অধ্যায় ১৩: সসীম ধারা

প্রশ্ন ▶১ $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots \ldots \ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1022 এবং একটি সমান্তর ধারার 10 তম পদ 34 এবং 16 তম পদ 52.

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots \ldots + 11^2$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

সুতরাং $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 11^2 = \frac{11(11+1)(22+1)}{6}$

$= \frac{11 \times 12 \times 23}{6}$

$= 506$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটি, $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots \ldots$

যার প্রথম পদ, $a = 2$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2 > 1$

$\therefore$ এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r > 1$$

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

প্রশ্নমতে, $2(2^n - 1) = 1022$

বা, $2^n - 1 = 511$

বা, $2^n = 512$

বা, $2^n = 2^9$

$\therefore n = 9$ **(Ans.)**

গ মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

সুতরাং 10-তম পদ $a + (10 - 1)d = a + 9d$

এবং 16-তম পদ $= a + (16 - 1)d = a + 15d$

প্রশ্নমতে, $a + 9d = 34 \ldots \ldots$ (i)

$a + 15d = 52 \ldots \ldots$ (ii)

(ii) – (i) করে পাই,

$a + 15d - a - 9d = 52 - 34$

বা, $6d = 18 \therefore d = 3$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$a + 9 \times 3 = 34$

বা, $a = 34 - 27$

$\therefore a = 7$

এখন ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি

$= \frac{20}{2}\{2a + (20 - 1)d\}$

$= 10\{2 \times 7 + 19 \times 3\}$

$= 10(14 + 57)$

$= 10 \times 71$

$= 710$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{1}{2}$ এবং 7 তম পদ $\frac{1}{128}$। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম 5টি পদের সমষ্টি 35 এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 120 *[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + \ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 20 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + \ldots$

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \log 3^4 + \ldots$

$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + 4\log 3 + \ldots$

ধারাটির সাধারণ অন্তর, $d = 2\log 3 - \log 3$

$= \log 3$ **(Ans.)**

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত = r

ধারাটির 7 তম পদ $= ar^{7-1} = \frac{1}{2} \cdot r^6$

শর্তমতে, $\frac{1}{2} r^6 = \frac{1}{128}$

বা, $r^6 = \frac{1}{64}$

বা, $r^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$

$\therefore r = \frac{1}{2} < 1$

সুতরাং গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি

$= \frac{a(1 - r^7)}{1 - r}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^7}\right)}{\frac{1}{2}}$

$= 1 - \frac{1}{128}$

$= \frac{127}{128}$ **(Ans.)**

গ মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

সাধারণ অন্তর = d

সুতরাং প্রথম 5টি পদের সমষ্টি $= \frac{5}{2}\{2a + (5 - 1)d\}$

এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{10}{2}\{2a + (10 - 1)d\}$

১ম শর্তমতে, $\frac{5}{2}(2a + 4d) = 35$

বা, $2a + 4d = 14 \ldots \ldots$ (i)

২য় শর্তমতে, $5(2a + 9d) = 120$

বা, $2a + 9d = 24 \ldots \ldots$ (ii)

(ii) নং থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$5d = 10 \therefore d = 2$

(i) নং এ d = 2বসিয়ে পাই,

$2a + 4 \times 2 = 14$

বা, $2a = 14 - 8$

বা, $a = \frac{6}{2} \therefore a = 3$

সুতরাং ধারাটির 20 তম পদ $= a + (20 - 1)d$

$= 3 + 19 \times 2$

$= 3 + 38$

$= 41$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩ একটি সমান্তর ধারার 15-তম পদ 89 এবং 21-তম পদ 125 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারা $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + \ldots\ldots$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $7 + 11 + 15 + ...$ ধারাটির 210 তম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $7 + 11 + 15 + \dots \dots$ ইহা একটি সমান্তর ধারা।
যার ১ম পদ, $a = 7$
সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 7 = 4$
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$
$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 210 তম পদ $= a + (210 - 1)d$
$= 7 + 209 \times 4$
$= 7 + 836$
$= 843$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
একটি সমান্তর ধারার 15 তম পদ = 89 এবং 21 তম পদ = 125
মনে করি, ধারাটির ১ম পদ = a
সাধারণ অন্তর = d
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$
$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 15 তম পদ $= a + (15 - 1)d$
$= a + 14d$
এবং 21 তম পদ $= a + (21 - 1)d$
$= a + 20d$
শর্তানুসারে,
$a + 14d = 89 \dots \dots (i)$
এবং $a + 20d = 125 \dots \dots (ii)$
(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,
$a + 20d - a - 14d = 125 - 89$
বা, $6d = 36$
$\therefore$ $d = 6$
(i) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,
$a + 14 \times 6 = 89$
বা, $a + 84 = 89$
বা, $a = 89 - 84$
বা, $a = 5$
আবার, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$
$\therefore$ ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি,
$S_{25} = \frac{25}{2}\{2a + (25 - 1)d\}$
$= \frac{25}{2}(2a + 24d)$
$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$
$= 25(5 + 12 \times 6)$
$= 25 \times 77$
$= 1925$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,
গুণোত্তর ধারাটি, $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + \dots \dots$
এখানে, ধারাটির ১ম পদ, $a = -\frac{1}{2}$
মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত = r
আমরা জানি,
গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$
$\therefore$ ধারাটির ৫ম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$
$\therefore ar^4 = -2$
বা, $-\frac{1}{2}r^4 = -2$
বা, $r^4 = 4$
বা, $r^4 = (\sqrt{2})^4$
$\therefore r = \sqrt{2}$
$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ, $x = ar^{2-1} = ar = -\frac{1}{2} \times \sqrt{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
৩য় পদ, $y = ar^{3-1}$
$= ar^2$
$= -\frac{1}{2}(\sqrt{2})^2$
$= -\frac{1}{2} \times 2$
$= -1$
৪র্থ পদ, $z = ar^{4-1}$
$= ar^3$
$= -\frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^3$
$= -\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}$
$= -\sqrt{2}$
$\therefore x = -\frac{1}{\sqrt{2}}, y = -1, z = -\sqrt{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ কোনো গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ এবং ৭ম পদ $\frac{4}{9\sqrt{3}}$ ।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ ◊ প্রশ্ন নং ২]

ক. $125 + 25 + 5 + \dots$ ধারার কোন পদ $\frac{1}{125}$ তা নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $\frac{19}{18}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $125 + 25 + 5 + \dots$
এখানে, প্রথম পদ, $a = 125$
এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$
প্রশ্নমতে, $ar^{n-1} = \frac{1}{125}$
বা, $125 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125}$
বা, $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{125 \times 125}$
বা, $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$
বা, $n - 1 = 6$
বা, $n = 6 + 1$
$\therefore$ $n = 7$
$\therefore$ ধারাটির ৭ম পদ $\frac{1}{125}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, a
সাধারণ অনুপাত, r
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$
$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$
এবং ,, ৭ম ,, $= ar^{7-1} = ar^6$
প্রশ্নমতে, $ar^3 = \frac{\sqrt{2}}{3} \dots \dots (i)$
এবং $ar^6 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \dots \dots (ii)$
(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,
$$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{\frac{4}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}$$
বা, $r^3 = \frac{4}{9\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{2}}$

বা, $r^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}$

বা, $a \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

বা, $a = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}.\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + ...$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + ...$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^6)}{1 - r}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^6\right\}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 - \frac{8}{27}\right)}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{27 - 8}{27}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

$= \frac{19\sqrt{3}}{54} \times \frac{\sqrt{3}\,(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})\,(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{19}{18}\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2}$

$= \frac{19}{18}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 6টি পদের সমষ্টি $\frac{19}{18}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৫ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ ।। প্রশ্ন নং ৩]

ক. 3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারার কোন পদ 303? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমান্তর ধারাটির,

১ম পদ, a = 3

সাধারণ অন্তর, d = 5 – 3 = 2

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = 303

আমরা জানি, n-তম পদ = a + (n – 1)d

$\therefore a + (n - 1)d = 303$

বা, $3 + (n - 1)2 = 303$

বা, $3 + 2n - 2 = 303$

বা, $2n + 1 = 303$

বা, $2n = 302$

বা, $n = 151$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 151 তম পদ 303 **(Ans.)**

খ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির

১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{4-1} = \frac{1}{3}$

বা, $ar^3 = \frac{1}{3}$ ... ... (i)

এবং $ar^{10-1} = \frac{1}{81}$

বা, $ar^9 = \frac{1}{81}$ ... ... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{3}}$

বা, $r^6 = \frac{3}{81}$

বা, $r^6 = \frac{1}{27}$

বা, $r^6 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6$

বা, $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(i) নং সমীকরণে $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3}$

বা, $a\,\frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

বা, $a = \sqrt{3}$

$\therefore$ ধারাটির ১ম পদ, $a = \sqrt{3}$

তাহলে, প্রদত্ত ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$= \sqrt{3} + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + ...$

$= \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + ...$ **(Ans.)**

গ মনে করি, সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{12}{2}\{2a + (12 - 1)d\} = 222$

বা, $6(2a + 11d) = 222$

বা, $2a + 11d = 37$ ... ... (i)

এবং $\frac{24}{2}\{2a + (24 - 1)d\} = 876$

বা, $12(2a + 23d) = 876$

বা, $2a + 23d = 73$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$23d - 11d = 73 - 37$

বা, $12d = 36$

বা, $d = 3$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর, d = 3

d = 3, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 11 \times 3 = 37$

বা, $2a = 37 - 33$

বা, $2a = 4$

বা, $a = 2$

সুতরাং ধারাটির ১ম পদ, a = 2

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ = a + (n – 1)d

∴ ধারাটির 60 তম পদ = a + (60 – 1)d
= 2 + 59 × 3
= 179 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬ ১ম ধারা : $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + ...$

২য় ধারা : 4 + 7 + 10 + ... ◀সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ ✍ প্রশ্ন নং ৩]

ক. x(x – a) = (x – a) সমীকরণের সমাধান সেট নির্ণয় কর। ২

খ. ১ম ধারার প্রথম দশ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 714 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, x(x – a) = x – a

বা, x(x – a) – (x – a) = 0

বা, (x – a)(x – 1) = 0

∴ x – a = 0 | অথবা, x – 1 = 0

বা, x = a | বা, x = 1

∴ নির্ণেয় সমাধান সেট, S = {1, a} **(Ans.)**

খ এখানে ১ম ধারার, ১ম পদ $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{2} = \sqrt{2}$

∴ ১ম দশ পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$

$$= \frac{\frac{1}{2}\{(\sqrt{2})^{10} - 1\}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{32 - 1}{2(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{31}{2(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{31(\sqrt{2} + 1)}{2(2 - 1)}$$

$$= \frac{31}{2}(\sqrt{2} + 1) \text{ (Ans.)}$$

গ ২য় ধারার,

১ম পদ a = 4

সাধারণ অন্তর d = 7 – 4 = 3

প্রশ্নমতে, ধারাটির ১ম n পদের সমষ্টি = 714

বা, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 714$

বা, $\frac{n}{2}\{2.4 + (n - 1).3\} = 714$

বা, n(8 + 3n – 3) = 1428

বা, $5n + 3n^2 = 1428$

বা, $3n^2 + 5n - 1428 = 0$

বা, $3n^2 + 68n - 63n - 1428 = 0$

বা, n(3n + 68) – 21(3n + 68) = 0

বা, (3n + 68)(n – 21) = 0

∴ n – 21 = 0 [∵ 3n + 68 ≠ 0]

∴ n = 21 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৭ (i) 7 + p + q + s + 16807 + ... একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) 7 + 12 + 17 + 22 + ... *[বরিশাল বোর্ড-২০১৯ ✍ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1090 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= \frac{n(n + 1)}{2}$

∴ প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= \frac{50(50 + 1)}{2}$
= 25 × 51
= 1275 **(Ans.)**

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা, 7 + p + q + s + 16807 + ...

ধারাটির ১ম পদ, a = 7

সাধারণ অনুপাত r হলে,

২য় পদ, p = ar

৩য় পদ, $q = ar^2$

৪র্থ পদ, $s = ar^3$

৫ম পদ, $16807 = ar^4$

বা, $16807 = 7.r^4$

বা, $r^4 = \frac{16807}{7}$

বা, $r^4 = 2401$

বা, $r^4 = (\pm 7)^4$

∴ r = ± 7

যখন, r = 7

p = 7.7 = 49
$q = 7.7^2 = 343$
$s = 7.7^3 = 2401$

আবার, যখন, r = – 7

p = 7 . (– 7) = – 49
$q = 7.(-7)^2 = 343$
$s = 7.(-7)^3 = -2401$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারাটি,

7 + 12 + 17 + 22 + ...

ইহা একটি সমান্তর ধারা,

যার ১ম পদ, a = 7

সাধারণ অন্তর, d = 12 – 7 = 5

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

∴ প্রদত্ত ধারার n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2.7 + (n - 1).5\}$

$= \frac{n}{2}(14 + 5n - 5)$

$= \frac{n}{2}(9 + 5n)$

শর্তানুসারে, $\frac{n}{2}(9 + 5n) = 1090$

বা, $9n + 5n^2 = 2180$

বা, $5n^2 + 9n - 2180 = 0$

বা, $5n^2 + 109n - 100n - 2180 = 0$

বা, n(5n + 109) – 20(5n + 109) = 0

বা, (5n + 109) (n – 20) = 0

হয়, 5n + 109 = 0 অথবা, n – 20 = 0

বা, 5n = – 109 বা, n = 20

বা, $n = \frac{-109}{5}$

গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, পদসংখ্যা ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হয় না।

∴ n = 20 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮ 3 + 6 + 9 + 12 + ... *[সকল বোর্ড-২০১৮ ✍ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. প্রথম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা তৈরি কর এবং ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ প্রথম 20টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20(20+1)}{2}$

$= \frac{20 \times 21}{2} = 210$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারাটি 3 + 6 + 9 + 12 + ...

এটি একটি অসীম সমান্তর ধারা যার, প্রথম পদ, a = 3

সাধারণ অন্তর, d = 6 – 3 = 3

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের

সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 630$

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 3 + (n-1)3\} = 630$

বা, $\frac{n}{2}(6 + 3n - 3) = 630$

বা, $\frac{3n}{2}(n+1) = 630$

বা, $n^2 + n = 420$

বা, $n^2 + n - 420 = 0$

বা, $n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$

বা, $n(n+21) - 20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

বা, $n - 20 = 0$ [$n + 21 \neq 0$, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ n = 20 **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, সমান্তর ধারার ১ম পদ, a = 3, সাধারণ অন্তর d = 3

প্রশ্নমতে, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ, a = 3

সাধারণ অনুপাত, r = 3 > 1

গুণোত্তর ধারাটি, $a + ar + ar^2 + ar^3 +$ ....

$= 3 + 3 \times 3 + 3 \times 3^2 + 3 \times 3^3 +$ ....

$= 3 + 9 + 27 + 81 +$ .... **(Ans.)**

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ [যখন r > 1]

∴ প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$

$= \frac{3(3^{10} - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{3 \times 59048}{2}$

= 88572 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৯ একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 610।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 5 + 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 383? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৫১

খ ধরি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

দেওয়া আছে,

৩য় পদ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ $ar^{3-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ... ... (i)

এবং ৮ম পদ = $\frac{1}{27}$

বা, $ar^{8-1} = \frac{1}{27}$

বা, $ar^7 = \frac{1}{27}$ ... ... (ii)

(ii) ÷ (i) নং থেকে পাই,

$r^5 = \frac{1}{27} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{1}{(\sqrt{3})^6} \times \sqrt{3}$

বা, $r^5 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5$

∴ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(i) নং হতে পাই,

$a \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ বা, $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3$ ∴ $a = \sqrt{3}$

∴ গুণোত্তর ধারাটি $a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots$

$= \sqrt{3} + \sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \sqrt{3}.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \ldots$

$= \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \ldots\ldots$ **(Ans.)**

গ মনে করি,

সমান্তর ধারার ১ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d, পদ সংখ্যা = n

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

দেওয়া আছে, ১ম 10 পদের সমষ্টি = 155

বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a + 9d) = 155$

∴ $2a + 9d = 31$ ... ... (i)

এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি = 610

বা, $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a + 19d) = 610$

∴ $2a + 19d = 61$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$10d = 30$

বা, $d = \frac{30}{10}$

∴ d = 3

(i) নং এ d = 3 বসিয়ে পাই,

$2a + 9.3 = 31$

বা, $2a + 27 = 31$

বা, $2a = 4$ ∴ a = 2

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ = a + (n – 1)d

∴ 30 তম পদ = a + (30 – 1)d = 2 + 29.3 = 89 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶১০ 3 + a + 9 + ... + 60 একটি সমান্তর ধারা।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. a এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে তার ১ম 9টি পদের সমষ্টি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করো। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 3 + a + 9 + ...+ 60 একটি সমান্তর ধারা

∴ শর্তমতে, 9 – a = a – 3

বা, 2a = 12

∴ a = 6 **(Ans.)**

খ ধারাটির ১ম পদ, a = 3

সাধারণ অন্তর, d = 6 – 3 [∵ a = 6]

$= 3$

শেষ পদ $= 60$

$\therefore$ n তম পদ $= a + (n - 1).d$

বা, $60 = 3 + (n - 1).3$

বা, $3 + 3n - 3 = 60$

বা, $3n = 60$

$\therefore$ $n = 20$

আবার, ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1).d\}$

$\therefore$ ধারাটির 20 পদের সমষ্টি, $S_{20} = \frac{20}{2}\{2 \times 3 + (20 - 1).3\}$

$= 10\{6 + 19 \times 3\}$

$= 10(6 + 57) = 10 \times 63$

$= 630$ **(Ans.)**

গ ধরি,

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 3$

" " সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

আমরা জানি, যেকোনো গুণোত্তর ধারা $a + ar + ar^2 + ...$

ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় " $= 3 \times 3 = 9$

" ৩য় " $= 3 \times 3^2 = 27$

" ৪র্থ " $= 3 \times 3^3 = 81$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি: $3 + 9 + 27 + 81 + ...$

এখন, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; যখন $r > 1$

$\therefore$ ধারাটির 9 টি পদের সমষ্টি $S_9 = \frac{3(3^9 - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{3(19683 - 1)}{2}$

$= 29523$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ $7 + x + y + 189$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির চতুর্থ পদকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো যেখানে প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r। ২

খ. x এবং y এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে সমান্তর ধারাটি নির্ণয় করে এর প্রথম 16 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তমপদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ " " ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

সুতরাং, $ar^3 = 189$ **(Ans.)**

খ 'ক' থেকে পাই,

$\therefore$ $ar^3 = 189$

বা, $7.r^3 = 189$ [$\because$ ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$]

বা, $r^3 = \frac{189}{7}$

বা, $r^3 = 27$

বা, $r^3 = 3^3$

$\therefore$ $r = 3$

$\therefore$ দ্বিতীয় পদ $= x = ar = 7.3 = 21$

এবং তৃতীয় পদ $= y = ar^2 = 7.3^2 = 63$

সুতরাং, $x = 21$ এবং $y = 63$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নানুসারে,

সমান্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 7$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 3$

$\therefore$ সমান্তর ধারাটি, $a + (a + d) + (a + 2d) + ...$

$= 7 + (7 + 3) + (7 + 2.3) + ...$

$= 7 + 10 + 13 + ...$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

$\therefore$ প্রথম 16 পদের সমষ্টি $= \frac{16}{2}\{2.7 + (16 - 1).3\}$

$= 8(14 + 15.3)$

$= 8(14 + 45)$

$= 8 \times 59$

$= 472$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি ধারার n তম পদ $2n - 1$, $n \in$ |.

