ci¶v^xÆe©iyv, %LvÉb ˆewPÎ¨i ¶Pv, KÅ©GIJ KG¡Rmn kxÏ©Ebxq Õ•zmg¨Êi ci¶v%es gGÿ/ ˆUG©i cÉ©a¡G¨i cÿ¨ÆE mgvab AaÅqwfwîK ˆ` I qvnG¡GI %àG¡vAbkxj b Ki G¡ Zyg %‰AaÅqwU^^GK ˆhGKvGbvmiRbkxj i Pbvgjf K cÉ©Kiª mgvab yjvLGZ cvi Ge mnGRB|

প্রশ্ন ▶ ১ MLN সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle L$ সমকোণ।

[যশোর বোর্ড-২০১৯ ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয় যথাক্রমে $4x°$ ও $2x°$ হলে ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN^2 = NL^2 + ML^2$ ৪

গ. MN এর উপরস্থ কোনো বিন্দু Q হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$. ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রশ্নমতে, $4x° + 2x° = 90°$

বা, $6x° = 90°$

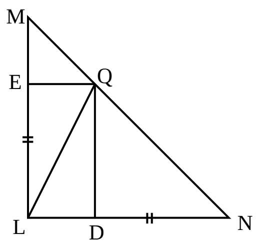
বা, $x° = 15°$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণ $= 2x° = 2 \times 15°$

$= 30°$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔLMN-এর $LM = LN$ এবং অতিভুজ MN। Q, MN এর উপর যেকোনো বিন্দু। Q, L যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$.



অঙ্কন: Q বিন্দু থেকে LM এবং LN বাহুর ওপর যথাক্রমে QE এবং QD লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔLMN-এর, $\angle L = 90°$

এবং $\angle M = \angle N = 45°$ [$\because LN = LM$]

এখন, ΔQDN-এর, $\angle D = 90°$ [$\because QD \perp LN$]

সুতরাং, $\angle DQN = \angle DNQ = 45°$

$\therefore$ ND = QD

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, QME সমকোণী ত্রিভুজে, QE = ME

ধাপ-২. QDN সমকোণী ত্রিভুজে QN অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$QN^2 = QD^2 + ND^2$

$= QD^2 + QD^2$ [$\because QD = ND$]

$\therefore QN^2 = 2QD^2$ ... ... (i)

ধাপ-৩. QME সমকোণী ত্রিভুজে QM অতিভুজ হওয়ায়,

$QM^2 = ME^2 + QE^2$

$= QE^2 + QE^2$ [$\because ME = QE$]

$\therefore QM^2 = 2QE^2$ ... ... (ii)

ধাপ-৪. (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$QN^2 + QM^2 = 2QD^2 + 2QE^2 = 2(QD^2 + QE^2)$

আবার, LDQE একটি আয়ত। [$\angle E = \angle L = \angle D =$ এক সমকোণ]

$\therefore$ QE = LD [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore QN^2 + QM^2 = 2(QD^2 + LD^2)$ ... ... (iii)

ধাপ-৫. LDQ সমকোণী ত্রিভুজে QL অতিভুজ হওয়ায়,

$QL^2 = QD^2 + LD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-৬. (iii) নং হতে পাই,

$QN^2 + QM^2 = 2QL^2$

বা, $\frac{1}{2}(QM^2 + QN^2) = QL^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ২ ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ ▯ প্রশ্ন নং ৬]

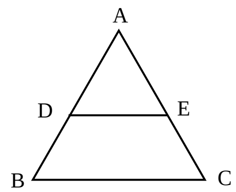
ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, DE || BC. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

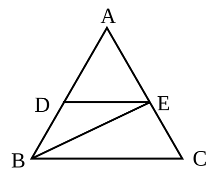
ক



চিত্রে ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ



মনে করি, ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। D, E এবং B, E যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

প্রমাণ:

(১) ΔABE এ DE একটি মধ্যমা [▯ DE মধ্যমা ΔABE কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABE = 2 (Δ ক্ষেত্র BDE)

(২) ΔABC এ BE একটি মধ্যমা

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC = 2 (Δ ক্ষেত্র ABE) [▯ BE মধ্যমা ΔABC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

বা, Δক্ষেত্র ABC = 2 [2(Δ ক্ষেত্র BDE)] [ধাপ-১ থেকে]

বা, Δ ক্ষেত্র ABC = 4 (Δ ক্ষেত্র BDE)

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $\Delta BDE = \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩ সমকোণী ΔPQR এর $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং ΔABC সমবাহু যার $AD \perp BC$. ◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

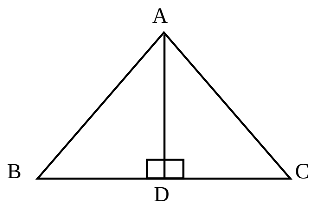
ক. দেখাও যে, $BD = CD$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। যার $AD \perp BC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = CD$

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

(১) $AD \perp BC$ হওয়ায়

$\angle ADB = \angle ADC = 1$ সমকোণ

(২) এখন ΔABD ও ΔADC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ AB = অতিভুজ AC

[সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু সমান]

AD সাধারণ বাহু

সুতরাং, $\Delta ABD \cong \Delta ADC$

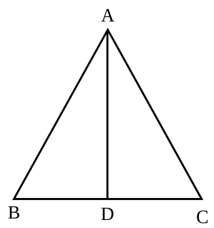
$\therefore BD = CD$ **(প্রমাণিত)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ দেওয়া আছে, ΔABC সমবাহু অর্থাৎ $AB = BC = CA$

এবং $AD \perp BC$

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$



প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

(১) $AD \perp BC$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90°$.

(২) এখন, সমকোণী ΔABD এবং সমকোণী ΔACD-এ

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

এবং $AD = AD$ [$\because$ সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

[$\because$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি বাহু সমান]

সুতরাং, $BD = CD$

$\therefore BC = 2BD$

(৩) আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADB = 90°$

এবং অতিভুজ = AB.

(৪) পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - 4BD^2$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - (2BD)^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - BC^2$ [$\because BC = 2BD$]

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$ [$\because AB = BC$]

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৪ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। *[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ ⎕ প্রশ্ন নং ৪]*

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

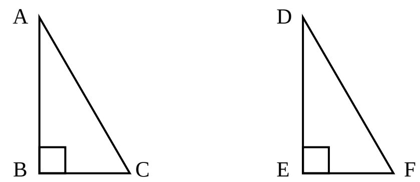
খ. ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে প্রমাণ করো যে, $\angle B = 1$ সমকোণ। ৪

গ. যদি $AB = BC$ হয় এবং P, AC এর উপরস্থ কোনো বিন্দু হয়, তাহলে প্রমাণ করো যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **পীথাগোরাসের উপপাদ্য:** সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

খ



মনে করি, ΔABC-এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ

অঙ্কন : DEF একটি ত্রিভুজ আঁকি, যার $\angle E$ = এক সমকোণ

$DE = AB$ এবং $EF = BC$

প্রমাণ : যেহেতু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

বা, $DF^2 = AB^2 + BC^2$ [$\because$ অঙ্কন অনুসারে, $DE = AB$

বা, $DF^2 = AC^2$ এবং $EF = BC$]

$\therefore$ $DF = AC$

এখন ΔABC এবং ΔDEF-এ

$AB = DE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$BC = EF$ [একই কারণে]

এবং $AC = DF$

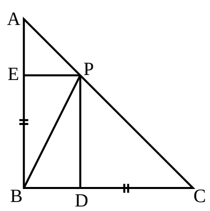
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

$\therefore$ $\angle B = \angle E$ [অঙ্কন অনুসারে]

কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore$ $\angle B$ = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ



মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔBAC-এর $BA = BC$ এবং অতিভুজ AC। P, AC এর ওপর যেকোনো বিন্দু। P, B যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$.

MwYZ (AvewkÅK)

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে BA এবং BC বাহুর ওপর যথাক্রমে PE এবং PD লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ — **যথার্থতা**

(১) ΔBAC-এর, $\angle B = 90°$ [দেওয়া আছে]

এবং $\angle A = \angle C = 45°$ [$\because BC = BA$]

এখন, ΔPDC-এর, $\angle D = 90°$ [$\because PD \perp BC$]

সুতরাং, $\angle DPC = \angle DCP = 45°$

$\therefore$ CD = PD

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়,

PAE সমকোণী ত্রিভুজে, PE = AE

(২) PDC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$PC^2 = PD^2 + CD^2$

$= PD^2 + PD^2$ [$\because PD = CD$]

$\therefore PC^2 = 2PD^2$ ... ... (i)

(৩) PAE সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়, [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$PA^2 = AE^2 + PE^2$

$= PE^2 + PE^2$ [$\because AE = PE$]

$\therefore PA^2 = 2PE^2$ ... ... (ii)

(৪) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$PC^2 + PA^2 = 2PD^2 + 2PE^2$

$= 2(PD^2 + PE^2)$

আবার, BDPE একটি আয়ত। [$\angle E = \angle B = \angle D$ = এক সমকোণ]

$\therefore$ PE = BD [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore PC^2 + PA^2 = 2(PD^2 + BD^2)$ ... ... (iii)

(৫) BDP সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,

$PB^2 = PD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৬) (iii) নং হতে পাই, $PC^2 + PA^2 = 2PB^2$

$\therefore PA^2 + PC^2 = 2PB^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৫ ΔABC এ $\angle C = 1$ সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[যশোর বোর্ড-২০১৭ প্রশ্ন নং ৪]

ক. $\angle A = ?$ এবং $\angle B = ?$ ২

খ. প্রমাণ করো যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$. ৪

গ. প্রমাণ করো যে, ΔABC এর যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশের দৈর্ঘ্য এর তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ΔABC এ $\angle C = 1$ সমকোণ $= 90°$

এবং $\angle B = 2\angle A$

আমরা জানি,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle A + 2\angle A + 90° = 180°$

বা, $3\angle A = 90°$

$\therefore \angle A = 30°$

$\therefore \angle B = 2 \times 30° = 60°$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

প্রশ্ন ▶৬ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যেখানে $\angle B$ = এক সমকোণ।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬ প্রশ্ন নং ৬]

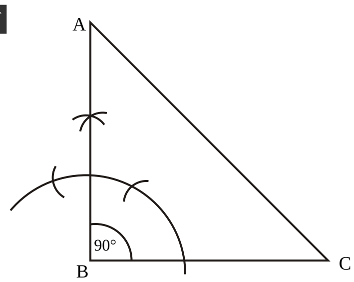
ক. উপরের তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$। ৪

গ. ABC ত্রিভুজে AB = BC এবং P অতিভুজ AC এর উপরস্থ যে কোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

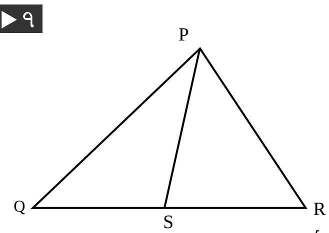


প্রদত্ত উপাত্ত অনুযায়ী ΔABC আঁকা হলো যার $\angle B$ = এক সমকোণ।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৭



◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[বরিশাল বোর্ড-২০১৬ প্রশ্ন নং ৪]

চিত্রে PQ > PR এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু।

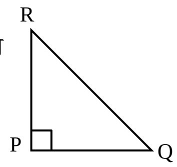
ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

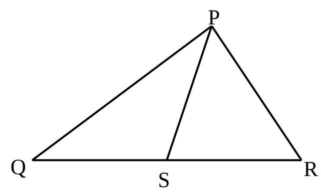
ক **পীথাগোরাসের উপপাদ্য:** সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।



PQR সমকোণী ত্রিভুজে,

$PQ^2 + PR^2 = QR^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPQR-এ PQ > PR এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ: ধাপ — **যথার্থতা**

(১) ΔPQR এ PQ > PR [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle PRQ > \angle PQR$ [ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ, ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

(২) এখানে $\angle PRQ = \angle PRS$
এবং $\angle PQR = \angle PQS$
$\therefore \angle PRS > \angle PQS$ [ধাপ (১) থেকে]

