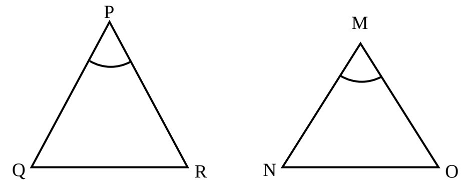
ci xÿv^xËe®ªjvy %‰Lvwb ˆewkó¨ ci xÿvy KÅGWU KGjRmn kx Ãeb xq Õ•jzmgyni ci xÿv%‰es gGWj ˆUGÕi cÉ²Gjvi cYÿÆ mgvab AaÅqwfwîK ˆ¨ l qvnGqGQ| %àGjvAbykxj b Ki G Zyg %‰AaÅqwU ˆ^GK ˆhGKvGbvmRbkxj i Pbvgj fK cÉ²i mgvab ÿvLGZ cvi Gemni GRB|

প্রশ্ন ▶ ১ *[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ ⎕ প্রশ্ন নং ৬]*



ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী।

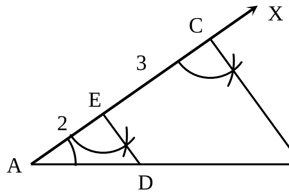
ক. একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে 2 : 3 অনুপাতে বিভক্ত কর। ২

খ. ΔPQR এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, QD : DR = QP : PR. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$ ৪

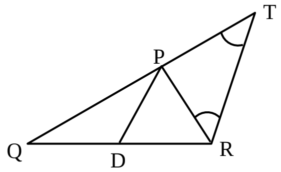
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যেকোনো রেখাংশ AB এর A বিন্দুতে যেকোনো কোণ $\angle BAX$ অঙ্কন করি। AX রশ্মি থেকে AE = 2 একক এবং EX থেকে EC = 3 একক কেটে নিই।



B, C যোগ করি। E বিন্দুতে $\angle ACB$ এর সমান $\angle AED$ অঙ্কন করি যার ED রেখা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে AB রেখাংশ D বিন্দুতে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলো।

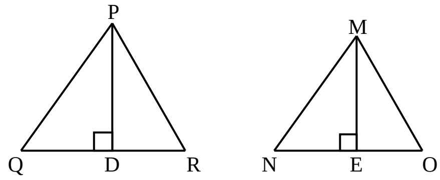
খ ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PD, QR কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, QD : DR = QP : PR



অঙ্কন: DP রেখাংশের সমান্তরাল করে R বিন্দু দিয়ে RT রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত QP বাহুকে T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : ধাপ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু $DP \parallel RT$ এবং PR ও PT তাদের ছেদক	[অঙ্কন]
$\therefore \angle PTR = \angle QPD$	[অনুরূপ কোণ]
এবং $\angle PRT = \angle RPD$	[একান্তর কোণ]
(২) কিন্তু $\angle QPD = \angle RPD$	[স্বীকার]
$\therefore \angle PTR = \angle PRT$; $\therefore PR = PT$	
(৩) আবার, যেহেতু $DP \parallel RT$ সুতরাং $\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PT}$	
বা, $\frac{QD}{DR} = \frac{PQ}{PR}$ [$\because PR = PT$]	
$\therefore QD : DR = QP : PR$ (প্রমাণিত)	

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$.

অঙ্কন : $PD \perp QR$ এবং $ME \perp NO$ আঁকি।

প্রমাণ: $\Delta PQR = \frac{1}{2} QR.PD$ এবং $\Delta MNO = \frac{1}{2} NO.ME$

আবার, ΔPQR ও ΔMNO সদৃশ,

$\therefore \frac{PQ}{MN} = \frac{PR}{MO} = \frac{QR}{NO}$ ... ... (i)

$$\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{\frac{1}{2} QR.PD}{\frac{1}{2} NO.ME} = \frac{QR}{NO} . \frac{PD}{ME}$$

আবার, ΔPQD ও ΔMNE-এ,

$\angle PQD = \angle MNE$ এবং $\angle PDQ = \angle MEN$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle QPD = \angle NME$

$\therefore \Delta PQD$ ও ΔMNE ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

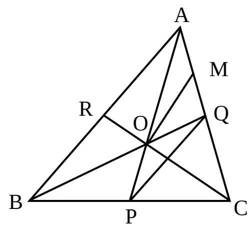
$\therefore \frac{PD}{ME} = \frac{PQ}{MN} = \frac{QD}{NE}$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) হতে, $\frac{PD}{ME} = \frac{QR}{NO}$ ... ... (iii)

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR}{NO} . \frac{PD}{ME} = \frac{QR}{NO} . \frac{QR}{NO} = \frac{QR^2}{NO^2}$ [(iii) হতে]

$\therefore \frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২



চিত্রে, ΔABC এর AP, BQ এবং CR মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আবার, $OM \parallel PQ$। *[সিলেট বোর্ড-২০১৯ ⎕ প্রশ্ন নং ৪]*
[অধ্যায় ৬ ও ১৪ এর সমন্বয়ে]

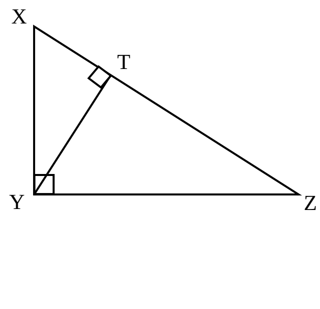
ক. ΔXYZ এ $\angle Y = 90°$ এবং $YT \perp XZ$ প্রমাণ কর যে, ΔXYZ এবং ΔXYT সদৃশ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2AP. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AC = 6MQ. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