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটি গঠন করো। ২

খ. ধারাটির কততম পদ 169? ৪

গ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করে নতুন ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, একটি ধারার n তম পদ $2n - 1$ এবং $n \in$ |

অর্থাৎ n স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং, $n = 1, 2, 3, 4, ...$

এখন,

$n = 1$ হলে ধারাটির ১ম পদ $= 2.1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$n = 2$ হলে ধারাটির ২য় পদ $= 2.2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$n = 3$ হলে ধারাটির ৩য় পদ $= 2.3 - 1 = 6 - 1 = 5$

....

$\therefore$ ধারাটি হলো: $1 + 3 + 5 +$ .... **(Ans.)**

খ প্রাপ্ত ধারাটি, $1 + 3 + 5 +$ ....

যার প্রথম পদ $a = 1$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 5 - 3 = 3 - 1 = 2$

ধরি, ধারাটির n তম পদ 169

প্রশ্নমতে, $2n - 1 = 169$

বা, $2n = 169 + 1$

বা, $2n = 170$

বা, $n = \frac{170}{2}$ $\therefore$ $n = 85$

$\therefore$ ধারাটির 85 তম পদ 169 **(Ans.)**

গ শর্তমতে, নতুন ধারার ১ম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

গুণোত্তর ধারাটি, $a + ar + ar^2 + ar^3 +$ ....

$= 1 + 1.2 + 1.2^2 + 1.2^3 +$ ....

$= 1 + 2 + 4 + 8 +$ ....

নতুন ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ [যখন $r > 1$]

$\therefore$ 10 টি পদের সমষ্টি $= \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2^{10} - 1$

$= 1024 - 1 = 1023$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ $25 + 23 + 21 + ...$ ধারাটির ১ম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি -456।

[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সপ্তম পদ কত? ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অনুপাত ধরে ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা: $25 + 23 + 21 + ...$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 25$

সাধারণ অন্তর, $d = 23 - 25 = 21 - 23 = -2$

$\therefore$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ ধারাটির সপ্তম পদ $= a + (7 - 1)d$

$= 25 + 6 \times (-2)$

$= 25 - 12 = 13$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ধারা: $25 + 23 + 21 + ...$

১ম পদ $a = 25$

সাধারণ অন্তর $d = -2$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$
$$= \frac{n}{2}\{2 \times 25 + (n-1)(-2)\}$$
$$= \frac{n}{2}(50 - 2n + 2)$$
$$= \frac{n}{2}(52 - 2n)$$
$$= \frac{n}{2} \times 2(26 - n)$$
$$= 26n - n^2$$

শর্তমতে, $26n - n^2 = -456$

বা, $26n - n^2 + 456 = 0$

বা, $n^2 - 26n - 456 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $n^2 - 38n + 12n - 456 = 0$

বা, $n(n - 38) + 12(n - 38) = 0$

বা, $(n - 38)(n + 12) = 0$

∴ হয় $n - 38 = 0$ অথবা, $n + 12 = 0$

∴ $n = 38$ বা, $n = -12$

কিন্তু পদের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ n এর মান 38 **(Ans.)**

গ 'ক' থেকে পাই,

প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, $a = 25$

এবং সাধারণ অন্তর = গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, যখন $r < 1$

∴ ধারাটির ১ম 7 টি পদের সমষ্টি

$$S_7 = \frac{25\{1 - (-2)^7\}}{1 - (-2)}$$
$$= \frac{25(1 + 128)}{1 + 2} = \frac{25 \times 129}{3} = 1075 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - ....$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬ ␦ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং ৪র্থ পদ কত? ২

খ. ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

গ. ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং ২য় পদ $= -1$

∴ সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -1 \times \sqrt{2} = -\sqrt{2}$ **(Ans.)**

এবং ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{4-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^3$$
$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} = -2 \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং 'ক' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

মনে করি, n-তম পদ $= 8\sqrt{2}$

আমরা জানি, n-তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$

বা, $n - 1 = 8$

∴ $n = 9$

∴ ধারাটির 9-তম পদ $8\sqrt{2}$ **(Ans.)**

গ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং 'ক' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

∴ ধারাটির 10-তম পদ $= ar^{10-1} = ar^9 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^9$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}(\sqrt{2})^8$$
$$= -16 \text{ (Ans.)}$$

এবং আমরা জানি, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, [□ r < 1]

∴ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি $= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\{1 - (-\sqrt{2})^{10}\}}{1 - (-\sqrt{2})}$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 32)}{1 + \sqrt{2}}$$
$$= \frac{-31}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}$$
$$= \frac{-31.\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}.\sqrt{2}.(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$
$$= \frac{-31\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30 এবং একাদশতম পদ 55।

[সিলেট বোর্ড-২০১৬ ␦ প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম পদকে a এবং সাধারণ অন্তরকে 'd' ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি গঠন কর। ৪

গ. যদি ধারাটির n-সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হয়, তবে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে,

n-তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ ষষ্ঠ পদ $= a + (6 - 1)d = 30$

বা, $a + 5d = 30$ ....(i)

এবং একাদশতম পদ $= a + (11 - 1)d = 55$

বা, $a + 10d = 55$.............(ii)

(i) ও (ii)-ই নির্ণেয় সমীকরণদ্বয়।

খ 'ক' হতে পাই,

$a + 10d = 55$ ....(iii)

এবং $a + 5d = 30$ .... (iv)

(–) (–) (–)

$5d = 25$ [বিয়োগ করে]

বা, $d = \frac{25}{5}$ ∴ $d = 5$

d এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$a + 10 \times 5 = 55$

বা, $a + 50 = 55$

বা, $a = 55 - 50$

∴ $a = 5$

∴ ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

" ২য় পদ, $a + d = 5 + 5 = 10$

" ৩য় পদ, $a + 2d = 5 + 2.5 = 15$

" ৪র্থ পদ, $a + 3d = 5 + 3.5 = 20$

... ...

... ...

∴ নির্ণেয় ধারাটি: 5 + 10 + 15 + 20 + ... **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,

ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 5$

আমরা জানি, ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিশিষ্ট সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2.5 + (n-1)5\} = 6375$

বা, $n(10 + 5n - 5) = 6375 \times 2$

বা, $n(5n + 5) = 12750$

বা, $5n^2 + 5n - 12750 = 0$

বা, $n^2 + n - 2550 = 0$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$

বা, $n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$

বা, $(n + 51)(n - 50) = 0$

হয় $n + 51 = 0$ অথবা, $n - 50 = 0$

বা, $n = -51$ বা, $n = 50$

কিন্তু $n = -51$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ $n = 50$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $33 + 29 + 25 + ... - 19$ একটি ধারা এবং $m = \frac{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}}$.

◀*সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩*

[যশোর বোর্ড-২০১৬ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির 12তম পদ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$ ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং ধারাটির ১ম পাঁচ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $33 + 29 + 25 + ... - 19$

ইহা একটি সমান্তর ধারা। ইহার,

১ম পদ, $a = 33$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 29 - 33 = -4$

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 12-তম পদ $= 33 + (12-1)(-4)$

$= 33 + 11.(-4)$

$= 33 - 44$

$= -11$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $m = \frac{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}}$

$\therefore$ $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}+\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}-\sqrt{1+y}+\sqrt{1-y}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{2\sqrt{1+y}}{2\sqrt{1-y}}$

বা, $\frac{m+1}{m-1} = \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}}$

বা, $\frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = \frac{(\sqrt{1+y})^2}{(\sqrt{1-y})^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{m^2+2m+1}{m^2-2m+1} = \frac{1+y}{1-y}$

বা, $\frac{m^2+2m+1+m^2-2m+1}{m^2+2m+1-m^2+2m-1} = \frac{1+y+1-y}{1+y-1+y}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(m^2+1)}{2.2m} = \frac{2}{2y}$

বা, $\frac{m^2+1}{2m} = \frac{1}{y}$

বা, $m^2 + 1 = \frac{2m}{y}$

$\therefore$ $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$. **(প্রমাণিত)**

গ প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে পাই, $a = 33$ এবং $r = -4$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $= a = 33$

" " ২য় " $= ar = 33.(-4) = -132$

" " ৩য় " $= ar^2 = 33.(-4)^2 = 528$

" " ৪র্থ " $= ar^3 = 33.(-4)^3 = -2112$

$\therefore$ নির্ণেয় গুণোত্তর ধারাটি, $33 - 132 + 528 - 2112 + ...$ **(Ans.)**

যেহেতু, $r = -4 < 1$.

সুতরাং, প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারার ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি

$S_5 = \frac{33\{1-(-4)^5\}}{1-(-4)}$ $\left[□ S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} ; □ r < 1\right]$

$= \frac{33(1+1024)}{1+4}$

$= \frac{33 \times 1025}{5}$

$= 33 \times 205 = 6765$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ একটি সমান্তর ধারার ১ম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 6.

[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 705 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির সাধারণ অন্তরকে ১ম পদ এবং ১ম পদকে সাধারণ অনুপাত ধরে গঠিত গুণোত্তর ধারার ১ম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 5$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 6$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= a + d = 5 + 6 = 11$

$\therefore$ ধারাটির ৩য় পদ $= a + 2d = 5 + 2.6 = 5 + 12 = 17$

$\therefore$ ধারাটি $= 5 + 11 + 17 + ...$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 5$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 6$

এবং ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 705

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে, ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 705$

বা, $\frac{n}{2}\{2.5 + (n-1)6\} = 705$

বা, $\frac{n}{2}\{2(5 + 3n - 3)\} = 705$

বা, $n(3n + 2) = 705$

বা, $3n^2 + 2n - 705 = 0$

বা, $3n^2 + 47n - 45n - 705 = 0$

বা, $n(3n + 47) - 15(3n + 47) = 0$

বা, $(3n + 47)(n - 15) = 0$

হয় $3n + 47 = 0$ অথবা $n - 15 = 0$

বা, $3n = -47$ বা, $n = 15$

বা, $n = -\frac{47}{3}$

যেহেতু পদ সংখ্যা ঋণাত্মক ও ভগ্নাংশ হতে পারে না।

$\therefore$ $n = 15$ **(Ans.)**

গ ধরি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত q

শর্তমতে, $a = 6$ এবং $q = 5$

$\therefore$ ধারাটির ১ম 7টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(q^7-1)}{q-1}$ $[\because q > 1]$

$= \frac{6(5^7-1)}{5-1}$

$= \frac{6(78125-1)}{4}$

$= \frac{6 \times 78124}{4}$

$= 117186$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ 25 + 23 + 21 + ... + 13 একটি সমান্তর ধারা এবং 1, 2, 3, ... স্বাভাবিক সংখ্যা। *[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল ᵩ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. সমান্তর ধারাটির পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 169 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 25 + 23 + 21 + ... + 13

সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, a = 25

সাধারণ অন্তর, d = 23 – 25 = – 2

ধরি, n-তম পদ = 13

বা, $a + (n-1)d = 13$

বা, $25 + (n-1)(-2) = 13$

বা, $25 - 2n + 2 = 13$

বা, $2n = 14$

∴ $n = 7$

অর্থাৎ পদসংখ্যা 7 **(Ans.)**

খ সমান্তর ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 169$

SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-১১ঘ

বা, $\frac{n}{2}\{2 \times 25 + (n-1)(-2)\} = 169$

বা, $n(25 - n + 1) = 169$

বা, $26n - n^2 = 169$

বা, $n^2 - 26n + 169 = 0$

বা, $(n-13)^2 = 0$

বা, $n - 13 = 0$

∴ $n = 13$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = 441

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 441$

বা, $\frac{n^2+n}{2} = \sqrt{441}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{n^2+n}{2} = 21$

বা, $n^2 + n = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n+7) - 6(n+7) = 0$

বা, $(n+7)(n-6) = 0$

∴ $(n+7)(n-6) = 0$

হয়, $n + 7 = 0$ অথবা, $n - 6 = 0$

বা, $n = -7$ বা, $n = 6$

∴ $n = -7$ ∴ $n = 6$

[n = – 7 গ্রহণযোগ্য নয়; কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]

আবার, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

∴ প্রথম 6টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি, $S_6 = \frac{6(6+1)}{2} = 3 \times 7 = 21$

Ans. n = 6 এবং S = 21

প্রশ্ন ▶ ১৯ (i) একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম ও দশম পদ যথাক্রমে $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং $\frac{8\sqrt{2}}{81}$।

(ii) P = 9 + 7 + 5 + ... + n; যেখানে n ∈ |

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী ᵩ প্রশ্ন নং ৩]

ক. একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 55 হলে ধারাটির প্রথম 11টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. (i) হতে চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) এ P = –144 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ঐ সংখ্যক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

n-তম পদ = a + (n – 1)d

∴ ষষ্ঠ (n = 6) পদ = a + (6 – 1)d = a + 5d

প্রশ্নমতে, a + 5d = 55

∴ ধারাটির প্রথম 11টি পদের সমষ্টি $= \frac{11}{2}\{2a + (11-1)d\}$

$= \frac{11}{2}(2a + 10d)$

$= \frac{11}{2} \times 2(a + 5d)$

$= 11 \times 55 = 605$ **(Ans.)**

খ মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r .

আমরা জানি, n তম পদ = ar^{n-1}

পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$

এবং দশম পদ = $ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ··· (i) এবং $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ··· (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$

বা, $r^5 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \times \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \times \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5}$

বা, $r^5 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^5$

∴ $r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

এখন, (i) নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$a\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $a \times \frac{2^2}{3^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $\frac{4a}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $a = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

∴ $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ চতুর্থ পদ = ar^{4-1}

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{3}$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, 9 + 7 + 5 + ... + n = P = – 144

প্রদত্ত ধারাটি, 9 + 7 + 5 + ···

যার প্রথম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2}\{2.9 + (n-1)(-2)\}$$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{n}{2}(18 + 2 - 2n)$$

$$= \frac{n}{2}(20 - 2n)$$

$$= n(10 - n)$$

প্রশ্নমতে, $n(10 - n) = -144$

বা, $10n - n^2 + 144 = 0$

বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$ [উভয়পক্ষকে (–1) দ্বারা গুণ করে]

বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$

বা, $n(n-18) + 8(n-18) = 0$

বা, $(n+8)(n-18) = 0$

বা, $n - 18 = 0$ [$n + 8 \neq 0$ কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ $n = 18$ **(Ans.)**

উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির n-তম পদ $= 9 + (n-1)(-2)$

$= 9 - 2n + 2$

$= 11 - 2n$

∴ নির্ণেয় ধারাটির n-তম পদ $(11 - 2n)^2 = 11^2 - 2.11.2n + (2n)^2$

$= 121 - 44n + 4n^2$ … … (i)

(i) নং এ $n = 1, 2, 3, … … 18$ বসিয়ে পাই,

$n = 1$ হলে, $9^2 = 121 - 44.1 + 4.1^2$

$n = 2$ হলে, $7^2 = 121 - 44.2 + 4.2^2$

$n = 3$ হলে, $5^2 = 121 - 44.3 + 4.3^2$

… … … … … … … … … …

… … … … … … … … … …

$n = 18$ হলে, $(-25)^2 = 121 - 44.18 + 4.18^2$

$9^2 + 7^2 + 5^2 + … … + (-25)^2 = 121(1 + 1 + 1 + … … 18$ তম পদ পর্যন্ত)

$- 44(1 + 2 + 3 + … … + 18) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + … … + 18^2)$

$$= 121 \times 18 - 44 \times \frac{18 \times (18+1)}{2} + 4 \times \frac{18(18+1)(2 \times 18 + 1)}{6}$$

$= 2178 - 7524 + 8436$

$= 3090$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২০ (i) একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ $\frac{1}{4}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{64}$

(ii) $a = 18$ মি. এবং $b = 12$ মি. *◀সমন্বিত অধ্যায় ১, ১১ ও ১৩*

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. যোগ কর : $0.4\dot{5} + 0.1\dot{3}\dot{4}$ ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির 12-তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে a এবং b। দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে? ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $0.4\dot{5} + 0.1\dot{3}\dot{4}$

এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$0.4\dot{5} = 0.45\dot{5}$	55
$0.1\dot{3}\dot{4} = 0.1\dot{3}\dot{4}$	34
$0.5\dot{8}\dot{9}$	89

∴ নির্ণেয় যোগফল $= 0.5\dot{8}\dot{9}$ **(Ans.)**

খ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

আমরা জানি, n-তম পদ $= ar^{n-1}$

∴ চতুর্থ (n = 4) পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

∴ দশম (n = 10) পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

শর্তমতে, $ar^3 = \frac{1}{4}$ … … … (i)

$ar^9 = \frac{1}{64}$ … … … (ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{4}}$

বা, $r^6 = \frac{1}{16}$

∴ $r = (2^{-4})^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{-2}{3}}$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$a\left(2^{\frac{-2}{3}}\right)^3 = \frac{1}{4}$$

বা, $a \,.\, 2^{-2} = \frac{1}{4}$

বা, $a \,.\, \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

∴ $a = 1$

∴ গুণোত্তর ধারাটি : $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$$= 1 + 1\left(2^{\frac{-2}{3}}\right) + 1\left(2^{\frac{-2}{3}}\right)^2 + 1\left(2^{\frac{-2}{3}}\right)^3 + ...$$

$$= 1 + 2^{\frac{-2}{3}} + 2^{\frac{-4}{3}} + 2^{-2} + ...$$

$$= 1 + 2^{-\frac{2}{3}} + 4^{-\frac{2}{3}} + 8^{-\frac{2}{3}} + ...$$ **(Ans.)**

∴ ধারাটির 12-তম পদ $= ar^{12-1} = ar^{11} = 1.\left(2^{\frac{-2}{3}}\right)^{11}$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{2^{22}}}$$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, $a = 18$ মি.