(৩) ΔPQS ও ΔPSR এর মধ্যে
$QS = SR$ [S, QR এর মধ্যবিন্দু]
$\therefore \angle SPR > \angle QPS$ [QS ও SR বাহুদ্বয় QR সমান্ড়্রাল রেখার উপর অবস্থিত এবং PQ > PR]

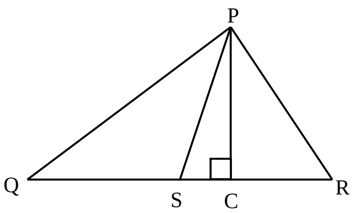
(৪) ΔPQS এর বহিঃস্থ
$\angle PSR = \angle PQS + \angle QPS$ [কোনো ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ তার বিপরীত অন্ড়ঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

(৫) আবার ΔPSR এর বহিঃস্থ
$\angle PSQ = \angle SPR + \angle PRS$ [একই কারণে]

(৬) ধাপ (২) ও ধাপ (৩) যোগ করে
$\angle PRS + \angle SPR > \angle PQS + \angle QPS$
$\angle PSQ > \angle PSR$ [ধাপ (৪) ও ধাপ (৫) হতে]

(৭) $\angle PSQ + \angle PSR = 180°$ [সরলকোণ]
$\therefore \angle PSQ > 90°$ [ধাপ (৬) থেকে]
$\therefore \angle PSQ$ স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : ΔPQR এর $PQ > PR$ এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$
অঙ্কন: P বিন্দু থেকে QR এর উপর PC লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔPSC-এ $\angle PCS = 90°$ এবং অতিভুজ PS $\therefore PS^2 = PC^2 + SC^2$	[পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
(২) ΔPQC এ $\angle PCQ = 90°$ এবং অতিভুজ PQ $\therefore PQ^2 = PC^2 + QC^2$ $= PC^2 + (QS + SC)^2$ $= PC^2 + QS^2 + 2QS.SC + SC^2$ $= PC^2 + SC^2 + QS^2 + 2QS.SC$	[পীথাগোরাসের উপপাদ্য]
$\therefore PQ^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS.SC$	[ধাপ (১) থেকে]
(৩) ΔPRC-এ $\angle PCR = 90°$ এবং অতিভুজ PR $\therefore PR^2 = PC^2 + CR^2$ $= PC^2 + (SR - SC)^2$ $= PC^2 + SR^2 - 2.SR.SC + SC^2$ $= PC^2 + SC^2 + SR^2 - 2SR.SC$ $= PS^2 + SR^2 - 2SR.SC$	[ধাপ (১) থেকে]
$PR^2 = PS^2 + QS^2 - 2QS.SC$	[∵ SR = QS]
(৪) ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে পাই, $PQ^2 + PR^2$	

$= PS^2 + QS^2 + 2QS.SC + PS^2 + QS^2 - 2QS.SC$
$= 2PS^2 + 2QS^2$
$= 2(PS^2 + QS^2)$
$\therefore PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৮ ABC ত্রিভুজে $AD \perp BC$.

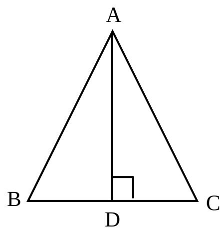
◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল প্রশ্ন নং ৬]

ক. ABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে, দেখাও যে, $BD = \frac{1}{2}AC$. ২
খ. C স্থূলকোণ হলে দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ ৪
গ. C সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$. ৪

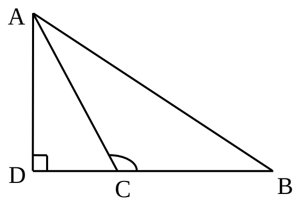
৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বচন: ABC সমবাহু ত্রিভুজে $AD \perp BC$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2}AC$.
প্রমাণ: সমকোণী ΔABD ও ΔACD-এ
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AB = BC = AC]
AD সাধারণ বাহু
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম। [সমকোণী অতিভুজ বাহু উপপাদ্য]
$\therefore BD = DC$
এবং $BD = \frac{1}{2}BC$
$\therefore BD = \frac{1}{2}AC$ **(দেখানো হলো)**

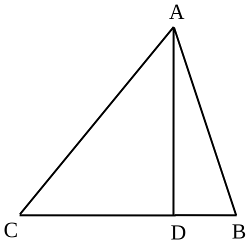
খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔABC ত্রিভুজে $\angle C$ স্থূলকোণ। AD, BC এর বর্ধিতাংশের ওপর লম্ব অর্থাৎ $\angle ADB = 90°$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$



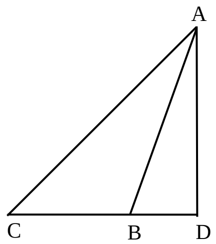
প্রমাণ: ধাপ	**যথার্থতা**
ধাপ-১. ΔACD এ $\angle ADC$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AC. সুতরাং, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ … … … (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
ধাপ-২. ΔABD এ $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AB. সুতরাং, $AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= AD^2 + (BC + CD)^2$	[∵ BD = BC + CD]

$= AD^2 + BC^2 + 2BC.CD + CD^2$
$= AD^2 + CD^2 + BC^2 + 2BC.CD$
$= AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ [(i) নং থেকে]
সুতরাং $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$. **(দেখানো হলো)**

গ



চিত্র-১



চিত্র-২

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ। AD, BC এর (বা CB এর বর্ধিতাংশের চিত্র (২)) ওপর লম্ব।
অর্থাৎ $\angle ADB = \angle ADC = 90°$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔACD এ $\angle ADC$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ AC
$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$ ... ... (i) [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
ধাপ-২. ΔABD এ $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ AB
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
ধাপ-৩. এখন, $BD = BC - CD$ [চিত্র-১]
$\therefore BD^2 = CD^2 + BC^2 - 2BC.CD$
আবার, $BD = CD - BC$ [চিত্র-২]
$\therefore BD^2 = CD^2 + BC^2 - 2BC.CD$
উভয়ক্ষেত্রেই $BD^2 = CD^2 + BC^2 - 2BC.CD$ ... ... (ii)
ধাপ-৪. $AB^2 = AD^2 + BD^2$ [ধাপ-২ হতে]
$= AD^2 + CD^2 + BC^2 - 2BC.CD$ [(ii) নং থেকে]
$= AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ [(i) নং থেকে]
সুতরাং, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ **(দেখানো হলো)**

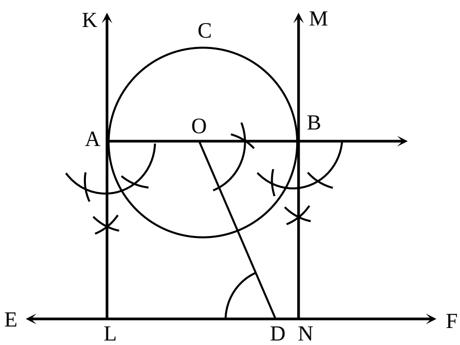
প্রশ্ন ▶৯ (i) ABC ত্রিভুজে AB > AC এবং $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP.
(ii) PQR ত্রিভুজে PQ = QR, $\angle Q = 90°$ এবং PR এর উপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দু T.
◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৪]

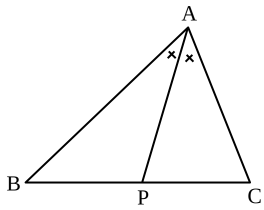
ক. কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়। ২
খ. (i) হতে প্রমাণ কর যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ। ৪
গ. (ii) হতে প্রমাণ কর যে, $PT^2 + TR^2 = 2QT^2$. ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ

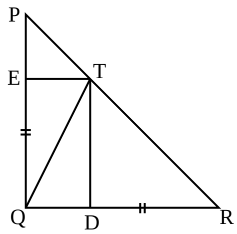


বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এ AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC বাহুকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APB$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔABC-এ AB > AC
$\therefore \angle C > \angle B$ [ত্রিভুজের দুইটি বাহু অসমান হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।]
বা, $\angle C + \frac{1}{2}\angle A > \angle B + \frac{1}{2}\angle A$ [উভয়পক্ষে $\frac{1}{2}\angle A$ যোগ করে]
ধাপ-২. আবার, ΔACP-এ
বহিঃস্থ $\angle APB$ = অন্তঃস্থ বিপরীত $(\angle C + \frac{1}{2}\angle A)$
ধাপ-৩. এবং ΔABP-এ বহিঃস্থ $\angle APC$ = অন্তঃস্থ বিপরীত $(\angle B + \frac{1}{2}\angle A)$
$\therefore \angle APB > \angle APC$ [$\angle C + \frac{1}{2}\angle A > \angle B + \frac{1}{2}\angle A$]
যেহেতু কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং অসমান,
$\therefore 90° < \angle APB < 180°$
$\therefore \angle APB$ স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔQPR-এর QP = QR এবং অতিভুজ PR। T, PR এর ওপর যেকোনো বিন্দু। T, Q যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PT^2 + TR^2 = 2QT^2$.



অঙ্কন: T বিন্দু থেকে QP এবং QR বাহুর ওপর যথাক্রমে TE এবং TD লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔQPR-এর, $\angle Q = 90°$ [দেওয়া আছে]
এবং $\angle P = \angle R = 45°$ [$\because$ QR = QP]
এখন, ΔTDR-এর, $\angle D = 90°$ [$\because TD \perp QR$]
সুতরাং, $\angle DTR = \angle DRT = 45°$
$\therefore$ RD = TD
অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, TPE সমকোণী ত্রিভুজে, TE = PE
ধাপ-২. TDR সমকোণী ত্রিভুজে TR অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$TR^2 = TD^2 + RD^2$

$= TD^2 + TD^2$ [$\because$ TD = RD]

$\therefore$ $TR^2 = 2TD^2$ ... ... (i)

ধাপ-৩. TPE সমকোণী ত্রিভুজে TP অতিভুজ হওয়ায়,

$TP^2 = PE^2 + TE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= TE^2 + TE^2$ [$\because$ PE = TE]

$\therefore$ $TP^2 = 2TE^2$ ... ... (ii)

ধাপ-৪. (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$TR^2 + TP^2 = 2TD^2 + 2TE^2 = 2(TD^2 + TE^2)$

আবার, QDTE একটি আয়ত। [$\angle E = \angle Q = \angle D$ = এক সমকোণ]

$\therefore$ TE = QD [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ $TR^2 + TP^2 = 2(TD^2 + QD^2)$ ... ... (iii)

ধাপ-৫. QDT সমকোণী ত্রিভুজে TQ অতিভুজ হওয়ায়,

$TQ^2 = TD^2 + QD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-৬. (iii) নং হতে পাই,

$TR^2 + TP^2 = 2TQ^2$

$\therefore$ $PT^2 + TR^2 = 2QT^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১০ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB এবং CD দুইটি জ্যা। OP ⊥ AB এবং OQ ⊥ CD

◀*সমন্বিত অধ্যায় ৮ ও ১৫*

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী প্রশ্ন নং ৫]

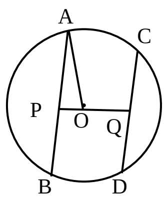
ক. OA = 2 সে.মি. হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল এবং পরিধির পার্থক্য নির্ণয় কর। ২

খ. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ এবং যেকোনো পদ্ধতিতে প্রমাণ কর। ৪

গ. OP < OQ হলে প্রমাণ কর যে, AB > CD. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = OA = 2 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও পরিধির পার্থক্য $= \pi r^2 - 2\pi r$

$= \pi(r^2 - 2r)$

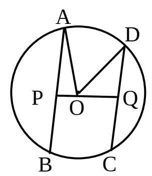
$= 3.1416\ (2^2 - 2.2)$

$= 3.1416 \times 0$

$= 0$ **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যায়ের উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব এবং OP < OQ. প্রমাণ করতে হবে যে, AB > CD