MwYZ (AvewkÅK)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, XYZ সমকোণী ত্রিভুজে $\angle Y$ সমকোণ। YT, অতিভুজ XZ এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔXYT ও ΔXYZ পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔXYZ ও ΔXYT-এ

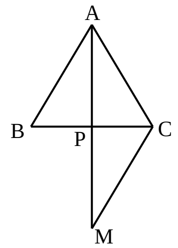
$\angle XYZ = \angle XTY$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

এবং $\angle X$ সাধারণ কোণ

$\therefore$ $\angle XZY = \angle XYT$; [অবশিষ্ট কোণ]

$\therefore$ ΔXYZ ও ΔXYT সদৃশকোণী ও সদৃশ। **(প্রমাণিত)**

খ



ΔABC এ AP একটি মধ্যমা।

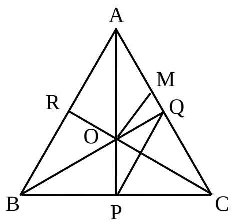
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AP$.

অঙ্কন: AP কে M পর্যন্ড় বর্ধিত করি যেন $AP = PM$ হয়। C, M যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABP ও ΔCPM এ	
$BP = CP$	[◻ P, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AP = PM$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং $\angle APB = \angle CPM$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta APB \cong \Delta CPM$	
সুতরাং $AB = CM$	
(২) এখন, ΔACM এ	[যেহেতু ত্রিভুজের যেকোন দুই
$AC + CM > AM$	বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা
বা, $AC + AB > AP + PM$	বৃহত্তর]
বা, $AB + AC > AP + AP$	[◻ $AP = PM$]
$\therefore$ $AB + AC > 2AP$ **(প্রমাণিত)**	

গ **বিশেষ নির্বচন:** চিত্রে, ΔABC-এর AP, BQ এবং CR মধ্যমাত্রয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আবার, $OM \parallel PQ$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6MQ$।



প্রমাণ: ΔABC এর AP, BQ ও CR মধ্যমাত্রয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। সুতরাং O ভরকেন্দ্র।

$\therefore \frac{OP}{OA} = \frac{1}{2}$ [ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

আবার,

ΔAPQ এ

$OM \parallel PQ$

$\therefore \frac{OP}{OA} = \frac{MQ}{MA}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{MQ}{MA}$

বা, $\frac{MA}{MQ} = \frac{2}{1}$

বা, $\frac{MA + MQ}{MQ} = \frac{2+1}{1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{AQ}{MQ} = 3$

বা, $AQ = 3MQ$

আবার, BQ, AC বাহুর উপর মধ্যমা।

$\therefore$ $AQ = QC$

বা, $AQ = \frac{1}{2} AC$

বা, $AC = 2AQ = 2. 3MQ$

$\therefore$ $AC = 6MQ$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩ ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS, QR-কে S বিন্দুতে ছেদ করেছে। SP এর সমান্তরাল RT রেখাংশ বর্ধিত QP-কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। *[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ ◻ প্রশ্ন নং ৫]*

ক. দেখাও যে, দুইটি ত্রিভুজের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল উচ্চতার সমানুপাতিক। ২

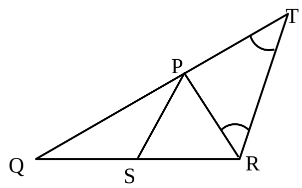
খ. প্রমাণ কর যে, QS : SR = PQ : PR. ৪

গ. QR এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ PQ এবং PR-কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, QS : SR = MQ : NR. ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর অনুচ্ছেদ "জ্যামিতিক সমানুপাত" এর (২) নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৭।

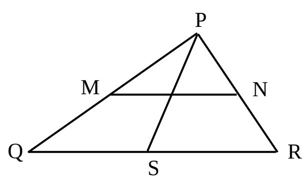
খ ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS, QR কে S বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, QS : SR = PQ : PR



অঙ্কন: SP রেখাংশের সমান্তরাল করে R বিন্দু দিয়ে RT রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত QP বাহুকে T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $SP \parallel RT$ এবং PR ও QT তাদের ছেদক	[অঙ্কন]
$\therefore \angle PTR = \angle QPS$	[অনুরূপ কোণ]
এবং $\angle PRT = \angle RPS$	[একান্তর কোণ]
(২) কিন্তু $\angle QPS = \angle RPS$	[স্বীকার]
$\therefore \angle PTR = \angle PRT$; $\therefore PR = PT$	
(৩) আবার, যেহেতু $SP \parallel RT$, $\therefore \frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PT}$	
$\therefore \frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$	
$\therefore$ QS : SR = PQ : PR **(প্রমাণিত)**	

গ



মনে করি, ΔPQR এ $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS। QR এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ PQ এবং PR কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $QS : SR = MQ : NR$

প্রমাণ : ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক PS	SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-**১২ঘ**
$\therefore QS : SR = PQ : PR$ ....(i)	['খ' হতে]
(২) এখন, $MN \parallel QR$	
$\therefore \frac{PM}{MQ} = \frac{PN}{NR}$	
বা, $\frac{PM}{MQ} + 1 = \frac{PN}{NR} + 1$	[উভয় পক্ষে 1 যোগ করে]
বা, $\frac{PM + MQ}{MQ} = \frac{PN + NR}{NR}$	
বা, $\frac{PQ}{MQ} = \frac{PR}{NR}$	
বা, $\frac{PQ}{PR} = \frac{MQ}{NR}$	
বা, $PQ : PR = MQ : NR$ ... ... (ii)	
(৩) সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,	
$QS : SR = MQ : NR$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ▶৪ দুইটি সদৃশকোণী ΔABC ও ΔDEF এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব। *[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ ◻ প্রশ্ন নং ৫]*