এবং প্রস্থ, $b = 12$ মি.

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= 18 \times 12 = 216$ বর্গ মি.

10% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য = 18 + 18 এর 10%

$= 18 + 1.8 = 19.8$ মি.

10% হ্রাসে প্রস্থ = 12 – 12 এর 10%

$= 12 - 1.2$

$= 10.8$ মি.

∴ নতুন ক্ষেত্রফল $= 19.8 \times 10.8$

$= 213.84$ বর্গ মি.

∴ ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= (216 - 213.84) = 2.16$ বর্গ মি.

∴ শতকরা ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= \frac{2.16}{216} \times 100\%$

$= 1\%$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২১ দৃশ্যকল্প-I : $\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{s}$

দৃশ্যকল্প-II : $7x + 2y = 20$

$3x - 4y = -6$

দৃশ্যকল্প-III : $7 + 12 + 17 + 22 + ... + n = 1090$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১, ১২ ও ১৩

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. দৃশ্যকল্প-I হতে দেখাও যে, $(p^2 + q^2 + r^2)(q^2 + r^2 + s^2) = (pq + qr + rs)^2$ ২

খ. দৃশ্যকল্প-II এ বর্ণিত সমীকরণ জোটটি বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-III হতে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৯

খ অধ্যায়-১২ এর সৃজনশীল ৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩০৩

গ সৃজনশীল ৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২২ $6 + x + y + z + \frac{3}{8}$ একটি গুণোত্তর ধারা। একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30 এবং একাদশ তম পদ 55।

[কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমান্তর ও গুণোত্তর ধারার সংজ্ঞা দাও। ২

খ. x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সমান্তর ধারা:** কোন ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

গুণোত্তর ধারা: কোন ধারার যেকোনো পদ ও পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে।

খ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 6$

সাধারণ অনুপাত = r

n-তম পদ = ar^{n-1}

$\therefore$ পঞ্চম (n = 5) পদ = ar^{5-1}

বা, $\frac{3}{8} = 6 \times r^4$

বা, $r^4 = \frac{1}{16}$

বা, $r^4 = \left(\pm\frac{1}{2}\right)^4$

$\therefore r = \pm\frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$ হলে, দ্বিতীয় (n = 2) পদ, $x = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2-1} = 3$

তৃতীয় (n = 3) পদ, $y = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \frac{3}{2}$

চতুর্থ (n = 4) পদ, $z = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4-1} = \frac{3}{4}$

$r = \frac{-1}{2}$ হলে, দ্বিতীয় (n = 2) পদ, $x = 6\left(\frac{-1}{2}\right)^{2-1} = -3$

তৃতীয় (n = 3) পদ, $y = 6\left(\frac{-1}{2}\right)^{3-1} = \frac{3}{2}$

চতুর্থ (n = 4) পদ, $z = 6\left(\frac{-1}{2}\right)^{4-1} = \frac{-3}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান: $x = 3$ অথবা -3

$y = \frac{3}{2}$

$z = \frac{3}{4}$ অথবা $\frac{-3}{4}$

গ সৃজনশীল ১৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৩ $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots$ একটি ধারা এবং একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম ও একাদশতম পদ যথাক্রমে -27 এবং $81\sqrt{3}$.

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. সমান্তর ধারার সাধারণ পদের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. ধারাটির প্রথম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সাধারণ পদ:**

কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে, ধারাটির n-তম পদ = a + (n – 1)d, যাকে সমান্তর ধারাটির সাধারণ পদ বলা হয়।

খ প্রদত্ত ধারাটি, $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = \log 2$

২য় পদ – ১ম পদ $= \log 4 - \log 2$

$= \log\frac{4}{2} = \log 2$

৩য় পদ – ২য় পদ $= \log 8 - \log 4$

$= \log\frac{8}{4} = \log 2$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = \log 2$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

পদসংখ্যা, $n = 12$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

বা, $S_{12} = \frac{12}{2}\{2\log 2 + (12-1)\log 2\}$

$= 6\{2\log 2 + 11\log 2\}$

$= 6 \times 13 \log 2$

$= 78 \log 2$ **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির অষ্টম (n = 8) পদ, $ar^{8-1} = -27$

বা, $ar^7 = -27 \dots \dots$ (i)

এবং একাদশ (n = 11) তম পদ, $ar^{11-1} = 81\sqrt{3}$

বা, $ar^{10} = 81\sqrt{3} \dots \dots$ (ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$

বা, $r^3 = -3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = (-\sqrt{3})^3$

$\therefore r = -\sqrt{3}$

r এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a.(-\sqrt{3})^7 = -27$

বা, $a(-27\sqrt{3}) = -27$

বা, $a = \frac{-27}{-27\sqrt{3}}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি

$$S_{10} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}\{1-(-\sqrt{3})^{10}\}}{1-(-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}(-242)}{1+\sqrt{3}} = \frac{-242}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{-242\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3\{(\sqrt{3})^2-(1)^2\}}$$

$$= \frac{-121\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৪ $\frac{1}{\sqrt{5}}, -1, \sqrt{5}, \dots\dots\dots$ একটি অনুক্রম এবং

$(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. অনুক্রমটির ৪র্থ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. অনুক্রমটির কততম পদ $625\sqrt{5}$? ৪

গ. উদ্দীপকের সমীকরণ জোটকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অনুক্রমটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\sqrt{5}$

$\therefore$ চতুর্থ (n = 4) পদ $= ar^{4-1}$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^3$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}(-5\sqrt{5})$

$= -5$ **(Ans.)**

খ ধরি, n-তম পদ = $625\sqrt{5}$

বা, $ar^{n-1} = 625\sqrt{5}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^{n-1} = 625\sqrt{5}$

বা, $(-\sqrt{5})^{n-1} = 3125$

বা, $(-\sqrt{5})^{n-1} = (-\sqrt{5})^{10}$

বা, $n - 1 = 10$

$\therefore n = 11$

$\therefore$ অনুক্রমটির 11-তম পদ $625\sqrt{5}$। **(Ans.)**

গ $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে,

$ax - cy = 0$ ....(i)

এবং $ay - cx = a^2 - c^2$

$\therefore cx - ay + (a^2 - c^2) = 0$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{-c(a^2-c^2)-(-a).0} = \frac{y}{c.0-a(a^2-c^2)} = \frac{1}{a(-a)-c(-c)}$$

বা, $\frac{x}{c(c^2-a^2)} = \frac{y}{a(c^2-a^2)} = \frac{1}{c^2-a^2}$

বা, $\frac{x}{c} = \frac{y}{a} = 1$

বা, $\frac{x}{c} = 1$ | এবং $\frac{y}{a} = 1$

$\therefore x = c$ | $\therefore y = a$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (c, a)$

প্রশ্ন ▶২৫ দুপুর 1টা 15 মিনিটে 1 জন এস.এস.সি পরীক্ষার রেজাল্ট জানতে পারল। 1টা 20 মিনিটে জানলো 8 জন, 1টা 25 মিনিটে জানলো 27 জন। এভাবে রেজাল্ট ছড়িয়ে পড়ল। *[ঝিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, ঝিনাইদহ ৶ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২

খ. 2টা 10 মিনিট পর্যন্ত মোট কত জন রেজাল্ট জানতে পারবে? ৪

গ. কয়টার সময় 6175225 জন রেজাল্ট জানতে পারবে? ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,

ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ যখন $r > 1$

এবং $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r < 1$

খ প্রথম ক্ষেত্রে প্যাটার্ন হবে:

1টা 15 মি., 1টা 20 মি., 1টা 25 মি. ...

এক্ষেত্রে সাধারণ অন্তর = 1টা 20 মি. – 1টা 15 মি. = 5 মিনিট

1টা 15 মি. থেকে 2টা 10 মি. পর্যন্ত প্যাটার্নের পদসংখ্যা

$= \frac{\text{২টা ১০ মিনিট – ১টা ১৫মিনিট}}{\text{৫ মিনিট}} + 1$ [সমান্তর ধারার nতম পদ = a + (n –1)d সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \frac{\text{৫৫ মিনিট}}{\text{৫ মিনিট}} + 1 = 12$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্যাটার্ন হবে: 1, 8, 27, ...

এখন, রেজাল্ট জানতে পারা শিক্ষার্থীদের ধারা,

$1 + 8 + 27 + \cdots = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots$

ধারাটির ১ম পদ a = 1

ধারাটির ২য় পদ = $8 = 2^3$

ধারাটির 12তম পদ = $12^3 = 1728$ জন।

$\therefore$ 2টা 10মিনিটে রেজাল্ট জানতে পারে 1728 জন।

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি, $S_n = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore$ প্রথম 12টি পদের ঘনের সমষ্টি $S_{12} = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$= \left\{\frac{12(12+1)}{2}\right\}^2$

$= (6 \times 13)^2$

$= (78)^2 = 6084$

$\therefore$ 2টা 10 মি. পর্যন্ত রেজাল্ট জানতে পারবে মোট 6084 জন শিক্ষার্থী। **(Ans.)**

গ মনে করি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 6175225

আমরা জানি,

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি, $S_n = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 6175225$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 2485$ [বর্গমূল করে]

বা, $n(n+1) = 4970$

বা, $n^2 + n - 4970 = 0$

বা, $n^2 + 71n - 70n - 4970 = 0$

বা, $n(n+71) - 70(n+71) = 0$

$\therefore (n+71)(n-70) = 0$

হয়, $n + 71 = 0$ অথবা, $n - 70 = 0$

$\therefore n = -71$ $\therefore n = 70$

[$\therefore n = -71$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।]

$\therefore$ ১ম প্যাটার্নের জন্য 70তম পদ = 1 টা 15 মি. + (70 – 1)5 মিনিট

= 1টা 15 মি. + 345 মিনিট

= 1টা 15 মি. + 5 ঘণ্টা 45 মিনিট

= 7টা

$\therefore$ সন্ধ্যা 7 টার সময় 6175225 জন রেজাল্ট জানতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶২৬ দৃশ্যকল্প-১ ঃ $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$, $2a > b > 0, x \neq 0$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা ৶ প্রশ্ন নং ৩]

দৃশ্যকল্প-২ ঃ একটি গুণোত্তর ধারার ৩য় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং ৮ম পদ $\frac{1}{27}$

ক. 3 + 6 + 9 + 12 + ... ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে x এর সকল সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

বা, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $-\frac{a+x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\left(-\frac{a+x}{\sqrt{a^2-x^2}}\right)^2 = \left(\frac{b+x}{b-x}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{(a+x)^2}{a^2-x^2} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{(a+x)(a+x)}{(a+x)(a-x)} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+x)^2}{(b-x)^2}$

বা, $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{(b+x)^2+(b-x)^2}{(b+x)^2-(b-x)^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2x} = \frac{2(b^2+x^2)}{4.b.x}$ [অনুসিদ্ধান্ত ব্যবহার করে]

বা, $\frac{a}{x} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$

বা, $\frac{a}{1} = \frac{b^2+x^2}{2b}$ [x দ্বারা গুণ করে $\because x \neq 0$]

বা, $b^2 + x^2 = 2ab$

বা, $x^2 = 2ab - b^2$

$\therefore$ $x = \pm\sqrt{2ab - b^2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \pm\sqrt{2ab - b^2}$

গ সৃজনশীল ৯(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৭ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. উপরের তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

ধরি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1}$

বা, $\frac{2\sqrt{3}}{9} = ar^4$

$\therefore$ $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ... ... (i)

আবার, ধারাটির 10-তম পদ $= ar^{10-1}$

বা, $\frac{8\sqrt{2}}{81} = ar^9$

$\therefore$ $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ... . (ii)

$\therefore$ উদ্দীপকটি সমীকরণ (i) ও (ii) এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো। **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

১ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots \ldots \ldots$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + \ldots \ldots \ldots$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots \ldots \ldots$ **(Ans.)**

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি $= a.\frac{1 - r^5}{1 - r}$ [□ r < 1]

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1 - \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^5}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1 - \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{9\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times \frac{9\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times \frac{(9\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18} \times (9 \times 3 + 9\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 8)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{18}.(19 + 5\sqrt{6})$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৮ i. $5 + p + q + s + 3125$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত।

ii. $3bm^2 - 4am + 3b = 0$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. 7 + 10 + 13 + ... ধারাটির কোন পদ 298? ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}} = m$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি 7 + 10 + 13 + ...

এখানে সাধারণ অন্তর, $d = 10 - 7 = 13 - 10 = 3$

ধরি, n তম পদ, $u_n = a + (n - 1) \times d$

এখন, $a + (n - 1) \times d = 298$

বা, $7 + (n - 1) \times 3 = 298$

বা, $n - 1 = \frac{298 - 7}{3} = 97$

$\therefore$ $n = 98$

$\therefore$ 98 তম পদটি 298

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারাটি : $5 + p + q + s + 3125$

এখানে, প্রথম পদ = a, সাধারণ অনুপাত r হলে,

পঞ্চম পদ $ar^4 = 3125$

বা, $5 \times r^4 = 3125$

বা, $r^4 = 625 = (\pm5)^4$

$\therefore$ $r = \pm 5$

$\therefore$ ২য় পদ, $p = ar = 5 \times (\pm5) = \pm25$

৩য় পদ, $q = ar^2 = 5 \times (\pm5)^2 = 125$

৪র্থ পদ, $s = ar^3 = 5 \times (\pm5)^3 = \pm 625$

গ দেওয়া আছে, $3bm^2 - 4am + 3b = 0$

বা, $3b(m^2 + 1) = 4am$

বা, $\frac{m^2 + 1}{2m} = \frac{2a}{3b}$

বা, $\frac{m^2 + 1 + 2m}{m^2 + 1 - 2m} = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$ [যোজন-বিয়োজন করে পাই]

বা, $\frac{(m + 1)^2}{(m - 1)^2} = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$

বা, $\left(\frac{m + 1}{m - 1}\right)^2 = \frac{2a + 3b}{2a - 3b}$

বা, $\frac{m + 1}{m - 1} = \sqrt{\frac{2a + 3b}{2a - 3b}}$

বা, $\frac{m + 1}{m - 1} = \frac{\sqrt{2a + 3b}}{\sqrt{2a - 3b}}$

বা, $\frac{m + 1 + m - 1}{m + 1 - m + 1} = \frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2m}{2} = \frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}}$

$\therefore$ $m = \frac{\sqrt{2a + 3b} + \sqrt{2a - 3b}}{\sqrt{2a + 3b} - \sqrt{2a - 3b}}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ 33 + 29 + 25 + … … – 19 একটি ধারা এবং $m^2 - \frac{2m}{y} + 1 = 0$

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা // প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির 10 তম পদ কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m = \frac{\sqrt{1 + y} + \sqrt{1 - y}}{\sqrt{1 + y} - \sqrt{1 - y}}$. ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা গঠন কর এবং ধারাটির ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, 33 + 29 + 25 + ... – 19

এটি একটি সমান্তর ধারা।

১ম পদ, a = 33

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 29 - 33 = -4$

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার n-তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 10-তম পদ $= 33 + (10 - 1)(-4)$

$= 33 + 9.(-4)$

$= 33 - 36$

$= -3$ **(Ans.)**

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৭

গ সৃজনশীল ১৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, প্রাপ্ত গুণোত্তর ধারার ১ম সাতটি পদের সমষ্টি

$S_7 = \frac{33\{1 - (-4)^7\}}{1 - (-4)} \left[□\ S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}; □\ r < 1\right]$

$= \frac{33(1 + 16384)}{1 + 4}$

$= \frac{33 \times 16385}{5}$

$= 33 \times 3277$

$= 108141$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩০ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী এবং $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা। ◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. গুণোত্তর ধারাটির কত তম পদ 128? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ ৪

গ. ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2$

ধরি, ধারাটির n তম পদ 128

$\therefore\ ar^{n-1} = 128$

বা, $2 \times 2^{n-1} = 128$

বা, $2^{n-1} = 64$

বা, $2^{n-1} = 2^6$

বা, $n - 1 = 6$

$\therefore\ n = 7$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ 128

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১১(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ গুণোত্তর ধারাটির,

প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2\ (> 1)$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 254

$\therefore\ \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$

বা, $\frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 254$

বা, $2(2^n - 1) = 254$

বা, $2^n - 1 = 127$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

$\therefore\ n = 7$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩১ কোন ধারার প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টির অনুপাত 465 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$। *[গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]*