অঙ্কন: O, A এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

(১) সমকোণী ΔOAP এবং সমকোণী ΔODQ-এর যথাক্রমে OA এবং OD অতিভুজ।

$\therefore$ $OA^2 = OP^2 + AP^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

এবং $OD^2 = OQ^2 + DQ^2$

(২) কিন্তু OA = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

তাহলে, $OA^2 = OD^2$ [বর্গ করে]

অর্থাৎ $OP^2 + AP^2 = OQ^2 + DQ^2$ [ধাপ-১ হতে]

বা, $OP^2 - OQ^2 = DQ^2 - AP^2$ .... (i)

(৩) আবার যেহেতু, OP < OQ

বা, $OP^2 < OQ^2$

বা, $OP^2 - OQ^2 < 0$

বা, $DQ^2 - AP^2 < 0$ [(i)নং হতে]

বা, $DQ^2 < AP^2$

$\therefore$ DQ < AP..........(ii)

(৪) আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ $AP = PB = \frac{1}{2} AB$

$\therefore$ $DQ = CQ = \frac{1}{2} CD$

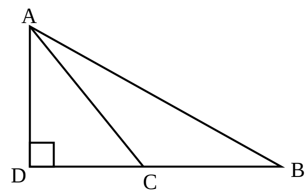
(৫) (ii) নং হতে, DQ < AP

বা, $\frac{1}{2} CD < \frac{1}{2} AB$

বা, CD < AB

$\therefore$ AB > CD **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১১



[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর প্রশ্ন নং ৬]

ক. এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ২

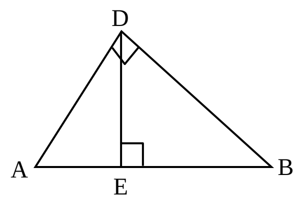
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর সম্পাদ্য-১৪ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৯০

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABD এর $\angle D$ = এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

অঙ্কন: DE ⊥ AB আঁকি, যা AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ-১: $\angle DAE + \angle ADE = 1$ সমকোণ

আবার, $\angle DAB + \angle DBA = 1$ সমকোণ

বা, $\angle DAE + \angle DBA = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle ADE = \angle DBA$

তদ্রূপ $\angle EDB = \angle DAB$

ধাপ-২: ADE ও ADB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে, $\angle ADE = \angle DBA$

$\angle AED = \angle ADB = 1$ সমকোণ

$\therefore$ ΔADE ও ΔADB সদৃশকোণী

অনরূপভাবে, ΔBDE ও ΔADB সদৃশকোণী

ধাপ-৩: ΔADE ও ΔADB সদৃশকোণী বলে

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AD}$ $\therefore AB \,.\, AE = AD^2$ ... ... (i)

আবার, ΔBDE ও ΔADB সদৃশকোণী বলে,

$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BD}$ $\therefore AB \,.\, BE = BD^2$ ... ... (ii)

ধাপ-৪: (i) ও (ii) নং যোগ করে,

$AB.AE + AB.BE = AD^2 + BD^2$

বা, $AB(AE + BE) = AD^2 + BD^2$

বা, $AB \,.\, AB = AD^2 + BD^2$

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ সৃজনশীল ৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১২ ΔPQR এর একটি মধ্যমা QD।

[ঝিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, ঝিনাইদহ প্রশ্ন নং ৬]

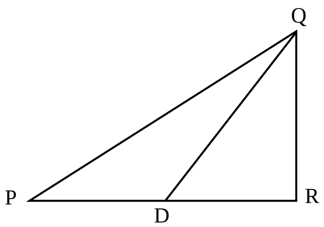
ক. উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$ ৪

গ. $PQ = QR = PR$ হলে দেখাও যে, $4QD^2 = 3PQ^2$. ৪

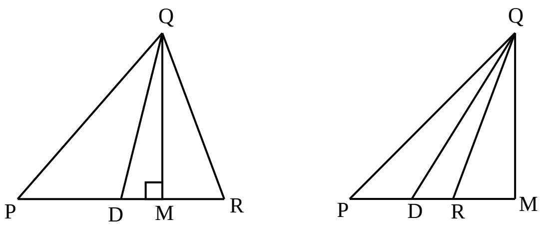
১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁকা হলো:



দেওয়া আছে, ΔPQR এর QD একটি মধ্যমা।

খ



দেওয়া আছে, ΔPQR এর মধ্যমা QD. প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

অঙ্কন: Q বিন্দু থেকে PR এর (বা, তার বর্ধিতাংশের চিত্র (২)) উপর QM লম্ব টানি।

প্রমাণঃ **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ-১. ΔQDM-এ, $\angle QMD = 90°$ এবং অতিভুজ QD.

$\therefore QD^2 = QM^2 + DM^2$ ... ... (i) [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-২. ΔQPM-এ $\angle QMP = 90°$ এবং অতিভুজ QP.

$\therefore PQ^2 = QM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= QM^2 + (PD + DM)^2$ [$\therefore PM = PD + DM$]

$= QM^2 + PD^2 + DM^2 + 2PD.DM$

$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 + 2PD.DM$

$= QD^2 + PD^2 + 2PD.DM$

$PQ^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.DM$ ... (ii) [(i) নং হতে $QD^2 = QM^2 + DM^2$]

ধাপ-৩. ΔQRM এ $\angle QMR = 90°$ এবং অতিভুজ QR.

$\therefore QR^2 = QM^2 + RM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$QR^2 = QM^2 + (RD - DM)^2$ [$\therefore$ ১নং চিত্রে RM = RD – DM এবং 2নং চিত্রে RM = DM – RD]

কিন্তু $(RD - DM)^2 = (DM - RD)^2$

$= RD^2 + DM^2 - 2RD.DM$

$QR^2 = QM^2 + RD^2 + DM^2 - 2RD.DM$ [QD, PR বাহুর মধ্যমা $\therefore RD = PD$]

$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 - 2PD.DM$

$= QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$ [$\therefore$ (i) নং থেকে $QD^2 = PM^2 + DM^2$]

$\therefore QR^2 = QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$ ... ... (iii)

ধাপ-৪. (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$PQ^2 + QR^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.DM + QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$

$= 2QD^2 + 2PD^2$

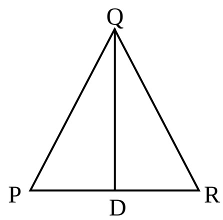
$= 2(QD^2 + PD^2)$

$\therefore PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

(প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে,

$PQ = QR = PR$ অর্থাৎ ΔPQR- সমবাহু এবং QD, PR এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে $4QD^2 = 3PQ^2$



প্রমাণঃ

ধাপ-১. ΔPQR সমবাহু এবং QD মধ্যমা।

তাই QD মধ্যমা, ভুমি PR এর উপর লম্ব।

অর্থাৎ, $QD \perp PR$

এবং $PD = RD$

বা, $PR = 2PD = PQ$

$\therefore PD = \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}PQ$

ধাপ-২. আবার, সমকোণী ΔQPD-এ

$\angle QDP = 90°$ এবং অতিভুজ = PQ

ধাপ-৩. পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$PQ^2 = QD^2 + PD^2$

বা, $QD^2 = PQ^2 - PD^2$

বা, $QD^2 = PQ^2 - \left(\frac{PQ}{2}\right)^2$

বা, $QD^2 = PQ^2 - \frac{PQ^2}{4}$ [$\because PD = \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}PQ$]

বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$

বা, $4QD^2 = 3PQ^2$

$\therefore 4QD^2 = 3PQ^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶১৩ PQR ত্রিভুজের একটি মধ্যমা QD.

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল প্রশ্ন নং ৫]

ক. চারটি ইংরেজী বর্ণ আঁক যাদের অনুভূমিক আয়নার সাপেক্ষে প্রতিফলন বিদ্যমান। ২

খ. $\angle Q = 1$ সমকোণ হলে দেখাও যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. ৪

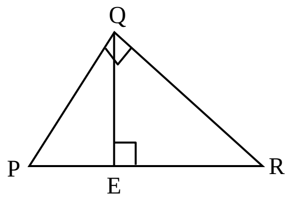
গ. $PQ = QR = PR$ হলে প্রমাণ কর যে, $4PD^2 = 3PQ^2$. ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নির্ণেয় চারটি বর্ণ:

B	**C**	**D**	**E**

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPRQ-এর $\angle Q$ = এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PQ^2 + RQ^2$

অঙ্কন: $QE \perp PR$ আঁকি, যা PR কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপ-১: $\angle QPE + \angle PQE = 1$ সমকোণ

আবার, $\angle QPR + \angle QRP = 1$ সমকোণ

বা, $\angle QPE + \angle QRP = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle PQE = \angle QRP$

তদ্রূপ $\angle EQR = \angle QPR$

ধাপ-২: PQE ও PQR সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে, $\angle PQE = \angle QRP$

$\angle PEQ = \angle PQR = 1$ সমকোণ

$\therefore$ ΔPQE ও ΔPQR সদৃশকোণী

অনরূপভাবে, ΔRQE ও ΔPQR সদৃশকোণী

ধাপ-৩: ΔPQE ও ΔPQR সদৃশকোণী বলে

$\frac{PQ}{PR} = \frac{PE}{PQ}$ $\therefore PR \,.\, PE = PQ^2$ ... ... (i)

আবার, ΔRQE ও ΔPQR সদৃশকোণী বলে,

$\frac{RQ}{PR} = \frac{RE}{RQ}$ $\therefore PR \,.\, RE = RQ^2$ ... ... (ii)

ধাপ-৪: (i) ও (ii) নং যোগ করে,

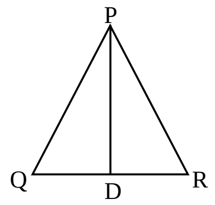
$PR.PE + PR.RE = PQ^2 + RQ^2$

বা, $PR(PE + RE) = PQ^2 + RQ^2$

বা, $PR \,.\, PR = PQ^2 + RQ^2$ [$\because PE + RE = PR$]

$\therefore PR^2 = PQ^2 + RQ^2$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $PQ = QR = PR$ অর্থাৎ ΔPQR- সমবাহু এবং PD, QR এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে $4PD^2 = 3PQ^2$



প্রমাণ ঃ ধাপ	যথার্থতা
(১) $PD \perp QR$ $\therefore \angle PDQ = \angle PDR = 90°$	[দেওয়া আছে]
(২) এখন সমকোণী ΔQPD এবং সমকোণী ΔPRD এ অতিভুজ QP = অতিভুজ PR	[$\because$ PQR সমবাহু ত্রিভুজ]
PD = PD	[$\because$ সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta QPD \cong \Delta PRD$	[$\because$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি বাহু সমান।]
সুতরাং QD = RD $\therefore QR = 2QD$	
(৩) আবার, সমকোণী ΔQPD-এ $\angle QDP = 90°$ এবং অতিভুজ = PQ	
(৪) পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $PQ^2 = PD^2 + QD^2$ বা, $PD^2 = PQ^2 - QD^2$ বা, $4PD^2 = 4PQ^2 - 4QD^2$ বা, $4PD^2 = 4PQ^2 - (2QD)^2$	
বা, $4PD^2 = 4PQ^2 - QR^2$	[$\because QR = 2QD$]
বা, $4PD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$	[$\because PQ = QR$]
বা, $4PD^2 = 3PQ^2$	[$\because PE + RE = PR$]
$\therefore 4PD^2 = 3PQ^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ▶১৪ ΔPQR-এ $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং ΔDEF একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার DG একটি মধ্যমা।

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. PR = 13 সে.মি., RQ = 12 সে.মি., হলে PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + RQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4DG^2 = 3DF^2$. ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

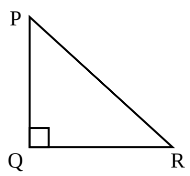
PR = 13 সে.মি., RQ = 12 সে.মি.