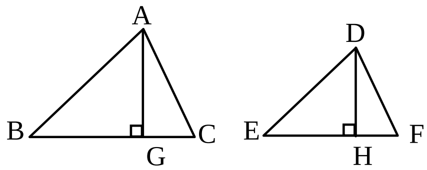
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $AG : DH = AB : DE$. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের আলোকে চিত্র নিম্নরূপ :



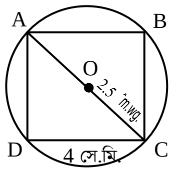
খ দেওয়া আছে, ΔABC ও ΔDEF দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ। AG ও DH যথাক্রমে তাদের উচ্চতা।

প্রমাণ করতে হবে যে, AG ∶ DH = AB ∶ DE

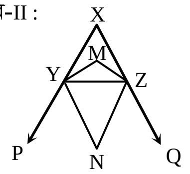
প্রমাণ : ধাপ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী	
$\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$	
(২) আবার, ΔABG ও ΔDEH -এ,	
$\angle ABG = \angle DEH$	
$\angle AGB = \angle DHE$ = এক সমকোণ	
$\therefore \angle BAG = \angle EDH$	[অবশিষ্ট]
$\therefore \Delta ABG$ ও ΔDEH সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।	
$\therefore \frac{AG}{DH} = \frac{AB}{DE}$	[সদৃশ কোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]
$\therefore$ AG ∶ DH = AB ∶ DE **(প্রমাণিত)**	

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

প্রশ্ন ▶৫ দৃশ্যকল্প-I :

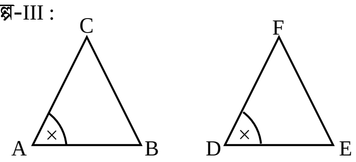


দৃশ্যকল্প-II :



$\angle XYZ$ ও $\angle XZY$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় N বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

দৃশ্যকল্প-III :



◂সমন্বিত অধ্যায় ৪ ও ১৪

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. দৃশ্যকল্প-I হতে AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-II হতে প্রমাণ কর যে, Y, M, Z এবং N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-III হতে প্রমাণ কর যে, ΔABC ∶ ΔDEF = AB.AC ∶ DE.DF.৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বৃত্তটির ব্যাসার্ধ, OC = 2.5 সে.মি.

$\therefore AC = 2 \times 2.5 = 5$ সে.মি.

ABCD বৃত্তের $\angle ABC = \angle ADC$ = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 1 সমকোণ।

$\therefore$ ACD সমকোণী ত্রিভুজ। সুতরাং

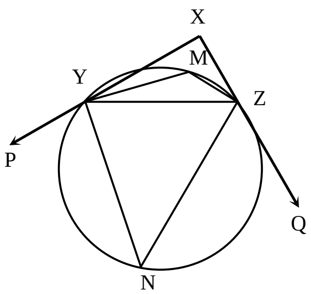
$AC^2 = AD^2 + CD^2$

$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4^2}$

$= \sqrt{9} = 3$ সে.মি. **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন: ΔXYZ-এ $\angle Y$ ও $\angle Z$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে YM ও ZM, M বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। XY বাহুকে P পর্যন্ত এবং XZ বাহুকে Q পর্যন্ত বর্ধিত করায় যথাক্রমে $\angle PYZ$ এবং $\angle QZY$ বহিঃস্থ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে। $\angle PYZ$ এবং $\angle QZY$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় অর্থাৎ $\angle Y$ এবং $\angle Z$ এর বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে YN এবং ZN, N বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Y, M, Z, N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ:

ধাপ	**যথার্থতা**
ধাপ-১. $\angle XYZ + \angle PYZ$ = 2 সমকোণ	
বা, $\frac{1}{2}\angle XYZ + \frac{1}{2}\angle PYZ$ = 1 সমকোণ	[উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $\angle MYZ + \angle NYZ$ = 1 সমকোণ	

[$\because$ YM, $\angle XYZ$-এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \frac{1}{2}\angle XYZ = \angle MYZ$ এবং YN, $\angle PYZ$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \frac{1}{2}\angle PYZ = \angle NYZ$]

$\therefore \angle MYN = 1$ সমকোণ ... ... (i)

তদ্রূপ, $\angle MZN = 1$ সমকোণ ... ... (ii)

ধাপ-২. (i) নং এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

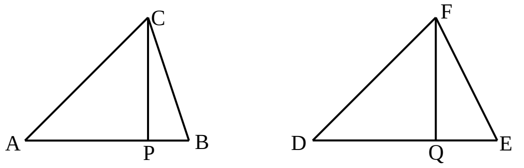
$\angle MYN + \angle MZN = 2$ সমকোণ

$\therefore$ চতুর্ভুজ YMZN-এ $\angle MYN + \angle MZN = 2$ সমকোণ

অর্থাৎ, চতুর্ভুজ YMZN এর দুটি বিপরীত কোণ $\angle MYN$ এবং $\angle MZN$ পরস্পর সম্পূরক।

সুতরাং, Y, M, Z, N বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔDEF-এ $\angle A = \angle D$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$

অঙ্কন: $CP \perp AB$ এবং $FQ \perp DE$ আঁকি।

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

ধাপ-১: ΔCAP ও ΔFDQ-এ,

$\angle A = \angle D$, $\angle CPA = \angle FQD = 90°$

$\therefore \angle ACP = \angle DFQ$ [অবশিষ্ট কোণ]

$\therefore \Delta CAP$ ও ΔFDQ সদৃশকোণী।

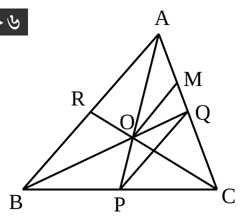
ধাপ-২: $\frac{AC}{DF} = \frac{CP}{FQ}$ ... ... (1) [$\because$ দুটি সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

ধাপ-৩: আবার, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}AB.CP}{\frac{1}{2}DE.FQ}$ [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB.CP}{DE.FQ} = \frac{AB.AC}{DE.DF}$ [(1) হতে]

$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৬



◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

চিত্রে, ΔABC এর AP, BQ এবং CR মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং OM || PQ.