ক. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots\dots + n$ পদের সমষ্টি কত? ২

খ. n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির 12-তম পদ ও 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি, $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + n$

যার প্রথম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

$\therefore$ এটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, ধারাটির n পদের সমষ্টি,

$S = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2 \times 1 + (n - 1) \times 2\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2)$

$= \frac{n}{2} \times 2n$

$= n^2$ **(Ans.)**

খ প্রশ্নমতে, $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots\dots\dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots + n} = 465 \dots\dots\dots (i)$

আমরা জানি, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots\dots\dots + n^3 = \left\{\frac{n(n + 1)}{2}\right\}^2$

এবং $1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$

সুতরাং $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots\dots\dots + n^3}{1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots + n} = \frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n(n + 1)}{2}$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{n(n + 1)}{2} = 465$

বা, $n^2 + n = 930$

বা, $n^2 + n - 930 = 0$

বা, $n^2 + 31n - 30n - 930 = 0$

বা, $n(n + 31) - 30(n + 31) = 0$

বা, $(n - 30)(n + 31) = 0$

বা, $n - 30 = 0$ | অথবা, $n + 31 = 0$

বা, $n = 30$ | বা, $n = -31$

এটি গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore\ n = 30$ **(Ans.)**

গ ধরি, গুণোত্তর ধারার, ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

১০ম পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$

$ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots\dots\dots (ii)$

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^2} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

বা, $r^7 = \frac{8\sqrt{2}.\sqrt{3}}{81}$

$= \frac{8\sqrt{2}}{27\sqrt{3}}$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^7$

$\therefore\ r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a.\frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ = ar^{12-1}

$= ar^{11}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{11}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{10} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{32}{243} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{16\sqrt{2}}{243}$ **(Ans.)**

এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি, $S_{20} = \frac{a(1-r^{20})}{1-r}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{20}\right\}}{1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1-\frac{2^{10}}{3^{10}}\right)}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3^{10}-2^{10}}{3^{10}}}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3^{10}-2^{10}}{3^{10}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$= \frac{3 \times 58025}{2 \times 3^{10} \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$= \frac{58025}{2 \times 3^{9} \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩২ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি পদ, ℓ তম পদ ℓ^2 এবং k তম পদ k^2 এবং 5 + x + y + 40 + z গুণোত্তর ধারাভুক্ত।

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n-এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির $\ell + k - 1$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ ধারাটির ℓ তম পদ = $a + (\ell - 1)d$

এবং ,, k ,, ,, = $a + (k - 1)d$

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $a + (\ell - 1)d = \ell^2$ ... ... (i)

$a + (k - 1)d = k^2$ ... ... (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$\{a + (\ell - 1)d\} - \{a + (k - 1)d\} = \ell^2 - k^2$

বা, $a + (\ell - 1)d - a - (k - 1)d = \ell^2 - k^2$

বা, $d(\ell - 1 - k + 1) = \ell^2 - k^2$

বা, $d(\ell - k) = (\ell + k)(\ell - k)$

$\therefore$ $d = \ell + k$ ... ... (iii)

$\therefore$ ধারাটির $(\ell + k - 1)$ তম পদ = $a + \{(\ell + k - 1) - 1\}d$

$= a + \{(\ell - 1) + (k - 1)\}d$

$= a + (\ell - 1)d + (k - 1)d$

$= \ell^2 + (k - 1)(\ell + k)$

[(i) ও (iii) হতে মান বসিয়ে]

$= \ell^2 + k\ell + k^2 - \ell - k$

$= \ell^2 + k^2 + k\ell - \ell - k$ **(Ans.)**

গ এখানে, প্রথম পদ, a = 5

চতুর্থ পদ = 40

বা, $ar^{4-1} = 40$ [যেখানে, r = সাধারণ অনুপাত]

বা, $5r^3 = 40$

বা, $r^3 = 8$

$\therefore r = 2$

$\therefore$ x = দ্বিতীয় পদ = ar^{2-1} = ar

= 5.2 = 10

y = তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2$

$= 5.2^2 = 20$

z = পঞ্চম পদ = ar^{5-1}

$= ar^4$

$= 5.2^4 = 80$

$\therefore$ x = 10, y = 20, z = 80 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৩ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 বেশি।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর। ২

খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অংক ও দশক স্থানীয় অংক যথাক্রমে একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর হলে ধারাটির 15 তম পদ এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, নির্ণেয় সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y।

$\therefore$ x + y = 7 ....(i)

$\therefore$ সংখ্যাটি = 10y + x

শর্তমতে, 10y + x + 27 = 10x + y......(ii)

খ (i) নং হতে পাই,

x = 7 – y ....(iii)

(ii) নং হতে পাই,

10y + 7 – y + 27 = 10(7 – y) + y

বা, 9y + 34 = 70 – 10y + y

বা, 18y = 36

বা, y = 2

(iii) হতে পাই, x = 7 – 2 = 5

$\therefore$ সংখ্যাটি $10 \times 2 + 5 = 25$ **(Ans.)**

গ প্রথম পদ, a = 5 এবং সাধারণ অন্তর, d = 2

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ = a + (n – 1) d

$\therefore$ 15 তম পদ = $5 + (15 - 1) \times 2$

= 33 **(Ans.)**

$\therefore$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 20 টি পদের সমষ্টি

$= \frac{20}{2}\{2 \times 5 + (20 - 1) 2\}$

= 10 {10 + 19.2}

= 10 {10 + 38}

$= 10 \times 48 = 480$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৪ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং প্রথম 24 পদের সমষ্টি 876.

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারার কোন পদ 303? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৫ $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ এবং $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

◀সমন্বিত অধ্যায় ৩, ১১ ও ১৩

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ২]

ক. 64 + 32 + 16 + ... ধারাটির অষ্টম পদ কত? ২

খ. $x^5 - \frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = 2$ ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটি 64 + 32 + 16 + ···

যার প্রথম পদ, a = 64

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

∴ এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

∴ ধারাটির ৪ম পদ = $64.\left(\frac{1}{2}\right)^{8-1}$

$= 64.\left(\frac{1}{2}\right)^{7} = 64.\frac{1}{128} = \frac{1}{2}$ **(Ans)**

খ দেওয়া আছে,

$x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$= 3 + 2\sqrt{3.2} + 2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$

$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

এবং $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}$

$= (2\sqrt{2})^2 + 2$

$= 8 + 2 = 10$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$ ... ... (i)

$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{2})^3 + 3.2\sqrt{2}$ [মান বসিয়ে]

$= 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 10 \times 22\sqrt{2}$

বা, $x^5 + x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^5} = 220\sqrt{2}$

বা, $x^5 - \frac{1}{x^5} = 220\sqrt{2} - \left(x - \frac{1}{x}\right) = 220\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 218\sqrt{2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{14}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

বা, $\frac{14}{y} = \frac{m + n}{mn}$

বা, $y = \frac{14mn}{m + n}$

বা, $\frac{y}{7m} = \frac{2n}{m + n}$

বা, $\frac{y + 7m}{y - 7m} = \frac{2n + m + n}{2n - m - n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y + 7m}{y - 7m} = \frac{3n + m}{n - m}$ ... ... (i)

আবার, $y = \frac{14mn}{m + n}$

বা, $\frac{y}{7n} = \frac{2m}{m + n}$

বা, $\frac{y + 7n}{y - 7n} = \frac{2m + m + n}{2m - m - n}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{y + 7n}{y - 7n} = \frac{3m + n}{m - n}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\frac{y + 7m}{y - 7m} + \frac{y + 7n}{y - 7n} = \frac{3n + m}{n - m} + \frac{3m + n}{m - n}$

$= \frac{3m + n}{m - n} - \frac{m + 3n}{m - n}$

$= \frac{3m + n - m - 3n}{m - n}$

$= \frac{2m - 2n}{m - n}$

$= \frac{2(m - n)}{m - n}$

= 2 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৬ (i) একটি সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 144, ১ম 20 পদের সমষ্টি 560 এবং (ii) 2 – 4 + 8 – 16 + … … + 128 একটি ধারা।

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $(-1)^{n-1}\frac{n}{2n + 1}$ হলে, অনুক্রমটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং ধারাটির ১ম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

অনুক্রমটির সাধারণ পদ, $(-1)^{n-1}\frac{n}{2n + 1}$

∴ অনুক্রমটির ১ম (n = 1) পদ = $(-1)^{1-1} \times \frac{1}{2.1 + 1} = \frac{1}{3}$

তদ্রূপ ২য় (n = 2) পদ = $-\frac{2}{5}$

৩য় পদ = $\frac{3}{7}$

৪র্থ পদ = $-\frac{4}{9}$

৫ম পদ = $\frac{5}{11}$

∴ নির্ণেয় সমষ্টি = $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{4}{9} + \frac{5}{11}$

$= \frac{1155 - 1386 + 1485 - 1540 + 1575}{3465}$

$= \frac{1289}{3465}$ **(Ans.)**

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

ও সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি, কোন সমান্তর ধারার প্রথম n পদের

সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

∴ সমান্তর ধারাটির প্রথম 12 পদের

সমষ্টি, $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12 - 1)d\}$

বা, 144 = 6(2a + 11d) [$S_{12} = 144$]

বা, 24 = 2a + 11d

∴ 2a + 11d = 24 ... ... (i)

আবার, সমান্তর ধারাটির প্রথম 20 পদের সমষ্টি,

$S_{20} = \frac{20}{2}\{2a + (20 - 1)d\}$

বা, $560 = 10(2a + 19d)$ [$S_{20} = 560$]

বা, $56 = 2a + 19d$

$\therefore$ $2a + 19d = 56$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করি,

$2a + 19d = 56$ ... ... (ii)
$2a + 11d = 24$ ... ... (i)
(–) (–) (–)
$8d = 32$ [বিয়োগ করে]

$\therefore$ $d = 4$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2a + 11.4 = 24$

বা, $2a + 44 = 24$

বা, $2a = 24 - 44$

বা, $2a = -20$

$\therefore$ $a = -10$

$\therefore$ সমান্তর ধারার প্রথম 6 পদের

সমষ্টি, $S_6 = \frac{6}{2}\{2(-10) + (6-1)4\}$ [মান বসিয়ে]

$= 3\{-20 + 5.4\} = 3(-20 + 20) = 3.0 = 0$

Ans. 0

গ প্রদত্ত ধারা $= 2 - 4 + 8 - \ldots \ldots + 128$

ধারাটির **১**ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-4}{2} = -2, r < 1$

মনে করি, n তম পদ = 128

বা, $2(-2)^{n-1} = 128$

বা, $(-2)^{n-1} = 64$

বা, $(-2)^{n-1} = (-2)^6$

বা, $n - 1 = 6$

$\therefore$ $n = 7$

প্রদত্ত ধারার **১**ম 7 পদের সমষ্টি $= \frac{2[1-(-2)^7]}{1-(-2)}$

$= \frac{2(1+128)}{3} = 86$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৭ একটি সমান্তর ধারার p-তম পদ p^2 এবং q-তম পদ q^2. একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ – 27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$.

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা ♫ প্রশ্ন নং ২]

ক. $128 + 64 + 32 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? ২

খ. সমান্তর ধারাটির $p + q - 1$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 128$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= \frac{1}{2}$

আমরা জানি, n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ $128.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2.128}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা, $n - 1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

$\therefore$ $n = 9$

$\therefore$ ধারাটির 9ম পদ $= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৩২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, গুণোত্তর ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}.(-\sqrt{3})^4$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}.9 = 3\sqrt{3}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩৮ একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ – 27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ♫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. অনুক্রম এবং সমান্তর ধারার মধ্যে দুটি করে পার্থক্য লেখ। ২

খ. ধারাটির 14 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

সমান্তর ধারা	অনুক্রম
(i) কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।	(i) যদি কতগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কীত তা জানা যায়। তাহলে, এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।
(ii) উদাহরণ: $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)$	(ii) উদাহরণ: $1, 3, 5, .. (2n-1), \ldots$

খ 'ক' হতে পাই,

$ar^7 = -27$ .... (i)

$ar^{10} = 81\sqrt{3}$ .... (ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$

বা, $r^3 = -3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = (-\sqrt{3})^3$

$\therefore$ $r = -\sqrt{3}$

r এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a.(-\sqrt{3})^7 = -27$

বা, $a(-27\sqrt{3}) = -27$

বা, $a = \frac{-27}{-27\sqrt{3}}$

$\therefore$ $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির 14তম পদ $= \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^{14-1}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^{13}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}.(-729\sqrt{3})$

$= -729$ **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ২৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৯ $24 + x + y + 3 + \ldots \ldots$ একটি ধারা।

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল ♫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 10টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটি সমান্তর এবং n তম পদ – 39 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি গুণোত্তর হলে, প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

∴ প্রথম দশটি (n = 10) স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2 = \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 = 55^2 = 3025$ **(Ans.)**

খ সমান্তর ধারাটি, 24 + x + y + 3 + … …

প্রথম পদ, a = 24

∴ n-তম পদ = a + (n – 1) × d

∴ চতুর্থ পদ = 24 + (4 – 1) × d

বা, 3 = 24 + 3d

বা, 3d = – 24 + 3

∴ d = – 7

প্রশ্নমতে, n তম পদ = – 39

বা, a + (n – 1)d = – 39

বা, 24 + (n – 1) × (– 7) = – 39

বা, 24 – 7n + 7 = – 39

বা, – 7n = – 39 – 24 – 7

বা, – 7n = – 70

∴ n = 10 **(Ans.)**

গ গুণোত্তর ধারাটি, 24 + x + y + 3 + … …

∴ n তম পদ = ar^{n-1}

অর্থাৎ, চতুর্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

বা, $3 = 24 \times r^3$

বা, $r^3 = \frac{1}{8}$

বা, $r^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

∴ $r = \frac{1}{2} < 1$

আবার, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হলে,

$S_n = a\frac{1-r^n}{1-r}$, [r < 1]

$$\therefore S_7 = 24 . \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= 24 \times \frac{128-1}{128} \times 2$$

$$= \frac{24 \times 127}{64}$$

$$= \frac{381}{8}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪০ (i) কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m.

(ii) $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \ldots \ldots \ldots$

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর ⨂ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 99টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয় কর। ২

খ. (ii) অনুক্রমটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

গ. (i) ধারাটির প্রথম (m + n – 1) তম পদ কত? ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৫৩

খ সৃজনশীল ১৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ ধারাটির m তম পদ = a + (m – 1)d

এবং n তম পদ = a + (n – 1)d

প্রশ্নমতে, a + (m – 1)d = n ⋯ (i)

a + (n – 1)d = m ⋯ (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

{a + (m – 1) d} – {a + (n – 1) d} = n – m

বা, a +(m – 1)d – a – (n – 1)d = n – m

বা, d {(m – 1) – (n –1)} = n – m

বা, d (m – 1 – n +1) = n – m

বা, d (m – n) = n – m

বা, – d (n – m) = n – m

বা, $d = \frac{(n-m)}{-(n-m)}$

∴ d = –1

∴ (m + n – 1) তম পদ = a + (m + n – 1 – 1)d

= a + (m – 1)d + (n – 1)d

= n + (n – 1)(–1) [i নং থেকে]

= n – n + 1

= 1 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪১ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর ⨂ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারার কোন পদ 303? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪২ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r ধারাটির তৃতীয় পদ $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ এবং ৬ষ্ঠ পদ $\frac{2\sqrt{2}}{27}$।

[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর ⨂ প্রশ্ন নং ৩]

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ১ম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, এবং সাধারণ অনুপাত r হলে,

তৃতীয় পদ = ar^{3-1}

ষষ্ঠ পদ = ar^{6-1}

শর্তমতে, $ar^{3-1} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

বা, $ar^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ … … (i)

এবং $ar^{6-1} = \frac{2\sqrt{2}}{27}$

বা, $ar^5 = \frac{2\sqrt{2}}{27}$ … … (ii)

খ 'ক' এর সমীকরণ (ii) ÷ (i) করে পাই,

$\frac{ar^5}{ar^2} = \frac{2\sqrt{2}}{27} \times 3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

∴ $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

(i) নং এ $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে পাই,

$a . \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

∴ ধারাটির অষ্টম পদ = ar^{8-1}

$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^7$ [a ও r এর মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{2^3 . \sqrt{2}}{3^3 . \sqrt{3}}$

$= \frac{4\sqrt{2}}{81}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটি, $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \dots \dots$

$= \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots \dots$

ধারাটির প্রথম 12টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ [□ r < 1]

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{1 - \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{12}\right\}}{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(1 - \frac{2^6}{3^6}\right)}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{3^6 - 2^6}{3^6}\right)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{665}{729}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{665}{1458\,(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$= \frac{665}{1458}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৩ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$।

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর ♃ প্রশ্ন নং ৩]

ক. গুণোত্তর ধারা কাকে বলে? উদাহরণসহ লিখ। ২

খ. ধারাটির চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. সম্পূর্ণ ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **গুণোত্তর ধারা:** কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন: 2 + 4 + 8 + 16 + ...