$\therefore$ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$\therefore$ $PQ = \sqrt{PR^2 - QR^2}$

$= \sqrt{13^2 - 12^2}$

= 5 সে.মি. **(Ans.)**



খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ সৃজনশীল ৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১৫ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যেখানে $\angle B$ = এক সমকোণ।

[ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. উপরের তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$। ৪

গ. ABC ত্রিভুজে AB = BC এবং P অতিভুজ AC এর উপরস্থ যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮
[বি.দ্র.: A, B, C এর স্থলে যথাক্রমে C, A, B হবে।]

গ সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১৬ ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B = 1 সমকোণ এবং AC অতিভুজ।

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ৪

গ. যদি AB = BC হয় এবং P, AC এর উপরস্থ যে কোন বিন্দু হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$ ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶১৭ ∆ABC এর BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E এবং F। ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে। ◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

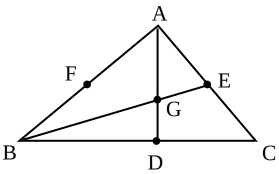
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ∆AEF এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$(∆ABC এর ক্ষেত্রফল) ৪

গ. যদি G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে Y বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, AC = 6 EY। ৪

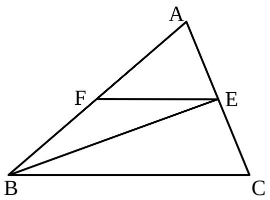
১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F, D ও E এবং AD ও BE মধ্যমাদ্বয় G বিন্দুতে ছেদ করে।

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি ∆ABC-এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F এবং E। F, E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ∆-ক্ষেত্র AFE এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$(∆-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

প্রমাণ : ধাপ **যথার্থতা**

(১) ∆ABE-এ FE, AB এর ওপর মধ্যমা।

∆-ক্ষেত্র AFE = $\frac{1}{2}$(∆-ক্ষেত্র ABE) [∵ FE মধ্যমা ∆-ক্ষেত্র ABE-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

∴ ∆-ক্ষেত্র ABE = 2(∆-ক্ষেত্র AFE)

(২) ∆ABC- এ BE, AC-এর ওপর মধ্যমা।

∴ ∆-ক্ষেত্র ABE = $\frac{1}{2}$(∆-ক্ষেত্র ABC) [একই কারণে]

বা, 2(∆-ক্ষেত্র AFE) = $\frac{1}{2}$(∆-ক্ষেত্র ABC) [ধাপ (১)হতে]

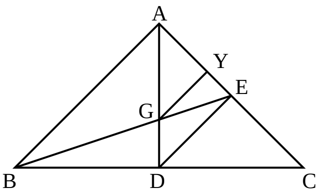
∴ ∆-ক্ষেত্র AFE = $\frac{1}{2}\{\frac{1}{2}$(∆-ক্ষেত্র ABC)$\}$ = $\frac{1}{4}$ (∆-ক্ষেত্র ABC)

অর্থাৎ, ∆-ক্ষেত্র AFE এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (∆-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

(প্রমাণিত)

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। D, E যোগ করি। G বিন্দু দিয়ে GY ∥ DE আঁকি। GY, AC কে Y বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 6EY.



প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ-১. ∆ADE-এ GY ∥ DE,

$\therefore \frac{AY}{EY} = \frac{AG}{GD}$ [ত্রিভুজের কোনো এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AY}{YE} = \frac{2}{1}$ [ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় ছেদ বিন্দুতে 2 ঃ 1 অনুপাতে বিভক্ত হয় ∴ AG ঃ GD = 2 ঃ 1]

বা, $\frac{AY}{YE} + 1 = 2 + 1$ [উভয় পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{AY + YE}{YE} = 3$

বা, AE = 3EY [AE = AY + YE]

ধাপ-২. AE = $\frac{1}{2}$AC [∵ E, AC এর মধ্যবিন্দু]

বা, $\frac{1}{2}$AC = 3EY [ধাপ (১) হতে]

বা, AC = 6EY

∴ AC = 6EY. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶১৮ ∆ABC এবং ∆PQR দুটি ত্রিভুজ।

[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান। ২

খ. প্রমাণ কর যে, উলে্লখিত ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ হলে তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত, তাদের যে কোন দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ∆ABC ও ∆PQR সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হবে। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ 'জ্যামিতিক সমানুপাত' অংশের ১ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৬৭

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৭৫

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৭২

প্রশ্ন ▶১৯ ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. উদ্দীপকের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আক। ২

খ. দেখাও যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্রফল ABC এর ক্ষেত্রফল) ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-৬ এর সৃজনশীল ১০(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১১

খ অধ্যায়-৬ এর সৃজনশীল ১০(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১১

গ সৃজনশীল ২(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২০ ABC সমাকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ।

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৬]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$. ৪

গ. ABC ত্রিভুজে AB = BC এবং P, অতিভুজ AC এর উপরস্থ যে কোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$. ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৪(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২১ ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৫]

ক. উদ্দীপক অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ করঃ DE || BC। ৪

গ. প্রমাণ করঃ $\Delta ABC = 4\Delta BDE$. ৪

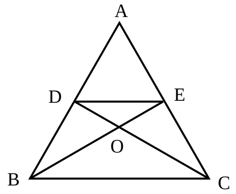
২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২২



চিত্রে, DE || BC

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৬]

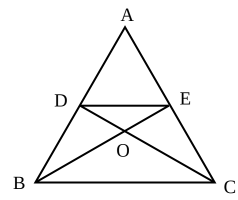
ক. দেখাও যে, ΔBOC ও ΔDOE সদৃশকোণী। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AD : DB = AE : EC. ৪

গ. যদি D, AB এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC = 4(\Delta ADE)$. ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC এ DE || BC এবং DC ও BE পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু DE || BC এবং BE এদের ছেদক।

সুতরাং $\angle DEB = \angle EBC$ [একান্তর কোণ]

আবার, DE || BC এবং CD এদের ছেদক।

$\angle EDC = \angle DCB$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ ΔBOC ও ΔDOE এ, $\angle DEB = \angle EBC$

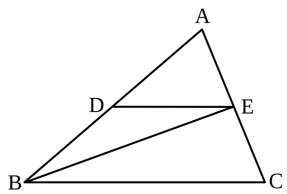
$\angle EDC = \angle DCB$

এবং $\angle BOC = \angle DOE$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। **(দেখানো হলো)**

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য-২৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৮

গ



মনে করি ΔABC-এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E। D,E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ-ক্ষেত্র ABC = 4(Δ-ক্ষেত্র ADE)

অঙ্কনঃ B, E যোগ করি।

প্রমাণঃ Δ ABE-এ DE, AB এর ওপর মধ্যমা।

Δ-ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABE)

[$\because$ DE মধ্যমা Δ-ক্ষেত্র ABE-কে সমদ্বিখন্ডিত করে]

আবার, ΔABC- এ BE, AC-এর ওপর মধ্যমা।

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ABE = $\frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC) [একই কারণে]

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{2}\{\frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)$\}$ = $\frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)

অর্থাৎ, Δ-ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ABC = 4(Δ-ক্ষেত্র ADE) **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২৩ সমকোণী ΔPQR এর $\angle Q$ = এক সমকোণ এবং ΔABC সমবাহু যার $AD \perp BC$.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা ◻ প্রশ্ন নং ৬]

ক. দেখাও যে, BD = CD ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶২৪ ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর বহিঃদ্বিখন্ডক পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা প্রশ্ন নং ৪]

ক. 75° কোণের পূরক ও সম্পূরক কোণ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) ৪

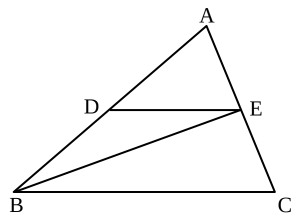
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 75° কোণের পূরক কোণ = (90° – 75°) = 15°

75° কোণের সম্পূরক কোণ = (180° – 75°) = 105° **(Ans.)**

খ



মনে করি ΔABC-এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E। D,E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ-ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)

অঙ্কন: B, E যোগ করি।

প্রমাণ: Δ ABE-এ DE, AB এর ওপর মধ্যমা।

Δ-ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABE)

[$\because$ DE মধ্যমা Δ-ক্ষেত্র ABE-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

আবার, ΔABC- এ BE, AC-এর ওপর মধ্যমা।

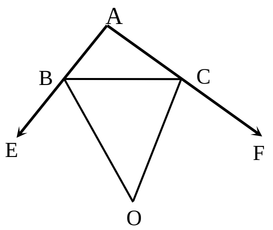
$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ABE $= \frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC) [একই কারণে]

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{2}\{\frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)$\} = \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)

অর্থাৎ, Δ-ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

(প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: ΔABC-এর AB বাহুকে E পর্যন্ত এবং AC বাহুকে F পর্যন্ত বর্ধিত করায় B এবং C বিন্দুতে দুইটি বহিঃস্থকোণ যথাক্রমে $\angle EBC$ এবং $\angle FCB$ উৎপন্ন হয়েছে। এখন, $\angle EBC$ এর সমদ্বিখণ্ডক BO এবং $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

(১) ΔABC-এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$ ... ... (i)

(২) আবার, ΔBOC-এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle EBC + \frac{1}{2}\angle FCB = 180°$ [$\because$ BO এবং CO যথাক্রমে $\angle EBC$ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° - \angle B) + \frac{1}{2}(180° - \angle C) = 180°$

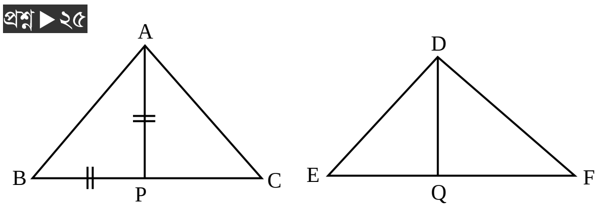
[$\because \angle CBE$, $\angle B$-এর এবং $\angle BCF$, $\angle C$-এর সম্পূরক কোণ]

বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle B + 90° - \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° - 90° + (\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A) - \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ [(i) নং হতে] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২৫



চিত্রে ABC ও DEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল প্রশ্ন নং ৬]

ক. ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলোর নাম লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$ ৪

গ. ΔAPB-এ AP = BP এবং AB এর উপর R যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $RA^2 + RB^2 = 2PR^2$. ৪

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অনুরূপ বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও DE, BC ও EF এবং AC ও DF. অনুরূপ কোণগুলো যথাক্রমে, $\angle A$ও $\angle D$, $\angle B$ ও $\angle E$ এবং $\angle C$ ও $\angle F$.

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৭৫

গ সৃজনশীল ১(গ) নং সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন ▶২৬ ΔPQR এর PQ = QR = 4 সে.মি. এবং $\angle Q$ = এক সমকোণ।

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর প্রশ্ন নং ৪]

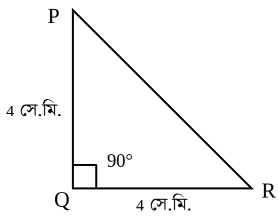
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং এক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. PR বাহুর উপর A যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $AP^2 + AR^2 = 2AQ^2$. ৪

গ. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ 60° এবং যার দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল প্রদত্ত Δ-ক্ষেত্র PQR এর ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

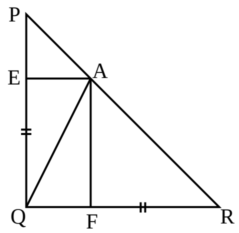
ক



চিত্রে, ΔPQR এর $PQ = QR = 4$ সে.মি. এবং $\angle Q$ = এক সমকোণ।

এক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি হবে– PQR সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ PR এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহু PQ ও QR এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

খ



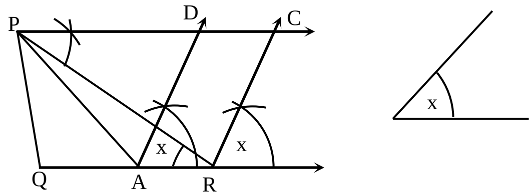
বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔQPR-এর $QP = QR$ এবং অতিভুজ PR। A, PR এর ওপর যেকোনো বিন্দু। A, Q যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AP^2 + AR^2 = 2AQ^2$.