ক. ΔXYZ এ $\angle Y = 90°$ এবং $YT \perp XZ$. প্রমাণ কর যে, ΔXYZ এবং ΔXYT সদৃশ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AP$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AC = 6MQ$. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭ ABC ও DEF দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

[ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুইটি বহুভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত কী কী? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB^2 : DE^2 = AC^2 : DF^2 = BC^2 : EF^2$ ৪

গ. দ্বিতীয় ত্রিভুজের দুটি মধ্যমা DG এবং EH পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে। MN || GH আঁকা হলো যা DF কে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $DF = 6HN$ ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সদৃশ বহুভুজ হওয়ার শর্তসমূহ:

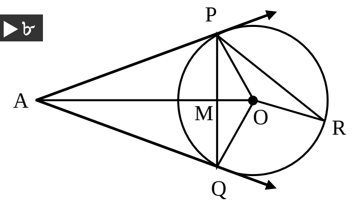
(i) অনুরূপ কোণগুলো সমান হবে

(ii) অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাতগুলো সমান হবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

গ সৃজনশীল ২(গ)নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ৮



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AP ও AQ দুইটি স্পর্শক এবং OR = 3.5 সে.মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৮ ও ১৪

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৫]

ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\Delta AMQ : \Delta POM = AQ^2 : OP^2$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

ব্যাসার্ধ, OR = 3.5 সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \pi \times (3.5)^2$

$= 3.1416 \times 3.5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 38.485$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৮.২ এর উপপাদ্য-২০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৫৮

গ ΔAQO ও ΔQMO এ,

$\angle AQO = \angle OMQ = 1$ সমকোণ

$\angle AOQ = \angle MOQ$

$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle OAQ =$ অবশিষ্ট $\angle OQM$

$\therefore \angle MAQ = \angle OQM$

অর্থাৎ ΔAQO ও ΔQMO সদৃশকোণী

আবার, $\Delta QMO \cong \Delta PMO$

$\therefore \angle OQM = \angle OPM$

ΔAMQ ও ΔPMO এ,

$\angle AMQ = \angle PMO$

$\angle MAQ = \angle OPM$

অবশিষ্ট, $\angle MQA = \angle MOP$

$\therefore \Delta AMQ$ ও ΔPMO সদৃশকোণী

অতঃপর পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

প্রশ্ন ▶ ৯ দুইটি সদৃশকোণী ΔABC ও ΔDEF এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব।

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AG : DH = AB : DE$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$. ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১০ ΔABC এর AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। O বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪*

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৪]

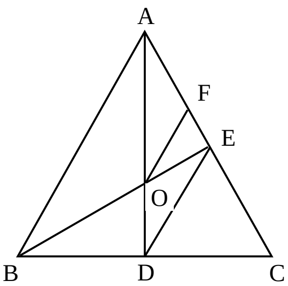
ক. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AC = 6EF$ ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

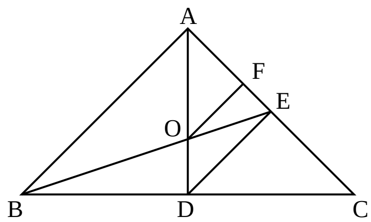


চিত্রে, ΔABC এর AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। O বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ OF, AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ সৃজনশীল ২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। D, E যোগ করি। O বিন্দু দিয়ে $OF \parallel DE$ আঁকি। OF, AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6EF$.



প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔADE-এ $OF \parallel DE$,

$\therefore \frac{AF}{EF} = \frac{AO}{OD}$ [ত্রিভুজের কোনো এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AF}{FE} = \frac{2}{1}$ [ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় ছেদ বিন্দুতে 2 ঃ 1 অনুপাতে বিভক্ত হয় $\therefore AO : OD = 2 : 1$]

বা, $\frac{AF}{FE} + 1 = 2 + 1$ [উভয় পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{AF + FE}{FE} = 3$

বা, $AE = 3EF$

ধাপ-২. $AE = \frac{1}{2} AC$ [$\because$ E, AC এর মধ্যবিন্দু]

বা, $\frac{1}{2} AC = 3EF$ [ধাপ (১) হতে]

বা, $AC = 6EF$

$\therefore AC = 6EF$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১১ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। BP কে R পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে BR রেখা AC রেখার R বিন্দুতে মিলিত হয়। ◀*সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪*

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভারসিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৪]

ক. $AB = AC$ এবং $\angle A = 30°$ হলে, $\angle PCB$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AR : CR = BA : BC$. ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ বা, $\angle B = \angle C$

$\therefore \Delta ABC$ এ

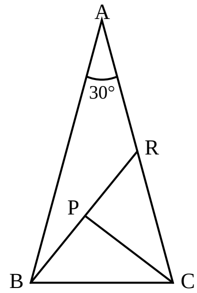
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $30° + \angle B + \angle B = 180°$

বা, $2\angle B = 180° - 30 = 150°$

$\therefore \angle B = \frac{150°}{2} = 75° = \angle C$

$\therefore \angle PCB = \frac{75°}{2} = 37.5°$ **(Ans.)**



খ অধ্যায়-৬ এর সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১০৯

গ সৃজনশীল ১(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶১২ ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। *[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া প্রশ্ন নং ৫]*

ক. তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

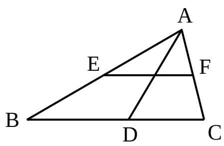
খ. উদ্দীপকের আলোকে, প্রমাণ কর যে, BD ঃ DC = BA ঃ AC. ৪

গ. BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, BD ঃ DC = BE ঃ CF. ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক + **খ** পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য ৩০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৯

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। BC-এর সমান্তরাল EF রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD ঃ DC = BE ঃ CF.