খ সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই, ১ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

সুতরাং, ২য় পদ $= ar^{2-1} = ar$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

৩য় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

৪র্থ পদ $= \frac{\sqrt{2}}{3}$ ['খ' হতে পাই]

৫ম পদ $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$ [দেওয়া আছে]

৬ষ্ঠ পদ $= ar^{6-1}$

$= ar^5$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{9}$

৭ম পদ $= ar^{7-1}$

$= ar^6$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^6$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{8}{27}$

$= \frac{4\sqrt{3}}{27}$

৮ম পদ $= ar^{8-1}$

$= ar^7$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^7$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{8\sqrt{2}}{27\sqrt{3}}$

$= \frac{4\sqrt{2}}{27}$

৯ম পদ $= ar^{9-1}$

$= ar^8$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{81}$

$= \frac{8\sqrt{3}}{81}$

সুতরাং ধারাটি, $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{4\sqrt{3}}{27} + \frac{4\sqrt{2}}{27} + \frac{8\sqrt{3}}{81} + \frac{8\sqrt{2}}{81}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৪ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots \dots$ একটি ধারা।

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী ♃ প্রশ্ন নং ২]

ক. ধারাটির দশম পদ বের কর। ২

খ. ধারাটির কোন পদ $-\frac{1}{2^{10}}$? ৪

গ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির দশম পদ $= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{10-1}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}\right)^9$

$= -\frac{1}{2^{10}}$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে পাই,

ধারাটির দশম পদ $-\frac{1}{2^{10}}$ **(Ans.)**

গ 'ক' হতে পাই,

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{2} < 1$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের

সমষ্টি, $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ [∵ r < 1]

∴ ধারাটির প্রথম আট পদের সমষ্টি,

$$S_8 = \frac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^8}\right)}{1+\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{256-1}{256}\right)}{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{255}{256}\times\frac{2}{3}$$

$$= \frac{85}{256}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪৫ কোনো গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ এবং পঞ্চম পদ $\frac{1}{9\sqrt{3}}$

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী ⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 75 = কত? ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, ধারাটির প্রথম পদ = সাধারণ অনুপাত। ৪

গ. একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x, y, z হলে, প্রমাণ কর যে, x(q– r) + y(r– p) + z(p– q) = 0. ৪

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= \frac{n(n+1)}{2}$

∴ প্রথম 75 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= \frac{75(75+1)}{2}$

$= \frac{75\times 76}{2}$

= 2850 (Ans.)

খ ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $ar^{3-1} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

∴ $ar^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ .... (i)

আবার, $ar^{5-1} = \frac{1}{9\sqrt{3}}$

∴ $ar^4 = \frac{1}{9\sqrt{3}}$ .... (ii)

এখন, (ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{\frac{1}{9\sqrt{3}}}{\frac{1}{3\sqrt{3}}}$

বা, $r^2 = \frac{1}{9\sqrt{3}}\times 3\sqrt{3}$

বা, $r^2 = \frac{1}{3}$

∴ $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে]

r এর মান (i)-এ বসিয়ে পাই,

$a\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

বা, $\frac{a}{3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

∴ $a = \frac{1}{\sqrt{3}} = r$

∴ ধারাটির প্রথম পদ = সাধারণ অনুপাত। **(দেখানো হলো)**

গ মনে করি,

সমান্তর ধারার প্রথম পদ = m ও সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n তম পদ = m + (n – 1)d

∴ সমান্তর ধারার প্রথম p তম পদ = m + (p – 1)d = x···(i)

ও q তম পদ = m + (q – 1)d = y ··· (ii)

এবং r তম পদ = m + (r – 1)d = z ··· (iii)

বামপক্ষ = x(q – r) + y(r – p) + z(p – q)

= {m + (p – 1)d} (q – r) + {m + (q – 1)d} (r – p) + {m + (r – 1)d} (p – q) [x, y, z এর মান বসিয়ে]

= m(q – r) + d(p – 1)(q – r) + m(r – p) + d(q – 1) (r – p) + m(p – q) + d(r – 1)(p – q)

= m(q – r + r – p + p – q) + d(pq – pr – q + r + qr – pq – r + p + pr – qr – p + q)

= m × 0 + d × 0 = 0 + 0 = 0

= ডানপক্ষ

∴ x(q – r) + y(r – p) + z(p – q) = 0 **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪৬ একটি সমান্তর ধারার r তম পদ m^2 ও m তম পদ r^2; অপর একটি ধারা $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \ldots\ldots$

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ ⁄ প্রশ্ন নং ২]

ক. ১ম ধারাকে 2টি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. (r + m + 1) তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ২য় ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার r তম পদ = a + (r – 1)d

এবং m তম পদ = a + (m – 1)d

প্রশ্নমতে, $a + (r-1)d = m^2$ ... ... (i)

$a + (m-1)d = r^2$ ... ... (ii) **(Ans.)**

খ (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে

$a + (r-1)d - a - (m-1)d = m^2 - r^2$

বা, $d(r-1-m+1) = m^2 - r^2$

বা, $d(r-m) = (m+r)(m-r)$

বা, $d = \frac{-(m+r)(r-m)}{(r-m)}$

∴ $d = -(m+r)$

∴ (r + m + 1) তম পদ

$= a + \{(r+m+1)-1\}d$

$= a + \{(r-1) + (m+1)\}d$
$= a + (r-1)d + d(m+1)$
$= m^2 + \{-(m+r)\}(m+1)$
$= m^2 - (m+r)(m+1)$
$= m^2 - \{m^2 + m + r + mr\}$
$= m^2 - m^2 - m - r - mr$
$= -(m + r + mr)$ **(Ans.)**

গ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\dots$

এখানে,
প্রথম পদ, $a = 1$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3} < 1$

আমরা জানি,
গুণোত্তর ধারার প্রথম nটি পদের সমষ্টি,

$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ [□ r < 1]

$\therefore$ প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $= \frac{1\left(1-\frac{1}{3^7}\right)}{1-\frac{1}{3}}$
$= \frac{\frac{3^7-1}{3^7}}{\frac{3-1}{3}}$
$= \frac{2187-1}{3^7} \times \frac{3}{2}$
$= \frac{2186}{2187} \times \frac{3}{2}$
$= \frac{1093}{729}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৭ একটি গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ $8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$।

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ॥ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির প্রথম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কততম পদ $-\frac{1}{8}$ তা নির্ণয় কর। ৪
গ. যদি ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $-\frac{16\sqrt{2}+1}{2(\sqrt{2}+1)}$ হয়, তবে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^1$
$= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = -8$ **(Ans.)**

খ ধারাটির সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

ধরি, r তম পদ $= -\frac{1}{8}$

$\therefore 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^r = -\frac{1}{8}$

বা, $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^r = -\frac{1}{64\sqrt{2}}$

বা, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^r = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{13}$

$\therefore r = 13$

অর্থাৎ, 13 তম পদ $-\frac{1}{8}$ **(Ans.)**

গ ধারাটির প্রথম পদ, $a = -8$

সাধারণ পদ $= 8\sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^n$

$\therefore$ ২য় পদ $= 8\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 8\sqrt{2}.\frac{1}{2} = 4\sqrt{2}$

৩য় পদ $= 8\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = 8\sqrt{2} \times \frac{-1}{2\sqrt{2}} = -4$

$\therefore$ ধারাটি $-8 + 4\sqrt{2} - 4 + \dots\dots\dots$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4\sqrt{2}}{-8} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$= \frac{-8\left\{1-\left(\frac{1}{-\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$

$= \frac{-8\left\{1-\left(\frac{1}{-\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$= \frac{-8\left\{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}$

$= \frac{-8\sqrt{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\sqrt{2}+1}$

শর্তমতে, $\frac{-8\sqrt{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\}}{\sqrt{2}+1} = \frac{-(16\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}+1)}$

বা, $-16\sqrt{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\right\} = -16\sqrt{2} - 1$

বা, $-16\sqrt{2} + 16\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = -16\sqrt{2} - 1$

বা, $16\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = -1$

বা, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = \frac{-1}{16\sqrt{2}}$

বা, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^9$

$\therefore n = 9$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৮ $5 + p + q + 135$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া ॥ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে নতুন ধারা নির্ণয় কর। এবং ধারাটির প্রথম 25টি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম পদ, $a = 5$
চতুর্থ পদ $= 135$
বা, $ar^{4-1} = 135$ [যেখানে r = সাধারণ অনুপাত]
বা, $5.r^3 = 135$
বা, $r^3 = 27$
$\therefore$ $r = 3$
$\therefore$ সাধারণ অনুপাত 3 **(Ans.)**

খ এখানে, প্রথম পদ, $a = 5$
সাধারণ অনুপাত, $r = 3$ ['ক' থেকে]
$\therefore$ $p =$ দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = 5 \times 3 = 15$
$q =$ তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = 5 \times 3^2 = 45$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নানুসারে,
সমান্তর ধারার প্রথম পদ, $a = 5$
এবং সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর, $d = 3$
$\therefore$ নতুন ধারাটিঃ $a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + \dots\dots$
$= 5 + (5+3) + (5+2.3) + (5+3.3) + \dots\dots$

$= 5 + 8 + 11 + 14 + \dots \dots$ **(Ans.)**

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি $S_{25} = \frac{25}{2}\{2.5 + (25-1).3\}$

$= \frac{25}{2}(10 + 24.3)$

$= 1025$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৪৯ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{3}$ এবং দশম পদ $\frac{1}{81}$ এবং অপর সমান্তর ধারার ১ম 12 পদের সমষ্টি 222 এবং ১ম 24 পদের সমষ্টি 876.

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর ≫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 3 + 5 + 7 + 9 + ... ধারার কোন পদ 303? ২

খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 60 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫০ 6 + x + y + z + 96 + ... একটি গুণোত্তর ধারা। $x > 0, y > 0$ এবং $z > 0$

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর ≫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ পদ $2n - 1$ $(n \in N)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 6138 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ $6 + x + y + z + 96 + \dots\dots$

ধারাটির ১ম পদ = a = 6

সাধারণ অনুপাত r হলে,

২য় পদ, $x = ar^1$

৩য় পদ, $y = ar^2$

৪র্থ পদ, $z = ar^3$

৫ম পদ, $96 = ar^4$

বা, $96 = 6.r^4$

বা, $r^4 = 16 = 2^4$

$\therefore r = \pm 2$

$\therefore x = 6.(\pm 2) = \pm 12$

$y = 6.(\pm 2)^2 = 24$

$z = 6.(\pm 2)^3 = \pm 48$

যেহেতু $x > 0, y > 0$ এবং $z > 0$

$\therefore$ x = 12, y = 24 এবং z = 48 **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারাটি হবে, $6 + 12 + 24 + 48 + 96 + \dots\dots$

এখানে, প্রথম পদ, a = 6

সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ $[\because r > 1]$

বা, $6138 = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$

বা, $2^n - 1 = 1023$

বা, $2^n = 1023 + 1$

বা, $2^n = 1024$

বা, $2^n = 2^{10}$

$\therefore n = 10$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫১ একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x, y, z এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারা $6 + a + b + c + \frac{3}{8} + \dots\dots$

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর ≫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $ax - cy = 0$, $cx - ay = c^2 - a^2$ সমীকরণ জোট সংগতিপূর্ণ কিনা নির্ধারণ কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$. ৪

গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির ক্ষেত্রে a, b ও c এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

এখানে, x ও y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত যথাক্রমে $\frac{a}{c}$ এবং $\frac{-c}{-a} = \frac{c}{a}$, যারা পরস্পর অসমান।

$\therefore$ সমীকরণদ্বয় সঙ্গতিপূর্ণ।

খ সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫২ (i) 3 + 6 + 9 + 12 + ... ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630.

(ii) $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী ≫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 4 + 7 + 10 + 13 + ... ধারাটির কোন পদ 301? ২

খ. (i)নং ধারাটি হতে n-এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii)নং ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$? ৪

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $4 + 7 + 10 + 13 + \dots\dots$

ধারাটির প্রথম পদ a = 4

সাধারণ অন্তর d = 3

ধরি, n তম পদ = 301

বা, $a + (n-1)d = 301$

বা, $4 + (n-1) \times 3 = 301$

বা, $3(n-1) = 301 - 4$

বা, $3(n-1) = 297$

বা, $n - 1 = 99$

$\therefore n = 99 + 1 = 100$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৮(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ১৪(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৩ একটি সমান্তর ধারার p তম, q তম এবং r তম পদ যথাক্রমে x, y এবং z। আবার একটি গুণোত্তর ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী ≫ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $ax - cy = 0$, $cx - ay = c^2 - a^2$ সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ কি-না নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$ ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদ নির্ণয় কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৫১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি,

গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

এবং ” তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2$

উদ্দীপক অনুসারে,

$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ... ... (i)

$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ... ... (ii)

(i) নং ÷ (ii) নং হতে পাই,

$\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $r^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$

বা, $r^2 = \frac{2}{3}$

$\therefore$ $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

r এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$ar^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a.\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a.\frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $a = \frac{3}{2\sqrt{3}}$

$\therefore$ $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ প্রথম পদ = $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

দ্বিতীয় পদ = $ar^{2-1} = ar$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

তৃতীয় পদ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ [দেওয়া আছে]

চতুর্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} . \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{3}$

এবং পঞ্চম পদ = $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ [দেওয়া আছে]

$\therefore$ ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদ হলো: $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৪ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 610, অপর একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ 2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$।

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা ।। প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 35 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির নবম পদ হতে বিশতম পদ পর্যন্ত 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore$ প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$= \frac{50(50+1)(2 \times 50+1)}{6}$

$= \frac{50 \times 51 \times 101}{6}$

$= 42925$ **(Ans.)**

খ মনে করি,

সমান্তর ধারার ১ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d, পদ সংখ্যা = n

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

দেওয়া আছে, ১ম 10 পদের সমষ্টি = 155

বা, $\frac{10}{2}\{2a + (10-1)d\} = 155$

বা, $5(2a + 9d) = 155$

$\therefore$ $2a + 9d = 31$ ... ... (i)

এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি = 610

বা, $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 610$

বা, $10(2a + 19d) = 610$

$\therefore$ $2a + 19d = 61$ ... ... (ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$10d = 30$ বা, $d = \frac{30}{10}$ $\therefore$ $d = 3$

(i) নং এ d = 3 বসিয়ে পাই,

$2a + 9.3 = 31$

বা, $2a + 27 = 31$

বা, $2a = 4$ $\therefore$ $a = 2$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n-1)d$

$\therefore$ 35 তম পদ = $a + (35-1)d = 2 + 34 \times 3 = 104$ **(Ans.)**

গ ধরি, ধারাটির ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ = ar^{4-1}

$\therefore$ $ar^3 = 2$

এবং ধারাটির ৯ম পদ = ar^{9-1}

$\therefore$ $ar^8 = 8\sqrt{2}$

$\therefore$ $\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{2}$

বা, $r^5 = 4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = (\sqrt{2})^5$

$\therefore$ $r = \sqrt{2}$

এখন, $a(\sqrt{2})^3 = 2$ [r-এর মান বসিয়ে]

বা, $a = \frac{2}{(\sqrt{2})^3}$

বা, $a = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}}$

$\therefore$ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ নির্ণেয় ধারাটি : $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^2 + ...$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + \sqrt{2} + ...$ **(Ans.)**

ধারাটির ১ম ৪টি পদের সমষ্টি,

$S_8 = a.\frac{r^8 - 1}{r - 1}$ [□ r > 1]

$= \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{(\sqrt{2})^8 - 1}{\sqrt{2} - 1}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{16 - 1}{\sqrt{2} - 1}$

$= \frac{15}{2 - \sqrt{2}}$

আবার, ১ম 20টি পদের সমষ্টি,

$S_{20} = a.\frac{r^{20} - 1}{r - 1}$ [□ r > 1]

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^{20} - 1}{\sqrt{2} - 1}$

$= \frac{1024 - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}$

$= \frac{1023}{2 - \sqrt{2}}$

$\therefore$ ধারাটির 9ম পদ হতে 12টি পদের সমষ্টি $= S_{20} - S_8$

$= \frac{1023}{2 - \sqrt{2}} - \frac{15}{2 - \sqrt{2}}$

$= \frac{1023 - 15}{2 - \sqrt{2}}$

$= \frac{1008}{2 - \sqrt{2}}$

$= \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{2^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \frac{1008(2 + \sqrt{2})}{4 - 2}$

$= 504(2 + \sqrt{2})$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৫৫ একটি সমান্তর ধারার m-তম পদ m^2 এবং n-তম পদ n^2। একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ – 27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১৩

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা ৮ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a = 2, b = 3$ হলে $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a^{-1})\}^{-1}$ এর মান কত? ২

খ. সমান্তর ধারাটির $m + n - 1$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, গুণোত্তর ধারাটির পাঁচটি পদের সমষ্টি $\frac{1 + 9\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a = 2, b = 3$

প্রদত্ত রাশি $= a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a^{-1})\}^{-1}$

$= 2 - \{2^{-1} + (3^{-1} - 2^{-1})\}^{-1}$

$= 2 - \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right\}^{-1}$

$= 2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$= 2 - 3 = -1$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৩২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মনে করি,

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $= a$

সাধারণ অনুপাত $= r$

$\therefore$ অষ্টম পদ $= ar^{8-1} = ar^7$

একাদশ পদ $= ar^{11-1} = ar^{10}$

শর্তমতে, $ar^7 = -27$ ... ... (i)

$ar^{10} = 81\sqrt{3}$ ... ... (ii)

(ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$r^3 = -3\sqrt{3}$

বা, $r^3 = (-\sqrt{3})^3$

$\therefore r = -\sqrt{3}, r < 1$

(i) নং এ $r = -\sqrt{3}$ বসিয়ে পাই,

$a(-\sqrt{3})^7 = -27$

বা, $-a \times 27\sqrt{3} = -27$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি $= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}\{1 - (-\sqrt{3})^5\}}{1 - (-\sqrt{3})}$

$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}(1 + 9\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3}}$

$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})}$

$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৫৬ একটি সমান্তর ধারার 15-তম পদ 89 এবং 21-তম পদ 125 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারা $-\frac{1}{2} + x + y + z - 2 + ...$

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা ৮ প্রশ্ন নং ২]

ক. $7 + 11 + 15 + ...$ ধারাটির 210 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির প্রথম 25টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৭ $6 + x + y + z + 96 + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং $M = \frac{14pq}{p + q}$

[কুমিল্লা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্লা ৮ প্রশ্ন নং ৩]

ক. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 5 : 7 এবং তাদের ল.সা.গু 280 সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু নির্ণয় কর। ২

খ. x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{M + 7p}{M - 7p} + \frac{M + 7q}{M - 7q} = 2$ যেখানে $p \neq q$ ৪