অঙ্কন: A বিন্দু থেকে QP এবং QR বাহুর ওপর যথাক্রমে AE এবং AF লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔQPR-এর, $\angle Q = 90°$	[দেওয়া আছে]
এবং $\angle P = \angle R = 45°$	[$\because QR = QP$]
এখন, ΔAFR-এর, $\angle F = 90°$	[$\because AF \perp QR$]
সুতরাং, $\angle FAR = \angle FRA = 45°$	
$\therefore$ RF = AF	
অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, APE সমকোণী ত্রিভুজে, AE = PE	
(২) AFR সমকোণী ত্রিভুজে AR অতিভুজ হওয়ায়	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$AR^2 = AF^2 + RF^2$	
$= AF^2 + AF^2$	[$\because AF = RF$]
$\therefore AR^2 = 2AF^2$ ... ... (i)	
(৩) APE সমকোণী ত্রিভুজে AP অতিভুজ হওয়ায়,	
$AP^2 = PE^2 + AE^2$	
$= AE^2 + AE^2$	[$\because PE = AE$]
$\therefore AP^2 = 2AE^2$ ... ... (ii)	
(৪) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,	
$AR^2 + AP^2 = 2AF^2 + 2AE^2 = 2(AF^2 + AE^2)$	
আবার, QFAE একটি আয়ত।	[$\angle E = \angle Q = \angle F$ = এক সমকোণ]
$\therefore$ AE = QF	[$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]
$\therefore AR^2 + AP^2 = 2(AF^2 + QF^2)$ ... ... (iii)	
(৫) QFA সমকোণী ত্রিভুজে AQ অতিভুজ হওয়ায়,	
$AQ^2 = AF^2 + QF^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(৬) (iii) নং হতে পাই,	
$AR^2 + AP^2 = 2AQ^2$	
$\therefore AP^2 + AR^2 = 2AQ^2$ **(প্রমাণিত)**	

গ



মনে করি, PQR একটি ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ $\angle x = 60°$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ΔPQR এর ক্ষেত্রফল সমান।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) QR বাহুকে A বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) AR রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle RAD$ আঁকি।

(৩) P বিন্দু দিয়ে QR বাহুর সমান্তরাল PC রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AD রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) R বিন্দু দিয়ে AD রেখাংশের সমান্তরাল RC রশ্মি টানি এবং মনে করি তা PC কে C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ARCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶২৭ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যে কোন বিন্দু। $PQ \perp AB$, $PR \perp AC$।

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর প্রশ্ন নং ৬]

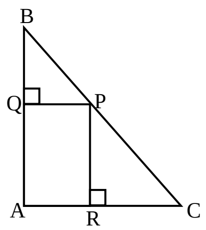
ক. উদ্দীপকের তথ্য চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PB^2 = 2PQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ ৪

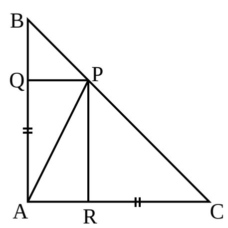
২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। অতিভুজ BC এর উপর P যেকোনো বিন্দু এবং $PQ \perp AB$, $PR \perp AC$।

খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔABC-এর AB = AC এবং অতিভুজ BC। P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 = 2PQ^2$.

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে AB এবং AC বাহুর ওপর যথাক্রমে PQ এবং PR লম্ব টানি।

প্রমাণ: ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC-এর, $\angle A = 90°$	[দেওয়া আছে]
এবং $\angle B = \angle C = 45°$	[$\because AC = AB$]

এখন, ΔPRC-এর, $\angle R = 90°$ [$\because PR \perp AC$]

সুতরাং, $\angle RPC = \angle RCP = 45°$

$\therefore$ $CR = PR$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, PBQ সমকোণী ত্রিভুজে, $PQ = BQ$

(২) PRC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$PC^2 = PR^2 + CR^2$
$= PR^2 + PR^2$ [$\because PR = CR$]

$\therefore$ $PC^2 = 2PR^2$ ... ... (i)

(৩) PBQ সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,

$PB^2 = BQ^2 + PQ^2$
$= PQ^2 + PQ^2$ [$\because BQ = PQ$]

$\therefore$ $PB^2 = 2PQ^2$ ... ... (ii) **(প্রমাণিত)**

গ **প্রমাণ:** **ধাপ** **যথার্থতা**

(১) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PR^2 + 2PQ^2 = 2(PR^2 + PQ^2)$ ['খ' হতে পাই]

আবার, ARPQ একটি আয়ত। [$\angle Q = \angle A = \angle R$ = এক সমকোণ]

$\therefore$ $PQ = AR$ [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore$ $PC^2 + PB^2 = 2(PR^2 + AR^2)$ ... ... (iii)

(২) ARP সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়,

$PA^2 = PR^2 + AR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৩) (iii) নং হতে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PA^2$

$\therefore$ $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶২৮ ΔPQR এ $\angle P$ = এক সমকোণ এবং QR বাহুর মধ্যবিন্দু S

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী ▫ প্রশ্ন নং ৬]

ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = QR^2$ ৪

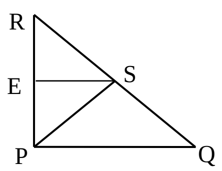
গ. দেখাও যে, $QR = 2PS$ ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮।
বি.দ্রঃ A, B ও C এর স্থলে যথাক্রমে Q, R ও P হবে।

গ



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, ΔRPQ-এ $\angle P$ = এক সমকোণ এবং S, অতিভুজ RQ-এর মধ্যবিন্দু। P, S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $QR = 2PS$.

অঙ্কন: RP-এর মধ্যবিন্দু E নিই এবং S, E যোগ করি।

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ ১. ΔRPQ-এর E এবং S যথাক্রমে RP এবং RQ -এর মধ্যবিন্দু। [অঙ্কন এবং কল্পনানুসারে]

$\therefore$ $SE \parallel PQ$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল]

$\therefore$ $\angle RES$ = অনুরূপ $\angle EPQ$ = এক সমকোণ [কল্পনা]

ধাপ ২. এখন, ΔRES এবং ΔPES-এর মধ্যে

$RE = PE$, [E, RP-এর মধ্যবিন্দু]

$SE = SE$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle RES$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle PES$ [$\because$ প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore$ $\Delta RES \cong \Delta PES$

$\therefore$ $RS = PS$

ধাপ ৩. কিন্তু $RS = \frac{1}{2}RQ$.

$\therefore$ $PS = \frac{1}{2}RQ$ [ধাপ (২) হতে]

$\therefore$ $QR = 2PS$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶২৯ ΔABC এর $AB = 4$ সে. মি., $AC = 5$ সে. মি. এবং $BC = 6$ সে. মি.।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৮ ও ১৫

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া ▫ প্রশ্ন নং ৬]

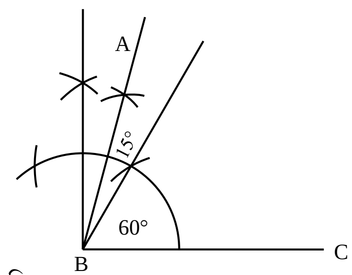
ক. রুলার ও কম্পাস ব্যবহার $75°$ কোণ আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক] ২

খ. এমন একটি সামান্তরিক আঁক, যার একটি কোণ $75°$ এবং যার ক্ষেত্রফল প্রদত্ত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. ত্রিভুজটির AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত অঙ্কন করে গাণিতিকভাবে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [অঙ্কনের বিবরণ আবশ্যক নয়] ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

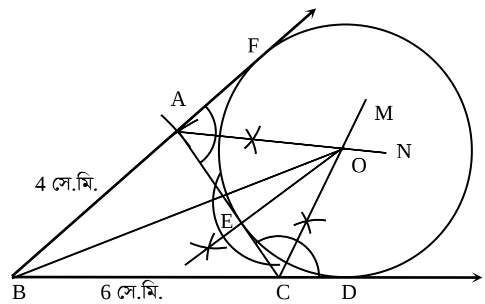
ক



চিত্রে, $\angle ABC = 75°$

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর সম্পাদ্য-১৩ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৯

গ



মনে করি, ΔABC এর বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r এবং এটি ΔABC ও এর BA ও BC বাহুদ্বয়ের বর্ধিতাংশকে যথাক্রমে F ও D বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে $OE = OF = OD = r$।

O, A; O, B; O, C যোগ করি।

এখন, ΔABC এর অর্ধপরিসীমা $= \frac{4 + 5 + 6}{2} = 7.5$ সে. মি.

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{7.5(7.5 - 4)(7.5 - 5)(7.5 - 6)}$ বর্গ সে.মি.

= 9.92 বর্গ সে.মি.

আবার, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔOBC এর ক্ষেত্রফল + ΔOAB এর ক্ষেত্রফল – ΔOAC এর ক্ষেত্রফল

বা, $9.92 = \frac{1}{2}BC.OD + \frac{1}{2}AB.OF - \frac{1}{2}AC.\ OE$

বা, $9.92 \times 2 = 6.r + 4.r - 5.r$

বা, $19.84 = 5r$

$\therefore r = \frac{19.84}{5} = 3.968$ সে. মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶৩০ ΔPQR এ $\angle P$ = এক সমকোণ এবং PS উহার একটি মধ্যমা।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[কুমিল্লা জিলা স্কুল, কুমিল্লা প্রশ্ন নং ৪]

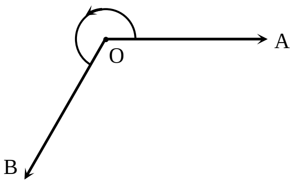
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ বলতে কী বুঝায় চিত্রসহ লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PS = \frac{1}{2}QR$. ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

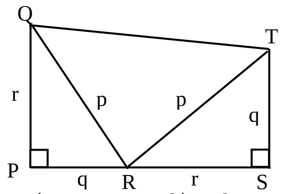
ক 2 সমকোণ থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে। চিত্রে চিহ্নিত $\angle AOB$ প্রবৃদ্ধ কোণ।



খ দেওয়া আছে, ΔPQR এর $\angle P$ = এক সমকোণ।

ধরি, $PQ = r$, $PR = q$ এবং $QR = p$

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$



PR বাহুকে S পর্যন্ড় এমনভাবে বর্ধিত করি, যেন $RS = PQ = r$ হয়। S বিন্দুতে $TS \perp PS$ আঁকি যেন $TS = PR = q$ হয়। R, T ও Q, T যোগ করি।

প্রমাণ : ΔPQR ও ΔRST ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

$PQ = RS$, $PR = TS$ এবং

অন্ড়র্ভুক্ত কোণ $\angle RPQ$ = অন্ড়র্ভুক্ত কোণ $\angle RST$ = এক সমকোণ।

$\therefore \quad \Delta PQR \cong \Delta RST$

$\therefore \quad \angle PQR = \angle TRS$ এবং $RT = QR = p$

এখন, $\angle PQR + \angle PRQ$ = এক সমকোণ

$\therefore \quad \angle TRS + \angle PRQ$ = এক সমকোণ

কিন্তু, $\angle PRQ + \angle QRT + \angle TRS$ = দুই সমকোণ

$\therefore \quad \angle QRT$ = এক সমকোণ

আবার, ট্রাপিজিয়াম PQTS এর ক্ষেত্রফল = ΔPQR এর ক্ষেত্রফল + ΔQRT এর ক্ষেত্রফল + ΔRST এর ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{1}{2}(PQ + TS)PS = \frac{1}{2} \times PR \times PQ + \frac{1}{2} \times QR \times RT + \frac{1}{2} \times RS \times TS$

বা, $\frac{1}{2}(r + q)(q + r) = \frac{1}{2}qr + \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}qr$

বা, $\frac{1}{2}(q + r)^2 = \frac{1}{2}(qr + p^2 + qr)$

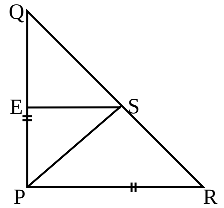
বা, $q^2 + 2qr + r^2 = 2qr + p^2$

বা, $q^2 + r^2 = p^2$

বা, $p^2 = r^2 + q^2$

$\therefore \quad QR^2 = PQ^2 + PR^2$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔPQR-এ $\angle P$ এক সমকোণ এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু। P, S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PS = \frac{1}{2}QR$

