরও সামনে এগিয়ে E বিন্দুতে পৌঁছাল। E বিন্দুতে ছাদের উন্নতি কোণ $\angle AEB = 60°$

'খ' হতে পাই, দালানের উচ্চতা, AB = 81.96 মিটার

এবং BD = 81.96 মিটার

এখন, সমকোণী ΔABE হতে পাই,

$\tan \angle AEB = \frac{AB}{BE}$

বা, $\tan 60° = \frac{AB}{BE}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{81.96}{BE}$

$\therefore$ $BE = \frac{81.96}{\sqrt{3}} = 47.32$ মিটার (প্রায়)

এবং BC এর দৈর্ঘ্য = BD + CD

= (81.96 + 60) মিটার

= 141.96 মিটার

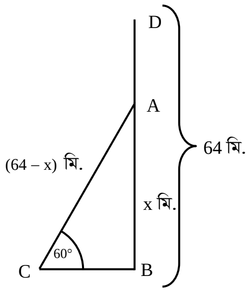
সুতরাং আদি অবস্থান C থেকে E এর দূরত্ব = CE = BC – BE

= (141.96 – 47.32) মিটার

= 94.64 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০৮

64 মিটার লম্বা একটা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি x মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গেছিল। উপরোক্ত তথ্য ও চিত্রের মাধ্যমে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



◀সমন্বিত অধ্যায় ৯ ও ১০

[সরকারি হরচন্দ্র বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঝালকাঠি ⎕ প্রশ্ন নং ৮]

ক. AB ও AC এর সম্পর্ক থেকে x এর মাধ্যমে সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ΔABC এর $\angle BAC$ এর জন্য দেখাও যে, $\cos^2 2A - \sin^2 2A = \frac{1 - \tan^2 2A}{1 + \tan^2 2A}$. ৪

১০৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্র হতে, $\sin 60° = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{64 - x}$

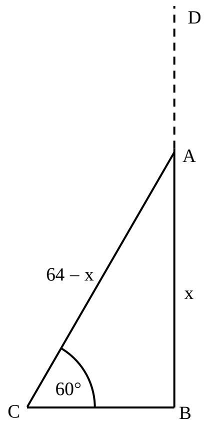
বা, $2x = 64\sqrt{3} - \sqrt{3}x$

খ মনে করি, খুঁটিটির উচ্চতা, BD = 64 মিটার।

খুঁটিটি A বিন্দুতে x মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে $\angle BCA = 60°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$ AD = AC = (64 – x) মিটার

$\therefore$ AB = x মিটার



এখন, ΔABC -এ

$\sin \angle BCA = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{x}{64 - x}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{64 - x}$

বা, $\sqrt{3}(64 - x) = 2x$

বা, $64\sqrt{3} - \sqrt{3}x = 2x$

বা, $x(\sqrt{3} + 2) = 64\sqrt{3}$

বা, $x = \frac{64\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2}$

$\therefore$ x = 29.7

$\therefore$ খুঁটিটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য AC = (64 – x) মি.

= (64 – 29.7) মি. = 34.3 মি. (প্রায়) **(Ans.)**

গ 'খ' এর চিত্র থেকে $\angle C = 60°$ এবং $\angle B = 1$ সমকোণ = 90°

$\therefore$ $\angle A = 30°$

এখন, বামপক্ষ $= \cos^2 2A - \sin^2 2A$

$= \cos^2(2 \times 30°) - \sin^2(2 \times 30°)$

$= \cos^2 60° - \sin^2 60°$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1 - 3}{4} = -\frac{1}{2}$

ডানপক্ষ $= \frac{1 - \tan^2 2A}{1 + \tan^2 2A}$

$= \frac{1 - \tan^2 60°}{1 + \tan^2 60°} = \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2}$

$= \frac{1 - 3}{1 + 3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ $\cos^2 2A - \sin^2 2A = \frac{1 - \tan^2 2A}{1 + \tan^2 2A}$ **(দেখানো হলো)**