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔABC-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD.

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$; [ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখন্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

ধাপ-২. আবার, $EF \parallel BC$

$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CF}$ [ত্রিভুজের যেকোন এক বাহুর সমান্তরাল রেখা অপর দুই বাহুকে বা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$.

বা, $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$ [ধাপ (১) হতে]

$\therefore BD : DC = BE : CF.$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১৩ ΔLMN এর $\angle L$ এর সমদ্বিখণ্ডক LP, MN এর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। LP এর সমান্তরাল NT রেখাংশ বর্ধিত LM কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। *[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর প্রশ্ন নং ৬]*

ক. দেখাও যে, দুটি ত্রিভুজের ভূমি সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফল উচ্চতার সমানুপাতিক। ২

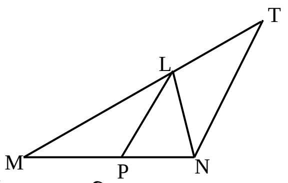
খ. প্রমাণ কর যে, $MP : PN = LM : LN$। ৪

গ. MN এর সমান্তরাল ST, যা LM ও LN কে যথাক্রমে S ও T বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $MP : PN = SM : TN$। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর জ্যামিতিক সমানুপাত অংশের ২ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৭

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔLMN-এর $\angle L$-এর সমদ্বিখণ্ডক LP, MN বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। N বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত PL এর সমান্তরাল রেখাংশ NT, বর্ধিত ML বাহুকে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $MP : PN = ML : LN$.

প্রমাণ : ধাপ **যথার্থতা**

(১) এখানে, $PL \parallel NT$ এবং MT তাদের ছেদক। [অঙ্কন]
$\therefore \angle MLP = \angle LTN$ [অনুরূপ কোণ]
এবং $\angle NLP = \angle LNT$ [একান্তর কোণ]

(২) কিন্তু $\angle MLP = \angle NLP$; [স্বীকার]
$\therefore \angle LTN = \angle LNT \ \therefore LN = LT$ [ত্রিভুজের সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

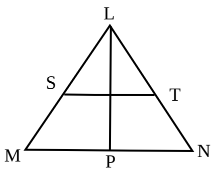
(৩) আবার যেহেতু ΔMNT-এ $PL \parallel NT$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

$\therefore \frac{MP}{PN} = \frac{ML}{LT}$

বা, $\frac{MP}{PN} = \frac{ML}{LN}$ $[\because LT = LN]$

$\therefore MP : PN = ML : LN.$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনেকরি, ΔLMN এ $\angle L$ এর সমদ্বিখণ্ডক LP। MN এর সমান্তরাল ST রেখা LM ও LN কে যথাক্রমে S ও T বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $MP : PN = MS : NT$.

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔLMN এর $\angle L$ এর সমদ্বিখণ্ডক LP
$\therefore MP : PN = LM : LN$ ...... (i) [ত্রিভুজের যেকোন কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

ধাপ-২. আবার, $ST \parallel MN$ [ত্রিভুজের যেকোন এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

$\therefore \frac{LS}{MS} = \frac{LT}{NT}$

বা, $\frac{LS}{MS} + 1 = \frac{LT}{NT} + 1$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{LS + MS}{MS} = \frac{LT + NT}{NT}$

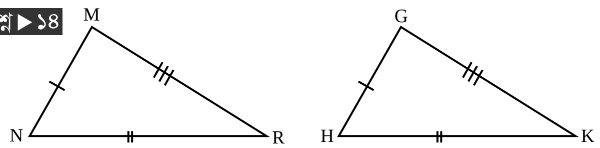
বা, $\frac{LM}{MS} = \frac{LN}{NT}$

বা, $\frac{LM}{LN} = \frac{MS}{NT}$

বা, $LM : LN = SM : TN$ ...... (ii)

ধাপ-৩. সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,
$MP : PN = SM : TN$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১৪



[চিত্রের ত্রিভুজ দুটি সদৃশকোণী]

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta \text{ ক্ষেত্র } MNR}{\Delta \text{ ক্ষেত্র } GHK} = \frac{MR^2}{GK^2}$ ৪

গ. $\angle NMR$ এর সমদ্বিখণ্ডক MP, NR কে P বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $MN : MR = NP : PR$. ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর 'জ্যামিতিক সমানুপাত' অনুচ্ছেদ এর ১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৭

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য-৩০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৯

প্রশ্ন ▶১৫ ABC ও DEF দুইটি ভিন্ন ত্রিভুজ। *[পুলিশ লাইন্স স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৬]*

ক. সদৃশ বহুভুজ কাকে বলে? ২

খ. $\angle A = \angle D$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$ ৪

গ. $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সদৃশ বহুভুজ:** সমান সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট দুইটি বহুভুজের একটির শীর্ষবিন্দুগুলোকে যদি ধারাবাহিকভাবে অপরটির শীর্ষবিন্দুগুলোর সঙ্গে এমনভাবে মিল করা যায় যে, বহুভুজ দুইটির (১) অনুরূপ কোণগুলো সমান হয় এবং (২) অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাতগুলো সমান হয়, তবে বহুভুজ দুইটিকে সদৃশ (Similar) বহুভুজ বলা হয়।