অঙ্কন: PQ এর মধ্যবিন্দু E নিই এবং S, E যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔPQR-এ E ও S যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore \quad ES \parallel PR$

$\therefore \quad \angle QES$ = অনুরূপ $\angle EPR$ = এক সমকোণ।

এবং $\angle SEP$ = অনুরূপ $\angle EPR$ = এক সমকোণ

(২) এখন ΔQES ও ΔPES-এ

$QE = PE$ [$\because$ E, PQ এর মধ্যবিন্দু]

$ES = ES$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্ড়র্ভুক্ত $\angle QES$ = অন্ড়র্ভুক্ত $\angle SEP$ [ধাপ (১) থেকে প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore \quad \Delta QES \cong \Delta PES$

$\therefore \quad QS = PS$

(৩) কিন্তু $QS = \frac{1}{2}QR$

$\therefore \quad PS = \frac{1}{2}QR$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩১ ABCD ও EBCF সামান্ড়রিক দুইটি একই ভূমি BC এর ওপর এবং একই সমান্ড়রাল রেখাযুগল AF ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী প্রশ্ন নং ৬]

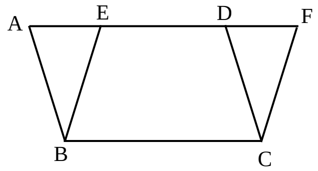
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপর্যুক্ত সামান্ড়রিক দুইটির চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, সামান্ড়রিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = সামান্ড়রিক ক্ষেত্র EBCF এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABCD সামান্ড়রিকের কর্ণদ্বয় সামান্ড়রিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে। ৪

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

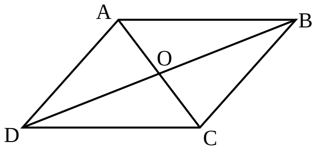
ক



প্রদত্ত তথ্যানুসারে সামান্ড়রিক দুটির চিত্র আঁকা হলো।

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৮ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা- ২৮৭

গ **সাধারণ নির্বচন:** প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি ABCD একটি সামান্তরিক। তার AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

Δক্ষেত্র AOB = Δক্ষেত্র BOC = Δক্ষেত্র COD = Δক্ষেত্র AOD.

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

ধাপ-১. ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং AO = OC এবং BO = OD. [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ধাপ-২. ΔABC-এ AC-এর ওপর মধ্যমা BO [$\because$ AO = OC]

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র AOB = Δ-ক্ষেত্র BOC... ... (i)

[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।]

তদ্রূপ Δ-ক্ষেত্র BOC = Δ-ক্ষেত্র COD ... ... (ii)

এবং Δ-ক্ষেত্র COD = Δ-ক্ষেত্র AOD ... ... (iii)

ধাপ-৩. (i) নং ,(ii) নং এবং (iii) নং হতে পাই,

Δ-ক্ষেত্র AOB = Δ-ক্ষেত্র BOC = Δ-ক্ষেত্র COD = Δ-ক্ষেত্র AOD **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩২ ΔABC এর $AC^2 = AB^2 + BC^2$

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী প্রশ্ন নং ৪]

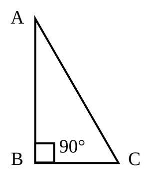
ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle B$ = এক সমকোণ। ৪

গ. CE এবং AF ত্রিভুজটির মধ্যমা হলে দেখাও যে, $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$ ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

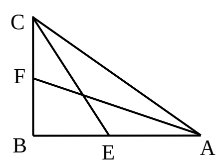


ΔABC-এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ এবং $\angle ABC = 90°$

খ সৃজনশীল ৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ। অর্থাৎ $\angle ABC = 90°$. AF এবং CE যথাক্রমে BC ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা।

দেখাতে হবে যে, $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$



প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

ধাপ-১. AF, BC বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$\therefore$ $BF = CF = \frac{1}{2}BC$

ধাপ-২. CE, AB বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$\therefore$ $BE = AE = \frac{1}{2}AB$

ধাপ-৩. সমকোণী ত্রিভুজ ΔABC এ, $\angle ABC = 90°$ এবং অতিভুজ = AC [দেওয়া আছে]

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ .... (i)

ধাপ-৪. সমকোণী ত্রিভুজ ΔABF-এ, অতিভুজ = AF

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AF^2 = AB^2 + BF^2$ .... (ii)

ধাপ-৫. সমকোণী ত্রিভুজ ΔBCE-এ, অতিভুজ = CE

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$CE^2 = BC^2 + BE^2$ .... (iii)

ধাপ-৬. (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,

$AF^2 + CE^2 = AB^2 + BF^2 + BC^2 + BE^2$

বা, $AF^2 + CE^2 = BF^2 + BE^2 + AC^2$ [(i) নং থেকে]

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4(BF^2 + BE^2 + AC^2)$ [4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4BF^2 + 4BE^2 + 4AC^2$

$= (2BF)^2 + (2BE)^2 + 4AC^2$

$= BC^2 + AB^2 + 4AC^2$

[$\because$ 2BF = BC ও 2BE = AB]

$= AC^2 + 4AC^2$ [(i) নং থেকে]

$\therefore$ $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৩৩ ΔPQR এ QD একটি মধ্যমা।

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৬]

ক. উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$ ৪

গ. যদি PQ = QR = PR হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $4QD^2 = 3PQ^2$. ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল-১২ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৪ ΔABC এ $\angle A$ = এক সমকোণ এবং AD, BC এর উপর লম্ব।

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম প্রশ্ন নং ৫]

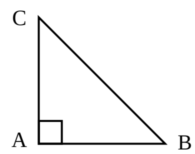
ক. $BC = 4\sqrt{2}$ সে.মি. এবং AB = AC হলে AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ৪

গ. ΔABC সমবাহু হলে প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ΔABC-এ $\angle A$ = এক সমকোণ এবং AB = AC

দেওয়া আছে, অতিভুজ, $BC = 4\sqrt{2}$

ধরি, $AB = AC = x$

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$x^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2$

বা, $2x^2 = 32$

বা, $x^2 = 16$

$\therefore x = 4$

সুতরাং $AB = 4$ সে.মি. **(Ans.)**

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

গ সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৫ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ এবং $AD \perp BC$

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ৬]

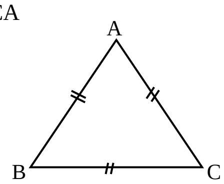
ক. প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ $60°$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

গ. দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + AB^2 - 2BC.CD$ ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC সমবাহু। অর্থাৎ $AB = BC = CA$



আমরা জানি,

ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণসমূহ পরস্পর সমান।

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$

আবার, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle A + \angle A + \angle A = 180°$

বা, $3\angle A = 180°$

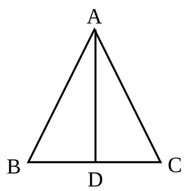
$\therefore \angle A = 60°$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60°$

অর্থাৎ সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ $60°$ **(প্রমাণিত)**

খ সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ



ΔABC সমবাহু। $\therefore AB = BC = AC$

আবার, $AD \perp BC$

এখন, ΔABD সমকোণী।

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ ... ... (i)

আবার, ΔACD সমকোণী

$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$

$\therefore AD^2 = AC^2 - CD^2$ ... ... (ii)

(ii) হতে (i) এ মান বসিয়ে,

$AB^2 = AC^2 - CD^2 + (BC - CD)^2$ [□ $BD = BC - CD$]

$= AC^2 - CD^2 + BC^2 - 2BC.CD + CD^2$

$= AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

$= AC^2 + AB^2 - 2BC.CD$ [□ $AB = BC = AC$] **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ▶৩৬ ΔABC-এ AB ও AC বাহুর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে D ও E.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৪]

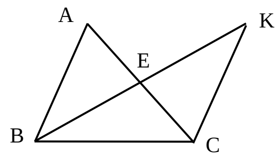
ক. প্রমাণ কর যে, $AB + BC > 2BE$. ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC). ৪

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



বিশেষ নির্বাচন: ΔABC এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E। B, E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + BC > 2BE$

অঙ্কন: BE কে K পর্যন্ড় বর্ধিত করি যেন $BE = EK$ হয়। C, K যোগ করি।

প্রমাণ:	**ধাপ**	**যথার্থতা**
(১)	ΔABE ও ΔCEK এ,	
	$BE = EK$	[অঙ্কনানুসারে]
	$AE = CE$	[□ E, AC এর মধ্যবিন্দু]
	$\angle AEB = \angle CEK$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore$	$\Delta ABE \cong \Delta CEK$	
$\therefore$	$AB = CK$	
(২)	ΔBCK এ	
	$BC + CK > BK$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা,	$BC + AB > BE + EK$	[□ $CK = AB$]
বা,	$AB + BC > BE + BE$	[□ $EK = BE$]
$\therefore$	$AB + BC > 2BE$ **(প্রমাণিত)**	

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৬.৩ এর উপপাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১২৯

গ সৃজনশীল ২৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৭ ΔABC ও ΔDEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং তাদের অনুরূপ বাহু BC ও EF।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[ব- ু -বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ৬]

ক. দুইটি ত্রিভুজের উচ্চতা সমান হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$ ৪

গ. ΔABC এর AD মধ্যমা এবং $AB = BC = CA$ হলে প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর জ্যামিতিক সমানুপাত' অনুচ্ছেদ এর ১ নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৬৭

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৭৫

গ সৃজনশীল ৩(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৩৮ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। অতিভুজ BC এর উপর P যে কোনো বিন্দু। *◂সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫*

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট প্রশ্ন নং ৪]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ এবং চিত্রের মাধ্যমে বর্ণনা দাও। ২

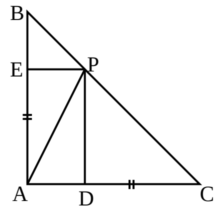
খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর : $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. ৪

গ. BA ও BC যথাক্রমে T ও S পর্যন্ড় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের বহির্দ্বিভকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর, $\angle AOC = 90° - \frac{1}{2}\angle B$. ৪

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৭(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔABC-এর AB = AC এবং অতিভুজ BC। P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে AB এবং AC বাহুর ওপর যথাক্রমে PE এবং PD লম্ব টানি।

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ-১. ΔABC-এর, $\angle A = 90°$

এবং $\angle B = \angle C = 45°$ [$\because$ AC = AB]

এখন, ΔPDC-এর, $\angle D = 90°$ [$\because PD \perp AC$]

সুতরাং, $\angle DPC = \angle DCP = 45°$

$\therefore$ CD = PD

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, PBE সমকোণী ত্রিভুজে, PE = BE

ধাপ-২. PDC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$PC^2 = PD^2 + CD^2$

$= PD^2 + PD^2$ [$\because$ PD = CD]

$\therefore PC^2 = 2PD^2$ ... ... (i)

ধাপ-৩. PBE সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,

$PB^2 = BE^2 + PE^2$

$= PE^2 + PE^2$ [$\because$ BE = PE]

$\therefore PB^2 = 2PE^2$ ... ... (ii)

ধাপ-৪. (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PD^2 + 2PE^2 = 2(PD^2 + PE^2)$

আবার, ADPE একটি আয়ত। [$\angle E = \angle A = \angle D$ = এক সমকোণ]

$\therefore$ PE = AD [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore PC^2 + PB^2 = 2(PD^2 + AD^2)$ ... ... (iii)

ধাপ-৫. ADP সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়,

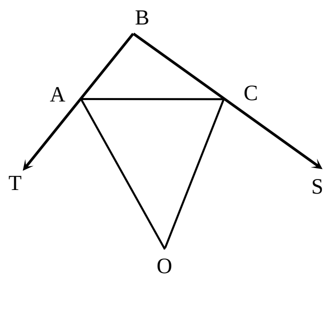
$PA^2 = PD^2 + AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-৬. (iii) নং হতে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PA^2$

$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: ΔBAC-এর BA বাহুকে T পর্যন্ড় এবং BC বাহুকে S পর্যন্ড় বর্ধিত করায় A এবং C বিন্দুতে দুইটি বহিঃস্থকোণ যথাক্রমে ∠TAC এবং ∠SCA উৎপন্ন হয়েছে। এখন, ∠TAC এর সমদ্বিখন্ডক AO এবং ∠SCA এর সমদ্বিখন্ডক CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC = 90° - \frac{1}{2}\angle B$.