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যা দুটি 5x ও 7x

$\therefore$ সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. = x

সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. = 35x

প্রশ্নমতে, $35x = 280$

বা, $x = \frac{280}{35}$

$\therefore x = 8$

$\therefore$ সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. 8

খ সৃজনশীল ৫০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৩৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৫৮ i) একটি সমান্তর ধারার 13 তম পদ 85

ii) একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $3\sqrt{3}$ এবং নবম পদ 81

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর ৮ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2 + 4 + 6 + ... + 50$ ধারাটির সমষ্টি কত? ২

খ. (i) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির ১ম 25 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের সাহায্যে ধারাটির 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2 + 4 + 6 + ... + 50$

প্রথম পদ $a = 2$

সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

বা, $50 = 2 + (n - 1)2$

বা, $50 = 2 + 2n - 2$

বা, $50 = 2n$

$\therefore n = 25$

$\therefore$ সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{(2a + (n - 1)d\}$

$\therefore S_{25} = \frac{25}{2}\{(2 \times 2 + (25 - 1)\ 2\}$

$= \frac{25}{2}\{4 + 24 \times 2\}$

$= \frac{25}{2} \times 52$

$= 650$ **(Ans.)**

খ মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ 13 তম পদ = $a + (13 - 1)d$

বা, $85 = a + 12d$

১ম 25 পদের সমষ্টি $= \frac{25}{2}\{2a + (25 - 1)d\}$

$= \frac{25}{2}(2a + 24d)$

$= \frac{25}{2} \times 2(a + 12d)$

$= 25(a + 12d)$

$= 25 \times 85$

$= 2125$ **(Ans.)**

গ মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত r

$\therefore$ ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

$\therefore 3\sqrt{3} = ar^3$ .... (i)

এবং নবম পদ $= ar^{9-1}$

বা, $81 = ar^8$ ....(ii)

এখন, (ii) ÷ (i) করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{81}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{27}{\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{3})^6}{\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = (\sqrt{3})^5$

$\therefore r = \sqrt{3}$

আবার, $ar^3 = 3\sqrt{3}$

বা, $a(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$

বা, $a \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

বা, $a = 1$

$\therefore$ ১ম পদ $= 1$

$\therefore$ ১ম 8 পদের সমষ্টি $= \frac{1\{(\sqrt{3})^8 - 1\}}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{3^4 - 1}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{80}{\sqrt{3} - 1}$

$= \frac{80(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

$= \frac{80(\sqrt{3} + 1)}{2}$

$= 40(\sqrt{3} + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫৯ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির চতুর্থ পদ–2 এবং নবম পদ $8\sqrt{2}$

[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী ।। প্রশ্ন নং ৩]

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং পদ সংখ্যা n এবং $r > 1$ হলে দেখাও যে, ধারাটির সমষ্টি $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত $= r$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= -2$

এবং ৯ম পদ $= 8\sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1}$

$\therefore ar^3 = -2$ **(Ans.)**

এবং ধারাটির ৯ম পদ $= ar^{9-1}$

$\therefore ar^8 = 8\sqrt{2}$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.২ এর "গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়" অংশ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬১

গ 'ক' থেকে পাই,

$ar^8 = 8\sqrt{2}$

এবং $ar^3 = -2$

$\therefore \frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$

বা, $r^5 = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = (-\sqrt{2})^5$

$\therefore r = -\sqrt{2}$

অতএব, $a(-\sqrt{2})^3 = -2$ [r এর মান বসিয়ে]

বা, $a = \frac{-2}{(-\sqrt{2})^3}$

বা, $a = \frac{-\sqrt{2}.\sqrt{2}}{-\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় ধারাটি $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(Ans.)**

$\therefore$ ধারাটির ১ম 7টি পদের সমষ্টি

$S_7 = a\frac{1 - r^7}{1 - r}; r < 1$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{1 - (-\sqrt{2})^7}{1 + (\sqrt{2})}$

$= \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}$

$= \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{2} - 1)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{2} - 1 + 8.2 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2 - 1)}$

$= \frac{15 - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{15\sqrt{2} - 14}{2}$ [লব ও হরকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{1}{2}(15\sqrt{2} - 14)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬০ স্মৃতি দাশ 2015 সালে জানুয়ারি মাসে 16000 টাকা বেতনে চাকুরিতে যোগদান করলেন। তার বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ প্রতি বছর 5%। প্রতি বছর তার বেতন থেকে 25% ভবিষ্যৎ তহবিল হিসেবে কর্তন করা হয়। তিনি বেতন থেকে বার্ষিক 4% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে বছর শেষে একটি ব্যাংকে 15000 টাকা জমা রাখেন। তিনি 2045 সালের 31 ডিসেম্বর চাকুরি থেকে অবসরে যাবেন। *[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম ।। প্রশ্ন নং ৩]*

ক. স্মৃতি দাশের মূল বেতন কোন ধারাকে সমর্থন করে? ধারাটি লিখ। ২

খ. ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত তিনি বেতন হিসাবে চাকুরি জীবনে মোট কত টাকা পাবেন। ৪

গ. 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফার সাথে তার মোট কত টাকা জমা হবে? ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক স্মৃতি দাশের মাসিক বেতন = 16,000 টাকা

$\therefore$ স্মৃতি দাশের বার্ষিক বেতন = (16,000 × 12) = 1,92,000 টাকা

স্মৃতি দাশের বার্ষিক বেতন প্রতি বছর 5% বৃদ্ধি পায়।

$\therefore$ প্রথম বছর শেষে বা ২য় বছরে তার বার্ষিক বেতন = 1,92,000 × 1.05

$\therefore$ ৩য় বছরে তার বার্ষিক বেতন = $1,92,000 \times (1.05)^2$

৪র্থ বছরে তার বার্ষিক বেতন = $1,92,000 \times (1.05)^3$

∴ স্মৃতি দাশের প্রতি বছর বেতনের ধারাটি,

$1,92,000 + 1,92,000 \times 1.05 + 1,92,000 \times (1.05)^2 + ...$ **(Ans.)**

প্রতি বছর বেতন বৃদ্ধির অনুপাত, $r = \frac{1,92,000 \times 1.05}{1,92,000} = 1.05$

∴ স্মৃতি দাশের বেতনের ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা **(Ans.)**

খ 2015 সালের জানুয়ারি থেকে 2045 সালের ডিসেম্বর পর্যন্ত মোট (2045 – 2015 + 1) বা, 31 বছর

31 বছরে ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত তার বেতন বাবদ প্রাপ্য টাকার পরিমাণ

$(1,92,000 - 1,92,000 \times 0.25) + (1,92,000 \times 1.05 - 1,92,000 \times 1.05 \times 0.25) + \{1,92,000 \times (1.05)^2 - 1,92,000 \times (1.05)^2 \times 0.25\} + ...$

$= 1,92,000 (1 - 0.25) + 1,92,000 \times 1.05 (1 - 0.25) + 1,92,000 \times (1.05)^2 (1 - 0.25) + ...$

$= (1 - 0.25) \{1,92,000 + 1,92,000 \times 1.05 + 1,92,000 \times (1.05)^2 + ...\}$

$= 0.75 \times 1,92,000 (1 + 1.05 + 1.05^2 + ...)$

$= 1,44,000 (1 + 1.05 + 1.05^2 + ...)$

বন্ধনীর মধ্যে প্রাপ্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ a = 1

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1.05}{1} = 1.05$

এবং পদসংখ্যা n = 31

∴ 31 বছরে তার প্রাপ্য মোট বেতনের পরিমাণ

$= 1,44,000 \times a \frac{r^n - 1}{r - 1}$ [□ r > 1]

$= 1,44,000 \times 1 \times \frac{(1.05)^{31} - 1}{1.05 - 1}$

$= 1,44,000 \times 70.761$

$= 1,01,89,584$

∴ ভবিষ্যৎ তহবিল ব্যতিত বেতন হিসাবে চাকুরি জীবনে তিনি মোট 1,01,89,584 টাকা পাবেন। **(Ans.)**

গ স্মৃতি দাশ বছর শেষে 15,000 হাজার টাকা 4% চক্রবৃদ্ধি সুদে জমা রাখেন।

∴ প্রথম বছর শেষে জমা করা 15,000 টাকা 4% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে (31 – 1) বা, 30 বছরে সুদে আসলে হবে = $15,000 (1.04)^{30}$

অনুরূপভাবে, ২য় বছর শেষে জমা করা টাকা (31 – 2) বা 29 বছরে সুদে আসলে হবে = $15,000 (1.04)^{29}$

অনুরূপভাবে, ৩য় বছর শেষে জমা করা টাকা সুদ আসলে হবে = $15,000 (1.04)^{28}$

এভাবে, 2045 সালের ডিসেম্বরে জমা করা 15,000 টাকা সুদে আসলে হবে = $15,000 \times (1.04)^0$

∴ 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফা আসলে তার জমাকৃত টাকার পরিমাণ

$15,000 \times 1.04^{30} + 15,000 \times 1.04^{29} + ... + 15,000 \times 1.04^0$

$= 15,000 (1 + 1.04 + 1.04^2 + ... + 1.04^{30})$

$= 15,000 \times 1 \times \frac{1.04^{31} - 1}{1.04 - 1}$

$= 15,000 \times 59.33$

$= 889950$

∴ 2045 সালের 31 ডিসেম্বর ঐ ব্যাংকে মুনাফার সহিত স্মৃতি দাশের 889950 টাকা জমবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬১ একটি গুণোত্তর ধারার ৪র্থ পদ $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ৯ম পদ $\frac{1}{8}$ এবং একটি সমান্তর ধারার p তম পদ x, q তম পদ y

[ডা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ‖ প্রশ্ন নং ২]

ক. প্রথম 12টি জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির p + q – 1 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করে এর 15 তম থেকে 25 তম পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রথম 12টি জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$= 2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 24^2$

$= 1.2^2 + 2^2.2^2 + 3^2.2^2 + ... + 12^2.2^2$

$= 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 12^2)$

$= 2^2 \times \frac{12 \times (12 + 1) (2 \times 12 + 1)}{6}$

[∵ n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, $S_n = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$]

$= 4 \times \frac{12 \times 13 \times 25}{6}$

$= 2600$ **(Ans.)**

খ ধরি,

সমান্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অন্তর = d

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার p তম পদ = a + (p – 1)d

∴ q তম পদ = a + (q – 1)d

সুতরাং a + (p – 1)d = x ....(i)

a + (q – 1) d = y ....(ii)

বিয়োগ করে, (p – 1 – q + 1) d = x – y

বা, (p – q) d = x – y

বা, $d = \frac{x - y}{p - q}$

(i) নং সমীকরণে d এর মান বসিয়ে পাই,

$a + \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q} = x$

বা, $a = x - \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q}$

এখন, ধারাটির (p + q – 1) তম পদ

$= a + (p + q - 1 - 1) d$

$= x - \frac{(p - 1)(x - y)}{p - q} + (p + q - 2) \frac{x - y}{p - q}$

[a ও d এর মান বসিয়ে]

$= \frac{px - qx - px + py + x - y + px - py + qx - qy - 2x + 2y}{p - q}$

$= \frac{y - x + px - qy}{p - q}$

$= \frac{px - qy + y - x}{p - q}$ **(Ans.)**

গ ধরি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

∴ n তম পদ = ar^{n-1}

চতুর্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

নবম পদ = $ar^{9-1} = ar^8$

∴ $ar^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ....(i)

$ar^8 = \frac{1}{8}$ ....(ii)

(ii) ÷ (i) নং হতে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{1}{8} \div \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $r^5 = \frac{1}{8} \times \sqrt{2} = \frac{1}{2^3} \times \sqrt{2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^6} \times \sqrt{2}$

বা, $r^5 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5$

∴ $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$

r এর মান (i) নং এ বসাই,

$ar^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $a\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2}$

∴ a = 2

∴ দ্বিতীয় পদ = $ar = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

তৃতীয় পদ = $ar^2 = 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$

$\therefore$ ধারাটি $= 2 + \sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + ...$

এখানে, 15তম পদ থেকে 25তম পদ পর্যন্ত মোট পদ সংখ্যা

$= (25 - 15 + 1) = 11$টি

15 তম পদ অর্থাৎ প্রথম পদ $= ar^{15-1} = ar^{14}$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{14}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2^7}$$

$$= \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

$\therefore$ 15তম থেকে 25তম পদ পর্যন্ত 11টি পদের সমষ্টি

$$S_{11} = \frac{a(1 - r^{11})}{1 - r}$$

$$= \frac{\frac{1}{64}\left\{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{11}\right\}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{64}\left(1 - \frac{1}{32\sqrt{2}}\right)}{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{1}{64} \times \frac{32\sqrt{2} - 1}{32\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$= \frac{32\sqrt{2} - 1}{2048\,(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{(32\sqrt{2} - 1)\,(\sqrt{2} + 1)}{2048\{(\sqrt{2})^2 - 1\}}$$

$$= \frac{32 \times 2 + 32\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1}{2048\,(2 - 1)}$$

$$= \frac{64 + 31\sqrt{2} - 1}{2048}$$

$$= \frac{63 + 31\sqrt{2}}{2048}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬২ একটি সমান্তর ধারার p-তম পদ, q-তম পদ এবং r-তম পদ যথাক্রমে x, y, z। অপর একটি ধারা হল log3 + log9 + log27 + ...

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 53টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন এর সমষ্টি কত? ২

খ. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে দেখাও যে, $x(q - r) + y(r - p) + z(p - q) = 0$ ৪

গ. ধারাটির ১ম দশটি ও ১ম বারটি পদের সমষ্টির পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

প্রথম n তম স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore$ প্রথম 53টি স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{53(53+1)}{2}\right\}^2$

$= (53 \times 27)^2$

$= 2047761$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৪৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ প্রদত্ত ধারাটি, log3 + log9 + log27 + ...

$= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + ...$

$= \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + ...$

$= \log 3\,(1 + 2 + 3 + ...)$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 12টি এবং 10টি পদের সমষ্টির পার্থক্য

$$= \left\{\frac{12(12+1)}{2} - \frac{10(10+1)}{2}\right\} \log 3$$

$$= \left(\frac{12 \times 13 - 10 \times 11}{2}\right) \log 3$$

$$= \left(\frac{156 - 110}{2}\right) \log 3 = 23 \log 3$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৩ কোনো একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং ধারাটির পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ – 27।

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. উপরের তথ্যগুলোর দুইটি সমীকরণের এবং মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে, n-তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ পঞ্চম (n = 5) পদ $= ar^{5-1} = ar^4$

এবং অষ্টম (n = 8) পদ $= ar^{8-1} = ar^7$

শর্তমতে, $ar^4 = 3\sqrt{3}$ ... ... (i)

$\therefore ar^7 = -27$ ... ... (ii)

খ (ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{ar^7}{ar^4} = \frac{-27}{3\sqrt{3}}$

বা, $r^3 = -3\sqrt{3} = (-\sqrt{3})^3$

$\therefore \quad r = -\sqrt{3}$

(i) নং সমীকরণে r এর মান বসিয়ে,

$a(-\sqrt{3})^4 = 3\sqrt{3}$

বা, $a \,.\, 9 = 3\sqrt{3}$

বা, $a = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \quad a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির দশম (n = 10) পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \,.\, (-\sqrt{3})^9$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \,.\, (\sqrt{3})^9$$

$$= -(\sqrt{3})^8 = -81$$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{3} < 1$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটি: $a + ar + ar^2 + ar^3 + ...$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3}) + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^3 + ...$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \,.\, (\sqrt{3})^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^3 + ...$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} - 3 + ...$$

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি

$$S_8 = \frac{a(1 - r^8)}{1 - r}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}\{1 - (-\sqrt{3})^8\}}{1 - (-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 - 81}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{-80}{(3 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{-80(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{-80(3 - \sqrt{3})}{3^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{-80(3 - \sqrt{3})}{6} = \frac{40}{3}(\sqrt{3} - 3)$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৪ (i) $\frac{1}{\sqrt{7}} - 1 + \sqrt{7}$ … … একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) একটি সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{3n^2 + 5n}{2}$

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম ⁄⁄ প্রশ্ন নং ২]

ক. সমান্তর ধারাটির ১ম 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. গুণোত্তর ধারাটির কোন পদের মান $2401\sqrt{7}$, তা নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{3n^2 + 5n}{2}$

$\therefore$ প্রথম 5টি পদের সমষ্টি $= \frac{3 \times 5^2 + 5 \times 5}{2}$

$= \frac{75 + 25}{2}$

$= 50$

খ গুণোত্তর ধারাটি, $\frac{1}{\sqrt{7}} - 1 + \sqrt{7} + \dots \dots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{7}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{7}}} = -\sqrt{7}$

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

ধরি, n তম পদ $= 2401\sqrt{7}$

বা, $ar^{n-1} = 2401\sqrt{7}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{7}}(-\sqrt{7})^{n-1} = 2401\sqrt{7}$

বা, $(-\sqrt{7})^{n-1} = 2401 \times 7$

বা, $(-\sqrt{7})^{n-1} = (-\sqrt{7})^{10}$

বা, $n - 1 = 10$

$\therefore n = 11$

$\therefore$ 11 তম পদ $2401\sqrt{7}$ **(Ans.)**

গ সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$

$n = 1, 2, 3, \dots \dots$ বসিয়ে পাই,

$S_1 =$ ১ম 1 পদের সমষ্টি $= \frac{3.1^2 + 5.1}{2} = 4$

$S_2 =$ ১ম 2 পদের সমষ্টি $= \frac{3.2^2 + 5.2}{2} = 11$

$S_3 =$ ১ম 3 পদের সমষ্টি $= \frac{3.3^2 + 5.3}{2} = 21$

$S_4 =$ ১ম 4 পদের সমষ্টি $= \frac{3.4^2 + 5.4}{2} = 34$

$\therefore$ ১ম পদ $= S_1 = 4$

২য় পদ $= S_2 - S_1 = 11 - 4 = 7$

৩য় পদ $= S_3 - S_2 = 21 - 11 = 10$

৪র্থ পদ $= S_4 - S_3 = 34 - 21 = 13$

সুতরাং, ধারাটি $4 + 7 + 10 + 13 + \dots \dots$

এখানে,

১ম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার r-তম পদ $= a + (r - 1)d$