খ সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৭২

প্রশ্ন ▶১৬ ΔPQR ও ΔABC দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ। *[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৫]*

ক. একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে $3 : 2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করতে হবে। ২

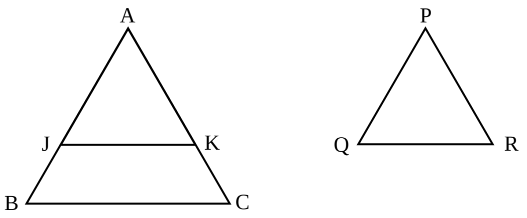
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$. ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৬

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ও PQR ত্রিভুজদ্বয়ের $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ এবং $\angle C = \angle R$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$

অঙ্কন: ΔABC ও ΔPQR এর প্রত্যেক অনুরূপ বাহুযুগল অসমান বিবেচনা করি। AB বাহুতে J বিন্দু এবং AC বাহুতে K বিন্দু নিই যেন, $AJ = PQ$ এবং $AK = PR$ হয়। J ও K যোগ করি।

প্রমাণ:

ΔAJK এবং ΔPQR-এ,

ধাপ-১: $AJ = PQ$, $AK = PR$ এবং $\angle A = \angle P$

$\therefore \Delta AJK \cong \Delta PQR$

সুতরাং $\angle AJK = \angle PQR = \angle ABC$

এবং $\angle AKJ = \angle PRQ = \angle ACB$

অর্থাৎ, JK রেখাংশ ও BC বাহুকে AB ও AC রেখাদ্বয় ছেদ করায় অনুরূপ কোণযুগল সমান হয়েছে।

সুতরাং $JK \,||\, BC$

$\therefore \frac{AJ}{AB} = \frac{AK}{AC}$

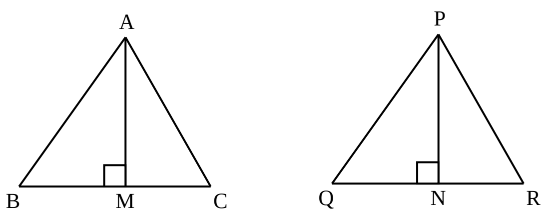
অর্থাৎ, $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC}$

ধাপ-২: একইভাবে BA বাহু ও BC বাহু থেকে যথাক্রমে QP রেখাংশ ও QR রেখাংশের সমান রেখাংশ কেটে নিয়ে দেখানো যায় যে,

$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC}$

$\therefore \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔPQR সদৃশ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$.

অঙ্কন : $AM \perp BC$ এবং $PN \perp QR$ আঁকি।

প্রমাণ: $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC.AM$ এবং $\Delta PQR = \frac{1}{2} QR.PN$.

আবার, ΔABC ও ΔPQR সদৃশ,

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$.

$\frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{\frac{1}{2}BC.AM}{\frac{1}{2}QR.PN} = \frac{BC}{QR}.\frac{AM}{PN}$

আবার, ΔABM ও ΔPQN-এ,

$\angle ABM = \angle PQN$ এবং $\angle AMB = \angle PNQ =$ এক সমকোণ।

এবং অবশিষ্ট $\angle BAM = \angle QPN$

$\therefore$ ΔABM ও ΔPQN সদৃশ।

$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$ ... ... (i)

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{BC}{QR}.\frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}.\frac{BC}{QR} = \frac{BC^2}{QR^2}$ [(i) হতে]

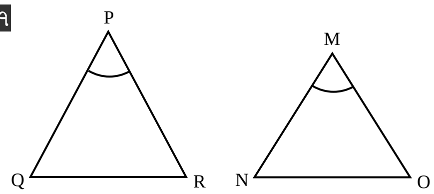
আবার, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{AC^2}{PR^2} = \frac{BC^2}{QR^2}$ [বর্গ করে]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{AC^2}{PR^2} = \frac{BC^2}{QR^2}$

অর্থাৎ, $\frac{\Delta PQR}{\Delta ABC} = \frac{QR^2}{BC^2} = \frac{PR^2}{AC^2} = \frac{PQ^2}{AB^2}$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ►১৭



ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী।

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে $2 : 3$ অনুপাতে বিভক্ত কর। ২

খ. ΔPQR এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $QD : DR = QP : PR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta MNO} = \frac{QR^2}{NO^2}$ ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ►১৮ i) ΔABC-এ $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ii) LMN এবং PQR দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ যাদের উচ্চতা যথাক্রমে LX এবং PZ। *[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর প্রশ্ন নং ৬]*

ক. ΔLMN এবং ΔPQR সদৃশ কোণী হওয়ার দুইটি শর্ত লিখ। ২

খ. ১ম উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $AB : AC = BD : DC$. ৪

গ. ২য় উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $LX : PZ = LM : PQ$. ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔLMN ও ΔPQR সদৃশকোণী হওয়ার শর্ত:

(i) ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ কোণগুলো পরস্পর সমান হতে হবে।

(ii) ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হতে হবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৪.১ এর উপপাদ্য-৩০ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৯

গ সৃজনশীল ৪(খ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶১৯ ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্ড়্রাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। *[ফেনী সরকারী পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ৫]*

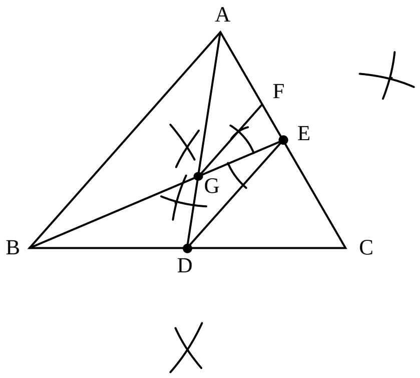
ক. উপরের তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AC = 6EF ৪