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

(১) ΔBAC-এ

$\angle B + \angle A + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C = 90°$ ... ... (i)

(২) আবার, ΔAOC-এ

$\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180°$

বা, $\angle AOC + \frac{1}{2}\angle TAC + \frac{1}{2}\angle SCA = 180°$ [$\because$ AO এবং CO যথাক্রমে ∠TAC ও ∠SCA এর সমদ্বিখন্ডক]

বা, $\angle AOC + \frac{1}{2}(180° - \angle A) + \frac{1}{2}(180° - \angle C) = 180°$ [$\because$∠CAT, ∠A-এর এবং ∠ACS, ∠C-এর সম্পূরক কোণ]

বা, $\angle AOC + 90° - \frac{1}{2}\angle A + 90° - \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle AOC = 180° - 90° - 90° + (\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle B) - \frac{1}{2}\angle B$

$\therefore \angle AOC = 90° - \frac{1}{2}\angle B$ [(i) নং হতে] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৩৯ ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং ΔPQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ। *◂সমন্বিত অধ্যায় ৭, ৮, ও ১৫*

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ প্রশ্ন নং ৫]

ক. নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের আকার উপাত্ত কয়টি ও কী কী? ২

খ. এমন একটি সামান্ড়রিক আঁক যেন ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের সমান হয় এবং একটি কোণ ∠x এর সমান। ৪

গ. ΔPQR সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁক। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-৭.২ এর "চতুর্ভুজ অঙ্কন" অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৪৪

খ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর সম্পাদ্য-১৫ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ২৯০

গ অধ্যায়-৮ এর সৃজনশীল ৩০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১৫৪

প্রশ্ন ▶৪০ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD, EF তিনটি সমান সমান জ্যা। P, Q, R যথাক্রমে AB, CD, EF এর মধ্যবিন্দু। ΔXYZ এ XY = YZ, M, XZ এর উপর যেকোনো বিন্দু এবং $\angle Y = 90°$। *◂সমন্বিত অধ্যায় ৮ ও ১৫*

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ প্রশ্ন নং ৬]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, P, Q, R সমবৃত্ত। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $2YM^2 = MX^2 + MZ^2$ ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ অধ্যায়-৮ এর সৃজনশীল ১৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ১৪৮

গ সৃজনশীল ৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪১ ΔABC এর $\angle C = 90°$ এবং $\angle A$ ও $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। AB বাহুর উপর যেকোনো বিন্দু P.

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর প্রশ্ন নং ৬]

ক. $\angle LMN$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেক 65° হলে, $\angle LMN$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\angle ADB = 90° + \frac{1}{2}\angle ACB$. ৪

গ. AC = BC হলে, প্রমাণ করো যে, $PA^2 + PB^2 = 2PC^2$. ৪

৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

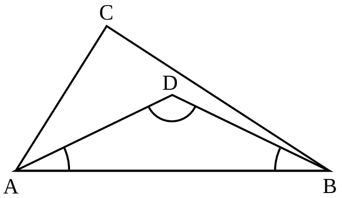
ক ধরি, $\angle LMN$ এর সম্পূরক কোণের মান = x

শর্তমতে, $\frac{1}{2}x = 65°$

$\therefore x = 130°$

$\therefore \angle LMN = 180° - 130° = 50°$ **(Ans.)**

খ



মনে করি, ΔABC এর $\angle A$ ও $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AD ও BD পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB = 90° + \frac{1}{2}\angle ACB$.

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের 3 কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \frac{1}{2} \times 180°$

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 90° - \frac{1}{2}\angle C$ …… (i)

(২) ΔADB এ

$\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180°$

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle ADB = 180°$ [∴ AD এবং BD যথাক্রমে $\angle BAD$ ও $\angle ABD$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

বা, $\angle ADB = 180° - \left(\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B\right)$

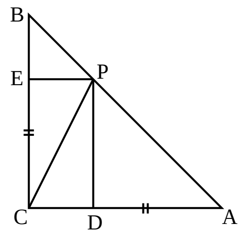
$= 180° - \left(90° - \frac{1}{2}\angle C\right)$

$= 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle C$

$= 90° + \frac{1}{2}\angle C$

$\therefore \angle ADB = 90° + \frac{1}{2}\angle ACB$. **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔABC-এর AC = BC এবং অতিভুজ AB। P, AB এর ওপর যেকোনো বিন্দু। P, C যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PA^2 + PB^2 = 2PC^2$.

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে BC এবং AC বাহুর ওপর যথাক্রমে PE এবং PD লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔABC-এর, $\angle C = 90°$ [দেওয়া আছে]

এবং $\angle B = \angle A = 45°$ [$\because AC = BC$]

এখন, ΔPDA-এর, $\angle D = 90°$ [$\because PD \perp CA$]

সুতরাং, $\angle DPA = \angle DAP = 45°$

$\therefore AD = PD$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, PBE সমকোণী ত্রিভুজে, PE = BE

(২) PDA সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায় [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$PA^2 = PD^2 + AD^2$

$= PD^2 + PD^2$ [$\because PD = AD$]

$\therefore PA^2 = 2PD^2$ … … … (i)

(৩) PBE সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,

$PB^2 = BE^2 + PE^2$

$= PE^2 + PE^2$ [$\because BE = PE$]

$\therefore PB^2 = 2PE^2$ … … … (ii)

(৪) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$PA^2 + PB^2 = 2PD^2 + 2PE^2 = 2(PD^2 + PE^2)$

আবার, CDPE একটি আয়ত। [$\angle E = \angle C = \angle D$ = এক সমকোণ]

$\therefore PE = CD$ [∵ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore PA^2 + PB^2 = 2(PD^2 + CD^2)$ … … … (iii)

(৫) CDP সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায়,

$PC^2 = PD^2 + CD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৬) (iii) নং হতে পাই,

$PA^2 + PB^2 = 2PC^2$

$\therefore PA^2 + PB^2 = 2PC^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶৪২ ABC একটি ত্রিভুজ যেখানে $\angle B$ = এক সমকোণ।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল প্রশ্ন নং ৪]

ক. দুইটি ত্রিভুজের সদৃশ্যতার দুইটি শর্ত লিখ। ২

খ. যদি AB = BC হয় এবং R, AC এর উপর যেকোন বিন্দু হয় তবে প্রমাণ কর $RA^2 + RC^2 = 2RB^2$। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ৪

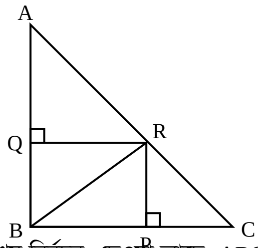
৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দুটি ত্রিভুজের সদৃশ্যতার শর্ত:

(i) ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ কোণগুলো সমান হতে হবে।

(ii) ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হতে হবে।

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের AB = BC। R, অতিভুজ AC এর উপর একটি বিন্দু। R, B যোগ করা হল। প্রমাণ করতে হবে যে, $RA^2 + RC^2 = 2RB^2$।

অঙ্কন: R হতে $RP \perp BC$ এবং $RQ \perp AB$ আঁকি।

প্রমাণ: ধাপ **যথার্থতা**

ধাপ-১: AB = BC বলে, $\angle A = \angle C$ [∵ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-২: $\angle A + \angle C = 90°$ [সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90°]

বা, $\angle A + \angle A = 90°$

বা, $2\angle A = 90°$

$\therefore \angle A = 45°$

অর্থাৎ $\angle A = \angle C = 45°$

ধাপ-৩: সমকোণী ΔRPC-এ $\angle C = 45°$

$\therefore \angle CRP = 90° - \angle C = 90 - 45° = 45°$

$\therefore RP = PC$ [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

তদ্রূপ, সমকোণী ΔAQR এ, AQ = QR

ধাপ-৪: QRPB একটি আয়তক্ষেত্র [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore RP = QB$ এবং $RQ = PB$

ধাপ-৫: সমকোণী ΔRPC এ

$RC^2 = RP^2 + PC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

$= RP^2 + RP^2$ [ধাপ-৩ হতে]

$\therefore RC^2 = 2RP^2$ ....(i)

তদ্রূপ, $RA^2 = 2RQ^2$ ....(ii)

ধাপ-৬: (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$RC^2 + RA^2 = 2(RP^2 + RQ^2)$

বা, $RA^2 + RC^2 = 2(RP^2 + PB^2)$ [ধাপ-৪ হতে]

বা, $RA^2 + RC^2 = 2RB^2$ [∵ সমকোণী ΔRBP এ $\angle RPB$ = 1 সমকোণ]

$\therefore RA^2 + RC^2 = 2RB^2$ **(প্রমাণিত)**

গ পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৯ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৮৮

প্রশ্ন ▶৪৩ ΔABC এর একটি মধ্যমা AD এবং AB = BC = CA।

◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

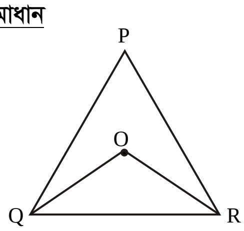
[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল ⎕ প্রশ্ন নং ৬]

ক. ত্রিভুজ PQR-এ $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে, যদি $\angle QOR = 120°$ হয়, তবে $\angle QPR$ এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ৪

গ. উক্ত ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$। ৪

<u>৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান</u>



ক ΔQOR-এ

$\angle QOR + \angle OQR + \angle ORQ = 180°$

বা, $120° + \frac{1}{2}\angle Q + \frac{1}{2}\angle R = 180°$

বা, $\frac{1}{2}(\angle Q + \angle R) = 60°$

$\therefore \angle Q + \angle R = 120°$

ΔPQR-এ

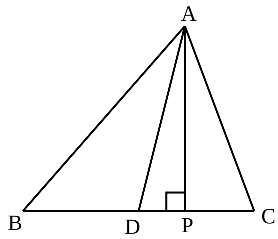
$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180°$

বা, $\angle Q + \angle R + \angle QPR = 180°$

বা, $120° + \angle QPR = 180°$

$\therefore \angle QPR = 60°$ **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর মধ্যমা AD। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন: A বিন্দু থেকে BC-এর ওপর AP লম্ব টানি।

প্রমাণ: সমকোণী ΔADP-এ, $\angle APD = 90°$ এবং অতিভুজ AD.

∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AD^2 = AP^2 + DP^2$ ... ... (i)

আবার, সমকোণী ΔABP- এ, $\angle APB = 90°$ এবং অতিভুজ AB.

$\therefore AB^2 = AP^2 + BP^2$

$= AP^2 + (BD + DP)^2$ [∵ BP = BD + DP]

$= AP^2 + BD^2 + DP^2 + 2BD\cdot DP$

$= (AP^2 + DP^2) + BD^2 + 2BD\cdot DP$

$= AD^2 + BD^2 + 2BD\cdot DP$ [(i) নং থেকে, $AD^2 = AP^2 + DP^2$]

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD\cdot DP$ ... ... (ii)

সমকোণী ΔACP-এ, $\angle APC = 90°$ এবং অতিভুজ AC.

∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AP^2 + CP^2$

বা, $AC^2 = AP^2 + (CD - DP)^2$ [∵ CP = CD – DP]

$\therefore AC^2 = AP^2 + CD^2 + DP^2 - 2CD\cdot DP$

$= (AP^2 + DP^2) + BD^2 - 2BD\cdot DP$

[∵ AD, BC বাহুর মধ্যমা ∴ CD = BD]

$= AD^2 + BD^2 - 2BD\cdot DP$ [∵ (i) নং থেকে $AD^2 = AP^2 + DP^2$]

$\therefore AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD\cdot DP$ ... ... (iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD\cdot DP + AD^2 + BD^2 - 2BD\cdot DP$

$= 2AD^2 + 2BD^2$

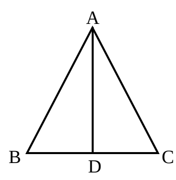
$= 2(AD^2 + BD^2)$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ ΔABC-এ,

AB = BC = CA

এবং AD মধ্যমা



$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC.$

ΔABD ও ΔADC এ,

MwYZ (AvewkÅK)

$AB = AC$
AD সাধারণ বাহু
এবং $\angle ABC = \angle ACD$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ADC$.
$\therefore \angle ADB = \angle ADC$
কিন্তু $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ রৈখিক যুগল কোণ
$\therefore AD \perp BC$
ΔABD এ,
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2} BC\right)^2 \left[\because BD = \frac{1}{2} BC\right]$
বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4} AB^2$ [$\therefore BC = AB$]
বা, $AD^2 = \frac{3}{4} AB^2$
$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$
$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$
$= \frac{1}{2} \times AB \times \frac{\sqrt{3}}{2} AB$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$ **(প্রমাণিত)**

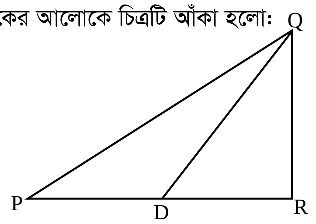
প্রশ্ন ▶৪৪ ΔPQR-এর QD একটি মধ্যমা। যা PR বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫*

[মানিকগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, মানিকগঞ্জ প্রশ্ন নং ৫]

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$ ৪
গ. QD রেখাংশ $\angle PQR$-এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক হলে প্রমাণ কর যে, $PQ : QR = PD : RD$. ৪

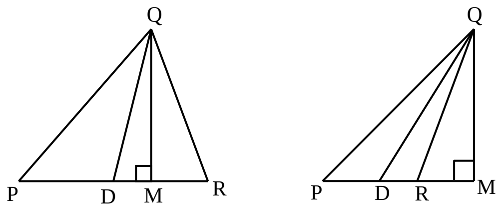
৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁকা হলো:



দেওয়া আছে, ΔPQR এর QD একটি মধ্যমা।

খ



চিত্র-১ চিত্র-২

দেওয়া আছে, ΔPQR এর মধ্যমা QD. প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

অঙ্কন : Q বিন্দু থেকে PR এর (বা, তার বর্ধিতাংশের চিত্র (২)) উপর QM লম্ব টানি।

প্রমাণ ঃ

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔQDM-এ, $\angle QMD = 90°$ এবং অতিভুজ QD. $QD^2 = QM^2 + DM^2$ ... ... (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(২) ΔQPM-এ $\angle QMP = 90°$ এবং অতিভুজ QP.	
$PQ^2 = QM^2 + PM^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= QM^2 + (PD + DM)^2$	[$\therefore PM = PD + DM$]
$= QM^2 + PD^2 + DM^2 + 2PD.DM$	
$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 + 2PD.DM$	
$= QD^2 + PD^2 + 2PD.DM$	
$PQ^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.DM$ ... (ii)	[(i) নং হতে $QD^2 = QM^2 + DM^2$]
(৩) ΔQRM এ $\angle QMR = 90°$ এবং অতিভুজ QR.	
$QR^2 = QM^2 + RM^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $QR^2 = QM^2 + (RD - DM)^2$	[$\therefore$ ১নং চিত্রে $RM = RD - DM$ এবং 2নং চিত্রে $RM = DM - RD$]
কিন্তু $(RD - DM)^2 = (DM - RD)^2$ $= RD^2 + DM^2 - 2RD.DM$	
$\therefore QR^2 = QM^2 + RD^2 + DM^2 - 2RD.DM$	
$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 - 2PD.DM$	
$= QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$	[QD, PR বাহুর মধ্যমা $\therefore RD = PD$]
$QR^2 = QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$ ... ... (iii)	[(i) নং থেকে $QD^2 = QM^2 + DM^2$]

(ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,
$PQ^2 + QR^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.DM + QD^2 + PD^2 - 2PD.DM$
$= 2QD^2 + 2PD^2$
$= 2(QD^2 + PD^2)$
$\therefore PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য-৩০ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৯

প্রশ্ন ▶৪৫ ΔABC-এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। *◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫*

[মোমেনা আলী বিজ্ঞান স্কুল, সিরাজগঞ্জ প্রশ্ন নং ৬]

ক. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪
গ. ΔABC এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু E ও F হলে, প্রমাণ কর যে, $BEF = \frac{1}{4} \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল। ৪

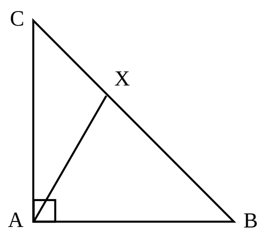
৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক অধ্যায়-৬ এর সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১২

খ অধ্যায়-৬ এর সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-১১২

গ সৃজনশীল ২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶৪৬ চিত্রে $\angle A = 90°$
$AC = AB$



◀সমন্বিত অধ্যায় ৬ ও ১৫

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, রংপুর ▯ প্রশ্ন নং ৫]

ক. BC = 5cm এবং AB = 3cm হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (যেখানে $\angle A \neq 90°$) ২

খ. প্রমাণ করো যে, $XA^2 = \frac{1}{2}(BX^2 + CX^2)$ ৪

গ. AX মধ্যমা হলে প্রমাণ করো যে, $\frac{1}{2}(AB + AC) > AX$. ৪

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, BC = 5 সে.মি.

AB = 3 সে.মি.

$\therefore$ AC = 3 সে.মি. [▯ AC = AB]

$\therefore$ ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

ধরি, BC = ভূমি = b

এবং AB = AC = a = সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য

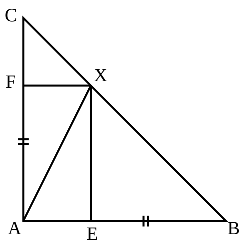
$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{5}{4}\sqrt{4 \times 3^2 - 5^2}$

$= \frac{5}{4}\sqrt{36 - 25}$

$= \frac{5\sqrt{11}}{4}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ



মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔACB-এর AC = AB এবং অতিভুজ CB। X, CB এর ওপর যেকোনো বিন্দু। X, A যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $XA^2 = \frac{1}{2}(BX^2 + CX^2)$

অঙ্কন: X বিন্দু থেকে AC এবং AB বাহুর ওপর যথাক্রমে XF এবং XE লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔACB-এর, $\angle A = 90°$ [দেওয়া আছে]

এবং $\angle C = \angle B = 45°$ [$\because$ AB = AC]

এখন, ΔXEB-এর, $\angle E = 90°$ [$\because XE \perp AB$]

সুতরাং, $\angle EXB = \angle EBX = 45°$

$\therefore$ BE = XE

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, XCF সমকোণী ত্রিভুজে, XF = CF

(২) XEB সমকোণী ত্রিভুজে XB অতিভুজ হওয়ায়

$XB^2 = XE^2 + BE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= XE^2 + XE^2$ [$\because$ XE = BE]

$\therefore XB^2 = 2XE^2$ ... ... (i)

(৩) XCF সমকোণী ত্রিভুজে XC অতিভুজ হওয়ায়,

$XC^2 = CF^2 + XF^2$

$= XF^2 + XF^2$ [$\because$ CF = XF]

$\therefore XC^2 = 2XF^2$ ... ... (ii)

(৪) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$XB^2 + XC^2 = 2XE^2 + 2XF^2 = 2(XE^2 + XF^2)$

আবার, AEXF একটি আয়ত। [$\angle F = \angle A = \angle E =$ এক সমকোণ]

$\therefore$ XF = AE [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore XB^2 + XC^2 = 2(XE^2 + AE^2)$ ... ... (iii)

(৫) AEX সমকোণী ত্রিভুজে XA অতিভুজ হওয়ায়,

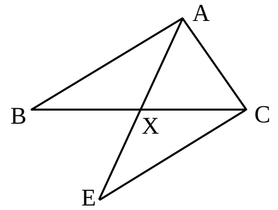
$XA^2 = XE^2 + AE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৬) (iii) নং হতে পাই,

$XB^2 + XC^2 = 2XA^2$

$\therefore XA^2 = \frac{1}{2}(BX^2 + CX^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু X. A, X যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{1}{2}(AB + AC) > AX$

অঙ্কন: AX কে E পর্যন্ড় এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, XE = AX হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ: **ধাপ** **যথার্থতা**

ধাপ ১. ΔABX এবং ΔECX-এ

BX = CX [$\because$ X, BC এর মধ্যবিন্দু দেওয়া আছে]

AX = XE [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AXB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EXC$ [বিপ্রতীপ কোণ সমান]

$\therefore \Delta ABX \cong \Delta ECX$ [$\because$ দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]

সুতরাং AB = CE ... ... (i)

ধাপ ২. এখন, Δ AEC-এ,

AC + CE > AE [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, AC + AB > AX + XE [$\because$ (i) নং থেকে AB = CE]

বা, AB + AC > AX + AX [$\because$ অঙ্কনানুসারে, XE = AX]

বা, AB + AC > 2AX

$\therefore \frac{1}{2}(AB + AC) > AX$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ▶ ৪৭ ΔABC ও ΔPQR দু'টি সদৃশ্যকোণী ত্রিভুজ।

◀সমন্বিত অধ্যায় ১৪ ও ১৫

[পিরোজপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর ▯ প্রশ্ন নং ৬]

ক. সদৃশ বহুভুজ কাকে বলে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$। ৪

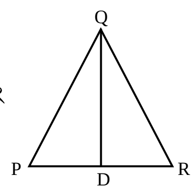
গ. যদি PQ = QR = PR এবং D, PR এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $4QD^2 = 3PQ^2$. ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সদৃশ বহুভুজ:** সমান সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট দুইটি বহুভুজের একটি শীর্ষবিন্দুগুলোকে যদি ধারাবাহিকভাবে অপরটির শীর্ষবিন্দুগুলোর সঙ্গে এমনভাবে মিল করা যায় যে, বহুভুজ দু'টির (১) অনুরূপ কোণগুলো সমান হয় এবং (২) অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হয়, তবে বহুভুজ দুইটিকে সদৃশ বহুভুজ বলা হয়।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.২ এর উপপাদ্য-৩২ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা-২৭২

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে,

PQ = QR = PR অর্থাৎ ΔPQR- সমবাহু এবং

D, PR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে
$4QD^2 = 3PQ^2$

প্রমাণ : **ধাপ**	**যথার্থতা**
(১) ΔPQR সমবাহু ও QD, PR এর উপর মধ্যমা।	[দেওয়া আছে]
$\therefore PD = RD$	
(২) এখন, ΔQPD ও ΔQRD এ	
$PQ = QR$	[∵ ΔPQR সমবাহু]
QD সাধারণ বাহু এবং $PD = RD$	[∵ D, PR এর মধ্যবিন্দু]
$\therefore \Delta QPD \cong \Delta QRD$	
সুতরাং $\angle PDQ = \angle RDQ$	
(৩) এখন, $\angle PDR = 180°$	[এক সরলকোণ]
$\Rightarrow \angle PDQ + \angle RDQ = 180°$	
$\Rightarrow 2\angle PDQ = 180°$	[∵ $\angle PDQ = \angle RDQ$]
$\Rightarrow \angle PDQ = 90°$	
সুতরাং, ΔPDQ সমকোণী	
(৪) পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,	
$PQ^2 = QD^2 + PD^2$	
বা, $QD^2 = PQ^2 - PD^2$	
বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - 4PD^2$	[উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]
বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - (2PD)^2$	
বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PR^2$	[$\therefore PR = 2PD$]
বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$	[$\therefore PQ = PR$]
বা, $4QD^2 = 3PQ^2$	
$\therefore 4QD^2 = 3PQ^2$ **(প্রমাণিত)**	