সুতরাং 12 তম পদ $= 4 + (12 - 1)3$

$= 4 + 11 \times 3$

$= 37$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৬৫ $m = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ আবার একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চমপদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$. ◀*সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩*

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম ◊ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a : b = 3 : 4$ এবং $b : c = 5 : 7$ হলে, $a : b : c$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $m^2 - \frac{2m}{x} + 1 = 0$. ৪

গ. দেখাও যে, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি $\frac{65}{54}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$a : b = 3 : 4$

$= 3 \times 5 : 4 \times 5$

$= 15 : 20$

এবং $b : c = 5 : 7$

$= 5 \times 4 : 7 \times 4$

$= 20 : 28$

$\therefore a : b : c = 15 : 20 : 28$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ ৬ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১১

গ সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি $= a\frac{1 - r^8}{1 - r}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left\{\frac{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right\}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1 - \frac{16}{81}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\frac{81 - 16}{81}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{65}{81} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right)$

$= \frac{65 \times 3}{2 \times 81(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \frac{65}{54}\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$

$= \frac{65}{54}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৬৬ একজন দৌড়বিদ প্রথম দিন 1000 মিটার দৌড়াল এবং পরের দিন থেকে সে আগের চেয়ে 100 মিটার বেশি দূরত্ব অতিক্রম করার সিদ্ধান্ত নিলেন। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩*

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ◊ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমাধান কর : $(\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$ ২

খ. কততম দিনে সে 10,000 মিটার দৌড়াবে? ৪

গ. পরের দিন থেকে 100 মিটার বেশি না দৌড়ে সে যদি আগের দিনের অতিক্রান্ত দূরত্বের 10% বেশি করে দৌড়ানোর সিদ্ধান্ত নেয় তবে 10 দিনে সে মোট কত কি.মি. দৌড়াবে? ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$

হয় $\sqrt{2}x + 3 = 0$

বা, $\sqrt{2}x = -3$

অথবা, $\sqrt{3}x - 2 = 0$

বা, $\sqrt{3}x = 2$

$\therefore x = \frac{-3}{\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$ | $\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ $x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3}$ **(Ans.)**

খ অতিক্রান্ত দূরত্বকে নিচে একটি ধারার সাহায্যে প্রকাশ করা হলোঃ

$1000 + (1000 + 100) + (1000 + 100 + 100) + \cdots$
$= 1000 + 1100 + 1200 + \cdots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1000$

সাধারণ অন্তর, $d = 1100 - 1000 = 100$

$\therefore$ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, n-তম দিনে সে 10000 মিটার দৌড়াবে।

আমরা জানি, n-তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ $a + (n - 1)d = 10000$

বা, $1000 + (n - 1)100 = 10,000$

বা, $(n - 1)100 = 9000$

বা, $n - 1 = 90$

$\therefore n = 91$

$\therefore$ 91-তম দিনে সে 10,000 মিটার দৌড়াবে। **(Ans.)**

গ প্রথম দিনে অতিক্রান্ত দূরত্ব = 1000 মিটার

দ্বিতীয় দিনে 10% বেশি অতিক্রম করলে দ্বিতীয় দিনে অতিক্রান্ত দূরত্ব

= (1000 + 1000 এর 10%) মিটার

$= \left(1000 + 1000 \text{ \%oi } \frac{10}{100}\right)$ মিটার

= (1000 + 100) মিটার = 1100 মিটার

আবার, তৃতীয় দিনে আগের দিনের চেয়ে 10% বেশি অতিক্রম করলে তৃতীয় দিনে অতিক্রান্ত দূরত্ব = (1100 + 1100 এর 10%) মিটার

$= \left(1100 + 1100 \text{ \%oi } \frac{10}{100}\right)$ মিটার

= (1100 + 110) মিটার

= 1210 মিটার

এক্ষেত্রে, অ্যাথলেটের অতিক্রান্ত দূরত্বের ধারাটি হবে নিম্নরূপঃ

$1000 + 1100 + 1210 + \cdots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1000$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1100}{1000} = \frac{11}{10} > 1$

$\therefore$ ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

এখানে, 10 দিনে অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।

অর্থাৎ $n = 10$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, যখন $r > 1$

সুতরাং ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি, $S_{10} = \frac{1000\left\{\left(\frac{11}{10}\right)^{10} - 1\right\}}{\frac{11}{10} - 1}$

$= 15937.425$

$\therefore$ 10 দিনে সে মোট 15937.425 মিটার বা, 15.94 কি.মি. দৌড়াবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৭ একটি গুণোত্তর ধারার 5-তম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং 10 পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$

[সেন্ট প্লাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম ;; প্রশ্ন নং ৩]

ক. তথ্যটির উপযুক্ত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম পদ বের কর। ৪

গ. ধারাটি তৈরি করে প্রথম 16 টি পদের সমষ্টি বের কর। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক + **খ** সৃজনশীল ১৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' হতে পাই,

১ম পদ, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটি $= a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots \ldots \ldots$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 + \ldots \ldots \ldots$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \ldots \ldots \ldots$ **(Ans.)**

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 16টি পদের সমষ্টি $= a.\frac{1 - r^{16}}{1 - r}$ [□ r < 1]

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1 - \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{16}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1 - \frac{256}{6561}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{6561 - 256}{6561}$

$= \frac{3}{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \times \frac{6305}{6561}$

$= \frac{6305}{4374}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৮ $2x + 5y = -14$

$4x - 5y = 17$

কোনো ধারার p তম পদ 3p – 1, যেখানে p ∈ |

◀সমন্বিত অধ্যায় ১২ ও ১৩

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ;; প্রশ্ন নং ৩]

ক. 128 + 64 + 32 + ... ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? ২

খ. প্রদত্ত সমীকরণ জোটটির সমাধান আড়গুণন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর। ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর। অতঃপর নতুন ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৩৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ প্রদত্ত সমীকরণ জোটঃ

$2x + 5y = -14$

$4x - 5y = 17$

অর্থাৎ $2x + 5y + 14 = 0$

$4x - 5y - 17 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{5(-17) - 14(-5)} = \frac{y}{14 \times 4 - 2(-17)} = \frac{1}{2(-5) - 4 \times 5}$

বা, $\frac{x}{-85 + 70} = \frac{y}{56 + 34} = \frac{1}{-10 - 20}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{90} = \frac{1}{-30}$

অর্থাৎ, $\frac{x}{-15} = \frac{1}{-30}$ এবং $\frac{y}{90} = \frac{1}{-30}$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ $\therefore y = -3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, -3\right)$

গ সমান্তর ধারার p তম পদ বা সাধারণ পদ, 3p – 1 যেখানে P ∈ |

$\therefore$ ১ম পদ $= 3 \times 1 - 1 = 2$

২য় পদ $= 3 \times 2 - 1 = 5$

৩য় পদ $= 3 \times 3 - 1 = 8$

৪র্থ পদ $= 3 \times 4 - 1 = 11$

$\therefore$ নির্ণেয় ধারাঃ $2 + 5 + 8 + 11 + \ldots..$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5 = 5 - 2 = 3$

∴ নতুন ধারার প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

∴ নতুন গুণোত্তর ধারা: $a + ar + ar^2 + ...$

$= 2 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + ...$

$= 2 + 6 + 18 + ...$

এখানে সাধারণ অনুপাত, $r = 3 > 1$

∴ প্রথম চারটি পদের সমষ্টি, $S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{2(3^4 - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{2(81 - 1)}{2}$

$= 80$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬৯ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560.

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি 320 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক + খ সৃজনশীল ৩৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, প্রথম 10 পদের সমষ্টি $= \frac{10}{2}\{2(-10) + (10 - 1)4\} = 80$ **(Ans.)**

গ প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 320$

বা, $\frac{n}{2}\{2(-10) + (n - 1)4\} = 320$ [□ $a = -10$ এবং $d = 4$]

বা, $\frac{n}{2}(-20 + 4n - 4) = 320$

বা, $\frac{n}{2} \times 4(n - 6) = 320$

বা, $n^2 - 6n = 160$

বা, $n^2 - 6n - 160 = 0$

বা, $n^2 - 16n + 10n - 160 = 0$

বা, $n(n - 16) + 10(n - 16) = 0$

বা, $(n - 16)(n + 10) = 0$

বা, $n - 16 = 0$ [$n \neq -10$, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ $n = 16$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭০ $4 + x + y + z + 1024$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং অপর একটি সমান্তর ধারার ১ম 10 পদের সমষ্টি 155 এবং ১ম 20 পদের সমষ্টি 610।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১৩

[ব্লু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে দেখাও যে, $xyz = 1$ ২

খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত গুণোত্তর ধারাটি হতে x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমান্তর ধারাটির 30 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$a^x = b, b^y = c, c^z = a$

এখন, $c^z = a$

বা, $(b^y)^z = a$ [∵ $b^y = c$]

বা, $b^{yz} = a$

বা, $(a^x)^{yz} = a$ [∵ $a^x = b$]

বা, $a^{xyz} = a^1$

∴ $xyz = 1$; [$a^x = a^y$ হলে $x = y$ যখন $a > 0, a \neq 1$]**(দেখানো হলো)**

খ দেওয়া আছে, $4 + x + y + z + 1024$ গুণোত্তর ধারা।

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

সাধারণ অনুপাত $= r$

∴ পঞ্চম পদ $ar^{5-1} = 1024$

বা, $4r^4 = 1024$

বা, $r^4 = 256$

বা, $r^4 = (\pm 4)^4$

∴ $r = \pm 4$

∴ দ্বিতীয় পদ, $x = 4(\pm 4)^{2-1} = \pm 16$

তৃতীয় পদ, $y = 4(\pm 4)^{3-1} = 64$

এবং চতুর্থ পদ, $z = 4(\pm 4)^{4-1} = \pm 256$

∴ x, y ও z এর মান যথাক্রমে $\pm 16, 64$ ও ± 256 **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭১ $5 + p + q + 320 + … …$ একটি ধারা।

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $23 + 26 + 29 + … … + 83$ ধারাটির পদসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটি গুণোত্তর হলে, p ও q এর মান নির্ণয় করে ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি সমান্তর হলে, এর প্রথম 12টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা: $23 + 26 + 29 + … … + 83$

প্রথম পদ, $a = 23$

সাধারণ অন্তর, $d = 26 - 23 = 3$

ধরি, ধারাটির n-তম পদ = 83

∴ $a + (n - 1)d = 83$

বা, $23 + (n - 1).3 = 83$

বা, $(n - 1)3 = 83 - 23$

বা, $n - 1 = \frac{60}{3}$

বা, $n - 1 = 20$

∴ $n = 21$

∴ ধারাটির পদসংখ্যা 21. **(Ans.)**

খ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা: $5 + p + q + 320 + … …$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

ধরি, সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n-তম পদ $= ar^{n-1}$

∴ 4 তম পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

∴ $ar^3 = 320$

বা, $5.r^3 = 320$

বা, $r^3 = 64$

বা, $r^3 = 4^3$

∴ $r = 4$

∴ দ্বিতীয় পদ $= p = ar^{2-1} = 5 \times 4 = 20$

তৃতীয় পদ $= q = ar^{3-1} = 5 \times 4^2 = 80$

∴ ধারাটি: $5 + 20 + 80 + 320 + … …$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ধারা, $5 + p + q + 320 + … …$

ধারাটি সমান্তর হওয়ায়, প্রথম পদ, $a = 5$

ধরি, সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ 4 তম পদ $= a + (4 - 1)d$

বা, $320 = a + 3d$

বা, $320 = 5 + 3.d$

বা, $3d = 315$

∴ $d = 105$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ 12টি পদের সমষ্টি $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$

$= 6\{2.5 + 11.105\}$
$= 6\{10 + 1155\}$
$= 6 \times 1165$
$= 6990$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭২ (i) 1, 2, 3, 4, ... n ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা।
(ii) a + 1 + b – 5 – .... একটি সমান্তর ধারার n সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি – 95.

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. অনুক্রম কী? ২
খ. (i) হতে দেখাও যে, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ৪
গ. (ii) হতে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অনুক্রম: যদি কতগুলো রাশি একটি বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে সম্পর্কিত থাকে, তবে সেই সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৩.২ এর 'প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়' অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৫৮

গ (ii) নং উদ্দীপক অনুসারে,
a + 1 + b – 5 – .... সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক
সংখ্যার সমষ্টি – 95
সমান্তর ধারা বলে,
$b - 1 = -5 - b$
বা, $2b = -5 + 1$
$\therefore b = -2$
$\therefore$ সাধারণ অন্তর, $d = b - 1 = -2 - 1 = -3$
আবার, $d = 1 - a$
বা, $-3 = 1 - a$
বা, $a = 4$
$\therefore$ ধারাটি 4 + 1 – 2 – 5 ....
ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি হবে

$\frac{n}{2}\{2 \times 4 + (n-1) \times (-3)\}$

$= \frac{n}{2}(8 - 3n + 3)$

$= \frac{n}{2}(11 - 3n)$

শর্তমতে,

$\frac{n}{2}(11 - 3n) = -95$

বা $11n - 3n^2 = -190$
বা, $3n^2 - 11n - 190 = 0$
বা, $3n^2 - 30n + 19n - 190 = 0$
বা, $3n(n - 10) + 19(n - 10) = 0$
বা, $(n - 10)(3n + 19) = 0$
n ঋণাত্মক হতে পারে না বলে, $3n + 19 \neq 0$
$\therefore n - 10 = 0$
বা, $n = 10$
$\therefore n = 10$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৩ একটি সমান্তর ধারার 12তম পদ 77 এবং 19 তম পদ 91।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৫ ও ১৩

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$ সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটি নির্ণয় করে 15তম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির শেষ পদ 149 হলে, সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x-2}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$

বা, $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2$

বা, $\frac{x-2+1}{x-1} = 2$

বা, $\frac{x-1}{x-1} = 2$

বা, $1 = 2$
কিন্তু এটি সম্ভব নয়।
সুতরাং, প্রদত্ত সমীকরণের কোনো সমাধান নেই।
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট: $S = \varnothing$

খ মনে করি,
ধারাটির প্রথম পদ = a
সাধারণ অন্তর = d
$\therefore$ 12 তম পদ = $a + (12 - 1)d$
$= a + 11d$
এবং 19 তম পদ = $a + (19 - 1)d = a + 18d$
শর্তমতে,
$a + 11d = 77$ ....(i)
$a + 18d = 91$ ....(ii)
(ii) হতে (i) বিয়োগ করে পাই,
$a + 18d = 91$
$a + 11d = 77$
(–) (–) (–)
$7d = 14$
$\therefore d = 2$
d এর মান (i) নং এ বসিয়ে,
$a + 11 \times 2 = 77$
বা, $a + 22 = 77$
$\therefore a = 55$
$\therefore$ নির্ণেয় সমান্তর ধারা: a + (a + d) + (a + 2d) + ...
= 55 + (55 + 2) + (55 + 4) + ...
= 55 + 57 + 59 + ... (Ans.)
15তম পদ = $a + (15 - 1)d$
$= 55 + 14 \times 2 = 83$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,
প্রথম পদ, a = 55
সাধারণ অন্তর, d = 2
ধরি, শেষ পদ = n তম পদ
$\therefore$ n তম পদ = $55 + (n - 1)2$
$= 55 + 2n - 2 = 2n + 53$
শর্তমতে $2n + 53 = 149$
বা, $2n = 96$
$\therefore n = 48$
$\therefore$ ধারাটির পদ সংখ্যা, n = 48
$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি, $s = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{48}{2}\{2 \times 55 + (48 - 1)2\}$

$= 24\{110 + 94\}$
$= 4896$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৪ কোনো সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ, l তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2।

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ⁄⁄ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. ধারাটির $(l + k)$ তম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, ধারাটির প্রথম $(l + k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{l+k}{2}$

$(l^2 + k^2 + l + k)$ ৪

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,
সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে,
l তম পদ $= a + (l - 1)d$
এবং k তম পদ $= a + (k - 1) d$.
প্রশ্নমতে,
$a + (l - 1)d = l^2$ ... ... (i)
$a + (k - 1) d = k^2$ ... ... (ii) **(Ans.)**

খ (i) নং থেকে (ii) বিয়োগ করে
$a + (l - 1)d - a - (k - 1) d = l^2 - k^2$
বা, $d(l - 1 - k + 1) = l^2 - k^2$
বা, $d(l - k) = (l + k) (l - k)$
$\therefore d = l + k.$
$\therefore$ ধারাটির $(l + k)$ তম পদ
$= a + (l + k - 1)d$
$= a + (l - 1)d + kd$
$= l^2 + k(l + k)$
$= l^2 + lk + k^2$. **(Ans.)**

গ (i) নং এ d এর মান বসিয়ে পাই,
$a + (l - 1) (l + k) = l^2$
বা, $a + l^2 + lk - l - k = l^2$
$\therefore a = l + k - lk$
আমরা জানি,
সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি
$s = \frac{n}{2}(a + p)$
যেখানে p শেষপদ।
$\therefore$ প্রদত্ত ধারাটির প্রথম $(l + k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি
$= \frac{l + k}{2}$ {a + (l + k) তম পদ}
$= \frac{l + k}{2}\{a + l^2 + lk + k^2\}$ ['খ' থেকে পাই]
$= \frac{l + k}{2}\{l + k - lk + l^2 + lk + k^2\}$ [মান বসিয়ে]
$= \frac{l + k}{2}(l^2 + k^2 + l + k)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৭৫ (i) $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$
(ii) 7 + 12 + 17 + ... ◂সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[শহীদ পুলিশ স্মৃতি কলেজ, ঢাকা ✈ প্রশ্ন নং ৩]