গ. D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, AB.AE = AD.AC এবং AB.CE = BD.AC ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

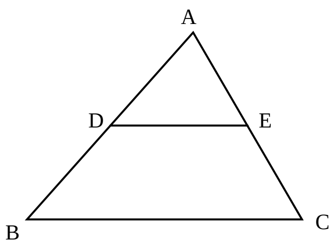
ক



ΔABC এর AD ও BE মধ্যমাদ্বয় G বিন্দুতে ছেদ করেছে। D, E যোগ করি। G বিন্দু দিয়ে DE এর সমান্ড়্রাল GF রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ সৃজনশীল ১০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ



বিশেষ নির্বচন: ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ করতে হবে যে, AB. AE = AD. AC এবং AB.CE = BD. AC

অঙ্কন: D, E যোগ করি।

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ-১: DE || BC [∵ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্ড়্রাল]

ধাপ-২: অতএব, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ [□ ত্রিভুজের যেকোন বাহুর সমান্ড়্রাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AD + BD}{BD} = \frac{AE + CE}{CE}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

$\therefore$ AB . CE = BD. AC [প্রমাণিত]

ধাপ-৩: আবার, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ [(২) হতে]

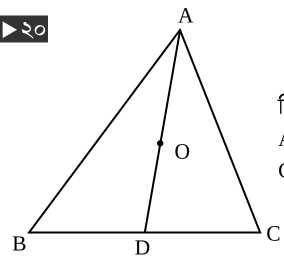
বা, $\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE}$

বা, $\frac{BD + AD}{AD} = \frac{CE + AE}{AE}$

বা, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

$\therefore$ AB.AE = AD.AC **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২০



চিত্রে AB = 6 সে. মি.
AC = 4 সে. মি.
CD = 2 সে. মি.

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৬]

এবং O, AD এর মধ্যবিন্দু। AD রেখা ΔABC এর অন্ড়স্থ ∠A কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

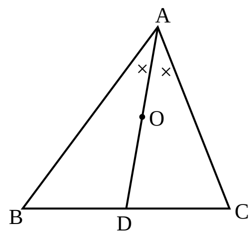
ক. ΔABD এবং ΔACD সদৃশকোণী কি-না যুক্তিসহ লিখ। ২

খ. BD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, ΔAOB : ΔAOC = 3 : 2 ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABD ও ΔACD সদৃশকোণী নয়।

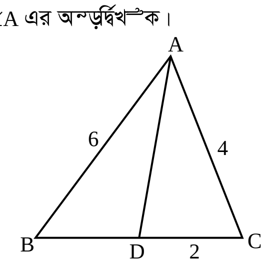
কারণ ∠BAD = ∠CAD

কিন্তু ∠ABD ≠ ∠ACD [□AB ≠ AC]

এবং অবশিষ্ট ∠ADB ≠ ∠ADC

খ দেওয়া আছে, ΔABC এর AB = 6 সে. মি.
AC = 4 সে. মি.
CD = 2 সে. মি.

এবং AD, ∠A এর অন্ড়র্দ্বিখন্ডক।



আমরা জানি,
ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তঃদ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

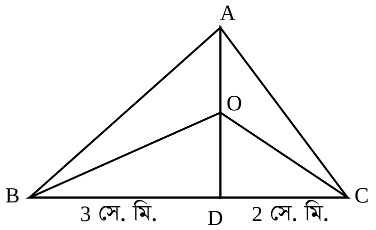
$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$

বা, $BD = \frac{BA \times DC}{AC}$

$= \frac{6 \times 2}{4} = 3$

$\therefore$ BD = 3 সে. মি. **(Ans.)**

গ



মনে করি, ΔABC এর O, AD এর মধ্যবিন্দু এবং BD = 3 সে. মি. [খ থেকে] এবং CD = 2 সে. মি. দেওয়া আছে, দেখাতে হবে যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = 3 : 2$

ΔOBD ও ΔOCD এর উচ্চতা সমান। [$\because$ একই শীর্ষ বিন্দু O এবং ভূমি একই রেখায় অবস্থিত]

$\therefore \frac{\Delta OBD}{\Delta OCD} = \frac{BD}{DC}$ .... (i) [দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান।]

ΔAOB ও ΔOBD এর উচ্চতা সমান। [আবার, একই শীর্ষবিন্দু B এবং ভূমি একই রেখায় অবস্থিত।]

$\therefore \frac{\Delta AOB}{\Delta OBD} = \frac{AO}{OD}$

অনুরূপভাবে, $\frac{\Delta AOC}{\Delta OCD} = \frac{AO}{OD}$

$\therefore \frac{\Delta AOB}{\Delta OBD} = \frac{\Delta AOC}{\Delta OCD}$

বা, $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\Delta OBD}{\Delta OCD} = \frac{BD}{DC}$; [সমীকরণ (i) হতে]

$\therefore \frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{BD}{DC}$

অর্থাৎ $\Delta AOB : \Delta AOC = BD : DC$.

$\therefore \Delta AOB : \Delta AOC = 3 : 2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶ ২১ ΔPQR এর PA এবং QB মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত AB এর সমান্তরাল রেখাংশ PR কে C বিন্দুতে ছেদ করেছে। ◂*সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪*

[ডা: খাস্তগীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. 7 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশ DE কে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর। ২

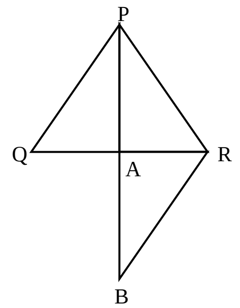
খ. প্রমাণ কর যে, $PA < \frac{1}{2}(PQ + PR)$ ৪

গ. দেখাও যে, BC : PR = 1 : 6 ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৬

খ



মনে করি, ΔPQR এর PA মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে,
$PA < \frac{1}{2}(PQ + PR)$।

অঙ্কন: PA কে B পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন PA = AB হয়। B, R যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔPQA ও ΔABR এ
QA = RA [দেওয়া আছে]
PA = AB [অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PAQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BAR$ [বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta PQA \cong \Delta ABR$
$\therefore PQ = BR$

(২) ΔPBR এ
$PR + BR > PB$ [ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $PR + PQ > PA + AB$
বা, $PQ + PR > PA + PA$
বা, $2PA < PQ + PR$
$\therefore PA < \frac{1}{2}(PQ + PR)$ **(প্রমাণিত)**

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶ ২২ ΔPQR এর $\angle P$ এর সমদ্বিখণ্ডক QR বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে এবং ΔPQR ও ΔMNO সদৃশকোণী। *[বি এন কলেজ, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে 2 : 3 অনুপাতে বিভক্ত কর। ২

খ. ΔPQR এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, QD : DR = QP : PR. ৪

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta PQR : \Delta MNO = QR^2 : NO^2$. ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৩ দুটি সদৃশকোণী ΔABC ও ΔDEF এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব। *[নবাবগঞ্জ উপজেলা শিক্ষক সমিতি, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৬]*

ক. তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$. ৪

গ. $\angle A = \angle D$ এবং $\angle B = \angle E$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ৪

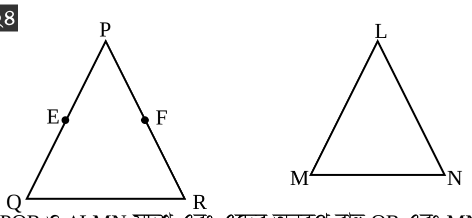
২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭২

প্রশ্ন ▶ ২৪



চিত্রে, ΔPQR ও ΔLMN সদৃশ এবং এদের অনুরূপ বাহু QR এবং MN।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪

[এস এম মডেল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, গোপালগঞ্জ প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হওয়ার শর্তগুলো লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta PQR}{\Delta LMN} = \frac{QR^2}{MN^2}$ ৪

গ. যদি E এবং F যথাক্রমে PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $EF \parallel QR$ এবং $EF = \frac{1}{2} QR$. ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হওয়ার শর্তগুলো নিম্নরূপ:

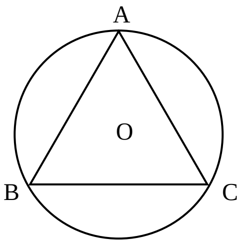
(১) অনুরূপ কোণগুলো সমান হয় এবং

(২) অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাতগুলো সমান হয়।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য ৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

প্রশ্ন ▶ ২৫



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৮ ও ১৪*

[জামালপুর জিলা স্কুল, জামালপুর প্রশ্ন নং ৬]

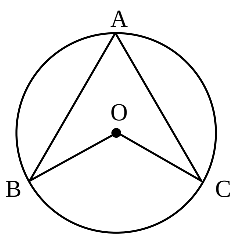
ক. চিত্র অংকন করে কেন্দ্রস্থ ও বৃত্তস্থ কোণের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$। ৪

গ. ABC ত্রিভুজের A বিন্দু থেকে অংকিত AD রেখা BC বাহুকে D বিন্দুতে BD ঃ DC = BA ঃ AC অনুপাতে অন্তঃস্থভাবে বিভক্ত করলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BAD = \angle CAD$। ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বৃত্তস্থ কোণঃ বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে বৃত্তের উপর কোন বিন্দুতে ছেদ করলে এদের মধ্যবর্তী কোণকে বৃত্তস্থ কোণ বলে।

চিত্রে, $\angle BAC$ বৃত্তস্থ কোণ

কেন্দ্রস্থ কোণঃ একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোন বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলে। চিত্রে, $\angle BOC$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৮.২ এর উপপাদ্য-২০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৫৮

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য-৩১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭০

প্রশ্ন ▶ ২৬ ΔABC ও ΔPQR দুইটি সদৃশকোণী।

[নেত্রকোণা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, নেত্রকোণা প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হওয়ার জন্য দুটি শর্ত লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{AC^2}{PR^2} = \frac{BC^2}{QR^2}$ ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১. দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হতে হলে ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ কোণগুলো সমান হতে হবে।

২. দুটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত ধ্রুবক হতে হবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৪.২ এর উপপাদ্য-৩২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭২।

বি. দ্র.-ΔDEF এর স্থলে ΔPQR নিতে হবে।

গ সৃজনশীল ১৬(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৭ দুইটি সদৃশকোণী ΔABC ও ΔDEF এর BC এবং EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব।

[মির্জা আহমেদ ইস্পাহানী স্মৃতি বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৫]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AG ঃ DH = AB ঃ DE. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔABC ঃ ΔDEF = BC^2 ঃ EF^2. ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৮ ABC ও DEF দুইটি সদৃশকোণী ত্রিভুজ *◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৪*

[তাসলিমা মেমোরিয়াল একাডেমী, বরগুনা প্রশ্ন নং ৪]

ক. দুইটি বহুভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত কী কী? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ৪

গ. প্রথম ত্রিভুজটির দুইটি মধ্যমা AD ও BE পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। $GP \parallel DE$ আঁকা হলো যা AC কে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = 6EP. ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দুইটি বহুভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত নিম্নরূপ:

(i) বহুভুজ দুইটির অনুরূপ কোণগুলো সমান হতে হবে।

(ii) বহুভুজ দুইটির অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হতে হবে।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য ৩২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭২

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।