ক. (i) নং হতে দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। ২
খ. 'ক' হতে প্রমাণ কর যে, $a - 2b + c = \frac{(a - b)^2}{a} = \frac{(b - c)^2}{c}$. ৪
গ. (ii) নং ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি গুণোত্তর ধারা তৈরি করে ১ম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-৭ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১২

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল ১১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ (ii) নং ধারাটি 7 + 12 + 17 + ...
১ম পদ, a = 7
সাধারণ অন্তর, d = 12 – 7 = 5
সুতরাং, গুণোত্তর ধারার, ১ম পদ, a = 7
সাধারণ অনুপাত, r = 5
গুণোত্তর ধারার ১ম ১০টি পদের সমষ্টি,
$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1}$
$= \frac{7(5^{10} - 1)}{5 - 1}$
$= \frac{7}{4}(5^{10} - 1)$
= 17089842 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৬ (i) $\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 + \sqrt{5}$ .... একটি গুণোত্তর ধারা।
(ii) একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q এবং q তম পদ p।

[বাড্ডা আলাতুন্নেছা উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ✈ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 99 = কত? ২
খ. গুণোত্তর ধারাটির কোন পদ $625\sqrt{5}$? ৪
গ. সমান্তর ধারাটির p + q – 1 তম পদ কত? ৪

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৩.১ এর উদাহরণ-৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৫৩

খ সৃজনশীল ২৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৪০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৭ $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা।

[এ কে স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ✈ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? ২
খ. ধারাটির ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত ধারার ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাতের বিপরীত সংখ্যাকে সাধারণ অন্তর ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির 30টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গুণোত্তর ধারা,
$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + ...$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3} \div 1 = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**

খ সৃজনশীল ৪৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, a = 1
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{3}$
$\therefore$ নির্ণেয় ধারার সাধারণ অন্তর, $d = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$
$\therefore$ নির্ণেয় ধারার প্রথম পদ, a = 1
দ্বিতীয় পদ = a + d = 1 + 3 = 4
তৃতীয় পদ = a + 2d = 1 + 6 = 7
চতুর্থ পদ = a + 3d = 1 + 9 = 10
$\therefore$ নির্ণেয় সমান্তর ধারা: 1 + 4 + 7 + 10 + ... **(Ans.)**
সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,
$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 30টি পদের সমষ্টিত,
$S_{30} = \frac{30}{2}\{2 \times 1 + (30 - 1)3\}$
= 15 {2 + 87}
= 1335 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৮ একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 3 এবং সাধারণ অন্তর 4। আবার, একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ – 27।

[এস এম মডেল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ ✈ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 5 + b + 17 সমান্তর ধারাভুক্ত হলে, b এর মান বের কর। ২
খ. উদ্দীপকের সমান্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1830 হলে, n এর মান বের কর। ৪
গ. উদ্দীপকের গুণোত্তর ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটি সমান্তর হওয়ায় সাধারণ অন্তর একই থাকবে।
$\therefore$ সাধারণ অন্তর = b – 5 = 17 – b
বা, b + b = 17 + 5
বা, 2b = 22

বা, $b = \frac{22}{2}$

$\therefore b = 11$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 4$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নমতে, $1830 = \frac{n}{2}\{2 \times 3 + (n-1)4\}$

বা, $n(6 + 4n - 4) = 3660$

বা, $4n^2 + 2n - 3660 = 0$

বা, $2n^2 + n - 1830 = 0$

বা, $2n^2 + 61n - 60n - 1830 = 0$

বা, $n(2n + 61) - 30(2n + 61) = 0$

বা, $(2n + 61)(n - 30) = 0$

$\therefore n = 30, -\frac{61}{2}$

যেহেতু পদের সংখ্যা ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং $n \neq -\frac{61}{2}$

$\therefore n = 30$ **(Ans.)**

গ সৃজনশীল ৬৩(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

অতঃপর, গুণোত্তর ধারাটির 12 তম পদ,

$ar^{12-1} = ar^{11}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3})^{11}$

$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^{11}$

$= -(\sqrt{3})^{10}$

$= -\{(\sqrt{3})^2\}^5$

$= -3^5$

$= -243$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭৯ $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + ...$ একটি সমান্তর ধারা।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর ॥ প্রশ্ন নং ২]

ক. ধারাটির 15 তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি –253 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির ১ম পদকে ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে গঠিত গুণোত্তর ধারার ১ম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

প্রথম পদ, $a = 11$

সাধারণ অন্তর, $d = -2$

এখন,

n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 15 তম পদ $= 11 + (15 - 1) \times (-2)$

$= 11 + 14(-2)$

$= 11 - 28$

$= -17$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

শর্তমতে, $\frac{n}{2}\{2.11 + (n-1)(-2)\} = -253$

বা, $\frac{n}{2}\{22 - 2n + 2\} = -253$

বা, $\frac{n}{2}(24 - 2n) = -253$

বা, $n(12 - n) = -253$

বা, $12n - n^2 + 253 = 0$

বা, $n^2 - 12n - 253 = 0$

বা, $n^2 - 23n + 11n - 253 = 0$

বা, $n(n - 23) + 11(n - 23) = 0$

বা, $(n - 23)(n + 11) = 0$

$\therefore n - 23 = 0$ অথবা, $n + 11 = 0$

$\therefore n = 23$ $\therefore n = -11$

$\therefore$ n এর মান 23।

$n = -11$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। **(Ans.)**

গ শর্তানুসারে,

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 11$

সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

$\therefore$ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি

$= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$= \frac{11\{1 - (-2)^{10}\}}{1 - (-2)}$

$= \frac{11\{1 - 1024\}}{1 + 2}$

$= \frac{11 \times (-1023)}{3}$

$= -3751$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮০ $\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 + \sqrt{5}$ ....

[কালেক্টরেট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, নীলফামারী ॥ প্রশ্ন নং ৩]

ক. ধারাটির 6 তম পদ কত? ২

খ. ধারাটির কোন পদ – 625 ৪

গ. ধারাটির n পদের সমষ্টি $\frac{-624}{5 + \sqrt{5}}$ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\sqrt{5}$

$\therefore$ ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির 6 তম পদ $= \frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^{6-1}$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^5$

$= \frac{1}{\sqrt{5}}(-25\sqrt{5})$

$= -25$ **(Ans.)**

খ মনে করি,

ধারাটির n তম পদ $= -625$

বা, $ar^{n-1} = -625$

বা, $\frac{1}{\sqrt{5}}(-\sqrt{5})^{n-1} = -625$

বা, $(-\sqrt{5})^{n-1} = -625\sqrt{5}$

বা, $(-\sqrt{5})^{n-1} = (-\sqrt{5})^9$

বা, $n - 1 = 9$

বা, $n = 10$

সুতরাং 10 তম পদ – 625 **(Ans.)**

গ ধারাটির n পদের সমষ্টি $= \frac{-624}{5 + \sqrt{5}}$

বা, $\frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{-624}{5+\sqrt{5}}$

বা, $\frac{\frac{1}{\sqrt{5}}\{1-(-\sqrt{5})^n\}}{1-(-\sqrt{5})} = \frac{-624}{5+\sqrt{5}}$

বা, $\frac{1-(-\sqrt{5})^n}{\sqrt{5}(1+\sqrt{5})} = \frac{-624}{5+\sqrt{5}}$

বা, $1-(-\sqrt{5})^n = -624$

বা, $-(-\sqrt{5})^n = -624-1$

বা, $(-\sqrt{5})^n = 625$

বা, $(-\sqrt{5})^n = (-\sqrt{5})^8$

বা, $n = 8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮১ $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 + \sqrt{3} + ...$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং

$P = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}}$; $Q = \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}}$ ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১১ ও ১৩*

[কুমিল্লা হাই স্কুল, কুমিল্লা ⫽ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $a : b = b : c$ হলে, দেখাও যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$ ২

খ. ধারাটির কোন পদ $27\sqrt{3}$? ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $P \div Q = \frac{1}{4}$ ৪

৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১১.১ এর উদাহরণ-১১(ক) নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২১৪

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$

ধরি, ধারাটির n তম পদ $= 27\sqrt{3}$

$\therefore ar^{n-1} = 27\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}}(-\sqrt{3})^{n-1} = 27\sqrt{3}$

বা, $(-\sqrt{3})^{n-1} = 81$

বা, $(-\sqrt{3})^{n-1} = (-\sqrt{3})^8$

$\therefore n-1 = 8$

$\therefore n = 9$

$\therefore$ ধারাটির 9 তম পদ $27\sqrt{3}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$P = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}}$ এবং

$Q = \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}}$

$\therefore P \div Q = \frac{2^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{4^{m+1}}{(2^{m+1})^{m-1}}$

$= \frac{2^{m+1}}{2^{m^2-m}} \times \frac{2^{m^2-1}}{(2^2)^{m+1}}$

$= \frac{2^{m+1}}{2^{m^2-m}} \times \frac{2^{m^2-1}}{2^{2m+2}}$

$= 2^{m+1-m^2+m} \times 2^{m^2-1-2m-2}$

$= 2^{2m+1-m^2+m^2-3-2m}$

$= 2^{-2}$

$\therefore P \div Q = \frac{1}{4}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৮২ একটি সমান্তর ধারার সপ্তম পদ 34 এবং 15 তম পদ 74 এবং অপর একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{84}$

[বুড়িচং আনন্দ পাইলট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা ⫽ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 30^2 =$ কত? ২

খ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ নির্ণয় কর। ৪

৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 30^2$

$= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + ... + (2.15)^2$

$= 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 15^2)$ ....(i)

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 15^2 = \frac{15(15+1)(2.15+1)}{6}$

$= \frac{15.16.31}{6}$

$= 1240$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $= 2^2 \times 1240 = 4960$ **(Ans.)**

খ ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ

$= a + (n-1)d$

$\therefore$ সপ্তম পদ $= a + (7-1)d = a + 6d$

এবং 15 তম পদ $= a + (15-1)d = a + 14d$

প্রশ্নমতে,

$a + 14d = 74$ ... ... (i)

$a + 6d = 34$ ... ... (ii)

(–) (–) (–)

$8d = 40$

বা, $d = \frac{40}{8} = 5$

(i) নং সমীকরণে d = 5 বসিয়ে,

$a + 14.5 = 74$

বা, $a + 70 = 74$

$\therefore a = 4 =$ প্রথম পদ

$\therefore$ সমান্তর ধারাটি নিম্নরূপ:

$4 + 9 + 14 + 19 + 24 + 29 + 34 + ...$ **(Ans.)**

গ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a

এবং সাধারণ অনুপাত r

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

এবং দশম পদ $= ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নমতে, $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{84}$ ... ... (i)

এবং $ar^3 = \frac{2}{3\sqrt{2}}$ ... ...(ii)

(i) নং সমীকরণকে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে,

$\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{84} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}$

বা, $r^6 = \frac{2}{7}$ ... ... (iii)

বা, $(r^6)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore r^3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

(ii) নং সমীকরণে r^3 এর মান বসিয়ে,

$a . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$

বা, $a = \frac{2}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{7}}{3}$

∴ গুণোত্তর ধারাটির সপ্তম পদ = ar^{7-1}

$= ar^6$

$= \frac{\sqrt{7}}{3} \times \frac{2}{7}$ [(iii) থেকে মান বসিয়ে]

$= \frac{2}{3\sqrt{7}}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৩ একটি সমান্তর ধারার 15 তম পদ 73 এবং 20 তম পদ 98। অপর একটি গুণোত্তর ধারা $\sqrt{2} + x + y + z + \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ।

[বান্দরবান ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বান্দরবান ▸ প্রশ্ন নং ৩]

ক. সমান্তর ধারাটির ১ম পদ a ও সাধারণ অন্তর d ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. সমান্তর ধারাটির 25 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনেকরি,

ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ ধারাটির 15 তম পদ, a + (15 – 1)d = 73

∴ a + 14d = 73 ... ... (i)

এবং ধারাটির 20 তম পদ, a + (20 – 1)d = 98

∴ a + 19d = 98 ... ... (ii)

খ 'ক' হতে পাই,

a + 14d = 73 ... ... (i)

a + 19d = 98 ... ... (ii)

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

19d – 14d = 98 – 73

বা, 5d = 25

∴ d = 5

(i) নং থেকে,

a + 14 × 5 = 73

∴ a = 73 – 70 = 3

∴ ধারাটির 25 তম পদ = a + (25 – 1)d

= 3 + 24 × 5

= 123 **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারা, $\sqrt{2} + x + y + z + \frac{1}{2\sqrt{2}}$

ধরি, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \sqrt{2}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{x}{\sqrt{2}}$

∴ ধারাটির পঞ্চম পদ = ar^{5-1}

$= \sqrt{2}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^4$

$= \frac{x^4}{2\sqrt{2}}$

∴ $\frac{x^4}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

বা, $x^4 = 1$

∴ x = 1

∴ সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ ৩য় পদ, $y = ar^{3-1}$

$= \sqrt{2} . \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

৪র্থ পদ, $z = \sqrt{2} . \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{4-1}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{2}$

∴ x, y ও z এর মান যথাক্রমে 1, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ও $\frac{1}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৮৪ (i) a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

(ii) 3 + 6 + 9 + 12 + ... *◀সমন্বিত অধ্যায় ৪, ১১ ও ১৩*

[কানাইঘাট সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট ▸ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. (i) নং এর সাহায্যে দেখাও যে, $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ ৪

গ. (ii) নং এ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 630 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $2^x + 2^{1-x} = 3$

বা, $2^x + \frac{2^1}{2^x} = 3$

বা, $a + \frac{2}{a} = 3$ [$2^x = a$ ধরে]

বা, $\frac{a^2 + 2}{a} = 3$

বা, $a^2 + 2 = 3a$

বা, $a^2 – 3a + 2 = 0$

বা, $a^2 – 2a – a + 2 = 0$

বা, a(a – 2) – 1(a – 2) = 0

বা, (a – 2) (a – 1) = 0

হয়, a – 2 = 0 অথবা, a – 1 = 0

বা, a = 2 বা, a = 1

বা, $2^x = 2^1$ বা, $2^x = 2^0$ [a এর মান বসিয়ে]

∴ x = 1 ∴ x = 0;

∴ x = 0, 1 **(Ans.)**

খ অধ্যায়-১১ এর সৃজনশীল-১১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮১

গ সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৮৫ (i) 7 + p + q + s + 16807 + ... একটি গুণোত্তর ধারা।

(ii) 7 + 12 + 17 + 22 + ...

[ন্যাচারেল গ্যাস ফার্টিলাইজার ফ্যাক্টরি স্কুল, সিলেট ▸ প্রশ্ন নং ৩]

ক. প্রথম 50টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় করো। ২

খ. p, q, s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (ii) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 1090 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৭নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৮৬ একটি সমান্তর ধারার 7 তম পদ 34 এবং 13 তম পদ 64 আবার একটি গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ 96 এবং দশম পদ 1536।

[সরকারি এস সি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ ▸ প্রশ্ন নং ৩]

ক. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 12^2$ = কত? ২

খ. সমান্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. গুণোত্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 3069 হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n + 1) (2n + 1)}{6}$

সুতরাং, $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 12^2 = \frac{12(12+1)(24+1)}{6}$

$= 650$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি,

কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ a

সাধারণ অন্তর d হলে,

n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ 7 তম পদ $= a + (7-1)d = 34$

বা, $a + 6d = 34$ ... ... (i)

এবং 13 তম পদ $= a + (13-1)d = 64$

বা, $a + 12d = 64$ ... ... (ii)

(ii) – (i) হতে পাই,

$6d = 30$

$\therefore d = 5$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$a + 6 \times 5 = 34$

বা, $a = 34 - 30 = 4$

$\therefore$ ধারাটির ১ম পদ, $a = 4$

২য় পদ, $a + d = 4 + 5 = 9$

৩য় পদ, $a + 2d = 4 + 10 = 14$

৪র্থ পদ, $a + 3d = 4 + 15 = 19$

$\therefore$ ধারাটি, 4 + 9 + 14 + 19 + ...

গ ধরি, গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ a

সাধারণ অনুপাত r

সুতরাং, n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ ৬ষ্ঠ পদ, $ar^{6-1} = 96$

বা, $ar^5 = 96$ ... ... (i)

এবং ১০ম পদ, $ar^{10-1} = 1536$

বা, $ar^9 = 1536$ ... ... (ii)

এখন, (ii) ÷ (i) হতে পাই,

$\frac{ar^9}{ar^5} = \frac{1536}{96}$

বা, $r^4 = 16 = 2^4$

$\therefore r = 2$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$a.(2)^5 = 96$

বা, $32a = 96$

$\therefore a = 3$

এখন, গুণোত্তর ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1}$

$= 3(2^n - 1)$

শর্তমতে, $3(2^n - 1) = 3069$

বা, $2^n - 1 = 1023$

বা, $2^n = 1024 = 2^{10}$

$\therefore n = 10$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮৭ (i) $a^2 - \frac{2a}{x} + 1 = 0$

(ii) একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১১ ও ১৩

[পিরোজপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ৷৷ প্রশ্ন নং ৩]

ক. 128 + 64 + 32 + ... ধারাটির নবম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. (i) হতে দেখাও যে, $a = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ । ৪

গ. (ii) হতে প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধারাটির প্রথম পদ, $a = 128$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore$ নবম পদ $= ar^{9-1} = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8$

$= 128 \times \frac{1}{256}$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$a^2 - \frac{2a}{x} + 1 = 0$

বা, $a^2 + 1 = \frac{2a}{x}$

বা, $\frac{a^2 + 1}{2a} = \frac{1}{x}$

বা, $\frac{a^2 + 1 + 2a}{a^2 + 1 - 2a} = \frac{1 + x}{1 - x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $\frac{a+1}{a-1} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{a+1+a-1}{a+1-a+1} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$

$\therefore a = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ **(দেখানো হলো)**

গ সৃজনশীল ৩৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।